

**PROCESOS METACOGNITIVOS QUE LLEVAN A CABO ESTUDIANTES DE  
GRADO NOVENO CON DESEMPEÑOS SUPERIOR Y BAJO DEL COLEGIO  
AGUSTÍN FERNÁNDEZ I.E.D. DURANTE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS  
MATEMÁTICOS**

**LUZ MERY PULIDO GORDILLO**

**TUTORA:**

**ANDREA SÁNCHEZ VALLEJO**



**PONTIFICIA UNIVERSIDAD JAVERIANA**

**FACULTAD DE EDUCACIÓN \* MAESTRÍA EN EDUCACIÓN**

**LÍNEA DE INVESTIGACIÓN: COGNICIÓN, CREATIVIDAD Y APRENDIZAJE EN**

**SISTEMAS EDUCATIVOS**

**BOGOTÁ, D.C. 2014**

**PROCESOS METACOGNITIVOS QUE LLEVAN A CABO ESTUDIANTES DE  
GRADO NOVENO CON DESEMPEÑOS SUPERIOR Y BAJO DEL COLEGIO  
AGUSTÍN FERNÁNDEZ I.E.D. DURANTE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS  
MATEMÁTICOS**

**LUZ MERY PULIDO GORDILLO**

Trabajo de Grado presentado como requisito  
para optar al título de Magíster en Educación

**TUTORA:**

**ANDREA SÁNCHEZ VALLEJO**

**PONTIFICIA UNIVERSIDAD JAVERIANA  
FACULTAD DE EDUCACIÓN \* MAESTRÍA EN EDUCACIÓN**

**BOGOTÁ, D.C. 2014**

PONTIFICIA UNIVERSIDAD JAVERIANA

FACULTAD DE EDUCACIÓN

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN

RECTOR: PADRE JORGE HUMBERTO PELÁEZ P. S.J.

DECANO ACADÉMICO: JOSÉ GUILLERMO MARTÍNEZ

DIRECTORA POSGRADOS: Dra. ELENA MARULANDA PÁEZ

DIRECTOR DE LÍNEA: FÉLIX ANTONIO GÓMEZ

TUTORA DE TESIS: ANDREA SÁNCHEZ VALLEJO



BOGOTÁ, D.C. 2014

Artículo 23, Resolución N°. 13 de 1946

“La Universidad no se hace responsable por los conceptos emitidos por sus alumnos en sus trabajos de tesis. Sólo velará porque no se publique nada contrario al dogma y a la moral católica y porque las tesis no contengan ataques personales contra persona alguna, antes bien se vean en ellas el anhelo de buscar la verdad y la justicia”.

## **Agradecimientos**

*A Dios, por las bendiciones que me brinda cada día y que me permiten aprender de la vida.*

*A Edgar, por su apoyo incondicional durante diecinueve años.*

*A Fernando, por haberme ayudado con mi trabajo de grado cuando más lo necesitaba y por siempre estar alentándome a continuar.*

*A Juliana, Juan Carlos, Saida, Adriana P., Adriana M., Gilbert, Jennifer, Camila, Daniela y Sindy por haber sido participes de esta investigación.*

*Al rector, los docentes, estudiantes y administrativos del Colegio Agustín Fernández por su apoyo a mi formación académica y profesional.*

*A la profesora Andrea Sánchez por aceptar la tutoría de este trabajo de grado y por sus valiosas orientaciones.*

## Tabla de Contenido

<b>INTRODUCCIÓN</b>	<b>17</b>
<b>ANTECEDENTES SOBRE LA METACOGNICIÓN Y LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS</b>	<b>27</b>
<b>JUSTIFICACIÓN</b>	<b>33</b>
<b>OBJETIVOS</b>	<b>37</b>
OBJETIVO GENERAL.	37
OBJETIVOS ESPECÍFICOS.	37
<b>MARCO DE REFERENCIA</b>	<b>39</b>
<b>METACOGNICIÓN</b>	<b>39</b>
APROXIMACIÓN AL CONCEPTO DE METACOGNICIÓN.	40
EVALUACIÓN DE LA METACOGNICIÓN.	47
DESARROLLO ONTOGÉNICO Y SU RELACIÓN CON LA METACOGNICIÓN.	52
<b>RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS</b>	<b>56</b>
¿QUÉ ES UN PROBLEMA MATEMÁTICO?	57
CLASIFICACIÓN DE LOS PROBLEMAS MATEMÁTICOS.	60
MODELOS DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS.	63
<b>METODOLOGÍA</b>	<b>71</b>
<b>ENFOQUE DE LA INVESTIGACIÓN</b>	<b>71</b>
<b>TIPO DE ESTUDIO</b>	<b>72</b>

<b>POBLACIÓN</b>	<b>72</b>
<b>MACRO – CATEGORÍAS, CATEGORÍAS Y SUB- CATEGORÍAS DE ANÁLISIS</b>	<b>73</b>
<b>DISEÑO METODOLÓGICO</b>	<b>75</b>
INSTRUMENTOS PARA RECOLECTAR LA INFORMACIÓN.	75
ESTRATEGIAS DE VALIDEZ Y CONFIABILIDAD.	77
PROCEDIMIENTO DE APLICACIÓN DE LOS INSTRUMENTOS.	85
ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN.	86
<b>RESULTADOS</b>	<b>90</b>
<b>CONOCIMIENTO DECLARATIVO</b>	<b>91</b>
CONOCIMIENTO DE SÍ MISMO.	94
CONOCIMIENTO INTER – INDIVIDUAL.	97
CONOCIMIENTO Y CREENCIAS SOBRE MOTIVACIONES PROPIAS.	100
CONOCIMIENTO DE LA TAREA.	102
CONOCIMIENTO DE LAS ESTRATEGIAS.	105
<b>CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL</b>	<b>108</b>
PLANEACIÓN.	111
REGULACIÓN Y CONTROL.	118
EVALUACIÓN.	123
<b>ESTRATEGIAS COGNITIVAS Y PROCEDIMIENTOS MATEMÁTICOS</b>	<b>126</b>
<b>DISCUSIÓN</b>	<b>143</b>
<b>APORTES</b>	<b>161</b>
<b>CONCLUSIONES Y PRINCIPALES APORTES DE LA INVESTIGACIÓN</b>	<b>161</b>

<b>LIMITACIONES DE LA INVESTIGACIÓN Y RECOMENDACIONES</b>	<b>174</b>
<b>PERSPECTIVAS PARA FUTURAS INVESTIGACIONES</b>	<b>177</b>
<b>REFERENCIAS</b>	<b>179</b>
<b>ANEXOS</b>	<b>184</b>

---

## Índice de Figuras

	pp.
Figura 1. Comparativo de resultados de los estudiantes de 3°, 5° y 9° de Colombia en las pruebas Saber por niveles de desempeño. Fuente ICFES, 2013.	19
Figura 2. Resultados de los estudiantes de grados 3°,5° y 9° del Colegio Agustín Fernández en el área de matemáticas. Fuente ICFES, 2013.	20
Figura 3. Desempeño en el área de matemáticas de los estudiantes de noveno del Colegio Agustín Fernández I.E.D. Primer semestre 2013. Fuente: Libro de resultados académicos de la institución	23
Figura 4. El concepto de metacognición. Propuesta de Soto (2002).	44
Figura 5. Marco conceptual de comprensión de la metacognición en la investigación.	46
Figura 6. Ejemplo del modelo de hoja de problemas propuesto por Pifarré (1998).	66
Figura 7. Relación general entre los componentes de la metacognición y las estrategias de resolución de problemas.	130
Figura 8. Relación entre las categorías del conocimiento declarativo de la metacognición y las estrategias de resolución de problemas.	131
Figura 9. Relaciones de influencia del conocimiento de sí mismo en los procesos de regulación cognitiva durante la resolución de problemas matemáticos.	132

Figura 10. Relaciones de influencia del conocimiento de la tarea en los procesos de regulación cognitiva durante la resolución de problemas matemáticos.	133
Figura 11. Relaciones de influencia del conocimiento de las estrategias en los procesos de regulación cognitiva durante la resolución de problemas matemáticos.	134
Figura 12. Relación entre los procesos de regulación cognitiva durante la resolución de problemas matemáticos.	135
Figura 13.1 Incidencia de los elementos metacognitivos del proceso de planeación durante las fases de resolución de problemas matemáticos.	136
Figura 13. 2. Incidencia de los elementos metacognitivos del proceso de planeación durante las fases de resolución de problemas matemáticos.	137
Figura 13.3. Incidencia de los elementos metacognitivos del proceso de planeación durante las fases de resolución de problemas matemáticos.	138
Figura 14.1. Incidencia de los elementos metacognitivos del proceso de regulación y control durante las fases de resolución de problemas matemáticos.	139
Figura 14.2. Incidencia de los elementos metacognitivos del proceso de regulación y control durante las fases de resolución de problemas matemáticos.	140
Figura 14.3. Incidencia de los elementos metacognitivos del proceso de regulación y control durante las fases de resolución de problemas matemáticos.	141
Figura 15. Incidencia de los elementos metacognitivos del proceso de evaluación durante las fases de resolución de problemas matemáticos	142



## Índice de Tablas

	pp.
Tabla 1. Síntesis del Modelo de Resolución de Problemas de Polya.	64
Tabla 2. Modelo de Resolución de Problemas de Schoenfeld. Adaptado de Hernández y Socas (1994).	65
Tabla 3. Modelo de Resolución de Problemas Marjorie Montague (2010).	68
Tabla 4. Descripción de las categorías y subcategorías de análisis.	74
Tabla 5. Triangulación de la información. Asociación de ítems por instrumento con cada una de las categorías de investigación.	82
Tabla 6. Matriz de vaciado de los reportes verbales durante la solución de los tres problemas.	88
Tabla 7. Síntesis de resultados del componente declarativo de la metacognición. Variable persona.	92
Tabla 8. Síntesis de resultados del componente declarativo de la metacognición. Variables tarea y estrategias.	93
Tabla 9. Comparativo de los procesos de regulación y control que llevan a cabo los estudiantes con desempeño bajo y desempeño superior en la resolución de problemas.	109
Tabla 10. Comparativo de estrategias cognitivas y procedimientos matemáticos que llevan a cabo los estudiantes con desempeño bajo y desempeño superior en la resolución de	

problemas. 127

Tabla 11. Propuesta de niveles de metacognición. Fuente: elaboración propia. 168

Tabla 12. Propuesta de proceso de enseñanza de resolución de problemas. Fuente: elaboración propia. 172

# **Procesos Metacognitivos que Llevan a Cabo Estudiantes de Grado Noveno con Desempeños Superior y Bajo del Colegio Agustín Fernández I.E.D. Durante la Resolución de Problemas Matemáticos**

## **Resumen**

La literatura sobre la metacognición ha puesto de manifiesto que esta tiene un alto grado de influencia en el desarrollo de diversas tareas y que por lo tanto es importante en el aprendizaje. Considerando dicha influencia, en el contexto de la resolución de problemas matemáticos la tendencia en el estudio del tema se ha centrado en el desarrollo de programas de instrucción basados en la metacognición, pero muy pocas han revisado qué procesos metacognitivos están llevando a cabo los estudiantes durante una tarea como esta sin que hayan tenido previamente enseñanzas intencionadas en este tema. Desde este referente, el estudio buscó caracterizar los procesos metacognitivos que llevan a cabo los estudiantes de grado noveno con desempeños superior y bajo en matemáticas cuando resuelven problemas relacionados con esta área. El enfoque de investigación fue cualitativo con un alcance descriptivo. Para la recolección de la información se utilizó una entrevista semiestructurada, una escala Likert de evaluación metacognitiva y la resolución de tres problemas matemáticos bajo la modalidad de pensamiento en voz alta.

Siguiendo el modelo de metacognición planteado por Mateos (2001), las categorías de análisis fueron los componentes declarativo y procedimental. Los resultados mostraron que las diferencias entre los grupos están en la definición y representación del problema durante el proceso de planeación; el monitoreo de la comprensión y la interacción constante con las demandas de la tarea, correspondientes a la regulación y control metacognitivo que llevan a cabo los estudiantes del desempeño superior respecto a los del nivel bajo. La evaluación no es un proceso que se lleve a cabo de manera autónoma en ninguno de los dos grupos.

### **Palabras Clave**

Metacognición, conocimiento declarativo, conocimiento procedimental, procesos metacognitivos, resolución de problemas, estrategias cognitivas.

### **Abstract**

The literature on metacognition has shown that this has a high degree of influence in the development of various tasks and therefore it is important in learning. Considering this influence, in the context of solving mathematical problems the trend in the study of the subject has focused on developing instruction programs based on metacognition, but very few have reviewed what metacognitive processes students are performing during a task without having previous teachings on this subject. From this reference, the study sought to characterize the metacognitive processes that perform the students from ninth grade with superior and low performance in math when solving problems related to this area. The research approach was qualitative with descriptive

range. For data collection a semi-structured interview, a Likert scale of metacognitive assessment and the resolution of three mathematical problems in the form of thinking aloud were employed.

Following the model of metacognition proposed by Mateos (2001), categories of analysis were the declarative and procedural components. The results show that differences between groups are in the definition and representation of the problem during the planning process; in the understanding checking and constant interaction with the demands of the task, belonging to the regulation and metacognitive control the holding superior performance students accomplish compared to the ones in low level. The evaluation is not a process that is performed independently on either of the two groups.

### **Key Words**

Metacognition, declarative knowledge, procedural knowledge, metacognitive processes, problem solving , cognitive strategies .

## **Introducción**

La presente investigación pretende caracterizar los procesos metacognitivos que llevan a cabo los estudiantes de grado noveno con desempeño superior y bajo en el área de matemáticas del Colegio Agustín Fernández I.E.D., cuando resuelven problemas matemáticos.

Las dificultades que tienen los niños, niñas y jóvenes para solucionar problemas de matemáticas han sido evidenciadas por la investigadora a lo largo de su experiencia docente, ratificada en el caso de Colombia por los informes de resultados de las pruebas Saber que expide el Instituto Colombiano de Fomento para la Educación Superior (ICFES) y objeto de diversas investigaciones como las realizadas por Herrera, Montenegro y Poveda (2011); y Cruz (2006). La comprensión de cómo los estudiantes de distintas edades y grados de escolaridad resuelven problemas, ha considerado la influencia de factores como el dominio del conocimiento específico de las matemáticas, las estrategias cognoscitivas que están involucradas en el proceso, las creencias de las personas frente a esta área y de manera reciente, desde el surgimiento de la investigación en este campo, los procesos metacognitivos; por lo que resulta relevante indagar cuáles de estos procesos utilizan los estudiantes a la hora de resolver problemas.

Desde la aparición del término metacognición, acuñado por Flavellen la década de los 70 para referirse al conocimiento que se tiene acerca de los procesos y productos cognitivos y al control necesario que se debe ejercer sobre los mismos, diversos autores han realizado investigaciones frente al tema, en dominios específicos como la lectura, la escritura, la resolución de problemas y las matemáticas, entre otros, pues se reconoce que tiene un papel importante en

el aprendizaje. Los investigadores han propuesto distintos modelos de metacognición, que de acuerdo con Mateos (2001), podrían agruparse en dos tipos de propuestas: las convencionales, que enmarcan el concepto entre conocimiento de la cognición y regulación de la misma y las nuevas perspectivas que la relacionan con la teoría de la mente, el aprendizaje autorregulado, la motivación y el cambio conceptual. En este estudio se asume como marco de referencia la perspectiva convencional.

En el ámbito de las matemáticas y la resolución de problemas de esta área, estudios como los adelantados por Rodríguez (2005), Tárraga (2008), Silva (2006), Curotto (2010), Sáiz (2011), Pifarré y Sanuy (2001), Peñalva (2009), entre otros, han concluido que los procesos metacognitivos son importantes a la hora de resolver este tipo de tarea, puesto que le permiten al sujeto no sólo reflexionar sobre la situación a la que se encuentra enfrentado, las estrategias que puede tener en cuenta para lograr su objetivo y regular su ejecución; sino que además le permiten identificar sus propias deficiencias, de tal manera que reconociéndolas, pueda plantearse a sí mismo acciones que lo conduzcan a hallar la solución al problema.

En el contexto Colombiano, los Lineamientos Curriculares de Matemáticas emitidos por el Ministerio de Educación Nacional (1998), dan las orientaciones para la elaboración del currículo y el proceso de enseñanza – aprendizaje en esta área, considerando la articulación de tres aspectos generales: conocimientos básicos, procesos generales y situaciones problemáticas. Frente a los procesos generales y la resolución de problemas se plantea la importancia de considerar las estrategias cognitivas y metacognitivas como factores que influyen en cómo los estudiantes solucionan este tipo de tarea, las cuales deben ser consideradas por el docente a la hora de planear sus actividades de clase.

## METACOGNICIÓN Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS 19

Posteriormente, se expiden los Estándares Curriculares de Matemáticas (2006), que integran los procesos, conocimientos y resolución de problemas al marco de competencias sobre las cuales se evalúa la educación en el país a través de las pruebas Saber, que para esta área en el año 2012 mostraron que el 64% de los estudiantes de grados tercero, quinto y noveno tienen un desempeño insuficiente o mínimo. Para el caso del Colegio Agustín Fernández, los resultados muestran una tendencia similar, ya que en promedio el 26% de los estudiantes de los tres grados tienen un desempeño insuficiente, lo cual significa que no logran superar las preguntas de menor complejidad que les fueron realizadas en la prueba, siendo el grado quinto, donde se encuentra el mayor porcentaje de estudiantes en esta condición (33%); mientras que el 40% en promedio presenta un desempeño mínimo, siendo los estudiantes de noveno (56%) quienes más se encuentran en este nivel. Las figuras 1 y 2 muestran los resultados de las pruebas en Colombia y en el Colegio Agustín Fernández.

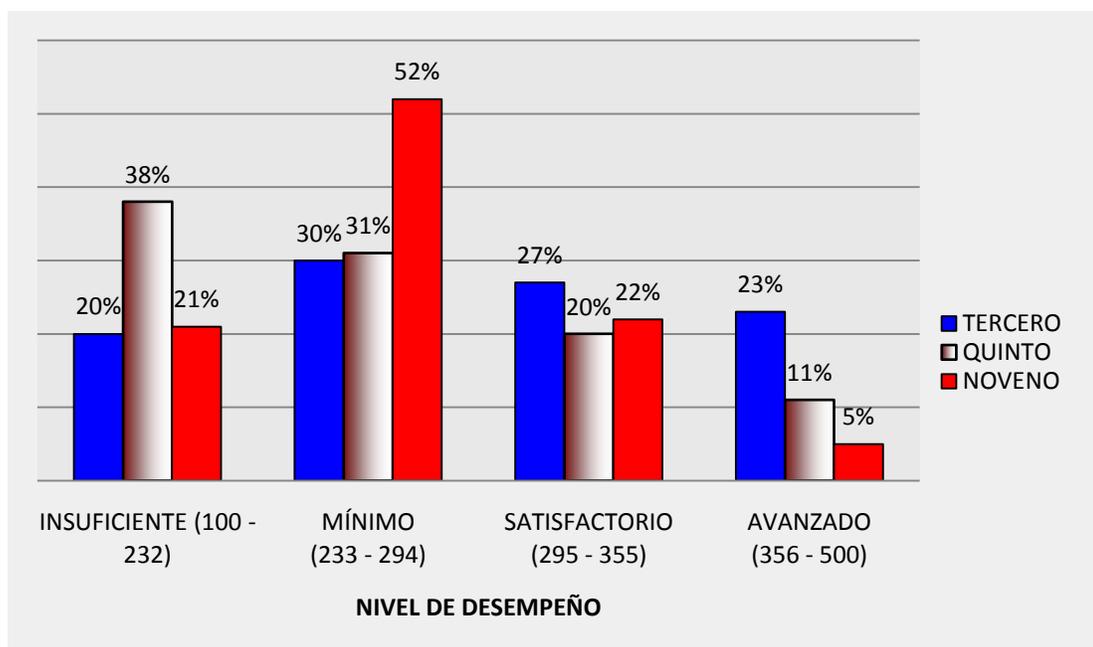


Figura 1. Comparativo de resultados de los estudiantes de 3°, 5° y 9° de Colombia en las pruebas Saber por niveles de desempeño. Fuente ICFES, 2013.

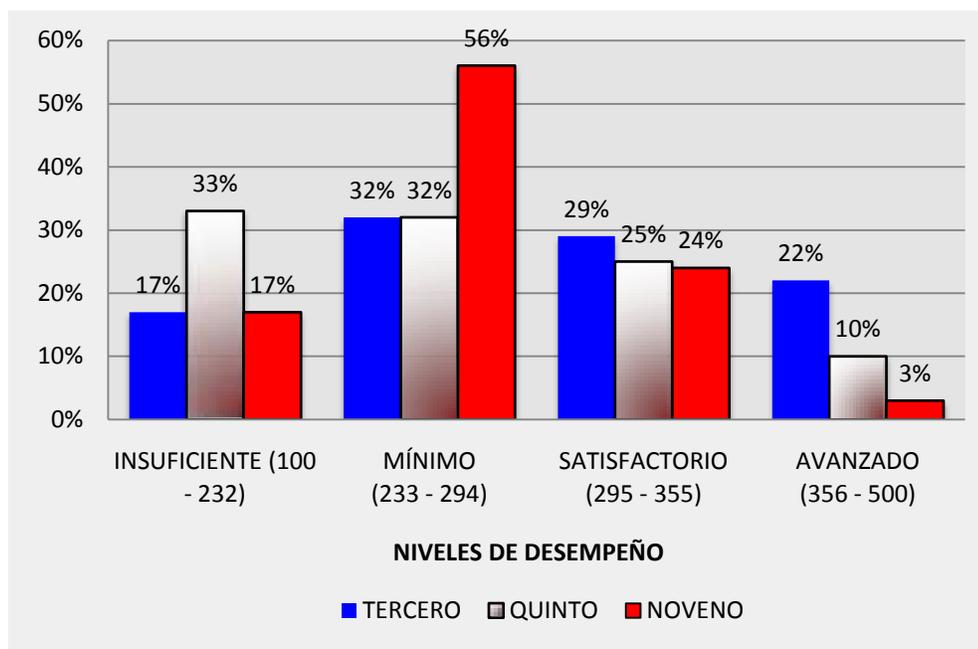


Figura 2. Resultados de los estudiantes de grados 3°, 5° y 9° del Colegio Agustín Fernández en el área de matemáticas. Fuente ICFES, 2013.

Para interpretar estos datos, es importante tener en cuenta que de acuerdo con el ICFES (2013), por competencia se entiende:

Un saber hacer flexible que puede actualizarse en distintos contextos, es decir, como la capacidad de usar los conocimientos en situaciones distintas de aquellas en las que se aprendieron. Implican la comprensión del sentido de cada actividad, sus implicaciones éticas, sociales, económicas y políticas. Las competencias son transversales a las áreas curriculares y del conocimiento; sin embargo, en el contexto escolar estas se desarrollan a través del trabajo concreto en una o más áreas. (pp. 9 -10).

En el área de matemáticas las competencias evaluadas son razonamiento y argumentación; comunicación, representación y modelación; y planteamiento y resolución de problemas, dentro de los componentes correspondientes a los sistemas numérico – variacional, geométrico – métrico y aleatorio, que son derivados de la concepción de que las matemáticas son una herramienta potente de desarrollo de habilidades de pensamiento, y este último puede ser

pensamiento numérico, pensamiento espacial, pensamiento métrico, pensamiento aleatorio, y pensamiento variacional. En relación con el planteamiento y la resolución de problemas, el ICFES (2013) establece que se relacionan con:

La capacidad para formular problemas a partir de situaciones dentro y fuera de las matemáticas, desarrollar, aplicar diferentes estrategias y justificar la elección de métodos e instrumentos para la solución de problemas, justificar la pertinencia de un cálculo exacto o aproximado en la solución de un problema y lo razonable o no de una respuesta obtenida, verificar e interpretar resultados a la luz del problema original y generalizar soluciones y estrategias para dar solución a nuevas situaciones problema. (p. 67).

Los resultados en las pruebas se presentan por niveles de desempeño, entendidos como una descripción de las competencias de los estudiantes, es decir, lo que saben y saben hacer en el área y con los cuales se determina una distribución porcentual de los estudiantes. Los niveles considerados son: avanzado, satisfactorio, mínimo e insuficiente; siendo el desempeño satisfactorio el esperado. Los estudiantes ubicados en el nivel avanzado muestran un desempeño sobresaliente en el área y grado evaluados, los del satisfactorio tienen un dominio adecuado en las competencias, los de nivel mínimo superan las preguntas de menor complejidad de la prueba y los de nivel insuficiente no logran superar las preguntas de menor complejidad. (ICFES, 2013).

El análisis de los resultados anteriores se realiza en el Colegio Agustín Fernández I.E.D. de acuerdo con las pautas dadas por la Secretaría de Educación de Bogotá a través de la plataforma del Sistema de Evaluación Integral para la Calidad de la Educación (S.E.I.C.E), partiendo de identificar las causas de esta situación y con base en las cuales se elabora el Plan Institucional de Mejoramiento Académico (P.I.M.A). Dentro de esas causas se encuentran la dificultad de los estudiantes para comprender las situaciones matemáticas planteadas, inadecuado dominio de los conceptos y procedimientos propios del área, la falta de atención, que los estudiantes no verifican lo que hacen, tienen dificultades para realizar conjeturas,

generalizaciones y dar argumentos de por qué realizan algunos procedimientos, todos estos, procesos propios del pensamiento matemático. Como factores asociados a estas dificultades están la inasistencia a clase, ausencia de docente por algunos períodos y carencia de recursos didácticos para la enseñanza. Sin embargo, en la institución aún no se ha realizado alguna investigación que permita mostrar la manera en que el estudiante piensa cuando se enfrenta a problemas de matemáticas.

En virtud de lo anterior y teniendo en cuenta que los procesos metacognitivos son un factor influyente en la resolución de problemas matemáticos, surge la inquietud que orienta este estudio: caracterizar dichos procesos cuando los estudiantes se enfrentan a este tipo de tarea. A fin de delimitar la investigación y considerando que en los tres grados evaluados el porcentaje de estudiantes con desempeño satisfactorio es equivalente, pero que el mayor porcentaje de alumnos del Colegio Agustín Fernández con un desempeño insuficiente o mínimo son del grado noveno y que además algunos estudios en metacognición han mostrado que los procesos de regulación y control se desarrollan entre los 9 y 11 años<sup>1</sup> (Roebbers, 2012; Veenman & Van Hout; Wolters & Afflerbach, citados en Whitebread & Basilio, 2012), la población de estudio de esta investigación son los educandos de dicho grado.

Al primer semestre académico del año 2013, el 70.98% de los estudiantes de noveno tenían un desempeño bajo o básico en el área de matemáticas y el 5.36% un nivel superior, lo cual se constituye en una razón adicional de delimitación del estudio, centralizando la muestra en los alumnos con niveles superior y bajo. En la figura 3 se muestran estos resultados. Es importante aclarar que los criterios que determinan que un estudiante del Colegio Agustín Fernández tenga desempeño superior o bajo, están definidos en su plan de estudios, e involucran

---

<sup>1</sup> Frente a este aspecto no existe acuerdo entre los investigadores. Otros autores plantean que la regulación y el control son procesos que también son evidentes en niños en edad preescolar. En el capítulo II se ampliará este aspecto.

aprendizajes de tipo afectivo, cognitivo y procedimental. La definición de los aprendizajes cognitivos y procedimentales tienen como base los estándares curriculares. De acuerdo con esto y considerando sólo los criterios relacionados con la solución de problemas, un estudiante con desempeño superior es aquel que: a. Resuelve problemas de carácter aditivo y multiplicativo que involucren el conjunto de los números reales; b. Resuelve problemas relacionados con potenciación, radicación y logaritmación; y c. Resuelve problemas en contextos de variación y modela dichas variaciones con funciones polinómicas en distintos contextos. Un estudiante con desempeño bajo no logra resolver con éxito las situaciones de este tipo.



*Figura 3.* Desempeño en el área de matemáticas de los estudiantes de noveno del Colegio Agustín Fernández I.E.D. Primer semestre 2013. Fuente: Libro de resultados académicos de la institución.

De lo planteado hasta aquí surge la siguiente pregunta de investigación: *¿Qué procesos metacognitivos llevan a cabo los estudiantes de grado noveno con desempeño superior y bajo en el área de matemáticas del Colegio Agustín Fernández I.E.D., cuando resuelven problemas matemáticos?*

Para dar respuesta a la pregunta anterior el proceso de investigación parte de la revisión de la literatura en torno al concepto de metacognición, su desarrollo y evaluación, la resolución de problemas matemáticos y la búsqueda de trabajos previos en torno a los procesos metacognitivos en este tipo de tarea, lo cual permite el contraste de diversas posturas, desde las cuales, se establece el marco de referencia y la metodología del estudio.

El marco referencial tiene entonces como ejes centrales la metacognición y la resolución de problemas. Frente a la metacognición, la investigación parte desde la perspectiva convencional cuyos principales exponentes son Flavell, Brown y Mateos. De esta manera, siguiendo los planteamientos de Mateos (2001), la metacognición se refiere tanto al conocimiento que tienen las personas de su propio funcionamiento cognitivo, como a los procesos de supervisión y regulación que se ejerce de la actividad cognitiva cuando se realiza una tarea; lo que permite diferenciar dos componentes: el conocimiento declarativo y el conocimiento procedimental. El primero hace referencia al saber qué, en relación con tres categorías: las personas, las tareas y las estrategias. El segundo se refiere al saber cómo, esto es, los procesos de supervisión y regulación del progreso en la tarea y de la actividad cognitiva, los cuales son planeación, regulación y control y evaluación.

En cuanto a la resolución de problemas matemáticos, se consideran los aportes de autores como Polya (1981), Puig (1996), Rodríguez (2005), Pifarré y Sanuy (1998), Montague (2010) y Schoenfeld (citado en Hernández & Socas, 1994) en relación a qué se entiende por problema matemático, la clasificación de los mismos y los modelos de resolución. Así, se considera que un problema matemático es una situación en la que el enunciado no permite establecer de manera inmediata la solución ni el procedimiento a llevar a cabo, pero que puede ser modelada a través del lenguaje matemático para encontrar su solución. La resolución del problema son el conjunto

de estrategias cognitivas y procedimentales que lleva a cabo una persona para encontrar la solución de la situación. En esta investigación se considera que dichas estrategias se consolidan en cuatro categorías: comprender el problema, concebir un plan, ejecutar el plan y comprobar la eficacia del plan.

Desde el punto de vista metodológico, el estudio es cualitativo, de tipo descriptivo. Se establecen tres categorías de observación y análisis con base en las cuales se diseñaron como instrumentos de recolección de la información una entrevista semiestructurada, una escala Likert de evaluación metacognitiva, tres problemas matemáticos del contexto de los sistemas numérico – variacional para ser resueltos bajo la modalidad de pensamiento en voz alta y un cuestionario metacognitivo complementario a la última situación problemática. La información recolectada es vaciada en matrices y analizada categorialmente, teniendo en cuenta triangulación de los distintos instrumentos.

Los resultados indican que los estudiantes de desempeño superior utilizaron estratégicamente el conocimiento que tienen de sí mismos, de las demandas de la tarea y de las estrategias durante el proceso de resolución, lo que les permitió planificar, regular y controlar su ejecución, apoyándose principalmente en dos elementos metacognitivos, el monitoreo de la comprensión y la interacción constante con las demandas de la tarea; mientras que los alumnos del desempeño bajo aunque en ocasiones permiten entrever algunos conocimientos y procesos de regulación cognitiva, no los utilizan en favor de la resolución de la tarea, por que además no logran comprenderla. Lo que sí resultó coincidente en ambos grupos es que el proceso de evaluación de la resolución final no se lleva a cabo de manera autónoma.

De acuerdo con el componente declarativo de la metacognición y considerando los planteamientos de Flavell (1985), puede decirse que ambos grupos tienen un conocimiento

metacognitivo, pero al considerar los procesos de supervisión y control, son los estudiantes del desempeño bajo quienes los llevan a cabo. La caracterización realizada promueve la reflexión frente a los procesos de enseñanza de las matemáticas en el aula y es una posibilidad para pensar en distintos grados en que los sujetos realizan metacognición así como en un modelo de instrucción basado en elementos metacognitivos que prioricen la comprensión de los problemas.

El horizonte investigativo que se ha planteado hasta aquí y los aspectos complementarios del estudio han sido organizado en este documento en seis apartados. Esta sección introductoria que contiene además los antecedentes de investigación en el tema, la justificación y los objetivos de la misma. El segundo apartado corresponde al marco de referencia, en el que se profundiza en torno al concepto de metacognición, su desarrollo evolutivo, la evaluación de la misma, el concepto de problema matemático, la clasificación de estos y algunos modelos de resolución. La tercera sección corresponde a la metodología planteada para lograr los objetivos del estudio. En el cuarto apartado se presentan los resultados obtenidos, que son puestos a discusión en la quinta sección. Finalmente, la sexta sección corresponde a las principales conclusiones del estudio, los aportes del mismo y el planteamiento de posibilidades para continuar investigando en el tema.

De acuerdo con lo que se acaba de plantear, a continuación se presentan algunos estudios que se han realizado previamente frente a la metacognición en la resolución de problemas matemáticos, con lo cual es posible identificar las tendencias de investigación en este campo y los resultados que hasta el momento se han tenido en este campo. Posteriormente, en el apartado de la justificación se señalan las principales motivaciones para la realización de esta investigación.

### **Antecedentes Sobre la Metacognición y la Resolución de Problemas Matemáticos**

La investigación en torno a la relación entre la metacognición y la resolución de problemas matemáticos ha sido amplia. En este apartado se presentan algunos estudios frente al tema. Si se piensa en la resolución de un problema matemático, como la resolución de una tarea, ya desde los estudios de Flavell (1981), se evidencia la influencia de la metacognición en este campo. Estudios como los de Sáiz y Román (2011) señalan que en el ámbito escolar el desarrollo de habilidades metacognitivas influye en la adquisición por parte de los estudiantes de los contenidos declarativos (conceptos y relaciones conceptuales) y los procedimentales (herramientas y heurísticas de resolución) requeridos para la solución de problemas y para procesos como la generalización y la transferencia del conocimiento a otros contextos.

En un estudio sobre entrenamiento metacognitivo y estrategias de resolución de problemas en niños de 5 a 7 años, Sáiz y Román (2011) pretendieron mostrar si al realizar entrenamiento metacognitivo en resolución de problemas los niños logran mejoras significativas en el proceso de resolución de problemas que se dan habitualmente en el aula (problemas cognitivos y sociales), la perdurabilidad del entrenamiento y si existen diferencias entre la manera como resuelven los problemas los niños que recibieron entrenamiento y quienes no lo tienen.

Para tal fin utilizaron un programa de entrenamiento metacognitivo para niños pequeños que constaba de veintinueve unidades en las que se resuelven problemas y utilizan una metodología basada en los planteamientos de Meinchenbaum y Goodman (citados en Sáiz & Román, 2011), que consta de los siguientes pasos: a. Definición del problema o tarea; b. Búsqueda de estrategias de resolución (planificación); c. Monitorización del proceso de

resolución (supervisión); d. Evaluación y autocorrección. Como conclusiones de este estudio se señala que se encontraron diferencias significativas entre los estudiantes que recibieron el entrenamiento metacognitivo y quienes no lo tuvieron, en la utilización de estrategias de autoevaluación (en la dimensión de salida de información), pero no en las dimensiones de procesamiento de información, tanto en la forma como se resuelve el problema y cómo se responde, que se asocia con estrategias metacognitivas como la autorreflexión.

Los autores explican estos resultados con base en investigaciones previas en donde se ha mostrado que estrategias de autorregulación y autorreflexión se adquieren con el aumento en la edad y de las experiencias metacognitivas, en las que el sujeto ya ha estado relacionado con este tipo de tareas y tiene algunas estrategias generales de resolución. En conclusión, señalan que “no todas las estrategias metacognitivas son igual de eficaces ni se adquieren al mismo tiempo” (Saíz& Román, 2011, p.16).

En el campo de las matemáticas, los estudios han mostrado cómo la implementación de estrategias metacognitivas contribuye en la resolución de problemas matemáticos. Dunlonsky y Metcalfe (2009), señalan cómo Schoenfeld en sus investigaciones sobre solución de problemas matemáticos encontró que estudiantes que tienen suficientes conocimientos en esta disciplina, presentan dificultades en resolver problemas. Dentro de los hallazgos de estos estudios, está que los estudiantes gastan demasiado tiempo intentando la solución de un problema, a través de un procedimiento que no contribuye con tal fin, pero que difícilmente se detienen a pensar si están consiguiendo el objetivo o si deberían cambiar de estrategia; por el contrario, insistentemente se quedan utilizando el mismo camino.

En conclusión, la investigación plantea que los estudiantes gastan mucho tiempo tratando de solucionar un problema, pero utilizan poco tiempo para detenerse a pensar sobre este y la

forma en que podrían resolverlo. En contraposición a lo anterior, observando cómo algunos matemáticos resuelven problemas geométricos complejos, se encuentra que ellos invierten una gran cantidad de tiempo pensando sobre lo que trata el problema, lo analizan y planean cómo proceder; además frecuentemente monitorean su progreso, preguntándose a ellos mismos si están teniendo algún avance en la solución, y si se dan cuenta que el procedimiento que están utilizando no funciona, entonces tratan una nueva forma de resolución.

Pifarré y Sanuy (2001), por su parte, en una investigación denominada la enseñanza de estrategias de resolución de problemas matemáticos en la ESO (escuela secundaria obligatoria); diseñaron, implementaron y evaluaron una propuesta didáctica que tenía por objetivo “la enseñanza – aprendizaje de estrategias generales o heurísticas (de tipo cognitivo y metacognitivo) y de estrategias específicas de resolución de problemas sobre proporcionalidad directa” (p.298), para estudiantes de tercer grado de enseñanza secundaria obligatoria, en una institución de la ciudad de Lleida.

La enseñanza – aprendizaje de estrategias de resolución de problemas propuesta por los investigadores se sustenta en tres aspectos: a. El diseño de material didáctico que consta de instrucciones – guía que incluyen cuestiones sobre los aspectos de resolución de problemas y que se denomina hojas para pensar el problema, que fue planteada por Pifarré<sup>2</sup> (2001); b. La planificación y utilización por parte del docente de estrategias de enseñanza en las que modele las situaciones de solución y contribuya a la autointerrogación; y c. El trabajo colaborativo como contexto de aprendizaje.

En lo que concierne específicamente a la metacognición, el estudio analizó las dos vertientes de estudio en el tema, el conocimiento declarativo y el conocimiento procedimental, utilizando como indicadores los siguientes: “a. Reflexiones sobre el enunciado y la estructura del

---

<sup>2</sup> Este modelo será descrito de manera más amplia en los referentes teóricos sobre resolución de problemas matemáticos.

problema; b. Reflexiones sobre las capacidades del alumno para resolver el problema y; c. Reflexiones o comentarios sobre el proceso de resolución o bien cuando se observa que el alumno realiza una acción de manera consciente, controlada o regulada” (Pifarré& Sanuy,2001, p.306). Los resultados mostraron que los estudiantes utilizan un gran número de estrategias metacognitivas para resolver el problema, dedicando aproximadamente el 23% del tiempo a estas. Por ejemplo, los estudiantes se detienen durante en la resolución del problema, hacen comentarios y reflexiones frente a cómo lo están haciendo y muestran consciencia y control durante el proceso (Pifarré&Sanuy,2001).

En Colombia, Iriarte y Sierra (2011) realizaron un estudio durante el año 2009 sobre estrategias metacognitivas en la resolución de problemas matemáticos con estudiantes de quinto de primaria de la Institución Educativa Normal Superior de Sincelejo, que tuvo como objetivo “determinar la influencia de la implementación de estrategias didácticas con enfoque metacognitivo en el desarrollo de la competencia resolución de problemas matemáticos” (Iriarte & Sierra, 2011, p.34). Este estudio cuasi experimental, que partió del análisis de la planeación docente, diseñó un programa de intervención con enfoque metacognitivo con base en la cual se entrenó al docente en el aula y se implementó con un grupo de estudiantes, que posteriormente fueron evaluados a través de la resolución de diez problemas matemáticos tomados de las pruebas Saber y comparados con una muestra de control.

Los resultados muestran que el programa de intervención produjo mejora en la resolución de problemas matemáticos contextualizados, puesto que las diferencias entre el grupo experimental y el de control, teniendo en cuenta las estrategias cognitivas y metacognitivas observadas, y la competencia misma de resolución de problemas, tienen diferencias estadísticamente significativas. Los autores plantean dentro de sus conclusiones cómo las

estrategias metacognitivas asociadas con la consciencia que se debe tener al resolver un problema matemático, desde la planeación, el monitoreo, la regulación o control de los procesos cognitivos, se constituye en un factor fundamental en la resolución de problemas.

De manera similar a las investigaciones descritas, otros trabajos como los de Curotto (2010), relacionado con la metacognición en el aprendizaje de las matemáticas; Rodríguez (2005), en su tesis doctoral titulada metacognición, resolución de problemas y enseñanza de las matemáticas, una propuesta integradora desde el enfoque antropológico; y Peñalva (2009), en su trabajo sobre las matemáticas en el desarrollo de la metacognición, concluyen que la metacognición es fundamental en la resolución de problemas matemáticos puesto que le permiten al sujeto que se enfrenta a ellos, comprender qué es lo que tiene que hacer, cuestionarse a sí mismo frente a lo que está haciendo mientras resuelve el problema y comprobar si lo que hizo se corresponde con la tarea inicial. Particularmente Peñalva (2009), señala además que “las matemáticas permiten, a partir del desarrollo del pensamiento lógico dialéctico, el desarrollo de competencias metacognitivas, base fundamental para la capacidad de aprender a aprender” (p.151).

Finalmente, en la búsqueda de antecedentes frente al tema de esta investigación se encontró el estudio realizado por Mokos y Kafoussi (2013) denominada funciones metacognitivas espontáneas de los estudiantes de primaria en diferentes tipos de problemas matemáticos. Como su nombre lo indica, el interés de este trabajo fue “indagar por el afloramiento espontáneo de las funciones metacognitivas de control y monitoreo, durante la resolución de diversos tipos de problemas matemáticos en escolares de quinto grado” (Mokos&Kafoussi, 2013, p.243).

Para tal fin, se toma como fundamento el modelo de metacognición de Nelson y Narens, que se basa en dos niveles: el nivel objeto y el nivel meta, y su interrelación por las funciones de control y monitoreo. Los investigadores utilizaron el método de pensar en voz alta en una muestra de veinte estudiantes (diez niños y diez niñas) de un colegio público de Atenas, Grecia, durante la ejecución de tres clases de problemas que se les dieron a los estudiantes. Uno de estos problemas era de final abierto, el otro un problema auténtico y el tercero un problema complejo.

Como conclusiones de este estudio, los autores plantean que las funciones de control y monitoreo aparecen en ambos niveles (objeto y meta) en cada uno de los tipos de problemas. En cada situación las estrategias metacognitivas surgieron espontáneamente, pero sobre todo, las funciones de control fueron dominantes. Se reconoce además que el nivel meta (restricciones, objetivos, conocimiento metacognitivo y estrategias) juega un gran rol en los procedimientos de resolución de problemas y que con estos es posible completar el modelo a través de acciones de control. Se reconoce además que las acciones metacognitivas aparecen de forma dispersa de acuerdo con el tipo de problema, por ejemplo, en todos los problemas hay planeación de estrategias, pero la administración de las mismas, el monitoreo y la evaluación fueron dominantes en el auténtico problema. De acuerdo con lo anterior, los autores señalan la necesidad de que las prácticas de enseñanza se focalicen de manera más efectiva en el uso de estrategias metacognitivas de control y monitoreo durante la resolución de problemas.

De los estudios aquí descritos se puede concluir que la investigación en torno a la metacognición y la resolución de problemas ha tenido dos tendencias. La primera, de mayor desarrollo investigativo, se relaciona con el diseño de programas de instrucción con énfasis en procesos metacognitivos, tendientes a verificar el impacto de estos en la resolución de problemas matemáticos en poblaciones con distintas características de aprendizaje y edad. La segunda, aún

limitada, busca identificar qué procesos metacognitivos realizan los estudiantes durante la solución de las situaciones problemáticas sin haber recibido instrucción intencionada en este campo.

Las dos tendencias señaladas muestran que hay un interés por indagar sobre la metacognición en la resolución de problemas matemáticos, sin embargo, ninguna de las investigaciones ha permitido relacionar las fases de ejecución del problema con los procesos metacognitivos que están asociados a ellas, considerando variables distintas como la edad de los participantes, tareas matemáticas de distinto tipo y contexto de resolución, entre otros, que vale la pena continuar estudiando. La caracterización de los procesos metacognitivos durante la resolución de problemas matemáticos en estudiantes con distinto desempeño planteada en este estudio resulta entonces relevante para este campo investigativo.

### **Justificación**

Las investigaciones generales sobre metacognición, como lo señala Mateos (2001), han mostrado que esta contribuye a que el sujeto identifique o reconozca las operaciones mentales que realiza cuando desarrolla una tarea (en este caso, resolver un problema de matemáticas) y en las estrategias que utiliza en la solución de las mismas. De esta forma se posibilita el mejoramiento de la capacidad de planeación, el control, la organización y la modificación de los propios procesos cognitivos, permitiéndole al sujeto reflexionar sobre la nueva información, así como de la información que ya posee.

Los estudios que han estado centrados en el desarrollo de programas de instrucción en procesos metacognitivos a escolares de distintas edades y capacidades, como algunos de los

expuestos en los antecedentes, así lo confirman, pero en la búsqueda realizada son pocos los que muestran una caracterización de estos procesos en estudiantes que no han recibido una formación intencionada en estas estrategias, como es el caso de los participantes de esta investigación, por lo que este estudio se constituye en un aporte al ámbito de la metacognición en la resolución de problemas matemáticos. Si se considera además que la metacognición es una tendencia de desarrollo cognitivo, que de acuerdo con Flavell (1985) está asociada entre otras cosas al incremento del conocimiento específico y que las ciencias cognitivas pretenden explicar cómo se dan los procesos mentales, los resultados de este estudio se convierten en un aporte a la intención de este campo de conocimiento.

Se ha mostrado además en estudios como los realizados por Mateos (2001) que la metacognición favorece que el sujeto también reconozca sus fortalezas y dificultades en el momento de enfrentar una tarea, de decidir frente a las estrategias y en general, acerca de sus procesos de razonamiento, posibilitándole redireccionar lo que planeó previamente. Como lo plantea esta autora, es aquí donde entra en escena la metacognición, pues se trata de “aprender a aprender facilitando la toma de conciencia de cuáles son los propios procesos de aprendizaje, de cómo funcionan y de cómo optimizar su funcionamiento y el control de esos procesos” (p.13).

En este sentido, esta investigación cobra relevancia si se tiene en cuenta que uno de los retos actuales de la educación para el Siglo XXI es que los estudiantes aprendan a aprender, es decir, que más allá de que el alumno en la escuela se apropie de conocimientos ya construidos, esta le aporte herramientas y estrategias que le permitan administrar sus propias capacidades, de tal manera que pueda aprender por sí mismo, generar nuevo conocimiento, en cualquier momento y lugar, dadas las posibilidades de acceder a la información generada por las nuevas tecnologías. Al respecto señalan Pozo y Monereo (s.f), que “una de las funciones de la educación

futura deber ser promover la capacidad de los alumnos de gestionar sus propios aprendizajes” (p.1).

Por otra parte, la resolución de problemas matemáticos se considera una potente herramienta de aprendizaje y de desarrollo del pensamiento lógico, de competencias útiles para la vida y del propio desarrollo de la metacognición. Como lo plantea Peñalva (2009), el proceso de enseñanza - aprendizaje en las matemáticas es idóneo para la metacognición “si se trata de conocer sobre la forma de atender: a qué hay que atender, qué hay que hacer para atender, cómo se evitan las distracciones y qué medidas correctoras hay que tomar para controlarla” (p.144). Así por ejemplo, cuando se resuelven problemas de matemáticas, más allá de leer y hacer operaciones, se requiere buscar relaciones significativas, interpretar conceptos y relacionarlos, planificar acciones para ejecutar las tareas, controlar lo que se está haciendo y reflexionar sobre lo que se ha hecho.

Por lo tanto, el estudio resulta útil al campo de la educación matemática porque permite identificar las estrategias cognitivas y los procesos metacognitivos que están utilizando los estudiantes para resolver problemas matemáticos y los procedimientos que llevan a cabo, los cuales, en su mayoría son derivados de la enseñanza a través de la escolarización; permitiendo ampliar el campo de análisis de los factores de éxito o fracaso escolar, del dominio del conocimiento específico de las matemáticas y los factores motivacionales, al ámbito de la cognición y la metacognición, como aspectos fundamentales a tener en cuenta en la enseñanza.

Además, se presenta como una oportunidad para repensar el currículo de matemáticas y la didáctica de trabajo en el aula, en donde los contenidos no sean el fin sino la excusa para aprender a gestionar las propias habilidades y el aprendizaje; con prácticas pedagógicas desarrolladas de manera intencionada por parte del docente para ayudar a sus estudiantes a

realizar metacognición y a transferir el conocimiento a distintos contextos. Así mismo, identificar las semejanzas y diferencias que se presentan frente a los componentes básicos de la metacognición en los grupos de estudiantes con desempeño superior y desempeño bajo cuando tienen que resolver problemas matemáticos, aportará información relevante para que el Colegio Agustín Fernández I.E.D pueda pensar cómo potenciar el nivel académico de sus alumnos.

En resumen, esta investigación pretende contribuir en dos líneas de conocimiento: la metacognición y la resolución de problemas matemáticos. En el primer aspecto el aporte tiene que ver un esquema de caracterización que relacione el proceso de resolución de problemas matemáticos llevado a cabo por los estudiantes con desempeño superior y bajo en el área de matemáticas con los procesos metacognitivos, incluyendo la interacción entre los componentes de esta última. Esto constituye una posibilidad de reflexión para volver a pensar en el sentido de la educación matemática que está planteado en los Lineamientos Curriculares (1998), pues pareciera, por lo menos desde los resultados de pruebas estandarizadas, que han sido desconocidos en las prácticas de enseñanza.

El segundo aporte al estudio de la metacognición parte de considerar las diferencias de los procesos metacognitivos entre sujetos de distinto desempeño, capacidad o nivel de experticia. Investigaciones como las realizadas por Mateos (2001) y Schonfeld (citado en Dunlonsky&Metcalfe, 2009) muestran que quienes son considerados expertos regulan y controlan mucho mejor su propia actividad cognitiva y las estrategias cuando se enfrentan a un problema, en comparación con los novatos. Este hecho señala la posibilidad de pensar en distintos grados de profundidad de la metacognición, por lo que de acuerdo con los resultados de esta investigación se espera realizar una primera apuesta de caracterización de estos distintos

niveles, que claro está invitan a continuar los estudios en el tema para validar, mejorar o replantear la propuesta.

Frente a la resolución de problemas, la contribución de la investigación se enmarca en la elaboración de un modelo que los docentes puedan implementar a la hora de enseñar a los estudiantes a ejecutar esta tarea, teniendo en cuenta estrategias de tipo cognitivo y cuestionamientos asociados a los procesos metacognitivos que se espera los estudiantes interioricen a lo largo de la práctica. Si bien es cierto ya existen distintos modelos de resolución de problemas, por lo menos para el Colegio Agustín Fernández I.E.D un prototipo surgido desde la investigación realizada en su contexto puede llegar a ser más influyente.

### **Objetivos**

#### **Objetivo general.**

Caracterizar los procesos metacognitivos que llevan a cabo los estudiantes de grado noveno con desempeño superior y bajo en el área de matemáticas del Colegio Agustín Fernández I.E.D., cuando resuelven problemas matemáticos.

#### **Objetivos específicos.**

- Indagar sobre el conocimiento que tienen los estudiantes sobre sus propias habilidades para resolver problemas matemáticos y las estrategias que implementan cuando tienen que solucionarlos.

- Describir los procesos metacognitivos de regulación y control que llevan a cabo los estudiantes con desempeño superior y bajo cuando tienen que resolver problemas matemáticos.
- Comparar los procesos metacognitivos que llevan a cabo los estudiantes con desempeño superior y bajo, cuando resuelven problemas matemáticos.
- Develar las estrategias cognitivas y los procedimientos matemáticos que utilizan los estudiantes para resolver problemas de aplicación en esta área.

## **Marco de Referencia**

A continuación se presenta el fundamento conceptual de la investigación. Aquí se exponen los aspectos generales relacionados con la metacognición desde una aproximación al concepto, su evaluación y su relación con el desarrollo ontogénico; y la resolución de problemas matemáticos, partiendo de entender qué se entiende por problema matemático, la clasificación de estos y algunos modelos de resolución.

### **Metacognición**

Desde que el término metacognición fue acuñado por primera vez en el campo de la psicología por John Flavell en los años 70, la investigación frente al tema ha tenido distintas perspectivas. Siguiendo los planteamientos de Mateos (2001), esas perspectivas se denominan como convencionales y nuevas perspectivas sobre la metacognición. Como principales representantes de la perspectiva convencional se encuentran John Flavell, Ann Brown y Mar Mateos. Las nuevas perspectivas sobre metacognición se relacionan con la teoría de la mente, el aprendizaje autorregulado, la motivación y el cambio conceptual, en donde se destacan autores como Wellman, Zimmerman, Karmiloff-Smith, entre otros, citados en Mateos (2001).

Esta investigación, se fundamenta principalmente en la perspectiva convencional, en donde se asume la metacognición como el conocimiento que se tiene sobre la propia actividad cognitiva y la regulación y control de la misma cuando se está ejecutando una tarea, claro está,

sin desconocer los aportes frente al tema hechos desde las nuevas perspectivas. Se presentan a continuación aspectos generales que permiten comprender cómo se entiende la metacognición, cómo es posible evaluarla y su relación con el desarrollo ontogénico.

### **Aproximación al concepto de metacognición.**

Desde la perspectiva convencional, los estudios iniciales en metacognición realizados por Flavell estuvieron asociados a la metamemoria. En sus experimentos con niños preescolares y niños en edad escolar, consistentes en estudiar una serie de ítems hasta cuando pudieran estar seguros que los recordaban todos, Flavell (1985), encontró que los niños en edad preescolar no pueden controlar y evaluar sus capacidades de memoria con tanta exactitud como si logran hacerlo los niños mayores. El autor afirma que controlar y evaluar las capacidades propias que un sujeto tiene de su memoria actual, es un ejemplo de metaconocimiento y se refiere a este como “cualquier conocimiento o actividad cognitiva que tiene como objeto, o regula, cualquier aspecto de cualquier empresa cognitiva”. (Flavell, 1985, p. 145).

En el mismo sentido, y tomando como base las ideas de Piaget, quien afirma que “el desarrollo cognitivo no sólo implica un aumento de la complejidad estructural del sistema cognitivo, sino también del acceso consciente” (Piaget, citado en Mateos, 2001, p.22); Flavell se refiere a la metacognición como el conocimiento que se tiene acerca de los procesos y productos cognitivos, y al control necesario que se debe ejercer sobre los mismos. En términos de Flavell (citado en Mateos, 2001):

La metacognición tiene que ver con el conocimiento que uno tiene acerca de los propios procesos y productos cognitivos o cualquier otro asunto relacionado con ellos (...). La metacognición hace referencia, entre otras cosas, a la supervisión activa y consecuente regulación y organización de estos procesos en relación con

los objetos o datos cognitivos sobre los que actúan normalmente al servicio de alguna meta u objetivo concreto. (pp. 21-22).

Desde estos estudios pioneros de Flavell, se ha ampliado la investigación sobre la metacognición, lo cual ha permitido que se tengan algunas concepciones distintas o complementarias a la que se ha descrito. Así por ejemplo, en la línea de la psicología del procesamiento de información, Ann Brown (citada en Mateos, 2001), define la metacognición como “el control deliberado y consciente de la propia actividad cognitiva” (p.26), de modo que dichas actividades son las que autorregulan los mecanismos de resolución de problemas que usa el individuo.

Es posible entonces reconocer dos fenómenos cognitivos: el conocimiento de la cognición y la regulación de la cognición. El primero se considera que es explícito, verbalizable, fiable y estable; y surge de manera tardía ya que requiere que el sujeto lo identifique en sus procesos cognitivos como objeto de pensamiento y reflexión. El segundo se considera inestable y dependiente del contexto y las tareas, y de difícil verbalización. Estos dos fenómenos enfatizan la consciencia de la actividad cognitiva, estrategias y mecanismos autorregulatorios usados por los sujetos, así como la supervisión del progreso (Brown, citada en Mateos, 2001).

Con base en los planteamientos anteriores, Mateos (2001) propone delimitar el concepto de metacognición entre producto o contenido cognitivo y asimilación a procesos u operaciones cognitivas. De acuerdo con el primer aspecto, la metacognición se define como “el conocimiento que las personas adquirimos en relación con el propio funcionamiento cognitivo” (Mateos, 2001, p.20). En su asimilación a procesos u operaciones cognitivas, la metacognición se refiere a “procesos de supervisión y de regulación que ejercemos sobre nuestra propia actividad cognitiva cuando nos enfrentamos con una nueva tarea” (Mateos, 2001,p.20).

Desde este marco es posible entonces diferenciar dos componentes en la metacognición, los cuales se complementan e interrelacionan, pues uno otorga la regulación para aprender y el otro posibilita adquirir nuevos conocimientos. Dichos componentes son el conocimiento declarativo y el conocimiento procedimental. El conocimiento declarativo se refiere al conocimiento que se adquiere en relación con el propio funcionamiento cognitivo, esto es, el saber qué, en relación con tres categorías: las personas, las tareas y las estrategias.

En cuanto a las personas el conocimiento metacognitivo se relaciona con las creencias y características relevantes a la actividad cognitiva, en términos de Flavell (1985), incluye “cualquier conocimiento y creencia que uno pudiera adquirir respecto a qué son los seres humanos considerados como procesadores cognitivos” (p. 147) y comprende tres sub-categorías: la intraindividual que se refiere a las propias habilidades, destrezas cognitivas y la utilización de recursos en la realización de diferentes tareas cognitivas, teniendo presente los intereses, estados y motivaciones; la interindividual, que compara las variaciones y similitudes que las personas tienen en cuanto a las características cognitivas, y la universal, desde la cual se identifica a las personas como seres cognitivos (Mateos, 2001).

La categoría de las tareas tiene de acuerdo con Flavell (1985) dos subcategorías: La primera tiene que ver con “la naturaleza de la información que uno encuentra y a la que tiene que enfrentarse en cualquier tarea cognitiva” (p.147). Ejemplo de esto es el hecho de saber que cuando se va a resolver un problema, se tomará más tiempo en entenderlo si nunca se habían resuelto problemas similares, que si se tratara de un tipo de situación que ya es conocida. La otra subcategoría se refiere a la naturaleza de las demandas de la tarea, es decir, reconocer que pese a que se tenga la misma información frente a una tarea, algunas son más exigentes que otras y requieren más tiempo.

Las estrategias se relacionan con aquello que se ha aprendido previamente en relación con las formas de lograr una meta cognitiva que se haya propuesto. En términos de Mateos (2001), se definen como “el conocimiento de la efectividad relativa de los procedimientos alternativos para abordar una tarea” (p.23). Se requiere entonces conocer los procedimientos a seguir para resolver una tarea en forma adecuada, identificar las condiciones en las que tales estrategias prueban ser efectivas que la base para planear, controlar y evaluar el desarrollo de aprendizaje.

El componente procedimental se refiere al saber cómo, esto es, los procesos de supervisión y autorregulación tendientes al progreso en la tarea, y a la regulación y control cognitivo. Estos procesos son:

a. La planeación, que de acuerdo con Soto (2002), es la actividad que realiza el sujeto antes de enfrentarse a una tarea, en la que se incluye el diseño de una heurística que determine el conjunto de acciones y estrategias que hay que seguir para alcanzar la meta propuesta. En términos de Brown (citada en Martí, 1995) “consiste en anticipar las actividades por ejemplo previendo los posibles resultados o enumerando las posibles estrategias” (p.11).

b. El control, que se refiere a la auto-observación que se realiza durante la ejecución de la tarea a fin de determinar el progreso de la estrategia; y se puede manifestar en actividades de verificación, rectificación y revisión (Brown, citada en Martí, 1995).

c. La evaluación, en donde se hace la confirmación de que la estrategia ha sido adecuada o si es necesario hacer cambios en la misma. Se realiza al finalizar la tarea y pretende evaluar los resultados de la eficacia de la estrategia utilizada para resolverla (Brown, citada en Martí, 1995).

Pero la metacognición también puede enmarcarse en una clasificación dependiente del tipo de investigaciones que se realizan en este campo. En este sentido, Soto (2002) refiere que

existen dos tipos de investigaciones que delimitan el campo de la metacognición: la primera es la investigación relacionada con el monitoreo metacognitivo y la segunda es la investigación sobre el control metacognitivo. El primer tipo de investigación hace referencia al “monitoreo sobre los procesos de pensamiento y los estados de conocimiento propios del individuo” (Soto, 2002, p.29), por lo que la investigación se ha centrado en determinar con qué tanto acierto los sujetos pueden predecir su propia memoria y tener éxito en su desempeño cuando deben resolver problemas. En relación con la investigación sobre el control metacognitivo, esta es “definida como la voluntad para dirigir los propios procesos de pensamiento y de recuperación de memoria” (Soto, 2002, p.29).

La figura 4, resume los planteamientos realizados por Soto (2002), en torno al concepto de metacognición.

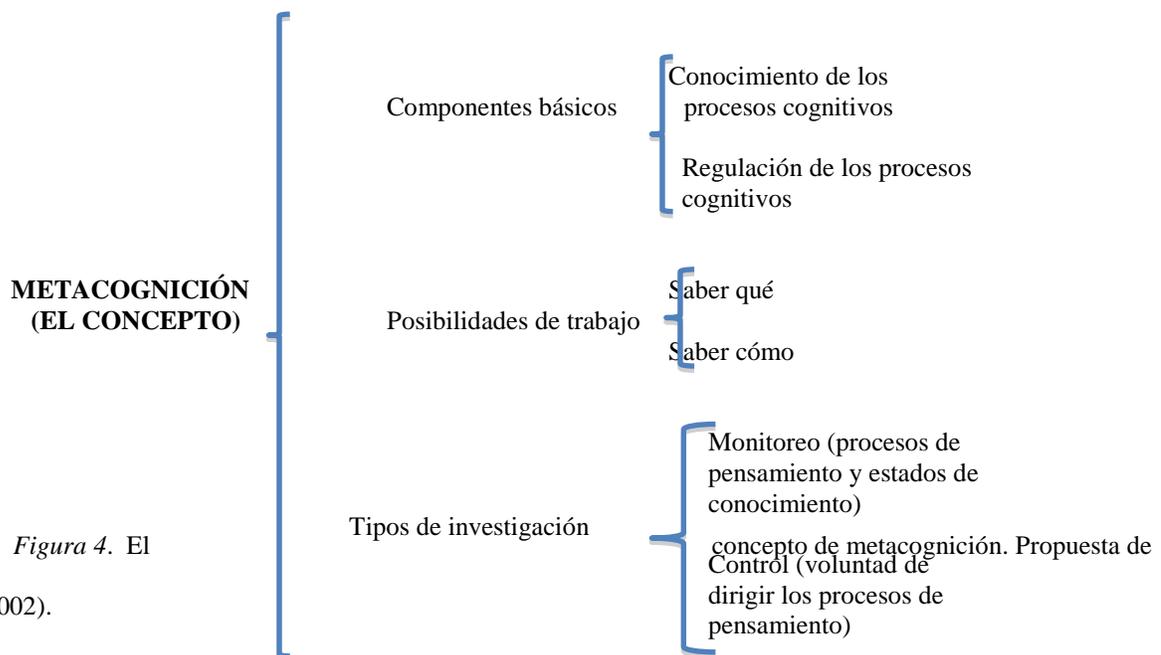


Figura 4. El Soto (2002).

De acuerdo con lo que se ha expuesto hasta aquí, siguiendo los planteamientos de Mateos (2001), en esta investigación se asume la metacognición como el conocimiento que tienen las

personas de su propio funcionamiento cognitivo y la supervisión y regulación que se ejerce de los mismos cuando se realiza una tarea. La figura 5 sintetiza el marco de referencia conceptual que orienta el estudio.

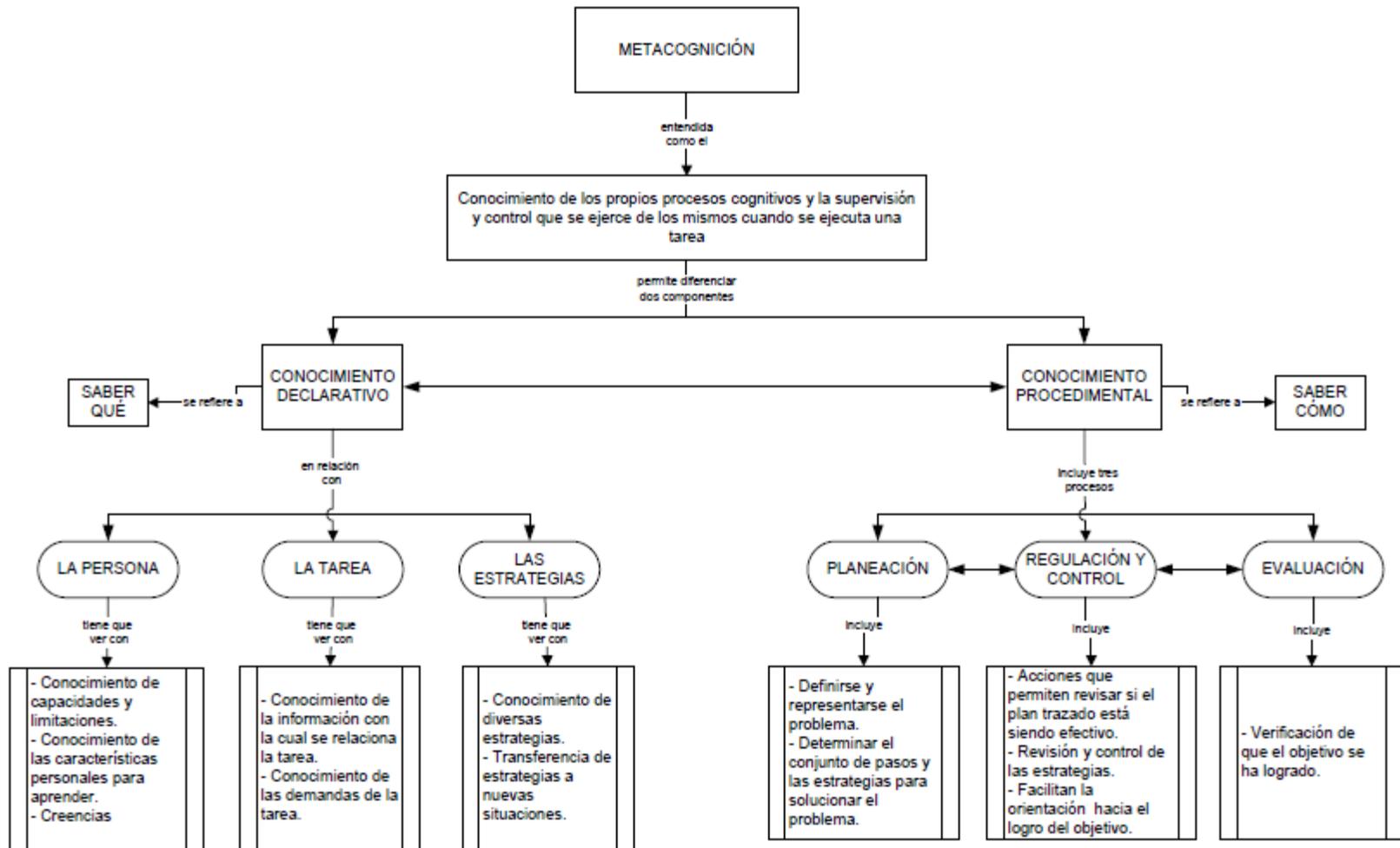


Figura 5. Marco conceptual de comprensión de la metacognición en la investigación. Fuente: Elaboración propia.

### **Evaluación de la metacognición.**

La investigación en metacognición tiene en su evaluación una de sus mayores dificultades pues no necesariamente refiere conductas observables, más aún, si los sujetos con los que se trabajan son niños, de ahí que como lo plantea Martí (1995), pueda llegar a dudarse de su existencia. Por otra parte, como lo señala el mismo autor, durante los últimos 20 años se ha impulsado el estudio en este campo, pero se ha encontrado que:

La fascinación por lo meta ha conducido sin embargo a un cierto desaliento: a medida que el prefijo ha ido extendiéndose de forma irrefrenable, aplicándose prácticamente a cualquier proceso cognitivo (metamemoria, meta-aprendizaje, metacomprensión, (...), el significado del término metacognitivo ha ido desdibujándose y la pertinencia de las investigaciones metacognitivas ha llegado a ponerse en entredicho. (Martí, 1995, p.10).

El problema radica en poder distinguir entre lo cognitivo y lo metacognitivo, pues como señala Martí (1995) en algunos casos es más fácil que en otros señalar las diferencias entre estos. Así por ejemplo, este autor expone que cuando se trata de resolver problemas matemáticos, analizar de manera consciente el enunciado de un problema multiplicativo antes de abordarlo para saber si hay que multiplicar o dividir para hallar la incógnita, es una actividad metacognitiva, mientras que el proceso que se lleva a cabo es una actividad cognitiva.

Pero en otros casos, como el de la comprensión lectora por ejemplo, establecer el objetivo de la lectura, buscar las ideas más importantes, evaluar la comprensión, entre otros, son asumidas por parte de algunos autores como estrategias metacognitivas y por otros como simples actividades cognitivas (Martí, 1995). Por su parte Mateos (2001) plantea que en el caso de los procesos implicados en la solución de problemas que incluyen su definición, representación, planificación de la solución, la supervisión y evaluación del resultado, son cognitivos; pero que

cuando se trata de resolver problemas nuevos o a los que el sujeto no está habituado, estos procesos adquieren un carácter metacognitivo.

Teniendo en cuenta esta dificultad, haciendo uso de pruebas experimentales que verifican el conocimiento del sujeto sobre su propia actividad cognitiva, la supervisión y el control que ejerce sobre la misma, Flavell (1985), establece la diferencia entre las estrategias cognitivas y las metacognitivas, cuando señala:

La función principal de una estrategia cognitiva es ayudar a alcanzar la meta de cualquier empresa cognitiva en la que uno está ocupado. En cambio, la función principal de una estrategia metacognitiva es proporcionar información sobre la empresa o el propio progreso en ella. (p. 148).

Como ejemplo de otros de los experimentos realizados para evaluar la metacognición se encuentran los estudios sobre la metamemoria. De acuerdo con Hunt y Ellis (2007), el conocimiento sobre la memoria “suele medirse al pedir a las personas que respondan preguntas que se refieren de manera explícita a sus ideas acerca del funcionamiento de la memoria” (p.224). La supervisión se mide a través de la elaboración de juicios<sup>3</sup> que se les pide elaborar a los sujetos sobre los procesos cognitivos involucrados, mientras aprenden o recuperan la información y estos se comparan con los resultados reales de la tarea. El control se mide al “permitir a los individuos regular su aprendizaje y explorar los productos de dicha regulación como el tiempo de estudio de materiales difíciles y el de los sencillos, o cuánto tiempo intentan” (Hunt & Ellis, 2007, p.224).

De acuerdo con estudios como el descrito anteriormente y como lo plantea Martí (1995), es posible establecer claras diferencias entre actividades metacognitivas como conocer estrategias de memorización y los conocimientos que regulan la actividad de la memoria, de las actividades cognitivas, esto es, la memorización en sí misma. En algunos casos incluso “el

---

<sup>3</sup> Hunt y Ellis (2007) distinguen tres tipos de juicios: de aprendizaje JDA, de sensación de saber SDS y de confianza.

conocimiento metacognitivo puede compensar una habilidad cognitiva baja.(...) y hay una evidencia sustancial que indica que el empleo de estrategias metacognitivas (...), sí conduce a un mayor rendimiento” (Swanson, Schneider et al., citados en Mateos, 2001, p.36). El debate continúa abierto, puesto que en otros ámbitos, se ha planteado que puede desdibujarse la línea que separa lo cognitivo de lo metacognitivo.

Con el ánimo de avanzar en la investigación en metacognición en otros campos en los que tal vez realizar experimentos no resulta una tarea sencilla, se ha puesto de manifiesto la necesidad diseñar métodos que permitan evaluarla en sujetos de distintas edades, dentro de los cuales describen Mayor y González (1993) como los de uso más frecuente, los informes verbales, la observación (en modalidades de pensar en voz alta, de hablar natural y de la ejecución de la tarea), y los intentos de construcción de escalas e instrumentos de evaluación a través de cuestionarios. A continuación se presenta una breve descripción de cada uno de ellos:

a. Informes verbales: Es una entrevista en la que se les pregunta a las personas sobre las estrategias que están usando cuando realizan una tarea cognitiva y las acciones que van desarrollando para controlar que estas son efectivas. La entrevista puede ser realizada antes de la tarea con preguntas enfocadas a predecir la ejecución de la misma; durante la tarea con preguntas que se centren en los procesos que están siguiendo; y después de la tarea, por lo que las preguntas serán de carácter retrospectivo.

Sin embargo, se considera que los informes verbales son de difícil implementación con población infantil, dado que algunos niños presentan dificultades con la verbalización, aunque como señala Mateos (2001), son justamente las entrevistas estructuradas en un conjunto de preguntas, las que más suelen usarse con esta población. Por otra parte, es un arduo trabajo distinguir si lo que una persona verbaliza es realmente lo que pensó mientras ejecutó la tarea o

sólo una respuesta pensada posteriormente a la realización de la misma; además, el sujeto puede olvidar algunas cosas de lo que ha realizado, si el tiempo entre la ejecución de la tarea y el informe verbal es significativo.

Por lo tanto, se sugiere realizar la entrevista durante la tarea y teniendo en cuenta la población de estudio, utilizar preguntas abiertas en una fase exploratoria y posteriormente preguntas estructuradas que planteen menos demanda verbal a los sujetos. En el caso del trabajo con niños se sugiere que las preguntas sean de respuesta de múltiple alternativa.

b. Observación de escenificaciones: Es una modalidad común de uso con los niños en la se revisan las manifestaciones metacognitivas en situaciones de juego, en donde se busca analizar si el sujeto comprende y recuerda de lo que se trata una tarea, por lo que se les solicita que se lo expliquen a otra persona. Desde allí también es posible hacer preguntas de mayor complejidad sobre la tarea. Otra modalidad es que los niños le enseñen a otros más pequeños a realizar una tarea, y registrar las indicaciones que van dando. Frente a este método, la mayor limitación radica en que no existe garantía de que el niño verbalice todo lo que sabe o cómo realiza él la actividad para explicársela a otros; por lo cual es importante utilizar tareas que resulten motivantes para los niños y explicar previamente muy bien en qué consiste la actividad, garantizando que haya comprensión de la misma.

c. Observación del pensamiento en voz alta: Consiste en pedir a los sujetos que digan en voz alta todo lo que están pensando mientras realizan una tarea. Está ligado a la ejecución de la tarea. Las verbalizaciones que haga el sujeto se transcriben, asociadas a la fase de ejecución de la tarea en que se encontraba, así como se registran los gestos de los que vienen acompañadas las expresiones. La principal dificultad de este método está en la clasificación de las verbalizaciones, pues como señalan Simón y Kaplan (citados en Mayor & González, 1993), los protocolos de tipo

verbal dan más información sobre el conocimiento empleado, que sobre los procesos utilizados en la solución de la tarea, por lo que se requiere hacer inferencias.

Plantean estos mismos autores que la utilización de este método en la práctica investigadora ha sido escasa debido a que: 1) La espontaneidad con la que ocurren hace impredecible su producción; 2) La variabilidad de su contenido hace que no siempre sea relevante para los procesos de interés; y 3) Las oportunidades de observar el habla egocéntrica se reducen a medida que aumenta la edad de los sujetos.

d. Observación de la ejecución de la tarea: Busca inferir las estrategias metacognitivas a partir de la ejecución de la tarea por parte del sujeto, en lo que también radica su dificultad, dado que al inferir las conductas, puede no haber mucha evidencia de la misma o sobre el proceso al que esté referido en la ejecución de la tarea. Para su implementación se sugiere realizar un formato previo de observación y se considera importante combinarlo con otros métodos.

e. Escalas e instrumentos de evaluación: Son instrumentos diseñados por los propios investigadores con los que intentan analizar los aspectos que consideran relevantes para sus presupuestos teóricos. Un ejemplo de instrumento de evaluación es el “caetiscoringkey, traitthinkingquestionnaire” diseñado por O’Neil y Schacter (1997), consistente en medidas del rasgo o características de la metacognición y motivación de un sujeto en la solución de problemas, el cual puede ser administrado en cuatro o seis minutos. Frente a los rasgos de la metacognición, el instrumento evalúa aspectos asociados a la planeación, a las estrategias cognitivas y el autocontrol.

Al contar con esta diversidad de métodos, las perspectivas de su utilización en la investigación en metacognición es amplia, sin embargo, la recomendación general es hacer una combinación adecuada de todos ellos (es decir que no compartan las mismas fuentes de error),

que permita triangular la información recolectada, a fin de corroborar o no lo que se manifiesta a través de un instrumento y tener una idea más clara tanto del conocimiento como de las estrategias utilizadas por los sujetos en la ejecución de las tareas. Atendiendo a esta recomendación, en esta investigación se utilizarán informes verbales, observación durante la ejecución de la tarea con modalidad de pensamiento en voz alta y tutoría, y un instrumento de evaluación construido con base en la revisión teórica realizada.

### **Desarrollo ontogénico y su relación con la metacognición.**

Dado que la evaluación de la metacognición en un sujeto y sobre todo en los niños resulta una tarea compleja, existen distintas posturas frente al desarrollo de la misma. De acuerdo con los planteamientos sobre el desarrollo cognitivo realizados por Flavell (1985), la metacognición aparece como una tendencia en la tercera infancia (aproximadamente después de los seis años), período en el que además se observa una mayor capacidad de procesamiento de la información, del incremento del conocimiento en dominios específicos y el pensamiento cuantitativo, entre otros. Esta postura parece coincidir con la Tomasello (2007), quien considera que en la transición del desarrollo cognitivo de la niñez temprana a la cognición en la niñez existe un tipo de discurso que influye en este paso: las habilidades de autorregulación y la metacognición.

Plantea Tomasello (2007) , que entre los cinco y los siete años los niños muestran capacidad para internalizar las reglas que han establecido los adultos y cumplen con estas incluso en ausencia de quien las puso. Esto manifiesta la capacidad creciente de autorregulación por parte del niño. Por otra parte, a esta edad los niños son capaces de hablar sobre sus razonamientos y sobre las actividades que llevan a cabo en la solución de problemas; esto es,

“son capaces de desarrollar ciertas clases de metacognición especialmente útiles” (Tomasello, 2007, p.226).

Entre algunas de las clases de actividades metacognitivas que desarrollan los niños al final de la niñez temprana señala el mismo autor las siguientes: a. Adquieren la capacidad de aprender y luego utilizar las reglas que les han enseñado los adultos para ayudarlos a resolver un problema intelectual, de una manera casi independiente; b. Pueden aplicar reglas sociales y morales para inhibir su conducta, guiar su interacción con otros y planificar acciones futuras; c. Comprenden y producen expresiones lingüísticas que hacen referencia a estados mentales de otros y; d. Empiezan a tener habilidades de metamemoria, que le permiten planificar estrategias en este tipo de tareas.

En otros estudios recientes frente al desarrollo de la metacognición asociados a las nuevas tendencias de investigación como son la teoría de la mente, la autorregulación y la función ejecutiva, se ha mostrado que incluso en los niños pequeños y preescolares, hay conocimiento sobre su actividad cognitiva y que ellos realizan estrategias de regulación. A continuación se presentan algunos aportes al respecto.

El término teoría de la mente, de acuerdo con Madruga y Lacasa (1997), “fue utilizado por primera vez por Premak y Woofdruff en el año 1978 para referirse a la habilidad de las personas para imputar estados mentales a sí mismos y a los otros” (p.213). Desde entonces, se pretende investigar la comprensión que desarrollan las personas sobre los estados mentales y cómo se utiliza dicha comprensión para interpretar el comportamiento de los demás. Estos estudios se han iniciado con niños pequeños entre los tres y seis años, pues en estas edades, de acuerdo con Wellman (citado en Mateos, 2001), es en donde se elabora una primera teoría de la

mente, ya que los niños logran “desarrollar una comprensión de los estados mentales como representaciones” (p.40).

Se considera que la expresión teoría de la mente es útil para referirse a la metacognición, dado que el conocimiento del sujeto sobre el mundo mental es un conjunto amplio de conceptos interrelacionados. Esta teoría comprende cinco clases de conocimientos metacognitivos: el conocimiento de la existencia de los fenómenos mentales, la diferenciación de los procesos mentales, la comprensión de las relaciones entre las diferentes actividades mentales, el conocimiento cognitivo de las variables persona, tarea y estrategias, y la supervisión cognitiva.

De acuerdo con Madruga y Lacasa (1997), los estudios realizados por Wellman y sus colaboradores, han estado centrados en el análisis de los significados que tienen los niños frente a términos que los adultos designan como estados mentales; la capacidad que tienen para diferenciar más de dos procesos mentales; en qué momento aparece dicha diferenciación y cómo los niños adquieren un concepto integrado de la vida mental.

De estos estudios se señalan importantes conclusiones, como que entre los tres y cuatro años, los niños pasan de comprender que las representaciones mentales se refieren a otras entidades (diferenciando las reales de las ficticias), que son privadas e intangibles, para posteriormente darse cuenta que las representaciones pueden no estar en correspondencia con la realidad. Hacia los seis años los niños desarrollan una teoría interpretativa de la mente, en donde se reconoce que hay múltiples representaciones de la realidad, asumiendo que el conocimiento no resulta de la exposición directa al objeto, sino que está mediado por procesos internos. De manera general, los aportes de Wellman se resumen en que ha sido posible determinar que “a partir de los dos años comienza a desarrollarse una teoría de la mente y que ésta comienza a

aproximarse a los patrones del adulto en torno a los nueve años” (Madruga & Lacasa, 1997, p.219).

Los investigadores enmarcados en el la perspectiva del modelo de procesamiento de la información, han realizado estudios de procesos asociados a la metacognición, pero en términos de la autorregulación y la función o control ejecutivo, tratando de dar una mirada al desarrollo de los mismos desde el nacimiento hasta los seis años de edad. Lo que sugieren estos estudios, es que las habilidades metacognitivas y la autorregulación se desarrollan desde la infancia y a lo largo del preescolar, que se pueden aprender y por tanto, enseñar. Dentro de estos estudios se pueden destacar los realizados por Whitebread y sus colaboradores.

De los estudios llevados a cabo por Whitebread y Bryce (2011); Whitebread y Basilio (2012), que consisten en la observación de niños en contextos naturales del aula escolar y a través de la participación en juegos de carácter individual y colectivo en grupos pequeños, se concluye que el desarrollo de los procesos de la función ejecutiva son claros comportamientos metacognitivos y habilidades de autorregulación entre los niños en la edad de tres a seis años e incluyen los procesos de seguimiento y control. Los comportamientos que se observaron en los niños de preescolar incluyeron auto- comentario, examinar los progresos y hacer el seguimiento, el esfuerzo y el nivel de calificación de la dificultad, comprobar comportamientos y detectar los errores, así como la calificación de la calidad del desempeño y la evaluación de cuándo una tarea se había completado.

Los comportamientos de control incluyeron cambiar las estrategias como resultado de la vigilancia previa, la aplicación de una estrategia que aprendieron previamente a una nueva situación, repitiéndola varias veces, con el fin de comprobar la exactitud del resultado, el uso de un gesto no verbal para apoyar la actividad cognitiva y varios tipos de actividades de

planificación (Whitebread & Bryce, 2011). Pero se evidencia que en niños muy pequeños, estas habilidades son muy dependientes del contexto y de la tarea a realizar.

Con esto, Whitebread y Basilio (2012) plantean que se estaba en un error al pensar que las habilidades metacognitivas surgen entre los ocho y diez años, como lo habían sugerido otros autores. Como señala Mateos (2001), por sus estudios realizados frente a la comprensión de textos “si bien la supervisión que llevan a cabo los niños es bastante deficiente, se observa un claro avance durante los años de educación primaria, con respecto a los años de la educación preescolar” (p. 77).

Finalmente, en relación con el control en tareas de solución de problemas, Mateos (2001), señala que los estudios muestran claras diferencias en los procesos implicados en esta tarea (definición y representación del problema, planificación de la solución y supervisión y evaluación de la solución) entre los que se consideran expertos y novatos. De acuerdo con esta investigadora, los expertos cuentan con un conocimiento específico más amplio que los novatos, dedican más tiempo a representarse el problema y a planificar las acciones antes de iniciar cualquier proceso; también son mejores supervisando el avance en su resolución y en la organización del esfuerzo.

### **Resolución de Problemas Matemáticos**

En este apartado se presentan distintas posturas frente a qué se entiende por problema matemático, las clasificaciones que algunos autores han realizado de estos y algunas propuestas del proceso que implica la resolución de problemas, principalmente aquellas que se encuentran

asociadas a la metacognición como factor determinante en el cumplimiento del objetivo de una tarea como esta.

### **¿Qué es un problema matemático?**

Pensar en qué es un problema (no sólo de carácter matemático) implica un campo muy amplio, pues todos los seres humanos se enfrentan a problemas de diversa índole durante su vida. Como lo plantea Polya (1981), en general si se tiene un deseo, un propósito o una necesidad, estos pueden conducir a un problema, si el sujeto no puede traer a su mente de manera obvia una serie de acciones que le ayuden a lograr lo que se ha planteado. Así, el problema puede ser visto desde la perspectiva psicológica, desde lo curricular, desde la educación matemática, las matemáticas mismas, entre otros. Sin tratar de abarcar todos estos campos, se presentan algunas concepciones sobre qué es un problema y sobre todo, un problema matemático.

Visto no desde el ámbito educativo, sino desde la vida misma de un sujeto, Puig (1996) plantea que desde la psicología existen diversas maneras de comprender un problema. Así por ejemplo, como lo plantea Greeno (citado en Puig, 1996), desde el conductismo “(...) se presenta un problema cuando la respuesta que es necesaria para conseguir una meta es menos fuerte que otras respuestas, o cuando se requieren varias respuestas y es poco probable que todas ellas puedan ser ejecutadas” (p. 20). Para el caso de la Gestalt, se concibe un problema como “situaciones cuyas representaciones cognitivas tienen brechas o inconsistencias, y la resolución del problema encuentra un camino para organizar la situación, para proporcionar una estructura buena, incluyendo la consecución satisfactoria de la meta del problema” (Greeno, citado en Puig, 1996, p.20).

De estas definiciones se observa que para que exista un problema no necesariamente existe un desconocimiento de cómo proceder, sino que más bien no es evidente lo que se debe realizar, pues pueden haber múltiples opciones, sobre las cuales hay que decidir o porque hace falta comprensión de la misma, dado que la representación cognitiva es inconsistente. Queda claro, que en un problema, lo que se pretende alcanzar es una meta.

Por su parte, Sáiz y Román (2011) definen que “problema es todo aquello que entraña alguna dificultad al sujeto. Lo que es un problema a una edad puede no serlo a otra. Con la edad existe un incremento de la capacidad de resolver problemas” (p.10). Polya, aunque trata de problemas matemáticos, da una definición de problema que no sólo se aplica a este campo, sino que permita una comprensión del mismo de manera general. Para Polya (1981) un problema es: “to search consciously for some action appropriate to attain a clearly conceived, but not immediately attainable, aim. To solve a problem means to find such an action” (p.117). Por lo tanto, solucionar un problema implica buscar de manera consciente el conjunto de acciones apropiadas para alcanzar un objetivo que se concibió, y cuando se resuelve el problema, es porque se encontraron estas acciones de manera precisa.

Para Puig (1996), los problemas en el sistema educativo pueden aparecer en por lo menos tres escenarios: el global, referido a su consideración en el currículo general en matemáticas; el local, que considera los problemas específicos que se estudian en las clases; y el puntual, que se refiere a la situación concreta de enseñanza en que se plantea el problema. Todos los postulados de este autor se plantean en el caso de problemas en situaciones puntuales y la caracterización de qué es un problema se establece teniendo como referencia un resolutor (sujeto) y marcando líneas de división entre lo que es apenas un ejercicio, una tarea y un problema en sí mismo.

Así, este autor considera que cuando se analiza qué es un problema y qué es resolverlo en el campo del sistema educativo, es necesario tener en cuenta tres personajes: el problema, el alumno y el profesor; por lo que “un problema escolar de matemáticas es una tarea de contenido matemático, cuyo enunciado es significativo para el alumno al que se ha planteado, que éste desea abordar, y para la cual no ha producido sentido” (Puig, 1996, p. 28).

En esta definición, el desea abordar, no está referido a la motivación, si no a la significación que determina que no se trabajan problemas que resulten ser enigmas, ni tampoco que el estudiante conozca el significado de los conceptos involucrados en el problema, sino más bien, que conozca algún código que le permita interpretar lo que se describe. No haber producido sentido se refiere a que en el sistema escolar pueden presentarte diversas formas de comprender y resolver el problema, por ejemplo, el sentido que da el sujeto que pretende resolver el problema se corresponde con quien emite el texto o no se corresponde, por lo que los resultados de resolver el problema pueden ser entregados al profesor con la convicción de que son correctos o pueden ser entregados de manera parcial.

Por su parte, Schoenfeld (citado en Puig, 1996), define que:

Ser un problema no es una propiedad inherente de una tarea matemática. Más bien es una relación entre el individuo y la tarea lo que hace la tarea un problema para esa persona. La palabra problema se usa aquí en su sentido relativo, como una tarea que es difícil para el individuo que está intentando resolverlo. Más aún, esa dificultad ha de ser un atolladero intelectual más que de cálculo (...) Por enunciar las cosas más formalmente, si uno tiene acceso a un esquema de solución para una tarea matemática, esa tarea es un ejercicio y no un problema. (p.24).

En la perspectiva curricular, para el caso de Colombia, los Lineamientos Curriculares (1998) y los Estándares de Matemáticas (2000), plantean que las situaciones problemáticas son un contexto de trabajo en matemáticas y la resolución y planteamiento de problemas como un proceso. Sin referirse de manera explícita a qué se entiende por situación problemática, como

contexto, describen que un problema debe involucrar situaciones de la vida diaria, de las matemáticas y de las otras ciencias; como proceso, indica que éstos facilitan que el estudiante desarrolle procesos de pensamiento, despliegue diversas estrategias que le permitan resolverlo, encuentre resultados, los interprete, modifique condiciones y origine nuevos problemas. Así, la formulación y resolución de problemas se puede constituir en el organizador del currículo, facilitando que el estudiante le encuentre sentido y utilidad a las matemáticas.

### **Clasificación de los problemas matemáticos.**

En matemáticas no todo lo que se plantea son problemas y de los que sí lo son, existen distintos tipos, cuya clasificación va más allá de los conocimientos conceptuales y procedimentales que se requieran para su solución. Polya (1981) enuncia que cuando se logra identificar qué tipo de problema es el que se debe resolver, es posible recordar el método que se aprendió de cómo encontrar la solución. Tomando como base los Elementos de Euclides, Polya (1981) clasifica los problemas en: problemas de encontrar y problemas de probar.

El objetivo de un “problema de encontrar”, es hallar un cierto objeto que es desconocido en el problema (incógnita), satisfaciendo las condiciones del mismo y que se relacionan con los datos conocidos del problema. La incógnita está referida a todas las categorías de objetos matemáticos que se puedan distinguir, por ejemplo, una figura, un número, una raíz, entre otros. Si el problema está claramente definido debe especificar de la categoría o conjunto de categorías a la cual la incógnita pertenece y las condiciones que debe satisfacer. En un problema de este tipo, señala Polya (1981), sus principales partes son la incógnita, la condición y los datos (estos

últimos son todos los objetos conocidos que están conectados con la incógnita por una condición).

En un “problema de probar” se debe demostrar o mostrar un contraejemplo de que una sentencia es cierta o falsa, dando la mayor evidencia posible. En el caso de los problemas matemáticos, normalmente los problemas de probar se conforman de una hipótesis y una conclusión. Cuando se tiene que probar o contradecir una proposición matemática establecida en su forma más usual, la hipótesis y la conclusión de la proposición son llamadas las principales partes del problema.

La clasificación propuesta por Puig (1996) tiene como referencia la distinción entre ejercicio y problema, para lo cual adopta los nombres utilizados por Butts: ejercicios de reconocimiento, ejercicios algorítmicos, problemas de aplicación, problemas de búsqueda y situaciones problema. La característica esencial que marca la distinción entre ejercicio y problema es que la solución del problema debe incluir un argumento que pruebe que el resultado se corresponde por las condiciones del mismo. De acuerdo con esto, en las tareas de matemáticas se distinguen los siguientes tipos:

- Ejercicio de reconocimiento, cuando quien resuelve el problema lo único que debe hacer es buscar en la memoria el resultado.
- Ejercicio algorítmico, cuando se ejecuta de forma automática algún algoritmo para hallar una solución.
- Problema de aplicación, si el resolutor conoce el procedimiento que le permite solucionar el problema y justifica por qué dicho procedimiento es el adecuado.
- Problema de búsqueda, si no se conoce el procedimiento de solución, sino que este debe ser creado.

- Situaciones problemáticas, son aquellos problemas en los que el enunciado no precisa qué se debe hacer, constituyéndose esto en la primera tarea por resolver.

Por su parte, Rodríguez (2005), propone una clasificación de los problemas (o tareas problemáticas como ella lo denomina) teniendo en cuenta como variable fundamental el bloqueo que puedan generar y su asociación al criterio matemático de modelación<sup>4</sup>. De acuerdo con esto, su propuesta es la clasificación de los problemas en dos tipos: las tareas problemáticas, las tareas de práctica y las tareas mixtas. Las tareas problemáticas son aquellas de tipo no algorítmico y que no rutinarios, que impliquen transferencia exploratoria; pueden estar contextualizadas o descontextualizadas; las tareas de práctica son aquellas que se caracterizan por ser algorítmicas, rutinarias e implican transferencia analítica. Señala Rodríguez (2005) que el carácter algorítmico se refiere a:

que el sujeto que va a llevar a cabo su resolución conoce, con carácter rutinario, estático, los pasos a seguir para llegar a la solución, los cuales son practicados al resolver la tarea. Podríamos decir, por tanto, que implican tan sólo un conocimiento conceptual y/o procedimiento rígido, no flexible, que se practica durante la resolución, pero no un conocimiento condicional – metacognitivo-, el cual permite la transferencia del conocimiento a una tarea problemática. (p. 42).

Las tareas mixtas por su parte implican modelización y ejecución, en donde alguno de estos dos procesos es de carácter rutinario y el otro no rutinario. Aclara Rodríguez (2005) que como parte fundamental para determinar si una tarea es problemática o de práctica hay que tener en cuenta el conocimiento previo del sujeto.

---

<sup>4</sup>Señalan los lineamientos curriculares que “la resolución de problemas en un amplio sentido se considera siempre en conexión con las aplicaciones y la modelación. La forma de describir ese juego o interrelación entre el mundo real y las matemáticas es la modelación” (MEN, 1998, p. 97). Los elementos básicos de la construcción de modelos, de acuerdo con Freudenthal, referente de los lineamientos, son la situación problemática real, la formulación del problema en términos matemáticos, la creación de un modelo, la predicción y la validación.

**Modelos de resolución de problemas matemáticos.**

Dependiendo de cómo se halla concebido el problema y su tipo, el procedimiento de resolución de los mismos será distinto. Sin embargo, en términos generales como lo plantea Polya (1981), la solución de muchos problemas consiste esencialmente en “un procedimiento, un curso de acciones, un esquema bien interrelacionado de operaciones, un *modus operandi*” (p.122). Esto implica que es necesario idear un esquema coherente de operaciones lógicas, matemáticas u operaciones materiales procedentes de los elementos que se tienen o se desconocen en el problema, a fin de relacionarlos.

Puig (1996) llama resolver un problema a “la actividad mental y manifiesta que desarrolla el resolutor desde el momento en que, presentándosele un problema, asume que lo que tiene delante es un problema y quiere resolverlo, hasta que da por acabada la tarea” (p. 31). De acuerdo con esto, distingue Puig (1996) entre resultado, solución y resolución. Resultado se entiende como aquello que contesta a la pregunta del problema, esto puede ser un número, una expresión algebraica, entre otros. Se habla de solución para referirse al conjunto de pasos que permiten establecer desde los datos, la incógnita del problema o desde la hipótesis, la conclusión de la misma. Y se habla de resolución para describir las acciones realizadas por el resolutor durante el proceso y con las cuales se puede determinar o no la solución al problema.

Así como se concibe la resolución de un problema de maneras distintas, se han planteado modelos generales que permiten organizar la manera en que el sujeto se enfrenta al problema. Algunos de ellos son los propuestos por Polya (1965), Schönfeld (citado en Hernández & Socas, 1994), Pifarré y Sanuy (2001) y Montague (2010), que se caracterizan por apoyarse en

una serie de interrogantes o afirmaciones que le permiten al sujeto orientar su ejecución del problema, pero además monitorear y evaluar sus estrategias.

El modelo de Polya (1965), propone cuatro etapas en la solución de un problema: 1. Comprender el problema; 2. Concebir un plan; 3. Ejecución del plan; 4. Examinar la solución obtenida. La tabla 1 corresponde a una síntesis de las etapas de solución de problemas descritas por Polya.

Tabla 1  
*Síntesis del Modelo de Resolución de Problemas de Polya*

ETAPA	ASPECTOS
<b>COMPRENDER EL PROBLEMA</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Cuál es la incógnita?, ¿Cuáles son los datos?</li> <li>• ¿Cuál es la condición?, ¿Es la condición suficiente para determinar la incógnita?</li> </ul>
<b>CONCEBIR UN PLAN</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Se ha encontrado con un problema semejante?, ¿O ha visto el mismo problema planteado en forma ligeramente diferente?</li> <li>• ¿Conoce un problema relacionado con éste?, ¿Conoce algún teorema que le pueda ser útil?</li> <li>• He aquí un problema relacionado con el suyo y que ya ha sido resuelto. ¿Podría usted utilizarlo?, ¿Podría emplear su método?</li> <li>• ¿Podría enunciar el problema de otra forma?</li> <li>• Si no pude resolver el problema propuesto, trate de resolver uno similar. ¿Podría imaginarse un problema análogo un tanto más accesible?, ¿Un problema más general?, ¿Un problema más particular?</li> <li>• ¿Ha empleado todos los datos?, ¿Ha empleado la condición?, ¿Ha considerado usted todas las nociones esenciales concernientes al problema?</li> </ul>
<b>EJECUCIÓN DEL PLAN</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Al ejecutar su plan de solución, compruebe cada uno de los pasos.</li> <li>• ¿Puede usted ver claramente que el paso es correcto?, ¿Puede usted demostrarlo?</li> </ul>
<b>VISIÓN RETROSPECTIVA</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Puede usted verificar el resultado?, ¿Puede verificar el razonamiento?</li> <li>• ¿Puede obtener el resultado en forma diferente?, ¿Puede verlo de golpe?, ¿Puede usted emplear el resultado o el método en algún otro problema?</li> </ul>

La propuesta realizada por Schoenfeld (citado en Hernández y Socas, 1994), toma como fundamento el modelo de Polya y distingue cuatro fases: análisis, exploración, ejecución y comprobación de la solución obtenida, cada una de las cuales incluye unos principios heurísticos que se deben tener en cuenta. La tabla 2 describe los principios a tener en cuenta en cada una de las fases del modelo planteado por Schoenfeld.

Tabla 2

*Modelo de Resolución de Problemas de Schoenfeld. Adaptado de Hernández y Socas (1994)*

ANÁLISIS	EXPLORACIÓN	EJECUCIÓN	COMPROBACIÓN
<p>1. Trazar un diagrama si es posible.</p> <p>2. Examinar casos particulares. Incluye elegir valores que sirvan para ejemplificar el problema, explorar la gama de posibilidades y buscar una pauta inductiva.</p> <p>3. Probar a simplificar el problema, encontrando posibles simetrías y mediante razonamientos sin pérdida de generalidad.</p>	<p>1. Examinar problemas que sean equivalentes, sustituyendo las condiciones con otras equivalentes, re combinando los elementos del problema o replanteando el problema.</p> <p>2. Examinar problemas ligeramente modificados. Se logra eligiendo subjetivos, relajando una condición y tratando de volver a imponerla y descomponiendo el problema en casos y estudiando caso a caso.</p> <p>3. Examinar problemas completamente modificados. Implica construir problemas análogos con menos variables, fijar todas las variables excepto una, recordar la manera en que se resolvió un problema similar.</p>	<p>Llevar a cabo los procedimientos matemáticos que se pensaron como necesarios para hallar la solución.</p>	<p>1. Verifica la solución obtenida teniendo en cuenta los siguientes criterios específicos: ¿utilizó los datos pertinentes?, ¿está acorde con predicciones o estimaciones razonables?, ¿resiste a ensayos de simetría, análisis dimensional o cambio de escala?</p> <p>2. Verifica criterios generales como los siguientes: ¿es posible obtener la misma solución por otro método?, ¿puede quedar concretada en casos particulares?, ¿es posible reducirla a resultados conocidos?, ¿es posible utilizarla para generar algo ya conocido?</p>

En una perspectiva de desarrollo de estrategias cognitivas y metacognitivas, Pifarré (citado en Pifarré&Sanuy, 2001) propone cinco estrategias para solucionar un problema: a. Entender y analizar el problema; b. Planificar un plan de resolución; c. Organizar los datos y el plan de resolución en un cuadro de doble entrada; d. Resolver el problema y; e. Evaluar el proceso de resolución del problema y el resultado obtenido.

Esta propuesta se presenta en lo que se denomina Hojas para resolver el problema y se compone de una serie de interrogantes e indicaciones y sugerencias que se hace al estudiante sobre los procedimientos que podría utilizar en la solución del problema. Las estrategias permiten definir un objetivo y planificar, seleccionar e implementar diferentes procedimientos para alcanzarlos. La figura 6 es una muestra de la hoja de problemas.

<p>1) Entender el problema</p> 	<p>Lee el enunciado del problema. Subraya los datos más relevantes: ¿Qué te pide el problema? ¿Qué datos del enunciado son los más importantes? .....</p> <p>¿Qué te pide el problema? ¿Qué tienes que encontrar? ¿Dónde tienes que llegar? .....</p> <p>¿Qué datos ya conoces? Anótalos brevemente. ....</p> <p>Anota los datos que tienes que encontrar para solucionar el problema. ....</p>
<p>5) Evaluar el resultado del problema</p> 	<p>¿Has conseguido encontrar la solución del problema?</p> <p>¿Por qué? Justifica tu respuesta explicando los indicadores en que te basas para saber si has conseguido hallar la solución al problema. ....</p> <p>Haz un gráfico con los principales datos del problema (datos del enunciado y datos que tú has calculado). ¿Cómo puedes explicar la evolución que siguen los datos en el gráfico? .....</p> <p>¿Has encontrado algún error en la representación de los datos? .....</p> <p>¿Alguna de las partes del problema se podría calcular de alguna otra manera? .....</p> <p>¿Cómo? .....</p> <p>Repasa los cálculos que has realizado. ¿Has encontrado algún error? .....</p> <p>¿De qué tipo de error se trata? .....</p> <p>¿Cómo puedes evitar en el futuro cometer este tipo de error? .....</p>

Figura 6. Ejemplo del modelo de hoja de problemas propuesto por Pifarré(citado en Pifarré&Sanuy, 2001).

Por su parte, Montague (2010), con su propuesta de SolveIt<sub>i</sub>, plantea que resolver un problema matemático es una compleja actividad cognitiva que involucra un gran número de procesos y estrategias; y que implica dos etapas: la representación y la ejecución. Representar de manera apropiada el problema se constituye en la base para comprenderlo y poder elaborar un plan para su solución, sin embargo, se suele encontrar que los estudiantes carecen de estrategias para representar los problemas o las que conocen, no las usan de manera adecuada. Además de la representación, señala esta autora que se requieren otros procesos cognitivos, que incluyen leer el problema para comprenderlo, parafrasear, hipotetizar, estimar el resultado, realizar los cálculos matemáticos y verificar. También señala la importancia de estrategias de autorregulación que le permitan al estudiante decirse a sí mismo que está haciendo, evaluarse, monitorearse y verificar lo que esta haciendo.

Así, el modelo de solución de problemas propuesto por Montague (2010), incluye siete procesos cognitivos y tres estrategias metacognitivas que se aplican en cada uno de ellos: la autoinstrucción, el automonitoreo y la autoevaluación. La autoinstrucción corresponde a la pregunta ¿qué tengo que hacer?, en donde el estudiante se dice a si mismo lo que tiene que hacer en cada proceso. El automonitoreo hace referencia a la pregunta ¿lo estoy haciendo bien?, a través de lo cuál se supervisa si el proceso que está realizando es adecuado; y finalmente la autocomprobación responde a la pregunta ¿lo he hecho bien?, para verificar si lo que ha realizado o puesto en práctica lo ha desarrollado de manera adecuada. En la tabla 3 es una adaptación del esquema de solución de problemas propuesto por Montague.

Tabla 3

*Modelo de resolución de problemas de Marjorie Montague (2010).*

PROCESO COGNITIVO	SE REFIERE	ESTRATEGIAS METACOGNITIVAS
<b>LEER</b>	Leer el problema es importante para entenderlo. Cuando se lee el problema se usan estrategias de comprensión que permiten traducir la información lingüística y numérica del problema a una notación matemática. Quienes son considerados buenos en la solución de problemas suelen leer el problema más de una vez.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Autoinstrucción: Leo el problema. Si no lo entiendo, lo leo otra vez.</li> <li>• Autocuestionamiento: ¿He leído y comprendido el problema?</li> <li>• Autocomprobación: ¿Cómo puedo solucionar el problema?</li> </ul>
<b>PARAFRASEAR</b>	Es poner en las propias palabras el problema. Esto requiere que se reconozca la información importante del problema y destacar las partes del mismo.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Autoinstrucción: Señalo la información importante, coloco el problema en mis propias palabras.</li> <li>• Autocuestionamiento: ¿He señalado la información importante? ¿Cuál es la pregunta?, ¿Qué estoy buscando?</li> <li>• Autocomprobación: ¿Se corresponde la información con la pregunta?</li> </ul>
<b>VISUALIZAR</b>	Consiste en hacer un dibujo o un diagrama que corresponda a una representación esquemática del problema, en la que se reflejen las relaciones entre las partes importantes del mismo. Junto con la traducción verbal, permiten al resolutor del problema elaborar un plan que guie su solución.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Autoinstrucción: Hago un dibujo o un diagrama. Muestro la relación entre las partes del problema.</li> <li>• Autocuestionamiento: ¿Esa representación se ajusta al problema? ¿Mostré las relaciones?</li> <li>• Autocomprobación: ¿el dibujo representa el problema?</li> </ul>
<b>HIPOTETIZAR</b>	Se piensa en una solución lógica, así como en el tipo de operaciones y el número de pasos requeridos para resolver el problema. Se planifica la solución. Pueden escribirse los símbolos de las operaciones que han decidido como las más apropiadas para la solución, así como los algoritmos que se necesitan para llevar a cabo el plan.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Autoinstrucción: Decido cuántos pasos y operaciones necesito y escribo las operaciones.</li> <li>• Autocuestionamiento: ¿Si ..., qué conseguiré?, ¿Si,... entonces que necesito hacer?, ¿Cuántos pasos necesito?</li> <li>• Autocomprobación: ¿Tiene sentido ese plan?</li> </ul>

PROCESO COGNITIVO	SE REFIERE	ESTRATEGIAS METACOGNITIVAS
<b>ESTIMAR</b>	Es predecir la respuesta utilizando cálculos mentales o incluso haciendo un rápido cálculo en una hoja de papel.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Autoinstrucción: Redondeo los números, hago el problema en mi cabeza y escribo una estimación.</li> <li>• Autocuestionamiento: ¿Redondee hacia arriba o hacia abajo?, ¿Escribí la estimación?</li> <li>• Autocomprobación: ¿Use la información importante?</li> </ul>
<b>COMPUTAR (Realizar los cálculos)</b>	Se realizan las operaciones matemáticas que fueron decididas previamente.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Autoinstrucción: Hago las operaciones en el orden correspondiente.</li> <li>• Autocuestionamiento: ¿Cómo es mi respuesta comparada con mi estimación?, ¿Tiene sentido mi respuesta?, ¿Están los decimales o los signos de dinero en la posición correcta?</li> <li>• Autocomprobación: ¿Fueron todas las operaciones hechas en el orden correcto?</li> </ul>
<b>COMPROBAR</b>	Busca que haya seguridad de que se usaron los procedimientos de manera adecuada y que la respuesta es correcta.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Autoinstrucción: Verifico el plan para estar seguro que es correcto. Verifico los cálculos..</li> <li>• Autocuestionamiento: ¿He verificado todos los pasos?, ¿He verificado los cálculos?, ¿Es mi respuesta correcta?</li> <li>• Autocomprobación: Si todo es correcto, que bien. Si no, regreso. Pido ayuda si la necesito.</li> </ul>

De acuerdo con lo expuesto en este apartado sobre resolución de problemas matemáticos, en esta investigación se considera que estos son situaciones en las que el enunciado no permite establecer de manera inmediata la solución ni el procedimiento a llevar a cabo, pero que pueden ser modeladas a través del lenguaje matemático para su resolución. La resolución del problema son el conjunto de estrategias cognitivas y procedimentales que lleva a cabo una persona para encontrar la solución de la situación. En esta investigación se considera que dichas estrategias se consolidan en cuatro categorías: comprender el problema, concebir un plan, ejecutar el plan y

comprobar la eficacia del plan. Desde esta conceptualización y la expuesta en torno a la metacognición se definen los instrumentos y categorías de análisis a utilizar en el estudio, los cuales se presentan en el apartado de metodología que viene a continuación.

## **Metodología**

Con el fin de dar cumplimiento a los objetivos propuestos en la investigación, a continuación se señalan el enfoque, el tipo de estudio, los participantes de la investigación y el diseño metodológico específico llevado a cabo.

### **Enfoque de la Investigación**

Este es un proyecto de investigación con enfoque cualitativo, dado que su interés es describir el conocimiento que tienen los estudiantes de grado noveno del Colegio Agustín Fernández I.E.D sobre sus propias capacidades para resolver problemas de matemáticas, las estrategias que utilizan cuando se enfrentan a este tipo de tarea y caracterizar las acciones asociadas a los procesos metacognitivos que llevan a cabo estos alumnos durante la resolución de problemas matemáticos.

Como investigación cualitativa, se fundamenta en un proceso inductivo, que parte de lo particular a lo general, en donde se realiza una exploración del problema de investigación, se analizan los resultados y a partir de ellos se determinan algunas conclusiones; proceso que es realizado con cada uno de los participantes del estudio, hasta poder tener una perspectiva más global de cada uno de los grupos de desempeño (Hernández, Fernández & Baptista, 2010).

## **Tipo de Estudio**

La investigación tiene un alcance descriptivo. De acuerdo con Hernández et al. (2010), la investigación descriptiva “busca especificar propiedades, características y rasgos importantes de cualquier fenómeno que se analice. Describe tendencias de un grupo o población” (p. 103). En coherencia con esto, el fin último de la investigación que es la caracterización de los procesos metacognitivos en la resolución de problemas matemáticos, es una descripción de estos procesos, con base en las acciones que los estudiantes realizan durante la ejecución de este tipo de tarea.

## **Población**

El estudio se realiza con estudiantes de grado noveno, del Colegio Agustín Fernández I.E.D., institución educativa distrital, de carácter oficial, ubicada en los cerros nororientales de Bogotá, exactamente en el Barrio Barrancas, cuyos estudiantes tienen una edad comprendida entre los trece y dieciocho años, pertenecientes a los estratos socio – económicos 1, 2 y 3. El grado está conformado por un total de 224 estudiantes, de los cuales 116 son mujeres y 103 son hombres, distribuidos en siete grupos, cuatro en la jornada mañana y tres en la jornada tarde.

Teniendo en cuenta que la investigación es de tipo cualitativo, por lo que la muestra no debe responder a criterios estadísticos de representatividad y que la decisión de tomar el grado noveno de esta institución como población de estudio se hizo por ser el grupo de estudiantes que se ubican en mayor porcentaje de desempeño mínimo e insuficiente (73% en total) en la prueba Saber 2012, pero además, que de acuerdo con los resultados académicos presentados en la introducción, los estudiantes de noveno en el área de matemáticas al tercer período del año 2013

corresponden en un 5,36% al desempeño superior (calificación entre 9.0 y 10.0) y un 35,71% al desempeño bajo (calificación entre 1.0 y 5.9); se define una muestra de diez estudiantes para el estudio, cinco de cada uno de los niveles.

La selección de la muestra de estudiantes se pensó inicialmente teniendo como criterio que fueran aquellos alumnos que presentaban las cinco mejores calificaciones y las cinco valoraciones más bajas, sin importar el género o la jornada, de acuerdo con las notas obtenidas en el área de matemáticas al tercer período escolar del año 2013, fruto del seguimiento realizado por (el) la docente titular. Sin embargo, luego de la reunión de presentación de la investigación y sus alcances, y de los principios éticos que la dirigen, el grupo de estudiantes que conforman la muestra son quienes decidieron participar libre y voluntariamente en el estudio, y recibieron consentimiento firmado de parte de sus padres de familia, manteniendo el hecho de que tuvieron desempeño superior y desempeño bajo. El anexo 1 muestra el consentimiento dado por los estudiantes y su padre, madre o acudiente.

### **Macro – categorías, Categorías y Sub- categorías de Análisis**

La investigación tiene dos macro-categorías de análisis: la metacognición y las estrategias de resolución de problemas matemáticos. En la tabla 4 se operacionalizan las categorías relacionadas con la metacognición y las estrategias de resolución de problemas matemáticos.

Tabla 4

*Descripción de las categorías y subcategorías de análisis.*

CATEGORÍAS	SUB-CATEGORÍAS	DEFINICIÓN
<b>CONOCIMIENTO DECLARATIVO</b>	Conocimiento de si mismo	Conocimiento de las capacidades y limitaciones para resolver problemas matemáticos y de las características personales que afectan el desempeño en este tipo de tarea.
	Conocimiento de la tarea	Conocimiento de la naturaleza de los problemas matemáticos que se resuelven y de las exigencias que estos tienen, en relación con los contenidos y procedimientos matemáticos, y las estrategias cognitivas que demanda.
	Conocimiento de las estrategias	Conocimiento de las estrategias y procedimientos matemáticos que permiten solucionar un problema, dependiendo de su contenido.
<b>CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL</b>	Planeación	Acciones que lleva a cabo el estudiante para comprender el enunciado del problema, para determinar la información que es relevante para la solución y los procedimientos matemáticos o no matemáticos que estructuran la estrategia que ha decidido llevar a cabo para resolver el problema.
	Regulación y Control	Acciones que lleva a cabo el estudiante para revisar, verificar y corregir los procedimientos que está desarrollando y los resultados que va encontrando con base en la estrategia o plan diseñado, permitiéndole determinar si va alcanzando el objetivo o si debe replantear las estrategias.
	Evaluación	Acciones que buscan determinar si se ha resuelto el problema, la efectividad de las estrategias y en otras posibilidades de resolución del mismo.
<b>ESTRATEGIAS DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS</b>	Comprender el problema	Dar cuenta de lo que plantea el problema en términos de los datos relevantes, sus condiciones y la incógnita a encontrar (normalmente formulada en términos de pregunta).
	Concebir un plan	Determinar las operaciones y procedimientos que se van a llevar a cabo para solucionar el problema, teniendo en cuenta los datos, las condiciones e incógnita del mismo.
	Ejecutar el plan	Desarrollar las operaciones y procedimientos matemáticos que fueron decididos previamente para solucionar el problema.
	Comprobar la eficacia del plan	Verificar que la respuesta dada al problema sea coherente con el resultado y comprobar las operaciones realizadas.

## **Diseño Metodológico**

A continuación se describen las acciones realizadas en la investigación para dar cumplimiento a los objetivos y respuesta a la pregunta del estudio. Se incluyen los aspectos relacionados con los instrumentos utilizados, las estrategias de validez y confiabilidad de los mismos, el procedimiento y las estrategias para procesar y analizar la información.

### **Instrumentos para recolectar la información.**

Teniendo en cuenta los planteamientos realizados en el marco teórico frente a la necesidad de utilizar diversos métodos en la evaluación de la metacognición, en este estudio se decidió implementar los siguientes instrumentos de recolección de la información: informe escrito a través de la modalidad de entrevista semiestructurada, escala Likert de evaluación metacognitiva y la observación durante la ejecución de la tarea, en modalidad de tutoría y de pensamiento en voz alta. A continuación se describe el propósito y las características generales de estos instrumentos.

a. Informe escrito mediante la modalidad de entrevista semiestructurada: Tiene dos propósitos; el primero de ellos es recolectar información de los estudiantes relacionada con el conocimiento declarativo de la metacognición, es decir, el conocimiento frente a sus propias habilidades para resolver problemas de matemáticas, el tipo de tareas que han tenido que enfrentar y las estrategias que llevan a cabo cuando resuelven estas situaciones. Consta en total de ocho preguntas, de las cuales cinco se refieren al conocimiento de sí mismo, una pregunta al conocimiento de la tarea y dos al conocimiento de las estrategias. El anexo 2 muestra la

estructura de la entrevista. El segundo propósito es obtener información sobre los procesos de regulación y control metacognitivo antes y después de la resolución de los problemas, y se realiza de manera diferenciada en cada una de las tareas a resolver. Más adelante, cuando se describan los problemas, se ampliará este aspecto.

b. Escala Likert de evaluación metacognitiva: Tiene como propósito identificar acciones asociadas a la planificación, regulación – control y evaluación que llevan a cabo los estudiantes cuando resuelven problemas matemáticos, correspondientes al conocimiento procedimental de la metacognición. Esta escala consta en total de dieciocho ítems, de los cuales siete corresponden a acciones asociadas a la planificación, siete se relacionan con la regulación - control y cuatro con la evaluación. El anexo 3 muestra la escala Likert elaborada.

c. Registro de observación durante la ejecución de la tarea: Con este instrumento se pretende identificar los procesos metacognitivos y las estrategias de resolución de problemas matemáticos que llevan a cabo los estudiantes. Para tal fin, se diseñaron tres situaciones problemáticas (de acuerdo con la clasificación dada por Puig, 1996), cuyo contexto es la vida real. Estos problemas fueron diseñados teniendo en cuenta: a) Que tuvieran enunciado verbal amplio que implicara de parte de los estudiantes analizar la información y modelar la situación; b) Que implicaran diversos procedimientos en su solución (algorítmicos o no); c.) Que su nivel de complejidad no implicara el abandono de la resolución y; d) Que el contenido se relacionara con los sistemas numérico – variacional, teniendo en cuenta que de acuerdo con los resultados de las pruebas Saber, en este componente los estudiantes tienen mayor nivel de competencia en resolución de problemas.

Para la observación, se determinaron dos modalidades: la primera de ellas, la observación de la resolución de un problema durante la tutoría a un compañero del propio grado y la segunda,

la observación del pensamiento en voz alta. El problema utilizado en la tutoría se muestra en el anexo 4. Al finalizar la tutoría del estudiante se le pregunta al estudiante ¿cómo crees que resolviste el problema?; con lo cual se pretende indagar por el proceso de evaluación metacognitiva que hace el alumno de la manera en que solucionó la tarea.

Como se describió en el marco referencial, la observación del pensamiento en voz alta consiste en pedirle al estudiante que mientras resuelve el problema vaya verbalizando todo lo que está pensando y haciendo. Con esta modalidad se aplican los problemas 2 y 3 que se muestran en los anexos 5 y 6. El problema 2 se acompaña de un informe verbal que da el estudiante al indicarle que lea el texto y que cuando esté seguro de cómo lo va a resolver se le hará una pregunta y al finalizar su solución se le realizará otra. La pregunta inicial fue ¿cómo piensas resolver el problema? y la final ¿cómo crees que resolviste el problema?. El problema 3 se complementa con un informe escrito que se desarrolla al finalizar la tarea, el cual se muestra en el anexo 7.

Cada una de las sesiones de entrevista y observación se grabaron con audio y video con el fin de poder realizar los reportes verbales de cada estudiante y el posterior análisis de la información recolectada. La investigadora además tomó nota en formato abierto de lo realizado por los estudiantes, pero teniendo en cuenta los indicadores previstos para cada uno de los procesos de regulación y control.

### **Estrategias de validez y confiabilidad.**

Con el fin de garantizar la validez y confiabilidad de la investigación se emplearon elementos de validación de los instrumentos como la fundamentación teórica explícita, el pilotaje

y la revisión de expertos. Adicionalmente, en la ejecución de la investigación misma se emplea la triangulación de la información, la transcripción de los informes verbales y las observaciones. A continuación se describe brevemente el proceso realizado en cada uno, teniendo en cuenta los instrumentos de recolección de la información.

- Fundamentación teórica – validez de contenido: Empleada en la elaboración de las preguntas de la entrevista y de la escala Likert. Se revisaron investigaciones relacionadas con la metacognición y la resolución de problemas (en general y matemáticos) con base en las cuales se empezaron a crear las preguntas de la entrevista y los ítems de la escala Likert. Para el caso particular de la entrevista, las preguntas iniciales se formularon tomando como apoyo principal los planteamientos de Montague (2010) en su propuesta de resolución de problemas matemáticos y metacognición.

En relación con la escala Likert, inicialmente se hizo una adaptación del “Caetiscoringkey, traitthinkingquestionnaire” diseñado en O’Neil&Schacter (1997) como instrumento de evaluación metacognitivo en la ejecución de tareas, para focalizarlo en la resolución de problemas matemáticos y en los componentes de la metacognición que se querían observar. De manera complementaria, se incluyeron y ajustaron los ítems de acuerdo con los planteamientos de Montague (2010), y Pifarré y Sanuy (2001) frente a la metacognición y resolución de problemas matemáticos.

Una vez construidas las preguntas de la entrevista y los ítems de la escala Likert se presenta a un experto (tutora del trabajo de grado) para determinar si los instrumentos eran adecuados, limitar el número de preguntas o ítems y realizar una primera versión de los mismos. Posteriormente vienen los pilotajes (que se describirán más adelante) con cuyos resultados se determina que se está recogiendo la información pertinente, desde un punto de vista de

representatividad conceptual y no estadística (aunque para la escala Likert se hizo un análisis descriptivo, se obtuvieron puntuaciones de la escala en sus diferentes aplicaciones y se hizo una distribución de frecuencias).

- **Pilotaje:** Para la entrevista inicialmente se implementó como un cuestionario autoadministrado a cinco estudiantes de quinto de primaria con el propósito de establecer si las preguntas eran comprensibles, más que si el instrumento recogía la información relevante para las categorías de la investigación. Con base en esta implementación se ajustaron las preguntas que generaron dudas en los estudiantes.

Posteriormente se hizo una nueva implementación con otros cinco estudiantes de quinto de primaria, ya en modalidad de entrevista. Esto sirvió para identificar cuáles preguntas continuaban sin ser claras y cuáles realmente proporcionaban información de la categoría y subcategoría que se estaba analizando. Después de este pilotaje se hizo un nuevo ajuste de las preguntas de la entrevista, con lo que se creó una nueva versión que fue piloteada ya con diez estudiantes de grado noveno (población de la investigación) y con cuyos resultados se observó que el instrumento arrojaba información coherente con las categorías y subcategorías.

En relación con la escala Likert el primer pilotaje se realiza también con cinco estudiantes de grado quinto y pretendía establecer si los niños comprendían los ítems y la escala. Con base en esta aplicación se reestructuró el lenguaje de algunos ítems y se modificó la escala, dado que los niños no comprendían algunas expresiones. Posteriormente, se realiza un nuevo pilotaje con veintiocho estudiantes de grado quinto, la información se organiza en una distribución de frecuencias y se determina la puntuación de la escala, en donde la mayor fue 84 (de 88 posible) y la menor 47, que en promedio es 64.14. De acuerdo con esto se eliminan algunos ítems y otros se reescriben.

## METACOGNICIÓN Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS 80

La nueva escala fue aplicada a seis docentes de la maestría en educación, quienes además de responderla, realizaron algunas sugerencias frente a los ítems planteados. Con base en estas recomendaciones, se ajusta nuevamente y se pilotea con diez estudiantes de grado noveno, cuyos datos son organizados en una distribución de frecuencias y se determina la puntuación general de la escala, siendo 64 el puntaje máximo obtenido (de 76 posibles) y 40 el mínimo, con un promedio de 52.2. De acuerdo con este último pilotaje se eliminan dos ítems y se consolida la escala a utilizar en la investigación.

En relación con la observación, inicialmente se diseñaron cinco problemas relacionados con los sistemas numérico – variacional. Estas situaciones fueron planteadas por la investigadora y presentados a cinco docentes del área de matemáticas de la institución en donde se realiza la investigación, con el fin de que ellos revisaran los planteamientos, la coherencia de los textos y la viabilidad de resolución por parte de los estudiantes; con base en lo que como docentes han trabajado en el aula de clase. También se presentaron a un magister en educación matemática para su ajuste. De acuerdo con las observaciones realizadas por los docentes se hizo la adecuación de los problemas.

Específicamente en el pilotaje, los problemas fueron aplicados a diez estudiantes de grado noveno de la misma institución, pertenecientes al curso 901 de la jornada tarde, de los cuales sólo una niña corresponde al desempeño superior, cuatro estudiantes al desempeño básico y cinco al desempeño bajo, dado que de acuerdo con los datos de resultados académicos de este curso, no se hallaron más estudiantes con desempeño superior. Durante el pilotaje se fueron observando dificultades de comprensión por parte de los estudiantes frente a la redacción de algunos problemas, lo cual llevó a reestructurarlos antes de continuar con la aplicación a la totalidad de los estudiantes. Continuando la implementación, se identifican aquellos problemas

que ningún estudiante podía resolver o decidía desistir del intento de resolución, lo cual llevó a descartarlos como tareas en la investigación.

Con este proceso se evidenció la necesidad de hacer ajustes también al procedimiento de observación, a las instrucciones dadas a los estudiantes y a las preguntas a realizar en la modalidad de ejecución de la tarea – pensamiento en voz alta. Se determina que no es prudente la realización de preguntas mientras el estudiante desarrolla el problema, pues esto modifica su actividad de resolución. Finalmente, luego de la revisión de un experto en metacognición de algunas de las grabaciones realizadas durante el pilotaje, se ajustan los problemas en su nivel de complejidad y se vuelve a realizar un pilotaje con cuatro estudiantes de grado noveno.

- Revisión de expertos: Las preguntas de la entrevista y la escala Likert fueron revisadas por una experta (tutora de investigación). Los problemas matemáticos que se constituyen en la tarea sobre la cual se observará la metacognición, fueron valorados por seis docentes de matemáticas ajenos a la investigación.

- Triangulación de la información: La investigación cuenta con más de una fuente de información, de tal manera que se pueden establecer relaciones entre las mismas y determinar la confiabilidad y validez del estudio. La tabla 5 muestra la asociación de los ítems de cada instrumento a las categorías de la investigación.

Tabla 5

*Triangulación de la información. Asociación de ítems por instrumento con cada una de las categorías de investigación.*

SUB-CATEGORÍA	INSTRUMENTO		
	ENTREVISTA	ESCALA LIKERT	REGISTRO DE OBSERVACIÓN
<b>CONOCIMIENTO DE SÍ MISMO</b>	1. ¿Te gustan las matemáticas? ¿Por qué? 2. ¿Te gusta resolver problemas de matemáticas? ¿Por qué? 3. ¿Cómo son tus calificaciones cuando tienes que resolver problemas de matemáticas? ¿Por qué consideras que obtienes esas calificaciones? 5. ¿Qué es lo que más se te facilita cuando tienes que resolver problemas de matemáticas? ¿Por qué? 6. ¿Qué es lo que se te dificulta cuando tienes que resolver problemas de matemáticas? ¿Por qué?		Juzga. Emite algún juicio sobre sus fortalezas o dificultades al resolver el problema.
<b>CONOCIMIENTO DE LA TAREA</b>	4. ¿Qué tipo de problemas de matemáticas has resuelto?		Comenta. Expresa las razones asociadas a la tarea por las que puede o no resolver el problema.
<b>CONOCIMIENTO DE LAS ESTRATEGIAS</b>	7. Cuéntame los pasos que realizas cuando tienes que resolver un problema de matemáticas. a. Leer el problema hasta que se entienda b. Organizar los datos del problema c. Hacer un dibujo que ayude a comprender el problema d. Planear cómo se va a resolver el problema, teniendo en cuenta los datos y las operaciones que se necesitan. e. Tratar de decir cuál es la respuesta del problema haciendo cálculo mental. f. Realizar las operaciones con las que se piensa es posible resolver el problema. g. Revisar que las operaciones quedaron bien, haciendo la prueba o verificando el procedimiento. h. Escribir la respuesta del problema teniendo en cuenta la pregunta que se hacía. i. Revisar nuevamente todo lo que se hizo para resolver el problema, antes de presentar el resultado. j. Pensar en más de una forma de resolver el problema.		Comenta. Expresa las razones asociadas a procedimientos matemáticos que conoce o desconoce para poder resolver el problema.

## METACOGNICIÓN Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS 83

SUB-CATEGORÍA	ENTREVISTA	ESCALA LIKER	REGISTRO DE OBSERVACIÓN	
<b>PLANEACIÓN</b>	a. Leer el problema hasta que se entienda	<p>Leo el problema tantas veces como sea necesario para lograr comprenderlo.</p> <p>Me tomo un tiempo para pensar los pasos que voy a realizar para resolver el problema, antes de iniciar cualquier operación.</p>	<p>Lee más de una vez el problema antes de empezar a solucionar el problema.</p> <p>Explica en sus propias palabras el problema.</p> <p>Pregunta. Realiza alguna pregunta para lograr comprender el problema o saber lo que hay que hacer. Al investigador o a él mismo.</p> <p>Se concentra en la información relevante del problema. Los datos y las preguntas a resolver. Los repite o saca en la hoja los datos relevantes.</p>	
	d. Planear cómo se va a resolver el problema, teniendo en cuenta los datos y las operaciones que se necesitan.	<p>Trato de comprender bien el enunciado de un problema antes de intentar solucionarlo.</p> <p>Antes de empezar a resolver el problema, identifico los datos que me sirven para solucionarlo.</p>	<p>Determina una estrategia. Explica o se deduce cómo va a resolver el problema.</p>	
	b. Organizar los datos del problema	<p>Coloco el problema en mis propias palabras para poder comprenderlo.</p> <p>Si no entiendo algo de lo que dice el problema, pregunto antes de empezar a resolverlo.</p> <p>Establezco las operaciones o procedimientos que requiero realizar para solucionar el problema, antes de iniciar.</p>		
<b>REGULACIÓN Y CONTROL</b>	g. Revisar que las operaciones quedaron bien, haciendo la prueba o verificando el procedimiento.	<p>A medida que voy resolviendo el problema reviso lo que he hecho, para saber si me está quedando bien.</p> <p>Me hago preguntas para saber cómo estoy resolviendo el problema.</p> <p>Le pregunto a alguno de mis compañeros o al profesor (a) cuando tengo dudas sobre lo que he hecho.</p> <p>Mientras voy resolviendo el problema vuelvo a leer las preguntas para acordarme de lo que debo hacer.</p> <p>Corrijo los errores cuando estoy resolviendo un problema.</p>	<p>Revisa. Desarrolla un procedimiento y se toma un tiempo para chequear que le haya quedado bien. Emite juicios al respecto.</p> <p>Comprueba. Hace alguna operación matemática para verificar que una operación previamente realizada le haya quedado bien.</p> <p>Pausa. Se toma un tiempo para volver a leer el problema y /o las preguntas antes de continuar con sus operaciones.</p> <p>Autocuestionamiento. Lanza alguna pregunta en voz alta que permita dar cuenta de que está juzgando lo que hace.</p> <p>Pregunta a otros. Elabora una pregunta al investigador sobre cómo va con lo que está haciendo.</p>	

SUB-CATEGORÍA	ENTREVISTA	ESCALA LIKER	REGISTRO DE OBSERVACIÓN
<b>REGULACIÓN Y CONTROL</b>		Verifico que las operaciones que he hecho me han quedado bien, comprobándolas con otra operación o revisando de nuevo el procedimiento.	Detecta errores. Hace algún comentario que muestra que ha encontrado un error.
		Si me doy cuenta que con lo que estoy haciendo no he podido resolver el problema, vuelvo a empezar y hago otro procedimiento.	Corrige errores que haya identificado.  Comentarios sobre el avance en la solución del problema.
<b>EVALUACIÓN</b>	i. Revisar nuevamente todo lo que se hizo para resolver el problema, antes de presentar el resultado.	Antes de decir que ya acabe de resolver el problema, vuelvo a revisar que todo me haya quedado bien.	Revisa. Antes de informar que finalizó vuelve a su hoja , lee el problema y la solución que llevó a cabo.
	j. Pensar en más de una forma de resolver el problema.	Cuando termino de resolver un problema, pienso luego en otras maneras en las que lo pude haber solucionado.	Prueba. El resultado final que obtiene lo verifica de alguna manera.
		Verifico al finalizar, que la solución que estoy dando al problema es la correcta.  Después de presentar el problema que tenía que resolver, continúo pensando en lo que hice para saber que me quedó bien.	Juzga. Emite algún comentario sobre cómo considera que resolvió el problema.
<b>ESTRATEGIAS COGNITIVAS</b>	7. Cuéntame los pasos que realizas cuando tienes que resolver un problema de matemáticas.		Leer Determinar una operación. Ejecutar la operación. Comprobar la operación. Redactar o enunciar un resultado. Verificar el procedimiento.

Como se observa en la tabla 5 el registro de la observación es el instrumento que posibilita describir todas las categorías de la investigación, pero su complementariedad está dada por la profundidad que aportan los restantes instrumentos. Así, para las subcategorías relacionadas con el conocimiento declarativo de la metacognición la entrevista y el registro de la observación son los instrumentos que aportan información; con la cual es posible comparar las respuestas a las preguntas con la realidad de la ejecución con base en lo cual es posible realizar el posterior análisis. Para el caso de las concernientes al conocimiento procedimental, todos los

instrumentos aportan información, con lo cual se incrementa la posibilidad de contrastar los datos y profundizar en la observación de los procesos. Las estrategias cognitivas se evidencian de manera principal durante la resolución de los problemas y la información adicional proviene de la entrevista.

### **Procedimiento de aplicación de los instrumentos.**

Teniendo en cuenta que la aplicación de los instrumentos se realiza luego del período de vacaciones escolares de final de año, se vio la necesidad de realizar un encuentro previo con el fin de que los estudiantes se habituaran nuevamente a la tarea de resolver problemas y se familiarizaran con la metodología de pensamiento en voz alta. De esta manera, se llevan a cabo dos reuniones con los alumnos, cada uno de ellos de dos horas, en las que se resuelven un total de siete problemas de aplicación, caracterizados por tener texto corto y cuya solución requería sólo de un procedimiento matemático. Inicialmente la investigadora modeló con un ejemplo cómo ir expresando en voz alta todo lo que pensaba sobre la resolución del problema, la ejecución de los procesos, las dudas, certezas y alternativas frente a la situación.

Posteriormente, se solicitaba un voluntario que quisiera realizar el problema de manera individual y con la metodología de pensamiento en voz alta. Se entregaba a los restantes estudiantes el problema a resolver para que lo desarrollaran compartiendo en grupo y hablando entre ellos, dando un tiempo máximo de diez minutos para esta actividad, teniendo en cuenta que los problemas eran cortos. Finalizado este tiempo, el estudiante que se ofrecía como voluntario iniciaba la resolución del problema frente a todos sus compañeros y la investigadora lo motivaba a decir todo lo que estaba pensando y haciendo. Al final, los demás alumnos retroalimentaban lo

había hecho. Si el problema no había sido resuelto con éxito, otro participante se encargaba de la explicación del problema. Así, todos los educandos tuvieron la oportunidad de expresar en voz alta sus pensamientos sobre la resolución de alguna situación.

En cuanto a la aplicación de los instrumentos de investigación con cada estudiante se realizaron en total cinco encuentros (cuatro individuales y uno grupal). En el primero de ellos se realiza la entrevista semiestructurada recordando a los estudiantes que no hay respuestas correctas o incorrectas, sino que expresen con tranquilidad sus opiniones frente a lo que se les está preguntando; en el segundo, de manera grupal, se aplica la escala Likert.

Durante la aplicación de los tres problemas de matemáticas se dio un tiempo límite de veinte minutos para la resolución. Para el desarrollo del problema se entregó una hoja de soluciones, indicando que no se podían borrar los procedimientos, en caso de equivocación había que escribir corrección. La instrucción principal era recordar estar hablando todo el tiempo sobre lo que se estaba pensando para solucionar el problema. Estos encuentros se llevaron a cabo en las instalaciones del colegio, fuera del salón de clases, en el consultorio de odontología de la institución, por su mayor aislamiento del ruido y de la posibilidad de interrupción de la sesión.

### **Análisis de la información.**

Para analizar la información recolectada con los distintos instrumentos inicialmente se realiza la transcripción de los reportes dados por los estudiantes en cada uno de ellos. En el caso de la entrevista, la escala Likert y el cuestionario metacognitivo complementario del problema 3, estos se transcriben en matrices que asocian cada pregunta o indicador con las respectivas

subcategorías (ver anexos 8, 9 y 10); mientras que los reportes verbales de la resolución de los tres problemas se realiza con formato de texto y su análisis se muestra en los anexos 11, 12 y 13.

Posteriormente se efectúa una lectura minuciosa de las transcripciones de los reportes verbales de la ejecución de los tres problemas, tomando como unidad de análisis las oraciones con sentido que estuvieran asociadas a las categorías, subcategorías y elementos metacognitivos que se habían considerado dentro de cada una de ellas. Estas unidades fueron vaciadas en la matriz asociada al formato de la tabla 6 que se muestran a continuación, diferenciando cada uno de los participantes por grupo de desempeño.

Cada una de las matrices asociadas a un instrumento es leída de manera vertical a fin de encontrar aspectos comunes al correspondiente grupo de desempeño. Durante este proceso se identificaron subcategorías y elementos metacognitivos emergentes; en el caso del componente declarativo estas se relacionan con el conocimiento inter-individual y el conocimiento de las creencias de las motivaciones propias; respecto al componente procedimental, estos tienen que ver con elementos de metacognición para la subcategoría regulación – control: monitoreo de la comprensión, orientación durante la ejecución y uso de mecanismos complementarios para controlar los procedimientos.

Finalmente, el análisis categorial de los distintos instrumentos se consolida en una única matriz (ver anexo 14) que permite realizar el cruce de la información, a partir de la cual se consolidan los resultados. Estos hallazgos (que se muestran en la sección siguiente) se redactaron teniendo en cuenta la asociación de las subcategorías con los objetivos del estudio, los cuales fueron complementados con algunos reportes dados por los estudiantes en los distintos instrumentos, para luego ser sometidos a discusión con los aportes teóricos de distintos autores.

Tabla 6.

*Matriz de vaciado de los reportes verbales durante la solución de los tres problemas.*

CONOCIMIENTO DECLARATIVO				
	CONOCIMIENTO INTRA - INDIVIDUAL	CONOCIMIENTO DE LA TAREA		CONOCIMIENTO DE LAS ESTRATEGIAS
<b>PARTICIPANTES DESEMPEÑO -- / INDICADORES</b>	Juzga. Emite algún juicio sobre sus fortalezas o dificultades al resolver el problema.	Comenta. Expresa las razones asociadas a la tarea por las que puede o no resolver el problema. Evidencia comprensión de las demandas de la tarea.		Comenta. Describe la estrategia que se debe usar para solucionar el problema.
<b>PARTICIPANTE</b>				

CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL				
	PLANEACIÓN			
<b>PARTICIPANTES DESEMPEÑO -- / INDICADORES</b>	Pregunta. Realiza alguna pregunta para lograr comprender el problema o saber lo que hay que hacer. Al investigador o a él mismo.	Se explica a si mismo el problema orientándose por la información relevante.	Se concentra en la información relevante del problema. Los datos y las preguntas a resolver. Los repite o saca en la hoja los datos relevantes.	Determina una estrategia. Explica o se deduce cómo va a resolver el problema.
<b>PARTICIPANTE</b>				

## METACOGNICIÓN Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS 89

### CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL

#### REGULACIÓN Y CONTROL

**PARTICIPANTES  
DESEMPEÑO -- /  
INDICADORES**

Revisa. Desarrolla un procedimiento y se toma un tiempo para chequear que le haya quedado bien. Emite juicios al respecto.

Comprueba. Hace alguna operación matemática para verificar que una operación previamente realizada le haya quedado bien.

Pausa. Se toma un tiempo para volver a leer el problema y /o las preguntas antes de continuar con sus operaciones

Autocuestionamiento. Lanza alguna pregunta o comentario en voz alta que permita dar cuenta de que está cuestionando y verificando lo que hace.

Pregunta a otros. Elabora una pregunta al investigador sobre cómo va con lo que está haciendo o para confirmar su procedimiento.

Detecta y corrige errores. Hace algún comentario que muestra que ha encontrado un error y lo corrige.

Cambia la estrategia. Empieza nuevamente el problema o parte de él para ajustar su estrategia

**PARTICIPANTE**

**PARTICIPANTE**

**PARTICIPANTE**

**PARTICIPANTE**

**PARTICIPANTE**

### CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL

#### EVALUACIÓN

**PARTICIPANTES  
DESEMPEÑO -- /  
INDICADORES**

Revisa. Antes de informar que finalizó vuelve a su hoja , lee el problema y la solución que llevó a cabo.

Prueba. El resultado final que obtiene lo verifica de alguna manera.

Juzga. Emite algún comentario sobre cómo considera que resolvió el problema.

Pregunta a otros. Evalúa su trabajo preguntándole a otros.

**PARTICIPANTE**

**PARTICIPANTE**

**PARTICIPANTE**

**PARTICIPANTE**

**PARTICIPANTE**

## Resultados

Los resultados que se presentan en esta sección surgieron a partir del análisis categorial de la información recolectada con cada uno de los instrumentos de investigación y la triangulación de los mismos, de acuerdo con el proceso señalado en el apartado de metodología, de donde es importante recordar que surgieron subcategorías y elementos metacognitivos emergentes. En el caso del componente declarativo, emergen las subcategorías de conocimiento inter-individual y conocimiento de las creencias de las motivaciones propias; respecto al componente procedimental, en la subcategoría regulación – control los elementos que surgen son monitoreo de la comprensión, orientación durante la ejecución y uso de mecanismos complementarios para controlar los procedimientos.

Los hallazgos puntuales de cada uno de los instrumentos pueden ser consultados en los anexos 8, 9, 10, 11, 12, 13 y 14, diferenciado los participantes por grupo de desempeño; sin embargo, como se trata de dar cuenta de la generalidad de los resultados, la estructura con la que se presentan estos en la sección está enmarcada por la relación entre cada objetivo, categoría y subcategoría de investigación, acompañados de algunas expresiones textuales dadas por los estudiantes a manera de ilustración. Por lo tanto, es importante recordar que el presente estudio pretende caracterizar los procesos metacognitivos que llevan a cabo los estudiantes de grado noveno con desempeño superior y bajo en el área de matemáticas del Colegio Agustín Fernández I.E.D., cuando resuelven problemas; para lo cual se plantearon cuatro objetivos específicos que se relacionan con el conocimiento declarativo, la caracterización y comparación de los procesos

de regulación y control (conocimiento procedimental) que llevan a cabo cada grupo de estudiantes durante la resolución de problemas, y las estrategias cognitivas y procedimientos matemáticos empleados por los estudiantes.

Finalmente, se debe señalar que durante la resolución de los problemas se observó que dos participantes no se correspondían con el desempeño que de acuerdo con las calificaciones dadas por el docente los ubicaba en superior o bajo. Quien aparecía con desempeño bajo mostró durante las resoluciones características similares a los restantes participantes de desempeño superior y la participante evaluada en desempeño superior, recíprocamente, tenía elementos comunes de ejecución con el grupo de desempeño bajo; razón por la cual se decidió hacer el intercambio de las participantes durante el análisis. Los hallazgos que se presentan a continuación ya tienen en cuenta este hecho.

### **Conocimiento Declarativo**

Los resultados de esta categoría se presentan teniendo en cuenta las subcategorías conocimiento de sí mismo (intra – individual), conocimiento de la tarea y conocimiento de las estrategias, planteadas desde el inicio de la investigación y las emergentes referidas al conocimiento inter-individual y al conocimiento y creencias sobre las motivaciones propias. Estas subcategorías permiten mostrar los hallazgos del estudio respecto a su primer objetivo específico: indagar sobre el conocimiento que tienen los estudiantes sobre sus propias habilidades para resolver problemas matemáticos y las estrategias que implementan cuando tienen que solucionarlos. Las tablas 7 y 8, muestran de manera sucinta los hallazgos frente a este objetivo, diferenciando cada uno de los grupos de desempeño.

Tabla 7

*Síntesis de resultados del componente declarativo de la metacognición. Variable persona.*

<b>CONOCIMIENTO DECLARATIVO - VARIABLE PERSONA</b>			
<b>GRUPO DE DESEMPEÑO</b>	<b>CONOCIMIENTO INTRA - INDIVIDUAL</b>	<b>CONOCIMIENTO INTER - INDIVIDUAL</b>	<b>CONOCIMIENTO Y CREENCIAS SOBRE MOTIVACIONES PROPIAS</b>
<b>DESEMPEÑO SUPERIOR (9.0 - 10.0)</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Son estudiantes que saben lo que comprenden y lo que no, lo que les representa dificultad o desconocen de las matemáticas.</li> <li>2. Las fortalezas y dificultades descritas por los estudiantes en la entrevista se ajustan a la realidad, de acuerdo con lo observado en la resolución de los problemas y están relacionadas con las demandas y las estrategias de cada situación.</li> <li>3. Son conscientes de que sus calificaciones en matemáticas en general son buenas, pero también reconocen que en ocasiones no les va bien. Expresan que su calificación depende de la comprensión que logran de las situaciones que se les plantean.</li> <li>4. Emiten juicios sobre su desempeño en la resolución de problemas acordes con ejecución realizada y teniendo como criterio la comprensión de las situaciones.</li> </ol>	<p>Hay un reconocimiento del otro - principalmente el docente - como fuente de conocimiento que les puede ayudar a aclarar sus dudas y a evaluar sus resultados. En la resolución de los tres problemas, no es muy marcado este hecho en los estudiantes del desempeño superior, mientras que por lo menos dos estudiantes del desempeño bajo durante la resolución de los problemas 1 y 2, y uno adicional en el problema 3, fueron recurrentes en preguntar a la investigadora, pese a que sabían que no se les iba a responder.</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Los estudiantes expresan en la entrevista que la mayoría de las veces les gusta resolver problemas de matemáticas (sólo una estudiante expresa que no siente agrado por esta tarea). Las razones son distintas; entre ellas, porque consideran que les implica desarrollar otras habilidades, aprender y utilizar lo que saben. Pero no les gustan las matemáticas en general por considerarlas complejas.</li> </ol>
<b>DESEMPEÑO BAJO (1.0 - 5.9)</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Identifican sus dificultades de tipo operativo pero no siempre las asociadas a problemas de comprensión. . Cuando saben que desconocen algún concepto matemático, dan datos arbitrarios al problema para poder continuar con la resolución.</li> <li>2. Reconocen que su principal fortaleza en la resolución de problemas se relaciona con la ejecución de procedimientos aditivos, lo cual es coherente con lo observado durante la resolución de los tres problemas.</li> <li>3. Emiten juicios frente a la resolución que no se ajustan a la realidad, pues aún sabiendo que no han comprendido todo el problema, evalúan su resolución como adecuada o que les quedó "más o menos" (participantes 2, 8, 9).</li> <li>4. Los estudiantes no son conscientes de cómo ha sido su desempeño en matemáticas, pues aunque señalan que en ocasiones obtienen notas bajas porque no comprenden los problemas, consideran que sus calificaciones en general son aceptables, cuando en realidad éstas son inferiores a 5.9.</li> </ol>		<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Con base en la entrevista, todos los estudiantes de este grupo reporta tener gusto por resolver problemas de matemáticas por razones como que les permite aprender, porque han prestado atención a las explicaciones, pudiendo comprender el problema y porque les implica "concentrarse y divagar" (participante 8).</li> <li>2. Durante la resolución de los problemas, una estudiante expresa en el cuestionario 3 que tener una persona al lado vuelve más compleja la tarea de sacar cuentas.</li> </ol>

Tabla 8

*Síntesis de resultados del componente declarativo de la metacognición. Variables tarea y estrategias.*

GRUPO DE DESEMPEÑO	CONOCIMIENTO DECLARATIVO – VARIABLES TAREA Y ESTRATEGIAS	
	CONOCIMIENTO DE LA TAREA	CONOCIMIENTO DE LAS ESTRATEGIAS
<b>DESEMPEÑO SUPERIOR (9.0 - 10.0)</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. En la entrevista expresan conocimiento de problemas que contienen información relacionada principalmente con las operaciones básicas y con ecuaciones. Durante la resolución de los problemas se evidencia que las situaciones de carácter aditivo y multiplicativo son de su dominio.</li> <li>2. En la resolución de los problemas muestran desconocimiento de unidades de medida para el peso y la transformación entre ellas.</li> <li>3. Pueden establecer relaciones de variación.</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Conocen y emplean en la resolución de los problemas estrategias de tipo operativo basadas en las cuatro operaciones básicas.</li> <li>2. Utilizan el razonamiento matemático como estrategia para establecer las relaciones de variación.</li> <li>3. La resolución de los problemas se apoya en tres estrategias cognitivas: leer, seleccionar la operación y ejecutar el algoritmo. Otros procesos como organizar la información, revisar y comprobar no fueron sistemáticos, sino que dependieron de la situación.</li> <li>4. No usan ni plantean estrategias alternativas para la resolución de los problemas, pero no se puede establecer con precisión si conocen otras posibilidades.</li> </ol>
<b>DESEMPEÑO BAJO (1.0 - 5.9)</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Durante la entrevista expresan conocimiento de problemas que involucren las operaciones básicas, con ecuaciones y con fracciones. Sin embargo, no tienen dominio de demandas de carácter multiplicativo (principalmente división) y de ecuaciones, de acuerdo con lo observado durante la resolución de los problemas.</li> <li>2. Desconocen demandas relacionadas con unidades de medida para el peso y la transformación requerida entre las mismas.</li> <li>3. Muestran desconocimiento de cómo establecer relaciones de variación y de algunos conceptos como quinta parte.</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Conocen y emplean para la resolución de los problemas estrategias operativas de carácter aditivo.</li> <li>2. No se evidencia ningún tipo de estrategia matemática para establecer las relaciones de variación. Asumen cantidades cuya suma tenga como resultado la cantidad dada en el problema, sin tener en cuenta la variación.</li> <li>3. La resolución de los problemas se apoya en tres estrategias cognitivas: leer, seleccionar la operación y ejecutar el algoritmo. Otros procesos como organizar la información, revisar y comprobar no fueron sistemáticos, sino que dependieron de la situación.</li> <li>4. No usan ni plantean estrategias alternativas para la resolución de los problemas, pero no se puede establecer con precisión si conocen otras posibilidades.</li> </ol>

A continuación se describen estos hallazgos teniendo en cuenta cada una de las subcategorías.

**Conocimiento de sí mismo.**

Los resultados sobre el conocimiento de sí mismo se determinaron con base en la entrevista y los reportes verbales del proceso de resolución de los tres problemas. Para este estudio, de acuerdo con lo expuesto en el marco teórico, esta subcategoría tiene que ver con las fortalezas, dificultades, características de los estudiantes y experiencias frente a la resolución de problemas matemáticos y las matemáticas mismas.

En general, los estudiantes de los dos grupos de desempeño mostraron conocimiento de sus fortalezas y dificultades en el área de matemáticas, las cuales están asociadas en su mayoría a las demandas de la tarea y a las estrategias operativas para resolver problemas. La principal fortaleza en la resolución de problemas expresada durante la entrevista por los estudiantes del desempeño superior es el manejo de todas las operaciones básicas, lo cual es verificado durante la observación de la ejecución. Los estudiantes de desempeño básico identifican como su fortaleza el desarrollo de operaciones de carácter aditivo, que también se evidenció en la solución de la tarea. Ejemplo de ello es el siguiente diálogo establecido en la entrevista:

- Investigadora (I): *¿qué es lo que más se te facilita cuando tienes que resolver problemas de matemáticas? ¿por qué?*
- Estudiante desempeño superior (EDS): *“Las sumas, las restas y divisiones. (...).*
- (I): *¿Por qué eso se te facilita?*
- (EDS): *Por que tiene que ver con números (jaja), con restas, sumas, divisiones.*
- (I): *¿qué es lo que más se te facilita cuando tienes que resolver problemas de matemáticas? ¿por qué?*

- *Estudiante desempeño bajo (EDB): las sumas. Todo lo que lleve así con sumas.*

*Fraccionarios.*

- *(I): ¿Por qué eso se te facilita?*
- *(EDB): No se, me quedan más fáciles.*
- *(I): ¿Si te ponen donde impliquen divisiones, multiplicaciones?.*
- *(EDB): Me enredo mucho.*

Las dificultades que reconocieron tener los alumnos de los dos grupos de desempeño tienen que ver con el dominio de las ecuaciones (procedimiento matemático para modelar situaciones de variación) y la comprensión de algunos problemas. Como ejemplo de esto, la narración en la entrevista:

- *(I): ¿Qué es lo que se te dificulta cuando tienes que resolver problemas de matemáticas? ¿por qué?*
- *(EDS): Cuando hay por ejemplo ecuaciones o no entiendo más o menos lo de X*
- *(EDB): Cuando no puedo entender bien el problema, entonces no se como hacerlo.*

La limitación expresada frente a las ecuaciones se puso de manifiesto durante la resolución de los problemas 2 y 3, en donde se esperaba el uso de este procedimiento matemático para determinar las relaciones complejas que implican variación, pero que ni siquiera es considerado como alternativa por ninguno de los participantes de los dos grupos de desempeño. En cuanto a las dificultades de comprensión, en ambos desempeños los estudiantes identificaron partes del problema que no entendían y conocimientos específicos de los cuales carecen. Muestra de ello, son las siguientes expresiones: (EDS) - “¿De una más que la mitad?...No entiendo esto” y (EDB) - “Uh, bueno, vamos a hacer esto (...). 110, uh, no entiendo aquí, al paseo fueron un total de 420 personas, incluyendo menores de edad y adultos”.

Sin embargo, los estudiantes de desempeño bajo – de acuerdo con lo observado - no identificaron todas sus dificultades de comprensión, por lo que continuaron con el proceso de resolución asumiendo que entendieron, llevando a cabo una solución que no se correspondía con la totalidad de variables del problema, y al final emitieron juicios que evaluaban su ejecución como adecuada. Por su parte, los participantes del desempeño superior son conscientes de lo que no estaban entendiendo en cada problema, desarrollaron un plan de acuerdo con estas comprensiones y al final emitieron juicios cautelosos frente a la solución, basados en dicha comprensión.

Como ejemplo de la situación anterior, ante la pregunta realizada por la investigadora al finalizar la resolución del problema 2 - “¿cómo crees que te quedó el problema?”, una estudiante del desempeño bajo responde - “bien, (...), pues porque hice las multiplicaciones bien y porque aquí dice el costo y cuántas personas van”; pero el problema tiene una solución inadecuada. Mientras que una estudiante del desempeño alto responde – “Mal. (...). Porque no supe sacar la quinta, entonces supuse la mitad (jajaja). Entonces se que me quedó mal”; que corresponde a la realidad de la solución.

Considerando ahora el conocimiento sobre su desempeño, cuando se indagó por sus calificaciones en matemáticas, los estudiantes del nivel superior reconocieron que estas en general son buenas. Por su parte, los alumnos del desempeño bajo señalan que sus notas, aunque a veces son bajas, la mayoría de las ocasiones son aceptables, entre 7.0 y 8.0, cuando la evaluación dada por el profesor los ubica en el rango de calificación de 1.0 a 5.9; por lo que se infiere desconocimiento sobre su proceso de valoración en el área. Sin embargo, en esta diferencia sobre la consciencia del desempeño, es coincidente en ambos grupos de estudiantes señalar como una de las causas de variación de sus resultados, que a veces no entienden.

Otra serie de características correspondientes al conocimiento de si mismo y que son propias de cada estudiante fueron manifestadas por ellos; por ejemplo que: a. En ciertos momentos pierden la concentración en lo que estaban haciendo; b. No leen de manera adecuada y suficiente el problema por lo que lo resuelven mal; c. Que se les olvida lo que han hecho anteriormente y siguen adelante con la ejecución sin detenerse a revisar nuevamente; d. A veces hacen los problemas por cumplir pero sin darle la atención necesaria y; d. En ocasiones realizan cálculos inadecuados.

Como síntesis de lo aquí descrito, los estudiantes de ambos grupos de desempeño muestran conocimiento de sus fortalezas, dificultades, características personales frente a la resolución de problemas y las matemáticas mismas, y reconocen que no siempre entienden, lo cual afecta sus calificaciones. Sin embargo, se encontró como diferencia significativa que los estudiantes de desempeño superior en la resolución de los tres problemas siempre se dan cuenta de lo que no comprenden, por lo que ajustan su plan y ejecución a lo que han entendido y saben hacer y evalúan su solución con base en estos criterios. Mientras que los alumnos de nivel bajo no siempre se dan cuenta que no han comprendido, o aún sabiéndolo, continúan con el problema como si hubieran entendido y juzgan al final su resultado como adecuado con base en criterios de operatividad.

### **Conocimiento inter – individual.**

Los resultados de esta subcategoría emergente surgieron de la triangulación de lo descrito por los estudiantes de los dos desempeños en la entrevista, la inferencia de los datos de la escala Likert y la observación durante la ejecución del problema 1 principalmente. Estos hallazgos,

mostraron las creencias que se tienen frente a las habilidades de otros – compañeros, familiares y docentes – en cuanto al conocimiento que tienen en matemáticas y que ellos aún no logran, su capacidad de explicarles y aclararles las dudas, como reguladores de los procedimientos llevados a cabo durante la resolución y como evaluadores de su solución.

Frente a la identificación del otro como la persona que domina el conocimiento y tiene la habilidad para explicarles, se encuentran ejemplos de reportes verbales de participantes de los dos grupos de desempeño que dan cuenta de esta situación. Así, una estudiante del desempeño bajo que indica que se le facilitan las fracciones, ante la pregunta de la investigadora - *“¿por qué se te facilitan?”* , respondió, - *“porque es que a mi siempre me enseñaron eso mis hermanos, me dijeron que para que aprendiera, entonces como mis hermanos me decían no vea esto le queda así fácil para que pueda sumar, que cuanto resultado le da, eso siempre me decían mis hermanos”*. Otra estudiante de desempeño bajo, ante la pregunta - *“¿de qué depende esa nota?”* , expresó, - *“bueno, como en frente a mi casa hay un profesor de matemáticas, entonces yo voy allá donde él y él me explica lo que no le entendí al profesor, y ya cuando llego acá yo ya se lo que esta haciendo y entrego las tareas y eso”*. En el mismo sentido, un estudiante del desempeño superior a quién se preguntó por su proceso de resolución de problemas, indicó que cuando no entiende, lo que él hace es *“pedir ayuda, pedir que me expliquen mejor porque a veces no le entiendo a la profesora”*.

Esta última situación, pedir ayuda a otros cuando no entienden, es una característica común a ambos grupos de alumnos, de acuerdo con lo que expresaron en la escala Likert frente a los procesos de planeación, en donde todos los estudiantes del desempeño alto respondieron que hacen esto la mayoría de las veces o siempre y cuatro estudiantes del nivel bajo contestaron en los mismos niveles de la escala. De manera similar, para el proceso de regulación y control, siete

de los diez estudiantes de ambos desempeños reportaron que le preguntan a los compañeros o al profesor cuando sienten dudas sobre lo que han hecho para resolver el problema.

Durante la ejecución del problema 1 principalmente (incluso algunos en los problemas 2 y 3), son los estudiantes del desempeño bajo quienes recurrieron a la investigadora para aclarar sus dudas frente a algunas demandas de la tarea. Así por ejemplo, una participante pregunta “*¿el kilo es una libra cierto?*”, buscando confirmar su conocimiento, reconociendo que la otra persona le puede ayudar. De igual manera, en el problema 3 una estudiante expresa “*¿no me puedes ayudar acá que se me olvidó la tabla del 8?*”. Los estudiantes del desempeño superior no mostraron tendencia a preguntarle a la docente durante la resolución, pero algunos sí aprovecharon la presencia de otro compañero durante el problema 1 para confirmar algunos procesos. Como muestra de ello, un alumno le dice a la joven a quien le realiza la tutoría “*tomemos la mazorca en el primer supermercado. Listo, 2000 sería, ¿cierto?*”, como esperando que le corrobore que está en lo correcto.

Otra de las características del otro que reconocieron los participantes de ambos desempeños es la de ser evaluadores. Son quienes pueden decir con certeza si lo que se hizo para resolver el problema es lo adecuado o no, y es expresado por los alumnos ante la pregunta de la investigadora - “*¿y cómo miras si esta bien?*”; ante lo que un estudiante del desempeño bajo responde, - “*voy a donde el profesor y le pregunto*”; y al plantearle ausencia del docente manifiesta - “*no sé, le pregunto a un compañero que sepa*”. Esto último mostró que en el conocimiento interindividual el estudiante se compara con sus compañeros y reconoce que algunos tienen mayores habilidades para las matemáticas que las suyas.

Recapitulando, en la subcategoría de conocimiento interindividual, no se evidenció una distinción significativa entre los grupos de desempeño. De manera semejante reconocen las

habilidades de otros compañeros en comparación con las propias; saben que los docentes les pueden ayudar a aclarar sus dudas, a regular y controlar lo que hacen y quienes están en capacidad de evaluar si su solución es adecuada o no, así como que hay algunos docentes que explican mejor que otros. El hecho de que los estudiantes del desempeño bajo hayan recurrido a la investigadora durante la resolución de los problemas, mientras que los del nivel superior no lo hicieron, no puede considerarse una distinción en torno a esta subcategoría, puesto que las instrucciones dadas para la ejecución planteaban esta restricción; sin embargo, si se considera que seguir las indicaciones es un elemento que muestra regulación y control, entonces hay una diferencia frente a dicha subcategoría.

### **Conocimiento y creencias sobre motivaciones propias.**

Esta subcategoría emergente surge del registro de la entrevista a partir de las preguntas “*¿Te gustan las matemáticas?, ¿Por qué?*” y “*¿Te gusta resolver problemas de matemáticas?, ¿Por qué?*”. Los estudiantes de ambos desempeños coincidieron en que no tienen un gusto pleno por las matemáticas, condicionado el agrado principalmente a su comprensión de las explicaciones hechas por el profesor y porque consideran que es un área difícil. Muestra de ello es la descripción hecha por una estudiante de desempeño superior ante la pregunta que indagaba por su gusto hacia las matemáticas y respondió que “*No. Por que la mayoría de las veces digamos resolver problemas de matemáticas, involucrar las matemáticas en algo es como muy difícil, si, como muy complejo y uno a veces, digámoslo así, matándose la cabeza ahí, no que las matemáticas, no que toca hacer esto, entonces si, no me gusta mucho por eso*”. Otra estudiante,

pero del desempeño bajo, expresó *“Un poquito. Porque hay cosas que entiendo y hay cosas que no”*.

De manera opuesta a pensar en las matemáticas como generalidad, la tarea de resolver problemas que se modelan gracias a esta área les genera gusto a la mayoría de los participantes de los dos desempeños (ocho en total), pero tienen razones diferentes. El agrado por este tipo de tarea para los estudiantes del desempeño superior está asociado a la aplicación del conocimiento y al aprendizaje y desarrollo de otro tipo de habilidades que se logran cuando hay que enfrentarse a situaciones problemáticas. Al respecto, una estudiante de este grupo expresa que su gusto es *“porque puedo aprender cosas, puedo tener más habilidades para hacer las cosas y ya tenemos que hacer problemas en el salón. – (I): ¿Habilidades como cuáles. – (EDS): Pues no se, poder resolver más rápido, uhh, ayudar a mis compañeros a los que no entienden”*.

Para el grupo de desempeño bajo, razones como poner en práctica lo que los docentes les han enseñado y ellos han comprendido y la exigencia de concentrarse en la solución influyen en su complacencia por los problemas matemáticos. Ejemplo de ello es lo expresado por un alumna que afirmó que si le gusta esta tarea porque *“me hacen divagar mucho, o sea ah puedo coger esto, esto me sirve en la suma, la resta me sirve, por eso me gusta”*.

De la resolución de los problemas no es posible inferir si las razones expresadas por los estudiantes de los dos desempeños influyeron de alguna manera en la resolución. La mayoría de los estudiantes de ambos grupos, desde su comprensión, trató de hallar alguna solución; sólo una estudiante del desempeño bajo, que expresó que cuando entiende si le gusta esta tarea, pero que cuando no entiende no le gusta, fue reiterativa en abandonar la solución en los tres problemas.

**Conocimiento de la tarea.**

Los resultados de esta subcategoría fueron obtenidos teniendo en cuenta lo expresado por los estudiantes en la entrevista y durante la resolución de los tres problemas, e incluye aspectos que se refieren a la información que contiene la tarea y a las demandas de la misma. Frente a la información de los problemas, los estudiantes indican que han tenido que resolver problemas relacionados con las operaciones básicas, con ecuaciones y con ángulos (o trigonometría para alguno), que son parte de las experiencias que han tenido a lo largo de su escolaridad. Muy pocos señalan el contexto del problema; para quienes lo hacen, este ha estado relacionado por ejemplo con situaciones de dinero, velocidad y cálculo de edades.

Teniendo en cuenta cada uno de los problemas que los estudiantes debieron resolver, las demandas eran distintas. El problema 1 exigía el conocimiento de unidades de peso y los factores de conversión entre ellas, así como el manejo de las operaciones básicas. Implicaba establecer la relación kilo, libra, y paquetes por libra y kilo, para poder determinar los costos totales de cada producto requerido para el asado según la cantidad señalada y hacer una comparación entre el costo de adquirir todos los productos en un mismo supermercado y comprar los productos en supermercados distintos.

Los resultados de este problema muestran que en ambos desempeños hay un desconocimiento de las unidades de medida, lo que les impidió su solución; no se comprende la segunda pregunta, ya que no otorgaba un referente numérico de presupuesto sobre el cuál comparar y se infiere de lo expresado por algunos estudiantes, que ni en el colegio, ni en la vida cotidiana los estudiantes han tenido que resolver un problema como este. Algunos reportes verbales que muestran el desconocimiento de las demandas de esta tarea son los siguientes:

- (EDS): *“Entonces bueno, pues esa yo la deajo ahí porque no sé cuánto será un kilo.*
- (EDB): *“Yo si digo una cosa, yo no entiendo esto de kilo. No entiendo”.*
- (I): *“¿Tú vas a la tienda normalmente?. – (EDB): No, va es mi hermana casi siempre”.*

Sin embargo, los estudiantes del desempeño superior sí tienen conocimiento de la demanda de comparación y del manejo de las cuatro operaciones básicas, lo que les permitió realizar algunas aproximaciones de solución al problema, partiendo de tomar cada producto y el costo total de los mismos, mientras que los estudiantes del desempeño bajo se limitan al segundo criterio y se ven limitados por el desconocimiento de operaciones de carácter multiplicativo. Es importante también señalar, que ante una unidad arbitraria como el paquete, los estudiantes del desempeño superior mantuvieron un mismo criterio de manejo (fraccionarlo o conservarlo como paquete, según cada estudiante) a lo largo de la resolución del problema; mientras que los participantes del desempeño bajo muestran desconocimiento del criterio de conservación de la unidad, puesto que durante el problema, en algunos casos fraccionan los paquetes y en otros lo asumen como totalidad.

Los problemas 2 y 3 tenían como demanda central la variación, en donde se requería establecer relaciones de dependencia entre variables, que pueden ser solucionadas a través de modelos matemáticos analíticos y procedimientos de carácter aditivo o multiplicativo según la traducción que se haga del lenguaje cotidiano al de las matemáticas (nótese que esto determinaba también el conocimiento de las estrategias que se debería tener). Las demandas adicionales incluían el manejo de las operaciones básicas y la comprensión de la fracción como relación parte – todo, para poder calcular mitades, quintas partes, entre otros.

Frente a las exigencias anteriores, los estudiantes de desempeño superior mostraron en su mayoría comprensión de las mismas, aunque no necesariamente sabían qué procedimientos

matemáticos les ayudaban con la solución (desconocimiento de las estrategias) y utilizaron únicamente lo que dominaban. Ejemplo de ello son los siguientes reportes verbales:

- *(Problema 2): “Si van 420 personas, si van, dice por cada adulto que va al paseo van 2 menores de edad, si van, por cada adulto. Del total de adultos. Si van 100 adultos, van 100 adultos, van 100 adultos, por cada adulto que va al paseo van 2 mujeres (jjaja), van 2 niños, tonces van 200 niños y eso sumaría, darían 400. Si van 110 adultos van 120, 220, 220 niños, 0, 3, entonces se suma, 2 más 1 da 3, 2 más 1, da 3, tonces no alcanza. Si van 120 adultos, van 240 niños (...). Entonces sería 420. Entonces serían 140 adultos y 280 niños”.*
- *(Problema 3): “Entre Camilo y Pedro tienen un total de 80 canicas pero Camilo,.. total de 80 canicas, 80 canicas; pero Camilo tiene el triple de las canicas de Pedro. Entre los dos tienen un total de 80 canicas. El triple. Entonces,...entonces ¿ahí como sería? ...el triple, el triple de las canicas, a ver. Camilo tiene el triple de las canicas de Pedro... Tonces ahí cómo sería. Tonces voy a hacer, voy a hacer acá una cosa para ver si me sale, que estoy pensando, 20, 40, 60, 80”.*

Los estudiantes del desempeño bajo mostraron desconocimiento de la mayoría de las demandas de los dos problemas. Estos participantes, podían determinar mitades si el dato inicial favorecía el cálculo mental, pero si les implicaba dividirlo, muy pocos lo podían hacer; aunque mostraron conocer el significado del triple, como perdieron de vista el dato inicial realizaron cálculos inadecuados para el problema y no pudieron establecer relaciones entre variables. En síntesis, no conocen la tarea y además, pasan por alto información relevante para la solución.

Ejemplo de ello son los siguientes reportes verbales:

- *(Problema 2): “¿La quinta parte? Ahí si me corchaste. Quinta parte...la quinta parte son niños y la restante son niñas. Pues acá la quinta parte. No ahí me corchaste ahí si”.*
- *(Problema 3): “Entonces si tienen 80 canicas (susurra)...240 de Camilo y pera miro si esta bien lo esto de acá. 80 por 3, tonces 0, 3 por 8. ¿No me puedes ayudar acá que se me olvidó la tabla del 8?, (...), espera miro cómo saco la mitad de acá, la mitad de 122...pera, que no sé como sacarle la mitad sin dividirla”.*

De acuerdo con lo descrito anteriormente, al comparar los dos grupos, son los estudiantes de desempeño superior quienes muestran mayor conocimiento de las demandas de cada uno de los problemas, lo cual influye tanto en la comprensión del problema como en la resolución realizada. Se muestra además cómo el conocimiento previo de las tareas (experiencias metacognitivas) influye la práctica posterior, ya que los estudiantes de cada nivel reportaron haber tenido que solucionar problemas con demandas similares a los planteados en esta investigación, que sumado a lo expresado previamente como fortaleza por cada grupo de estudiantes, puso de manifiesto el conocimiento o desconocimiento de conceptos y tareas matemáticas que tienen cada uno de los participantes.

### **Conocimiento de las estrategias.**

Los resultados sobre el conocimiento de las estrategias de resolución de problemas se pudieron determinar con base en todos los instrumentos. De acuerdo con lo expuesto en el marco teórico y lo definido en las categorías de investigación, las estrategias son de tipo cognitivo, generales para la solución de cualquier problema y de tipo operativo, específico para una situación particular dentro de la misma tarea.

En relación con las estrategias de tipo cognitivo, durante la entrevista los estudiantes de ambos desempeños enunciaron lo que se les ha enseñado para resolver un problema. Esto incluye los siguientes aspectos:

- Leer el problema hasta que se entienda.
- Organizar los datos del problema.
- Planear cómo se va a resolver el problema, teniendo en cuenta los datos y las operaciones que se necesitan.
- Realizar las operaciones con las que se piensa es posible resolver el problema.
- Revisar que las operaciones quedaron bien, haciendo la prueba o verificando el procedimiento.
- Escribir la respuesta del problema teniendo en cuenta la pregunta que se hacía.
- Pensar en más de una forma de resolver el problema.

Estas acciones se pueden concentrar en tres estrategias cognitivas de resolución de problemas: comprender el problema, concebir un plan y ejecutar el plan. Comprobar la eficacia del plan, no es una tendencia que fuera considerada de manera significativa por todos los participantes, sólo tres estudiantes del desempeño superior y dos del nivel bajo señalan haber recibido de parte de sus profesores esta indicación. En contraste con esto, los resultados de esta subcategoría obtenidos de la escala Likert (inferidos del proceso de planeación) y lo observado durante la resolución de los tres problemas muestran que las estrategias cognitivas utilizadas por los estudiantes son leer (con lo cual cada estudiante se hace una comprensión del problema), determinar una operación y ejecutar el algoritmo respectivo.

Las estrategias de tipo operativo y algorítmico que mostraron conocer y emplear de manera principal en la resolución de los tres problemas los estudiantes de los dos grupos de

desempeño fueron las operaciones básicas. Sin embargo, los estudiantes del desempeño superior pudieron elegir la más adecuada a la situación, ya que las dominan todas, mientras que los del desempeño bajo seleccionaron la que saben hacer. Esto muestra la relación entre el conocimiento de intra – individual y el conocimiento de las estrategias. Estrategias matemáticas como el planteamiento y solución de un sistema de ecuaciones que ayudarían a resolver las relaciones complejas en los problemas 2 y 3, no son utilizadas por ningún grupo de estudiantes. Así por ejemplo, frente a la pregunta “¿De qué otra forma habrías podido resolver el problema?” realizada en el cuestionario complementario del problema 3, los estudiantes expresaron:

- (EDS): “No se me ocurre otra manera de resolver el problema”.
- (EDB): “También podía multiplicar pero creía que no me quedaba bien resuelto, por eso elegí la suma con la resta para que me quedara bien”.

Ante el desconocimiento o falta de manejo de estrategias de tipo algorítmico que van más allá de las operaciones básicas, los estudiantes del desempeño superior buscaron alternativas de solución, basadas en la comprensión de la información y el razonamiento matemático, mientras que los estudiantes de desempeño bajo no encontraron posibilidades distintas a lo que saben hacer. Todo lo anterior muestra que en ambos grupos de desempeño hay desconocimiento de variadas estrategias operativas de las matemáticas, pero los estudiantes del nivel superior conocen unas cuantas más de las que pueden elegir la más indicada para emplearla de acuerdo con la situación planteada, mientras que la elección no es una posibilidad para el grupo de desempeño bajo porque la mayoría de ellos sólo tienen dominio de la suma, la resta y las multiplicaciones por una cifra, dependiendo las tablas que involucre.

### **Conocimiento Procedimental**

Los resultados que a continuación se muestran dan respuesta al segundo y al tercer objetivo de la investigación, este último, del cual ya se han mostrado algunos hallazgos en el apartado del conocimiento declarativo. Segundo objetivo: Describir los procesos metacognitivos de regulación y control que llevan a cabo los estudiantes con desempeño superior y bajo cuando tienen que resolver problemas matemáticos. Tercer objetivo: Comparar los procesos metacognitivos que llevan a cabo los estudiantes con desempeño superior y bajo, cuando resuelven problemas matemáticos. La tabla 9 sintetiza la comparación de ambos grupos de estudiantes, teniendo en cuenta la información aportada por todos los instrumentos de investigación. En el anexo 14 – matriz de triangulación de los resultados de todos los instrumentos - se pueden verificar los procesos específicos para cada grupo de desempeño.

Tabla 9

*Comparativo de los procesos de regulación y control que llevan a cabo los estudiantes con desempeño bajo y desempeño superior en la resolución de problemas.*

<b>CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL</b>			
<b>CRITERIO</b>	<b>PLANEACIÓN</b>	<b>REGULACIÓN Y CONTROL</b>	<b>EVALUACIÓN</b>
<b>SIMILITUDES</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Hay una planeación global centrada en la identificación de las incógnitas y una planeación específica en donde se hace necesario comprender las relaciones y determinar una estrategia operativa.</li> <li>2. Subdivisión de los problemas en partes, derivado de la exigencia misma que demanda la estructura del problema.</li> <li>3. La serie de pasos del plan llevado a cabo por los estudiantes están asociados a las estrategias de tipo cognitivo y metacognitivo como leer, releer, concentrarse en la información relevante, seleccionar una operación matemática y ejecutarla para resolver el problema.</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Se evidencian más elementos de regulación y control cuando el problema es más complejo, en este caso, los problemas 2 y 3.</li> <li>2. Se regula y controla la ejecución del procedimiento a través de la interacción con las demandas de la tarea, apoyados en las propias orientaciones, pero la frecuencia varía entre los dos grupos de desempeño.</li> <li>3. Cuando se duda de los resultados, se comprueban con una operación complementaria (principalmente si se realizan cálculos mentales que generen duda o en el caso de las divisiones).</li> <li>4. Desde la comprensión que logra cada grupo de estudiantes, pueden autocuestionar lo que han obtenido como resultado de una operación (evaluación parcial).</li> <li>5. Utilizar los dedos como recurso externo para ayudarse a controlar la ejecución de sumas largas y recordar los resultados.</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. No hay correspondencia entre lo que los estudiantes describen en la entrevista y la escala Likert que hacen para evaluar la solución del problema y lo que se observó durante la ejecución de esta tarea.</li> <li>2. La evaluación global del problema no es un proceso que surja por iniciativa propia en ninguno de los dos grupos de estudiantes, sólo se deriva de la pregunta de la investigadora y se restringe a la emisión de un juicio de desempeño por parte del estudiante.</li> </ol>

CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL			
CRITERIO	PLANEACIÓN	REGULACIÓN Y CONTROL	EVALUACIÓN
<b>DIFERENCIAS</b>	<p>1. Los estudiantes de desempeño superior logran una definición y representación del problema más acorde con la información dada, las incógnitas y las relaciones complejas que se establecen entre estas, que los estudiantes del desempeño bajo, quienes se hacen una comprensión que no incluye todos los elementos del problema.</p> <p>2. El plan de los estudiantes de desempeño bajo está centralizado en estrategias asociadas a las operaciones básicas que manejan, no a las que resultan más adecuadas para cada situación, mientras que los estudiantes de desempeño superior, dentro de las operaciones básicas determinan la que resulta ajustada para la situación.</p> <p>3. La concentración en la información relevante es más constante y regulada en los estudiantes de desempeño superior, quienes lo hacen sobre la base literal del problema, mientras que los estudiantes de desempeño bajo, cuando lo hacen, fraccionan la información o se la explican de manera alterada frente a lo que se plantea textualmente.</p>	<p>1. En términos de regulación y control hay mayores coincidencias en lo expresado en los distintos instrumentos en los estudiantes de desempeño superior, que en lo de desempeño bajo.</p> <p>2. Los estudiantes de desempeño superior ante los problemas complejos suelen monitorear de manera constante su comprensión y ejecución, apoyándose en la relectura continua de los datos, las orientaciones que se dan a sí mismos y la pausa en las preguntas para entender las exigencias del problema. Los estudiantes de desempeño bajo, aunque realizan algunas de estas acciones, no monitorean la comprensión sino que se concentran en la ejecución, perdiendo de vista en muchas situaciones las relaciones iniciales.</p>	<p>1. Los estudiantes del desempeño superior emiten juicios sobre su resolución más acorde con lo observado durante la ejecución que los alumnos del desempeño bajo, quienes consideran que la solución dada al problema es la correcta porque hicieron bien algunas operaciones.</p>

En los apartados siguientes se presenta de manera más amplia la descripción de estos resultados.

**Planeación.**

El proceso de planeación incluye definirse y representarse el problema y determinar el conjunto de pasos que se van a llevar a cabo en la resolución. Para definirse y representarse el problema, los estudiantes de los dos desempeños, leen para hacerse una idea global y releen nuevamente, concentrándose en la información relevante, principalmente en las relaciones complejas de cada problema, los datos explícitos y las preguntas. Este hecho es congruente entre lo observado en la resolución de los tres problemas y lo expresado por los estudiantes en la escala Likert al señalar que tratan de comprender bien el enunciado de un problema antes de intentar solucionarlo, que lo leen tantas veces como sea necesario para comprenderlo y que identifican los datos que le sirven antes de empezar la ejecución.

Frente a lo enunciado anteriormente, lo que diferencia a los grupos, son la frecuencia con la que lo hacen y la manera en que leen. Los estudiantes de desempeño superior se concentraron en las relaciones relevantes de cada situación de manera más constante y cuando releeron la información lo hicieron de manera literal y la mayoría de las veces con la totalidad del enunciado; mientras que los del nivel bajo se concentraron en elementos que no son necesariamente los más complejos del problema, de manera no tan reiterada y cuando leyeron nuevamente parcializaron las frases y alteraron en muchas ocasiones el texto (o posiblemente le dan ya una interpretación propia), pareciera que tienen dificultades de comprensión lectora. Muestra de ello, en el problema 2, cuando un estudiante del desempeño superior lee nuevamente una parte del texto dice: *“Al paseo fueron un total de 420 personas, por cada adulto van 2 menores de edad”* como enuncia literalmente el problema; mientras que una estudiante del desempeño bajo, relea el mismo enunciado de la siguiente manera, *“al paseo fueron 42 personas*

*incluyendo menores y adultos. Por cada adulto que va al paseo van 2 menores de edad. Tonces van 42 personas”.*

Con base en esta representación global que cada estudiante se hizo (según el grupo de desempeño), se infirió por lo observado (pues la mayoría no da un reporte verbal referido a este aspecto, salvo en el problema 2 que se preguntó por este proceso), la definición de un plan general centrado en la secuencia en que se debían hallar las incógnitas implícitas y explícitas en el problema, sin que necesariamente hubieran determinado desde el principio las estrategias de tipo operativo que se requerían en la resolución.

Al realizar la triangulación de los resultados, resultó coherente lo señalado por los estudiantes del desempeño superior en la escala Likert, en donde manifestaron que sólo algunas veces se detenían a pensar cómo resolver el problema teniendo en cuenta los datos y las operaciones, y lo observado en los tres problemas; mientras que no hubo congruencia entre la observación y lo expresado en la escala por los estudiantes del desempeño bajo, pues afirmaron que la mayoría de las veces se toman tiempo para pensar en los pasos, pero en la resolución una vez finalizada la lectura se aventuraban con algunos procedimientos. Además, en el problema 2, donde se controló el tiempo que se tomó cada estudiante para pensar hasta estar seguros de qué iban a hacer para resolver el problema, fueron los participantes del desempeño superior quienes tuvieron mayor duración en este proceso (cuatro minutos aproximados entre leer y pensar versus dos minutos, trece segundos).

Tomando entonces como referencia de la planeación general el problema 2, ejemplos de lo que expresaron al respecto dos estudiantes, uno de cada desempeño, son los diálogos siguientes:

- (I): *Qué vas a hacer para resolver el problema?*
- (EDS): *“Entonces, esto, eh, bueno, primero esta parte, de las 420 personas. Primero voy a, voy a digamos así como a multiplicar el número de los niños y los adultos. Eh, después voy a dividir cada uno de los números que de acá, voy a dividir. Yo creo que la mayor parte que toca hacer acá supongo que es dividir, por lo que estoy viendo. Y después ya para la última parte, voy a multiplicar los números que salen acá por los costos que salen acá del paseo”*.
- (I): *¿Y algo más?*
- (EDS): *“No. Y después sumo y ya”*.
- (I): *Qué vas a hacer para resolver el problema?*
- (EDB): *“Pues sería primero mirar, cuántos, aquí dice que por un adulto, van dos menores de edad. Entonces sería sacar cuántos adultos van y cuántos menores de edad van”*.
- (I): *¿Después de eso qué seguiría?*
- (EDB): *(susurra la lectura del texto). “Después sería (susurra)...Sería sacar el precio de los adultos que ingresan a la piscina. Después de sacar cuántos niños van, sacar la mitad de niños y niñas que van al paseo. Y dice que, la mitad de las niñas practican el taller de modelaje, sacar el precio de las niñas que van al taller de modelaje y después de saber cuántos niños van, saber el precio de los que van al taller de manga y sacar el precio de las 20 mujeres que van al taller de joyas y la mitad de los hombres que van al torneo de tejo”*.
- (I): *¿Y después?*

- (EDB): “Sumo lo que dio todo y ahí saco el precio total que deben cancelar para el centro vacacional.”

Desde la representación global y el plan inicial los estudiantes de ambos desempeños comenzaron la resolución, en donde se observó como estrategia la subdivisión del problema en partes (demanda de la tarea misma), lo que implicó la definición – representación y diseño de un plan específico para cada uno de los subproblemas, poniendo de manifiesto el uso de los siguientes elementos metacognitivos:

a. Preguntarse a sí mismo o preguntarle a otros para ayudarse a comprender o a decidir qué hacer. En la escala Likert, la mayoría de los estudiantes (cuatro del desempeño superior y tres del desempeño bajo), señalaron que si no entienden algo de lo que dice el problema, siempre preguntan antes de empezar a resolverlo. Sólo un estudiante del desempeño bajo indica que lo hace sólo algunas veces. Durante la ejecución de los problemas, no se observó esta tendencia de manera generalizada, posiblemente porque se había condicionado a no hacerlo desde las orientaciones dadas por la investigadora o la representación del problema se logró sin este elemento.

Sin embargo, tres participantes del desempeño bajo en el problema 1 y dos en el problema 2 recurrieron a la investigadora, haciendo preguntas como “*primero que todo, toca sumar todo, ¿si?*”; “*¿el kilo es una libra cierto?*”; “*¿se puede cualquiera de estos?*”. Algunos alumnos del desempeño superior aprovecharon durante el problema 1 (modalidad tutoría) la interacción con sus compañeros para preguntar. Por ejemplo, el participante 4 sostuvo el siguiente diálogo con su compañera:

- (EDS): “*Ahí como haríamos?. O sea, Ahí dicen, 2 kilos 1300.*”
- (Estudiante que recibe tutoría): “*Paquete de 2 kilos vale 1300*”.

- (EDS): “¿O vale un kilo 1300?”.
- (Estudiante que recibe tutoría): “2 kilos valen 1300”.
- (EDS): “Ah listo bien”.

Preguntarse a sí misma, fue una característica muy marcada de la participante 1 del desempeño superior, quien por ejemplo en el problema 2 expresó: “Bueno a ver entonces. 420 personas. 420 personas, por cada adulto que va al paseo, van 2 menores de edad. Entonces a ver (...). Tonces ahí, ¿cómo haríamos?...uh, a ver (...)”. En el mismo sentido, la participante 10 del desempeño bajo manifestó: “O sea qué, ¿cómo es que se hace?, eh, voy a buscar un número que me de la cantidad”. Preguntar (a otros o a sí mismos) para aclarar sus dudas y establecer si lo que se va hacer es lo indicado, está influenciado por el conocimiento intra –individual, de las demandas y de las estrategias, mejora la definición – representación del problema y la decisión frente a las estrategias, de acuerdo con lo reportando en la entrevista, al manifestar que si no entienden el problema buscan ayuda.

b. Concentrarse en la información relevante. Es el elemento más recurrente, pero son los estudiantes del desempeño superior quienes lo hacen de manera más frecuente, priorizando las relaciones complejas y las preguntas, sobre la restante información. Los alumnos del desempeño bajo se concentran más en los datos conocidos y la incógnita final. La concentración en la información le permitió a cada estudiante – según el nivel - orientar su ejecución (como elemento de control adicionalmente) y en quienes lo hicieron de manera constante, teniendo en cuenta la información textual, se observó un mejor proceso de resolución; quienes perdieron de vista los datos relevantes, cometieron errores de tipo operativo o tomaron decisiones que no se ajustaban al problema. En los problemas de mayor complejidad, la concentración en la información relevante ocurrió más reiteradamente en ambos grupos.

c. Explicarse el problema. Es un elemento que se apoya en la concentración sobre la información relevante, contribuyó en la orientación para la ejecución y se presentó en los problemas más complejos desde la definición que cada participante se hizo de los enunciados. En los problemas 1 y 2 no se observó que la mayoría de los estudiantes de los dos desempeños se explicaran el problema, mientras que en el problema 3, fue más visible este hecho.

De acuerdo con lo señalado en la escala Likert los alumnos del desempeño superior respondieron en su mayoría (tres estudiantes) que sólo algunas veces colocan el problema en sus propias palabras para poder comprenderlo, lo cual fue consecuente con lo observado en la resolución de los tres problemas. Por su parte, tres estudiantes del desempeño bajo indicaron en la escala que lo hacen entre la mayoría de las veces y siempre, lo cual es evidenciado principalmente en el problema 3, pero con la particularidad ya expuesta de alteración de los datos o el fraccionamiento de la información, como si perdieran la concentración en los datos relevantes o entendieran que colocar el problema en sus palabras es acomodar la información a su criterio, sin que esta investigación pueda afirmar con certeza cuál es la razón de este hecho. Algunas de las explicaciones que se daban los estudiantes son las siguientes:

- (EDS): *“El día miércoles, entre Camilo y Pedro llevan 122 canicas, de las cuales Camilo es dueño de la, de , es dueño de una más que la del total. De las cuales Camilo es dueño de una más que la mitad del total. ¿De una más que la mitad?...No entiendo esto. Bueno dice que el día miércoles entre Camilo y Pedro llevan 122 canicas, entre Camilo y Pedro, de las cuales Camilo es dueño de una más que la mitad del total.. de las canicas. Al finalizar el juego de este día, Pedro le ganó 20 canicas a Camilo....Camilo es dueño de una más que la mitad del total. Ah, una más que la mitad (ja). Bueno 122 entre 2 (...) Listo. Me da 61 canicas, eh, que serían las que llevan Pedro y Camilo. Y aquí dice*

*que de las cuales Camilo es dueño de una más que la mitad del total de las canicas.*

*Bueno, si, entonces, Pedro llevaría 60 canicas y Camilo llevaría 62. Porque dice que lleva una más que la mitad del total de las canicas”.*

- (EDB): *“Bueno voy a, voy a resolver. En el problema dice que Camilo y Pedro tienen 60 canicas, entonces puse la cantidad para saber cuántas canicas tienen... Uh, no entiendo, entonces voy a volver a leer (lectura silenciosa). Uh, Pedro y Camilo tienen 64 canicas, entonces la mitad, una mitad es de Camilo y la otra mitad es de Pedro, entonces, la mitad de 64 es 32. Inician el lunes con la misma cantidad...”.*

d. Determinar el plan y las estrategias. La secuencia de pasos que determinaron el plan que los estudiantes de los dos desempeños van trazando en cada subproblema se fundamentó en tres estrategias cognitivas: leer (apoyándose metacognitivamente en concentrarse en la información relevante y explicarse a sí mismo cuando la situación lo ameritó), determinar una operación y ejecutarla. Las estrategias operativas, son seleccionadas por los alumnos de ambos niveles considerando el conocimiento que tenían de sí mismos, de las demandas y las; estas últimas, basadas sobre todo en las operaciones básicas. Como ya se expuso en el apartado del conocimiento de las estrategias, los estudiantes del desempeño superior pudieron seleccionar entre las operaciones básicas la más adecuada a la situación porque tienen dominio de todas, mientras que los del nivel bajo la seleccionaron de acuerdo con sus habilidades. Una muestra de este hecho es este reporte verbal de una participante de este grupo: *“Aquí paquete de un kilo de plátano a 1300 y son 3 kilos, entonces serían, 3 veces. Uhmm. Libra de aguacate, ¿dónde está?, tres libras, 2, 3. Y unidad, son 8. Pongamos 8 veces 900”.*

El plan y la estrategia en ambos desempeños incluyó además posponer para el final lo que no habían entendido o de lo cual no se tiene muy claro qué estrategia utilizar. Así por ejemplo,

para el problema 1, ante el desconocimiento del kilo, los estudiantes expresaban: “*Espere y ahorita hacemos eso lo de la carne*”; “*entonces bueno, pues esa yo la dejo ahí porque no sé cuánto será un kilo*”. Esto reitera la influencia de las subcategorías metacognitivas del conocimiento declarativo en la planeación realizada por los participantes.

Finalmente, es importante señalar que la diferencia significativa en el proceso de planeación entre los estudiantes del desempeño superior y los del bajo, más allá del dominio operativo de estrategias, estuvo en la definición y representación que se hicieron del problema. En los estudiantes del desempeño superior, esta definición se correspondió con las relaciones, datos, instrucciones e información específica dada en el problema, mientras que para los del desempeño bajo hubo una definición que no siempre tuvo en cuenta los elementos relevantes – principalmente de relaciones complejas- y se parcializó la información. Nótese también que la planeación tuvo dos momentos: la general y la específica; por lo que se planeó antes y durante la resolución. El plan determinado por los estudiantes de ambos grupos fue seguido a lo largo de la resolución y sólo se incluyó cambio de estrategias (elemento de regulación – control) cuando la que se implementó no fue de dominio pleno del participante.

### **Regulación y control.**

Los elementos de regulación y control considerados en esta investigación estuvieron pensados inicialmente sobre los procedimientos y estrategias, pero durante la resolución emergió un componente asociado a la comprensión del problema, cuya frecuencia de utilización dependió de la complejidad del problema y del grupo de desempeño. Como elementos de regulación y control que predominaron durante la resolución de los problemas están: interactuar con las

demandas, monitorear la comprensión y pausar la solución para detenerse a revisar qué pide el problema.

La interacción con las demandas de la tarea para determinar la estrategia aplicable fue lo más constante en ambos grupos de desempeño, lo cual es puesto de manifiesto en los reportes verbales de los estudiantes en la manera como cada uno se va dando las orientaciones en los subproblemas y que les permitió determinar las relaciones, las operaciones e indicarse cómo ejecutar el procedimiento con apoyo en la concentración en la información relevante (elemento de planeación). Desde los reportes verbales, los participantes del desempeño superior mostraron una interacción más continúa (repetiéndose para una misma situación las orientaciones), que los estudiantes del grupo de nivel bajo. (Ver anexos 11, 12 y 13).

Un segundo elemento de metacognición que se manifestó durante la ejecución fue el monitoreo de la comprensión. Considerando lo expuesto en el apartado de planeación frente a las diferencias entre la definición y representación del problema que se hacen los estudiantes de cada desempeño, se observó que los estudiantes del desempeño bajo se quedaron con la comprensión inicial y no la siguieron monitoreando, mientras que los estudiantes del desempeño superior supervisaron con mayor frecuencia que su comprensión se ajustara a las demandas del problema. No sólo se concentraron en la ejecución, sino que hicieron inferencias frente a las relaciones de las variables del problema y de los resultados parciales a través de reflexiones y razonamientos. Algunos de los reportes verbales que sustentan estos hallazgos son los siguientes:

- *(EDS): “Durante el juego del martes, voy a encerrar esto acá sino me pierdo. Día martes, durante el juego del martes, entre Camilo y Pedro tienen un total de 80 canicas. Entre Camilo y Pedro tienen un total de 80 canicas pero Camilo,.. total de 80 canicas, 80 canicas; pero Camilo tiene el triple de las canicas de Pedro. Entre los dos tienen un*

*total de 80 canicas. El triple. Entonces,...entonces ¿ahí como sería? ...el triple, el triple de las canicas, a ver. Camilo tiene el triple de las canicas de Pedro... Tonces ahí cómo sería. Tonces voy a hacer, voy a hacer acá una cosa para ver si me sale, que estoy pensando, 20, 40, 60, 80. Tonces ahí son 80. Camilo tiene el triple de las canicas de Pedro. Entonces supongo que Pedro tiene 20 canicas. El triple, entonces supongo que todo esto es de Camilo. Bueno, entonces 60”.*

- *(EDB): “Entonces, aquí dice que Pedro el día martes tiene 80 canicas y Camilo tiene el triple de las canicas de Pedro. Sería multiplicar 80 por 3, 0,...24. Entonces, Camilo tiene 240 canicas”.*

Pausar, tomarse el tiempo de regresar para leer nuevamente algún apartado del problema, con énfasis en las preguntas (que sirve de apoyo además a monitorear la comprensión), fue frecuente en los dos grupos de estudiantes, con las diferencias entre los desempeños expresadas con anterioridad, en relación con la parcialidad - totalidad, literalidad - modificación del enunciado y en la complejidad del problema. Dos muestras de cómo los estudiantes pausaron para centrarse en las preguntas antes de continuar con las soluciones son las siguientes:

- *(EDS): “Entonces aquí dice ¿cuántas canicas de más o de menos tiene cada niño al finalizar el día martes, en comparación con las que terminan el juego el día lunes?. Entonces voy a, el lunes, el lunes, el lunes Pedro tiene 16, Pedro 16 y Camilo 48. El martes, martes Camilo 50, 50...y Pedro ¿esté número cuál es? ¿30 será?, martes. Si, 30.”*
- *(EDB): “La dos, ¿cuántas canicas más o de menos tiene cada niño al finalizar el día miércoles respecto a las que llevaba al iniciar el torneo el día lunes? Esa si no la hice lunes”.*

Otros elementos de regulación y control considerados como subcategorías en la investigación se presentaron esporádicamente, de acuerdo con las particularidades del problema y de los conocimientos y habilidades de cada estudiante: comprobar, revisar, preguntar, detectar y corregir errores, cambiar la estrategia y autocuestionarse. Así por ejemplo, se comprobó cuando el procedimiento realizado era una división o el resultado proveniente del cálculo mental; como muestra de ello se encuentra el siguiente reporte de una estudiante: *“¿Cuál sería la mitad de 122?. Entonces, voy a dividir acá, 122 divido en 2. 2 en 12 caben 6 veces, 2 en 2 cabe 1, entonces si, ¿si es así?, 61 más 61, 2, 6 y 6, 12. Sí.”*

La detección y corrección de errores en los dos grupos se dio cuando los resultados les parecían extraños a la luz de la información dada en el problema. El error no necesariamente fue identificado de manera inmediata, sino que en ocasiones se reconoció por la relación establecida con otros procedimientos adelantados. Un reporte verbal de esta situación, en un estudiante del desempeño superior, es el siguiente: *“Pero creo que aquí me equivoque en el primer supermercado de la placita en la carne. Porque dice que la libra de carne vale 7000 y son 2 kilos y medio. Un kilo vale 14000. Otra vez devolvamos. 14000 un solo kilo y son 2, serían 28, 28000 y medio, serían 7000. 0,0,0, 8 y 7, 15. Va 1, 2 y 1,3. 35000. Entonces si me había equivocado”*.

En la escala Likert todos los estudiantes expresaron que corrigen los errores la mayoría de las veces o siempre, sin embargo, en la resolución cometieron diversos errores operativos que no fueron corregidos, posiblemente porque no se dieron cuenta del error; situación que justifica porque los elementos metacognitivos de revisión de lo que se ha hecho y la comprobación de las operaciones como se señaló anteriormente fueron casi ausentes. En este sentido, los resultados señalados en la entrevista y la escala por los estudiantes frente a que revisan la mayoría de las

veces o siempre lo que han hecho en el problema (seis estudiantes) y que comprueban o verifican las operaciones (ocho estudiantes), no resultó congruente con lo observado en la resolución.

Preguntarle a otros para saber si lo que hicieron en la resolución fue lo adecuado se vio limitado por las condiciones de la investigación, pero la mayoría de los estudiantes de ambos desempeños (siete en total), expresaron en la escala Likert que la mayoría de las veces o siempre lo hacen (necesidad de regulación por otros). Los estudiantes también respondieron que cuando se dan cuenta que con lo que están haciendo no han podido resolver el problema, vuelven a empezar y hacen otro procedimiento (cinco estudiantes señalan hacerlo la mayoría de las veces y 3 siempre), pero durante la resolución se observó que cambiar la estrategia porque con ella no se logró avanzar en la solución del problema estuvo determinado más por el desconocimiento del estudiante frente a la operatividad de la misma, que al hecho de que la estrategia no funcione, principalmente en los participantes del desempeño bajo.

El autocuestionamiento, no fue un elemento de la regulación y el control que señalaran los estudiantes realizar frecuentemente de acuerdo con los resultados de la escala Likert, ya que seis de ellos reportaron que sólo a veces se hacen preguntas que les permitan saber cómo están resolviendo el problema y dos indicaron nunca hacerlo. Durante la resolución fueron escasos los reportes verbales que se encontraron a este respecto, considerando los tres problemas. Sin embargo, cuando se dio este elemento metacognitivo, el autocuestionamiento surge por los resultados de las operaciones y la comprensión de algunas situaciones específicas dentro del problema, en estrecha relación con la definición que cada uno se hizo del mismo; muestra de ello es lo siguiente:

- (EDS): *“Tonces cuántos serían?...uh...ciento., ciento,....180, 180, 8 y 8 16, 360. 360 más, 14, 0 acá, 14..., uy no, se pasó. ¿Tonces cuánto sería?”.*

- (EDB): *“Llevo 1, sería 10, llevo 1, uh, no. No da. Sumémoslo, 6500 más 310. Uh, 0, 1, 5 y 3, 8, 6. No y ¿por qué da tan poquito?, ...¿será que lo hice mal?”.*

En síntesis, la principal diferencia relacionada con la regulación y control entre los dos grupos de desempeño es que los del superior monitorearon su comprensión e interactuaron con las demandas del problema para orientar su ejecución de manera más constante. Otros componentes de esta categoría (pausar, comprobar, autocuestionarse, entre otros) que fueron observados durante la resolución del problema son en su mayoría comunes para ambos grupos de desempeño, se dieron en mayor o menor grado teniendo en cuenta la complejidad del problema y estuvieron condicionados por la definición y representación que cada estudiante se hizo de la situación, y por el conocimiento o desconocimiento de las demandas y estrategias. La regulación y control se llevó a cabo al mismo tiempo de la planeación.

### **Evaluación.**

En la investigación se consideraron cuatro elementos metacognitivos de evaluación: revisar, comprobar, juzgar y preguntar. Los dos primeros se centran en los procedimientos – estrategias llevadas a cabo para solucionar el problema y los dos últimos como valoración del desempeño propio en el problema. Sin embargo, este proceso no surgió de manera espontánea en ninguno de los grupos de desempeño (lo cual ya se había observado durante el pilotaje), por lo que se promovió a través de una pregunta por parte de la investigadora.

Evaluar el problema en su globalidad, si las estrategias utilizadas fueron las adecuadas para la resolución y pensar en otras posibilidades para solucionarlo, no fueron elementos evidenciados en ninguno de los grupos de desempeño durante los tres problemas resueltos. Ante

la pregunta de la investigadora para promover la evaluación, los estudiantes emitieron juicios basados en las operaciones realizadas y en su comprensión del problema. La diferencia significativa en este aspecto, es que los juicios emitidos por los alumnos del desempeño superior fueron más consecuentes con lo que reconocieron entender y lo que sabían frente a las demandas del problema, que los del desempeño bajo. Por ejemplo, una estudiante del desempeño bajo que no sabía cuánto es un kilo en el primer problema, ante la pregunta de la investigadora -“¿cómo crees que te quedó tu problema?”- , respondió, - “bien” -. Mientras que un estudiante del nivel superior con la misma condición, respondió a la pregunta “*Malísimo (jajaja)*”.

Si se consideran los subproblemas, algunos elementos de regulación y control, como comprobar y revisar que fueron realizados por los estudiantes de los dos desempeños en algunas ocasiones, podrían asumirse como componentes de evaluación. Sin embargo, a diferencia de los otros procesos, no se observó congruencia entre lo expresado en la escala Likert y la resolución de los problemas, pues en la primera, ambos grupos de desempeño indicaron que verificaban si la solución que daban al problema era correcta y adicionalmente los del nivel superior expresaron revisar que todo quedara bien antes de decir que ya acabaron; pero en la observación de la ejecución esto no fue evidenciado.

Otros elementos como pensar posteriormente en lo que se hizo para saber si estaba bien, que señalaron los estudiantes del desempeño superior realizar la mayoría de las veces, no pudieron ser verificados en la investigación; mientras que pensar en otras formas de resolver el problema, posterior a haber dado su solución, se limitó por el desconocimiento de otras estrategias, de acuerdo con lo reportado en el cuestionario que acompañó el problema 3.

En la entrevista, se puso de manifiesto que los estudiantes tienen dificultades para evaluar por sí mismos lo que hacen y esperan que otros lleven a cabo este proceso por ellos: compañeros

que sepan más o profesor. Ante la ausencia del otro, recurren a ayudas externas como la calculadora y el cuaderno; u optan por tener confianza en lo que se hizo. Los siguientes apartes del diálogo con los participantes dan cuenta de esta situación:

- (I): ¿Cómo sabes si te quedó bien o mal?
- (EDS): “Uhm, ahí si no”.
- (I): O sea si te ponen una previa y tu la entregas, *¿no estás seguro casi nunca si te quedó bien?* (EDS): “No casi nunca”.
- (I): *¿Y entonces qué hacer para saber si te quedó bien?*.
- (EDS): “Pues preguntarle a los demás compañeros para ver cual respondió y saber si me quedó bien o no”.
- (I): *¿Alguna vez compruebas que lo que hiciste realmente es la respuesta al problema que estas tratando de solucionar?*
- (EDB): “Pues si, hay veces que digamos que bueno hago el trabajo y tengo que asegurarme y tengo que ponerme a leer otra vez o ponerme a mirar todo lo que hice para saber si esta bien o no”.
- (I): Y, *¿cómo haces para saber y estar tranquila que lo que hiciste está bien?*.
- (EDB): “¿Cómo haría para saber?. Pues en el caso de la persona que me ponga el problema, si la persona ya sabe cómo es, yo le pregunto a la persona si el problema quedó bien si o quedó mal”.
- (I): *¿Esa es la única forma?*
- (EDB): “Si, pues la que yo tengo”.
- (I): *Y si no tienes a quién preguntarle, ¿cómo haces?*.

- (EDB): *“Pues ya sería digamos que sea un problema así, pues yo cogería o cojo en el mayor de los casos una calculadora, digamos ya que sea un problema que sea simplemente numérico, lo único que me sirve es la calculadora”.*

Como recapitulación de esta subcategoría, la evaluación no es un proceso metacognitivo que los estudiantes de los dos desempeños hayan realizado de manera autónoma al finalizar la solución de los problemas, requirió de la intervención de la investigadora para que los participantes juzgaran su solución. Se infiere, que aunque han recibido indicaciones de parte de los docentes sobre la importancia de verificar la solución de un problema, los alumnos de los dos niveles consideran que otros son los que deben realizar este proceso.

### **Estrategias Cognitivas y Procedimientos Matemáticos**

Este apartado presenta los resultados relacionados con el cuarto objetivo de la investigación: develar las estrategias cognitivas y los procedimientos matemáticos que utilizan los estudiantes para resolver problemas de aplicación en esta área. Dado que en las secciones anteriores frente al conocimiento de las estrategias y la planeación ya se presentaron resultados asociados a este tema, aquí se presenta una síntesis breve a través de la tabla 10 sobre las semejanzas y diferencias entre lo que los estudiantes de ambos grupos de desempeño hacen al respecto.

Tabla 10

*Comparativo de estrategias cognitivas y procedimientos matemáticos que llevan a cabo los estudiantes con desempeño bajo y desempeño superior en la resolución de problemas.*

CRITERIO	ESTRATEGIAS COGNITIVAS	PROCEDIMIENTOS MATEMÁTICOS
<b>SEMEJANZAS</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Leer para hacerse una idea global y específica del texto.</li> <li>2. Identificar incógnitas implícitas, explícitas y datos conocidos.</li> <li>3. Seleccionar una operación, procedimiento o algoritmo de solución.</li> <li>4. Descomponer el problema en casos más simples.</li> <li>5. Dar una respuesta (escrita o verbal) del problema teniendo en cuenta la pregunta.</li> <li>6. Aproximar cantidades cuando los resultados no son enteros. Este hecho es recurrente sobre todo cuando no se ha comprendido del todo la información.</li> <li>6. Procesos como estimar, representar gráficamente y reconstrucción del problema no se evidenciaron.</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Tendencia a los procedimientos de tipo aritmético: escritura de números, uso de cálculo mental para determinar mitades de cantidades sencillas y principalmente cálculos de lápiz y papel.</li> <li>2. Desconocimiento de procedimientos analíticos de tipo algebraico que contribuyen a la solución de situaciones de variación.</li> <li>3. Comprensión del concepto de las operaciones. Aunque no todos pueden multiplicar (algunos no se saben las tablas), entienden que la multiplicación es la abreviación de la suma reiterada de una misma cantidad.</li> <li>4. Modelación matemática limitada al contexto del sistema numérico.</li> </ol>
<b>DIFERENCIAS</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. La mayoría de los estudiantes del grupo de desempeño bajo tiene dificultades de lectura: cambian y parcializan la información, abrevian palabras, no siguen signos de puntuación. Los del desempeño bajo por lo menos mantienen una lectura de corrido y ajusta al texto.</li> <li>2. Los estudiantes del desempeño superior tienen comprensión de las relaciones del contexto y el cálculo necesario, por lo que seleccionan la operación de manera acorde con la situación, mientras que los estudiantes del desempeño bajo en su mayoría lo hacen teniendo en cuenta sus capacidades.</li> <li>3. Los estudiantes del desempeño superior se apoyan en el razonamiento matemático para encontrar patrones de variación que les ayuden en la solución. El grupo de desempeño bajo tiene dificultades para encontrar relaciones complejas.</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Dominio de procedimientos aritméticos de carácter multiplicativo en los estudiantes del desempeño superior, que no es manejado por la mayoría de los del desempeño bajo.</li> <li>2. Los estudiantes del desempeño superior tienen presente nombrar los resultados que han obtenido para recordar el enunciado con el que se corresponden, mientras que los del desempeño bajo no lo realizan en todas las situaciones.</li> <li>3. Los estudiantes del desempeño superior encuentran procedimientos alternativos de solución basados en sus razonamientos. Para los estudiantes del desempeño bajo los procedimientos deben seguir enmarcados en las operaciones básicas que dominan.</li> </ol>

De acuerdo con lo expresado en la entrevista y lo observado durante la ejecución de los problemas que fue resumido en la tabla anterior, se infiere que los estudiantes de ambos desempeños, aunque son conscientes de las indicaciones que han recibido de los docentes a lo largo de la escolaridad frente a estrategias que se deben tener en cuenta a la hora de resolver un problema, no las utilizan todas cuando tienen que ejecutar este tipo de tarea, limitándose a tres subcategorías de ellas: leer, seleccionar operaciones y ejecutar los algoritmos respectivos.

Frente a los procedimientos, los estudiantes se quedaron en los de tipo aritmético, pareciera que desconocen los de tipo métrico y de carácter analítico necesarios para la solución de problemas contextualizados en los sistemas métrico y variacional, no obstante su reconocimiento de que dichos contenidos también se les ha enseñado. Se concluye, de acuerdo con sus reportes en la entrevista, que la dificultad señalada por los estudiantes frente a la comprensión de estos conceptos y procedimientos es el factor influyente para que los estudiantes no pudieran transferir lo que han aprendido a nuevos contextos, como el de los problemas planteados en esta investigación. Estos factores marcan entonces las limitadas posibilidades de modelación matemática que de una situación real pueden hacer los estudiantes al lenguaje de las matemáticas.

Finalmente, el cruce de los resultados mostró cómo el conocimiento declarativo influencia el conocimiento procedimental. La manera en que los estudiantes de ambos grupos de desempeño planearon, regularon y evaluaron lo que hicieron, dependió de sus propias habilidades frente al manejo de procedimientos matemáticos. Resolvieron mejor aquello que les resultó conocido frente a las demandas de la tarea, fruto de experiencias metacognitivas previas que señalaron en la entrevista.

Por su parte, entre los procesos que componen el conocimiento procedimental, la evaluación, desde la globalidad del problema, es el que no fue llevado a cabo de manera autónoma por los estudiantes. Es importante señalar además, que los resultados mostraron que la planeación, regulación – control y evaluación no son procesos que se desarrollaban como una secuencia lineal de pasos, sino que mientras se planea se regula y controla; al regular y controlar también se va planeando y evaluando algunos procedimientos. La síntesis de la caracterización de los procesos metacognitivos que llevan a cabo los estudiantes de desempeño superior y bajo, se presenta en secuencia de figuras 7 a 15.

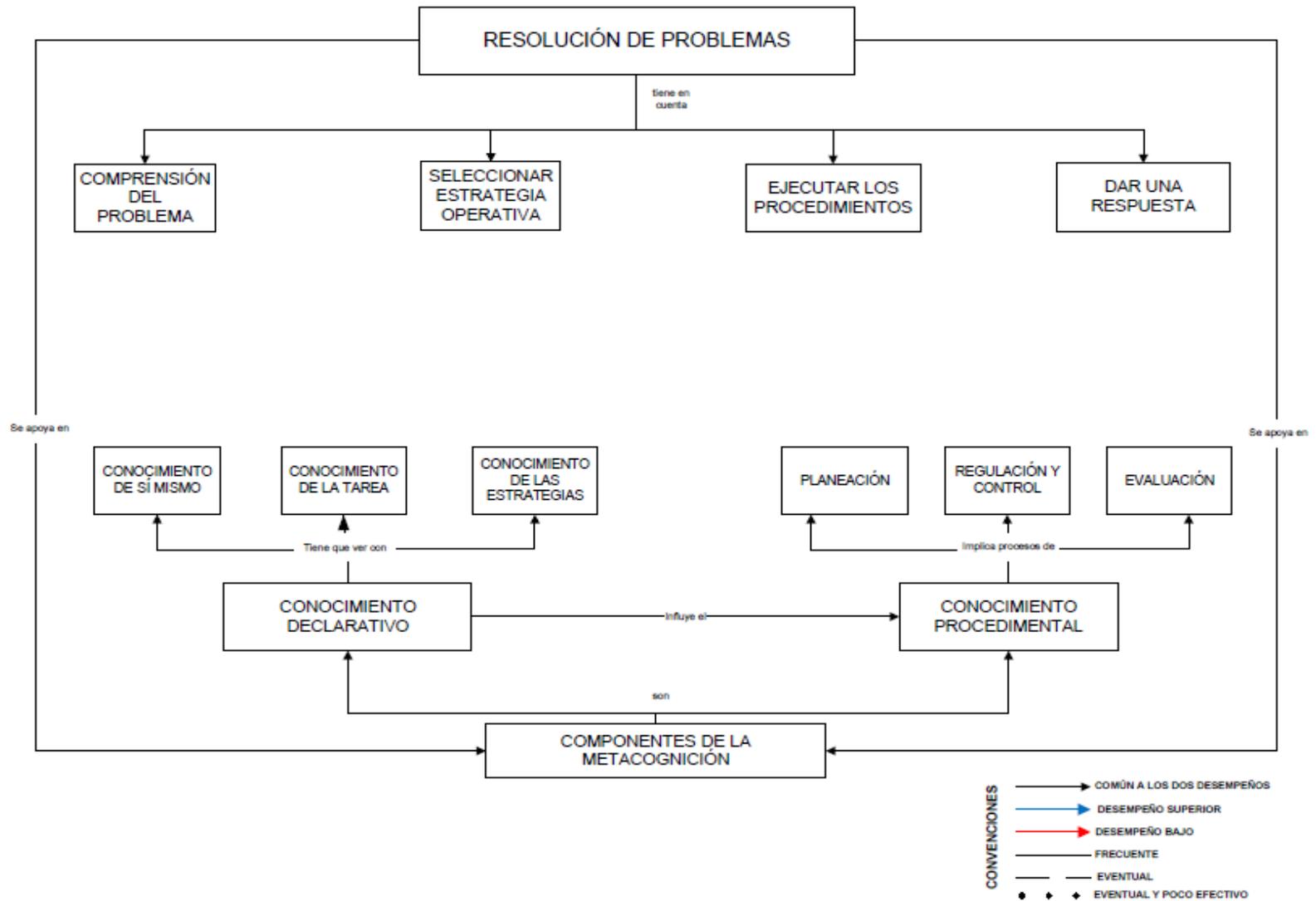


Figura 7. Relación general entre los componentes de la metacognición y las estrategias de resolución de problemas.





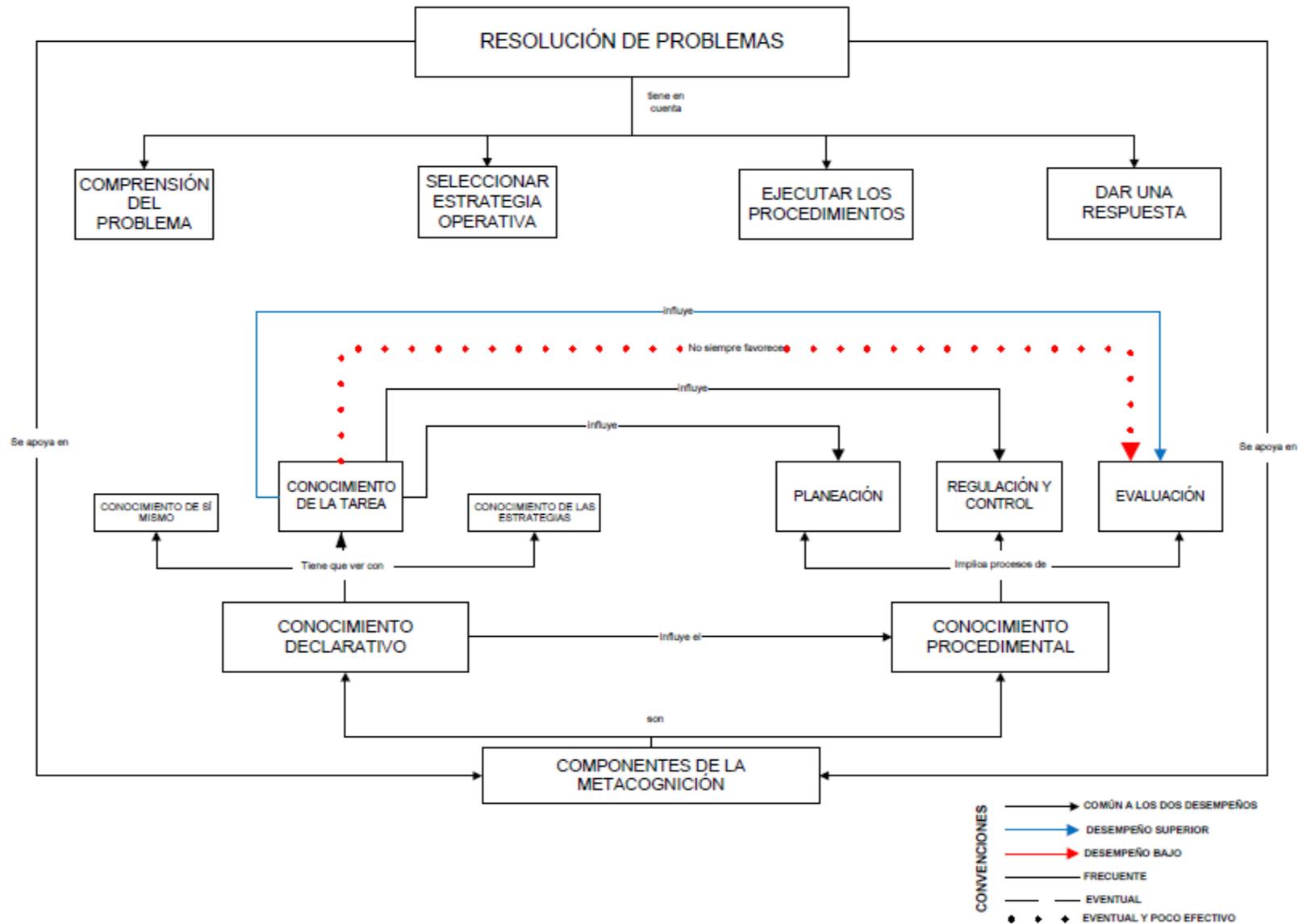


Figura 10. Relaciones de influencia del conocimiento de la tarea en los procesos de regulación cognitiva durante la resolución de problemas matemáticos.

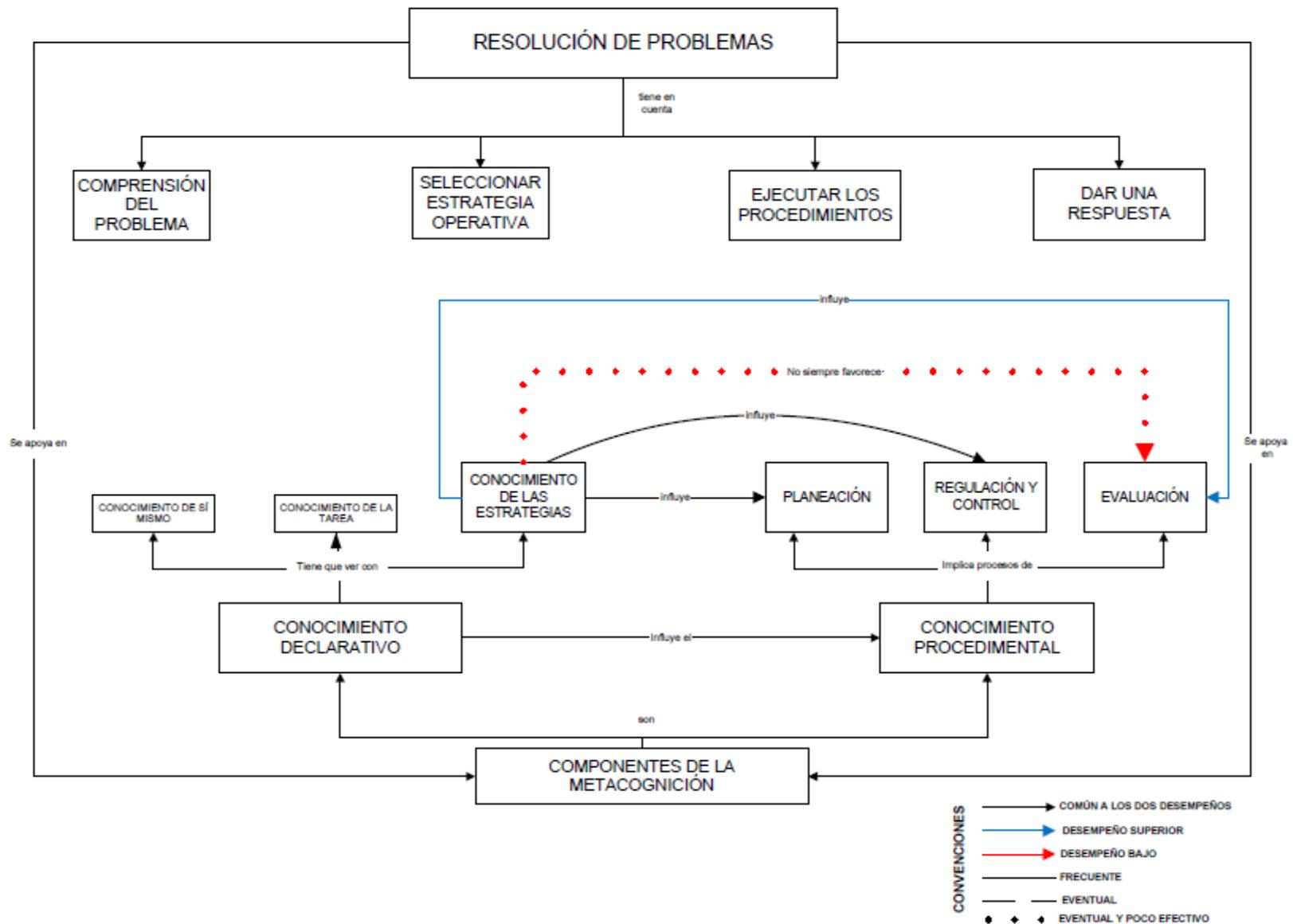


Figura 11. Relaciones de influencia del conocimiento de las estrategias en los procesos de regulación cognitiva durante la resolución de problemas matemáticos.

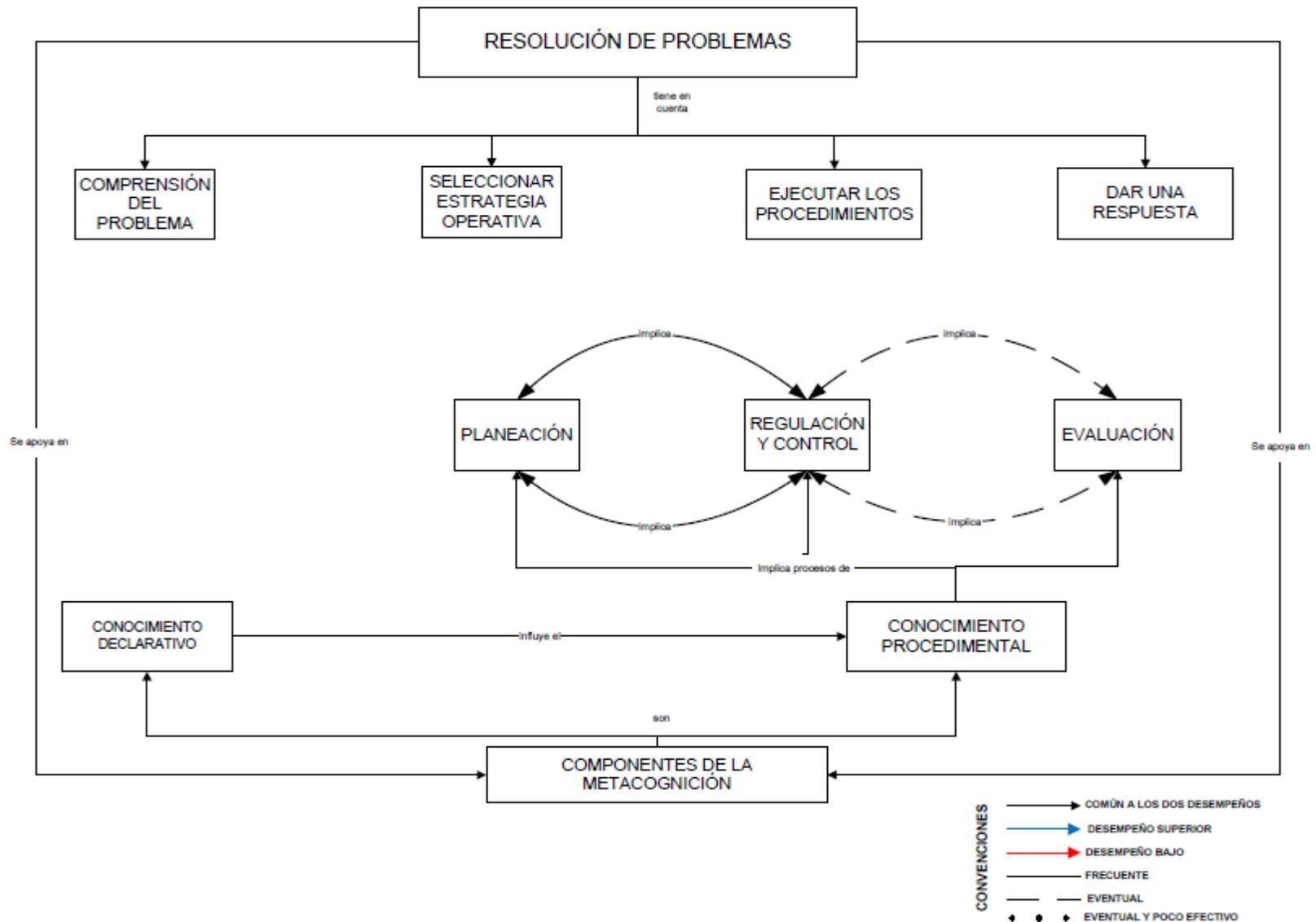


Figura 12. Relación entre los procesos de regulación cognitiva durante la resolución de problemas matemáticos.

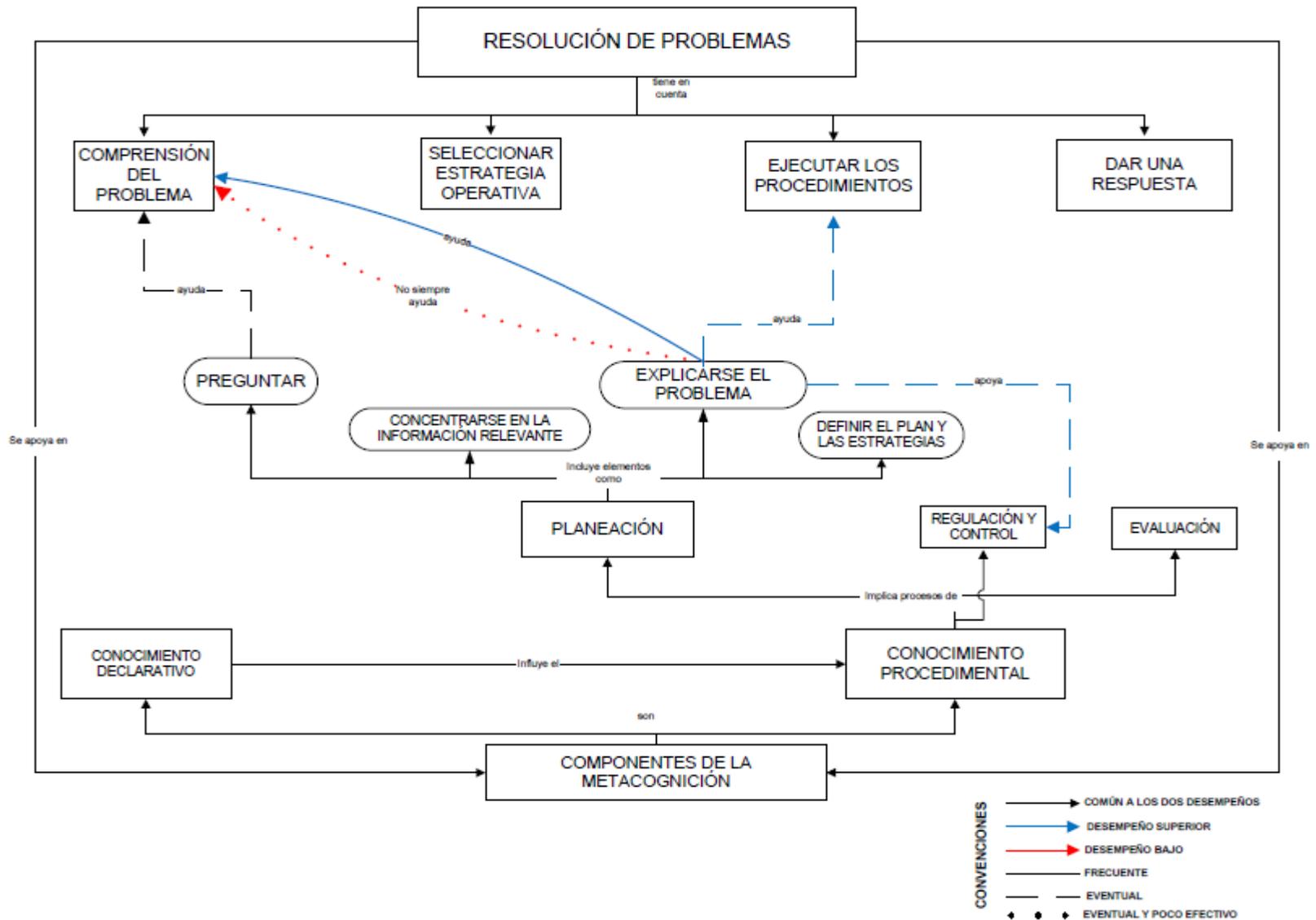


Figura 13.1 Incidencia de los elementos metacognitivos del proceso de planeación durante las fases de resolución de problemas matemáticos.



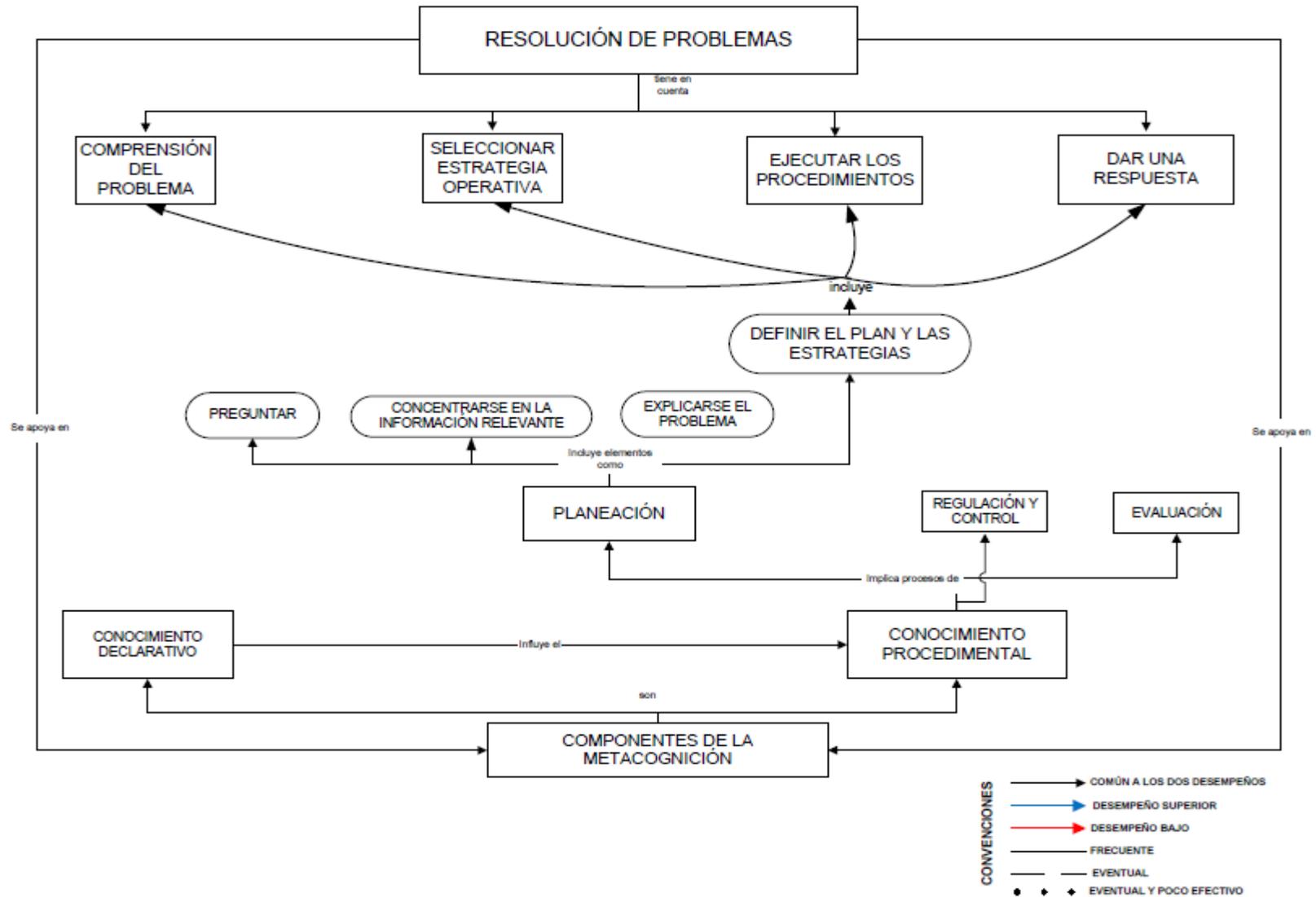


Figura 13.3. Incidencia de los elementos metacognitivos del proceso de planeación durante las fases de resolución de problemas matemáticos.

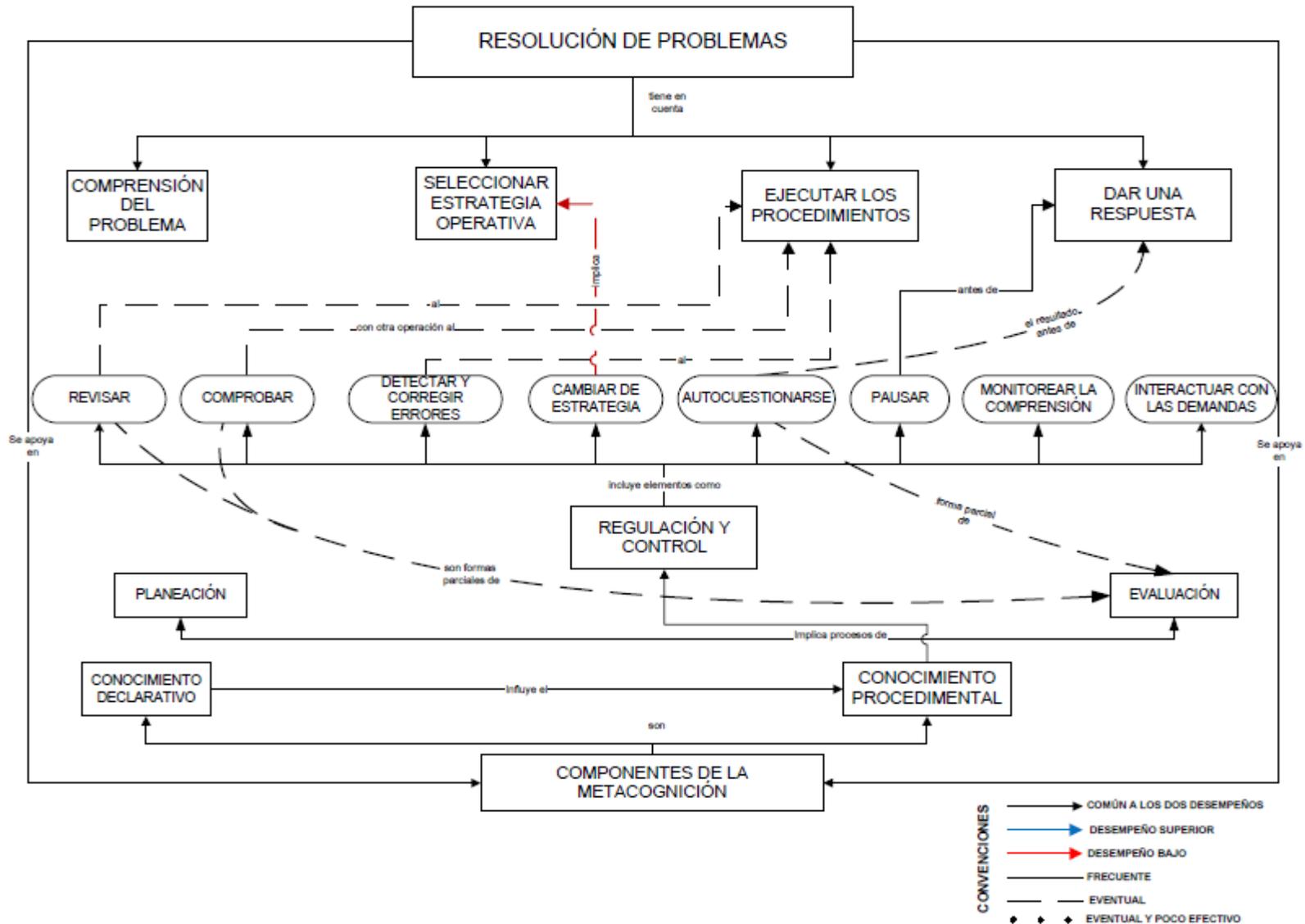


Figura 14.1. Incidencia de los elementos metacognitivos del proceso de regulación y control durante las fases de resolución de problemas matemáticos.

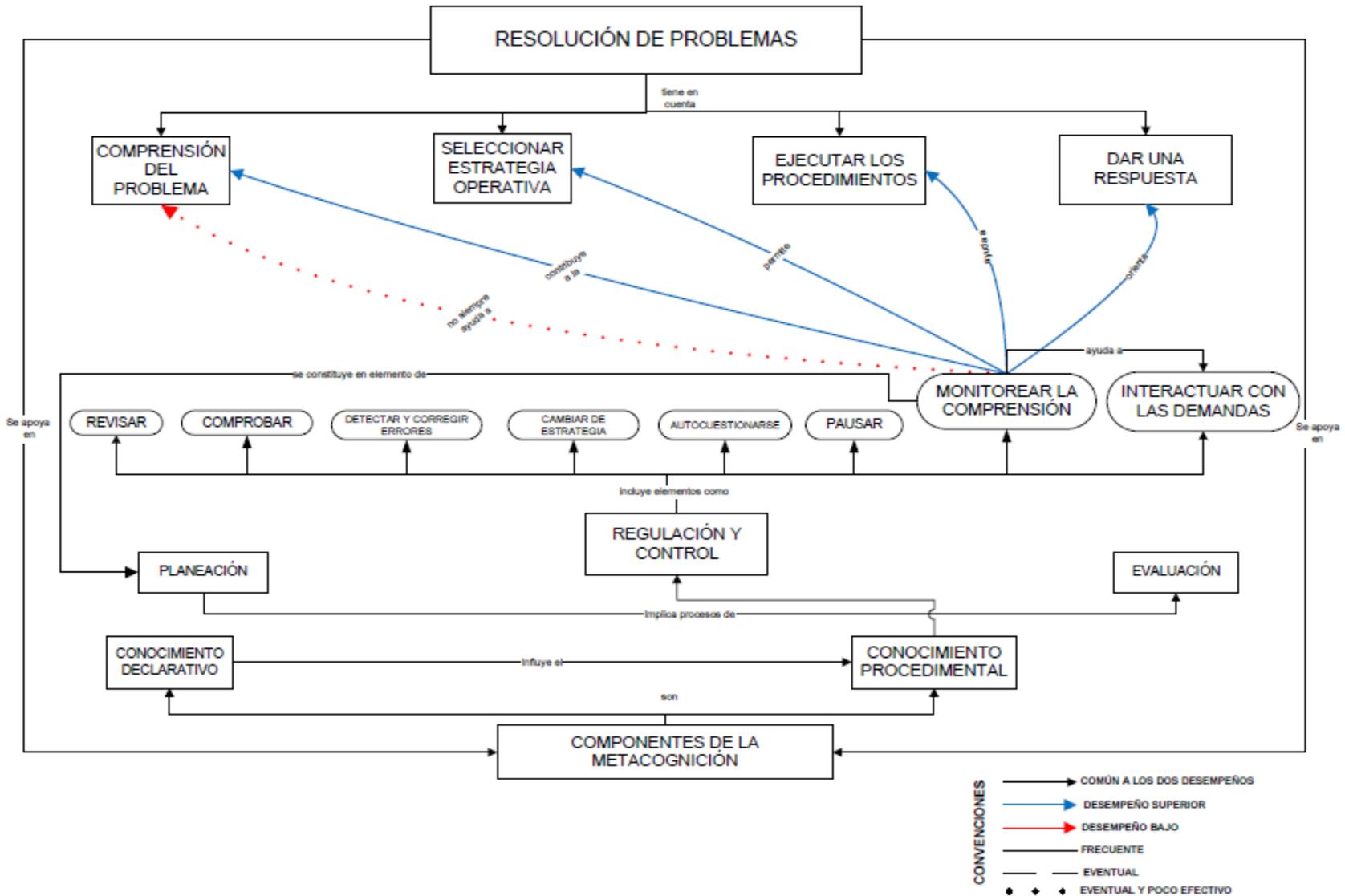


Figura 14.2. Incidencia de los elementos metacognitivos del proceso de regulación y control durante las fases de resolución de problemas matemáticos.

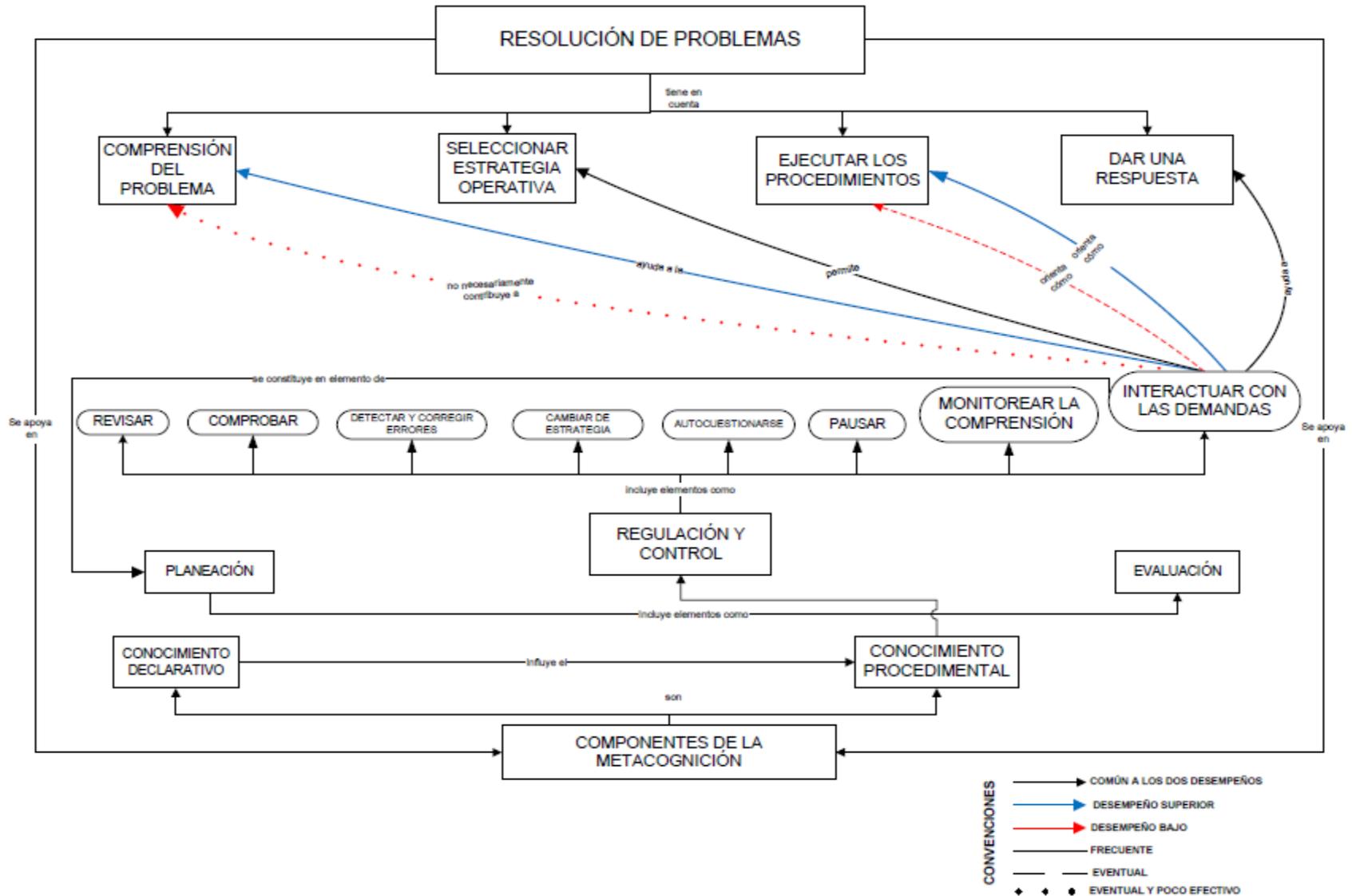


Figura 14.3. Incidencia de los elementos metacognitivos del proceso de regulación y control durante las fases de resolución de problemas matemáticos.

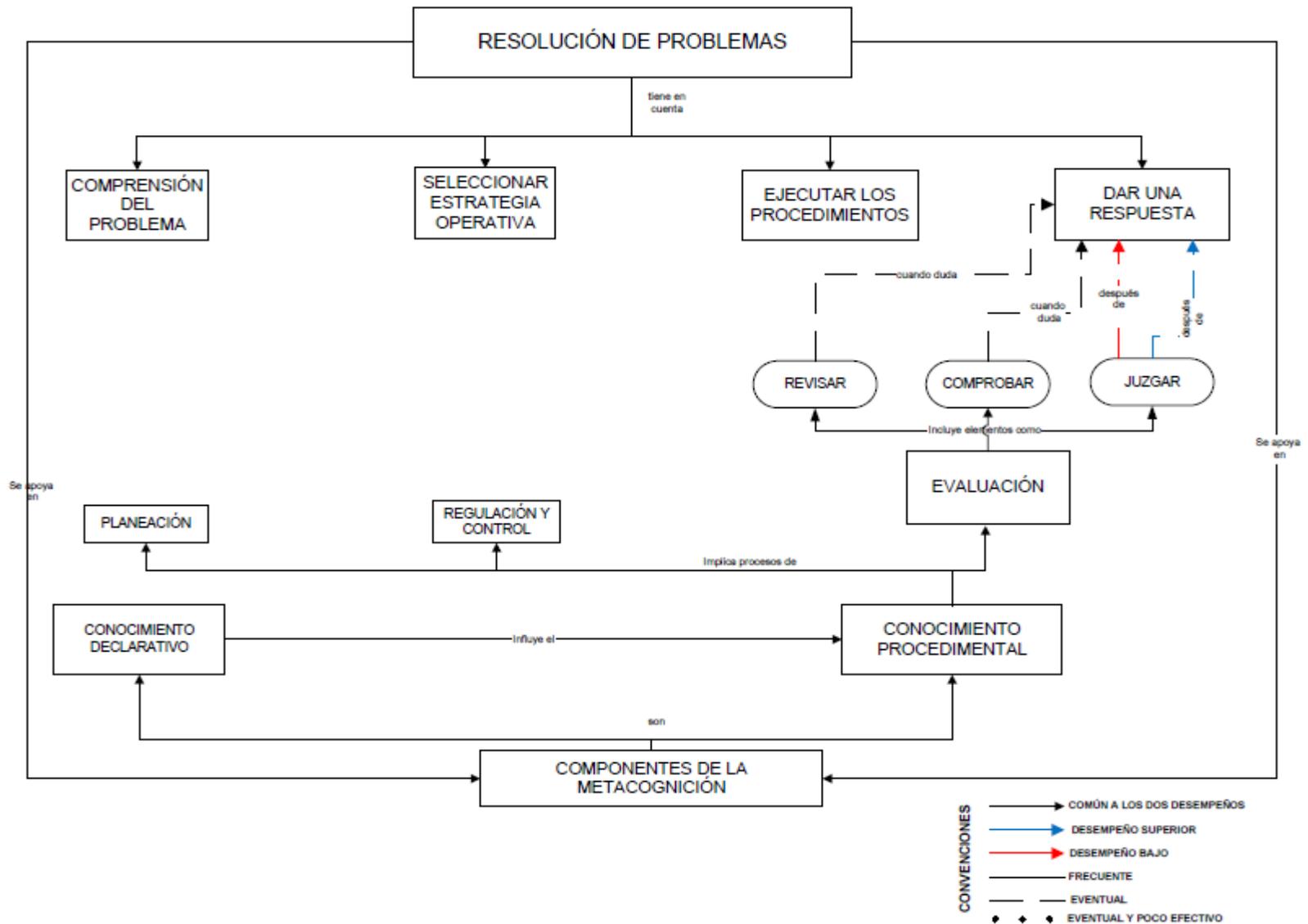


Figura 15. Incidencia de los elementos metacognitivos del proceso de evaluación durante las fases de resolución de problemas matemáticos.

### **Discusión**

A partir de los resultados previamente mostrados es posible identificar el conocimiento que tienen los estudiantes en torno a su propio desempeño para resolver problemas de matemáticas, las estrategias que se involucran en este proceso, las demandas de un tipo de tarea como esta y la manera en que planifican, regulan y evalúan la solución; lo que permite caracterizar a cada uno de los grupos de desempeño y realizar la comparación entre ellos, tal como se observan en los gráficos previamente mostrados.

Así, las principales diferencias encontradas se relacionan con la definición y representación del problema, el monitoreo de la comprensión y la interacción permanente con las demandas de la tarea que llevan a cabo los estudiantes del desempeño superior respecto a los del desempeño bajo; que sumado al dominio que tienen de algunas estrategias operativas más, hacen que su resolución sea más completa y acorde con la información presentada en el problema, sin que necesariamente hayan encontrado la solución.

Estos hallazgos son confrontados y discutidos en este apartado con base en los referentes teóricos sobre la metacognición en general y su influencia en la resolución de problemas, que autores como Flavell (1985); Martí (1995); Mateos (2001); Dunlosky y Mectcalfe (2009) y Tarricone (2011), entre otros, han planteado como fruto de su estudio en este campo. Con el fin de llevar a cabo este contraste y discusión, se tienen en cuenta los siguientes aspectos, por considerarlos claves en los resultados de la investigación: influencia del conocimiento declarativo en los procesos de regulación y control, la no linealidad de la planeación, regulación

– control y evaluación, la fuerte interacción que se da entre estrategias cognitivas y procesos metacognitivos, la influencia del conocimiento específico en los procesos de supervisión cognitiva, las diferencias metacognitivas entre expertos y novatos (que aquí vienen siendo los estudiantes de cada desempeño) y la regulación por otros.

Considerando la categoría del conocimiento declarativo, cada estudiante sabe en qué tipo de procesos matemáticos se desempeña mejor (conocimiento intraindividual), reconocen que tienen unos compañeros que comprenden mejor que ellos o que el profesor tiene un saber y unas habilidades que le pueden ayudar a superar sus dificultades personales, pero si el docente no explica bien, este hecho les limita la comprensión (conocimiento interindividual). Además, reconocen elementos universales de la cognición, como el hecho de que no comprenden o tienen dificultad para recordar lo que están haciendo. Estas ideas dan cuenta de los conocimientos y creencias que tienen frente a sí mismos y a otros como procesadores cognitivos, pero también frente a la cognición misma, subcategorías que forman parte del conocimiento declarativo de acuerdo con el modelo de metacognición planteado por Flavell (1985), quien señala también la importancia de su adquisición y uso para las actuaciones en la vida.

Frente a la subcategoría del conocimiento de la tarea, se identifica el tipo de información que es proporcionada por los distintos problemas que han tenido que solucionar a lo largo de su escolaridad y juzgan la complejidad de la misma de acuerdo con dicha información (demanda de la tarea); incluso frente a los problemas propuestos, la participante 5 del desempeño superior calificó los problemas 1 y 2 como difíciles. Los tres problemas diseñados para esta investigación, contienen información acorde al plan de estudios del Colegio Agustín Fernández y a las competencias evaluadas en las pruebas Saber para los estudiantes de grado noveno, que de acuerdo con los resultados son de un dominio aceptable por parte de ellos.

Sin embargo, se evidencia en la resolución, que la extensión y estructura de los problemas (que demandan solucionar otros problemas previos) y la información relacionada con los sistemas métrico y variacional, como es el caso de la unidad de peso kilo, la relación 2 a 1, el triple, la quinta parte, la mitad más uno, la comparación de información sin datos numéricos e incluso con ellos, no son de dominio de muchos estudiantes (principalmente los del desempeño bajo) y por lo tanto, afectan la resolución.

Lo anterior resulta consistente con lo expresado por Flavell (citado en Tarricone, 2011) en relación a que la tarea misma condiciona la manera en que se presenta y procesa la información, depende de cada tipo de problema e influye en cómo se satisfacen las demandas, reflejando variaciones en la complejidad que puede tener para cada sujeto. Además, si como señala el mismo autor, el conocimiento de las tareas se desarrolla a lo largo de la experiencia, queda el interrogante frente a ¿qué ha pasado con el proceso de enseñanza y con los estudiantes para que sus posibles aprendizajes no se vean reflejados en la solución de este tipo de problemas?.

Algunas hipótesis pueden ser planteadas alrededor del interrogante anterior. La primera es que en el Colegio Agustín Fernández se ha priorizado la enseñanza de habilidades sociales sobre el conocimiento específico de las áreas del plan de estudio, debido a las problemáticas de violencia, consumo y venta de estupefacientes, entre otros, que caracterizan el sector en que viven la mayoría de los estudiantes y que en ocasiones se trasladan al interior de la institución, generando dificultades de convivencia. Por lo tanto, muchas veces se invierte más tiempo en la reflexión con los estudiantes frente a este tipo de situaciones que al desarrollo de las competencias específicas del área, por lo que el proceso de evaluación le otorga mayor peso a la dimensión del ser, que a las del saber y el hacer que se consideran componentes de la evaluación

en la institución. Sin embargo, aún reconociendo esta situación, esto no alcanzaría a explicar el desconocimiento de conceptos y procedimientos básicos como la multiplicación y la división, de la que no muestran dominio la mayoría de los estudiantes del desempeño bajo y que se desarrollan en la básica primaria.

Un segundo aspecto a considerar tiene que ver con las prácticas de enseñanza de parte de los docentes. Cuando se estaban diseñando los problemas que se utilizarían en esta investigación, se les solicitó el cuaderno a algunos de los estudiantes con mejor desempeño de grado noveno con el fin de identificar qué tipo de problemas estaban resolviendo. En los apuntes de los estudiantes sólo se encontró un problema de aplicación de los sistemas de ecuaciones, el resto eran lo que Puig (1996) denomina ejercicios algorítmicos, que se realizan para lograr entrenamiento en los distintos modelos de solución; lo que permite inferir que las prácticas de los maestros de este colegio aún están basadas más en la instrucción de procedimientos y la ejercitación que en el desarrollo del pensamiento, este último, objetivo del modelo pedagógico de la institución. Esto concuerda con lo planteado por Mondragón (citado en Murillo & Ceballos, 2013), al indicar que la instrucción y la formación en una tarea específica, han sido el centro de la enseñanza y que pese a algunas modificaciones, continúan siendo las mismas, centradas en la clase magistral como modelo didáctico.

Lejos está lo anterior de lo planteado en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (1998), en donde se considera que la organización del currículo y la enseñanza de las matemáticas deben tener en cuenta procesos generales asociados al aprendizaje, en este caso la resolución de problemas, y los conocimientos específicos del pensamiento matemático que incluyen lo numérico, espacial, métrico, aleatorio y variacional. La resolución de problemas no

es la tendencia de enseñanza y los conocimientos particulares están centralizados en lo numérico y por el grado al que corresponden, al sistema variacional.

Una tercera y última hipótesis que se plantea, es que la falta de gusto por las matemáticas que señalaron la mayoría de los participantes de la investigación, ha afectado su aprendizaje, generándoles algunas limitaciones para poder no sólo apropiarse de los conocimientos específicos, sino transferirlos a otros contextos distintos a los que modela el docente en la clase. La influencia de las creencias, las actitudes, preferencias, motivaciones, entre otros, que tienen los estudiantes por las matemáticas en general son factores que afectan el aprendizaje en esta área (Herrera, Montenegro & Poveda, 2011). Desde la perspectiva de la metacognición, Mateos (2001) plantea que en las nuevas tendencias de investigación en el tema se considera que el aprendizaje autorregulado no sólo depende del conocimiento de estrategias específicas para un tipo de tarea y el control que se ejerza sobre ellas, sino que también influye la motivación que tenga el sujeto frente a la misma.

Frente a la tercera variable de conocimiento metacognitivo, el de las estrategias, hay que considerar dos tipos: las procedimentales derivadas del estudio de las matemáticas y las cognitivas. En relación con las primeras, los dos grupos de desempeño presentan limitaciones en cuanto a procedimientos de tipo matemático para la resolución de los problemas, por lo que se centran sólo en el uso de las aritméticas, que en el grupo de desempeño bajo se restringe incluso para la mayoría (tres de los cinco estudiantes) a las de carácter aditivo. Los estudiantes del desempeño superior, ante la falta de dominio de otro tipo de procedimientos con el planteamiento de una ecuación que exprese de manera matemática las relaciones planteadas en los problemas 2 y 3, se apoyan en el razonamiento matemático para avanzar en la resolución,

mientras que los de desempeño bajo optan por asignar datos arbitrarios que no necesariamente se ajustan a lo solicitado en el problema para poder realizar un procedimiento que conozcan.

Desde este punto de vista y considerando los planteamientos de Flavell (citado en Mateos, 2001) al señalar que el conocimiento metacognitivo de las estrategias se refiere al conocimiento de los procedimientos que son más efectivos para el cumplimiento de la tarea, puede suponerse que los estudiantes de desempeño superior y bajo no realizan metacognición frente a esta subcategoría. Sin embargo, si se tiene en cuenta como lo plantea Tarricone (2011), que el conocimiento de las estrategias se desarrolla a través de la interacción con las variables persona y tarea, es influenciado por las experiencias metacognitivas y se soporta por el monitoreo – control, se infiere de la observación durante la resolución de problemas, que los estudiantes del desempeño superior si tienen este tipo de conocimiento metacognitivo.

La afirmación anterior se sustenta en que el grupo de alumnos del nivel superior, además de ajustar las estrategias a sus propias habilidades y a lo que demanda la tarea, se ayudan por el monitoreo constante de la comprensión y la interacción continua con las demandas de la misma (elementos metacognitivos de regulación y control) para seleccionar un procedimiento que les resulte efectivo, lo cual muestra que el conocimiento que tienen es utilizado estratégicamente. En el caso de los estudiantes de desempeño bajo, quienes reconocen sus fortalezas y debilidades en torno a la operatividad, no es posible decir que realicen metacognición, ya que no sólo disponen de menos estrategias para resolver los problemas, sino que no aplican las que poseen de manera flexible de acuerdo con la situación.

Considerando ahora las estrategias de tipo cognitivo para la resolución de problemas, entendidas como “una especie de reglas o procedimientos intencionales que permiten al sujeto tomar las decisiones oportunas de cara a conformar las acciones que caracterizan el sistema

cognitivo” (Beltrán, citado en Curotto, 2010), se pone de manifiesto nuevamente la diferencia entre lo que se les enseña a los estudiantes y lo que ellos aplican. En los dos grupos de desempeño se observa que las estrategias cognitivas son leer para comprender el problema, seleccionar una operación y ejecutarla. En términos globales, estas estrategias se enmarcan dentro de los procesos señalados por Montague (2010) como leer, hipotetizar y computar; o en el modelo de Pifarré (citado en Pifarré&Sanuy, 2001) como entender y analizar el problema, planificar la resolución y resolver el problema. Otras estrategias como organizar los datos, hacer diagramas de representación del problema y comprobar las operaciones, no son evidenciadas de manera sistemática en ningún estudiante, aunque reconocen que sus docentes les han dado indicaciones al respecto.

Es importante señalar, que particularmente la estrategia de lectura y relectura del problema por parte de los estudiantes del desempeño superior les ayuda a comprender el problema y monitorear dicha comprensión (concentrándose principalmente en la información relevante), mientras que en los del desempeño bajo, aunque les ayuda a crear una comprensión, la función principal es avanzar en la solución. En este sentido, para el caso de los estudiantes del desempeño superior esta estrategia no solo pretende ayudar al avance en la resolución del problema, sino también ejercer control, por lo que se puede considerar desde los planteamientos de Flavell (1985) como una estrategia o elemento metacognitivo de regulación y control, los cuales serán discutidos más adelante.

Lo anterior muestra, como lo plantean autores como Flavell y Brown (citados en Martí, 1995); Baker y Swanson (citados en Curotto, 2010); Panaoura, Gagatsis y Demetriou (2009), la fuerte interrelación entre lo cognitivo y lo metacognitivo, que conlleva a que en ocasiones sea difícil distinguirlos, ya que una determinada estrategia puede cumplir doble función; la de ayudar

a alcanzar el objetivo (estrategia cognitiva) o controlar la tarea (estrategia metacognitiva). Como otro ejemplo de esta interrelación, está el hecho de que los estudiantes de ambos desempeños, dependiendo de la comprensión individual, combinan a lo largo de la resolución estrategias cognitivas como realizar las operaciones y metacognitivas como autocuestionarse frente al sentido del resultado respecto a la información del problema.

Con lo hasta aquí señalado, si se considera la metacognición como el conocimiento sobre los procesos cognitivos, que de acuerdo con Martí (1995) incluye por ejemplo saber si una tarea es más compleja que otra, darse cuenta de que no se ha entendido una explicación que se acaba de recibir o la información de un problema y saber que algunas personas explican mejor que otras; y que son aspectos de los cuales los estudiantes pueden dar cuenta de acuerdo con la triangulación de los distintos instrumentos de la investigación, puede decirse que los estudiantes de desempeño superior y los de desempeño bajo realizan metacognición.

Sin embargo, si fuera posible hablar de grados de profundidad de metacognición, en donde se tenga en cuenta no sólo la identificación de las propias limitaciones y fortalezas, sino el aprovechamiento de estas últimas en la superación de las primeras, en favor de la resolución de los problemas, como lo plantea Flavell (1985), son los estudiantes de desempeño superior los que muestran mayor conocimiento metacognitivo. Estos posibles grados de metacognición determinarían las diferencias entre lo que podría considerarse para caracterizar lo que son un novato (desempeño bajo) y experto (desempeño alto) resolutor de problemas, que en este estudio resulta ser coincidente con lo señalado por Kagan y Lagan (citados en Gozález,1996), en relación a que la distinción de los grupos no es la cantidad de información y procesos que dominan, sino la habilidad para reconocer y activar del conocimiento que poseen, lo que resulta más adecuado al problema que enfrentan.

Pero si el lector considera otro tipo de concepciones como la de Kuhn y Dean (citados en Lai, 2011), quienes definen la metacognición como aquello que le permite a un estudiante a quien se le ha enseñado una estrategia específica para resolver un problema en un contexto determinado, recuperar e implementar dicha estrategia en un contexto similar, pero nuevo; puede decirse que ninguno de los grupos de desempeño realiza metacognición puesto que no transfieren a estos nuevos problemas las estrategias cognitivas y procedimentales propias de las matemáticas que se les han enseñado previamente a lo largo de la escolaridad (particularmente los de carácter analítico) para ayudarse en la resolución. Claro, hay que considerar que los estudiantes han reconocido que algunos de los docentes no les explican bien, por lo que su comprensión de algunos procedimientos, como el de las ecuaciones, no son de su dominio. De allí la importancia de tener siempre presente la interacción entre las variables persona, tarea y estrategias que ya se consideró anteriormente, a la hora de evaluar la metacognición. Con estas consideraciones, se reitera que los resultados de esta investigación muestran que tanto los estudiantes del desempeño superior como los del bajo tienen un conocimiento metacognitivo.

Entrando ahora al componente procedimental de la metacognición, relacionado con la regulación y el control; se hace inicialmente una revisión diferenciada de cada uno de los procesos involucrados (planeación, regulación - control y evaluación), para presentar al final una interpretación global de los mismos. En relación con el proceso de planeación hay que señalar que no se da únicamente de manera previa a la ejecución de la tarea, sino que interviene a lo largo de la resolución, esto es, se realiza una planeación general, que para el caso de la mayoría de los estudiantes de ambos desempeños está centrada en las incógnitas del problema (siete estudiantes), y una planeación específica, proveniente de la subdivisión del problema en partes, que incluye la identificación de las incógnitas y de los procesos matemáticos de resolución.

De acuerdo con lo anterior, el proceso de planeación realizado por los estudiantes participantes del estudio no coincide con la afirmación de Soto (2002), quien indica que esta actividad se da previa a la ejecución de la tarea e incluye el diseño de una heurística de acciones a seguir y las estrategias, ya que la mayoría de los alumnos, previo a la ejecución pueden decir la secuencias de pasos que van a llevar a cabo, pero no necesariamente qué estrategias, en este caso matemáticas, utilizarán en la solución. Es durante la ejecución, que el proceso de planeación se consolida apoyándose y apoyando la regulación y el control, lo cual resulta coincidente con el modelo metacognitivo de Mateos (2001), que establece la interrelación de estos procesos.

Aquí se pone de manifiesto nuevamente la relación estrecha entre lo cognitivo y lo metacognitivo, pues desde lo cognitivo planear le permite a los estudiantes de los dos grupos de desempeño identificar los objetos matemáticos que se involucran en la resolución, mientras que desde lo metacognitivo se observan elementos como focalizar la atención en las relaciones críticas, los datos relevantes y su interdependencia, desde lo cual los alumnos se hacen una definición y representación del problema, se dan explicaciones del mismo en relación con esa comprensión y depuran las estrategias posibles que permitan dar solución a la tarea, de acuerdo con el reconocimiento de las habilidades y conocimientos propios, lo que resulta concordante con los planteamientos de Mateos (2001) y Schoenfeld (citado en Barrantes, 2006). Los elementos metacognitivos en el proceso de planeación varían de acuerdo con el grupo de desempeño (mayor en el desempeño superior) y la complejidad del problema, en este caso, las tareas 2 y 3.

La diferencia más significativa en torno al proceso de planeación entre el desempeño superior y el desempeño bajo está en la definición y representación del problema, pues son los primeros quienes logran comprender la globalidad de la tarea y de sus relaciones específicas,

ayudándose de elementos metacognitivos como la concentración de manera recurrente en la información relevante de los subproblemas, preguntarse a sí mismos o explicarse el problema, y sobre todo porque a lo largo de la resolución van monitoreando su comprensión (elemento del proceso de regulación –control), que permiten que su definición inicial del problema se ajuste a lo que realmente se pide. Una característica adicional que muestra diferencias entre los grupos, es que los estudiantes del desempeño superior invierten más tiempo para pensar en qué van a hacer y también en la solución misma. Esto es coincidente con lo señalado por Mateos (2001) en relación a que ante un problema no rutinario, son los sujetos con mayor pericia (en este caso los del desempeño superior), quienes dedican más tiempo a la representación del problema antes de tratar de resolverlo y van modificando su representación a lo largo de la solución cuando han obtenido una comprensión mayor de los elementos que contiene.

En la misma línea de definición y representación del problema, los estudiantes del desempeño superior, siempre saben qué entienden y qué no entienden del enunciado del problema, lo cual está asociado a la metacompreensión de acuerdo con lo señalado por Baker (citado en Tarricone, 2011) al afirmar que ésta es la habilidad de saber cuando se comprende, cuando no se comprende y cuando se comprende parcialmente. Los estudiantes del desempeño bajo, aunque en ocasiones señalan no entender, no se dan cuenta siempre de las cosas que no comprenden y continúan su resolución creyendo que han comprendido. Esto es lo que Stanford (citada en Sandoval & Franchi, 2009), señala como estudiantes con baja comprensión y baja metacompreensión, pues no saben pero piensan que saben, e incluso con base en ello emiten juicios sobre su resolución del problema (proceso de evaluación).

Las causas de las dificultades en la comprensión de los problemas por parte de los estudiantes de los dos grupos (más acentuada en los del desempeño bajo) no fueron indagadas en

esta investigación, sin embargo de acuerdo con lo observado se plantean algunas razones como el desconocimiento de términos propios de las matemáticas, la falta de interpretación del sentido de los enunciados y los conceptos que allí se deben relacionar, la parcialización de la información, el cambio de los datos u olvido de estos en ocasiones. Lo anterior plantea la necesidad de futuras investigaciones en metacognición que permitan dar cuenta de ¿cómo puede un sujeto estar seguro de que comprende?.

Continuando con el segundo aspecto de la planeación - la definición de los pasos y las estrategias de solución - los estudiantes de ambos desempeños descomponen el problema en subproblemas, exigencia misma que demanda la tarea, y determinan para cada uno de ellos las estrategias específicas de solución. La selección de estas estrategias está marcada por el conocimiento de las mismas, que como ya se señaló anteriormente se ven limitadas a procedimientos de tipo aritmético, de carácter principalmente aditivo para los del desempeño bajo, mientras que para los del desempeño superior se incluyen también las de carácter multiplicativo y el uso de razonamientos y cálculos por ensayo – error.

Considerando entonces los dos aspectos de la planeación – definición y representación del problema y elaboración de la secuencia de pasos y estrategias para la resolución – puede decirse que son los estudiantes del desempeño superior quienes llevan a cabo este proceso. En los estudiantes del desempeño bajo se evidencian elementos de metacognición que forman parte de la planeación, pero no logran con ello regular su propia comprensión, las demandas de la tarea o de las estrategias, que son base para solucionar el problema. Quienes logran una definición y representación del problema adecuada de la situación, elaboran mejores planes, deciden mejor las estrategias, más allá de las limitantes operativas, y logran una resolución más adecuada del problema, aunque no necesariamente encuentren la solución. Este resultado apoya los hallazgos

que frente al tema habían planteado autores como Mateos (2001) y Sweeny (2010) frente a las diferencias metacognitivas en la planeación que realizan estudiantes de diferentes habilidades y su influencia en la solución de los problemas.

En relación con el segundo proceso, la regulación y control durante la resolución del problema, hay que considerar que este se ejerce desde el momento de la planeación y durante la ejecución se despliega para controlar los procedimientos matemáticos y/o monitorear la comprensión del problema. Es coincidente en los dos grupos de desempeño controlar la ejecución de las operaciones sólo cuando les genera duda el resultado, si el cálculo se ha hecho mental o en el caso de sumas extensas con una ayuda externa como contar con los dedos o con punticos al lado de las cantidades para no olvidar el cálculo.

La falta de control constante sobre las operaciones en los dos grupos de desempeño llevó a que se cometieran algunos errores que afectaron la solución final del problema, los cuales no fueron identificados y corregidos por los participantes. Esto puede explicarse si se consideran los planteamientos de Brown (citada en Mateos, 2001), quien afirma que no siempre toda actividad debe ser controlada, pues la capacidad de resolver problemas se incrementa con la automatización de algunos elementos que son rutinarios en las tareas y sólo se controla aquello que resulta novedoso; lo cual reafirma Tarricone (2011) al afirmar que el control de los procesos es estimulado por pasadas experiencias. Sin embargo, para los dos grupos de desempeño, la ejecución de los procedimientos aritméticos que vienen a ser rutinarios para el grado en el que se encuentran, debe considerarse por lo menos como elemento de regulación la revisión a fin de pasar por los errores.

La diferencia significativa del proceso de regulación y control entre los dos grupos, es el monitoreo de la comprensión, principalmente en los problemas más complejos. Los estudiantes

de desempeño superior supervisan de manera constante su comprensión del problema apoyándose en otros elementos metacognitivos como la interacción constante con las demandas y la concentración en la información relevante, lo que les permite decidir mejor sobre las estrategias que van a llevar a cabo y evaluar lo que hacen (puede decirse que es entonces factor de planeación, regulación y evaluación). Por su parte, los alumnos del desempeño bajo no monitorean su comprensión, aunque también se concentren en la información relevante e interactúen con las demandas, su finalidad es distinta, avanzar en la resolución, aunque eso implique asignar datos al problema que no se corresponden con lo descrito en la situación. Al igual que quienes se definen y representan mejor el problema, los participantes que monitorean de manera más recurrente su comprensión, realizan una mejor resolución.

El monitoreo de la comprensión depende de la complejidad del problema, que para esta investigación eran los problemas 2 y 3. En estas tareas los estudiantes del desempeño superior monitorean de manera más recurrente lo que estaban entendiendo; lo cual es divergente de los hallazgos del estudio realizado por Mokos y Kafoussi (2013), en donde ante tres problemas de distintas características, uno de ellos complejo, los estudiantes monitorean menos la comprensión en relación con los otros dos; pero coincidente con planteamientos como los planteamientos de Mateos (2001) al afirmar que ante tareas más complejas mayor es el monitoreo requerido, no sólo de la comprensión sino también de las estrategias.

Frente al último proceso que compone el conocimiento procedimental, la evaluación, como se expuso en los resultados, no surge de manera espontánea en ninguno de los estudiantes, lo que marca una coincidencia con el estudio de Mokos y Kafoussi (2013), en el que este proceso metacognitivo en los problemas complejos surgió sólo en el 16.7% de los participantes de dicha investigación. Sin embargo, considerando la pregunta realizada por la investigadora que

pretendía que los alumnos juzgaran su solución, los hallazgos mostraron que los alumnos del desempeño superior pueden dar cuenta de que tan bien ha comprendido algo, con base en lo cual valoran que tan bien han resuelto el problema, lo cual es un elemento de evaluación a nivel objeto de acuerdo con el modelo de Nelson y Narens (citados en Mokos&Kafoussi, 2013).

Centralizando la discusión presentada en torno a los procesos de supervisión cognitiva que conforman el conocimiento procedimental de la metacognición, puede decirse que los estudiantes del desempeño superior durante la resolución de los problemas comprenden, seleccionan las estrategias, regulan – controlan, y evalúan con mayor precisión que los del desempeño bajo. La misma comparación se puede establecer al interior de cada grupo, por lo que entre los de desempeño alto y los del nivel bajo resuelven mejor quienes supervisan su cognición; con lo que se reafirman los hallazgos de estudios comparativos entre sujetos de distinto nivel de competencia como los realizados por Mateos (2001) y Schoenfeld (citado en Dunlonsky&Metcalfe, 2009) y lo expresado por Organista (2005) en relación a que los procesos de regulación ayudan tanto a expertos como a novatos, pues los novatos que obtienen mejores resultados en la solución de problemas son los que controlan, planean y supervisan las estrategias utilizadas y a su vez pueden identificar sus deficiencias en la comprensión y en las operaciones realizadas.

Sin embargo, llevar a cabo mejores procesos de regulación cognitiva no les garantizó a los alumnos del nivel superior haber hallado la solución de los problemas, pues considerando las tres tareas planteadas, sólo dos estudiantes determinaron el resultado adecuado en el problema 2, mientras que en los restantes cometieron errores operativos o se vieron limitados por el desconocimiento de las demandas de la tarea y las estrategias. Este resultado permite afirmar que los procesos de supervisión metacognitiva influyen de manera positiva la resolución de

problemas, pero no con ello se garantiza el éxito en la solución, ya que se requiere de conocimientos específicos frente a las demandas y las estrategias que tiene en sí misma la tarea para poder hallar una solución, pues ante su desconocimiento (como el caso de la unidad de medida kilo), se limita la ejecución en el problema. Este hallazgo es divergente de los encontrados en estudios que comparan las habilidades metacognitivas de estudiantes con distintos niveles de competencia, que según señala Mateos (2001), han concluido que:

Los estudiantes que aprenden más fácilmente nuevas materias supervisan y regulan mejor su aprendizaje, compensando de este modo su falta de conocimiento de la materia. Son los novatos inteligentes (Brown y Campione, 1990), estudiantes que no disponen de un gran conocimiento del dominio específico, pero que saben cómo adquirirlo” (p. 62).

En cambio, resulta congruente con lo planteado por Pozo y Mateos (2009) en relación a que es imposible controlar el propio aprendizaje sin una base mínima de conocimientos específicos sobre el cual se ejerza dicho proceso y que la efectividad de la gestión metacognitiva del conocimiento varía en función de los conocimientos específicos que tenga el estudiante de las demandas de la tarea. En la relación inversa, mayor conocimiento específico tampoco garantiza por sí sólo el éxito en la solución del problema, pues por ejemplo, si se compara el grupo de estudiantes del desempeño superior, algunos tienen más herramientas matemáticas que otros, pero aún así, en ocasiones se equivocaron más que los demás compañeros, aunque su procedimiento estuvo regulado por algunos elementos metacognitivos. Esto es concordante con la afirmación hecha por González (1996), en relación a que aunque se tengan ciertos conocimientos, sino se poseen habilidades metacognitivas se puede fallar con frecuencia en la manera que se usa o no se es capaz de resolver el problema.

Un último aspecto sobre el cual se discuten los resultados tiene que ver con la regulación por otros, término adoptado por Martí (1995), para referirse al aspecto de la metacognición que

se contrapone a la idea de la autorregulación, cuya base son los planteamientos de Vygotsky en torno a la internalización y la zona de desarrollo próximo. De acuerdo con lo que expresaron los estudiantes de los dos desempeños en la entrevista y la escala Likert, se infiere una gran tendencia a recurrir al otro – profesor o compañeros – para regular y controlar su solución de los problemas, lo que pone de manifiesto que posiblemente hay procesos que no han sido internalizados y que continúan siendo predominantemente dependientes de la interacción social; por lo que no podría considerarse entonces que haya metacognición.

Sin embargo, si se consideran las restricciones de la implementación de los problemas de esta investigación como no poder preguntarle a nadie y enfrentarse a la mayoría de problemas de manera individual, y que pese a esto, sobre todo los estudiantes del desempeño superior planearon, identificaron, aplicaron y monitorearon las estrategias que decidieron usar para resolver el problema, puede afirmarse que este grupo de estudiantes realizan metacognición, pues como lo plantea Tarricone (2011), los procesos mencionados anteriormente dependen del habla interna para su interiorización, que constituye el andamiaje para la reflexión metacognitiva.

A manera de síntesis de la discusión se puede afirmar que los estudiantes del desempeño superior realizan metacognición porque: a. Muestran conocimiento de sus fortalezas, dificultades, capacidades, saben lo que entienden de las demandas de la tarea y las estrategias, y poniendo en interacción estas tres variables usan lo que conocen de manera adecuada en la resolución de problemas; b. Administran de manera flexible su conocimiento para aplicarlo en la solución de los problemas; c. Comprenden los problemas y con base en ello pueden determinar la secuencia de pasos y estrategias operativas que pueden servir con la solución, apoyándose en procesos de regulación – control como el monitoreo de la comprensión y la interacción con las demandas; y, d. Aunque no evalúan de manera autónoma la totalidad del problema, se apoyan en

los elementos del proceso de regulación – control para verificar la validez de lo que han ido haciendo a lo largo del problema.

Por su parte, los estudiantes del desempeño bajo, aunque pueden identificar sus fortalezas, dificultades, capacidades y lo que saben frente a las demandas y estrategias para resolver problemas, no pueden hacer uso flexible de lo que conocen cuando se enfrentan a un problema, principalmente porque no logran comprenderlos y no siempre se dan cuenta de este hecho. Desde la representación que cada estudiante se hace del problema se realiza la ejecución, en la cual se identifican elementos de regulación – control, pero estos no son suficientes para suplir las carencias operativas y de comprensión del problema; tampoco para que pueda evaluar su solución de manera acorde entre la información del problema y la resolución llevada a cabo; por lo que no se puede considerar que haya metacognición en este grupo de estudiantes.

Los resultados de esta investigación que han sido aquí discutidos, reiteran la importancia de la metacognición en la resolución de problemas que ya ha sido señalada por otros autores y con base en lo cual se han diseñado programas de instrucción en el área de matemáticas como el de Pifarré y Sanuy (2001), Rodríguez (2005), Tárraga (2008) y Montague (2010); lo que conlleva a pensar en la necesidad de plantear alternativas para las prácticas de enseñanza en el área de matemáticas del Colegio Agustín Fernández, para lograr que los estudiantes tengan mejor desempeño en la resolución de problemas. Este aspecto y otros como la posibilidad de pensar en distintos grados de metacognición serán planteados ampliamente en la siguiente sección de aportes.

### **Aportes**

Los resultados obtenidos en la investigación y su respectiva discusión han permitido establecer una serie de conclusiones no sólo sobre las características metacognitivas en la resolución de problemas de los estudiantes de grado noveno con desempeños superior y bajo en el área de matemáticas del Colegio Agustín Fernández I.E.D, objetivo general de esta investigación, sino que también permiten realizar aportes y recomendaciones frente al estudio y evaluación de la metacognición, el proceso de enseñanza en resolución de problemas, las posibles investigaciones futuras en este campo, entre otros, que resultan relevantes para las ciencias cognitivas, la educación en general y la educación matemática de manera específica. En esta sección se dará cuenta de los aspectos aquí señalados, iniciando por las conclusiones, continuando con las recomendaciones y finalmente planteando la perspectiva de nuevos estudios.

### **Conclusiones y Principales Aportes de la Investigación**

Las conclusiones de la investigación, pueden considerarse desde la especificidad de la población tenida en cuenta en el estudio y la generalidad de la metacognición en la resolución de problemas matemáticos. A partir de la particularidad de las características metacognitivas durante el proceso de resolución de situaciones problemáticas para estudiantes con distintos desempeños en cada uno de los componentes de la metacogniciónse puede concluir que:

- Desde el componente declarativo los estudiantes de cada grupo de desempeño muestran conocimiento de sí mismos, de otros, de lo que saben frente a una tarea y a las estrategias; que se corresponde con cada una de las variables consideradas por Flavell (1985) frente al conocimiento cognitivo. Frente a sí mismos identifican sus habilidades y dificultades, las cuales se relacionan sobre todo con las demandas específicas de la tarea y las estrategias de resolución, así como con la comprensión que logran de los problemas matemáticos. Las demandas de la tarea en la que muestran mayor dominio son del contexto de sistemas numéricos y las estrategias son de tipo aritmético, que para el caso de los estudiantes de desempeño superior incluye el carácter aditivo y multiplicativo, mientras que en los del desempeño bajo es solo el primero. Ambos grupos de desempeño son conocedores de este hecho.

El conocimiento inter-individual hace referencia a la comparación que establecen los estudiantes entre su comprensión, habilidades y dominio de procedimientos específicos de las matemáticas en relación con sus compañeros, los docentes, otro adulto, pero también entre los propios maestros. Así por ejemplo, reconocen que hay compañeros que comprenden mejor los problemas y tienen un mayor dominio operativo en matemáticas que ellos, por lo que consideran que en cierto momento podrían ayudarles. En el mismo sentido, conocen que los profesores tienen el conocimiento específico en matemáticas que ellos aún no han logrado, que algunos explican mejor que otros y que de esas habilidades de explicación depende en gran parte la comprensión que como alumnos logren.

Estos planteamientos muestran entonces que al considerar el conocimiento metacognitivo, en ambos grupos de desempeño hay metacognición. Sin embargo, si se tiene en cuenta que la metacognición no sólo implica conocer y dar cuenta de lo que se entiende, se sabe, domina, entre otros, sino el uso estratégico que se le da a dicho conocimiento para resolver una

tarea, los alumnos del desempeño bajo no llevan a cabo metacognición, a diferencia de los del nivel superior que si muestran este tipo de características.

- Tomando en cuenta el componente procedimental, se identifican diferencias significativas en los procesos de planeación, regulación – control y evaluación en los dos grupos de desempeño. Frente al primero la distinción radica en que los alumnos del grupo de nivel alto se representan y definen el problema de manera más adecuada que sus otros compañeros. En relación con la regulación – control, los participantes del desempeño alto lo hacen sobre la comprensión del problema y sobre los procedimientos, mientras que los del otro grupo están más centrados en los procedimientos, sobre una comprensión ya definida y cuyo monitoreo es casi incipiente e inadecuado. Frente a la evaluación, aunque es coincidente que no surge de manera autónoma en los estudiantes, la diferencia radica en que los de desempeño superior emiten juicios acordes con lo que saben que comprendieron e hicieron, diferente a los del nivel bajo que no siempre parecen saber que no entendieron el problema y que su resolución respondió al ajuste que hicieron de la información.

- Considerando los dos componentes de la metacognición puede decirse que los estudiantes de desempeño alto realizan procesos metacognitivos durante la resolución de problemas matemáticos, mientras que los del desempeño bajo no, aunque en ocasiones permitan entrever elementos de metacognición asociados a los distintos procesos. Esto confirma hallazgos de otros investigadores que han estudiado las diferencias entre considerados novatos y expertos, o en alumnos con distinta capacidad, como los realizados por Mateos (2001) y Schoenfeld (citado en Dunlosky&Metcalf, 2009). Sin embargo, si se pueden considerar grados de profundidad de la metacognición el panorama puede ser diferente. Más adelante se planteará una propuesta al respecto.

Teniendo en cuenta ahora el marco general de la metacognición en la resolución de problemas matemáticos, las conclusiones permiten dar cuenta de las relaciones entre los procesos de regulación cognitiva, entre procesos cognitivos y metacognitivos, el conocimiento específico y la metacognición, entre otros, lo cual se presenta en seguida:

- Los procesos metacognitivos no tienen una secuencia lineal, sino por el contrario, su relación es casi de superposición, en donde cada uno influencia al otro y se realizan de manera simultánea. Mientras se planea se regula y evalúa, mientras se regula también se vuelve a planear y se evalúa nuevamente y así sucesivamente. Para el caso de la metacognición en la resolución de problemas matemáticos se identifica que el monitoreo de la comprensión y la interacción constante con las demandas, son la intersección de estos tres procesos. Estos dos elementos no sólo posibilitan que el sujeto se defina y represente adecuadamente el problema, sino que contribuyen, ante las limitaciones de dominio de procedimientos específicos de las matemáticas, encontrar alguna estrategia alternativa con la cual solucionar el problema; que se evidencia en los estudiantes del desempeño superior, no así en los del desempeño bajo.

- La evaluación es un proceso de regulación cognitiva que ha sido delegado por los estudiantes para que otro, principalmente su docente, realice. Esto puede deberse a la manera en que las estrategias evaluativas se dan en las instituciones y al interior del aula, en donde más allá de que los sistemas integrales de evaluación de estudiantes, que por normatividad deben existir, incluyen fases de autoevaluación, heteroevaluación y coevaluación, la que prima es la segunda, por considerarse que los estudiantes carecen de juicios para decir cómo ha sido su desempeño. Sin embargo, el argumento aquí planteado requiere ser analizado más detalladamente y se constituye en una opción para futuras investigaciones.

- Para resolver un problema de matemáticas, si bien se requieren conceptos y procedimientos específicos, cuando un estudiante carece de algunos de ellos, los procesos metacognitivos brindan soporte a estas limitantes, dando la posibilidad de realizar un proceso de resolución exitoso. Se puso en evidencia que, en general, los participantes que solucionaron de manera más adecuada el problema fueron aquellos que planificaron, regularon y controlaron mejor su ejecución. Pero también se debe considerar el caso contrario, que los procesos metacognitivos sin algún grado de conocimiento específico por sí solos no determinan que la solución del problema sea posible; por ejemplo, en el caso de los estudiantes de desempeño superior, que tienen elementos metacognitivos comunes, quienes dominan otras estrategias matemáticas solucionan mucho mejor la situación problemática.

Esto tiene que ver con el hecho de que el desarrollo cognitivo implica la adquisición de nuevas destrezas y conocimientos, así como el incremento paulatino de los mismos, lo que le permite a los sujetos una mejor actuación cognitiva en los dominios que se corresponden con dichos saberes (Flavell, 1985). En esta misma línea, como lo expresan Pozo y Mateos (2009) los procesos cognitivos no son independientes del contenido y contexto de la tarea en la cual que usan, por lo que no se puede entender que la metacognición sea posible sin una base mínima de conocimientos específicos. Lo que esto muestra es la necesidad de pensar en nuevas formas para la enseñanza de las matemáticas que le posibiliten al estudiante apropiarse de los conocimientos básicos y procedimientos que están asociados al desarrollo del pensamiento matemático y sin los cuales, en ocasiones, resulta imposible solucionar algunas tareas de este dominio específico.

- Existe una relación de proporcionalidad directa entre los procesos metacognitivos y la resolución de problemas matemáticos. Esto es, a mayor complejidad del problema mayor es la necesidad de regular la cognición. Autoras como Brown (citada en Mateos, 2001), han

justificado este hecho en la experiencia que va adquiriendo un sujeto cuando ha tenido que resolver problemas con demandas similares, en donde algunos procesos se realizan de manera automática, mientras que en las tareas nuevas se requiere de procesos controlados.

- En la resolución de problemas matemáticos los procesos cognitivos y metacognitivos van de la mano. Resolver un problema de esta área implica como mínimo las siguientes fases: comprenderlo, decidir unas estrategias, ejecutarlas, encontrar una solución y evaluar dicha solución; en las que intervienen procesos de tipo cognitivo y metacognitivo a la vez. Ejemplos de este hecho ya fueron presentados en la discusión de los resultados. Esta conclusión respalda los planteamientos de Peñalva (2009), quien indica que la enseñanza – aprendizaje de las matemáticas y en particular la resolución de problemas son un escenario idóneo para lograr que se desarrollen los procesos metacognitivos porque, entre otras razones, se puede adquirir conocimiento sobre cómo atender, qué hay que atender, qué se debe hacer para atender, cómo evitar distracciones y qué medidas de corrección tomar para controlar las dificultades, entre otros.

Las conclusiones aquí señaladas le proporcionan información valiosa a las ciencias cognitivas y la educación matemática, más allá de la confirmación de los hallazgos de otros estudios y le dan al Colegio Agustín Fernández I.E.D un panorama distinto de caracterización de su población que sirven de base para pensar en cómo desarrollar mejores prácticas de enseñanza.

Quienes estén interesados en las ciencias cognitivas tienen un marco de referencia complementario que permite pensar en la incidencia de la metacognición no sólo en la globalidad de la ejecución de un cierto tipo de tarea, sino en qué fases de dicha resolución implican mayor demanda de procesos metacognitivos y cuáles de estos deben ser potenciados de manera puntual en cada una de ellas para lograr el objetivo; lo que se constituye en la base de diseño de

programas de instrucción metacognitiva que respondan a la especificidad de las limitaciones del sujeto durante un problema y no al problema mismo. Por ejemplo, con lo mostrado en esta investigación, la mayor dificultad de los estudiantes a la hora de resolver una situación problemática del contexto matemático estuvo en la comprensión de la misma, por lo que se debería en futuros estudios del campo de la metacognición explorar con mayor profundidad este tema e identificar los elementos metacognitivos de mayor incidencia que le permitan a un estudiante comprender la tarea y tener certeza de que dicha comprensión es adecuada.

Ahora bien, como se sugirió en la discusión de los resultados, es posible pensar que existen distintos grados de profundidad en la metacognición cuando se resuelven problemas matemáticos, lo que genera una nueva mirada del tema a considerar en próximas investigaciones y un aporte significativo a las ciencias cognitivas cuando se pretende evaluar la metacognición. De acuerdo con los resultados de este estudio y teniendo como referencia los niveles en que la metacognición influye en la realización de una tarea y su interdependencia con el contenido, señalados por Alexander (citado en Pozo & Mateos, 2009), descritos como aclimatación, cuando sólo se dispone de un conocimiento básico, fragmentado y del cual hay poca comprensión requiriendo de una elevada demanda de autorregulación, pero aún así no se logra el objetivo; competencia, cuando se tiene un mayor conocimiento, que es coherente y mejor organizado, por lo que le da la posibilidad de planificar las estrategias más adecuadas y de hacer uso efectivo de las mismas, permitiéndole lograr el objetivo; y pericia, cuando disminuye la necesidad de controlar y se automatizan los procedimientos para resolver problemas más comunes; en la tabla 11 se sintetiza una propuesta frente a posibles grados de profundidad metacognitiva en la resolución de problemas matemáticos y su sentido desde el conocimiento declarativo y el procedimental.

Tabla 11

*Propuesta de niveles de metacognición. Fuente: elaboración propia.*

INDICADORES ASOCIADOS A LOS COMPONENTES DE LA METACOGNICIÓN			
NIVEL DE METACOGNICIÓN	CONOCIMIENTO DECLARATIVO	CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL	SOLUCIÓN DEL PROBLEMA
<b>INEXISTENTE</b>	<p>1. Conocimiento de sí mismo: Sabe que no comprende los problemas, pero no puede expresar con claridad los elementos específicos que desconoce.</p> <p>2. Conocimiento inter – individual: Conoce de las habilidades y dominio conceptual de otros que le podrían ayudar con la tarea, pero no recurre nunca a ellos.</p> <p>3. Conocimiento de las creencias y motivaciones propias: No le gustan las matemáticas, por lo que muestra poco interés por su aprendizaje y las situaciones asociadas con esta área.</p> <p>4. Conocimiento de la tarea: Muestra desconocimiento de conceptos matemáticos básicos para el grado en el que se encuentra.</p> <p>5. Conocimiento de las estrategias: Tiene limitado manejo de procedimientos matemáticos básicos que debería utilizar en el grado en que se encuentra.</p>	<p>No se define ni representa el problema por desconocimiento de las demandas del mismo, lo que le impide planear, regular o evaluar.</p>	<p>Se abandona la resolución del problema.</p>
<b>BAJO</b>	<p>1. Conocimiento de sí mismo: Reconoce sus fortalezas y dificultades, pero en la resolución de los problemas no logra administrar sus habilidades en favor de la solución del problema. Tiene comprensión de algunas partes del problema, más no de la globalidad, aunque no siempre se da cuenta de este hecho.</p> <p>2. Conocimiento inter – individual: Conoce de las habilidades y dominio conceptual de otros que le podrían ayudar con la tarea, recurriendo constantemente a ellos para ayudarse en su resolución.</p> <p>3. Conocimiento de las creencias y motivaciones propias: No le gustan las matemáticas, pero al asumirlas como una de sus responsabilidades, se interesa por aprender.</p> <p>4. Conocimiento de la tarea: Dispone de un conocimiento básico para el grado en que se encuentra.</p> <p>5. Conocimiento de las estrategias: Dominio limitado de estrategias acordes con el grado en que se encuentra. Las que domina son insuficientes para resolver problemas nuevos.</p>	<p>La definición y representación del problema es parcializada. Planea de acuerdo con la definición que se hizo del problema, selecciona las estrategias que domina, las cuales no siempre le ayudan a resolver la situación; regula y controla algunos procedimientos, pero no la comprensión del problema.</p> <p>La evaluación de los resultados es ausente y sus juicios frente a la solución del problema muestran que no se dio cuenta de su falta de comprensión.</p> <p>En general depende de otros para regular y controlar sus procesos cognitivos.</p>	<p>La(s) respuesta (as) dada (s) no se corresponden con la solución del problema.</p>

NIVEL DE METACOGNICIÓN	CONOCIMIENTO DECLARATIVO	CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL	SOLUCIÓN DEL PROBLEMA
<b>MEDIO</b>	<p>1. Conocimiento de sí mismo: Identifica sus fortalezas y dificultades, es recursivo para superar las limitaciones y ante un problema sabe lo que entiende y lo que no.</p> <p>2. Conocimiento inter – individual: Conoce de las habilidades y dominio conceptual de otros que le podrían ayudar con la tarea, recurriendo a ellos sólo luego de realizado diversos intentos por resolver por sí mismo la situación problemática.</p> <p>3. Conocimiento de las creencias y motivaciones propias: Manifiesta gusto por los retos que plantean las matemáticas, por lo que se interesa por las diversas tareas planteadas.</p> <p>4. Conocimiento de la tarea: Dispone de un conocimiento general de los conceptos y objetos matemáticos del grado que cursa, aunque no puede identificarlos en situaciones distintas a las modeladas en clase.</p> <p>5. Conocimiento de las estrategias: Aunque no domina todos los procedimientos matemáticos que se corresponden con el grado en que se encuentra, es recursivo utilizando las estrategias que domina y su comprensión del problema durante la resolución.</p>	<p>Se hace una definición y representación del problema coherente con la información dada, seleccionando de las estrategias que domina aquellas que se pueden ser más eficaces para hallar la solución.</p> <p>La regulación de la resolución se logra a través del monitoreo constante de la comprensión, la interacción constante con las demandas de la tarea y el control de los procedimientos.</p> <p>Evalúa a lo largo de la resolución pero no la solución final. Sabe a que nivel de solución del problema ha llegado.</p>	Solución parcial del problema.
<b>ALTO</b>	<p>1. Conocimiento de sí mismo: Identifica sus fortalezas y dificultades, controlándolas durante la resolución.</p> <p>2. Conocimiento inter – individual: Conoce de las habilidades y dominio conceptual de otros que le podrían ayudar con la tarea, pero no suele recurrir a ellos por que sabe de sus propias habilidades.</p> <p>3. Conocimiento de las creencias y motivaciones propias: Considera que las matemáticas son campo importante de conocimiento aplicable a distintas áreas, por lo que se muestra muy interesado por aprender.</p> <p>4. Conocimiento de la tarea: Tiene conocimiento amplio de los conceptos y objetos matemáticos que se corresponden con el grado que cursa.</p> <p>5. Conocimiento de las estrategias: Domina diversos procedimientos matemáticos y los transfiere a nuevos contextos de resolución de problemas.</p>	<p>Se hace una definición y representación del problema coherente con la información dada, seleccionando las estrategias que resultan más adecuadas y efectivas para la solución; regula y controla la comprensión y los procedimientos utilizando como elementos principales el monitoreo de la comprensión, la interacción con las demandas y el autocuestionamiento de lo que ha hecho. Evalúa el resultado con base en las relaciones y datos de la situación planteada, por lo que puede decir con claridad cómo ha sido su solución del problema.</p>	Solución total del problema.

Esta propuesta sirve para poder señalar las diferencias entre estudiantes con distintos desempeños a fin de intervenir en las necesidades específicas de cada uno e invita a llevar a cabo otras investigaciones para poder confirmar las características descritas en cada nivel y verificar si es posible comprender el conocimiento y los procesos metacognitivos de dicho modo.

En el campo de la educación en general y la educación matemática en particular, las conclusiones del estudio promueven la reflexión frente a la necesidad de repensar qué significa enseñar matemáticas a los estudiantes, para lo cual es necesario reivindicar la escuela como un escenario en donde compartir o reconstruir el conocimiento que por siglos ha generado el hombre, e incluso de forjar uno nuevo. Como aporte a dicha reflexión, se plantea que las prácticas pedagógicas de los docentes del área de matemáticas deben promover la verbalización en los estudiantes. Si bien es cierto las matemáticas cuentan con un lenguaje propio, se requiere que los estudiantes expresen a través de la lengua natural lo que están pensando frente a una tarea específica, a través de lo cual el docente podrá conocer más de cerca las fortalezas y dificultades de sus alumnos.

De acuerdo con los planteamientos de Tarricone(2011) siguiendo las concepciones de la zona de desarrollo próximo y de la verbalización interna planteada por Vygotsky, cuando se tiene un contexto de resolución de problemas la verbalización interna facilita el desarrollo del pensamiento de orden superior y de funciones intra-psicológicas que están asociadas a la metacognición, principalmente al monitoreo cognitivo y la autorregulación; cuando la solución del problema se da en situaciones de interacción social la verbalización se vuelve externa y además de favorecer los procesos intra-psicológicos se posibilitan los estados inter-psicológicos que son requeridos para la internalización del monitoreo cognitivo.

Lo anterior indica que continuar con prácticas que se limiten a plasmar en hojas los algoritmos y procedimientos de resolución de un problema, difícilmente podrá permitirle al maestro comprender lo que ocurre a nivel cognitivo con sus estudiantes, para encontrar alternativas de mejoramiento y no posibilitan que el estudiante interiorice los procesos que le permitan la supervisión cognitiva.

Otro aspecto a tener en cuenta, lo cual ha sido reiterativo en distintas propuestas de enseñanza de las matemáticas como las planteadas para el caso de Colombia en los Lineamientos Curriculares (1998) es que el eje central de trabajo en el área debe ser el planteamiento y resolución de problemas. En este sentido, es importante que los docentes asuman esta tarea no sólo como un ejercicio de aplicación del conocimiento, sino como una herramienta potente para favorecer el desarrollo de procesos cognitivos y metacognitivos en los estudiantes.

Enseñarle a los niños, niñas y jóvenes a resolver problemas matemáticos va más allá de indicarle la serie de pasos que se deben tener en cuenta, pues los alumnos quizá podrían repetir la secuencia dada por el maestro, pero no así implementarla a la hora de enfrentarse a este tipo de tarea, como quedó evidenciado en esta investigación; de allí que la modelación de los procesos por parte del docente debe ser intencionada y no simplemente una acción de la rutina de la práctica en el aula de clase. Con estas consideraciones y teniendo en cuenta que existen diversos modelos de enseñanza resolución de problemas matemáticos como los planteados en el marco teórico, pero reconociendo que más allá del conocimiento específico lo que primero que se debe lograr es que los estudiantes comprendan las situaciones, a continuación se presenta una propuesta de cómo ayudarles a los alumnos en esta tarea, pensada desde estrategias cognitivas y metacognitivas que el docente puede indicarle a los alumnos paso a paso, hasta que estos logren su interiorización

Tabla 12

*Propuesta de proceso de enseñanza de resolución de problemas. Fuente: elaboración propia.*

ESTRATEGIAS COGNITIVAS	PREGUNTAS PARA PROMOVER LA METACOGNICIÓN	PROCESO METACOGNITIVO ASOCIADO
<p><b>COMPRENDER EL PROBLEMA</b></p> <p>Realizar la lectura del problema tantas veces como sea necesario hasta lograr identificar y diferenciar los distintos objetos matemáticos que lo constituyen, las relaciones entre los mismos y los subproblemas que pueden estar involucrados.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Cuáles son los datos que conoces del problema? Escríbelos en el cuaderno, teniendo en cuenta la información con la que se corresponden.</li> <li>• Saca en el cuaderno los enunciados completos que te indican algo que se debe hacer. Se cuidadoso en anotarlos en orden y dejando espacio para luego resolver.</li> <li>• Señala en cada enunciado qué términos te resultan desconocidos.</li> <li>• ¿Qué crees que significa el término? Piensa en algunos ejemplos relacionados con el término y anótalos en el cuaderno.</li> <li>• Analiza ahora los ejemplos que escribiste, teniendo en cuenta los datos que conoces.</li> <li>• ¿Cuál de todas las posibilidades que planteaste consideras se ajusta más con la información conocida? ¿Por qué?</li> <li>• Considera ahora el término dentro del enunciado completo. ¿Crees que el sentido que seleccionaste para el término se ajusta a la globalidad del enunciado? ¿Por qué?</li> <li>• Si tu respuesta anterior fue sí, trata de hacer una estimación rápida del posible resultado. ¿Crees que es coherente con el enunciado? ¿Por qué? En caso de que te hayas contestado que no, trata con otra de los posibles significados que te diste del término.</li> </ul>	<p>PLANEACIÓN, REGULACIÓN Y EVALUACIÓN</p>
<p><b>SELECCIONAR</b></p> <p>Buscar entre las estrategias matemáticas que conoce cuál se ajusta mejor a la resolución requerida por el problema.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Cuál es la pregunta o incógnita del problema?</li> <li>• ¿Hay incógnitas previas que debes hallar. ¿Cuáles son?</li> <li>• ¿Qué procedimientos matemáticos podrías utilizar para resolver cada una de las incógnitas?. Anótalas todas en el cuaderno.</li> <li>• ¿Cuál de todos los procedimientos que escribiste sería el más efectivo para solucionar el problema? ¿Por qué?</li> <li>• Te voy a dar a ahora un listado complementario de procedimientos que podrías utilizar. ¿Cuáles de estos consideras que son más relevantes para solucionar el problema? ¿Por qué? Frente a los que tu habías planteado, ¿Cuál crees que es más efectivo? ¿Por qué?</li> <li>• Ahora piensa, ¿sabes realizar ese procedimiento? Si tu respuesta fue si, estas listo para iniciar la resolución. Si tu respuesta fue no, ¿qué otro procedimiento de los que sabes resultan eficaces si manejas? ¿Cómo afectará la solución que tengas que usar este procedimiento y no el que sabes que es más efectivo?</li> <li>• Después de todo esto, ¿qué procedimiento vas a utilizar?</li> </ul>	<p>PLANEACIÓN Y EVALUACIÓN</p>

ESTRATEGIAS COGNITIVAS	PREGUNTAS PARA PROMOVER LA METACOGNICIÓN	PROCESO METACOGNITIVO ASOCIADO
<p><b>EJECUTAR</b></p> <p>Llevar a cabo los razonamientos y/o procedimientos algorítmicos que se corresponden con la estrategia decidida.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Revisa los cálculos que acabas de hacer. ¿Estás seguro de que te quedaron bien? ¿Por qué?</li> <li>• ¿Conoces algún procedimiento que te permita corroborar que el resultado que estás dando es el correcto? Utilízalo para verificar.</li> <li>• ¿Es coherente el resultado que hallaste con el enunciado al cuál corresponde? ¿Por qué?</li> <li>• Si tienes duda, vuelve a hacer los cálculos completos y compáralo con el resultado anterior.</li> <li>• Haz lo mismo con la siguiente incógnita que tengas.</li> </ul>	<p>PLANEACIÓN, REGULACIÓN Y EVALUACIÓN</p>
<p><b>EVALUAR</b></p> <p>Revisar si la solución encontrada es coherente con la información del problema.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Cuál era la pregunta o incógnita del problema?</li> <li>• ¿Cuál es la respuesta o solución que diste? Escríbela de manera explícita.</li> <li>• ¿Estás seguro que resolviste el problema? ¿Por qué?</li> </ul>	<p>REGULACIÓN Y EVALUACIÓN</p>

Naturalmente, esta propuesta requiere ser implementada para medir su impacto y ser ajustada para lograr que los estudiantes realicen metacognición y sean mejores resolutores de problemas en matemáticas. El Colegio Agustín Fernández I.E.D, se constituye en un primer escenario en donde aplicar este modelo, por ser el escenario desde donde nace y porque existe la posibilidad de continuar trabajando con la población de esta institución. Adicionalmente, en este colegio a través del proyecto de lectura, escritura y oralidad se pueden sumar esfuerzos para mejorar la comprensión de problemas de matemáticas en los alumnos, si dentro de los textos a analizar cada semana se plantean situaciones de este contexto en donde no se indague por un resultado, sino por el sentido global del problema.

Por último, es fundamental que los docentes ayuden a que los estudiantes puedan evaluar su propio desempeño durante cualquier tipo de tarea, pero también dar cuenta de la eficacia de las estrategias que han implementado y de la consistencia de la solución planteada. Si el maestro le ha indicado a sus alumnos que al resolver un problema hay que verificar y comprobar lo que

se ha hecho, pero al final es él quien se asume como el único capaz de emitir juicios sobre el desempeño de los estudiantes, difícilmente el proceso de evaluación será interiorizado por los educandos. Como lo plantean Pozo y Mateos (2009), uno de los retos de la educación es ayudar a que los alumnos reflexionen y ejerzan control sobre sus aprendizajes en distintos ámbitos, por lo que si promovemos que reflexionen sobre las distintas situaciones que afrontan, se facilita la generación y transferencia del conocimiento y control metacognitivos a nuevos ámbitos y contextos de aprendizaje. Como lograr que la evaluación metacognitiva en población en edad escolar pase de manos del docente al propio estudiante es otro tema que amerita amplia investigación.

### **Limitaciones de la Investigación y Recomendaciones**

Las limitaciones que hubo en la investigación en general se relacionan con la muestra, los instrumentos y el procedimiento, las cuales, van dando algunas pautas que se constituyen en recomendaciones para próximas investigaciones. La muestra de estudiantes que participó en el estudio no eran los de las notas más altas o bajas de cada desempeño dado que de la población identificada con mejores calificaciones en matemáticas (doce alumnos en total), para la fecha de aplicación de los instrumentos habían cambiado de institución o no aportaron el consentimiento firmado por sus padres; mientras que los de desempeño bajo, aunque no aprobaron matemáticas durante los cuatro períodos del 2013, al final del año, a través de lo que se denomina en el colegio semana y prueba de suficiencia académica lograron aprobar el área, lo cual pudo influir en algunas respuestas, como por ejemplo la relacionada con sus notas en matemáticas.

Lo anterior permite plantear como recomendación que para estudios con población escolar el período entre el cual se identifican, seleccionan los participantes y se implementan los instrumentos de recolección de la información debería realizarse previo a las semanas de vacaciones escolares y de los cierres de notas definitivas. Para el caso de este estudio, posiblemente se habrían observado otro tipo de características entre los procesos llevados a cabo por cada grupo, que quizá significarían diferencias metacognitivas más amplias entre ellos.

Otro aspecto a considerar en torno a la muestra es que en esta investigación se confió en los resultados evaluativos aportados por el Colegio Agustín Fernández I.E.D, con base en los cuales se determinó si un estudiante correspondía al desempeño superior o al bajo. Sin embargo, como se mencionó en la sección de resultados, durante la resolución de los problemas se identifican dos estudiantes que se corresponden más a las características del desempeño contrario en el que habían sido ubicados.

Este hecho plantea la necesidad de que en próximas investigaciones que involucren comparativos de desempeño o habilidad entre grupos poblacionales, se diseñen instrumentos que permitan verificar el nivel de los participantes. Por otro lado, es un alerta para revisar cómo se dan los procesos evaluativos en los colegios para que por ejemplo un alumno que demuestra mayores habilidades en una tarea como la de resolver problemas en matemáticas tenga una calificación muy inferior respecto a otra que tiene limitaciones en la operatividad básica.

En relación con los instrumentos, el diseño de los problemas se hizo teniendo en cuenta los resultados de la prueba Saber 2012, que mostraron que los estudiantes en general tenían un nivel mínimo en resolución de problemas de carácter aditivo y multiplicativo del contexto de los números reales y que los de desempeño superior podían resolver situaciones de variación, lo cual para este último grupo de estudiantes resultó confirmado. Sin embargo, si se considera que la

implementación de procesos metacognitivos incrementa cuando la tarea es completamente novedosa para el sujeto, seguramente un tipo de problemas con contenidos y demandas un poco más distantes de lo conocido por los estudiantes habría permitido identificar más elementos de metacognición durante la resolución llevada a cabo por los alumnos. Aunque también podría haber significado el abandono de la tarea, como ocurrió en algunos pilotajes, por el desconocimiento del contenido de la misma. Pero sería muy importante poder hacer este contraste en futuras investigaciones para establecer cómo contribuyen los procesos metacognitivos en cada tipo de problema.

Frente al proceso de observación de los procesos metacognitivos es recomendable tener en cuenta distintos escenarios para la realización de una tarea. En esta investigación se evaluó la metacognición en un contexto no habitual al del trabajo de los estudiantes – solos con un adulto observándolos (salvo el problema 1 que incluyó otro compañero)-; lo cual puede marcar diferencias frente a lo que en realidad hacen en este tipo de tareas. Por lo tanto, puede pensarse que ante el desconocimiento de algunas demandas, el estudiante solo en su casa podría o bien dejar sin realizar la tarea o buscar ayuda para poder continuar; mientras que en el escenario de la investigación pese a las dificultades, la mayoría (nueve de los diez) siempre trató de hacer algo para continuar.

Así que es importante considerar que el ambiente en el cual se desarrolla la observación puede marcar diferencias frente a lo que se infiere como metacognitivo. Futuras investigaciones podrían evaluar cómo se dan los procesos metacognitivos en diferentes espacios de trabajo de un estudiante, por ejemplo, cuando está sólo en su casa, al estar con sus compañeros durante la clase y fuera de ella o con la compañía únicamente de su profesor titular y sin ningún tipo de restricción por ejemplo para preguntar.

Por último, se recomienda que durante el proceso investigativo se pueda tener acceso a la población durante algún tiempo prudente posterior a la aplicación de los instrumentos investigativos, ya que durante el análisis surgen interrogantes que valdría la pena discutir con los participantes. En este estudio, por ejemplo, una de esas preguntas se relaciona con por qué el estudiante considera que comprendió el problema o lo que pensó luego de terminar su resolución y salió del espacio de aplicación de los instrumentos.

### **Perspectivas Para Futuras Investigaciones**

A manera de síntesis de lo que se ha venido señalando a lo largo de esta sección sobre las posibilidades de continuar investigando en el campo de la metacognición y la resolución de problemas matemáticos, algunos estudios que se pueden adelantar son:

- Influencia de las prácticas de autoevaluación en los contextos escolares como estrategia de desarrollo de la metacognición.
- Diferencias en los procesos metacognitivos que llevan a cabo los estudiantes cuando resuelven problemas de distinto tipo (por ejemplo de contenido numérico frente a los de razonamiento).
- Influencia de la metacognición en la comprensión de los textos referidos a problemas matemáticos y sobre la comprensión misma, ¿cómo contribuyen los procesos metacognitivos a que el sujeto se de cuenta que comprende?
- Variación de los procesos metacognitivos en la resolución de problemas matemáticos en diferentes ambientes y contexto de trabajo, individual, en trabajo colaborativo, durante la clase y en su casa, entre otros.

Otros estudios que son coincidentes con los sugeridos por Tarricone (2011) son:

- ¿Cuáles son las creencias que tienen los docentes frente a la metacognición y su papel en el aprendizaje de los estudiantes?
- ¿Qué prácticas pedagógicas que llevan a cabo los docentes en el aula de clase contribuyen a que los estudiantes desarrollen procesos metacognitivos durante la resolución de problemas?
- ¿Cómo se puede incrementar en los estudiantes el conocimiento de distintas demandas y estrategias de solución de problemas para que durante la resolución de problemas pueda haber transferencia a este nuevo contexto?

Finalmente, también queda abierta la investigación que permita validar las propuestas presentadas aquí frente a los grados de profundidad de metacognición y el modelo de resolución de problemas. La metacognición ofrece una amplia variedad de oportunidades para explorar y es una posibilidad de mejorar los procesos de enseñanza - aprendizaje para lograr que el aprender a aprender sea una realidad en los propios docentes y en los estudiantes, por lo que es importante que sobre todo los maestros se interesen en el tema y se apropien de este campo de investigación en su práctica pedagógica al interior de las aulas de clase.

## Referencias

- Cruz, S. (2006). *Competencias matemáticas básicas que muestran estudiantes de bachillerato en la resolución de problemas que involucran análisis y toma de decisiones* (Tesis doctoral). Universidad Pedagógica Nacional, México.
- Curotto, M. (2010). La metacognición en el aprendizaje de la matemática. *Revista Electrónica Iberoamericana de Educación en Ciencias y Tecnología*, 3(2), 11 – 27. Recuperado de: <http://www.exactas.unca.edu.ar/riecyt/VOL%202%20NUM%202/Archivos%20Digitales/DOC%201%20RIECyT%20V2%20N2%20Nov%202010.pdf>
- Dunlonsky, J., & Metcalfe, J. (2009). *Metacognition*. London: Sage.
- Flavell, J. (1985). *El desarrollo cognitivo*. Madrid, España: Visor.
- García, J., & Pardo, P. (1997). Metacognición y desarrollo cognitivo. En J. Madruga & P. Pardo (Ed.), *Psicología Evolutiva (Tomo II)* (pp. 202 – 229). Madrid, España: Universidad Nacional de Educación a Distancia.
- González, F. (1996). Acerca de la metacognición. *Paradigma*, 14. Recuperado de: [http://www.researchgate.net/publication/228811443\\_Acerca\\_de\\_la\\_metacognicin](http://www.researchgate.net/publication/228811443_Acerca_de_la_metacognicin)
- Hernández Sampieri, R., Fernández, C. C., & Baptista, L. P. (2007). *Metodología de la investigación*. México: McGraw - Hill Interamericana.
- Martí, E. (1995). Metacognición: entre la fascinación y el desencanto. *Infancia y Aprendizaje*, 75, 9 – 32.
- Mateos, M. (2001). *Metacognición y Educación*. Barcelona: Aique.

- Mayor, J., Suengas, A., & González –Marqués, J. (1993). *Estrategias metacognitivas. Aprender a aprender y aprender a pensar*. Madrid, España: Síntesis Psicología.
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos curriculares. Matemáticas* (1a. ed.). Bogotá, Colombia: MEN.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas*. Colombia: Ministerio de Educación Nacional.
- Mokos, E., & Kafoussi, S. (2013). Elementary students' spontaneous metacognitive functions in different types of mathematical problems. *Journal of Research in Mathematics Education*, 2(2), 242 – 267. Recuperado de: <http://dx.doi.org/10.4471/redimat.2013.29>
- Montague, M. (2010). Math problem solving for middle school students with disabilities. *Learning Disabilities Association of Michigan (LDA)*, 43(1), 3 – 6.
- Recuperado de:  
[http://www.k8accesscenter.org/training\\_resources/MathProblemSolving.asp](http://www.k8accesscenter.org/training_resources/MathProblemSolving.asp)
- Murillo, A., & Ceballos, L. (Noviembre, 2013). Las prácticas de enseñanza empleadas por docentes de matemáticas y su relación con la resolución de problemas, mediados por fracciones. En S. González (Presidencia), *Conferencia llevada a cabo en el Congreso de Educación Matemática de América Central y el Caribe (CEMACYC)*, Santo Domingo, República Dominicana.
- O'Neil, Jr., & Schater. (1997). *Test specifications for problem – solving assessment. CSE technical report 463*. Recuperado en Octubre 2, 2013, de University of California Web site: <http://www.cse.ucla.edu/products/reports/tech463.pdf>
- Organista, P. (2005). Conciencia y metacognición. *Avances en Psicología Latinoamericana*, 23, 77 -89. Recuperado de: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=79902307>

- Panaoura, A., Gagatsis, A., & Demetriou, A. (2009). An intervention to the metacognitive performance: self – regulation in mathematics and mathematical modeling. *Acta Didáctica Universitatis Comenianae Mathematics*, 9, 63 -79.
- Recuperado de: <http://www.ddm.fmph.uniba.sk/ADUC/files/Issue9/05-Panaoura+Gagatsis+Demetriou.pdf>
- Peñalva, L., (2010). Las matemáticas en el desarrollo de la metacognición. *Política y cultura, primavera*, (33), 135 – 151. Recuperado de:  
<http://www.redalyc.org/pdf/267/26712504008.pdf>
- Pifarré, M., & Sanuy, J. (2001). La enseñanza de estrategias de resolución de problemas matemáticos en la ESO: un ejemplo concreto. *Enseñanza de las ciencias*, 19(2), 297 – 308. Recuperado de:  
<http://www.raco.cat/index.php/ensenanza/article/viewFile/21745/21579>
- Polya, G. (1965). *Como plantear y resolver problemas*. México: Tribillas.
- Polya, G. (1981). *Mathematical discovery on understanding, learning, and teaching problema solving*. New York: John Wiley.
- Pozo, J., & Mateos, M. (2009). Aprender a aprender: Hacia una gestión autónoma y metacognitiva del aprendizaje. En Pozo, J. & Pérez, M. (Ed.), *Psicología del aprendizaje universitario: La formación en competencias* (pp. 54 – 69). Madrid, España: Ediciones Morata, S.L.
- Pozo, J., & Monereo, C. (s.f). *Aprender a aprender: una demanda de la educación del Siglo XXI*. Recuperado en Octubre 2, 2013, de:  
<http://www.utpjminfante.netne.net/aarchivosutp/recursos/aprenderaaprender.pdf>
- Puig, L. (1996). *Elementos de resolución de problemas*. Granada: Comares.

- Rodríguez, E. (2005). *Metacognición, resolución de problemas y enseñanza de las matemáticas. Una propuesta integradora desde el enfoque antropológico* (Tesis doctoral). Universidad Complutense, Madrid, España. Recuperado de: <http://biblioteca.ucm.es/tesis/edu/ucm-t28687.pdf>
- Saíz, M., & Román, J. (2011). Entrenamiento metacognitivo y estrategias de resolución de problemas en niños de 5 a 7 años. *International Journal of Psychological Research*, 4(2), 9 – 19. Recuperado de: <http://www.redalyc.org/pdf/2990/299023516002.pdf>
- Sandoval, A., & Franchi, L. (2007). Meta comprensión en estudiantes de ingeniería. *Omnia*, 13(2), 98 – 119. Recuperado de: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=73713206>
- Silva, C. (2006). Educación en matemática y procesos metacognitivos en el aprendizaje. *Revista del Centro de Investigación. Universidad de la Salle*, 7(26), 81 – 91. Recuperado de: <http://www.redalyc.org/pdf/342/34202606.pdf>
- Sweeney, C. (2010). *The metacognitive functioning of middle school students with and without learning disabilities during mathematical problem solving. Open Access Dissertations. Paper 433*. Recuperado en Octubre 2, 2013, de University of Miami, Scholarly Repository Web site:  
[http://scholarlyrepository.miami.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1432&context=oa\\_dissertations](http://scholarlyrepository.miami.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1432&context=oa_dissertations)
- Soto, C. (2002). *Metacognición, Cambio conceptual y enseñanza de las ciencias*. Bogotá, Colombia: Cooperativa Editorial Magisterio.
- Tárraga, R. (2008). *¡Resuélvelo! eficacia de un entrenamiento en estrategias cognitivas y metacognitivas de solución de problemas matemáticos en estudiantes con dificultades de aprendizaje* (Tesis doctoral). Universidad de Valencia, España. Recuperado de: <http://www.tdx.cat/bitstream/handle/10803/10232/tarraga.pdf?sequence=1>

Tarricone, P. (2011). *The taxonomy of Metacognition*. New York: Psychology Press.

Tomasello, M. (2007). *Los orígenes culturales de la cognición humana*. Buenos Aires, Argentina: Amorrortu.

Whitebread, D., & Basilio, M. (2012). Emergencia y desarrollo temprano de la autorregulación en niños preescolares. *Profesorado. Revista de currículum y formación del profesorado*, 16(1), 15 – 54. Recuperado de: <http://www.ugr.es/~recfpro/rev161ART2.pdf>

Whitebread, D., & Bryce, D. (2011). The development of metacognitive skills: evidence from observational analysis of Young children's behavior during problema - solving. *Springer, Metacognition and Learning*, 2(1), 1 - 23. Recuperado de: [https://www.academia.edu/2589604/The\\_Development\\_of\\_Metacognitive\\_Skills\\_Evidence\\_from\\_Observational\\_Analysis\\_of\\_Young\\_Childrens\\_Behavior\\_during\\_Problem-Solving](https://www.academia.edu/2589604/The_Development_of_Metacognitive_Skills_Evidence_from_Observational_Analysis_of_Young_Childrens_Behavior_during_Problem-Solving)

## **Anexos**

Anexo 1. Consentimiento firmado por los estudiantes y sus respectivos padres o acudientes.

**FACULTAD DE EDUCACIÓN  
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN  
LÍNEA DE INVESTIGACIÓN: COGNICIÓN, LENGUAJE Y EDUCACIÓN**



Pontificia Universidad  
**JAVERIANA**  
Bogotá

**“Procesos metacognitivos y resolución de problemas matemáticos en estudiantes de grado noveno con desempeños superior y bajo del Colegio Agustín Fernández I.E.D.”**

Fecha: \_\_\_\_\_

Apreciado (a) padre, madre de familia o acudiente:

El propósito fundamental de este proyecto de investigación es caracterizar las relaciones que existen entre las estrategias metacognitivas y la resolución de problemas matemáticos que llevan a cabo los estudiantes de grado noveno con desempeños superiores y bajo del Colegio Agustín Fernández I.E.D. Para tal fin, es muy importante contar con su autorización para que su hijo (a) o acudido pueda participar de la misma.

Las actividades en las que participará su acudido en esta investigación serán las siguientes:

- a. Entrevista individual.
- b. Diligenciamiento de una encuesta.
- c. Resolución de tres problemas de matemáticas: Son tres sesiones en las que el estudiante solucionará problemas de matemáticas frente al investigador y con grabación de video y sonido. En uno de los problemas se acompañará el estudiante por parte de un compañero de grado sexto, a quien le realizará una tutoría frente a la manera de resolver el problema.

Es importante tener en cuenta que la solución de los problemas no se constituyen en una actividad de la clase de matemáticas que el estudiante toma en este momento y que tampoco tiene influencia frente a los procesos de evaluación en esta área. Las grabaciones de video y

## METACOGNICIÓN Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS 2

sonido realizadas durante las sesiones sólo serán usadas en el marco de la investigación y tendrá acceso a ellas únicamente la investigadora y su tutora de trabajo de grado de la Pontificia Universidad Javeriana. Bajo ninguna circunstancia serán objeto de publicación en alguna red social o medio interactivo.

De acuerdo con lo anterior, se expresa el siguiente consentimiento firmado:

Yo \_\_\_\_\_ identificado con C.C. \_\_\_\_\_  
padre, madre o acudiente del estudiante \_\_\_\_\_ del grado \_\_\_\_\_  
otorgo de manera voluntaria el permiso a mi hijo(a) o acudido (a) para que desarrolle todas las actividades planteadas dentro del proyecto de investigación “Relaciones entre las estrategias metacognitivas y la resolución de problemas matemáticos en estudiantes de grado noveno con desempeños superiores y bajo del Colegio Agustín Fernández I.E.D.”, entendiendo que:

1. Reconozco y estoy de acuerdo con los objetivos del proyecto.
2. Reconozco y estoy de acuerdo con las actividades que se realizarán en el proyecto.
3. Los datos personales y las informaciones obtenidas de las respuestas en las diferentes actividades, serán tratadas de manera confidencial.
4. No se realizará ningún gasto de nuestra parte y tampoco se recibirá remuneración alguna por la colaboración en el estudio.

En constancia de lo anterior firman:

\_\_\_\_\_  
Nombre del acudiente, padre o madre

\_\_\_\_\_  
Firma

\_\_\_\_\_  
Documento de Identidad

\_\_\_\_\_  
Nombre del estudiante

\_\_\_\_\_  
Firma

\_\_\_\_\_  
Documento de Identidad

## METACOGNICIÓN Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS 3

### Anexo 2. Entrevista semi-esctructurada.

PONTIFICIA UNIVERSIDAD JAVERIANA  
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN  
INVESTIGACIÓN EN METACOGNICIÓN EN LA RESOLUCIÓN  
DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS  
INSTRUMENTO EXPLORATORIO – ENTREVISTA SEMIESTRUCTURADA

NOMBRE DEL ESTUDIANTE: \_\_\_\_\_ EDAD: \_\_\_\_\_

GRUPO: \_\_\_\_\_ FECHA: \_\_\_\_\_

Apreciado estudiante:

A continuación te voy a realizar algunas preguntas relacionadas con tu actitud frente a las matemáticas y tus habilidades para resolver problemas. Cuéntame lo que piensas respecto a cada pregunta. Recuerda que no hay respuestas correctas o incorrectas. Si no entiendes alguna pregunta dime y yo te aclararé.

1. ¿ Te gustan las matemáticas? ¿Por qué?
2. ¿Te gusta resolver problemas de matemáticas?, ¿por qué?
3. ¿Cómo son tus calificaciones cuando tienes que resolver problemas de matemáticas?  
¿Por qué consideras que obtienes esas calificaciones?
4. ¿Qué tipo de problemas de matemáticas has resuelto?
5. ¿Qué es lo que más se te facilita cuando tienes que resolver problemas de matemáticas?,  
¿por qué?
6. ¿Qué es lo que se te dificulta cuando tienes que resolver problemas de matemáticas? ,  
¿por qué?
7. Escribe los pasos que realizas cuando tienes que resolver un problema de matemáticas.

## METACOGNICIÓN Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS 4

8. A continuación te voy a leer encuentras algunas indicaciones que los profesores suelen darle a los estudiantes cuando les están enseñando a resolver problemas de matemáticas. Dime SI o NO en cada indicación, teniendo en cuenta lo que los profesores te han enseñado sobre resolver problemas de matemáticas.

Leer el problema hasta que se entienda.	
Organizar los datos del problema.	
Hacer un dibujo que ayude a comprender el problema.	
Planear cómo se va a resolver el problema, teniendo en cuenta los datos y las operaciones se necesitan.	
Tratar de decir cuál es la respuesta del problema haciendo cálculo mental.	
Realizar las operaciones con las que se piensa es posible resolver el problema.	
Revisar que las operaciones quedaron bien, haciendo la prueba o verificando el procedimiento.	
Escribir la respuesta del problema teniendo en cuenta la pregunta que se hacía.	
Revisar nuevamente todo lo que se hizo para resolver el problema, antes de presentar el resultado.	
Pensar en más de una forma de resolver el problema.	

## METACOGNICIÓN Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS 5

### Anexo 3. Cuestionario metacognitivo.

**PONTIFICIA UNIVERSIDAD JAVERIANA**  
**MAESTRÍA EN EDUCACIÓN**  
**INVESTIGACIÓN EN METACOGNICIÓN EN LA RESOLUCIÓN**  
**DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS**  
**CUESTIONARIO METACOGNITIVO**

NOMBRE DEL ESTUDIANTE \_\_\_\_\_ EDAD: \_\_\_\_\_

No. PARTICIPANTE: \_\_\_\_\_ FECHA: \_\_\_\_\_

Apreciado estudiante:

A continuación se presentan una serie de aspectos relacionados con la solución de problemas de matemáticas. Marca con una X lo que **piensas o crees en relación con la solución de problemas de matemáticas.** en la casilla que corresponda. No hay respuestas correctas o incorrectas.

#	Aspecto	nunca	Algunas veces	La mayoría de las veces	Siempre
1	Leo el problema tantas veces como sea necesario para lograr comprenderlo.				
2	A medida que voy resolviendo el problema reviso lo que he hecho, para saber si me esta quedando bien.				
3	Me hago preguntas para saber cómo estoy resolviendo el problema.				
4	Antes de decir que ya acabe de resolver el problema, vuelvo a revisar que todo me haya quedado bien.				
5	Me tomo un tiempo para pensar los pasos que voy a realizar para resolver el problema, antes de iniciar cualquier operación.				
6	Trato de comprender bien el enunciado de un problema antes de intentar solucionarlo.				
7	Cuando termino de resolver un problema, pienso luego en otras maneras en las que lo puede haber solucionado.				

METACOGNICIÓN Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS 6

#	Aspecto	nunca	Algunas veces	La mayoría de las veces	Siempre
8	Le pregunto a alguno de mis compañeros o al profesor (a) cuando tengo dudas sobre lo que he hecho.				
9	Verifico al finalizar que la solución que estoy dando al problema es la correcta.				
10	Después de presentar el problema que tenía que resolver, continúo pensando en lo que hice para saber que me quedó bien.				
11	Mientras voy resolviendo el problema vuelvo a leer las preguntas para acordarme de lo que debo hacer.				
12	Antes de empezar a resolver el problema, identifico los datos que me sirven para solucionarlo.				
13	Corrijo los errores cuando estoy resolviendo un problema.				
14	Coloco el problema en mis propias palabras para poder comprenderlo.				
15	Verifico que las operaciones que he hecho me han quedado bien, comprobándolas con otra operación o revisando de nuevo el procedimiento.				
16	Si me doy cuenta que con lo que estoy haciendo no he podido resolver el problema, vuelvo a empezar y hago otro procedimiento.				
17	Si no entiendo algo de lo que dice el problema, pregunto antes de empezar a resolverlo.				
18	Establezco las operaciones o procedimientos que requiero realizar para solucionar el problema, antes de iniciar.				

Anexo 4. Problema 1. Modalidad tutoría.

PONTIFICIA UNIVERSIDAD JAVERIANA  
 MAESTRÍA EN EDUCACIÓN  
 INVESTIGACIÓN EN METACOGNICIÓN EN LA RESOLUCIÓN DE  
 PROBLEMAS MATEMÁTICOS  
 PROBLEMA 1 – TUTORÍA

**HACIENDO LAS COMPRAS DEL ASADO**

En un domingo, en la casa de Pepe, han decidido realizar un almuerzo especial, *Asado*. Para comprar los ingredientes del asado para las 8 personas que conforman la familia de Pepe el presupuesto es reducido.

Los ingredientes requeridos para el asado son:

- 4 mazorcas
- 5 libras de papa
- 2  $\frac{1}{2}$  kilos de carne
- 3 kilos de plátano
- 3 libras de aguacate
- 1 chorizo para cada integrante de la familia.

Pensando en que se cuenta con poco dinero, la mamá de Pepe averiguo los precios de los ingredientes que requiere en tres supermercados que quedan cerca de la casa. Estos precios se muestran a continuación.

<b>PRECIOS DE LOS PRODUCTOS A COMPRAR EN LOS TRES SUPERMERCADOS</b>		
<b>SUPERMERCADO LA PLACITA</b>	<b>SUPERMERCADO BUENAVENTURA</b>	<b>SUPERMERCADO AHORRADOR</b>
Unidad de Mazorca \$500	Paquete de 4 Mazorcas \$3000	Unidad de Mazorca \$600
Kilo de Papa \$1200	Libra de Papa \$500	Paquete de 3 libras Papa \$1200
Libra de carne \$7000	Kilo de carne \$13000	Libra de carne \$8000
Libra de plátano \$400	Paquete de 2 kilos de plátano \$1300	Kilo de plátano \$900
Kilo de aguacate \$2000	Libra de aguacate \$1200	Kilo de aguacate \$1500
Paquete de 3 chorizos \$3500	Unidad de chorizo \$900	Paquete de 4 chorizos \$4000

Para realizar las compras de los ingredientes del asado, qué le resulta más económico a la mamá de Pepe ¿comprar en un solo supermercado los productos o comprar cada ingrediente en el supermercado donde están más económicos?, ¿cuánto dinero ahorra la mamá de Pepe de acuerdo con la decisión que tome?. Justifica tus respuestas.

Anexo 5. Problema 2.

PONTIFICIA UNIVERSIDAD JAVERIANA  
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN  
INVESTIGACIÓN EN METACOGNICIÓN EN LA RESOLUCIÓN DE  
PROBLEMAS MATEMÁTICOS  
**PROBLEMA 2 – OBSERVACIÓN PENSAMIENTO EN VOZ ALTA**

**EL PASEO**

La junta de acción comunal del barrio Santa Cecilia organizó un paseo de los habitantes del sector a un centro vacacional en Melgar que cobra los siguientes precios por sus servicios:

- Ingreso al centro vacacional para los menores de edad: \$3000
- Ingreso al centro vacacional para los adultos: \$5000
- Uso de las piscinas: sin costo para los menores de edad y \$6500 por cada adulto que la utilice.
- Taller de modelaje para niñas: \$2300 por niña.
- Taller de manga para niños: \$1500 por niño.
- Taller de elaboración de joyas para las mujeres adultas: \$4500 cada una.
- Inscripción al torneo de tejo para los hombres: \$2000 pesos por cada uno.

Al paseo fueron un total de 420 personas, incluyendo menores de edad y adultos. Por cada adulto que va al paseo, van dos menores de edad.

Del total de adultos que va al paseo la mitad son hombres y la otra mitad son mujeres. Del total de los menores de edad, la quinta parte son niños y las restantes niñas.

Cuando ingresan al centro vacacional, todos los adultos utilizan la piscina, la mitad de las niñas participa del taller de modelaje, todos los niños toman el taller de manga, 20 mujeres participan del taller de elaboración de joyas y la mitad de los hombres se inscriben al torneo de tejo.

¿Cuál es el costo total que se le debe cancelar al centro vacacional, incluyendo el ingreso y todos los servicios utilizados?

Anexo 6. Problema 3.

PONTIFICIA UNIVERSIDAD JAVERIANA  
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN  
INVESTIGACIÓN EN METACOGNICIÓN EN LA RESOLUCIÓN  
DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS  
PROBLEMA 3 –PENSAMIENTO EN VOZ ALTA (Con cuestionario)

**LAS CANICAS**

Camilo y Pedro son dos estudiantes de grado sexto que habitualmente juegan cinco huecos con sus canicas durante la hora del descanso. Esta semana decidieron competir no sólo durante un día, sino hacer un torneo de lunes a miércoles.

El día lunes Camilo y Pedro llevan la misma cantidad de canicas y entre ambos tienen un total de 64. Al finalizar el juego Camilo le ganó la mitad de las canicas a Pedro.

Durante el juego del martes, entre Camilo y Pedro tienen un total de 80 canicas, pero Camilo tiene el triple de las canicas de Pedro. Este día la suerte acompañó a Pedro y le ganó 10 canicas a Camilo.

El miércoles, entre Camilo y Pedro llevan 122 canicas, de las cuales Camilo es dueño de una más que la mitad del total de las canicas. Al finalizar el juego de este día, Pedro le ganó 20 canicas a Camilo.

De acuerdo con esta información:

- a. ¿Cuántas canicas de más o de menos tiene cada niño al finalizar el día martes, en comparación con las que terminan el juego el día lunes?
- b. ¿Cuántas canicas de más o de menos tiene cada niño al finalizar el día miércoles, en comparación con las que llevaban al iniciar el torneo el día lunes?

Anexo 7. Cuestionario complementario para el problema 3.

PONTIFICIA UNIVERSIDAD JAVERIANA  
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN  
INVESTIGACIÓN EN METACOGNICIÓN EN LA RESOLUCIÓN DE  
PROBLEMAS MATEMÁTICOS  
**INFORME VERBAL – PROBLEMA 3**

NOMBRE DEL ESTUDIANTE \_\_\_\_\_ EDAD: \_\_\_\_\_

No. PARTICIPANTE: \_\_\_\_\_ FECHA: \_\_\_\_\_

1. Describe ¿qué ideas tuviste sobre lo que debías hacer para resolver el problema?
2. Mientras ibas resolviendo el problema, ¿comprobaste de alguna manera que lo estabas resolviendo bien?, ¿cómo lo comprobabas?
3. ¿Estas seguro de que resolviste el problema? ¿por qué?
4. ¿De qué otra forma habrías podido resolver el problema?

Anexo 8. Matriz de registro de la entrevista.

CONOCIMIENTO DECLARATIVO – DESEMPEÑO SUPERIOR (9.0 – 10.0)			
CONOCIMIENTO DE SÍ MISMO			
ESTUDIANTE	1. ¿Te gustan las matemáticas? ¿Por qué?	2. ¿Te gusta resolver problemas de matemáticas? ¿Por qué?	3. ¿Cómo son tus calificaciones cuando tienes que resolver problemas de matemáticas? ¿Por qué consideras que obtienes esas calificaciones?
<b>PARTICIPANTE 3</b>	No. <u>¿Por qué no te gustan?</u> No porque casi no pongo cuidado y me aburren. <u>¿Y por qué no pones cuidado?</u> No se, por ponerle cuidado a los compañeros. <u>¿Y qué tiene de aburrido?</u> No se, los números, y ... Y que toca casi pensar mucho. <u>Y en pensar mucho ¿cuál es el inconveniente?</u> Uhm, es que no, a mí casi no me gusta pensar y casi no me gusta.	Si a veces. <u>¿Y eso sí porqué al menos a veces te gusta?</u> Por que a veces son fáciles y no me gustan pero cuando son así difíciles. <u>¿A qué le llamas que el problema sea fácil y a qué le llamas que el problema sea difícil?</u> Uhm, no se, pues cuando lo entiendo y pongo cuidado. Cuando no pongo cuidado es que se me hace difícil.	Pues a veces sobre 6 o 7. Cuando no los entiendo, por ahí 3 o 4. <u>¿Y cuando sacas 6 o 7 por qué consideras que sacas esa nota?</u> No se, pues porque a veces me copeo. <u>¿Si, te copias?</u> A veces, cuando no lo entiendo. <u>¿Y cuando te sacaste 3 o 4?</u> Por que no lo entiendo. <u>¿Y no te copiaste?</u> No. (sonríe)
<b>PARTICIPANTE 4</b>	Si. Porque quisiera cuando grande ser o ponerlas en práctica qué es lo que he aprendido y para darle solución a los problemas que tengo o la administración, mi propia empresa o algo así. <u>¿Y las matemáticas son útiles para eso?</u> Si. <u>¿Por qué?</u> Por ejemplo .. un ingreso, o para saber que es lo que tengo o que es lo que falta.	Si. Primero por la, por la que,..., por la materia y segundo porque quiero aprender.	<u>¿En nota? (pregunta) Si.</u> El puntaje más alto, pero a veces cuando no entiendo, entonces busco ayuda o que,... o cuando los entiendo los soluciono. <u>Tu me dices que tienes en general el puntaje más alto, ¿por qué razón consideras que obtienes ese puntaje alto?</u> Por que tomo las..., cuando me explican, tomo los ejemplos y esos ejemplos cuando hay problemas similares entonces doy solución a ellos.
<b>PARTICIPANTE 5</b>	Mas o menos. Por que cuando no entiendo pues casi no me gustan, cuando si entiendo pues hago hartas actividades sobre eso. <u>¿De qué depende que entiendas o no entiendas?</u> Pues cuando entiendo hay que poner atención, pues a veces hacen mucha bulla entonces yo no entiendo. Hay que estar muy concentrada pues para entender.	Si. Porque puedo aprender cosas, puedo tener más habilidades para hacer las cosas y ya tenemos que hacer problemas en el salón. <u>¿Habilidades como cuáles?</u> Pues no se, poder resolver más rápido, uhh, ayudar a mis compañeros a los que no entienden. <u>¿Y si les ayudas?</u> Si. <u>¿Pero ayudarles es explicarles o dejarlos copiar?</u> No, pues a veces me dicen que los deje copiar, pero no, yo si digo que no, porque no puede entender, entonces yo le explico.	Pues a veces cuando puedo entender bien, pues a veces me va bien. Pero a veces cuando no, cuando lo hago todo así casi a la ligera, casi no me va bien. <u>¿Y cuándo decides hacer las cosas a la ligera?</u> Pues a veces cuando dicen que ya tocaron, entonces ya toca hacer más rápido o cuando dicen que toca entregar en media hora, entonces toca hacerlo más rápido, toca hacerlo ahí a la ligera.

CONOCIMIENTO DECLARATIVO – DESEMPEÑO SUPERIOR (9.0 – 10.0)

CONOCIMIENTO DE SÍ MISMO

ESTUDIANTE	1. ¿Te gustan las matemáticas? ¿Por qué?	2. ¿Te gusta resolver problemas de matemáticas? ¿Por qué?	3. ¿Cómo son tus calificaciones cuando tienes que resolver problemas de matemáticas? ¿Por qué consideras que obtienes esas calificaciones?
<p><b>PARTICIPANTE 1</b></p>	<p>No. Por que la mayoría de las veces digamos resolver problemas de matemáticas, involucrar las matemáticas en algo es como muy difícil, si, como muy complejo y uno a veces, digámoslo así, matándose la cabeza ahí, no que las matemáticas, no que toca hacer esto, entonces si, no me gusta mucho por eso.</p>	<p>No mucho. No, por lo mismo que digo, porque toca estar pensando ahí mucho y toca estar escribiendo ahí cada rato muchas cosas y no. <u>¿Y qué tiene de malo tener que pensar mucho?</u> Pues bueno, no es que sea malo tener que pensar mucho, sino que es que por lo que son digámoslo así problemas de matemáticas y a mi hay veces que se me dificulta mucho hacer eso, entonces por eso a veces no me gusta tener que resolver problemas de matemáticas.</p>	<p>Pues, hay veces que son buenas. La mayoría de las veces son buenas, pues aunque no me gusten tengo que ponerme a estudiar y ponerme a hacer todo lo que me pongan. Entonces si. <u>¿Por qué considero que obtengo esas calificaciones?</u> Pues yo supongo que por resolver bien los problemas que me ponen a veces, algunas veces, y si, por eso supongo.</p>
<p><b>PARTICIPANTE 7</b></p>	<p>Mas o menos. Porque a veces no entiendo, no se, eso me parece muy complicado. <u>¿Qué es lo que te parece complicado?</u> A veces cuando hacemos gráficos, uhm, múltiplos a veces se me dificulta un poquito. Pues es lo que más así no. Y <u>¿qué incide en que de pronto no entiendas?</u> ¿Cómo así?. <u>Cuando tu no entiendes, ¿qué es lo que pasa para que no entiendas?</u> Es que a veces, por ejemplo la profesora que tenemos en este momento como que no explica así muy, muy bien, sino que de una vez nos coloca el trabajo y ya tenemos que hacerlo. <u>¿Y le han dicho a la profesora?</u> A veces (je), pero no, no pasa nada.</p>	<p>Algunos. Porque es chévere, sumar, restar, (ja), dividir. Me gusta mucho la división. <u>¿Por qué te gusta tanto la división?</u> No se (sonríe), me parece fácil, me gusta saber más así, cuando me colocan de más dígitos.</p>	<p>Siete, seis, ocho, siempre más altas no. A veces son más altas. <u>¿Por qué sacas esas calificaciónes?</u> Porque a veces no entiendo unos pedazos entonces me quedan unas partes bien y otras mal, entonces me colocan 7, 8.</p>

CONOCIMIENTO DECLARATIVO – DESEMPEÑO SUPERIOR (9.0 – 10.0)

CONOCIMIENTO DE SÍ MISMO

ESTUDIANTE

5. ¿Qué es lo que más se te facilita cuando tienes que resolver problemas de matemáticas? ¿Por qué?

6. ¿Qué es lo que se te dificulta cuando tienes que resolver problemas de matemáticas? ¿Por qué?

PARTICIPANTE 3

Uhm, no se... No, esa sí no la entendí. Si yo tengo un problema, algunas cosas pueden ser difíciles y otras fáciles, ¿Si? Si. ¿Del problema qué es la parte fácil para ti y qué es la parte difícil? Entonces vamos con la parte fácil, sin importar cuál sea el problema. ¿Qué es la parte fácil de resolver el problema? (Silencio) Piensa por ejemplo en los problemas que estábamos haciendo ayer, ¿qué era lo fácil de un problema de esos? Eh....Por que la lectura y ahí si explicaban cuánto necesitaban los profesores del colegio para contratar a la empresa. La lectura y los números.

Que casi a veces no, no que, no...no leo bien el texto, entonces no contesto bien. ¿Y por qué no lees bien? Porque no se, porque yo me adelanto y sólo veo la pregunta y voy buscando y ahí veo la respuesta y no, no le pongo cuidado casi a la lectura. ¿Y si tienes claro esa situación has hecho alguna cosa para mejorarla o sigues igual? No si a veces sigo igual (sonríe).

PARTICIPANTE 4

Eh, leerlo primero, sacar la conclusión o los términos más importantes y ponerlos para darle solución. ¿Y por qué eso es lo más fácil? Pues porque si voy a hacerlo así sin poderlo entender, pues entonces, me quedaría mal o no quedaría bien captado para mí.

Cuando hay por ejemplo ecuaciones o no entiendo más o menos lo de X. Eso, o la, como es que se llama la (hace el símbolo de la raíz con la mano) ¿la cuadrática? Si eso, eso casi no lo comprendo bien. ¿Por qué no comprendes casi eso? Porque dan un problema y de ahí toca sacar como hartos números para poder hacer (hace una parábola con la mano) Ah la gráfica. Si, eso.

PARTICIPANTE 5

Uhm, pues no se, ¿cómo así? ¿Si a ti te dan un problema, sin importar de qué sea, qué es lo que te resulta más fácil de resolver? Pues para mí, siempre sumar. Y cuando no puedo así, multiplicar. ¿Por qué eso lo más fácil? Porque eso es lo más básico de hacer en un problema.

Cuando no puedo entender bien el problema, entonces no se como hacerlo. ¿Y por qué es difícil a veces comprender el problema? Por que a veces cuando uno lee muy rápido, pues uno pues a veces casi no entiende. Cuando uno lee despacio pues siempre va a entender uno pero así, las cosas que uno no entiende pues uno tiene que preguntar o algo. ¿Y si no entiendes tú que haces? Preguntarle al profesor o a mis compañeros que si saben. Suponiendo que no tuvieras el profesor ahí, vamos a suponer el caso del año pasado cuando te hicieron la prueba Saber, pues ahí no tenías como preguntar, ¿si no entendías algo qué hacías? Pues acordarme de algo, mirar bien eso y tratar de acordarme de lo que había estudiado.

CONOCIMIENTO DECLARATIVO – DESEMPEÑO SUPERIOR (9.0 – 10.0)

CONOCIMIENTO DE SÍ MISMO

ESTUDIANTE

5. ¿Qué es lo que más se te facilita cuando tienes que resolver problemas de matemáticas? ¿Por qué?

6. ¿Qué es lo que se te dificulta cuando tienes que resolver problemas de matemáticas? ¿Por qué?

PARTICIPANTE 1

Cuando tengo que resolver los problemas que se me facilita, uh..., pues digámoslo así que cuando tengo que hacer una ecuación o algo que tengo que multiplicar o dividir, eso es lo que más se me facilita ahí. O sea, ¿se te facilitan las operaciones? Si, eso. ¿Comprender un problema es fácil para ti? Algunas veces, porque digamos que hay veces que no me queda muy bien explicado el tema que nos ponen en alguna clase y no me queda fácil resolver el problema que me ponen. ¿Por qué se te facilita particularmente realizar las operaciones? Por que es como ya lo básico que uno viene aprendiendo ya desde digámoslo así desde primaria, entonces es lo más básico y uno ya sabe como tiene que resolver las operaciones y todo eso, uno ya tiene en mente, ya tiene en cuenta todas las operaciones que van ahí.

Lo que más se me dificulta, uh,,. Pues no sabría, lo que más se me dificulta, pues la verdad como son muchos digamos muchos problemas así que a veces a uno le ponen, pues no sabría. ¿Pero entonces no encuentras nada característico independientemente de qué se trate el problema para que tu digas mira cuando yo no puedo resolver un problema es tal cosa? Si, digámoslo así porque digamos ya eso es cuando uno está resolviendo el problema que uno piensa esto se me dificulta o esto. O sea, depende es del tipo de problema. Si. Por ejemplo, de los problemas que estuvimos resolviendo un poco ayer, en alguno de esos ¿qué se te dificultó? ¿En alguno de esos que se me dificultó?, a veces, pues en los problemas que tocaba hacer, también tocaba hacer unas divisiones y en eso fue lo que se me dificultó y que ponía cuidado ya en otras cosas que estaba haciendo y ya cuando iba a resolver el problema ya se me olvidaba lo que iba bien atrás, entonces en eso a veces tocaba hacer las divisiones. Acabas de decir que a veces se te olvida lo que estabas haciendo, ¿cuándo se te olvida lo que estás haciendo qué haces para acordarte? No, pues hay veces que no me acuerdo y digamos con lo que pasó ayer yo sigo derecho el problema que me pusieron sin detenerme a mirar.

PARTICIPANTE 7

Las sumas, las restas y divisiones. ¿Pero en cualquier problema sin importar de que se trate, qué sería lo más fácil de hacer del problema? No se, es que no entiendo muy bien. ¿Que si me colocan por ejemplo un problema de gráficos que no me gusta, qué se me facilitaría a mi? Si, por ejemplo. Uhyy. Qué a veces tiene que ser como con números, como hacer divisiones así, cálculos, raíz, entonces eso es lo que más se me facilita. ¿Por qué eso se te facilita? Por que tiene que ver con números (jaja), con restas, sumas, divisiones.

Hallar, a veces que nos colocan como hallar la potencia o algo así, eso se me dificulta mucho. ¿Por qué? Por que es que uno tiene que sacar la raíz, y tiene que sacarle la mitad de cada una y como que dividirlo, son muchas cosas.

CONOCIMIENTO DECLARATIVO – DESEMPEÑO BAJO (1.0 – 5.9)

	CONOCIMIENTO DE SÍ MISMO		
ESTUDIANTE	1. ¿Te gustan las matemáticas? ¿Por qué?	2. ¿Te gusta resolver problemas de matemáticas? ¿Por qué?	3. ¿Cómo son tus calificaciones cuando tienes que resolver problemas de matemáticas? ¿Por qué consideras que obtienes esas calificaciones?
<b>PARTICIPANTE 8</b>	<p>Un poquito. Porque hay cosas que entiendo y hay cosas que no. <u>Cuando tu entiendes ¿a qué se debe que entiendas?</u> Al problema o ....., si problemas que entiendo. Y cuando no entiendes, <u>¿por qué no entiendes?</u> Porque son muy complicados. <u>¿Qué los hace complicados?</u> Uhm,.. a veces que uno no entiende o no sabe cómo hacerlos o no los explican bien.</p>	<p>Si. ¿Por qué? Para entender más o (se nota muy nerviosa se le pide que se tranquilice) jaja y saber cómo son. <u>¿Eso te motiva?</u> Si.</p>	<p>Siete. Porque algunos de los que nos dejan, trabajos que nos dejan los hago bien. <u>¿Alguna otra razón por la que saques esa nota?</u> No.</p>
<b>PARTICIPANTE 9</b>	<p>Si. Eh, ¿por qué?, no se, porque para la profesión que yo quiero la necesito mucho. <u>¿Y qué profesión quieres?</u> Yo quiero estudiar pediatría. <u>¿Para qué sirven las matemáticas en la pediatría?</u> Eh, como para saber cuánto se le tiene que administrar a un niño, que cuantos grados tiene, que si tengo que sumar estos miligramos con tantos, entonces si, me sirve mucho.</p>	<p>Si. No se, porque me hacen divagar mucho, o sea ah puedo coger esto, esto me sirve en la suma la resta me sirve, por eso me gusta.</p>	<p>Siempre saco un 7, un 8. A veces me quedan bien, a veces me quedan mal. <u>¿Por qué sacas 7 u 8?</u> Porque de pronto tuve algo mal o calcule mal.</p>
<b>PARTICIPANTE 10</b>	<p>Si. Por que, no se me gusta, no se, que ...no se me gusta aprender, es como fácil, lo veo fácil, pues desde chiquita me ha gustado.</p>	<p>Si. Porque presto atención de lo que explican y de ahí me queda como fácil resolver lo que los profesores dicen. <u>¿Y si el problema llegara a ser difícil y complicado, igual no importaría, eso no quitaría tu gusto?</u> No.</p>	<p>Pues a veces regular y a veces bien. La mayoría de veces es bien. <u>Y cuando te va regular, ¿por qué te va regular?</u> Porque a veces me distraigo hablando o no presto tanta atención. <u>Y cuando te va bien ¿por qué te va bien?</u> Porque presto atención, estoy pendiente de lo que la profesora está explicando y me concentro.</p>

CONOCIMIENTO DECLARATIVO – DESEMPEÑO BAJO (1.0 – 5.9)

	CONOCIMIENTO DE SÍ MISMO		
ESTUDIANTE	1. ¿Te gustan las matemáticas? ¿Por qué?	2. ¿Te gusta resolver problemas de matemáticas? ¿Por qué?	3. ¿Cómo son tus calificaciones cuando tienes que resolver problemas de matemáticas? ¿Por qué consideras que obtienes esas calificaciones?
<b>PARTICIPANTE 6</b>	<p>Mas o menos. Porque bueno a veces no entiendo lo que los profesores me están explicando. <u>¿De qué depende que entiendas?</u> ¿De qué depende lo que entiendo? <u>Si.</u> Pues depende de la manera como el profesor me este explicando, bueno me emociono más cuando ya se lo que el profesor me esta explicando.</p>	<p>Cuando lo entiendo me gusta muchísimo resolverlos y seguir resolviendo. Lo típico, cuando uno entiende le gusta hacer y hacer y hacer. <u>¿De qué depende que entiendas o no el problema?</u> Uhm, no se de que depende. No entiendo, no tengo idea.</p>	<p>¿Las mías? Pues del año pasado me iban en 9, en el último período me saque 6.4, que no me gustó esa nota pero bueno (jajaj), y así. Es que muy poco con el profesor del año pasado, que era este gordito, bueno muy poco yo le entendía lo que él explicaba. <u>¿Y por qué consideras que, independientemente del año pasado, sino en general sacas buenas calificaciones?</u> ¿De qué depende esa nota? Bueno, como en frente a mi casa hay un profesor de matemáticas, entonces yo voy allá donde él y él me explica lo que no le entendí al profesor, y ya cuando llego acá yo ya se lo que esta haciendo y entrego las tareas y eso.</p>
<b>PARTICIPANTE 2</b>	<p>No mucho. Es que desde que comencé yo a estudiar no me ha ayudado mucho. <u>¿Cómo así que no te ha ayudado mucho?</u> Me queda muy difícil las matemáticas. <u>Ah, o sea que más o menos no es que te vaya muy bien?</u> <u>Si.</u> <u>¿ y por eso le perdiste el gusto?</u> Si.</p>	<p>Si. <u>¿Por qué te gusta?</u> No se, me concentro y me gusta concentrarme en las matemáticas en los problemas. <u>¿Qué tienen de especiales los problemas para que eso si te motive?</u> No se. Me hacen concentrar reharito.</p>	<p>Bajas. <u>O sea te gusta, pero te va regular?</u>. Si señora. <u>¿Y por qué te va regular?</u> No se, siempre saco así bajito, <u>¿qué es bajito?</u> Por ahí un 6, 6.5. Aunque a veces las hago bien pero no se, siempre algún número tiene que quedar mal. <u>¿Pero entonces la dificultad es de las operaciones?</u> Si, con los números. <u>¿O sea tu comprendes los problemas pero tienes dificultad con las operaciones?</u> Si.</p>

CONOCIMIENTO DECLARATIVO – DESEMPEÑO BAJO (1.0 – 5.9)

CONOCIMIENTO DE SÍ MISMO

ESTUDIANTE

5. ¿Qué es lo que más se te facilita cuando tienes que resolver problemas de matemáticas? ¿Por qué?

6. ¿Qué es lo que se te dificulta cuando tienes que resolver problemas de matemáticas? ¿Por qué?

PARTICIPANTE 8

Uhm.. No entiendo. Cuando tienes que resolver un problema, independientemente de lo que se trate, ¿qué es lo que te parece más fácil de resolver en el problema? Eh, las multiplicaciones o cuando nos toca hacer sumas y cosas así, o restas. ¿Por qué eso es fácil? Porque lo se hacer y nos explican.

Ecuaciones largas. Porque no las se hacer. ¿Por qué no las sabes hacer? Porque no entiendo muy bien lo que enseña el profesor.

PARTICIPANTE 9

Eh, los kilómetros, cuánto corre un carro me queda más fácil. Y sin pensar el contexto del problema que en este caso serían los kilómetros, sino pensando en cualquier tipo de problema, ¿qué es lo que más se te facilita? Para mi serían las fracciones. ¿Por qué se te facilitan? Porque es que a mi siempre me enseñaron eso mis hermanos, me dijeron que para que aprendiera, entonces como mis hermanos me decían no vea esto le queda así fácil para que pueda sumar, que cuanto resultado le da, eso siempre me decían mis hermanos.

La división. No es que a mi siempre me enseñan a dividir y a mi no se me queda, no se me queda en la cabeza. Entonces yo para la división soy un poquito mala. ¿Y has identificado ahí que tiene de particular la división que no se te queda? O sea que digamos que cuando ponen por ejemplo de dos cifras, no se como se desglosa, que cuantas veces está, que porque sale cero, no entiendo eso. Estás en décimo, ¿cómo lo has podido solventar? Pues cuando le digo a mis amigas que me expliquen, entonces ya cuando ya lo entiendo entonces ya lo hago yo misma y si me queda mal, pues entonces ya les digo que me ayuden.

PARTICIPANTE 10

¿Lo que más se me facilita? Pues no se, yo digo que todo porque si es solamente prestar atención. ¿Comprendes siempre los problemas? ¿siempre? Si. A veces. ¿Por qué es fácil para ti comprender los problemas? No se, creo que es una herencia yo no se (je), o prestar atención o ser juicioso. ¿La herencia de quién? La herencia pues yo digo a mi papá porque mi papá sabe mucho. ¿Tu papá sabe de matemáticas? Si. ¿Qué hace tu papá? Ahora en este instante nada, no está trabajando, pero antes ha trabajado en obras, en colegios, ¿ay como se llama eso? los que doman los caballos.

De pronto, ¿qué sería?. De pronto sacar los lados de los rectángulos o cuadrados, los lados por los anchos como que un poquito se me complica. ¿Qué otra cosa? Así creo que un poquito las ecuaciones y ya. ¿Qué es lo que se te dificulta particularmente? De los rectángulos es los lados, la altura o lo ancho y de las ecuaciones no se, no prestar atención o andar en otra cosa.

CONOCIMIENTO DECLARATIVO – DESEMPEÑO BAJO (1.0 – 5.9)

CONOCIMIENTO DE SÍ MISMO

ESTUDIANTE

5. ¿Qué es lo que más se te facilita cuando tienes que resolver problemas de matemáticas? ¿Por qué?

6. ¿Qué es lo que se te dificulta cuando tienes que resolver problemas de matemáticas? ¿Por qué?

PARTICIPANTE 6

¿Qué es lo que más se me facilita? Pues lo leo como 30 mil veces para poder entender el problema, bueno como todo uno tiene que leer lo para que pueda entender y de ahí bueno, de leer y leer y leer y leer más o menos entiendo. Como ayer lo leí como 30 veces para poder entender. ¿Y por qué haces eso? Bueno, yo lo hago porque a mi se me facilita más para yo poderlo entender, porque si lo leo de una, de una no lo voy a entender. Entonces me toca leerlo varias veces y varias veces para poder entenderlo. ¿Pero es fácil para ti entender un problema? ¿Que si es fácil? Pues más o menos, depende el problema que sea, si es difícil o fácil.

¿Qué es lo más difícil?(..) ¿Qué es lo más difícil cuando tengo que resolver un problema. Si. ¿Cuándo tienes que resolver un problema qué es lo que más se te dificulta? Pues a veces en la, para..., si tiene división ahí se me complica un poquito más porque muy poco me se las tablas (ja). ¿Si? Si. Pero soy buena en matemáticas y no me se las tablas. ¿Y cómo haces entonces? ¿Cómo hago? Pues me toca echarle cabeza y seguir multiplicando para poder entenderlo (jajaja). ¿Y por qué no te aprendiste bien las tablas? Pues bueno, yo digo que algunas me se pero otras no, porque eso siempre me dio durito las tablas.

PARTICIPANTE 2

Las sumas. Todo lo que lleve así con sumas. Fraccionarios. ¿Por qué eso es fácil para ti? No se, me quedan más fáciles. ¿Si te ponen donde impliquen divisiones, multiplicaciones? Me enredo mucho.

Lo más difícil,.. Son resolver cuando me toca las divisiones, las multiplicaciones y me toca contar o sino me toca sacar la calculadora para que me queden bien. ¿Te sabes las tablas? No muy bien (jajaja), se me olvidan. ¿Por qué no te lograste aprender las tablas por ejemplo? No se. ¿Qué otra cosa se te dificulta? No más.

CONOCIMIENTO DECLARATIVO – DESEMPEÑO SUPERIOR (9.0 – 10.0)

	CONOCIMIENTO DE LA TAREA	CONOCIMIENTO DE LAS ESTRATEGIAS
ESTUDIANTE	4. ¿Qué tipo de problemas de matemáticas has resuelto?	7. Cuéntame los pasos que realizas cuando tienes que resolver un problema de matemáticas.
PARTICIPANTE 3	<p>Eh, fracciones, uhm, también el librito ese animaplanos, si ese, y uhm,.. <u>(no pienses solamente en lo que has estudiado aquí en bachillerato, sino en todo lo que has estudiado)</u>. Ah, suma, resta, división, eh, calcular ángulos y eh... Y no, no me acuerdo más.</p>	<p>Pues, primero eh, leer bien el problema y, y... segundo por ahí ver los signos o algo así. Y explicarle este signo es tal y este,... y los... <u>¿Después que haces?</u> Uhm, pues le digo que lo haga a ver si entendió o no. <u>¿O sea después resuelves el problema?</u> Si. <u>¿Y después?</u> No se, saber si quedó bien o mal. <u>¿Y cómo sabes si quedó bien o mal?</u> Si yo te pongo un problema y tu me lo entregas y me dices mira ya termine <u>¿cómo sabes si te quedó bien o mal?</u> Uhm, ahí si no. O sea si te ponen una previa y tu la entregas, <u>¿no estas seguro casi nunca si te quedó bien?</u> No casi nunca. <u>¿Y entonces qué hacer para saber si te quedó bien?</u> Pues preguntarle a los demás compañeros para ver cual respondió y saber si me quedó bien o no. <u>¿Eso significa que si no fuera por los compañeros o hasta que te entreguen el resultado del examen no sabrías si te quedó bien?</u> Si.</p>
PARTICIPANTE 4	<p>Eh, multiplicaciones, divisiones, sumas, ecuaciones pero esas no, no las capto, no las entiendo casi muy bien. <u>¿De qué más?</u> (silencio) <u>¿El año pasado estabas manejando ecuaciones, si te pusieron a resolver problemas de ecuaciones?</u> Si. <u>Trata de acordarte de un ejemplo.</u> Por ejemplo hallar las edades de una persona. <u>¿Pero eso lo hiciste durante todo el año?</u> No. También ecuaciones cuadráticas.</p>	<p>Leo, eh, saco los enunciados o lo que hay que o cuál es el tema que hay toca sacar y después dar la solución. <u>¿Algo más?</u> Y cuando no se comprende, pues pedir ayuda al docente que está. <u>¿A qué le llamas tú en el paso que me enumeras como dar la solución, eso que incluye?</u> Para resolver. No te entiendo. Si por ejemplo dan una pregunta pues primero la leo qué es lo que toca sacar y después cuando ya tengo captado que es lo que tengo que hacer doy la solución. <u>¿Cuándo resuelves el problema cómo puedes estar tú seguro que lo que estás dando como respuesta te quedó bien?</u> Volverlo a leer y pues si quedaron dudas pues volverlo a leer y si no es tanto eso, entonces pues pedir la ayuda.</p>
PARTICIPANTE 5	<p>Pues por ejemplo así sobre, no se, no me acuerdo. <u>¿Pues con qué se relacionan?</u> Pues así sobre países, estudiantes. <u>¿Y qué temas de matemáticas involucran?</u> Pues así el álgebra, ecuaciones, ah eso es lo mismo que álgebra, sumas, restas, multiplicaciones, divisiones, así.</p>	<p>Paso a paso, primero tengo que mirar, tengo que leer el problema, leerlo, después segundo tengo que pues poder entenderlo, tercero mirar si toca sumar, multiplicar, dividir, hacer una ecuación y después ya ... sacar el resultado. Y ya. Cuando dices que ya sacaste el resultado, <u>¿cómo puedes estar tú que ese resultado es el correcto?</u> Pues porque si lo hago bien, pues si hago bien las sumas o lo que tenga que hacer, pues ahí está bien. <u>¿Y cómo puedes estar segura que hiciste bien las sumas o lo que dice el problema?</u> Pues yo hago dos veces, siempre lo hago así para rectificar.</p>

CONOCIMIENTO DECLARATIVO – DESEMPEÑO SUPERIOR (9.0 – 10.0)

	CONOCIMIENTO DE LA TAREA	CONOCIMIENTO DE LAS ESTRATEGIAS
ESTUDIANTE	4. ¿Qué tipo de problemas de matemáticas has resuelto?	7. Cuéntame los pasos que realizas cuando tienes que resolver un problema de matemáticas.
PARTICIPANTE 1	<p>Pues bueno, ahora tenemos que resolver problemas de trigonometría, antes tenían que ser problemas de ecuaciones, también teníamos que hacer divisiones, multiplicaciones, sumas, todo lo relacionado así, uh, que más. Pues por ahora no se me viene nada más a la cabeza.</p>	<p>Bueno, digamos una lista de pasos para resolver un problema, digamos así en matemáticas, para resolver un problema, pues yo primero lo que me ponen a hacer, primero yo digamos en una lectura que sea de matemáticas, primero leo bien todo, identifico ya como son las cosas del problema y ya como tocaría resolverlas. Primero leo y tengo que leer bien y comprender bien el texto para saber y bueno, después empiezo a hacer las operaciones y ya depende de todo lo que me toque hacer pues ya voy haciendo cada cosa, depende de lo que me toque hacer, lo que me toque resolver y pues ya yo digo que ya así como lo último sería ya sacar un resultado o resolver el problema de lo que me pusieron, digámoslo así. <u>¿Alguna vez compruebas que lo que hiciste realmente es la respuesta al problema que estas tratando de solucionar?</u> Pues sí, hay veces que digamos que bueno hago el trabajo y tengo que asegurarme y tengo que ponerme a leer otra vez o ponerme a mirar todo lo que hice para saber si esta bien o no. <u>Y ¿cómo haces para saber y estar tranquila que lo que hiciste está bien?</u> ¿Cómo haría para saber? Pues en el caso de la persona que me ponga el problema, si la persona ya sabe cómo es, yo le pregunto a la persona si el problema quedó bien si o quedó mal. <u>¿Esa es la única forma?</u> Sí, pues la que yo tengo. <u>Y si no tienes a quién preguntarle, ¿cómo haces?</u> Pues ya sería digamos que sea un problema así, pues yo cogería o cojo en el mayor de los casos una calculadora, digamos ya que sea un problema que sea simplemente numérico, lo único que me sirve es la calculadora.</p>
PARTICIPANTE 7	<p>Gráficas,...., múltiplos. Es que no se como se llama eso que va X a la 2. (Potencias) Potencias. <u>¿Qué más?</u>. Es que en este momento nos están haciendo unos de unas figuritas que va así (hace la forma con las manos) unos cuadros y uno tiene que sumar la... Por ejemplo en cada puntica nos colocan unos números, <u>¿sudoku?</u>. No. Es un cuadrito, un triángulo, entonces uno tiene que hallarle con el transportador la medida, como es la medida. (Ángulos) Aja. <u>¿Qué más?, piénsalo desde que eras pequeña.</u> Sumas, restas, multiplicaciones, divisiones.</p>	<p><u>¿Qué hago para resolverlo?</u> Pues la profesora siempre nos coloca los ejemplos. <u>No, si te doy en este momento un problema ¿qué es lo que tu haces?</u> <u>¿Cuáles serían esos pasos?</u> Pues verlo para ver como es. <u>¿Después qué haces?</u> Pedir ayuda, pedir que me expliquen mejor porque a veces no le entiendo a la profesora. <u>¿Después qué haces?</u> Uhm.... <u>Es decir, enlístame los pasos que tú haces cuando resuelves un problema.</u> Empiezo, por ejemplo si el problema es así como de suma, a sumar, si es raíz, la saco, así. <u>¿Resolverlo?</u> Si. <u>¿Después qué haces?</u> Ver a ver si con algún amigo a ver si me quedó bien, si da iguales o a ver que le tengo que cambiar. <u>¿Y si no esta el amigo, ni el profesor, sino que estás tu sola, qué haces para ver si esta bien?</u> No se. Uhm. Guiarme del cuaderno. <u>Por ejemplo el año pasado que tuviste la prueba Saber y te pusieron a resolver problemas, ¿qué hacías para saber que te estaba quedando bien?</u> Uhm.. Recordar y hacia lo que entendía y lo que no entendía no lo hacía.</p>

CONOCIMIENTO DECLARATIVO – DESEMPEÑO BAJO (1.0 – 5.9)

	CONOCIMIENTO DE LA TAREA	CONOCIMIENTO DE LAS ESTRATEGIAS
ESTUDIANTE	4. ¿Qué tipo de problemas de matemáticas has resuelto?	7. Cuéntame los pasos que realizas cuando tienes que resolver un problema de matemáticas.
PARTICIPANTE 8	Ecuaciones. <u>¿De qué más?</u> Las divisiones, multiplicaciones,... no me acuerdo más.	Primero lo leo, después miro si es resta, suma o cualquier cosa y después lo soluciono y miro si esta bien y ya. <u>¿Y cómo miras si esta bien?</u> Voy a donde el profesor y le pregunto. <u>¿Y si no hay profesor?</u> Jujuju. No se, le pregunto a un compañero que sepa. <u>¿Y si no hay compañero?</u> Entonces se quedó así (ji). <u>¿O sea que tú misma no podrías tener la certeza de que te quedó bien?</u> No.
PARTICIPANTE 9	Siempre ponen problemas de cuantos kilómetros de un carro, o cuanto ... si de plata o algo así. <u>¿Algo más frente a los tipos de problemas que te ponen a resolver?</u> No.	Pues si me dicen el problema primero tengo que leerlo y analizarlo, después tomaríamos el primer número que me digan, primero lo tomaría y el segundo lo sumaría o restaría si tocaba sumar o restar y ya después ahí si me sale un resultado, con ese resultado tomaría los otros números que me piden que sume, entonces si toca sumar o restar lo hago y pues que me salga un resultado y pues sino me queda el resultado que es pues hago multiplicación, ya si división no hago. <u>Con lo que acabas de decir. ¿sino te funciona un procedimiento intentas hacer otro procedimiento?</u> Si, lo saco de otra forma para que me de el resultado. <u>¿Cómo sabes al final, cuando dices ya resolví el problema, que te quedó bien?</u> ¿Cómo se? Pues iría a preguntar al profesor, eso es lo primero que yo siempre hago. <u>¿Y si no hay profesor?</u> Lo haría con la calculadora. <u>¿Y si no te dejan sacar calculadora?</u> Ahí si no se, porque no se si me queda bien o me queda mal. ... O a un compañero.

CONOCIMIENTO DECLARATIVO – DESEMPEÑO BAJO (1.0 – 5.9)

CONOCIMIENTO DE LA TAREA

CONOCIMIENTO DE LAS ESTRATEGIAS

ESTUDIANTE

4. ¿Qué tipo de problemas de matemáticas has resuelto?

7. Cuéntame los pasos que realizas cuando tienes que resolver un problema de matemáticas.

PARTICIPANTE 10

Fraccionarios, ecuaciones, no me acuerdo de... ¿qué más? Suma, resta, multiplicación, división, la raíz cuadrada, eh ... ¿qué más? Así que me acuerde no me acuerdo casi bien,...no, no me acuerdo más. ¿Y con qué tipo de situaciones se relacionan esos problemas? ¿Me puedes contar alguna? ¿Qué tipo de situaciones? Pues de ir a comprar, sacar una cantidad máxima de lo que tiene que comprar o algo así, oh también eh pues restar una cantidad para saber qué dinero les va a quedar, o sino si la plata alcanza o no alcanza, o si es correcto el valor de que nos ponen en la hoja, digamos si el valor que nos ponen es 500 a verificar si la suma es correcta o incorrecta.

El primer paso sería leer, el segundo paso sería sacar los números que están en el problema, el tercer paso sería mirar la respuesta, o sea la pregunta que nos ponen para ver si se trata de división o cualquiera de las operaciones. El cuarto sería si toca dividir o restar, dividiría o restaría o multiplicaría en casos que nos ponen a multiplicar. Por último sería sacar la respuesta que fue lo que me dio del ejercicio. ¿Algo más? No. Tu último paso es que sacas la respuesta que das al ejercicio, entonces digamos que terminaste. Cuando dices ya terminé, ¿qué haces para saber que te quedó bien? Pues comparo y vuelvo a leer y pues comparo haber si algo me faltó o no leí bien para estar segura que me quedó bien el ejercicio. ¿Pero siempre haces eso? Si.

PARTICIPANTE 6

¿Qué tipo he resuelto? Pues más o menos las ecuaciones, ¿qué otro tipo de problemas? División, multiplicación, suma, resta, y ¿cuál otro así?... pues por el momento esos son los únicos que más o menos he entendido, porque ahora estamos dando trigonometría y muy poco lo entiendo. ¿Pero ahí te han puesto ya a resolver problemas? Pues sí el que empezamos ayer y empezamos a resolver problemas en trigonometría.

¿Los pasos? Si. Pues leerlo y luego si es de sumar, pues hacer la suma, digamos si va suma - resta, primero sumarlo, luego restarlo, y si no, bueno a veces contar con los deditos (sonríe) ¿Cuentas con los dedos? Si (jajja). ¿Por qué? Porque cuando son cifras muy largas pues me toca contar con los deditos (jajaja). ¿Después qué haces? Pues terminar de hacer el problema y dar la respuesta ... y ya. ¿Qué significa terminar de hacer el problema? Pues cuando llega a sacar el resultado, el valor de lo que tenía que dar. ¿Y cuándo tu das ese resultado, cómo puedes estar segura de que el resultado que das está bien? Pues a veces eh... , bueno como nos enseñó la profesora Yadira, creo que así se llamaba la profesora que se fue, pues a sacarle raíz o hacerlo en ecuación. ¿Pero independientemente de qué se trate el problema, hay una forma específica que tu uses para saber que está bien? ¿Sin importar de qué trate? No, bueno, que yo me acuerde no.

CONOCIMIENTO DECLARATIVO – DESEMPEÑO BAJO (1.0 – 5.9)

	CONOCIMIENTO DE LA TAREA	CONOCIMIENTO DE LAS ESTRATEGIAS
ESTUDIANTE	4. ¿Qué tipo de problemas de matemáticas has resuelto?	7. Cuéntame los pasos que realizas cuando tienes que resolver un problema de matemáticas.
PARTICIPANTE 2	<p>Pues ahorita estamos con los ángulos, en todos los años con fracciones, lo esencial que uno necesita de matemáticas,..., división. <u>¿El año pasado en noveno te ponían a resolver problemas?</u> Pues más o menos, porque al profesor no le entendía. <u>¿No le entendías al profesor?</u> No, y uno le decía que le explique y no. <u>¿Pero te pusieron por ejemplo a resolver problemas de ecuaciones?</u> Si. <u>¿Cómo que tipo de problemas de ecuaciones?...</u> Yo no me acuerdo bien como era. <u>¿En todos los años te han puesto a resolver problemas o en algún año sólo te han puesto a resolver algoritmos?</u> Es decir, muchos ejercicios para hacer. No en todos los años me han puesto problemas.</p>	<p>Pues primero tiene que entender muy bien el trabajo que le pongan, leerlo bien hasta que lo entienda bien y ahí sí comenzar a resolverlo. <u>¿Después que haces?</u> Después, si es un problema así que venga con números, tiene que mirar cuánto es la cantidad, sumarlo, multiplicarlo o dividirlo. <u>¿Después de eso qué?</u> Ya la respuesta que le vaya a dar, no se más. <u>¿O sea hace las operaciones y ya da una respuesta?</u> Si, da una respuesta. <u>Cuando tú das una respuesta a un problema, ¿cómo sabes que esa respuesta que estás dando es la correcta?</u> Depende el resultado que me de, si esta bien. <u>Si pero ¿cómo tienes tú garantía de que esta bien y que no estás tu errada en la respuesta?</u> Pues mirar a ver si le da con el problema, digamos en el problema que nos pusiste ayer, mirar si la cantidad es bien o si toca agregarle algo o restarle.</p>

METACOGNICIÓN Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS 24

CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL – DESEMPEÑO SUPERIOR (9.0 – 10.0)

A continuación te voy a leer encuentras algunas indicaciones que los profesores suelen darle a los estudiantes cuando les están enseñando a resolver problemas de matemáticas. Dime SI o NO en cada indicación, teniendo en cuenta lo que los profesores te han enseñado sobre resolver problemas de matemáticas.

ESTUDIANTE	a. Leer el problema hasta que se entienda	b. Organizar los datos del problema	c. Hacer un dibujo que ayude a comprender el problema	d. Planear cómo se va a resolver el problema, teniendo en cuenta los datos y las operaciones que se necesitan.	e. Tratar de decir cuál es la respuesta del problema haciendo cálculo mental.	f. Realizar las operaciones con las que se piensa es posible resolver el problema.	g. Revisar que las operaciones quedaron bien, haciendo la prueba o verificando el procedimiento.	h. Escribir la respuesta del problema teniendo en cuenta la pregunta que se hacía.	i. Revisar nuevamente todo lo que se hizo para resolver el problema, antes de presentar el resultado.	j. Pensar en más de una forma de resolver el problema.
PARTICIPANTE 3	NO	SI	SI	SI	NO	SI	SI	NO	SI	SI
PARTICIPANTE 4	SI	SI	NO	SI	SI	SI	SI	SI	NO	SI
PARTICIPANTE 5	SI	SI	NO	SI	SI	SI, A VECES	SI, VERIFICANDO	SI	NO	SI
PARTICIPANTE 1	SI	NO	NO	SI	NO	SI	SI	SI	SI	SI
PARTICIPANTE 7	SI	SI	NO	NO	NO	SI	SI	SI	SI	NO

**METACOGNICIÓN Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS 25**

**CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL – DESEMPEÑO SUPERIOR (9.0 – 10.0)**

**A continuación te voy a leer encuentras algunas indicaciones que los profesores suelen darle a los estudiantes cuando les están enseñando a resolver problemas de matemáticas. Dime SI o NO en cada indicación, teniendo en cuenta lo que los profesores te han enseñado sobre resolver problemas de matemáticas.**

<b>ESTUDIANTE</b>	<b>a. Leer el problema hasta que se entienda</b>	<b>b. Organizar los datos del problema</b>	<b>c. Hacer un dibujo que ayude a comprender el problema</b>	<b>d. Planear cómo se va a resolver el problema, teniendo en cuenta los datos y las operaciones que se necesitan.</b>	<b>e. Tratar de decir cuál es la respuesta del problema haciendo cálculo mental.</b>	<b>f. Realizar las operaciones con las que se piensa es posible resolver el problema.</b>	<b>g. Revisar que las operaciones quedaron bien, haciendo la prueba o verificando el procedimiento.</b>	<b>h. Escribir la respuesta del problema teniendo en cuenta la pregunta que se hacía.</b>	<b>i. Revisar nuevamente todo lo que se hizo para resolver el problema, antes de presentar el resultado.</b>	<b>j. Pensar en más de una forma de resolver el problema.</b>
<b>PARTICIPANTE 8</b>	SI	NO	SI	SI	SI	SI	SI	SI	SI	SI
<b>PARTICIPANTE 9</b>	SI	NO	SI	SI	SI	SI	SI	SI	NO	SI
<b>PARTICIPANTE 10</b>	SI	SI	NO	SI	NO	SI	SI	SI	SI	SI
<b>PARTICIPANTE 6</b>	SI	SI	SI, POR LO MENOS AHORA EN TRIGONOMETRÍA	SI	SI	SI	SI, VERIFICANDO	SI	A VECES	SI
<b>PARTICIPANTE 2</b>	SI	SI	NO	SI	NO	SI	SI	SI	NO	SI

METACOGNICIÓN Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS 26

Anexo 9. Matriz de resultados escala Likert.

CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL												
PLANEACIÓN												
	<b>1</b> Leo el problema tantas veces como sea necesario para lograr comprenderlo.				<b>5</b> Me tomo un tiempo para pensar los pasos que voy a realizar para resolver el problema, antes de iniciar cualquier operación.				<b>6</b> Trato de comprender bien el enunciado de un problema antes de intentar solucionarlo.			
<b>DESEPEÑO</b>	NUNCA	ALGUNAS VECES	LA MAYORÍA DE LAS VECES	SIEMPRE	NUNCA	ALGUNAS VECES	LA MAYORÍA DE LAS VECES	SIEMPRE	NUNCA	ALGUNAS VECES	LA MAYORÍA DE LAS VECES	SIEMPRE
<b>SUPERIOR 9.0 - 10.0</b>	0	1	2	2	0	4	0	1	0	2	2	1
<b>BAJO 1.0 - 5.9</b>	0	1	0	4	0	0	4	1	0	0	2	3
<b>TOTAL</b>	0	2	2	6	0	4	4	2	0	2	4	4

CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL									
PLANEACIÓN									
	<b>12</b> Antes de empezar a resolver el problema, identifico los datos que me sirven para solucionarlo.				<b>14</b> Coloco el problema en mis propias palabras para poder comprenderlo.				
<b>DESEPEÑO</b>	NUNCA	ALGUNAS VECES	LA MAYORÍA DE LAS VECES	SIEMPRE	NUNCA	ALGUNAS VECES	LA MAYORÍA DE LAS VECES	SIEMPRE	SIEMPRE
<b>SUPERIOR 9.0 - 10.0</b>	0	1	2	2	0	3	1	1	1
<b>BAJO 1.0 - 5.9</b>	0	1	2	2	1	1	1	2	2
<b>TOTAL</b>	0	2	4	4	1	4	2	3	3

**METACOGNICIÓN Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS 27**

**CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL**

**PLANEACIÓN**

<b>DESEPEÑO</b>	<b>17</b> Si no entiendo algo de lo que dice el problema, pregunto antes de empezar a resolverlo.				<b>18</b> Establezco las operaciones o procedimientos que requiero realizar para solucionar el problema, antes de iniciar.			
	NUNCA	ALGUNAS VECES	LA MAYORÍA DE LAS VECES	SIEMPRE	NUNCA	ALGUNAS VECES	LA MAYORÍA DE LAS VECES	SIEMPRE
<b>SUPERIOR 9.0 - 10.0</b>	0	0	1	4	0	2	3	0
<b>BAJO 1.0 - 5.9</b>	0	1	1	3	0	1	3	1
<b>TOTAL</b>	0	1	2	7	0	3	6	1

**CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL**

**REGULACIÓN Y CONTROL**

<b>DESEPEÑO</b>	<b>2</b> A medida que voy resolviendo el problema reviso lo que he hecho, para saber si me está quedando bien.				<b>3</b> Me hago preguntas para saber cómo estoy resolviendo el problema.				<b>8</b> Le pregunto a alguno de mis compañeros o al profesor (a) cuando tengo dudas sobre lo que he hecho.			
	NUNCA	ALGUNAS VECES	LA MAYORÍA DE LAS VECES	SIEMPRE	NUNCA	ALGUNAS VECES	LA MAYORÍA DE LAS VECES	SIEMPRE	NUNCA	ALGUNAS VECES	LA MAYORÍA DE LAS VECES	SIEMPRE
<b>SUPERIOR 9.0 - 10.0</b>	0	2	1	2	0	4	0	1	0	1	1	3
<b>BAJO 1.0 - 5.9</b>	0	2	3	0	2	2	0	1	0	2	2	1
<b>TOTAL</b>	0	4	4	2	2	6	0	2	0	3	3	4

## METACOGNICIÓN Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS 28

### CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL

#### REGULACIÓN Y CONTROL

**11**

Mientras voy resolviendo el problema vuelvo a leer las preguntas para acordarme de lo que debo hacer.

**13**

Corrijo los errores cuando estoy resolviendo un problema.

<b>DESEPEÑO</b>	NUNCA	ALGUNAS VECES	LA MAYORÍA DE LAS VECES	SIEMPRE	NUNCA	ALGUNAS VECES	LA MAYORÍA DE LAS VECES	SIEMPRE
<b>SUPERIOR 9.0 - 10.0</b>	0	2	1	2	0	0	2	3
<b>BAJO 1.0 - 5.9</b>	0	1	1	3	0	0	3	2
<b>TOTAL</b>	0	3	2	5	0	0	5	5

### CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL

#### REGULACIÓN Y CONTROL

**15**

Verifico que las operaciones que he hecho me han quedado bien, comprobándolas con otra operación o revisando de nuevo el procedimiento.

**16**

Si me doy cuenta que con lo que estoy haciendo no he podido resolver el problema, vuelvo a empezar y hago otro procedimiento.

<b>DESEPEÑO</b>	NUNCA	ALGUNAS VECES	LA MAYORÍA DE LAS VECES	SIEMPRE	NUNCA	ALGUNAS VECES	LA MAYORÍA DE LAS VECES	SIEMPRE
<b>SUPERIOR 9.0 - 10.0</b>	0	1	1	3	1	1	2	1
<b>BAJO 1.0 - 5.9</b>	0	1	2	2	0	0	3	2
<b>TOTAL</b>	0	2	3	5	1	1	5	3

## METACOGNICIÓN Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS 29

CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL									
EVALUACIÓN									
	<b>4</b>					<b>7</b>			
	Antes de decir que ya acabe de resolver el problema, vuelvo a revisar que todo me haya quedado bien.					Cuando termino de resolver un problema, pienso luego en otras maneras en las que lo pude haber solucionado.			
<b>DESEPEÑO</b>	NUNCA	ALGUNAS VECES	LA MAYORÍA DE LAS VECES	SIEMPRE	ANULADA	NUNCA	ALGUNAS VECES	LA MAYORÍA DE LAS VECES	SIEMPRE
<b>SUPERIOR 9.0 - 10.0</b>	0	0	2	3	0	1	1	2	1
<b>BAJO 1.0 - 5.9</b>	0	2	1	1	1	1	1	0	3
<b>TOTAL</b>	0	2	3	4	1	2	2	2	4

CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL									
EVALUACIÓN									
	<b>9</b>				<b>10</b>				
	Verifico al finalizar, que la solución que estoy dando al problema es la correcta.				Después de presentar el problema que tenía que resolver, continúo pensando en lo que hice para saber que me quedó bien.				
<b>DESEPEÑO</b>	NUNCA	ALGUNAS VECES	LA MAYORÍA DE LAS VECES	SIEMPRE	NUNCA	ALGUNAS VECES	LA MAYORÍA DE LAS VECES	SIEMPRE	
<b>SUPERIOR 9.0 - 10.0</b>	0	1	0	4	0	1	4	0	
<b>BAJO 1.0 - 5.9</b>	0	1	2	2	0	3	0	2	
<b>TOTAL</b>	0	2	2	6	0	4	4	2	

Anexo 10. Matriz de transcripción cuestionario complementario del problema 3.

CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL –DESEMPEÑO SUPERIOR (9.0 – 10.0)				
	PLANEACIÓN	REGULACIÓN Y CONTROL	EVALUACIÓN	
<b>ESTUDIANTES</b>	1. Describe, ¿qué ideas tuviste sobre lo que debías hacer para resolver el problema?	2. Mientras ibas resolviendo el problema, ¿comprobaste de alguna manera que lo estabas resolviendo bien?, ¿cómo lo comprobabas?	3. ¿Estás seguro de que resolviste el problema? ¿por qué?	4. ¿De qué otra forma habrías podido resolver el problema?
<b>PARTICIPANTE 3</b>	Pues al principio del problema no tenía ninguna idea sobre el problema pero lo fui entendiendo, y fui sacando resultados.	No pues yo hacia una operación y cuando estaba el resultado volvía y hacia otra operación de suma, o resta para ver si estaba bien o mal.	Pues yo creo que me quedó mal porque no comprendía muy bien las preguntas y por eso creo que me quedó mal. Y no sé si me quedaron bien las operaciones	No se.
<b>PARTICIPANTE 4</b>	1) Leer y entender de que se trataba el problema. 2) Sacar las ideas principales que me dan en el problema. 3) Sacar los términos del problema. 4) Calcular el total de canicas que tenían cada uno en los tres días diferentes. 5) Diferenciar el total de canicas que tiene cada uno en los diferentes días.	Si, porque al ir leyendo iba entendiendo iba entendiendo el problema y las preguntas que preguntan iba resolviendo con sumas restas o divisiones y la comprensión lectora.	No porque no entendí muy bien cuántas canicas tenían al finalizar los diferentes días pero el resto estaba bien	No se me ocurre otra manera de resolver el problema
<b>PARTICIPANTE 5</b>	Mis ideas era sacar de hartas formas el resultado, pero de la mejor forma dividir, si me salía, reste para sacar más resultados y me dio y sume para comprobar si estaba bien o no.	En las divisiones si me quedaba mal lo sumaba el divisor por el dividendo y cuando resté también sume para comprobarlo.	Si, por que lo tiene con seguridad, y sabía lo que estaba haciendo y comprobaba con la suma.	No sé, porque ya sabía lo que iba a hacer y no tenía otra forma, lo hacía como entendía.

CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL –DESEMPEÑO SUPERIOR (9.0 – 10.0)

	PLANEACIÓN	REGULACIÓN Y CONTROL	EVALUACIÓN	
<b>ESTUDIANTES</b>	1. Describe, ¿qué ideas tuviste sobre lo que debías hacer para resolver el problema?	2. Mientras ibas resolviendo el problema, ¿comprobaste de alguna manera que lo estabas resolviendo bien?, ¿cómo lo comprobabas?	3. ¿Estás seguro de que resolviste el problema? ¿por qué?	4. ¿De qué otra forma habrías podido resolver el problema?
<b>PARTICIPANTE 1</b>	Leyendo el problema supe que tenía que dividir la mayor parte para hacer la solución.	Si, cuando hacía las divisiones al final sumaba las partes que dividía para saber si estaba bien. O también cuando dividía mentalmente comprobaba si me quedaba bien sumando las partes.	No, por que a pesar de que hice las divisiones bien no entendí muy bien algunas partes de la lectura y se me dificultó un poco.	Hacer todo sumando o dividiendo los números de otra forma
<b>PARTICIPANTE 7</b>	Que tocaba sumar y restar para poder resolver cuántas canicas le quedaban de lunes a miércoles.	En un pedazo por que al sumarlas me daba un total de 80 la misma cantidad que me daba de el día miércoles entonces llegue a pensar que estaba bien.	No porque estaba un poco confundida con la lectura a donde decía que el menor o mayor de canicas que quedaban del día lunes a miércoles y también el del día martes.	Pues yo pienso que multiplicando algunos días con otros.

CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL – DESEMPEÑO BAJO (1.0 – 5.9)

	PLANEACIÓN	REGULACIÓN Y CONTROL	EVALUACIÓN	
<b>ESTUDIANTES</b>	1. Describe, ¿qué ideas tuviste sobre lo que debías hacer para resolver el problema?	2. Mientras ibas resolviendo el problema, ¿comprobaste de alguna manera que lo estabas resolviendo bien?, ¿cómo lo comprobabas?	3. ¿Estás seguro de que resolviste el problema? ¿por qué?	4. ¿De qué otra forma habrías podido resolver el problema?
<b>PARTICIPANTE 8</b>	Primero que todo leer los problemas y entenderlos y solucionarlos.	Viendo y leyendo el problema varias veces, y mirando si iba quedando bien o no.	Si, porque rectifiqué si el problema estaba quedando bien o no. Y al finalizar volví a ratificar. Si quedó bien el problema.	De ninguna otra forma por que los problemas se trataban de cosas materiales y no sé cómo más resolverlo.
<b>PARTICIPANTE 6</b>	Más o menos la idea que tuve fue restar para ver cuántas canicas tenía cada niño.	No lo comprobé por que en ese momento no se me ocurrió comprobar.	Más o menos, porque yo con eso de sacar cuenta me enredo mucho y más cuando tengo una persona al lado.	No se, porque yo no soy muy buena para concentrarme con las matemáticas, además se me dificultó mucho por eso no logré encontrar otra forma.
<b>PARTICIPANTE 9</b>	Primero tuve que mirar si tenía que sumar o restar y primero leer para poder entender. Primero mire si la suma me ayudaba a saber si es el que me sirve.	1. Si miraba y leía atentamente para saber si me estaba quedando bien y si no miraba con que otra operación me salía el resultado. 2. Sumando o restando.	Sí, porque seguía las instrucciones que decía en la lectura y cada número que tenía para sumar o restar.	También podía multiplicar pero creía que no me quedaba bien resuelto, por eso elegí la suma con la resta para que me quedara bien.
<b>PARTICIPANTE 10</b>	La principal idea fue leer atentamente y mirar las cifras de los números de cada cantidad del problema y continuar sacando la mitad de la primera cantidad y seguir leyendo para seguir resolviendo después hice una suma y para finalizar una resta para saber la cantidad del problema y saber si esta bien o mal.	Pues lo comprobé mirando y leyendo que me decía el problema y pensar que era una suma o resta pues comprobé viendo varias veces el problema sacando una idea principal y poniendo algo de atención y preparo mentalmente el problema y como creía que iba a quedar.	Si, porque leí lo que fue necesario para comprender de que se trataba y de qué cantidad esta exponiendo el problema.	Pues de pronto dividiendo la cantidad inicial del problema, pues era más fácil sumando y restando.

METACOGNICIÓN Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS 33

CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL – DESEMPEÑO BAJO (1.0 – 5.9)				
	PLANEACIÓN	REGULACIÓN Y CONTROL	EVALUACIÓN	
ESTUDIANTES	1. Describe, ¿qué ideas tuviste sobre lo que debías hacer para resolver el problema?	2. Mientras ibas resolviendo el problema, ¿comprobaste de alguna manera que lo estabas resolviendo bien?, ¿cómo lo comprobabas?	3. ¿Estás seguro de que resolviste el problema? ¿por qué?	4. ¿De qué otra forma habrías podido resolver el problema?
<b>PARTICIPANTE 2</b>	Pues primero leía bien el problema y ahí sabía si sumar o multiplicar.	No lo comprobé bien por que mi mente iba resolviendo y me deje llevar, para mi estaba bien.	NO RESPONDIÓ	NO RESPONDIÓ

Anexo 11. Matriz de vaciado reportes verbales problema 1.

CONOCIMIENTO DECLARATIVO – DESEMPEÑO SUPERIOR (9.0 – 10.0)

	CONOCIMIENTO INTRA - INDIVIDUAL	CONOCIMIENTO DE LA TAREA	CONOCIMIENTO DE LAS ESTRATEGIAS
<b>PARTICIPANTES / INDICADORES</b>	Juzga. Emite algún juicio sobre sus fortalezas o dificultades al resolver el problema.	Comenta. Expresa las razones asociadas a la tarea por las que puede o no resolver el problema. Evidencia comprensión de las demandas de la tarea.	Comenta. Describe la estrategia que se debe usar para solucionar el problema.
<b>PARTICIPANTE 1</b>	1. Entonces bueno, pues esa yo la dejo ahí porque no sé cuánto será un kilo./ 2. ahí también quedé... como igual, porque no se cuánto será un kilo. / 3. Eh, tres libras de aguacate, kilo de aguacate, entonces ahí, lo dejo ahí por lo que no se. / 4. Entonces ahí no sabría paquete de 3 chorizos para sacar la tercera parte. / 5. Tenemos un problema operativo ¿cierto?, ¿cuál es? . Que no, pues acá, no sé cuál es el kilo	1. Entonces bueno, pues esa yo la dejo ahí porque no sé cuánto será un kilo./ 2. ahí también quedé... como igual, porque no se cuánto será un kilo. / 3. Eh, tres libras de aguacate, kilo de aguacate, entonces ahí, lo dejo ahí por lo que no se. / 4. Entonces ahí no sabría paquete de 3 chorizos para sacar la tercera parte. / 5. Tenemos un problema operativo ¿cierto?, ¿cuál es? . Que no, pues acá, no sé cuál es el kilo	Bueno entonces acá se multiplica cada cosa de todo lo que sale acá. <u>¿De todo qué es, todo?</u> Digamos de cada cosa que sale acá, multiplicar por el listado que sale acá, los precios. <u>¿Eso lo haces con todos los supermercados o uno sólo?</u> Con todos los supermercados. <u>¿Después que haces?</u> Bueno, ya después de multiplicar todo, ya teniendo los resultados uno tiene que sumar, coger los resultados de cada supermercado, bueno por separado, y sumar, ya el resultado que dio. Sumar. Y ya después de eso, acá dice, ¿comprar todos los ingredientes en el mismo supermercado o comprar en diferentes supermercados? Entonces bueno, si los va comprar en el mismo supermercado, mirar en qué supermercado está más económico, si el presupuesto es reducido, pero ya la otra cosa, que yo entiendo acá es coger cada cosa en supermercado diferente, coger cada cosa de un supermercado diferente y ya sumar o multiplicar, donde esté más económico.

CONOCIMIENTO DECLARATIVO – DESEMPEÑO SUPERIOR (9.0 – 10.0)

	CONOCIMIENTO INTRA - INDIVIDUAL	CONOCIMIENTO DE LA TAREA	CONOCIMIENTO DE LAS ESTRATEGIAS
<b>PARTICIPANTES / INDICADORES</b>	Juzga. Emite algún juicio sobre sus fortalezas o dificultades al resolver el problema.	Comenta. Expresa las razones asociadas a la tarea por las que puede o no resolver el problema. Evidencia comprensión de las demandas de la tarea.	Comenta. Describe la estrategia que se debe usar para solucionar el problema.
<b>OBSERVACIONES PARTICIPANTE 1</b>	Presenta dificultad en el manejo de una unidad arbitraria como los paquetes, aunque en ningún momento muestra conciencia de este hecho, que sumado al desconocimiento de un concepto como el kilo dificulta su ejecución del problema. Entre sus fortalezas está el manejo de las operaciones básicas.	No se evidencia comprensión de una unidad arbitraria como el paquete. Por ejemplo, para el caso de la papa asume inicialmente que un paquete es una libra y por eso lo multiplica por 3 para sacar el valor de 3 libras. Pero posteriormente divide para sacar el valor de una libra, asumiendo ahora si que el paquete trae 3 libras, y suma el resultado con su multiplicación, lo que le genera un valor excesivo para este producto, afectando su comparación. el desconocimiento de la demanda de la tarea (en términos de unidades de medida), afectó el desarrollo de su problema. Parece en general que una tarea asociada al sistema métrico no es conocida para ella.	Muestra claridad en la estrategia general del problema y en las de carácter específico (operaciones) útiles para poder resolverlo. Sus limitaciones en la implementación de la estrategia están asociadas al conocimiento de la tarea.
<b>PARTICIPANTE 3</b>	1. Entonces acá dice la libra de carne, uh,...no, no entiendo esta. / 2. Cómo consideras que te quedó el problema? ¿Crees que lo resolviste bien o está incorrecto? No se, pues yo creo que algunos productos están mal sumados porque no entendía la que, esta vainita , casi acá lo de los 2 y medio. / 3. Y entendiste las preguntas? Casi no.		

**CONOCIMIENTO DECLARATIVO – DESEMPEÑO SUPERIOR (9.0 – 10.0)**

	<b>CONOCIMIENTO INTRA - INDIVIDUAL</b>	<b>CONOCIMIENTO DE LA TAREA</b>	<b>CONOCIMIENTO DE LAS ESTRATEGIAS</b>
<b>PARTICIPANTES / INDICADORES</b>	Juzga. Emite algún juicio sobre sus fortalezas o dificultades al resolver el problema.	Comenta. Expresa las razones asociadas a la tarea por las que puede o no resolver el problema. Evidencia comprensión de las demandas de la tarea.	Comenta. Describe la estrategia que se debe usar para solucionar el problema.
<b>OBSERVACIONES PARTICIPANTE 3</b>	Entre sus fortalezas se encuentra el manejo adecuado de las operaciones básicas y el conocimiento de conceptos necesarios para poder desarrollar el problema. Como dificultades se observa <u>que posiblemente pierde la atención</u> sobre la información y sobre los cálculos, lo cual genera que cometa errores que no identifica y siga de largo en la situación.	Sabe que es un kilo. Lo que no es claro es por qué durante la ejecución hace los cálculos bien para unos productos y no para otros. Como que pierde de vista la información del problema. Determina un patrón para el manejo de los paquetes y es que estos se pueden dividir. Esto lo mantiene a lo largo de todo el problema, efectuándolo adecuadamente.	Conoce estrategias procedimentales (operaciones) que se pueden aplicar a la situación, seleccionando la adecuada para cada caso.
<b>PARTICIPANTE 4</b>			
<b>OBSERVACIONES PARTICIPANTE 4</b>	Muestra confianza de sus propios resultados. Los compara con los de su compañera, pero cree en lo que él mismo hizo. Una de sus fortalezas es el manejo adecuado de todas las operaciones básicas, las cuales en la mayoría de casos para este problema ejecuta a través de cálculos mentales.	Desconoce en la tarea que es posible evaluar cuál presupuesto es el adecuado, aunque no se dé un valor numérico del presupuesto previsto para el asado. Conoce que es un kilo.	Utiliza cálculos mentales. No los comprueba, confía en su agilidad. Cuenta con estrategias alternativas para corregir sus errores o para ejecutar los procesos. No mantiene un mismo patrón de manejo de la unidad arbitraria paquete, por lo que este hecho altera sus resultados.

**CONOCIMIENTO DECLARATIVO – DESEMPEÑO SUPERIOR (9.0 – 10.0)**

	<b>CONOCIMIENTO INTRA - INDIVIDUAL</b>	<b>CONOCIMIENTO DE LA TAREA</b>	<b>CONOCIMIENTO DE LAS ESTRATEGIAS</b>
<b>PARTICIPANTES / INDICADORES</b>	Juzga. Emite algún juicio sobre sus fortalezas o dificultades al resolver el problema.	Comenta. Expresa las razones asociadas a la tarea por las que puede o no resolver el problema. Evidencia comprensión de las demandas de la tarea.	Comenta. Describe la estrategia que se debe usar para solucionar el problema.

**PARTICIPANTE 5**

1. ¿Cuánto es un kilo? Un kilo, no sé.

1. • ¿ Y si no sabes cuánto es un kilo entonces cómo haces ahí?. Pues yo multipliqué todo normal. / 2. ¿Cuánto es un kilo? Un kilo, no sé. / 3. Tonces la otra pregunta dice ¿cuánto dinero ahorra la mamá de Pepe de acuerdo con la decisión que tome?, ¿cuánto dinero ahorra la mamá de Pepe de acuerdo con la decisión que tome?.. Pero si acá no dice.

**OBSERVACIONES PARTICIPANTE 5**

Desde su punto de vista el problema es difícil. Una de sus fortalezas es el manejo adecuado de operaciones básicas, el orden y la secuencialidad de los procesos. Se tiene además mucha confianza en lo que hace. Pero esta confianza hace que pase por alto algunas de las dificultades conceptuales que tiene.

Muestra desconocimiento de las demandas de la tarea en relación con el manejo de unidades de medida. Sólo asume cantidades solicitadas y precios, pero no establece relación entre unidad solicitada y unidad de venta. También asume que el valor de cualquier mitad es \$500 pesos, sin tener en cuenta la unidad total.

Conoce cómo ejecutar las operaciones básicas y cuál de ellas es adecuada según la situación.

CONOCIMIENTO DECLARATIVO – DESEMPEÑO SUPERIOR (9.0 – 10.0)

PARTICIPANTES / INDICADORES	CONOCIMIENTO INTRA - INDIVIDUAL	CONOCIMIENTO DE LA TAREA	CONOCIMIENTO DE LAS ESTRATEGIAS
<b>PARTICIPANTE 7</b>	<p>Juzga. Emite algún juicio sobre sus fortalezas o dificultades al resolver el problema.</p> <p>1. Ahí me corché, el kilo. Ahí no se. (ayjuu). Ay no se. / 2. Y ahí no se como hacer el kilo, no entiendo el kilo. / 3. me corcho las multiplicaciones, (jjaja)... / 4. Porque es que eso nos lo enseñaron hace arto y no me acuerdo.</p>	<p>Comenta. Expresa las razones asociadas a la tarea por las que puede o no resolver el problema. Evidencia comprensión de las demandas de la tarea.</p> <p>1. Ahí me corché, el kilo. Ahí no se. (ayjuu). Ay no se. / 2. Y ahí no se como hacer el kilo, no entiendo el kilo. 3. Más allá del problema de los kilos, cuéntanos ¿qué había que hacer para resolver el problema? Hacer la suma de los ingredientes así por separado para ver, para sumar, a ver cual, si era mejor comprarlos así en cada supermercado o en diferente, pues yo pensé, es que en unos era más económico.</p>	<p>Comenta. Describe la estrategia que se debe usar para solucionar el problema.</p> <p>1. Bueno, voy a hacer las multiplicaciones como me acuerdo.... Creo que es algo así, bueno, 72, creo, entonces 7200. (utiliza un mecanismo de ubicación de los dígitos en un orden y de regreso para acordarse de la tabla del 9). / 2. Explícame bien que no te entendí. ¿Qué es lo primero que harías? Ver qué ingredientes en que lugar están más económicos. Entonces por ejemplo en la mazorca la unidad vale 500, y acá 400, y así. ¿qué otra cosa había que hacer? Así con la mazorca, después con la papa, la carne,..</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Y para la segunda pregunta qué había que hacer? Tocaba sumar las tiendas así para ver cuál era el más alto, más caro y cuál era el más bajito y así.</li> </ul>
<b>OBSERVACIONES PARTICIPANTE 7</b>	<p>Tiene claras sus principales dificultades, el conocimiento de una unidad de medida - kilo y recordar algunos datos matemáticos como las tablas, aunque de este segundo, si encuentra una alternativa para ayudarse, que le sirva para continuar en el problema. Le hizo falta leer antes todo el cuadro, para identificar las unidades en que venían los productos. Eso no lo hizo en su planeación, por lo que sólo lo descubre ya en la ejecución.</p>	<p>Tiene claridad en lo que exige la tarea, mas no en cómo hacerlo operativamente en el caso de los kilos.</p>	<p>Sabe cuál es la estrategia general para resolver el problema, pero se ve limitada en la ejecución por falta de conocimiento sobre algunas demandas de la tarea. En las estrategias particulares selecciona de manera adecuada la que corresponda según el caso, excepto en el manejo de los paquetes, en donde no mantiene uniformidad en lo que hace.</p>

CONOCIMIENTO DECLARATIVO – DESEMPEÑO BAJO (1.0 – 5.9)

	CONOCIMIENTO INTRA - INDIVIDUAL	CONOCIMIENTO DE LA TAREA	CONOCIMIENTO DE LAS ESTRATEGIAS
<b>PARTICIPANTES / INDICADORES</b>	Juzga. Emite algún juicio sobre sus fortalezas o dificultades al resolver el problema.	Comenta. Expresa las razones asociadas a la tarea por las que puede o no resolver el problema. Evidencia comprensión de las demandas de la tarea.	Comenta. Expresa las razones asociadas a la estrategia por las que puede o no resolver el problema
<b>PARTICIPANTE 2</b>	1. ... 6 mil,....no sé, ahí me confundí./ 2. Ah no, nos falta todavía la carne. Que ahí estoy confundida..../ 2. Cuánto es un kilo? Un kilo, no se.	1. 1300, 1300 dos de estos, 2 kilos de plátano, necesitan 3, entonces le sumamos lo de otro. / 2. Espere y ahorita hacemos eso lo de la carne.	
<b>OBSERVACIONES PARTICIPANTE 2</b>	Expresa que al final se le olvidan algunos aspectos del problema. La confusión que expresa está asociada más al desconocimiento de algunos conceptos que demanda la tarea (como el kilo) y de los procedimientos más adecuados para la solución del problema. Presenta dificultades de lectura. Cuando lee cambia palabras.	Comprende una unidad arbitraria como el paquete, entendiendo que no hay subdivisión de este en unidades específicas, aunque sólo lo hace en situaciones donde la unidad de medida es la expresada literalmente en la solicitud de los productos base del problema.	Tiene limitaciones para la ejecución del problema porque sólo ejecuta operaciones de carácter aditivo. La multiplicación como estrategia parece ser desconocida.
<b>PARTICIPANTE 6</b>	1. Uh, hu, me quedó grande no. / 2. Uh, no se kilo. / 2. Me rindo con este problema. Si me rindo	1. Uh, no se kilo.	1. Uh, no se kilo. Y dos libras y media de carne, un kilo de carne vale 13000, vale 13000 las 2 libras, si. (susurra, no se entiende lo que dice). Serían 12050, no. Ay Dios mío la mitad de 13.

## METACOGNICIÓN Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS 40

### CONOCIMIENTO DECLARATIVO – DESEMPEÑO BAJO (1.0 – 5.9)

	CONOCIMIENTO INTRA - INDIVIDUAL	CONOCIMIENTO DE LA TAREA	CONOCIMIENTO DE LAS ESTRATEGIAS
<b>PARTICIPANTES / INDICADORES</b>	Juzga. Emite algún juicio sobre sus fortalezas o dificultades al resolver el problema.	Comenta. Expresa las razones asociadas a la tarea por las que puede o no resolver el problema. Evidencia comprensión de las demandas de la tarea.	Comenta. Expresa las razones asociadas a la estrategia por las que puede o no resolver el problema
<b>OBSERVACIONES PARTICIPANTE 6</b>	No identifica sus propias dificultades con claridad. Expresa tener problemas con los kilos, cuando en realidad su dificultad son los procesos que impliquen dividir. Creo que abandona el problema no por la dificultad que expresa sino por el deseo de no continuar, pues más allá de los errores de cálculo en donde debe dividir, los razonamientos eran adecuados con lo que alcanzó a realizar para el primer supermercado. Incluso muestra recursividad para superar su dificultad de recordar todas las tablas de multiplicar. Lee modificando palabras del texto.	Lo que no conoce en la demanda de la tarea, no es la relación kilo - libra, sino como obtener mitades u otras partes de la unidad.	Su estrategia es de carácter aditivo, no multiplicativo. Este último lo tiene bien asociado al sentido de la suma repetitiva. Y las sumas las realiza también por agrupaciones.
<b>PARTICIPANTE 8</b>		1. ¿Cuánto es un kilo? 2 libras. / 2. ¿Entendiste el problema? Si. ¿De qué trataba el problema? De saber cuánto se gastaba la mamá de (como se llama), de Pepe en tres supermercados y en cuál le quedaba más barato.	
<b>OBSERVACIONES PARTICIPANTE 8</b>	Aunque no lo expresa en ningún momento, muestra dificultades con los procesos de carácter multiplicativo, pues no se acuerda de todas las tablas y evade la división. En este último caso, saca aproximaciones de lo que podría ser por ejemplo la mitad, pero determina siempre un valor cualquiera, que no verifica de ninguna manera para saber que está bien.	La comprensión del problema es parcial. Se limita a realizar cálculos de valores que están asociados a la unidad de medida solicitada en el problema y no a verificar en los tres supermercados, como lo expresa. Comprende la necesidad de tener en cuenta la unidad de medida en su solución.	Desconoce el uso adecuado de estrategias de tipo multiplicativo. Mantiene un mismo patrón para el manejo de la unidad arbitraria paquetes - fraccionarlo en las partes requeridas, aunque realiza mal los cálculos.

CONOCIMIENTO DECLARATIVO – DESEMPEÑO BAJO (1.0 – 5.9)

	CONOCIMIENTO INTRA - INDIVIDUAL	CONOCIMIENTO DE LA TAREA	CONOCIMIENTO DE LAS ESTRATEGIAS
<b>PARTICIPANTES / INDICADORES</b>	Juzga. Emite algún juicio sobre sus fortalezas o dificultades al resolver el problema.	Comenta. Expresa las razones asociadas a la tarea por las que puede o no resolver el problema. Evidencia comprensión de las demandas de la tarea.	Comenta. Expresa las razones asociadas a la estrategia por las que puede o no resolver el problema
<b>PARTICIPANTE 9</b>	1. Yo si digo una cosa, yo no entiendo esto de kilo. No entiendo / 2. Aquí sería,...es que aquí no se cómo. / 3. Pero, o sea lo que no entiendo aquí es con cuánto presupuesto, si aquí no dice cuánto es lo que tiene, eso es lo que no entiendo acá. / 4. Pues eso diría yo, y ya. No se más.	1.Yo si digo una cosa, yo no entiendo esto de kilo. No entiendo / 2. Pues aquí me dio en la segunda que es supermercado buenaventura. Veo hasta ahorita que este es el más barato que hay	
<b>OBSERVACIONES PARTICIPANTE 9</b>	Ante sus dificultades con el manejo de las unidades de medida, opta por asignar algún valor, aunque este puede no ser coherente con la información del problema.	Sabe que hay que comparar el precio total en los supermercados, pero no de los productos de manera individual. Desconoce la relación de la unidad de medida kilo con la libra, lo cual limita su ejecución del problema. Tampoco sabe dividir y multiplicar, aunque tiene claro el concepto de multiplicación como adición reiterada.	Su estrategia es sumar...Ante el desconocimiento de las unidades de medida, opta por asignar valores cualquiera o desconocer la unidad dada, pero no toma el mismo parámetro en todos los casos.
<b>PARTICIPANTE 10</b>	1. por 7,...uh...no entiendo lo de la carne.		
<b>OBSERVACIONES PARTICIPANTE 10</b>	Comprendió el problema, sabe qué hay que hacer para resolverlo, maneja la unidad de medida kilo, y maneja adecuadamente las operaciones básicas. Se dice cosas bien a si misma, realiza buenos razonamientos, pero en algunos momentos e se le olvidan y termina calculando mal.	Comprende las demandas de la tarea en términos globales. Presenta dificultad con el manejo de los paquetes, no tiene en cuenta su contenido y los trata como si fueran una unidad. Tiene claro el concepto de mitad.	Selecciona operaciones de manera adecuada para cada situación particular y las ejecuta bien. Evidenció claridad en la estrategia general que hay que llevar a cabo para resolver el problema. Realiza buenos cálculos mitades.

CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL – DESEMPEÑO SUPERIOR (9.0 – 10.0)

PLANEACIÓN

<b>PARTICIPANTES / INDICADORES</b>	Pregunta. Realiza alguna pregunta para lograr comprender el problema o saber lo que hay que hacer. Al investigador o a él mismo.	Se concentra en la información relevante del problema. Los datos y las preguntas a resolver. Los repite o saca en la hoja los datos relevantes.	Determina una estrategia. Explica o se deduce cómo va a resolver el problema.
<b>PARTICIPANTE 1</b>	<p>1. ,....¿un kilo cuánto sería?... / 2. Entonces ¿ahí que haría yo?.....ay, ay, ay. Tres libras de papa por 1200.....tonces bueno, yo supongo que yo aquí divido esto en 3. / 3. Entonces 3 kilos de plátano. ¿cuánto será un kilo?.....uh,.....3 kilos de plátano,....</p>	<p>1. Pongo son 8 personas, 8 personas de la familia... y bueno entonces los ingredientes que necesita.</p>	<p>(Algunos ejemplos). 1. Entonces, bueno en el supermercado la placita la unidad de mazorca esta a 500, entonces bueno si se necesitan 4 mazorcas, entonces bueno en el supermercado la placita, acá yo primero multiplico este por 4. Bueno, ahí 2000. Bueno, entonces acá, supermercado buenaventura paquete de 4 mazorcas ahí son 3000, entonces por acá va saliendo más barato en el primero. Supermercado ahorrador unidad de mazorca 600, entonces, eso es lo que va más barato acá, 2000 las cuatro mazorcas. / 2. Entonces bueno, pues esa yo la dejo ahí porque no sé cuánto será un kilo. / 3. entonces acá por 2, ....2 por 5, 10, 3 por 2 ,6 y 1, 7, entonces 7000. 7000 entonces ahí van 6 chorizos, 6 chorizos y faltan 2.... Entonces ahí yo voy a dividir para ver cómo queda. 3500 en 3. 3 en 3, 1. 3 en 5 no cabe. /4. Entonces 1 chorizo para cada integrante ya, entonces cojo acá. Vamos a hacerlo acá al otro lado. Entonces voy a sumar.</p>
<b>OBSERVACIONES PARTICIPANTE 1</b>	<p>Su estrategia general de solución estuvo marcada en simultaneo por: 1. Hallar el costo de los productos de manera diferenciada en cada supermercado, teniendo en cuenta las cantidades requeridas por la información del problema. 2. Hacer comparación de los productos en los distintos supermercados, pero su selección se ve afectada por el desconocimiento de la unidad de medida kilo. Tiene claridad sobre una estrategia general que da solución al problema, incluyendo los procedimientos matemáticos que debe realizar.</p>		

**CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL – DESEMPEÑO SUPERIOR (9.0 – 10.0)**

**PLANEACIÓN**

<b>PARTICIPANTES / INDICADORES</b>	Pregunta. Realiza alguna pregunta para lograr comprender el problema o saber lo que hay que hacer. Al investigador o a él mismo.	Se concentra en la información relevante del problema. Los datos y las preguntas a resolver. Los repite o saca en la hoja los datos relevantes.	Determina una estrategia. Explica o se deduce cómo va a resolver el problema.
------------------------------------	--	---	---

**PARTICIPANTE 3**

1. Bueno, entonces, vamos a.. a sumar, eh, 4 veces 500. Listo. Entonces 0, 0, 5 más 5, 10, más 5, 15, más 5, 20, entonces en el supermercado la placita las mazorcas valen 2000. La mazorca. Listo. Entonces un kilo de papa. Uh. Tos vamos a, a multiplicar, multiplicar,... 1200 por 4. / 2. Bueno, entonces vamos a seguir con el plátano, ahorita hacemos el de la carne. / 3. Entonces vamos a sumar todo lo de el resultado de todos los ingredientes./ 4. Entonces así vamos a hacer en el segundo supermercado.  
 5. Tonces vamos a sumar todos los precios de los estos a ver cuanto da. 0, 5, 11, 17,...22. 5, 10, y 7, 20, entonces en el segundo supermercado el mercado vale 50250. / 6. Tos vamos por el tercer supermercado. Tonces acá dice la unidad de mazorca 600, tos sería, sería, vamos a multiplicar 600 por 4, 0, 0, 6 por 4, 24

**OBSERVACIONES PARTICIPANTE 3** Su planeación responde a la comprensión parcial del problema, centrada en comprar en cada supermercado. La selección de procedimientos para los cálculos es adecuada.

CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL – DESEMPEÑO SUPERIOR (9.0 – 10.0)

PLANEACIÓN

**PARTICIPANTES / INDICADORES**

Pregunta. Realiza alguna pregunta para lograr comprender el problema o saber lo que hay que hacer. Al investigador o a él mismo.

Se concentra en la información relevante del problema. Los datos y las preguntas a resolver. Los repite o saca en la hoja los datos relevantes.

Determina una estrategia. Explica o se deduce cómo va a resolver el problema.

**PARTICIPANTE 4**

1. ¿ahí cómo haría? Sobraría 1. ¿ No importa? (uhhjjaujau). Bueno compramos 3 paquetes, compramos 3 paquetes, entonces valerían, sería 3500 por 3, serían 9 chorizos, uh, serían 10500 del chorizo. / 2. ,... ¿ahí como haríamos? Le pregunta a su compañera. O sea, Ahí dicen, 2 kilos 1300, (paquete de 2 kilos vale 1300 dice la niña). ¿O vale un kilo 1300?. (2 kilos valen 1300 dice la niña). Ah listo bien. Y entonces sería medio, serían 650. Serían 1950 lo del plátano

1. Aquí dice que para realizar las compras de los ingredientes del asado, qué le resulta más económico a la mamá de Pepe ¿comprar en un solo supermercado los productos o comprar cada ingrediente en el supermercado donde están más económicos?. Ahí es otro problema, pero ahí si tendríamos que tomar los valores de cada supermercado y hacer un nuevo presupuesto.

1. hay tres supermercados, el supermercado la placita, el supermercado buenaventura y supermercado ahorrador. Bueno, pues miremos, saquemos la cuenta del primer supermercado, después del otro y después el otro, listo. / 2. Bueno, hagamos lo del otro supermercado a ver que nos da. O sumemos esto primero. / 3. Hagamos el de supermercado ahorrador. / 4. Bueno, miremos los tres precios de cada ingrediente en cada supermercado. / 5. O sea, vamos a tomar de cada supermercado el ingrediente más económico, vamos en orden, primero escogimos el de la mazorca que es de 2000 (...) Hagamos un nuevo presupuesto de lo que estamos tomando. (...) Listo ahora sumemos a ver que nos da ese presupuesto de cada ingrediente que compramos en los tres supermercados.

**OBSERVACIONES PARTICIPANTE 4**

Explica el problema en sus palabras todo el tiempo, con esto se va orientando en la determinación de la estrategia y en la ejecución de la misma. Fracciona el problema en dos partes de acuerdo con la pregunta del problema: 1. Determina los valores de cada supermercado. 2. Realiza comparación de precios en cada supermercado teniendo en cuenta la comprensión de las unidades de medida. Cuando lo requirió, dialogó con su compañera (a quién estaba realizando la tutoría) para lograr comprender algún aspecto del problema que le posibilitara establecer una estrategia específica.

**CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL – DESEMPEÑO SUPERIOR (9.0 – 10.0)**

**PLANEACIÓN**

<b>PARTICIPANTES / INDICADORES</b>	Pregunta. Realiza alguna pregunta para lograr comprender el problema o saber lo que hay que hacer. Al investigador o a él mismo.	Se concentra en la información relevante del problema. Los datos y las preguntas a resolver. Los repite o saca en la hoja los datos relevantes.	Determina una estrategia. Explica o se deduce cómo va a resolver el problema.
------------------------------------	--	---	---

**PARTICIPANTE 5**

1. Dice en el supermercado la placita, unidad de mazorca está a 500 y los ingredientes requeridos para el asado son 4 mazorcas, entonces sería 500 por 4 (...). / 2. Ahora seguimos con el supermercado ahorrador. / Dice acá comprar en un solo supermercado los productos o comprar cada integrante, comprar en un solo supermercado los productos o comprar cada integrante en el supermercado donde están más económicos. En la placita, la mazorca vale 2000, las 4 mazorcas valen 2000 y en buenaventura las 4 mazorcas valen 3000 y en el ahorrador las 4 mazorcas valen 2400 (...). / 3. Tonces se suman, se suman los precios de cada, de los que se escogió.

**OBSERVACIONES PARTICIPANTE 5**

Su estrategia consistió en calcular los precios de los productos en cada uno de los supermercados y posteriormente comparar los precios para determinar en dónde estaban más económicos. Como no realiza el cálculo del costo total de cada supermercado, es posible que haya comprendido parcialmente lo solicitado, quedándose sólo con una de las dos posibilidades dadas. Esta comparación, es además evidentemente afectada por su desconocimiento de las unidades de medida. En su planeación incluyó suponer información para poder presentar una respuesta a la pregunta 2.

CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL – DESEMPEÑO SUPERIOR (9.0 – 10.0)

PLANEACIÓN

**PARTICIPANTES / INDICADORES**

Pregunta. Realiza alguna pregunta para lograr comprender el problema o saber lo que hay que hacer. Al investigador o a él mismo.

Se concentra en la información relevante del problema. Los datos y las preguntas a resolver. Los repite o saca en la hoja los datos relevantes.

Determina una estrategia. Explica o se deduce cómo va a resolver el problema.

**PARTICIPANTE 7**

1. Bueno, voy a volver a leer, para realizar las compras de los ingredientes del asado, qué le resulta más económico a la mamá de Pepe ¿comprar en un solo supermercado los productos o comprar cada ingrediente en el supermercado donde están más económicos?. Bueno, voy a sumar esto, todos los supermercados, a ver cuánto nos daría en cada uno

1. Bueno, voy a sumar esto, todos los supermercados, a ver cuánto nos daría en cada uno. / 2. Bueno, ahora el supermercado buenaventura. / 3. Y ahora sumo lo que va dando. Hay que sumar. / 3. ay pero no se como hacer, vamos mejor a hacer otra, bueno, corrección.  
Voy a sumar la mazorca de acá (...)Bueno, ese es de la primera. Ahora sumamos el supermercado buenaventura, que son 900 por cada chorizo y son 8. Bueno, los chorizos 900 por 8, 9 por 0, 0, 9 por 0, 0, 9 por 8, 72. O sea que está más económico en supermercado buenaventura y ahora supermercado ahorrador. 4000, 4 chorizos, entonces sumamos 4000 por, multiplicamos por 2, 2 por 0, 0, 2 por 0, 0, 2 por 0, 0, 2 por 4, 8, acá saldría por 8000, entonces sale más económico en el supermercado buenaventura.  
4. • Más allá del problema de los kilos, cuéntanos ¿qué había que hacer para resolver el problema? Hacer la suma de los ingredientes así por separado para ver, para sumar, a ver cual, si era mejor comprarlos así en cada supermercado o en diferente, pues yo pensé, es que en unos era más económico.  
• Explicame bien que no te entendí. ¿Qué es lo primero que harías? Ver qué ingredientes en que lugar están más económicos. Entonces por ejemplo en la mazorca la unidad vale 500, y acá 400, y así. ¿qué otra cosa había que hacer? Así con la mazorca, después con la papa, la carne,..  
• ¿Y para la segunda pregunta qué había que hacer? Tocaba sumar las tiendas así para ver cuál era el más alto, más caro y cuál era el más bajito y así.

**OBSERVACIONES PARTICIPANTE 7**

Desde el comienzo es explícito el plan que se trazó para solucionar el problema: 1. Determinar el costo del asado comprando todo en cada supermercado y 2. Seleccionar productos por menor costo en supermercados distintos. Por sus propias dificultades sólo realiza para el primer supermercado el cálculo total del precio y decide dejar lo de los otros dos para continuar con el la segunda parte de su estrategia. Pero en la ejecución de esta última, la decisión no es tomada por comparación real, sino por conocimiento de la unidad de medida.

CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL – DESEMPEÑO BAJO (1.0 – 5.9)

PLANEACIÓN

**PARTICIPANTES /  
INDICADORES**

Pregunta. Realiza alguna pregunta para lograr comprender el problema o saber lo que hay que hacer. Al investigador o a él mismo.

Se concentra en la información relevante del problema. Los datos y las preguntas a resolver. Los repite o saca en la hoja los datos relevantes.

Determina una estrategia. Explica o se deduce cómo va a resolver el problema.

**PARTICIPANTE 2**

1. entonces 13, 6, 2 y el medio valdrá, ... ¿cuánto es el medio?...Un medio valgámoslo. Son, la mitad de 13, no hay, entonces, la de 12, 6, 6 y medio. 6 quinientos. Si, 6 quinientos. / 2. ¿Cómo le ponemos? Ahorra más, ahorra más. No mentiras, tache lo que dije.

1. Y acá necesitaba 4 mazorcas. Ponemos 4 mazorcas, entonces miramos lo de mazorcas en la primera, ¿dónde está la mazorca?.. entonces, sale por 3000.

1. Bueno, ahora toca sumar todo. / 2. Y acá necesitaba 4 mazorcas. Ponemos 4 mazorcas, entonces miramos lo de mazorcas en la primera, ¿dónde está la mazorca?.. entonces, sale por 3000. Miramos lo de la segunda que nos da 3000. Sería 4 mazorcas. 5 libras de papa...tos acá en la tercera nos dice que son 4 paquetes de tres libras de papa, entonces 1200, son de 3, entonces le sumamos más 2, entonces son 2400, entonces le sumamos, 0, 0, 4, 5, 6. 3600. Tos acá 3600. Ahí abajito lo pone. / 3. Espere y ahorita hacemos eso lo de la carne.

**OBSERVACIONES  
PARTICIPANTE 2**

Su estrategia general de solución estuvo marcada en dos momentos: 1. Hallar el costo de los productos de manera diferenciada en cada supermercado, pero sin tener en cuenta las cantidades requeridas de cada uno. 2. Hacer comparación de los productos en los distintos supermercados, pero su selección responde es al criterio de la unidad de medida conocida, más que al sentido mismo de lo que se debe comparar. La planeación implica la subdivisión del problema por partes y la determinación de la estrategia según cada una de estas. Adicionalmente, se evidencia que para lograr comprensión busca ayuda, sino que aquí no la encuentra ni de su compañera ni de la investigadora.

CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL – DESEMPEÑO BAJO (1.0 – 5.9)

PLANEACIÓN

PARTICIPANTES / INDICADORES	Pregunta. Realiza alguna pregunta para lograr comprender el problema o saber lo que hay que hacer. Al investigador o a él mismo.	Se concentra en la información relevante del problema. Los datos y las preguntas a resolver. Los repite o saca en la hoja los datos relevantes.	Determina una estrategia. Explica o se deduce cómo va a resolver el problema.
<b>PARTICIPANTE 6</b>	1. Bueno. Primero que todo, toca sumar todo, ¿sí? ... (me pregunta). / 2. ¿El kilo es una libra cierto? (me pregunta).	1. ¿Comprar en un solo supermercado los productos o comprar cada ingrediente en el supermercado donde están más económicos?, ¿cuánto dinero ahorra la mamá de Pepe de acuerdo con la decisión que tome?.	1. Bueno. Primero que todo, toca sumar todo, ¿sí? ... (me pregunta). Primero que todo toca sumar todos ingredientes requeridos para el asado. / 2. Paquete de 2 kilos de papa, de plátano 1300, 3 kilos de plátano y acá dice que tenemos 2 kilos de plátano 1300, ... voy a hacer otro a ver que pasa. / 3? ¿Qué es lo que hay que hacer? Bueno así me queda más fácil, pues más que todo lo que hay que hacer es multiplicar los, los, ..uh, lo del valor, el precio de cada producto de cada supermercado y me imagino que cuál de los tres supermercados le queda menos valor del presupuesto. Entonces primero que todo hay que multiplicar las 4 mazorcas por 500, luego las 5 libras de papa, como acá dice 1 kilo de papa vale 1200, pues yo me supongo que un kilo son 2 libras, ¿no?. Si (le respondo). Bueno entonces, toca multiplicar y luego sumar y dar el valor, el valor del, el precio más bajo de lo que lo quede del asado. • ¿lo haces con todo o con 1? No. Primero se coge el primer supermercado multiplica y se, luego se coge el otro supermercado se multiplica y se suma y luego se coge el tercer supermercado se multiplica y se suma, perdón se suma y se multiplica, para ver cual es el mejor, el supermercado donde le quede más barato a la mamá de Pepe para comprarlo. Bueno, digo yo que es así, no.
<b>OBSERVACIONES PARTICIPANTE 6</b>	La planeación está centrada en identificar las operaciones que hay que ir realizando, para un plan único que es obtener el resultado de cada uno de los supermercados para luego compararlos. En ningún momento expresa o se evidencia la posibilidad de ir comparando los precios de cada producto en los tres supermercados. Necesita de la validación por parte de otro de lo que piensa frente al problema.		

CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL – DESEMPEÑO BAJO (1.0 – 5.9)

PLANEACIÓN

PARTICIPANTES / INDICADORES	Pregunta. Realiza alguna pregunta para lograr comprender el problema o saber lo que hay que hacer. Al investigador o a él mismo.	Se concentra en la información relevante del problema. Los datos y las preguntas a resolver. Los repite o saca en la hoja los datos relevantes.	Determina una estrategia. Explica o se deduce cómo va a resolver el problema.
<p><b>PARTICIPANTE 8</b></p>	<p>1. Es que estaba pensando, ¿se puede cualquiera de estos? (me pregunta).....(susurra lectura del problema). 8 por 9. Si....81, no?, si.</p>		<p>1. Entonces primero sería multiplicar esto, depende de lo que son. O sea si son 4 mazorcas, serían 4 por 5 y así. / 2. Supermercado buenaventura, tonces serían, las 4 mazorcas, 3000 pesos, las 5 libras de papa serían 5 por 5, 25, serían 2500. 5 libras de papa. / 3. • <u>Tú respondiste que le queda más barato en el supermercado buenaventura y ¿en los otros cuánto le da para saber que en el buenaventura le sale más barato?...</u>Es que este, era acá uno por unidad y acá también, en cambio en este si traía paquetes que ya uno puede saber aquí. O sea este ya trae las 4 mazorcas y así. Entonces para mi ese era el más barato.</p>
<p><b>OBSERVACIONES PARTICIPANTE 8</b></p>	<p>Su plan general era verificar en los tres supermercados los precios y determinar en cuál le salían más baratos. Sin embargo, ante las dificultades de estar relacionado las medidas decide hacerlo solo en el que por lo menos trae los productos en la misma unidad de medida en la que se solicitan los productos para el asado. Así que su nivel de comparación obedece es a la facilidad de asociar la unidad de medida dada con la solicitada y no al análisis de las relaciones que se pueden establecer. Tampoco se da cuenta que podría comprar los productos en distintos supermercados.</p>		

## METACOGNICIÓN Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS 50

### CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL – DESEMPEÑO BAJO (1.0 – 5.9)

PLANEACIÓN			
<b>PARTICIPANTES / INDICADORES</b>	Pregunta. Realiza alguna pregunta para lograr comprender el problema o saber lo que hay que hacer. Al investigador o a él mismo.	Se concentra en la información relevante del problema. Los datos y las preguntas a resolver. Los repite o saca en la hoja los datos relevantes.	Determina una estrategia. Explica o se deduce cómo va a resolver el problema.
<b>PARTICIPANTE 9</b>	<p>1. Dice que 4 mazorcas, entonces a 500, entonces serían 2000. Ahora aquí dice que son 5 libras de papa y la papa es a 1200 el kilo... / 2. , hagamos este también/ 3. Ahora este, 4 mazorcas, unidad 600, más caro, pero bueno. Tos 600, 3 veces, 600, ah 4, que pena. / 4. • Independientemente del problema de los kilos, ¿qué era lo que había que hacer para resolver el problema? Pues aquí, pidió que ella iba a hacer un asado, que la familia entre 8, entonces aquí pidió una lista, y entonces estaba buscando un supermercado en el cual fuera más barato, entonces como aquí no decía cuánto presupuesto tenía, supuse que era 50000 pesos, que era lo mínimo que uno podía tener. Entonces pues yo busqué fue este, porque este era más barato, 24800. Pues eso fue lo que me dio a mí.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <u>¿Qué era lo primero que tenías que responder?</u> Cuanto presupuesto tenía. No me explico.</li> <li>• <u>No, ¿qué era lo primero que tenías que resolver en el problema?</u> Ah, pues sumando todo, o sea verificando cuanto era, o sea digamos, mirando aquí la lista, yo tenía que mirar cuánto me salía.</li> </ul>		
<b>OBSERVACIONES PARTICIPANTE 9</b>	<p>Su planeación se fue dando a pedazos, no puede dar una planeación global porque no leyó inicialmente la totalidad del texto. Eso pudo haber afectado su comprensión y la identificación de lo que necesita conocer y saber hacer para desarrollarlo, necesarios para planear lo que iba a hacer. Así que a la luz de ir leyendo otra vez ya en la ejecución su estrategia es sólo determinar los precios de cada supermercado y al final determinar cuál es el más económico. Su plan, incluyó suponer un posible presupuesto para poder responder la segunda pregunta.</p>		

# METACOGNICIÓN Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS 51

## CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL – DESEMPEÑO BAJO (1.0 – 5.9)

### PLANEACIÓN

#### PARTICIPANTES / INDICADORES

Pregunta. Realiza alguna pregunta para lograr comprender el problema o saber lo que hay que hacer. Al investigador o a él mismo.

Se concentra en la información relevante del problema. Los datos y las preguntas a resolver. Los repite o saca en la hoja los datos relevantes.

Determina una estrategia. Explica o se deduce cómo va a resolver el problema.

#### PARTICIPANTE 10

1 kilo de papa vale 1200 y un kilo creo que son 2 libras, ¿verdad? (me pregunta)

1. Pues acá dice que podría comprar los productos en un solo supermercado o cada producto en donde le salga más económico. Entonces en el supermercado buenaventura la libra de papa vale 500, serían 5... si. Entonces cogéramos, compraríamos la papa en el supermercado buenaventura. /2. Bueno entonces tocaría sumar todos los precios que nos dio. El primero fue las 4 mazorcas que nos dieron 2000, y después seguirían las 5 libras de papa que nos dieron 2500 y después seguiría la carne que nos dio 32500, después sigue los 3 plátanos que dieron, que dieron 5250 y después los 3 aguacates que sería 2700 y por último los chorizos que dieron 7200. / 3. • Explícale en palabras, sin seguir con ninguna operación, entonces cómo se resuelve el problema. Pues, se resolvería primero multiplicando los precios que están más baratos y no solamente comprando en un solo supermercado porque hay unos precios más altos que otros y tiene que alcanzar el dinero o ahorrar la mamá de Pepe para que no se le suba tanto la cuenta, entonces sería que comprara cada producto en un supermercado diferente y ya.  
• ¿Y qué más? Pues sería para que supiera cuánto se ahorró, tendría que multiplicar todos los precios y después si lo sumaba por la cantidad que ella necesita.

#### OBSERVACIONES PARTICIPANTE 10

Su planeación muestra claridad en el problema. En general consta de dos partes: 1. Seleccionar el producto en el supermercado donde se encuentre más económico (aunque su selección del producto no responde a un ejercicio real de comparación sino que esta dado es por la facilidad de cálculo frente a la cantidad del producto solicitada); 2. Calcular el costo de los productos en cada supermercado y su total, para luego compararlos. Además muestra claridad en que estos dos procesos le permitirán responder la segunda pregunta. Como parte de su planeación, pospone lo que se le dificulta para luego y se toma tiempo para volverlo a hacer al final.

# METACOGNICIÓN Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS 52

## CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL – DESEMPEÑO SUPERIOR (9.0 – 10.0)

### REGULACIÓN Y CONTROL

PARTICIPANTES / INDICADORES	Revisa. Desarrolla un procedimiento y se toma un tiempo para chequear que le haya quedado bien. Emite juicios al respecto.	Comprueba. Hace alguna operación matemática para verificar que una operación previamente realizada le haya quedado bien.	Pausa. Se toma un tiempo para volver a leer el problema y /o las preguntas antes de continuar con sus operaciones	Autocuestionamiento. Lanza alguna pregunta o comentario en voz alta que permita dar cuenta de que está cuestionando y verificando lo que hace.	Pregunta a otros. Elabora una pregunta al investigador sobre cómo va con lo que está haciendo o para confirmar su procedimiento.
<b>PARTICIPANTE 1</b>	<p>1. ¿Este de que es? 2500...Ah no puse acá, el de la carne, pero acá no puse esta, ¿o sí? No. Ah no, puse fue el de la papa. Aisshhh Hice fue un revuelto ahora, espere, espere miro. / 2. Entonces acá ahora en este....¿Yo no escribí las mazorcas acá?. 4 más, si 4 más, 600 por 4, 6 por 4,...2400. Entonces acá son, acá en el otro, 2400 de las mazorcas.</p>	<p>1. Voy a mirar para estar segura, voy a hacer una suma , aunque no parece, pero bueno, 0, 10, lleva 1, 7, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13. Si, si 1300.</p>		<p>1. Entonces, 3 en 12, ¿3 en 12?...ya, entonces ahí, si , ¿si es 4?, ¿4 o 400? ¿4 o es 400? / 2. Entonces, 8 por 2, ¿8 por 2 ,16?, Si... si 8 por 2, 16. / 3. Tonces, 3 en 5 cabe una vez, 2 acá, bajo el 0.... 3 en 2... 3 en 20 caben 6 veces, a este 1, bajo el 0, 3 en 10 caben 3 veces, a este 1, no, no se pudo ¿o será que queda así? No, esto no. Yo dejo la división así.</p>	
<b>PARTICIPANTE 3</b>		<p>1. Entonces, vamos a sumar esto, lo que nos dio. 6, 6, 12</p>	<p>1. Entonces acá dice para realizar las compras de los ingredientes del asado qué le resulta más económico a la mamá de Pepe ¿comprar en un solo supermercado los productos o comprar cada ingrediente en el supermercado donde están más económicos?, ¿cuánto dinero ahorra la mamá de Pepe de acuerdo con la decisión que tome?. Entonces,..., entonces el supermercado más barato sería el supermercado ahorrador. / 2. Entonces acá dice para realizar las compras de los ingredientes del asado qué le resulta más económico a la mamá de Pepe ¿comprar en un solo supermercado los productos o comprar cada ingrediente en el supermercado donde están más económicos?, ¿cuánto dinero ahorra la mamá de Pepe de acuerdo con la decisión que tome?...Pues yo creo que le queda igual de dinero, porque los mismos ingredientes, le da lo mismo, le da la suma, esta, los 37000, entonces casi no ahorra nada. Le queda más económico en el supermercado ahorrador porque son más baratos los productos y...</p>		

# METACOGNICIÓN Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS 53

## CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL – DESEMPEÑO SUPERIOR (9.0 – 10.0)

### REGULACIÓN Y CONTROL

<b>PARTICIPANTES / INDICADORES</b>	Revisa. Desarrolla un procedimiento y se toma un tiempo para chequear que le haya quedado bien. Emite juicios al respecto.	Comprueba. Hace alguna operación matemática para verificar que una operación previamente realizada le haya quedado bien.	Pausa. Se toma un tiempo para volver a leer el problema y /o las preguntas antes de continuar con sus operaciones	Autocuestionamiento. Lanza alguna pregunta o comentario en voz alta que permita dar cuenta de que está cuestionando y verificando lo que hace.	Pregunta a otros. Elabora una pregunta al investigador sobre cómo va con lo que está haciendo o para confirmar su procedimiento.
<b>PARTICIPANTE 4</b>			1. Aquí hay una lectura, voy a leer para ver qué dice. (Termina de leer el último párrafo del problema, porque no lo había hecho antes). Pero ahí no dan el presupuesto que tienen para el asado...		1. ¿ahí cómo haría? Sobraría 1. ¿No importa? (uhjjajau). Bueno compramos 3 paquetes, entonces valerían, sería 3500 por 3, serían 9 chorizos, uh, serían 10500 del chorizo. / 2. Listo, 2000 sería, ¿cierto? / 3. serían 2 kilos y medio. ¿cuánto fue que nos dio en el primero la papa? / 4. ... ¿ahí como haríamos? Le pregunta a su compañera. O sea, Ahí dicen, 2 kilos 1300, (paquete de 2 kilos vale 1300 dice la niña). ¿O vale un kilo 1300?. (2 kilos valen 1300 dice la niña). Ah listo bien. Y entonces sería medio, serían 650. Serían 1950 lo del plátano
<b>PARTICIPANTE 5</b>	1. Eh la mazorca vale 2000, eh la papa valió 2500, eh, en la carne 14500, en la carne. En el plátano, vale 1200. En el plátano, el plátano, uh, va la carne, 1, 2, 3,...no, entonces sería acá, mazorca, papa, plátano, aguacate. Si, y el aguacate vale 6000 y el chorizo más barato que se escogió en 7200.		1. Comprar en un solo supermercado los productos o comprar cada integrante, comprar en un solo supermercado los productos o comprar cada integrante en el supermercado donde están más económicos. Acá dice ¿cuánto dinero ahorra la mamá de Pepe de acuerdo con la decisión que tome?... Comprar en un solo supermercado los productos o comprar cada integrante en el supermercado donde están más económicos. Entonces ya, este es en el supermercado la placita. Ahora seguimos con el supermercado buenaventura	2. Entonces sería 3500 por 3500. 5 por 0, 0, 5 por 0, 0, 5 por 5, 25, llevo 2, 5 por 3 15 y 2, 17, uy no, sería mucho. 3 por 0, 0, 5 por 3, 15, 3 por 3, 9 y 1, 10, 7, 8, 9, 10, 11,...Uh. No, no me sirve, los 2 sería, no, no me sirve eso.	
<b>PARTICIPANTE 7</b>					1. 500, la mitad, ahí se hace de 1300. ¿650? Ah, no, 1300, 5, 1, 650. 650.

CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL – DESEMPEÑO SUPERIOR (9.0 – 10.0)

REGULACIÓN Y CONTROL

PARTICIPANTES / INDICADORES	Detecta y corrige errores. Hace algún comentario que muestra que ha encontrado un error y lo corrige.	Utiliza algún mecanismo complementario para controlar sus procedimientos.	Interactúa con las demandas de la tarea para orientar la ejecución.	Cambia la estrategia. Empieza nuevamente el problema o parte de él para ajustar su estrategia
<b>PARTICIPANTE 1</b>	1. Entonces aquí está el otro, 2500, 2500 de acá, 2500, 20000, 20000 mil de la carne, ah no, no, no, mentira, mentiras, me equivoque. Yo no conté la carne, 2500, eso no va acá, yo no conté lo de la carne, lo de la carne no lo hice.	Cuenta con los dedos cuando las sumas son muy largas.		
<b>PARTICIPANTE 3</b>	1. 4 por 2. 400 por 2. 2 por 0, 0, 2 por 0, 0, 4 por 2, 8. Entonces serían 800. Y acá dice 3 kilos, entonces .... Me equivoqué eran 6, por 6. Tonces sería 0, 0, 6 por 4 ... 6 por 4...6 por 4, 24. / 2. Tos vamos a multiplicar 7000 por 2. 0, 2, 14, 14000. Entonces, 2 y medio. Entonces al 14 le vamos a sumar 7000....uh,...me equivoqué, era por 4. Si es 7000 por 4, 7 por 4,...entonces 7 por 4, 28.		1. Tonces, acá dice un chorizo para cada integrante de la familia y aquí dice paquete de 3 chorizos 3500, entonces vamos a, a 3500 por 2. Por 2. 2 por 0, 0, 2 por 0, 0, 5 por 2, 10, lleva 1, 3 por 2, 6 y una 7. Pero ahí sólo dice paquete de 3 chorizos, entonces ahí le estoy haciendo es para 6 personas y entonces faltan 2. Y serían paquete de 3 chorizos 3500, entonces, 6...entonces le voy a sacar, eh, voy a dividir 3500 en 3./ 2. El kilo de carne vale 1300. Como acá piden 2 y medio serían 13000 por 2. Por 2, 0,0, 0, 2 por 3, 6, 2 por 1, 2. 26000. Como aquí piden medio entonces vamos a sacarle la mitad de 13 serían, no,...entonces voy a hacer así, le voy a sacar la mitad de 26, serían 13, si... tos vamos a sumarle, no, vamos a sumarle,...tonces al 26000 le vamos a sumar 6500. 0,0, 5 y 6 mas 6, 12, lleva 1, 1 más 2, 3. Tonces la carne valería 32. La carne. / 3. 3 libras de papa. Voy a poner el 1200, aquí dice 3 libras de papa 1200, entonces me harían falta 2, entonces... entonces le vamos a sumar 800. A 1200 le vamos a sumar 800. 0,0, 10, 2, 2000. 2000 serían de la papa.	
<b>PARTICIPANTE 4</b>	1. Pero creo que aquí me equivoque en el primer supermercado de la placita en la carne. Porque dice que la libra de carne vale 7000 y son 2 kilos y medio. Un kilo vale 14000. Otra vez devolvamos. 14000 un solo kilo y son 2, serían 28, 28000 y medio, serían 7000. 0,0,0, 8 y 7, 15. Va 1, 2 y 1,3. 35000. Entonces si me había equivocado.		1. Un kilo de papa y son 5 libras, un kilo son 2 libras, cierto, entonces son 5 libras de papa, entonces si un kilo vale 1200, entonces son 4 kilos y medio, (jjaa, ríe su compañera) y son 5 libras entonces serían 2 kilos, serían 2400 lo de dos kilos y 600, 3000. / 2. Compramos 2 paquetes, nos valen, serían 6 libras, y son 5, pero el paquete viene por 3, entonces no podemos hacer nada. Entonces valen 2400, 2 paquetes de papa. (¿Cuánto? Pregunta su compañera). 2400 de papa. La libra de carne vale 8000 y nos piden 2 kilos y medio. 2 kilos son 2 libras. Bueno, nos piden 2 kilos y medio de carne. la libra vale 8000, un kilo serían 16000, 2 kilos serían 32000, y ... la libra, 2 kilos y medio sería una libra, 8000. 40000 de carne.	

# METACOGNICIÓN Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS 55

## CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL – DESEMPEÑO SUPERIOR (9.0 – 10.0)

### REGULACIÓN Y CONTROL

<b>PARTICIPANTES / INDICADORES</b>	Detecta y corrige errores. Hace algún comentario que muestra que ha encontrado un error y lo corrige.	Utiliza algún mecanismo complementario para controlar sus procedimientos.	Interactúa con las demandas de la tarea para orientar la ejecución.	Cambia la estrategia. Empieza nuevamente el problema o parte de él para ajustar su estrategia
<b>PARTICIPANTE 5</b>	3. Entonces ahí sería que, sería sumar. Porque esa multiplicación da 122500000, entonces no sirve, porque sería mucha plata, entonces sería sumar 3500 más 35000	1. Se suma eso, 5,5, 10, 12, , 2,4, 8, 9, 10, 16, 20, 21,22, 23. Otra vez, 2 mas 2, 4, mas 4, 8 y 9, y 1 que llevaba 10, más 7, 17, más 6, 23, 2, más 1, 3 (cuenta con los dedos)	1. Bueno. Papa 6000 ... Eh, sigue, la carne, ya. El plátano se compraría, eh en la placita vale 1200, en buenaventura vale 2600 y en el ahorrador vale 2700, entonces lo más económico sale en comprarlo es en la placita. Sigue el aguacate, el aguacate en la placita valió 6000, en buenaventura valió 3000. / 2. Lo último es un chorizo para cada integrante de la familia, paquete de 3 chorizos vale 3500, un paquete trae 3 chorizos, 2 paquetes traen 6, 3 paquetes traen 9 y como son 8 integrantes, entonces serían de 2 y medio. Tonces serían 3500 por 3500, porque dice que, que un paquete trae 3 chorizos y como son 8 personas, entonces a cada uno se le da un chorizo, entonces sería, un paquete trae 3, 2 paquetes traen 6 y 3 paquetes traen 9, tonces y como son 8 personas se le quita 1, entonces yo diría que son 2 paquetes y medio.	
<b>PARTICIPANTE 7</b>	1. Acá, acá me equivoque, 650.	Y ahora sumamos, 0, 5 y 5, 10, y 6, 24. 6, ah no, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30. Da 30. 50400.	1. Ahora dice 2 libras y (ah) (2 kilos y medio, le dice la otra estudiante) de carne, ...acá entonces, kilo de carne, un kilo es 13000, cuánto necesita, 3 kilos y medio de carne, 2 kilos, otros 13000, y medio, la mitad de 13000, la mitad de 13000, 5, 3, 60500. (¿cuánto?, pregunta la otra estudiante), no 6500.	ay pero no se como hacer, vamos mejor a hacer otra, bueno, corrección.  Voy a sumar la mazorca de acá, 4 mazorcas, 500 por 4, 4 por 0, 0, 4 por 0, 0, 4 por 5, 20, 2000. 5 libras de papa, sumas 500 por 5, 5 por 0, 0, 5 por 0, 0, y 5 por 5, 25

**CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL – DESEMPEÑO SUPERIOR (9.0 – 10.0)**

**REGULACIÓN Y CONTROL**

**OBSERVACIONES PARTICIPANTE 1**

La regulación y el control los ejerce en dos ámbitos: 1. En los procedimientos, principalmente para confirmar datos que realiza de manera mental y en los que le generan dudas, como en la división. 2. En la revisión global de los resultados con base en los cuales pueda determinar la solución final, tomando tiempo para verificar que a la luz del enunciado del problema (información relevante) tenga los datos que corresponde. Esto le posibilita identificar algunos errores que comete y corregirlos.

**OBSERVACIONES PARTICIPANTE 3**

La regulación y el control los ejerce en dos ámbitos: 1. En los procedimientos, principalmente para confirmar datos que realiza de manera mental y en los que le generan dudas, como en la división. 2. En la revisión constante de la información y la orientación a sí mismo en lo que está haciendo, sobre todo si el procedimiento requiere subdivisiones. Sin embargo, no es un hecho constante, por lo que se ven afectados los resultados que presenta.

**OBSERVACIONES PARTICIPANTE 4**

Se observa que su mecanismo continuo de regulación es darse orientaciones sobre los procedimientos que está realizando y mantener el seguimiento riguroso de la información enunciada en el problema. También aprovecha el diálogo con su compañera para ratificar lo que está haciendo.

**OBSERVACIONES PARTICIPANTE 5**

A la luz de estar pendiente de la pregunta del problema va controlando lo que está haciendo, ayudada por ir dando orientaciones sobre las demandas de la tarea y de comprobar, utilizar un medio de ayuda y revisar la estrategia (procedimientos) seleccionados.

**OBSERVACIONES PARTICIPANTE 7**

El cambio en su estrategia responde es a las dificultades mismas, más que a que la estrategia no sea la adecuada o no le esté funcionando. No es continua la identificación de errores, ni se evidencia que esté revisando lo que está haciendo. Pero se observa que hace seguimiento de la información del problema.

CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL – DESEMPEÑO BAJO (1.0 – 5.9)

REGULACIÓN Y CONTROL

PARTICIPANTES / INDICADORES	Revisa. Desarrolla un procedimiento y se toma un tiempo para chequear que le haya quedado bien. Emite juicios al respecto.	Comprueba. Hace alguna operación matemática para verificar que una operación previamente realizada le haya quedado bien.	Pausa. Se toma un tiempo para volver a leer el problema y /o las preguntas antes de continuar con sus operaciones	Autocuestionamiento. Lanza alguna pregunta o comentario en voz alta que permita dar cuenta de que está cuestionando y verificando lo que hace.	Pregunta a otros. Elabora una pregunta al investigador sobre cómo va con lo que está haciendo o para confirmar su procedimiento.
PARTICIPANTE 2	1. Entonces acá volvemos y sumamos. 0, 0, 5, 10, 13,14, 15, 16, 17, 18, 19, 20. No, espera. 19, 20, 21, 22. Acá da 22		1. Y ahí sumamos eso. Ah no, nos falta todavía la carne. Que ahí estoy confundida...		1. ¿Si está bien? (le pregunta a la estudiante a quien le está haciendo la tutoría). No sé, tú me estás explicando.
PARTICIPANTE 6			1. Para realizar las compras de los ingredientes del asado, qué le resulta más económico a la mamá de Pepe ¿comprar en un solo supermercado los productos o comprar cada ingrediente en el supermercado donde están más económicos?. Este es el supermercado de la placita. Placita		
PARTICIPANTE 8					
PARTICIPANTE 9			1. Espere porque no entiendo aquí, dice, pensando que se cuenta poco dinero, averiguo los precios,... bueno, entonces sumemos todo esto. / 2. Ay,...Pensando que se cuenta poco dinero, para realizar las compras de los ingredientes del asado, qué le resulta más económico a la mamá de Pepe ¿comprar?. Pues sería este 25.		
PARTICIPANTE 10			Esto dio 53950. ¿cuánto dinero ahorra la mamá de Pepe de acuerdo con la decisión que tomaste?. Justifica tus respuesta....Ahí tocaría sacar el precio de todo el supermercado para ver si ahorró o no ahorró. Entonces, en ...	1. entonces 2 kilos serían 4 libras y media, o sea cogeríamos 13000 por 4, ¿si? / 2. Sería 4 por 0, 0, 4 por 0, 0, 4 por 0, 0 y 4 por 7, eh... 28. creo, no... 3 por 7, 21, si 28.	

CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL – DESEMPEÑO BAJO (1.0 – 5.9)

REGULACIÓN Y CONTROL

PARTICIPANTES / INDICADORES	Detecta y corrige errores. Hace algún comentario que muestra que ha encontrado un error y lo corrige.	Utiliza algún mecanismo complementario para controlar sus procedimientos.	Interactúa con las demandas de la tarea para orientar su ejecución	Cambia la estrategia. Empieza nuevamente el problema o parte de él para ajustar su estrategia
<b>PARTICIPANTE 2</b>	1. No mentiras, acá me equivoqué. Espere que me equivoqué (jajaja). 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 1, 15, 16. Acá era 16. Si 16	1. Entonces 0, 0, 5 y 2, 7, 11, llevo 1. 1 y 1, 2, 7, 8, 9, si 8, 9, 10, 11, 12, 13, espere, aquí hay 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14. Utiliza punticos en la hoja para controlar la suma / 2 . Entonces acá volvemos y sumamos. 0, 0, 5, 10, 13,14, 15, 16, 17, 18, 19, 20	1. Vale 1300, 1300 dos de estos, 2 kilos de plátano, necesitan 3, entonces le sumamos lo de otro. Aquí, 0, 0, 6, 2600. 2600. Y ahora lo del aguacate. Necesitan 3 libras de aguacate. Tonces son 1200, 4000, bueno, hagamos lo de dos libras y otra libra, sería 0.	
<b>PARTICIPANTE 6</b>		Cuenta con los dedos para apoyarse en las sumas de cantidades grandes, aunque como lo susurra o lo hace en silencio, no es tan evidente en la transcripción.		
<b>PARTICIPANTE 8</b>		1. Serían 0, 0, y llevo 1, 11,12, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 1 y llevo 2, 8, 11, 12, 13, 15, 15, 20. 0 y llevo 2, y aquí sería 5. Cuenta con los dedos cuanto tiene que realizar sumas largas.		
<b>PARTICIPANTE 9</b>		1. Pongamos 8 veces 900. 0, 0, 0, 0, 0, ahora aquí, 5, 8, 5 y 8, 11,11, 14, 14, 16, 18, 20, 29, 38, no, 39, 8, 11, 14, 16,18, 20, 21, 22, 23,24, 25,26,27,28,29, 30, 31, 32, 33, 34, 35,36,37,38, 39, 40, 41,42, 43, 44, 45, 46,47, 48, 49, 50, 51, 52,...1, 2, 3,4, 5, 6,7 8. / 2. Y ahora paquete de chorizo, paquete de chorizo, 4, ah entonces aquí pongamos 8000, porque son 2 paquetes, más o menos. 0, 0, 12, 13 14, 15, 16. 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23,...(hace conteo). Aquí pongamos 8 y aquí llevamos 4. 1, 2, 4, 4, 4 y 8, 14.		

CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL – DESEMPEÑO BAJO (1.0 – 5.9)

REGULACIÓN Y CONTROL

**PARTICIPANTES / INDICADORES**

Detecta y corrige errores. Hace algún comentario que muestra que ha encontrado un error y lo corrige.

Utiliza algún mecanismo complementario para controlar sus procedimientos.

Interactúa con las demandas de la tarea para orientar su ejecución

Cambia la estrategia. Empieza nuevamente el problema o parte de él para ajustar su estrategia

**PARTICIPANTE 10**

Y media, o sea la mitad, entonces la mitad de...No, me quedó mal. Tiene que ser 13 por 2. Sí, quedó mal. Tonces sería 13 por 2, 2 por 2, eh, 2

1. Entonces, en el supermercado la placita dice que una unidad de mazorca vale 500 y necesita 4, entonces sería 5 por 4, se multiplicaría 5 por 4. 4 por 0, 0, 4 por 0, 0, y 4 por 5, 20. Dice que un kilo de papa vale 1200 y ella necesita 5, tonces sería, sería 2 kilos y medio que sería, entonces multiplicamos 2, 1200 por 2. Tonces sería 0 por 2, 0, 0 por 2, 0, 2 por 2, 4 y 2 por 1, 2. Y la mitad de 1200 sería 600. Mas 600. 0 mas 0, 0, 0 mas 0, 0, y 4 mas 6, 10, llevamos 1, sería 3. Y entonces la libra de carne vale 7000 y ella necesita 2 libras, 2 kilos y medio de carne, entonces sería 4 libras, entonces ponemos 7000 por 4. Sería 4 por 0, 0, 4 por 0, 0, 4 por 0, 0 y 4 por 7, eh,.. 28, creo, no... 3 por 7, 21, si 28. Necesita 3 kilos de plátano y 1 libra vale 400, tonces serían 6, 400 por 6. 0 por 6, 0, 6 por 0, 0 y 4 por 6, 16, eh, 24. Esto daría 2400 de los plátanos.(...)

---

**CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL – DESEMPEÑO BAJO (1.0 – 5.9)**

**REGULACIÓN Y CONTROL**

**OBSERVACIONES  
PARTICIPANTE 2**

Como mecanismo de regulación y control se identifica una gran tendencia al uso de ayudas externas (contar con punticos o preguntarle a otros) para verificar procedimientos. La regulación no incluye ver la comprensión del problema y el éxito de la estrategia o el logro de los objetivos.

**OBSERVACIONES  
PARTICIPANTE 6**

Como abandonó el problema es limitado el proceso de regulación y control. Sólo es claro la ayuda externa (contar con los dedos) para controlar las operaciones.

**OBSERVACIONES  
PARTICIPANTE 8**

No se evidencia ningún proceso de regulación y control.

**OBSERVACIONES  
PARTICIPANTE 9**

La regulación y control se hace para completar la estrategia planteada, pues dado que no leyó completamente el problema antes de iniciar la ejecución, se tiene que tomar tiempo para revisar lo que hay que hacer, ya en la solución del problema mismo. Así que posiblemente, esto ni siquiera es regulación.

**OBSERVACIONES  
PARTICIPANTE 10**

La regulación y el control no es constante a lo largo del problema. Frente a los procedimientos no realiza ningún ejercicio de verificación, confía en ellos y en su cálculo mental, por lo que no es constante su detección de errores. Lo que le funciona muy bien es estarse hablando todo el tiempo del problema, de revisar la información y de explicársela, pero tampoco es una constante.

---

## METACOGNICIÓN Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS 61

### CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL – DESEMPEÑO SUPERIOR (9.0 – 10.0)

#### EVALUACIÓN

PARTICIPANTES / INDICADORES	Revisa. Antes de informar que finalizó vuelve a su hoja , lee el problema y la solución que llevó a cabo.	Prueba. El resultado final que obtiene lo verifica de alguna manera.	Juzga. Emite algún comentario sobre cómo considera que resolvió el problema.	Pregunta a otros. Evalúa su trabajo preguntándole a otros.
<b>PARTICIPANTE 1</b>			1. • <u>¿Cómo crees que te quedó el problema?</u> Malísimo (jajaja).	
<b>OBSERVACIONES PARTICIPANTE 1</b>	Aunque la evaluación total del problema no surge de manera espontánea, si puede juzgar su trabajo de manera acorde con el reconocimiento de las limitaciones que tuvo por el desconocimiento de la tarea y sus propias dificultades. No surge de manera espontanea.			
<b>PARTICIPANTE 3</b>			1. <u>Pero en general el problema, lo solucionaste?</u> Si, yo creo que si. • <u>¿y estás seguro que está bien? Si. ¿Por qué?</u> Porque lo hice acá como decían los ingredientes y cuánto necesitaban y acá le sacaba si tenía que multiplicar o sumar, así.	
<b>OBSERVACIONES PARTICIPANTE 3</b>	Limitada capacidad de evaluación, pues lo asocia solo al hecho de realizar las operaciones. No surge de manera espontanea.			
<b>PARTICIPANTE 4</b>			• <u>¿Cómo crees que te quedó el problema?</u> Uh. No se. <u>¿Cómo haríamos para que supieras?</u> Pues de probabilidades creo que un 60%.	1. Creo que nos sale más económico, eh, para la mamá de Pepe es ir al segundo supermercado, buenaventura, ¿si?.
<b>OBSERVACIONES PARTICIPANTE 4</b>	Posiblemente como tiene tanta confianza en la comprensión del problema y en los cálculos que realiza, no evalúa de forma espontánea lo que hizo, sino que lo hace preguntado a otro o porque otro le pregunta, sin referirse a los criterios de por qué juzga su trabajo de esa manera.			

## METACOGNICIÓN Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS 62

### CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL – DESEMPEÑO SUPERIOR (9.0 – 10.0)

EVALUACIÓN	
<b>PARTICIPANTES / INDICADORES</b>	<p>Revisa. Antes de informar que finalizó vuelve a su hoja , lee el problema y la solución que llevó a cabo.</p> <p>Prueba. El resultado final que obtiene lo verifica de alguna manera.</p> <p>Juzga. Emite algún comentario sobre cómo considera que resolvió el problema.</p> <p>Pregunta a otros. Evalúa su trabajo preguntándole a otros.</p>
<b>PARTICIPANTE 5</b>	<p>1. • <u>¿Cómo crees que te quedó resuelto el problema?</u> Pues, por mi yo diría que bien. Porque si hice las operaciones.</p> <p>• <u>Si te lo calificaran, ¿cuánto te colocan?</u> Pues yo diría que, un 8.</p> <p>• <u>¿Pero si te quedó bien por qué 8?</u> Pues, porque de pronto pensarán que hace falta algo.</p>
<b>OBSERVACIONES PARTICIPANTE 5</b>	<p>Su evaluación muestra la confianza que tiene en si misma, pero no plantea criterios asociados a la comprensión de las demandas de la tarea que comprendió o no comprendió. Su mecanismo de evaluación depende del juicio de otros.</p>
<b>PARTICIPANTE 7</b>	<p>1. Voy a leer de nuevo, en la mente...Bueno, ¿cuánto dinero ahorra la mamá de Pepe de acuerdo con la decisión que tomó? Uy, ahí tocaba sumar todo. Ay. Bueno, total de sus compras, 50400, uh, ahí tocaba sumar lo otro pero es que no entiendo lo de kilo. Ya. Si, es que lo de kilo no lo entiendo</p> <p>2. • <u>Bueno, primero, ¿cómo crees tú que te quedó el problema?</u> Mal (uhh). <u>¿Qué te quedó mal?</u> Es que lo de kilo no lo entendía entonces no podía hacer bien las sumas, entonces me tocaba era por libra y por, entonces...</p>
<b>OBSERVACIONES PARTICIPANTE 7</b>	<p>La evaluación está asociada al reconocimiento de las dificultades individuales para resolver el problema, de los cuales es consciente, y que limitaron el desarrollo del problema.</p>

**CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL – DESEMPEÑO BAJO (1.0 – 5.9)**

**EVALUACIÓN**

<b>PARTICIPANTES / INDICADORES</b>	Revisa. Antes de informar que finalizó vuelve a su hoja , lee el problema y la solución que llevó a cabo.	Prueba. El resultado final que obtiene lo verifica de alguna manera.	Juzga. Emite algún comentario sobre cómo considera que resolvió el problema.	Pregunta a otros. Evalúa su trabajo preguntándole a otros.
------------------------------------	---	--	--	--

<b>PARTICIPANTE 2</b>	1. Si está bien? (le pregunta a la estudiante a quien le está haciendo la tutoría). No sé, tú me estás explicando. Bueno, digamos que está bien. / 2. • ¿Cómo crees que te quedó tu problema? Bien. ¿Crees que te quedó bien resuelto, regular? Pues la segunda creo que me quedó mal porque no sabemos cuánto ahorra sin saber cuánto tenía la mamá. ¿Pero el primero está bien? El primero esta bien.	1. Si está bien? (le pregunta a la estudiante a quien le está haciendo la tutoría). No sé, tú me estás explicando. Bueno, digamos que está bien. / 2. Pues se ahorro mucho, porque fue menos, ¿cierto? (ponga). Suponiendo que está bien mi respuesta.
-----------------------	---	--

<b>OBSERVACIONES PARTICIPANTE 2</b>	Su tendencia es recurrir a otros para evaluar lo que ha hecho. Los juicios que emite sobre su propio trabajo no tienen argumentación suficiente a la luz de lo que se evidencia que comprendió y lo que ejecutó. Se limita sólo a pensar en haber seleccionado un procedimiento y haberlo ejecutado.
-------------------------------------	--

<b>PARTICIPANTE 6</b>	¿Y cuál era la pregunta? Aquí la pregunta dice: ¿cuánto dinero ahorra la mamá de Pepe de acuerdo con la decisión que tomó? Justifica la respuesta. Y... me quedó grande
-----------------------	---

<b>OBSERVACIONES PARTICIPANTE 6</b>	Su evaluación muestra un juicio coherente con el desarrollo del problema.
-------------------------------------	---

<b>PARTICIPANTE 8</b>	1.Para mí, queda más barato en el supermercado buenaventura. No se si haya quedado mal. (jujuju) / 2. • ¿Tú crees que te quedó bien o te quedó mal? Yo creo que me quedó bien. ¿Por qué? (uhmmju). No, tengo que decir. (jaja)...¿porque multipliqué bien? No se
-----------------------	--

<b>OBSERVACIONES PARTICIPANTE 8</b>	Bajo su perspectiva de comprensión del problema emite una evaluación limitada a la ejecución (de la cual no es consciente de sus errores), que le hacen creer que esta bien lo que hizo, aunque realmente esperaría que alguien le dijera si esta bien o mal.
-------------------------------------	---

CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL – DESEMPEÑO BAJO (1.0 – 5.9)

EVALUACIÓN

**PARTICIPANTES /  
INDICADORES**

Revisa. Antes de informar que finalizó vuelve a su hoja , lee el problema y la solución que llevó a cabo.

Prueba. El resultado final que obtiene lo verifica de alguna manera.

Juzga. Emite algún comentario sobre cómo considera que resolvió el problema.

Pregunta a otros. Evalúa su trabajo preguntándole a otros.

**PARTICIPANTE 9**

1. Tos aquí dice, este sería. Supongamos que aquí tiene 50000 pesos, entonces, si, aquí con el presupuesto menos que tiene el más barato sería 24800, que no serían estos dos, se pasan. Pues eso diría yo, y ya. No se más. / 2. • ¿Cómo crees que te quedó el problema? Yo digo que más o menos.  
• ¿Te quedó más o menos? Si, porque me confundí ya fue, fue cuando fui a restar lo que me quedaba solo en la resta.  
• ¿Solamente por eso? Pues si, pues no se muy bien, también por el problema de acá.  
• ¿Cuál es el problema de acá? Por el problema de los kilos. Es que a mi se me dificultan mucho los kilos. / 3. ¿Por qué no comparaste los precios? No, porque en todo caso salía más barato los precios en este, era aquí. Ah, si era más barato en este (jajajaja). Ay no leí. (jajjaa).

**OBSERVACIONES**

Sus juicios de evaluación responden a su comprensión, pero muestran que no reconoce la totalidad de las dificultades que presentó en el problema a nivel de comprensión y de desarrollo de procedimientos. Sólo se ve motivada a tener claridad sobre el problema mismo por las preguntas realizadas.

**PARTICIPANTE 10**

**OBSERVACIONES  
PARTICIPANTE 9**

Como no terminó el problema y no se le preguntó nada sobre el desarrollo total del problema, no se encuentran elementos en este aspecto.

METACOGNICIÓN Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS 65

Anexo 12. Matriz de vaciado reportes verbales problema 2.

CONOCIMIENTO DECLARATIVO – DESEMPEÑO SUPERIOR (9.0 – 10.0)

	CONOCIMIENTO INTRA - INDIVIDUAL	CONOCIMIENTO DE LA TAREA	CONOCIMIENTO DE LAS ESTRATEGIAS
<b>PARTICIPANTES / INDICADORES</b>	Juzga. Emite algún juicio sobre sus fortalezas o dificultades al resolver el problema.	Comenta. Expresa las razones asociadas a la tarea por las que puede o no resolver el problema. Evidencia comprensión de las demandas de la tarea.	Comenta. Describe la estrategia que se debe usar para solucionar el problema.
<b>PARTICIPANTE 1</b>	1.Entonces acá, 140 y 280. Voy a encerrar esto acá pa que no se me olvide. / 2. ¿Cuál fue la diferencia con el problema de ayer?. La diferencia con el problema de ayer fue lo que yo dije, no saber qué era un kilo, eso fue lo porque de haber sabido todo hubiera quedado bien.		
<b>OBSERVACIONES PARTICIPANTE 1</b>	La estudiante muestra comprensión total de la información del problema. Tiene manejo de la operaciones básicas, es ordenada y está atenta a nombrar los datos que obtiene para tenerlos posteriormente presentes y que no se le olviden (puede asumirse como un mecanismo de control externo). Es pausada en la resolución.	La estudiante establece relaciones de variación, maneja partes de la unidad (fracción) y tiene un manejo adecuado de las operaciones básicas.	De acuerdo con cada una de las partes en que se subdivide el problema la estudiante utiliza como estrategias procedimentales las operaciones básicas, seleccionando la que es más adecuada para cada situación. La relación de variación (adultos - niños), la realiza a través del tanteo, monitoreando que los datos que obtiene se correspondan con el resultado.
<b>PARTICIPANTE 3</b>		Por qué no sabes? Creo que en esto, esto de la quinta parte no. • ¿Qué es la quinta parte? No se. ¿Qué hiciste tú?. Pues dividir. ¿Y tienes duda e eso?. Creo que sí.	

CONOCIMIENTO DECLARATIVO – DESEMPEÑO SUPERIOR (9.0 – 10.0)

	CONOCIMIENTO INTRA - INDIVIDUAL	CONOCIMIENTO DE LA TAREA	CONOCIMIENTO DE LAS ESTRATEGIAS
<b>PARTICIPANTES / INDICADORES</b>	Juzga. Emite algún juicio sobre sus fortalezas o dificultades al resolver el problema.	Comenta. Expresa las razones asociadas a la tarea por las que puede o no resolver el problema. Evidencia comprensión de las demandas de la tarea.	Comenta. Describe la estrategia que se debe usar para solucionar el problema.
<b>OBSERVACIONES PARTICIPANTE 3</b>	Estudiante que muestra seguridad y confianza en lo que comprende y ejecuta. En esa confianza, olvida lo importante de verificar lo que hace para asegurarse de que está bien. Así, aunque comprende el enunciado complejo del problema e inicia un proceso de asignar valores a la relación de variación para obtener la cantidad de adultos y de menores, en la relación correcta 140 adultos, por algún motivo pierde el sentido del doble y deja 180, calculando que la suma da 320 y no 420 como se daba en la información. No evalúa este resultado a partir de la información que conoce. Entre leer el problema y pensar en su plan de solución toma 2 minutos, 45 segundos, que le es suficiente para él haber logrado la comprensión. Va marcando los resultados que obtiene. (esto puede considerarse un mecanismo de control externo).	Comprende la relación de variación entre cantidad de adultos y niños que es lo más complejo del problema. Maneja fracciones, aunque exprese tener duda en la quinta parte. Comprende las preguntas del problema y cada uno de los enunciados parciales.	Selecciona la operación que resulta más adecuada en cada una de las situaciones presentadas en el problema. Aunque no es riguroso y explícito en una tabla de valores que muestre la variación adultos niños o haga uso de un sistema de ecuaciones, encuentra una estrategia alternativa para esto, desde la comprensión del enunciado.
<b>PARTICIPANTE 4</b>			
<b>OBSERVACIONES PARTICIPANTE 4</b>	El estudiante muestra comprensión total del problema. Se toma bastante tiempo en comparación con los demás para leer, releer y pensar en cómo va a resolver el problema (8 minutos y 49 segundos). Muestra confianza y seguridad en sus ejecuciones, no se acelera con tratar de terminar el problema. Es cuidadoso en ir identificando los datos que obtiene lo que le ayuda en la parte final del problema a chequear que tiene toda la información necesaria. (control).	Evidencia comprensión de las demandas de la tarea. Entiende la relación adultos - niños, la cantidad de mujeres, hombres, niños, niñas (que implica relación parte - todo de fracciones) y las operaciones básicas necesarias como procedimientos de cálculo. En su solución hace algo más de lo solicitado, puesto que determina el costo total de ingreso y las actividades, pero también da un dato diferenciado de lo que es el ingreso y el uso de las actividades.	Su estrategia para la relación adultos - niños se basa en la comprensión de la información y en la aproximación de valores hasta hallar la cantidad exacta. Posteriormente las estrategias están entre calcular mentalmente, multiplicar, dividir y sumar, lo cual maneja adecuadamente.

CONOCIMIENTO DECLARATIVO – DESEMPEÑO SUPERIOR (9.0 – 10.0)

	CONOCIMIENTO INTRA - INDIVIDUAL	CONOCIMIENTO DE LA TAREA	CONOCIMIENTO DE LAS ESTRATEGIAS
<b>PARTICIPANTES / INDICADORES</b>	Juzga. Emite algún juicio sobre sus fortalezas o dificultades al resolver el problema.	Comenta. Expresa las razones asociadas a la tarea por las que puede o no resolver el problema. Evidencia comprensión de las demandas de la tarea.	Comenta. Describe la estrategia que se debe usar para solucionar el problema.
<b>PARTICIPANTE 5</b>		<p>Uh, siempre está un poco difícil, comenta. Por qué más o menos?. Porque la quinta parte, uhmm, no.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Qué hiciste para la quinta parte?. Dividí entre cinco.</li> <li>• ¿Y por qué tienes la duda?. Porque es que no se si era como, 56, 280 niños, eh, 56 niños si era por, si tocaba sobre 5, no entendí bien.</li> </ul>	
<b>OBSERVACIONES PARTICIPANTE 5</b>	Una de las dificultades de la estudiante es querer hacer todo en un espacio de hoja reducido, por lo que mezcla los números, y se le dificulta luego entender con claridad las cantidades que coloca, que aunque no los rotula, los subraya para tenerlos presentes (control). Muestra buen manejo de la operaciones básicas y comprensión de las variables del problema, aunque no de la incógnita general que es hallar el costo total que incluye ingreso y actividades, pues sólo calcula este último. Se toma 2 minutos y 57 segundos para pensar en lo que debe hacer para resolver el problema.	Comprende la relación adultos - niños, y no muestra inconveniente con las mitades o la selección de la operación adecuada para resolver cada parte del problema. Expresó su duda al final sobre la quinta parte, entendiendo que significa sobre 5, pero duda si este sentido implica la división; aunque ejecuta bien esta solución. Juzga la complejidad de la tarea, que para ella es estar difícil.	La estrategia a usar no la presenta de manera general, sino que la va determinando a lo largo del problema. Esa estrategia se basa en las operaciones básicas; para la relación de adultos - niños lo hace desde la comprensión del texto aproximando números que le den el total esperado.
<b>PARTICIPANTE 7</b>		<p>Bueno, primero voy a hacer una multiplicación, eh...ahí sacó la mitad, hombres y mujeres, lo de la quinta no lo entiendo muy bien,.../ 2. Saco la quinta parte de 210, uh..., uh, eso es lo que no entiendo...la quinta parte...bueno, pienso, pero no se. Voy a multiplicar, quinta parte...Es que no entiendo. (susurra). Multiplico, no, pero se pasa, uh,...quinta parte...(susurra).</p> <p>Bueno, pues yo pienso que es,...uh, quinta parte, no entiendo eso, uh,...(susurra).</p>	<p>1. Tonces serían 210 adultos, supongo yo, (susurra)...Bueno entonces son 220 adultos, ahora...Bueno, ahora cojo otros 210 para que de 420...Pere, no...estoy sacando la mitad, ahí no sé ni que hacer.</p>

**CONOCIMIENTO DECLARATIVO – DESEMPEÑO SUPERIOR (9.0 – 10.0)**

	<b>CONOCIMIENTO INTRA - INDIVIDUAL</b>	<b>CONOCIMIENTO DE LA TAREA</b>	<b>CONOCIMIENTO DE LAS ESTRATEGIAS</b>
<b>PARTICIPANTES / INDICADORES</b>	Juzga. Emite algún juicio sobre sus fortalezas o dificultades al resolver el problema.	Comenta. Expresa las razones asociadas a la tarea por las que puede o no resolver el problema. Evidencia comprensión de las demandas de la tarea.	Comenta. Describe la estrategia que se debe usar para solucionar el problema.
<b>OBSERVACIONES PARTICIPANTE 7</b>	Reconoce cuales son sus dudas y consciente de ellas, decide iniciar la resolución del problema, teniendo claridad en el plan global que desarrollará. Antes las dificultades derivadas del desconocimiento de algunas demandas de la tarea, hace suposiciones para hacer una solución del problema. Muestra dominio de las operaciones básicas. Tomó 2 minutos y 50 segundos entre leer y pensar para informar que ya sabía qué iba a hacer.	Reconoce desconocimiento de lo que significa realizar la quinta parte. Pero se evidencia además desconocimiento de la variación, para poder hallar relación adultos-niños.	Su estrategia se basa en el uso de operaciones básicas. Pero estas son limitadas para hallar la relación adultos - niños y al no comprender el sentido de la quinta parte, se muestra desconocimiento de estrategias para el trabajo con fraccionarios.

CONOCIMIENTO DECLARATIVO – DESEMPEÑO BAJO (1.0 – 5.9)

	CONOCIMIENTO INTRA - INDIVIDUAL	CONOCIMIENTO DE LA TAREA	CONOCIMIENTO DE LAS ESTRATEGIAS
<b>PARTICIPANTES / INDICADORES</b>	Juzga. Emite algún juicio sobre sus fortalezas o dificultades al resolver el problema.	Comenta. Expresa las razones asociadas a la tarea por las que puede o no resolver el problema. Evidencia comprensión de las demandas de la tarea.	Comenta. Expresa las razones asociadas a la estrategia por las que puede o no resolver el problema
<b>PARTICIPANTE 2</b>	1. Si, espera, estoy pensando pero no me da. Porque es la quinta parte de 210, ay cómo era que se sacaba...No, me ganaste ahí con la quinta parte, ¿cómo era?...No, se me olvidó sacar la quinta parte. / 2. Y, lo otro eran la mitad de las niñas...55, 55. 5 y 5, 10, llevo 1, 11... No se. / 3. Qué pasó con el problema?. No lo supe entender.	1. ¿La quinta parte? Ahí si me corchaste. Quinta parte...la quinta parte son niños y la restante son niñas. Pues acá la quinta parte. No ahí me corchaste ahí si. La quinta parte, ¿cómo era?. / 2. • <u>¿Qué parte fue difícil de entender?</u> . Pues primero me enredé mucho por la quinta parte y eso fue lo que me demoró y no me acordé como se sacaba la quinta parte.	• ¿Qué pasó con la división?. Sentía que no me quedaba bien y no me daba con la división. Y no la pude terminar. Me enredé mucho.
<b>OBSERVACIONES PARTICIPANTE 2</b>	La estudiante toma muy poco tiempo para pensar en su plan. 1 minuto y 15 segundos entre leer y decir que ya sabe que hacer, es un tiempo limitado, que se refleja en que no comprendió el apartado complejo entre la relación adultos - niños, y tampoco prestó atención a las estrategias matemáticas que le ayudarían en cada situación.	No comprende la variación 2 a 1 entre niños y adultos, lo cual marca desde el inicio la imposibilidad de ejecutar adecuadamente el problema (asume que la mitad son adultos y la mitad son menores). También tiene dificultad con el manejo de fraccionarios que ella reconoce al expresar que no sabe cómo es la quinta parte.	En el marco de las estrategias, no sabe dividir, por lo que pese a que se le indaga por el sentido de la quinta parte y puede concluir que es dividir entre 5, no lo puede ejecutar porque no sabe cómo ejecutar este procedimiento. Cuenta con los dedos cuando debe realizar sumas largas (le sirve de mecanismo de regulación del procedimiento).

## METACOGNICIÓN Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS 70

### CONOCIMIENTO DECLARATIVO – DESEMPEÑO BAJO (1.0 – 5.9)

	CONOCIMIENTO INTRA - INDIVIDUAL	CONOCIMIENTO DE LA TAREA	CONOCIMIENTO DE LAS ESTRATEGIAS
<b>PARTICIPANTES / INDICADORES</b>	Juzga. Emite algún juicio sobre sus fortalezas o dificultades al resolver el problema.	Comenta. Expresa las razones asociadas a la tarea por las que puede o no resolver el problema. Evidencia comprensión de las demandas de la tarea.	Comenta. Expresa las razones asociadas a la estrategia por las que puede o no resolver el problema

#### **PARTICIPANTE 6**

Bueno, creo que lo tengo. Creo que lo tengo./  
 2. No he entendido mucho. / 3. ¿Te acuerdas que te dije que me avisaras sólo cuándo estuvieras segura que ibas a hacer?. Si (jajaja).  
 ¿Y entonces qué pasó?. Pues yo no se a los demás, pero a mí me pasa que esto de las mitades y eso, muy poco yo lo entiendo.

1. Qué no entiendes?. Casi todo, porque aquí dice (...)/ 2. Y aquí dice, del total de adultos que va al paseo la mitad son hombres y la otra mitad son mujeres. Digamos, voy a sacar la mitad de 420. Y luego acá dice.  
 • ¿Por qué la mitad de 420?. Porque acá dice, del total de adultos que va al paseo la mitad son hombres y la otra mitad son mujeres.  
 • ¿Y es que los 420 son adultos?. No, porque acá dice el total de los menores de edad. Pero acá dice, del total de adultos que va al paseo la mitad son hombres y la otra mitad son mujeres.  
 • No, ahí dice que son en total 420 personas entre adultos y menores de edad. Entonces, ¿qué es lo primero que debería hacer uno?. ¿Sacar la mitad de todo?, ¿no?.  
 • Si a ti te dicen que hay en total 420 personas entre adultos y menores de edad, ¿qué es lo primero que debes averiguar?. ¿Qué se debe averiguar?... uh... averiguar los menores de edad.  
 • Supongamos que ya lo averiguaste, cuántos adultos y cuántos menores, ¿después que hay que averiguar?. La quinta parte de los menores de edad. / 3. ¿Te acuerdas que te dije que me avisaras sólo cuándo estuvieras segura que ibas a hacer?. Si (jajaja). ¿Y entonces qué pasó?. Pues yo no se a los demás, pero a mí me pasa que esto de las mitades y eso, muy poco yo lo entiendo

## METACOGNICIÓN Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS 71

### CONOCIMIENTO DECLARATIVO – DESEMPEÑO BAJO (1.0 – 5.9)

	CONOCIMIENTO INTRA - INDIVIDUAL	CONOCIMIENTO DE LA TAREA	CONOCIMIENTO DE LAS ESTRATEGIAS
<b>PARTICIPANTES / INDICADORES</b>	Juzga. Emite algún juicio sobre sus fortalezas o dificultades al resolver el problema.	Comenta. Expresa las razones asociadas a la tarea por las que puede o no resolver el problema. Evidencia comprensión de las demandas de la tarea.	Comenta. Expresa las razones asociadas a la estrategia por las que puede o no resolver el problema
<b>OBSERVACIONES PARTICIPANTE 6</b>	La estudiante tiene dificultades en seguir las instrucciones, sin estar segura de lo que iba a hacer, ya se estaba anticipando a definir las operaciones a realizar y cuando dice que ya sabe qué va a hacer, en la resolución queda en evidencia que no ha comprendido las relaciones complejas del problema, lo cual impide su solución. Este hecho, lo reconoce sólo posteriormente cuando no puede avanzar con la solución del problema. Además, le falta orden en los procesos que va ejecutando. Tomó 4 minutos y 12 segundos para decir que ya sabía qué iba a hacer.	Hay desconocimiento de las demandas de la tarea: variación para la relación adultos - niños, fraccionarios para establecer cuántos son niños y niñas, manejo de la multiplicación como algoritmo general, entre otras cosas por que no se sabe las tablas, aunque comprende el sentido de la multiplicación como suma reiterada del mismo número, lo cuál ejecuta como mecanismo para acordarse de las tablas de multiplicar.	Para establecer la relación adultos - niños, va tratando de tantear con números que se aproximen a 420, aunque parte de asumir que son 2 adultos por 1 menor. Sin embargo, decide que son 270 adultos más 153 menores y les restó 12 para quedarse con los 420. (No comprendo el razonamiento o por qué decide esto). Esto muestra desconocimiento del significado de la variación. Tomando como base esto, para calcular los precios del ingreso y de las actividades asume que se multiplica, con lo cual también tiene inconvenientes en la ejecución.
<b>PARTICIPANTE 8</b>		¿Cuántas personas van? 420. ¿Cuántos son adultos? 120. Si son 120 adultos ¿cuántos niños deberían ser? , ¿320?. ¿Por qué 320? Porque aquí dice que por cada adulto que va al paseo van 2 menores de edad, y sacando la mitad, van 120 hombres y si van 2 hombres, irían 4 menores de edad.	¿Cuántas personas van? 420. ¿Cuántos son adultos? 120. Si son 120 adultos ¿cuántos niños deberían ser? , ¿320?. ¿Por qué 320? Porque aquí dice que por cada adulto que va al paseo van 2 menores de edad, y sacando la mitad, van 120 hombres y si van 2 hombres, irían 4 menores de edad.
<b>OBSERVACIONES PARTICIPANTE 8</b>	Multiplica de forma adecuada. Comete errores de cálculo de los que no se da cuenta. En general muestra comprensión del problema, pero se ve limitada por los procedimientos. Le tomó 2 minutos y 5 segundos luego de leer el problema, informar que ya sabía que iba a hacer.	Conoce el sentido de la mitad y la quinta parte (asociada a fracciones), que le permiten determinar mujeres, hombres, niños y niñas. Aunque sabe que hay más niños que adultos, no es claro cómo establece esta relación, pero por información dada por la estudiante en las preguntas, se evidencia que la comprende, pero tal vez no supo cómo calcularla. También conoce las demandas en términos de operaciones básicas.	Puede realizar algunos procesos de manera mental y sin dificultad si las cantidades son pequeñas y fáciles, pero se ve limitada en estrategias como la simplificación de cantidades en donde todos los dígitos no sean pares y no cae en la cuenta que también podría dividir. Y entendiendo por ejemplo la mitad, sin revisar el resultado o mostrar duda de él, continúa las ejecuciones. Utiliza los dedos para regular la ejecución de las sumas largas.

## METACOGNICIÓN Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS 72

### CONOCIMIENTO DECLARATIVO – DESEMPEÑO BAJO (1.0 – 5.9)

	CONOCIMIENTO INTRA - INDIVIDUAL	CONOCIMIENTO DE LA TAREA	CONOCIMIENTO DE LAS ESTRATEGIAS
<b>PARTICIPANTES / INDICADORES</b>	Juzga. Emite algún juicio sobre sus fortalezas o dificultades al resolver el problema.	Comenta. Expresa las razones asociadas a la tarea por las que puede o no resolver el problema. Evidencia comprensión de las demandas de la tarea.	Comenta. Expresa las razones asociadas a la estrategia por las que puede o no resolver el problema
<b>PARTICIPANTE 9</b>	No entiendo. Del total de los adultos que va al paseo la mitad son hombres, la mitad son mujeres. Del total de los menores de edad la quinta parte son niños. Uh, bueno, vamos a hacer esto (susurra). 110, uh, no entiendo aquí, al paseo fueron un total de 420 personas, incluyendo menores de edad y adultos.	<p>¿Tú entendiste el problema? Eh, más o menos, o sea aquí dice que al paseo van 420 personas incluyendo a los niños y a los adultos. Aquí dice que ellos pueden entrar al centro vacacional, pero solamente cobran por los menores y aquí cobran por los adultos y en la piscina cobran por los adultos pero no por los niños.</p> <p>• ¿Y la información de abajo no te era útil para nada?. Lee la parte del texto correspondiente a la descripción del texto de las actividades que se realizaron. En el caso de las mujeres dice, ah, ese no lo hice. Este.</p>	
<b>OBSERVACIONES PARTICIPANTE 9</b>	Hace cambios a la información dada en el problema, por ejemplo, resumir que la pregunta es ¿cuál es el costo que se debe cancelar al centro vacacional incluyendo los ingresos a todos los servicios?. Tomo poco tiempo entre la lectura y decir que ya sabe que va a hacer, 1 minuto y 1 segundo.	No comprende la variación 2 a 1 entre niños y adultos. Por esto, supone cantidades que son inadecuadas. Expresó no entender esta información durante la ejecución, no en la planeación. Termina asumiendo que la mitad son hombres y de la restante mitad, mitad son mujeres y 5 niños y 5 niñas, ante sus dificultades de comprensión de las demandas, que incluye desconocimiento del sentido de la quinta parte.	No sabe multiplicar y asume por ejemplo que 0 por otra cantidad, es la cantidad (0 como multiplicar por 1).
<b>PARTICIPANTE 10</b>	Uh, no, no pude..., uh no, no pude. La quinta parte de 210... No,... no da. No, ... no pude, voy a volver a leer	1. Uh, no, no pude..., uh no, no pude. La quinta parte de 210... No,... no da. No, ... no pude, voy a volver a leer. / 2. Bueno eso sería nada más lo de los adultos y como no pude sacar la quinta parte de los niños, entonces no sé, cuántas niñas, dice que la mitad de las niñas tomaron el taller de modelaje, no se, los niños tomaron el taller de manga, tampoco sé. / 3. • En términos generales, ¿cómo te fue con el problema? Mas o menos. ¿Por qué?. Porque no pude sacar la quinta parte de los niños	Bueno eso sería nada más lo de los adultos y como no pude sacar la quinta parte de los niños, entonces no sé, cuántas niñas, dice que la mitad de las niñas tomaron el taller de modelaje, no se, los niños tomaron el taller de manga, tampoco sé.

METACOGNICIÓN Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS 73

CONOCIMIENTO DECLARATIVO – DESEMPEÑO BAJO (1.0 – 5.9)

	CONOCIMIENTO INTRA - INDIVIDUAL	CONOCIMIENTO DE LA TAREA	CONOCIMIENTO DE LAS ESTRATEGIAS
<b>PARTICIPANTES / INDICADORES</b>	Juzga. Emite algún juicio sobre sus fortalezas o dificultades al resolver el problema.	Comenta. Expresa las razones asociadas a la tarea por las que puede o no resolver el problema. Evidencia comprensión de las demandas de la tarea.	Comenta. Expresa las razones asociadas a la estrategia por las que puede o no resolver el problema
<b>OBSERVACIONES PARTICIPANTE 10</b>	No es claro si la estudiante comprendió la relación de variación de adultos - niños, ya que su explicación de cómo iba resolver el problema presenta una versión alterada respecto a la información dada; en la ejecución inicia con razonamientos adecuados frente a la relación, pero posteriormente asume el criterio que inicialmente describió en su planeación. Tiene dominio de todas las operaciones básicas y buen cálculo mental.	Muestra dudas frente a la quinta parte, pero lo ejecuta bien. La duda se genera en el resultado que obtiene. Comprende qué es la mitad. No es claro si comprende la variación niños y adultos, los razonamientos que tratan de explicar la relación son adecuados, pero en la ejecución final el resultado no se corresponde con la información conocida.	Utiliza las operaciones básicas de manera adecuada teniendo en cuenta las exigencias de cada situación específica. Hace lo que conoce, lo restante no lo tiene en cuenta ante las dudas que le generó el resultado. Se apoya bastante en el cálculo mental.

CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL – DESEMPEÑO SUPERIOR (9.0 – 10.0)

PLANEACIÓN

<b>PARTICIPANTES / INDICADORES</b>	Pregunta. Realiza alguna pregunta para lograr comprender el problema o saber lo que hay que hacer. Al investigador o a él mismo.	Explicarse el problema y concentrarse en la información relevante del problema. Los datos y las preguntas a resolver. Los repite o saca en la hoja los datos relevantes.	Determina un plan y las estrategias. Explica o se deduce cómo va a resolver el problema.
------------------------------------	--	--	--

<b>PARTICIPANTE 1</b>	<p>1. Tonces ahí, ¿cómo haríamos?...uh, a ver...Por cada adulto que va al paseo, van 2 menores de edad. / 2. Tonces, ahí irían 300. Entonces, tonces a ver. Tonces si van 150, 150 adultos, van 300 niños. ¿Tonces ahí cuánto sería? / 3. Del total de los menores de edad, 280; del total de los menores de edad la quinta parte son niños, la quinta parte, tonces ahí, ¿será que se divide?. / 4. Tonces, ¿cómo hago pa saber?. 56, 56, 56...las restantes son niñas. 280 menos 56. 10 menos 6, 4, 7 menos 5, 2, y el 2, 224. Supongo que son 224 niñas.</p>	<p>1. Bueno a ver entonces. 420 personas. 420 personas, por cada adulto que va al paseo, van 2 menores de edad. Entonces a ver...(no se te olvide ir hablando). Es que estoy pensando en cómo voy a dividir el número de los niños y los adultos. Tonces ahí, ¿cómo haríamos?...uh, a ver...Por cada adulto que va al paseo, van 2 menores de edad. / 2. Del total de adultos que va al paseo, 140, la mitad son hombres y la otra mitad son mujeres. La mitad son hombres y la otra mitad son mujeres. Del total de adultos que va al paseo la mitad son hombres y la otra mitad son mujeres. Tonces, adultos 70 y 70. Del total de los menores de edad, 280; del total de los menores de edad la quinta parte son niños, la quinta parte.</p>	<p>1. • <u>¿Qué vas a hacer para resolver el problema?</u>. Entonces, esto, eh, bueno, primero esta parte, de las 420 personas. Primero voy a, voy a digamos así como a multiplicar el número de los niños y los adultos. Eh, después voy a dividir cada uno de los números que de acá, voy a dividir. Yo creo que la mayor parte que toca hacer acá supongo que es dividir, por lo que estoy viendo. Y después ya para la última parte, voy a multiplicar los números que salen acá por los costos que salen acá del paseo.          • <u>¿Y algo más?</u>. No. Y después sumo y ya./ 2. Tonces voy a dividir acá 280, tonces 5 en 28. / 3. as restantes son niñas. 280 menos 56. / 3. 3000 por 280, 0, 0, 0, 8 por 0, 0, 8 por 0, 0, 8 por 0, 0, 8 por 3, 8 por 3, 8 por 3, 8 por 3, 24, si 24. Entonces acá. 2 por 0, 0, 2 por 0, 0, 2 por 0, 0, 2 por 3, 6. Tonces 0, 0, 0, 4, 840000 el ingreso para los menores. Si. 840000 el ingreso para los menores. Y, ingreso al centro vacacional para los adultos 5000. 5000 y voy a multiplicar por 140.</p>
-----------------------	---	---	---

<b>OBSERVACIONES PARTICIPANTE 1</b>	<p>La estudiante se define y representa el problema a través de su concentración en la información relevante, la explicación que se hace a sí misma de la situación con base en los datos dados y preguntarse a sí misma cómo se puede solucionar el problema. El plan general planteado parte de determinar inicialmente la relación importante adultos - niños, de ahí dividir para hallar mujeres, hombres, niños adultos. Posteriormente plantea calcular el costo de cada una de las actividades principalmente multiplicando, para finalmente sacar todas las cantidades. La estudiante siguió rigurosamente el plan que se propuso. En términos de estrategias cognitivas, lee hasta comprender, selecciona las operaciones que va a realizar, las ejecuta, obtiene un resultado final y lo revisa.</p>
-------------------------------------	--

## METACOGNICIÓN Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS 75

### CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL – DESEMPEÑO SUPERIOR (9.0 – 10.0)

#### PLANEACIÓN

<b>PARTICIPANTES / INDICADORES</b>	Pregunta. Realiza alguna pregunta para lograr comprender el problema o saber lo que hay que hacer. Al investigador o a él mismo.	Explicarse el problema y concentrarse en la información relevante del problema. Los datos y las preguntas a resolver. Los repite o saca en la hoja los datos relevantes.	Determina un plan y las estrategias. Explica o se deduce cómo va a resolver el problema.
<b>PARTICIPANTE 3</b>			<p>1. • <u>¿Qué vas a hacer para resolver el problema?</u> Pues voy a, a que, a... voy a intentar sacar esto que es 420 personas y por cada adulto que va al paseo, van dos menores de edad. Entonces voy a sacar ahí, uh, un que.</p> <p>• <u>¿Para qué vas a hacer eso?</u> Para saber cuantos, hombres y mujeres y niños y niñas van.</p> <p>• <u>¿Y después que vas a hacer?</u> Pues cuando saque todo el resultado de niños y niñas y mujeres y hombres tengo que, que, que, que, que sacar todo lo que esta así, entonces si van a la piscina, entonces aquí dice centro de la piscina para adultos y lo multiplico, y así con lo que hay en el centro vacacional./ 2. Entonces, 140, ¿140?, ah si. / 3. Entonces, como son 144 lo divido entre 2, (...)Lo sumo. 0, 0, 6, 5, 5 y 1. Tonces, las niñas en el taller de modelaje pagan 155000. / 4. entonces lo multiplico. 6 por 0, 0, 6 por 0, 0, 6 por 5, 30, 0, lleva 3, 6, 1, 6, 7, 8, 9. 0,0, 3 por 5, 15, llevo 1, 3 por 1, 3 y 1, 4. (...)/ 5. Entonces, vamos a dividir 140 entre 2./ 3. Tonces acá dice ¿cuál es el costo que se debe cancelar en el centro vacacional, incluyendo el ingreso y todos los servicios utilizados? Entonces voy a, a, ¿a qué?, a sacar cual es la totalidad del ingreso de todos los, los que fueron al paseo.</p>
<b>OBSERVACIONES PARTICIPANTE 3</b>	El plan general del estudiante incluye encontrar las incógnitas en el problema (las implícitas en la lectura y las explícitas en la pregunta) y la operación que usará fundamentalmente para determinar los costos de las distintas actividades descritas en el texto. La selección de estrategias específicas se da durante la resolución del problema, así que es una secuencia de planeación - regulación y control constante, en donde el estudiante se centra en comprender los enunciados y darse orientaciones frente a lo que debe realizar para hallar la solución. Así que la definición del problema se da durante la resolución misma, al igual que las acciones de leer, seleccionar operaciones, ejecutarlas y dar un resultado. No hay evaluación de cada resultado por lo que no se percata de los errores operativos. Su resolución responde al plan que expresó realizar.		

CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL – DESEMPEÑO SUPERIOR (9.0 – 10.0)

PLANEACIÓN

<b>PARTICIPANTES / INDICADORES</b>	Pregunta. Realiza alguna pregunta para lograr comprender el problema o saber lo que hay que hacer. Al investigador o a él mismo.	Explicarse el problema y concentrarse en la información relevante del problema. Los datos y las preguntas a resolver. Los repite o saca en la hoja los datos relevantes.	Determina un plan y las estrategias. Explica o se deduce cómo va a resolver el problema.
<b>PARTICIPANTE 4</b>		<p>Después de leer el texto en voz alta, lee apartes del problema nuevamente, iniciando en el total de personas que van a asistir. No sé por donde empezar. Lee nuevamente la pregunta del problema. Relee en voz alta el texto del problema, iniciando por el párrafo del total de personas asistentes. Dice: voy a escribir las ideas. Toca sacar el total de menores de edad... Al paseo fueron un total de 420 personas, por cada adulto van 2 menores de edad. Del total de adultos, los adultos, van la mitad hombres. La otra mitad son mujeres. Del total de menores de edad. De los menores, toca sacar la quinta parte, eh, son niños y la otra mitad son niñas. (Continúa leyendo el resto del texto). Bueno, creo que ya. / 2. Bueno voy a empezar por sacar cuantos adultos y cuantos menores de edad van al paseo... Eh... si van 420 personas y... incluyendo adultos... adultos y menores. por cada adulto que va al paseo van 2 menores. por ejemplo si va un adulto van dos menores. Uno... van dos y serian ahí 3 personas. si van 3... adultos van 9 personas... 9 menores y serian 12 personas y son 420... eso va aumentar más el número de... de adultos... si van 100 adultos van 200 menores irían 300... / 3. Ahora los adultos que van ... de los... de los adultos que van al paseo ... la mitad son hombres, entonces irían 70... 70 hombres... y... La otra mitad son mujeres, serian 70 mujeres y 280 menores..... listo. Del total de adultos que van al paseo la mitad son hombres y la otra mitad son mujeres... del total de menores de edad la quinta parte son niños y el restante son niñas..... toca sacar la quinta parte de 280 que son los menores que van al paseo... eh.. voy hacer una división.... 280 entre 5.</p>	<p>1. <u>¿Qué vas a hacer para resolver el problema?</u>          Primero voy a sacar cuántos adultos y cuántos menores de edad van al paseo. Después de los, de los que, de los adultos que van al paseo son la mitad hombres y el resto son las mujeres. De los menores sacar la quinta parte de los que van del paseo, de los doscientos cuar, de los 220 que van al paseo son niños, primero toca sacar la quinta parte que son niños y la otra mitad el resto son niñas. Después dentran al centro vacacional y ahí dije que todos los adultos utilizan la piscina. / 2. .. Bueno entonces aquí dice todos los adultos utilizan la piscina, entonces ....son 140 adultos por 6500. (...) Entonces de 224 .... toca sacar la mitad, voy a hacer una división.... 2 dividido 2, esta una vez, 0, 2 dividido en 2 esta una vez, 0, 2 dividido en 4 están 2 veces y 0... el total de niñas que entran al taller de modelaje son 112... 2300 por niña, ahora voy a hacer una multiplicación, de 2300 por niña y entran 112, voy a hacer una multiplicación. / y esto del taller de elaboración de joyas para mujeres adulta vale 4.500 por cada una, entonces 4.500 por 20 (...)/ para los adultos. en total son 140 adultos que vale por cada uno .centro vacacional para los adultos. creo que es para cada uno, vale 5.000... y son 140 adultos .. y ... son 280 menores vale 3.000 pesos... 3.000 por 280 que son los menores, voy a hacer una multiplicación.</p>

## METACOGNICIÓN Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS 77

### CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL – DESEMPEÑO SUPERIOR (9.0 – 10.0)

#### PLANEACIÓN

<b>PARTICIPANTES / INDICADORES</b>	Pregunta. Realiza alguna pregunta para lograr comprender el problema o saber lo que hay que hacer. Al investigador o a él mismo.	Explicarse el problema y concentrarse en la información relevante del problema. Los datos y las preguntas a resolver. Los repite o saca en la hoja los datos relevantes.	Determina un plan y las estrategias. Explica o se deduce cómo va a resolver el problema.
<b>OBSERVACIONES PARTICIPANTE 4</b>	Concentrarse en la información relevante, identificando con claridad los datos conocidos, los desconocidos y las relaciones complejas descritas en el problema le permiten al estudiante definirse el problema de manera clara. Con esto, elabora un plan que se centra en hallar solución a las incógnitas que están implícitas y las que son explícitas, aunque no plantee como determinarlas. Las estrategias a utilizar en el problema las va definiendo a medida que avanza en la resolución, subdividiendo en problema en partes, como parte de las demandas necesarias de la tarea. La secuencia de pasos implica entonces leer, seleccionar la operación, ejecutarla y dar una solución. Omite revisión y evaluación del resultado.		
<b>PARTICIPANTE 5</b>		Relee apartes del problema algunos en voz alta, otros susurrando.	<p>1. • <u>¿Qué vas a hacer para resolver el problema?</u> Voy primero, eh, voy a sacar primero cuáles son, cuántos adultos van de mujeres y hombre y después cuántos niños y niñas van.</p> <p>• <u>¿Y después?</u>. Y después ahí saco todas las mujeres que van al taller, los adultos que van al modelaje, las niñas que van al modelaje y los que se inscriben al torneo de tejo.</p> <p>• <u>¿Y qué más?</u> Y después voy a sacar todo lo que se gastaron en lo que hicieron y de ahí saco el resultado a la pregunta. / 2. Eso lo sumo, 140 sumo con 280, 0, 8, 9, 10, 12, 420. Entonces sería 420. Entonces serían 140 adultos y 280 niños. / 3. Del total de adultos que va al paseo la mitad son hombres y la mitad son mujeres. Tonces, 140, eso se divide entre 2, para sacarle la mitad de hombres y la mitad de mujeres. / 4. Quinta parte, tonces serían 280, 280, quinta parte...toca dividimos a ver cuánto nos da, entre 5. / 5. Tonces ahora suma todos los resultados que dio.</p>
<b>OBSERVACIONES PARTICIPANTE 5</b>	Su plan está centrado en la identificación de las incógnitas implícitas y explícitas del problema, la secuencia en que debe hallarlas, pero no en la estrategia que ejecutará en cada caso. La determinación de la estrategia se da a lo largo de la solución del problema. Lee, selecciona la operación, la ejecuta y da un resultado parcial en cada caso. Finalmente, da un resultado global. Para definirse el problema, releyó varias veces los apartes del problema que contienen la información más crítica - relación adultos - menores, cantidad de mujeres, hombres, niños y niñas.		

**CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL – DESEMPEÑO SUPERIOR (9.0 – 10.0)**

**PLANEACIÓN**

<b>PARTICIPANTES / INDICADORES</b>	Pregunta. Realiza alguna pregunta para lograr comprender el problema o saber lo que hay que hacer. Al investigador o a él mismo.	Explicarse el problema y concentrarse en la información relevante del problema. Los datos y las preguntas a resolver. Los repite o saca en la hoja los datos relevantes.	Determina un plan y las estrategias. Explica o se deduce cómo va a resolver el problema.
<b>PARTICIPANTE 7</b>			<ul style="list-style-type: none"> <li>• <u>¿Qué vas a hacer para resolver el problema?</u>. Bueno, primero voy a hacer una multiplicación, eh... ahí sacó la mitad, hombres y mujeres, lo de la quinta no lo entiendo muy bien,...</li> <li>• <u>¿Qué más vas a hacer?</u>. Después la quinta del resultado que de, la mitad para sacar lo de los niños, lo restante las niñas, eso.</li> </ul>
<b>OBSERVACIONES PARTICIPANTE 7</b>	El plan elaborado muestra la identificación de las incógnitas implícitas y explícitas y la selección de la operación general para el cálculo de resultados de las incógnitas explícitas. A medida que se da la solución, selecciona las estrategias adicionales que debe ejecutar. Entonces, lee, vuelve a leer cuando no comprende (aunque esto no le garantizó la comprensión ni la definición de las estrategias), selecciona la operación, las ejecuta y da una respuesta.		

## METACOGNICIÓN Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS 79

### CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL – DESEMPEÑO BAJO (1.0 – 5.9)

#### PLANEACIÓN

**PARTICIPANTES / INDICADORES**

Pregunta. Realiza alguna pregunta para lograr comprender el problema o saber lo que hay que hacer. Al investigador o a él mismo.

Se concentra en la información relevante del problema. Los datos y las preguntas a resolver. Los repite o saca en la hoja los datos relevantes.

Determina un plan y las estrategias. Explica o se deduce cómo va a resolver el problema.

**PARTICIPANTE 2**

1. ¿La quinta parte cómo es?. La tabla de multiplicar por 5. 210 por 5, 5 por 0, 0, 5 por 1, 5, 5 por 2, 10. Si 10

- **¿Qué vas a hacer para resolver el problema?**  
Bueno, pues voy a, mirando acá, voy a sumar los precios, cuántos niños y cuántos adultos son y voy a mirar el este, entonces voy a hacer sumas.
- **Entonces, ¿primero que vas a hacer?** Primero voy a acá a mirar cuántos menores van, cuántos adultos van, cuántas mujeres van, cuántos niños van y cuántas niñas van.
- **¿Después?** Después voy a mirar cuánto se va todo con lo que juegan tejo, el otro torneo y elaboración de joyas.
- **Y ¿después?** Después ya la solución.

**OBSERVACIONES PARTICIPANTE 2**

La estudiante muestra dificultades para definir y representarse el problema. No se concentra en revisar la información relevante que es compleja en el problema - relación adultos niños -, que sumado a las dificultades por desconocimiento de las estrategias adecuadas limita su comprensión y resolución. En términos de un plan general, la estudiante reconoce las incógnitas y establece una ruta clara a seguir (determinar adultos, menores, hombres, mujeres), pero no tiene claridad en cómo realizarlo.

**PARTICIPANTE 6**

1. Relee el aparte del problema relacionada con las actividades que se realizan en el centro vacacional y la pregunta. / 2. Relee la parte del problema en la que se indica la cantidad de personas asistentes y su distribución, así como el resto del texto en adelante. Ay Dios. Relee otra vez.

1. Pues yo pienso que aquí hay que hacer una multiplicación y luego una suma. / 2. Como aquí me dicen cuál es el costo que se debe cancelar al centro vacacional, incluyendo todos los personajes, toca hacer una suma de 420 personas a la entrada del centro vacacional. Y como aquí dice incluyendo el ingreso y todos los servicios utilizados, entonces luego me toca hacer una suma de todo lo que en el centro vacacional han utilizado. Digo yo, no.

## METACOGNICIÓN Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS 80

### CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL – DESEMPEÑO BAJO (1.0 – 5.9)

#### PLANEACIÓN

**PARTICIPANTES / INDICADORES**

Pregunta. Realiza alguna pregunta para lograr comprender el problema o saber lo que hay que hacer. Al investigador o a él mismo.

Se concentra en la información relevante del problema. Los datos y las preguntas a resolver. Los repite o saca en la hoja los datos relevantes.

Determina un plan y las estrategias. Explica o se deduce cómo va a resolver el problema.

**OBSERVACIONES PARTICIPANTE 6**

Durante el tiempo que estuvo pensando en cuál iba a ser su plan de solución se concentró en la información relevante del problema, pero más que en las relaciones críticas, adultos - menores - niños - niñas, en las actividades descritas en el texto. Entonces su plan muestra que está centrada en las operaciones y la incógnita explícita, sin tener en cuenta las implícitas. A diferencia de todos los demás, comienza pensando en el ingreso al centro vacacional, notando que entonces debe calcular la relación adulto - niños. Lo que se evidencia, es que uno puede hacer un plan global de cómo se resuelve un problema, pero luego vienen las dificultades para ejecutar ese plan, porque no se comprende toda la información y porque se carecen de las herramientas procedimentales para la resolución.

**PARTICIPANTE 8**

1. • ¿Qué vas a hacer para resolver el problema?. Pues sería primero mirar, cuántos, aquí dice que por un adulto, van dos menores de edad. Entonces sería sacar cuántos adultos van y cuántos menores de edad van.
- ¿Después de eso qué seguiría?. (susurra la lectura del texto). Después sería (susurra)...Sería sacar el precio de los adultos que ingresan a la piscina. Después de sacar cuántos niños van, sacar la mitad de niños y niñas que van al paseo. Y dice que, la mitad de las niñas practican el taller de modelaje, sacar el precio de las niñas que van al taller de modelaje y después de saber cuántos niños van, saber el precio de los que van al taller de manga y sacar el precio de las 20 mujeres que van al taller de joyas y la mitad de los hombres que van al torneo de tejo.
- ¿Y después?. Sumo lo que dio todo y ahí saco el precio total que deben cancelar para el centro vacacional.

**OBSERVACIONES PARTICIPANTE 8**

Su plan está basado en la identificación de las incógnitas implícitas y explícitas del problema. La definición de estrategias se va realizando a medida que se soluciona el problema, por el fraccionamiento en situaciones. Lee, determina una operación y la ejecuta.

# METACOGNICIÓN Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS 81

## CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL – DESEMPEÑO BAJO (1.0 – 5.9)

### PLANEACIÓN

**PARTICIPANTES / INDICADORES**

Pregunta. Realiza alguna pregunta para lograr comprender el problema o saber lo que hay que hacer. Al investigador o a él mismo.

Se concentra en la información relevante del problema. Los datos y las preguntas a resolver. Los repite o saca en la hoja los datos relevantes.

Determina un plan y las estrategias. Explica o se deduce cómo va a resolver el problema.

**PARTICIPANTE 9**

1. Relee apartes del problema, desde donde se indican los costos de las actividades. / 2. Entonces, vuelve a leer desde donde se encuentra el total de personas.

1. Primero voy a sacar la mitad de 420 para saber cuántos hombres fueron y así saber cuánto fue que en total pagaron los hombres para participar en el torneo de tejo. Después voy a sacar la , ¿dónde está?, la quinta parte, para saber cuántos niños, cuántos menores entraron y cuánto se dio para que entraran en el centro vacacional. Y de las mujeres también. Y por cada adulto son 6500. Uzzz, uh.

**OBSERVACIONES PARTICIPANTE 9**

No identifica las relaciones críticas del problema, por lo cual no puede definir y representarse adecuadamente el problema, lo que se hace notorio a lo largo de la resolución, puesto que opta por hacer supuestos para poder continuar con el problema. La planeación se concentró no en las incógnitas como tal, sino en la información conocida.

**PARTICIPANTE 10**

O sea qué, ¿cómo es que se hace?, eh, voy a buscar un número que me de la cantidad, no, la mitad de 420 es 210, 210, 210.

1. • ¿Qué vas a hacer para resolver el problema?. Primero voy a hacer una multiplicación, después hago una división y después si sumo.  
 • ¿Y para qué vas a hacer eso?. La división, la multiplicación es para, eh, porque aquí dice que la mitad son mujeres y van acompañadas de dos niños y la otra mitad son hombres, entonces voy a ver cuántos niños hay en total y cuántas mujeres van por niño, y los hombres que, ya la cantidad que sobre si serían los hombres. Y la, la suma, es para ver, si para ver cuantos niños participaron en el taller de manga y para ver que la mitad de niñas participaron en el taller de modelaje... Y para sacar la quinta parte de los niños. /  
 2. Bueno, primero voy a hacer la multiplicación. Como van, cuarenta..., 420 personas, incluyendo menores de edad y adultos, entonces voy a ver cuantos niños van... Voy a hacer una multiplicación y voy a buscar un número que me de...

**CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL – DESEMPEÑO BAJO (1.0 – 5.9)**

**PLANEACIÓN**

**PARTICIPANTES  
/ INDICADORES**

Pregunta. Realiza alguna pregunta para lograr comprender el problema o saber lo que hay que hacer. Al investigador o a él mismo.

Se concentra en la información relevante del problema. Los datos y las preguntas a resolver. Los repite o saca en la hoja los datos relevantes.

Determina un plan y las estrategias. Explica o se deduce cómo va a resolver el problema.

**OBSERVACIONES  
PARTICIPANTE  
10**

No consigue hacerse una definición adecuada del problema pese a que relea el problema, y se lo explica a sí misma, por lo que su plan general se ve afectado por este hecho. El plan estuvo centrado en determinar las operaciones que debía desarrollar, reconociendo la utilidad de cada una para encontrar las incógnitas implícitas en el problema, pues no hace referencia a la pregunta global que se le realiza. En términos de secuencia de pasos, el plan se fundamenta en estrategias cognitivas: leer, seleccionar una operación y ejecutarlas.

CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL – DESEMPEÑO SUPERIOR (9.0 – 10.0)

REGULACIÓN Y CONTROL

PARTICIPANTES / INDICADORES	Revisa. Desarrolla un procedimiento y se toma un tiempo para chequear que le haya quedado bien. Emite juicios al respecto.	Comprueba. Hace alguna operación matemática para verificar que una operación previamente realizada le haya quedado bien.	Pausa. Se toma un tiempo para volver a leer el problema y /o las preguntas antes de continuar con sus operaciones	Autocuestionamiento. Lanza alguna pregunta o comentario en voz alta que permita dar cuenta de que está cuestionando y verificando lo que hace.	Pregunta a otros. Elabora una pregunta al investigador sobre cómo va con lo que está haciendo o para confirmar su procedimiento.	Detecta y corrige errores. Hace algún comentario que muestra que ha encontrado un error y lo corrige.
PARTICIPANTE 1	1. Ay será que ya dio. 420. 140 adultos y 280. Uh...Si eso dio, voy a hacer una suma acá a ver. / 2. Tonces acá voy a poner, piscina, tejo, manga, modelaje y aquí falta la elaboración de joyas que son 90000. Tonces, 1, 2, 3, 4, 5, entonces aquí están los 5 y el ingreso que fueron 840000 y 700000.	1. Ay será que ya dio. 420. 140 adultos y 280. Uh...Si eso dio, voy a hacer una suma acá a ver./ 2. . La mitad son hombres y la otra mitad son mujeres. 70, la mitad de 140. 7 y 7 14, si, la mitad de 140 es 70.		1. Tonces cuántos serían?...uh...ciento., ciento,...180, 180, 8 y 8 16, 360. 360 más, 14, 0 acá, 14..., uy no, se pasó. ¿Tonces cuánto sería?./ 2. Y aquí lo mismo, 0, 0, 3, 2. 0, acá da 0, 6, 4 mas 3, 7, 2 mas 3, 5 y 2. ¿257600?. Ah, pero son 112 niñas. Entonces acá supongo que aquí está bien para el taller de modelaje.		
PARTICIPANTE 3			1. ¿Cuál es el costo total?...Vamos a. Tonces acá dice ¿cuál es el costo que se debe cancelar en el centro vacacional, incluyendo el ingreso y todos los servicios utilizados? Entonces voy a, a, ¿a qué?, a sacar cual es la totalidad del ingreso de todos los, los que fueron al paseo.			

CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL – DESEMPEÑO SUPERIOR (9.0 – 10.0)

REGULACIÓN Y CONTROL

PARTICIPANTES / INDICADORES	Revisa. Desarrolla un procedimiento y se toma un tiempo para chequear que le haya quedado bien. Emite juicios al respecto.	Comprueba. Hace alguna operación matemática para verificar que una operación previamente realizada le haya quedado bien.	Pausa. Se toma un tiempo para volver a leer el problema y /o las preguntas antes de continuar con sus operaciones	Autocuestionamiento. Lanza alguna pregunta o comentario en voz alta que permita dar cuenta de que está cuestionando y verificando lo que hace.	Pregunta a otros. Elabora una pregunta al investigador sobre cómo va con lo que está haciendo o para confirmar su procedimiento.	Detecta y corrige errores. Hace algún comentario que muestra que ha encontrado un error y lo corrige.
PARTICIPANTE 4			<p>1. Aquí dice que el ingreso al centro vacacional para los menores de edad , vale 3.000 y el ingreso al centro vacacional para los adultos vale 5.000, el uso de la piscina ya, el taller de modelaje ya, el taller de manga ya, la elaboración de joyas ya, nos falta el ingreso al centro para los menores y para los adultos. en total son 140 adultos que vale por cada uno .centro vacacional para los adultos. creo que es para cada uno, vale 5.000... y son 140 adultos .. y ... son 280 menores / 2. Y dice la ultima pregunta que ... ¿cuál es el costo total que se le debe cancelar al centro vacacional, incluyendo los ingresos a todos los servicios utilizados?</p>			
PARTICIPANTE 5						
PARTICIPANTE 7				<p>1. Voy a multiplicar, quinta parte...Es que no entiendo. (susurra). Multiplico, no, pero se pasa, uh,...quinta parte.</p>		

CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL – DESEMPEÑO SUPERIOR (9.0 – 10.0)

REGULACIÓN Y CONTROL

**PARTICIPANTES / INDICADORES**

Monitoreo de la comprensión. Periódicamente revisa para ayudarse a si mismo a comprender relaciones importantes.

Interactúa con las demandas de la tarea para orientar la ejecución.

Cambia la estrategia. Empieza nuevamente el problema o parte de él para ajustar su estrategia

**PARTICIPANTE 1**

1. Tonces a ver, tonces voy a hacer acá una cosa, a ver si puedo así. Tonces, a ver, digamos si van 100 adultos; por cada adulto que va al paseo, van 2 menores de edad, entonces ya sería el doble, supongo... Por cada adulto que va al paseo, van 2 menores de edad. Supongo que son 200 niños que van. 420. Tonces, ahí irían 300. Entonces, tonces a ver. Tonces si van 150, 150 adultos, van 300 niños. ¿Tonces ahí cuánto sería? 0, 5, 4, 450. / 2. Cuando ingresan al centro vacacional, todos los adultos utilizan la piscina. Eh, uso de las piscinas: sin costo para los menores de edad y \$6500 por cada adulto que la utilice. / 3. ¿Cuál es el costo total que se le debe cancelar al centro vacacional, incluyendo el ingreso y todos los servicios utilizados?.

1. Tonces a ver, tonces voy a hacer acá una cosa, a ver si puedo así. Tonces, a ver, digamos si van 100 adultos; por cada adulto que va al paseo, van 2 menores de edad, entonces ya sería el doble, supongo... Por cada adulto que va al paseo, van 2 menores de edad. Supongo que son 200 niños que van. 420. Tonces, ahí irían 300. Entonces, tonces a ver. Tonces si van 150, 150 adultos, van 300 niños. ¿Tonces ahí cuánto sería? 0, 5, 4, 450. Tonces no, sería un número menor. Si van 110, si van 110 niños, 110 adultos, van 220 niños. 220, tonces ahí serían, no, 220, 330, no, son más. Uh...tonces irían doscientos, no doscientos no... a ver... 420 personas, 420, 420... bueno, si van 100 adultos, van 200 niños, si van 150 adultos, van 300 niños, a ver, 150, 300... si van 120 adultos, 120, van doscientos... 240. 0, 6, 360. Tos ahí sería 360 y aquí cuánto es, aquí es 450... ¿Tonces cuántos serían?...uh...ciento., ciento,.....180, 180, 8 y 8 16, 360. 360 más, 14, 0 acá, 14..., uy no, se pasó. ¿Tonces cuánto sería?. Estoy mirando cuál número es, así, busque y busque a ver. 160...6 y 6, 12, 320, tonces si van 160 adultos, van 320 niños, 0, 8, 480. Ay Dios mio. Del total de adulto que va al paseo la mitad...140, 14 y 14 28, 280. / 2. "1. Cuando ingresan al centro vacacional, todos los adultos utilizan la piscina. Eh, uso de las piscinas: sin costo para los menores de edad y \$6500 por cada adulto que la utilice. Tonces, 6500, todos los adultos utilizan la piscina. 6500 por 140. 0, por 0, 0, 0 por 5, acá todo da 0, 4 por 0, 0, 4 por 0, 0, 4 por 5, 20, llevo 2, 4 por 6, 24 y 2, 26, 1 por 0, 0, 1 por 0, 0, 1 por 5, 5 1 por 6. Tonces sumo esto, 0, 0, 0, 6 y 5, 11, llevo 1, 6 y 2, 8 y 1, 9. 910000 para la piscina. Piscina de los adultos. Todos los adultos utilizan la piscina, la mitad de las niñas participa del taller de modelaje. Entonces, si son la mitad de las niñas, la mitad de 224..., dividido en 2. Voy a dividir acá el número de las niñas, 2 en 2, 1, 2 en 2, 1, 2 en 4, 2, 112. Entonces, la mitad de las niñas participa del taller de modelaje, son 112 niñas; 122 niñas y el taller de modelaje vale 2300 por niña. Tonces multiplico 2300 por 112. 2 por 0, 0, 2 por 0, 0, 2 por 3, 6, 2 por 2, 4, 1 por 0, 0, 1 por 0, 0, 1 por 3, 3, 1 por 2, 2. Y aquí lo mismo, 0, 0, 3, 2, 0, acá da 0, 6, 4 mas 3, 7, 2 mas 3, 5 y 2. ¿257600?. Ah, pero son 112 niñas. Entonces acá supongo que aquí está bien para el taller de modelaje. A ver, taller de modelaje. Todos los niños toman el taller de manga, entonces, los niños, la quinta parte son niños, tonces son 56 niños. Todos los niños toman el taller de manga, tonces el taller de manga vale 1500; por 1000. Tonces 1500 multiplico. 6 por 0, 0, 6 por 0, 0, 6 por 5, 30, 6 por 5, 30, llevo 3, 6 por 1, 6 y 3, 9. 5 por 0, 0, 5 por 0, 0, 5 por 5, 25, llevo 2, 5 por 1, 5 y 2, 7. Tonces sumo esto, 0, 0, 9 y 5, da 14, lleva 1, 7 y 1, 8. Tonces acá da 84000, para el taller de manga. 20 mujeres participan del taller de elaboración de joyas. 20 mujeres. Entonces, acá, son 20 mujeres. Uh... Elaboración de joyas, 4500. Entonces, multiplico otra vez. 0, por 0, 0, 0, 0, 2 por 0, 0, 2 por 0, 0, 2 por 5, 10, ¿si 2 por 5, 10?, si 2 por 5, 10, llevo 1, 2 por 4, 8 y 1, 9. 0, 0, 0, 0, entonces acá 90000. Taller de elaboración de joyas. Y la mitad de los hombres se inscriben al torneo de tejo. Eh, entonces los hombres. 20 mujeres participan del taller de elaboración de joyas y la mitad de los hombres se inscriben al torneo de tejo. Tonces la mitad de 70 es 35. La mitad de los hombres, entonces 35, torneo de tejo para hombres, 2000 por cada hombre. 0, 0, 0, 0, 5 por 2, 10, 3 por 0, 0, 3 por 0, 0, 3 por 2, 6. 0, 0, 0, 0, 70000 del torneo de tejo. / 3. ¿Cuál es el costo total que se le debe cancelar al centro vacacional, incluyendo el ingreso y todos los servicios utilizados?. Tonces, incluyendo el ingreso también, entonces, ingreso al centro vacacional para los menores de edad, entonces los menores de edad son 280. 3000 por 280, 0, 0, 0, 8 por 0, 0, 8 por 0, 0, 8 por 0, 0, 8 por 3, 8 por 3, 8 por 3, 8 por 3, 24, si 24. Entonces acá. 2 por 0, 0, 2 por 0, 0, 2 por 0, 0, 2 por 3, 6. Tonces 0, 0, 0, 4, 840000 el ingreso para los menores. Si. 840000 el ingreso para los menores. Y, ingreso al centro vacacional para los adultos 5000. 5000 y voy a multiplicar por 140. 0, 0, 0, 0, 4 por 0, 0, 4 por 0, 0, 4 por 5, 20, 1 por 0, 0, 0, 0, 1 por 5, 5...Si. 0, 0, 0, 0, 700000 para los adultos, para el ingreso de los adultos.

CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL – DESEMPEÑO SUPERIOR (9.0 – 10.0)

REGULACIÓN Y CONTROL

**PARTICIPANTES / INDICADORES**

Monitoreo de la comprensión. Periódicamente revisa para ayudarse a si mismo a comprender relaciones importantes.

Interactúa con las demandas de la tarea para orientar la ejecución.

Cambia la estrategia. Empieza nuevamente el problema o parte de él para ajustar su estrategia

**PARTICIPANTE 3**

1. Entonces, acá dice incluyendo menores de edad y adultos. Por cada adulto que va al paseo, van dos menores de edad. Entonces si van 100 adultos, van 200 niños, entonces ahí serían 300. /2.. Entonces 180 niños, la quinta parte, la quinta parte serían...(susurra). (no olvides hablar fuerte). 5 en 30, serían 6 (...); Entonces, 140, ¿140?, ah si. 140 por 6500(...); Y la mitad de los hombres se inscriben en el torneo de tejo. Tonces (susurra). Ah ya.

1. Entonces, acá dice incluyendo menores de edad y adultos. Por cada adulto que va al paseo, van dos menores de edad. Entonces si van 100 adultos, van 200 niños, entonces ahí serían 300. Tonces aquí sería si van 150 adultos, van...Tonces aquí serían 150, aquí serían 300, entonces 300 mas 150, 0, 5, 4, 450, entonces me paso. Entonces pongamos 130, van 260, serían 0, 9,3, 390, no. Tonces serían 140. 140 entonces aquí serían 180, 0, 8 y 4, 12, entonces 3. / 2. Entonces acá dice cuando ingresan al centro vacacional, ah no espere me falta esta parte, la quinta parte son niños y la restante son niñas. Entonces 180 niños, la quinta parte, la quinta parte serían...(susurra). (no olvides hablar fuerte). 5 en 30, serían 6, tonces 6 por 5, 10 a 30, 0. Entonces, pues creo que los niños serían 36. 36 más...4.(susurra), 3, 4, 4, 4, 8. Darían 144. Entonces aquí serían ...bueno. Entonces, niños serían 36 y niñas 144. Listo. Cuando ingresan al centro vacacional, todos los adultos utilizan la piscina. Entonces, 140, ¿140?, ah si. 140 por 6500. 0,0,0,0, 4 por 0, 0, 4 por 0, 0, 4 por 5, 20. 6 por 4... 6 por 4...6 por 4, 24 y 2, 26, 1 por 0, 0, 1 por 0, 0, 5 y 6. 0, 0, 0, 6, 5, 11, no. 6, 7, 8, 9, 10, 11. Si. Llevo 1. 6, 7, 8, 9. Entonces paga los adultos piscina noventa y un, ah no, 910000, 910000. La mitad de las niñas participa del taller de modelaje. Entonces, como son 144 lo divido entre 2, entre este, entonces 14, 7 por 2, 14, 14, 0, bajo el 4, 2 por 2, 4, entonces sería 72. 72, modelaje. 72 por 2300 que vale el taller de modelaje. 2 por 0, 0, 2 por 0, 0, 2 por 3, 6, 2 por 7, 14. 7 por 0, 0, 7 por 0, 0, 7 por 3, 21, 7 por 2, 14 y 1, 15. Lo sumo. 0, 0, 6, 5, 5 y 1. Tonces, las niñas en el taller de modelaje pagan 155000. 155600. Listo. Entonces acá dice, la mitad de las niñas; todos los niños toman el taller de manga. Tonces como son 36 niños, ah, 36 niños y el taller de manga vale 1500, entonces lo multiplico. 6 por 0, 0, 6 por 0, 0, 6 por 5, 30, 0, lleva 3, 6 por 1, 6, 7, 8, 9. 0,0, 3 por 5, 15, llevo 1, 3 por 1, 3 y 1, 4. Listo, 0, 0, 0, ¿0?, si, 0, 9 por 5, 45, llevan 4, entonces serían 8. 85000. 85000 del taller de manga. Taller de manga. Entonces, 20 mujeres participan en el taller de elaboración de joyas. Entonces, 20 mujeres, elaboración de joyas que vale 4500. 4500 sería, 0, 0, 0, 0. 2 por 0, 0, 0, 2 por 5, 10, llevo 1, 4 por 2, 8 y 9. 0, 0, 0, 9. 90000 en el taller de elaboración. Listo. Y la mitad de los hombres se inscriben en el torneo de tejo. Tonces (susurra). Ah ya. Entonces, vamos a dividir 140 entre 2. 140 dividido entre 2 sería 7 por 2, 14, a 14, 0. 70. 70 y la mitad de 70, 70 sería...3, 3 por 2, 6 a 7, 1, bajo el 10, 5 por 2, 10, tonces serían 35 hombres. 35 hombres que participan en el torneo de tejo. Y el torneo vale 2000 por cada uno. Por 2000. 0, 0, 0, 5 por 2, 10. 3 por 0, 0, 3 por 0, 0, 3 por 0, 0, 3 por 2, 6. 0, 0, 0, 7. 70000 del torneo. Torneo. 2. Entonces voy a, a, ¿a qué?, a sacar cual es la totalidad del ingreso de todos los, los que fueron al paseo. Entonces sería para menores de edad, 180 por 3000. 0, 0, 0, 0, 0, (susurra), 8 por 3...8 por 3, 24, 0, 0, 0, 3. Tonces, 0, 0, 0, 0, 4, 5. Tonces la entrada de los niños costaría 540000 (susurra). Vamos ahora a la de los adultos, 140 por 5000, 0, 0, 0, 0, 4 por 0, 0, 4 por 0, 0, 4 por 0, 0, 4 por 5, 20. 0, 0, 0, 1 por 5, 5. Serían 0, 0, 0, 7. 700000. 700000. Entonces vamos a sumar lo que me dio de las demás, de los demás talleres, 90000, 70000, 85000, 910000, 155600. Tonces vamos a sumar. 0, 0, 0, 5 mas 5, 10, lleva 1, 5 mas 9, 14, mas 7, 21, mas 9, 29, 30, 35. 8, 8, 10, 17, 20, 25. Uhzz. Ya.

CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL – DESEMPEÑO SUPERIOR (9.0 – 10.0)

REGULACIÓN Y CONTROL

**PARTICIPANTES / INDICADORES**

Monitoreo de la comprensión. Periódicamente revisa para ayudarse a si mismo a comprender relaciones importantes.

Interactúa con las demandas de la tarea para orientar la ejecución.

Cambia la estrategia. Empieza nuevamente el problema o parte de él para ajustar su estrategia

**PARTICIPANTE 4**

1. Uno...van dos y serian ahí 3 personas. si van 3... adultos van 9 personas...9 personas. si van 3... adultos van 9 personas...9 menores y serian 12 personas y son 420...eso va aumentar más el número de...de adultos...si van 100 adultos van 200 menores irían 300...va aumentar más.. si van 150 adultos van 300 niños, serian 450 personas . / 2. Cuando ingresan al centro vacacional todos los adultos utilizan la piscina. Serían ... 140 adultos y estos les cuesta, el ingreso vacacional para los menores de edad vale 3000 pesos , el ingreso al centro vacacional para los adultos vale 5000 , uso de las piscinas sin costo para los menores de edad y 6500 ..uso de las piscinas sin costo para los menores de edad... uso de las ... (susurra) ...ah... ya entendí...

1. Uno...van dos y serian ahí 3 personas. si van 3... adultos van 9 personas...9 menores y serian 12 personas y son 420...eso va aumentar más el número de...de adultos...si van 100 adultos van 200 menores irían 300...va aumentar más.. si van 150 adultos van 300 niños, serian 450 personas ...ahí me pase...entonces voy disminuir...(...). voy a sumarle ....5 mas .... 140 personas, por 2...2 por 0 , 0 , 2 por 4 , 8 y 2 por 1, 2...mas 140..eh ...0 y 0, 0, 4 y que,,, 4 y 8, 12, va 1,,1 y 1, 2 y 2 ,4...me da 420..entonces irían 140 adultos y 280 menores. / 2. Ahora los adultos que van ...de los... de los adultos que van al paseo ...la mitad son hombres, entonces irían 70...70 hombres...y.... La otra mitad son mujeres, serian 70 mujeres y 280 menores.....listo. Del total de adultos que van al paseo la mitad son hombres y la otra mitad son mujeres... del total de menores de edad la quinta parte son niños y el restante. / 3. Del total de adultos que van al paseo la mitad son hombres y la otra mitad son mujeres...del total de menores de edad la quinta parte son niños y el restante son niñas..... entonces...la quinta parte .... que el resultado es 56 son niños.... y ahí dice que el restante son niñas.. Entonces voy a hacer una resta...280 menores le resto 56 que son la quinta parte (...)/ 4. Eh... cuando ingresan al centro vacacional todos los adultos utilizan la piscina, la mitad de las niñas participan en el taller de modelaje... Bueno aquí dice que hay 224 niñas, y toca decir ,y.. nos piden que.... La mitad de las niñas participa en el taller de modelaje... / 5. Cuando ingresan al centro vacacional todos los adultos utilizan la piscina. Serían ... 140 adultos y estos les cuesta, el ingreso vacacional para los menores de edad vale 3000 pesos , el ingreso al centro vacacional para los adultos vale 5000 , uso de las piscinas sin costo para los menores de edad y 6500 ...uso de las piscinas sin costo para los menores de edad... uso de las ... (susurra) ...ah... ya entendí... o sea que los menores no pagan nada para sin..... para entrar a las piscina...6500 por cada adulto que la utilice. Todos los niños toman el taller de manga.. y son 56 niños ... y esto les cuesta 1500 por niño...y 56 por 1500...6 / Eh.... dice que 20 participan en el taller de elaboración de joyas.... y son ...70 y participan 20...entonces quedan 50 que creo que no hicieron nada.....entonces 20 y esto del taller de elaboración de joyas para mujeres adulta vale 4.500 por cada una. / ... el total seria de todo el servicio mas el costo total de que se debe cancelar en el centro vacacional es de 2.951.600. Y aquí 700 mas 840...eh.. 0 mas 4, 4, 8 mas 7 ,15...eh... el solo ingreso al centro vacacional para las 420 personas incluyendo hombres y mujeres es de 1.540.000. Y los servicios utilizados...Ahora voy a hacer una resta... 6 menos 0 , 6, 1 menos 0, 1, 5 menos 4, 1 , 9 menos 5, 4, y 2 menos 1, 1... listo ... el ingreso al centro Y ... esto es de servicios utilizado.

CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL – DESEMPEÑO SUPERIOR (9.0 – 10.0)

REGULACIÓN Y CONTROL

**PARTICIPANTES  
/ INDICADORES**

Monitoreo de la comprensión. Periódicamente revisa para ayudarse a si mismo a comprender relaciones importantes.

Interactúa con las demandas de la tarea para orientar la ejecución.

Cambia la estrategia. Empieza nuevamente el problema o parte de él para ajustar su estrategia

**PARTICIPANTE  
5**

1. Si van 420 personas, si van, dice por cada adulto que va al paseo van 2 menores de edad, si van, por cada adulto. Del total de adultos. Si van 100 adultos, van 100 adultos, van 100 adultos, por cada adulto que va al paseo van 2 mujeres (jjaja), van 2 niños, tonces van 200 niños y eso sumaría, darían 400. Si van 110 adultos van 120, 220, 220 niños, 0, 3, entonces se suma, 2 mas 1 da 3, 2 mas 1, da 3, tonces no alcanza. Si van 120 adultos, van 240 niños. 0, se suma, 4 y 2, 6, 3. / 2. 2. Del total de adultos que va al paseo la mitad son hombres y la mitad son mujeres. Tonces, 140, eso se divide entre 2, para sacarle la mitad de hombres y la mitad de mujeres. Uh. Tonces, 14, entre 2, da 7. 7 por 2, 14, 0, bajo el 0, 0.

1. Si van 420 personas, si van, dice por cada adulto que va al paseo van 2 menores de edad, si van, por cada adulto. Del total de adultos. Si van 100 adultos, van 100 adultos, van 100 adultos, por cada adulto que va al paseo van 2 mujeres (jjaja), van 2 niños, tonces van 200 niños y eso sumaría, darían 400. Si van 110 adultos van 120, 220, 220 niños, 0, 3, entonces se suma, 2 mas 1 da 3, 2 mas 1, da 3, tonces no alcanza. Si van 120 adultos, van 240 niños. 0, se suma, 4 y 2, 6, 3. Eh, si van 125 niños, 125 adultos, multiplico por 2, me daría 5 por 2, 10, 2 por 2, 4 y 1, 5, 2 por 1, 2. Tonces serían 125 adultos, se le suma 250, 5, 8, 10, 2, 2, 4, 405, entonces van 405. Si van 130 adultos, multiplico por 2, 2 por 0, 0, 2 por 3, 6, 2 por 1, 2. Da 260. Entonces multiplico 130 de adultos, más 260. 0, 6 y 3, 9, 2 y 3. Si van 140 adultos, multiplico por 2, 2 por 0, 0, 2 por 4, 8, 2 por 1, 2. Eso lo sumo, 140 sumo con 280, 0, 8, 9, 10, 12, 420. Entonces sería 420. Entonces serían 140 adultos y 280 niños. / 2. Del total de adultos que va al paseo la mitad son hombres y la mitad son mujeres. Tonces, 140, eso se divide entre 2, para sacarle la mitad de hombres y la mitad de mujeres. Uh. Tonces, 14, entre 2, da 7. 7 por 2, 14, 0, bajo el 0, 0. Entonces irían 70 hombres y 70 mujeres. Del total de los menores de edad, la quinta parte son niños y las restantes niñas. Quinta parte, tonces serían 280, 280, quinta parte...toca dividimos a ver cuánto nos da, entre 5. 6 por 5, no, 7 por 5, 35, 5 por 4, 20, 5 por 5, 25, daría 5. 5 por 5, 25, a 28, 3, bajo el 0, 6 por 5, 30, a 30, 0, daría 56. Y otra sería 280, se simplifica en 5. No, da igual 56. Tonces, quinta parte...Yo diría que 56 van niños y de niñas van, se restan 280 a 56. 10 quito 0, de 10 quito 6, quedan 4. Como este le presto a este, de 7 quito 5, quedarían 2, y este 2, serían 224 niñas. / 3. Eh, después sigue, dice cuando ingresan al centro vacacional, todos los adultos utilizan la piscina. La piscina, la entrada vale 6500. 6500 la entrada y van todos los adultos. Y los adultos van todos, y los adultos son 140, entonces se multiplica 140 por, 6500 por 140. 4 por 0, 0, 4 por 0, 0, 5 por 4, 20, van 2, 6 por 4, 24 y 2, 26. 0, 0, 5, 6. 0, 0, 0, 11, 6, 7, 9. Tonces por todo sería, por la entrada de piscina de todos los adultos serían 910000. 910000. Eh, dice, la mitad de las niñas participan del taller de modelaje. La mitad de las niñas y de niñas son 224, tonces se divide 224 en 2. Va 1, 2, 1 por 2, 2, a 2, 0, bajo el 4, 2 por 2, 4 a 4, 0. Tonces 112 niñas entrarían a modelaje. Y la entrada de modelaje vale 2300, tonces se multiplica 2300 por 112. 2 por 0, 0, 2 por 0, 0, 2 por 3, 6, 2 por 2, 4, 0, 0, 3, 2. . 0, 0, 3, 2, 0, 0, 6, 7, 5, 2. La entrada al modelaje de niñas sería por 257600. Eh, otro. Todos los niños toman el taller de manga. El taller de manga por cada niño vale 1500. Y los niños, son 56 niños, tonces se multiplica 1500 que es la entrada por 56 niños. 6 por 0, 0, 6 por 0, 0, 6 por 5, 30, 6 por 1, 6 y 3 9. 5 por 0, 0, 5 por 0, 0, 5 por 5, 25, 5 por 1, 5 y 2, 7. Se suma, 0, 0, 9 y 5, 14, 1, 7 y 1, 8. Tonces la entrada a la manga de los niños sería por 84000. Y en la otra sería 20 mujeres participan del taller de elaboración de joyas. Mujeres, mujeres son 70 mujeres y como solo participan 20, tonces, y la entrada a joyas vale 4500 cada una. Entonces 4500 por 20. 0, 0, 0, 0, 2 por 0, 0, 2 por 0, 0, 5 por 2, 10, 0 lleva 1, 2 por 4, 8, y 1, 9. Se suma, tonces daría 90000 la entrada de joyas de mujeres. La mitad de los hombres se inscriben al torneo de tejo. La mitad de los hombres. Tonces la mitad sería 70 dividido entre 2. Uh, 70. 7, serían 4 por 2, 8, 7, 1, bajo el cero. 45 hombres entrarían al torneo de tejo. Y el torneo de tejo por cada hombre vale 2000. Tonces sería 2000 por 45. 5 por 0, 0, 5 por 0, 0, 5 por 2, 10. 4 por 0, 0, 4 por 0, 0, 4 por 2, 8. 0, 0, 0, 0, 9. Tonces la entrada a tejo vale 90000 por todos los hombres. Tonces ahora suma todos los resultados que dio. Entonces sería 90000, uh, 910000, 257600, eh, doscientos, ah no, 84000, 1, 2, 3, 4. Tonces acá serían, 2,3,4, 5. 1,2, 3, 4. Y...910000, 90000, 257000, 84000 y otro 90000. Se suma, 0, 0, 6, 7 y 4, 8, 9, 10, 11, serían 9, 10, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 16, 18, 19, 20, 21, 24, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 33, llevo 3, 9, 12, 14.

CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL – DESEMPEÑO SUPERIOR (9.0 – 10.0)

REGULACIÓN Y CONTROL

**PARTICIPANTES / INDICADORES**

Monitoreo de la comprensión. Periódicamente revisa para ayudarse a si mismo a comprender relaciones importantes.

Interactúa con las demandas de la tarea para orientar la ejecución.

Cambia la estrategia. Empieza nuevamente el problema o parte de él para ajustar su estrategia

**PARTICIPANTE**  
7

Bueno, cuando ingresan al centro vacacional todos los adultos utilizan la piscina. Todos los adultos son 210, piscina, eh, son 6500 por 210 adultos. Tonces 6500 por 210 adultos, lo multiplico. (susurra), Tonces, bueno, 1365000. Ahora, dice, la mitad de las niñas participa del taller de moldaje. Entonces la mitad de las niñas, yo hice que eran 105, entonces saco la mitad, 5, 50, bueno, digamos que 52. Entonces coloco 52 niñas y el moldaje vale, moldaje 2300. Entonces sumo 2300 por 52, ay no, acá era una suma, perdón. 0, 0, 5, 7, 6..., ah, no si está bien. Ahora, 2300 por 52. 2 por 0, 0, 2 por 0, 0, 2 por 3, 6, 2 por 2, 4. 5 por 0, 0, 5 por 0, 0, 5 por 3, 15 y 5 por 2, 10 y 1, 11. 6, 9, 119600.

Ahora acá dice, todos los niños toman el taller de manga. Tonces 105 y el taller de manga vale 1500. 1500 por 105, 5 por 0, 0, 5 por 0, 0, 5 por 5, 25, 5 por 1, 5 y va 1, 7, (susurra). 22500. 20 mujeres participan del taller de joyas. De joyas vale 4500 y son 20, tonces 450, no 500, por 20 (susurra) 5 por 2, 10, va 1, 4 por 2, 8 y 1, 9. 90000. Y la mitad de los hombres se inscribe en el torneo de tejo. La mitad de los hombres 52 y el tejo vale 2000 pesos. 2 por 0, 4, 0, 0, 0, 5 por 2, 10, 4, 104000. Ahora sumo esto. 0, 0, 6, 5, 11, 15, (susurra), 17, 6 y 1, 7, no, 9 y 1, 10, y 6, 16 y 2, 18 y 2, 20. 5, 6, 1. Tonces, respuesta, ¿cuál es el costo total que se le debe cancelar al centro vacacional, incluyendo el ingreso y todos los servicios utilizados?.....Ahora hago el ingreso. Si menores de edad iban 105 y para ellos la entrada es a 3000, lo multiplico por 105, 0, 5 por 0, 0, 5 por 0, 0, 5 por 3, 15, 0, 0, (susurra), 1 por 0, 0, 1 por 3, 3, sumo, 0, 0, 5, 1. 315000. Entonces sumo esto, ah no, esto. Un millón seiscientos por.. Bueno, esto es la entrada de los niños. Y ahora la entrada de los adultos que es 5000 y son 105 adultos. 5 por 0, 5 por 5, 25, 1 por 0, 0, 1 por 0, 0, 5, 5 (susurra). 0, 0, 5. 525000. Acá anoto 525000. Entonces ahora sumo esto, no, primero con 525000 sumo 315000. 0, 0, 10, 3, 4, 5 mas 3, 8. 840000. Ahora lo sumo a esto. Y ahora lo sumo. 0, 0, 5, 7 mas 0, 7, 6 mas 8, 14, va 1, y 1, 2. Van 2447500.

Tonces, supongo, respuesta, dice, ¿cuál es el costo total que se le debe cancelar al centro vacacional, incluyendo el ingreso y todos los servicios utilizados?. 2447500. Ya.

1. Lo voy a multiplicar por 6. 6 por 1, 6 (susurra). Se pasa,...bueno, 3 por 3, 9, 9 por 3, 27, (susurra), 31, 24 (susurra). Bueno, voy a sacarle la mitad, supongo, no se. 105. Bueno entonces dejo 105 niñas y 105 niños.

---

**CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL – DESEMPEÑO SUPERIOR (9.0 – 10.0)**

**REGULACIÓN Y CONTROL**

**OBSERVACIONES  
PARTICIPANTE 1**

Se evidencian elementos de regulación y control metacognitivos como la revisión, la prueba de los resultados que obtiene de la división a través de la suma; se cuestiona frente a los resultados y se da una respuesta así misma frente a estos cuestionamientos, y de manera principal muy notoria, se va orientando la ejecución a través de la información importante, de ir y volver en los datos relevantes y la selección de las operaciones matemáticas que va a desarrollar.

**OBSERVACIONES  
PARTICIPANTE 3**

La regulación y control del plan trazado se da a través de la revisión de las relaciones importantes para lograr comprensión y las orientaciones que se da a si mismo durante la ejecución que le dan seguridad del progreso que está teniendo en la solución. Calculados los datos parciales requeridos, vuelve a la pregunta para definir qué debe hacer nuevamente para determinar la solución definitiva.

**OBSERVACIONES  
PARTICIPANTE 4**

La regulación y el control se basa en las orientaciones que se da a si mismo durante la ejecución del problema, como parte de la interacción con las demandas para identificar las estrategias aplicables. Se da instrucciones de lo que debe realizar. Por otra parte, es cuidadoso de revisar los enunciados complejos del texto para monitorear su comprensión y de pausar cuando debe hacerlo para recordarse que es lo que debe hacer para solucionar definitivamente el problema.

**OBSERVACIONES  
PARTICIPANTE 5**

Regula y controla las demandas de la tarea a través de las orientaciones que se da. No hay regulación y control frente a los procedimientos realizados. Además, por no pausar previamente y revisar qué era lo que tenía que hacer y su comprensión de esta pregunta es que el problema queda inconcluso.

**OBSERVACIONES  
PARTICIPANTE 7**

Durante la resolución, consciente de sus dificultades, regula y controla lo que hace orientándose por las indicaciones de ejecución que se da. Puede cuestionar lo que hace y dudar de ello para saber que está mal y determinar un cambio de estrategia, más motivado por esas dificultades.

---

# METACOGNICIÓN Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS 91

## CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL – DESEMPEÑO BAJO (1.0 – 5.9)

### REGULACIÓN Y CONTROL

PARTICIPANTES / INDICADORES	Revisa. Desarrolla un procedimiento y se toma un tiempo para chequear que le haya quedado bien. Emite juicios al respecto.	Comprueba. Hace alguna operación matemática para verificar que una operación previamente realizada le haya quedado bien.	Pausa. Se toma un tiempo para volver a leer el problema y /o las preguntas antes de continuar con sus operaciones	Autocuestionamiento. Lanza alguna pregunta o comentario en voz alta que permita dar cuenta de que está cuestionando y verificando lo que hace.	Pregunta a otros. Elabora una pregunta al investigador sobre cómo va con lo que está haciendo o para confirmar su procedimiento.	Detecta y corrige errores. Hace algún comentario que muestra que ha encontrado un error y lo corrige.
-----------------------------	--	--	---	--	--	---

**PARTICIPANTE**  
2

1. 10 entre 5, tos acá (susurra). Caben 2 veces, cabe 1 vez, no mentiras, 2 veces. 2 por 5, 10 a 2, 2, 8, 5, 10 (susurra). (no olvides hablar). Espera yo pienso bien. (susurra). (Ve hablando). Perame, que estoy pensando si me está quedando bien. (Continúa susurrando). No, no me queda bien la división

1. ¿la quinta parte no es 36, de 210?.

**PARTICIPANTE**  
6

1. Total de adultos que va al paseo la mitad son hombres y la otra mitad son mujeres. Del total de los menores de edad, la quinta parte son niños y las restantes niñas... Todos los niños toman el taller de manga, 20 mujeres participan del taller de elaboración de joyas y la mitad de los hombres se inscriben al torneo de tejo. (susurra)...

1. 1. . Disque 9153000. Adultos son 270 por 5000. 5 por 0, 0, 5 por 7, 35, 5, llevo 3, 5 por 2, 10, 1, 2, 3...1350000. 153 por 3. 3

1. Digamos que si van 200 personas van 100 jóvenes ¿cierto?.

1. . Disque 9153000. Adultos son 270 por 5000. 5 por 0, 0, 5 por 7, 35, 5, llevo 3, 5 por 2, 10, 1, 2, 3...1350000. 153 por 3. 3

**PARTICIPANTE**  
8

1. Aquí dice, cuando ingresan al centro vacacional todos los adultos ingresan a la piscina y el costo de la piscina es 6500. Sería 120 más 6500. 0,0, 7, uh, no. Aquí sería una multiplicación.

CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL – DESEMPEÑO BAJO (1.0 – 5.9)

REGULACIÓN Y CONTROL

**PARTICIPANTES  
/ INDICADORES**

Revisa. Desarrolla un procedimiento y se toma un tiempo para chequear que le haya quedado bien. Emite juicios al respecto.

Comprueba. Hace alguna operación matemática para verificar que una operación previamente realizada le haya quedado bien.

Pausa. Se toma un tiempo para volver a leer el problema y /o las preguntas antes de continuar con sus operaciones

Autocuestionamiento. Lanza alguna pregunta o comentario en voz alta que permita dar cuenta de que está cuestionando y verificando lo que hace.

Pregunta a otros. Elabora una pregunta al investigador sobre cómo va con lo que está haciendo o para confirmar su procedimiento.

Detecta y corrige errores. Hace algún comentario que muestra que ha encontrado un error y lo corrige.

**PARTICIPANTE  
9**

Bueno, qué dice más, ¿cuál es el costo que se debe cancelar al centro vacacional incluyendo los ingresos a todos los servicios? Ahí sería 44300, no, este no es, es este, 33, este es el tejo, este es de ingreso al centro vacacional de 3000, este de 2300 que es el de modelaje, igual de los niños de manga, uh, ¿qué más?

1. Llevo 1, sería 10, llevo 1, uh, no. No da. Sumémoslo, 6500 más 310. Uh, 0, 1, 5 y 3, 8. 6. No y ¿por qué da tan poquito?, ...¿será que lo hice mal?.

**PARTICIPANTE  
10**

1. Quinta parte de 210, quinta parte de 210, la quinta parte es 42, o sea que niños... Uh, no, no pude..., uh no, no pude. La quinta parte de 210... No,... no da. No, ... no pude, voy a volver a leer.... / 2. Bueno eso sería nada más lo de los adultos y como no pude sacar la quinta parte de los niños, entonces no sé, cuántas niñas, dice que la mitad de las niñas tomaron el taller de modelaje, no se, los niños tomaron el taller de manga, tampoco sé.

O sea que niños hay..., hay 200...¿Será?.

# METACOGNICIÓN Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS 93

## CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL – DESEMPEÑO BAJO (1.0 – 5.9)

### REGULACIÓN Y CONTROL

**PARTICIPANTES / INDICADORES**

Monitoreo de la comprensión.  
Periódicamente revisa para ayudarse a sí mismo a comprender relaciones importantes.

Interactúa con las demandas de la tarea para orientar la ejecución.

Cambia la estrategia. Empieza nuevamente el problema o parte de él para ajustar su estrategia

**PARTICIPANTE 2**

1. Por cada adulto que va al paseo, van dos menores de edad. Dios mío. Van 2 menores de edad. Por cada adulto que va al paseo, van 2 menores de edad. Ah, como en las mujeres (jaja). 420, 420 personas. Digamos que si van 200 personas van 100 jóvenes ¿cierto?. Si. Si van 200 personas, van 100 menores de edad. Si van 200. Y si van 120, irían 110 personas.

1. Por cada adulto que va al paseo, van dos menores de edad. Dios mío. Van 2 menores de edad. Por cada adulto que va al paseo, van 2 menores de edad. Ah, como en las mujeres (jaja). 420, 420 personas. Digamos que si van 200 personas van 100 jóvenes ¿cierto?. Si. Si van 200 personas, van 100 menores de edad. Si van 200. Y si van 120, irían 110 personas. Incluyendo menores de edad, por cada adulto que va al paseo van 2 menores de edad. 2 menores de edad (susurra). Ingreso al centro vacacional son 3000 y toca sacar la mitad de las personas que van. 120, y van 420. Digamos que si van 200, 130, si van 210 personas, da 105 (susurra). Digamos que van 110 personas. 110, si van 110 personas van 105. Si van 120, van 105. 210 personas van 105 y digamos que van, porque si no pueden ir...uh...si van 120 acá van 110. No se puede. Si van 230, van ciento...(susurra). Tampoco. Digamos que si van 200, van 100. Y si van 250, van 135. Tampoco. Si van 270, van ciento...Digamos que van 165. 5, 6 y 6, 12, 13, llevo 1, 3, 4. 430. Uy me paso. Menos...menos que (susurra). Listo. 270 adultos...y por cada adulto van 2 menores de edad. Serían 153 menores de edad.

**PARTICIPANTE 6**

**PARTICIPANTE 8**

Al paseo fueron un total de 420 personas, incluyendo menores de edad y adultos. (susurra) Serían 120 adultos y 320 niños que van al paseo...Si. Al paseo fueron 420 (susurra)...Entonces son 60 hombres y 60 mujeres...Tonces aquí serían...(ve hablando). Estoy viendo aquí cuál es la quinta parte de los niños que van al paseo, entonces sería, esto lo divido en 5. 5 en 32...serían 6 veces, 6 por 5, 30, 1 y bajo el 0. Y 5 en 10, 2, 0. Tonces sería, ¿si?...Van 62 niños al paseo. Y 320 menos 62, 2, 4, 3. Irían 342 niñas. Aquí dice, cuando ingresan al centro vacacional todos los adultos ingresan a la piscina y el costo de la piscina es 6500. Sería 120 más 6500. 0,0, 7, uh, no. Aquí sería una multiplicación. Cuando ingresan todos los adultos utilizan la piscina. 120 por 65. 5 por 0, 5 por 2, 10, llevo 1, 5 por 1, 6, 12, llevo 1, 0, 0,8, 7...En total serían 780000 los adultos que ingresan a la piscina. Después dice la mitad de las niñas....(no olvides hablar). Toy sacando la mitad de 3, sería 1. Taller de modelaje vale 2300. Sería 121 por 23. (susurra). 3, 8, aquí sería 8. 7 y 2....Serían 278300 pesos. Después dice, todos los niños toman el taller de manga. Son 62 niños por 15. 5 por 2, 10, llevo 1. 5 por 6, 30 y 1, 31. 1 por 2, 2, 1 por 6, 6. 0, 3, 9. Serían 93000 pesos de los niños que van al taller de manga. Dice 20 mujeres practican del taller de elaboración de joyas. Serían 20 mujeres por 45. 0 por 5 y 5 por 2, 10, (susurra). Sería 5, 4, 9. Serían 94500. Y dice, y la mitad de los hombres, son 60, serían 30 que van al torneo de tejo. Sería 20 por 30 (susurra). 0, 3, 6. Serían 63000 pesos de los hombres que van al torneo de juego. En total serían 0, 0, 8, 6, (susurra), 18, 16, (susurra), 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 7 y llevo 3. 7, 9, 12. ¿Cuál es el costo total que se le debe cancelar al centro vacacional, incluyendo? ...Sería el costo total, sería de 1278800 pesos

1. Aquí dice, cuando ingresan al centro vacacional todos los adultos ingresan a la piscina y el costo de la piscina es 6500. Sería 120 más 6500. 0,0, 7, uh, no. Aquí sería una multiplicación.

CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL – DESEMPEÑO BAJO (1.0 – 5.9)

REGULACIÓN Y CONTROL

**PARTICIPANTES / INDICADORES**

Monitoreo de la comprensión. Periódicamente revisa para ayudarse a sí mismo a comprender relaciones importantes.

Interactúa con las demandas de la tarea para orientar la ejecución.

Cambia la estrategia. Empieza nuevamente el problema o parte de él para ajustar su estrategia

**PARTICIPANTE 9**

Tonces digamos que si van 5, el taller de modelaje es de 2300. 2300, 0, 0, 15 y llevo 1, 10, 11. Entonces en las niñas, pues así como yo digo, van 5 niñas y en total en el taller de modelaje se hacen 11500. Y en el de los niños para el taller de mangas, tonces 5 por 1500. También 11500. Bueno. Ya. Ahora menores, tonces serían 10 menores de edad, que ingresarían al centro vacacional y es a 3000. Aquí, 0, 0, 0, 3, tos serían 33000 pesos que se da por cada niño. Por 3000 pesos que se da por cada niño y en total son 10 niños, son 33000 pesos. Ingreso por adulto. Entonces adultos son 310. Es a, ah, la piscina, la piscina, sin costo para los menores de edad. Por cada adulto. Ah ya. Entonces aquí son 310 por 6 mil, no al revés, 6500 por 310, 0, 5, 6, 0, 0, 5, 6, aquí 0, 0, 15 y llevo 1, 18, 18 y 1, 19 y 1 aquí. 0, 0, 5, 11, llevo 1, 11, 9, 10, llevo 1, sería 10, llevo 1, uh, no. No da. Sumémoslo, 6500 más 310. Uh, 0, 1, 5 y 3, 8, 6. No y ¿por qué da tan poquito?, ...¿será que lo hice mal?. 0, 0, 5, 6, 0, 0, 15, 1, 15, 18, 19. 0, 0, 5, 11, uyzzz. Uh, entonces en total para los adultos la piscina se hacen 201500.

**PARTICIPANTE 10**

1. Pero acá dice, bueno, por cada adulto que va al paseo van 2 menores de edad, entonces serían...uh, si esta es la mitad de las personas que van, necesito saber cuántos niños van. Eh... si por 1 un adultos son 2, por 2 adultos son 4, por 3 son 6,... o sea que por 10, por 10 serían 20 niños, 20 serían 40, 30 serían 60...60, 60, no, no he podido. 60...por 40 serían...80...80. Por 50 serían 100...no, no me da. Eh, es que no me acuerdo...Voy a hacer la multiplicación de la mitad de las personas, que serían 210 por 2. 2 por 0, 0, 2 por 1, 2, 2 por 2, 4. Ahí da 420. Entonces sería, sería...Pero aquí dice la mitad son hombres, o sea aquí hay 210 son hombres... y la otra mitad son mujeres. / 2. 100, 100 adultos serían 200 niños y 5 adultos serían 10. O sea que hay 210 y adultos la mitad de 210, es 105. 105 adultos, y dosci...105 adultos hombres, 210 niños y 105 mujeres adultas. Bueno.... Y la quinta parte de 210 sería, 210 dividido 5, entonces cogéramos 2 cifras, 4, 4 por 5, 20 a 21, 1 y bajo el 0. Serían 2, 2 por 5, 10 sobrarían 0. Entonces la quinta parte son 42. No....La quinta parte de 210. Quinta parte de 210, quinta parte de 210, la quinta parte es 42, o sea que niños...Uh, no, no pude..., uh no, no pude. La quinta parte de 210... No,... no da. No, ... no pude, voy a volver a leer.... / 3. Y dice que todos los adultos ingresaron a la piscina y todos los adultos eran 210, entonces, eh, y la piscina valía uh, o sea, para entrar al centro de interés cada niño tiene que pagar 3000 y los adultos tienen que pagar 5000. Entonces sería, y el costo de la piscina, a los menores de edad no le cobraron y 6500 por cada adulto que utilice. Se entraron los adultos entonces serían 6500 por 210 adultos. 0 por 0, 0 por 0, 0 por 5, 0, 0 por 6, 0, 1 por 0, 0, 1 por 0, 0, 1 por 5, 5, 1 por 6, 6. 2 por 0, 0, 2 por 0, 0, 2 por 5, 10, y llevamos 1, 2 por 6, 12 y 1, 13. Y sumamos, 0, 0, 0, 5, 6 y 13. Se gastaron entonces 1365000 porque todos los adultos entraron. Después dice, dice que 20 mujeres participaron, participaron del taller de elaboración de joyas, 20 mujeres serían, del taller de joyas 4500 cada una e ingresaron 20, se multiplica. Dice 4500 por 20. 0 por 0, 0, 0 por 0, 0, 0 por 5, 0, 0 por 4, 0, 0. 2 por 0, 0, 2 por 0, 0, 2 por 5, 10, llevo 1, 2 por 4 8, y 1, 9. Sería, 0, 0, 0, 0 y 9. Y sumamos y nos dio 90000 pesos por todas las mujeres que ingresaron al taller de joyas. Y la mitad de los hombres ingresaron al taller de tejo, la mitad de los hombres, o sea es 105 es... uh, 105 no tiene mitad, entonces ahí ingresarían 53, 55, 105 no tiene mitad, 53 al torneo de tejo, y el torneo de tejo vale 2000 pesos. Entonces multiplicaríamos 2000 por 53. 3 por 0, 0, 3 por 0, 0, 3 por 0, 0, 3 por 2, 6. 5 por 0, 0, 5 por 0, 0, 5 por 0, 0, 5 por 2, 10. Serían, sumamos, sería, 0, 0, 0, 6 y 10. Serían 100000 pesos que se gastaron....

---

CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL – DESEMPEÑO BAJO (1.0 – 5.9)

---

REGULACIÓN Y CONTROL

---

**OBSERVACIONES  
PARTICIPANTE 2**

Dado que no pudo avanzar en la resolución del problema por falta de comprensión y conocimiento de las estrategias, solo se logra identificar el autocuestionamiento que la estudiante se realiza de algunos de las ejecuciones que alcanzó a desarrollar, así como su tendencia a preguntarle a otros para buscar ayuda.

**OBSERVACIONES  
PARTICIPANTE 6**

En lo que la estudiante alcanza a resolver del problema, se muestra que en términos de regulación y control puede cuestionar sus resultados, aunque no los verifica inmediatamente. Así por ejemplo para una multiplicación de 3000 por 153, en donde obtiene un resultado grande, se cuestiona frente al hecho, pero sólo luego de que calcula el resultado de la misma actividad para los adultos, decide volver a hacer la de los niños. Dentro de su comprensión, se da orientaciones frente a lo que debe desarrollar.

**OBSERVACIONES  
PARTICIPANTE 8**

La regulación y el control se dan por las orientaciones que se hace a si misma frente a la resolución del problema. Sólo la duda frente a un resultado le hace cuestionarse frente a la solución y determinar una estrategia distinta.

**OBSERVACIONES  
PARTICIPANTE 9**

Incluso desde su comprensión, no es clara la regulación completa a toda la ejecución. Se orienta en algunos apartes del problema, pero olvida otra información relevante que está explícita en el texto. Esto también se ve afectado porque no marca los datos que ha obtenido, lo cual dificulta la identificación plena de lo que ha realizado y lo que es útil para la solución del problema.

**OBSERVACIONES  
PARTICIPANTE 10**

Desde la comprensión que hizo del problema y lo que pudo resolver en él, se observa regulación y control a través de las orientaciones que se da a si misma durante la ejecución del problema, así como el autocuestionamiento frente a los resultados. También pausa lo que está haciendo para volver a analizar la información y las relaciones del problema.

---

CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL – DESEMPEÑO BAJO (1.0 – 5.9)

EVALUACIÓN	
<b>PARTICIPANTES / INDICADORES</b>	<p>Revisa. Antes de informar que finalizó vuelve a su hoja, lee el problema y la solución que llevó a cabo.</p> <p>Prueba. El resultado final que obtiene lo verifica de alguna manera.</p> <p>Juzga. Emite algún comentario sobre cómo considera que resolvió el problema.</p> <p>Pregunta a otros. Evalúa su trabajo preguntándole a otros.</p>
<b>PARTICIPANTE 1</b>	<p>Entonces, voy a volver a hacer la suma (susurra). Tonces acá sería 2951600 es lo que se le debe cancelar al centro vacacional. Creo que ese es el resultado.</p> <p>Cómo crees que te quedó?. Pues supongo que me quedó bien.                      • ¿Y por qué supones?. Pues porque con todo lo que hice y todo lo que sume, y pues por el momento todo me quedó bien. No se. Supongo que me quedó bien.</p>
<b>OBSERVACIONES PARTICIPANTE 1</b>	<p>En la evaluación metacognitiva la estudiante revisa su resultado final, pero no la globalidad de lo que hizo, ni el éxito de la estrategia. Al juzgar su resolución del problema se centra en considerar que por el hecho de ejecutar muchas operaciones todo esta bien, tal vez porque tiene seguridad en su comprensión y en sus fortalezas en la ejecución de operaciones.</p>
<b>PARTICIPANTE 3</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Cómo crees que te quedó? No se.</li> <li>• ¿Por qué no sabes? Creo que en esto, esto de la quinta parte no.</li> <li>• ¿Qué es la quinta parte? No se. ¿Qué hiciste tú?. Pues dividir. ¿Y tienes duda e eso?. Creo que sí. Esta bien, la quinta parte es dividir entre 5.</li> <li>• ¿Qué debería hacer uno para verificar que el problema está bien resuelto? No se.</li> <li>• Si no estuvieras aquí conmigo, sino que estuvieras en un examen con tu profesor de matemáticas, ¿qué harías para cerciorarte que te quedó bien? Yo creo que lo vuelvo a hacer.</li> <li>• ¿Lo vuelves a hacer todo? Si.</li> </ul>
<b>OBSERVACIONES PARTICIPANTE 3</b>	<p>No se evidencian acciones de evaluación parcial ni global. Por pregunta realizada por la investigadora, el estudiante reconoce que ante las dudas que tiene debería volverlo a hacer, pero no fue lo que ocurrió con el problema.</p>

**CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL – DESEMPEÑO SUPERIOR (9.0 – 10.0)**

**EVALUACIÓN**

<b>PARTICIPANTES / INDICADORES</b>	Revisa. Antes de informar que finalizó vuelve a su hoja , lee el problema y la solución que llevó a cabo.	Prueba. El resultado final que obtiene lo verifica de alguna manera.	Juzga. Emite algún comentario sobre cómo considera que resolvió el problema.	Pregunta a otros. Evalúa su trabajo preguntándole a otros.
<b>PARTICIPANTE 4</b>			<ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Cómo crees que te quedó?... Uhhmm, no se (jaja)....</li> <li>• ¿Y por qué no sabes?. Pues yo creo que...¿puedo leer otra vez? No, ya no alcanzamos</li> <li>• ¿Cómo crees que te quedó? Pues yo digo que si... pero que tal no....</li> </ul>	
<b>OBSERVACIONES PARTICIPANTE 4</b>	No hay evidencias de evaluación total o parcial del problema y las estrategias empleadas.			
<b>PARTICIPANTE 5</b>			<p>Cómo te quedó?. Uh, más o menos.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Por qué más o menos?. Porque la quinta parte, uhhh, no.</li> <li>• ¿Qué hiciste para la quinta parte?. Dividí entre cinco.</li> <li>• ¿Y por qué tienes la duda?. Porque es que no se si era como, 56, 280 niños, eh, 56 niños si era por, si tocaba sobre 5, no entendí bien.</li> </ul>	
<b>OBSERVACIONES PARTICIPANTE 5</b>	No hay evaluación espontánea frente a la solución del problema. Por preguntas de la investigadora, la estudiante emite un juicio de evaluación que cataloga su resolución como no totalmente acertada, fundamentada en las dudas que le generó alguna parte de las demandas de la tarea, sin embargo, esto le quedó bien. Sabe que evaluar lo que hace implica algo adicional, que para ella es leer de nuevo. (Se le preguntó: ¿Qué deberías haber hecho para garantizar que te quedó bien?. No se, pues otra vez como leerlo de nuevo).			
<b>PARTICIPANTE 7</b>			<ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Cómo crees que te quedó?. Mal</li> <li>• ¿Por qué?. Porque no supe sacar la quinta, entonces supuse la mitad (jajaja). Entonces se que me quedó mal.</li> </ul>	
<b>OBSERVACIONES PARTICIPANTE 7</b>	Evalúa su resolución del problema teniendo como criterio lo que no sabe hacer o más se le dificulta, pues no incluye como criterios otros aspectos que se observa que desconoce de acuerdo con la ejecución. Pero es una valoración acorde con la ejecución.			

## METACOGNICIÓN Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS 98

### CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL – DESEMPEÑO BAJO (1.0 – 5.9)

EVALUACIÓN	
<b>PARTICIPANTES / INDICADORES</b>	<p>Revisa. Antes de informar que finalizó vuelve a su hoja , lee el problema y la solución que llevó a cabo.</p> <p>Prueba. El resultado final que obtiene lo verifica de alguna manera.</p> <p>Juzga. Emite algún comentario sobre cómo considera que resolvió el problema.</p> <p>Pregunta a otros. Evalúa su trabajo preguntándole a otros.</p>
<b>PARTICIPANTE 2</b>	<p>Qué pasó con el problema?. No lo supe entender.</p>
<b>OBSERVACIONES PARTICIPANTE 2</b>	<p>No hay evidencias de evaluación.</p>
<b>PARTICIPANTE 6</b>	<p>Cordi quiere que le diga algo, ¿cómo?, quiere que le diga algo. Si. No he entendido mucho</p>
<b>OBSERVACIONES PARTICIPANTE 6</b>	<p>No se evidencian procesos de evaluación global. Se evalúa no poder resolver el problema por las dificultades en la comprensión de algunas demandas.</p>
<b>PARTICIPANTE 8</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Cómo crees que te quedó? . Bien.</li> <li>• ¿Por qué? Pues porque hice las multiplicaciones bien y porque aquí dice el costo y cuántas personas van.</li> </ul>
<b>OBSERVACIONES PARTICIPANTE 8</b>	<p>La evaluación global que hace de su solución se basa en la confianza en si misma y teniendo como criterio que identifica cuáles son las incógnitas del problema y las operaciones que se debe realizar asumiendo que las ejecutó bien, pero no responde a un criterio de verificación realizado. Además, necesito de otro (investigadora) para hacerle caer en la cuenta de algún error para poder juzgar que su solución no es correcta. (¿Cuánto da 120 más 320?. 420. ¿Seguro?..440, ahyzzz me quedó mal.)</p>
<b>PARTICIPANTE 9</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Cómo crees que te quedó el problema? Más o menos.</li> <li>• ¿Por qué más o menos? Porque no sabía cómo sacarle la quinta parte, si me quedaba bien o me quedaba mal, para sacarle la quinta parte. Saber cuántos niños y cuántas niñas quedaban.</li> </ul>

CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL – DESEMPEÑO BAJO (1.0 – 5.9)

EVALUACIÓN

**PARTICIPANTES /  
INDICADORES**

Revisa. Antes de informar que finalizó vuelve a su hoja , lee el problema y la solución que llevó a cabo.

Prueba. El resultado final que obtiene lo verifica de alguna manera.

Juzga. Emite algún comentario sobre cómo considera que resolvió el problema.

Pregunta a otros. Evalúa su trabajo preguntándole a otros.

**OBSERVACIONES  
PARTICIPANTE 9**

No hay evidencia de evaluación de los apartes del problema. Además, ante la pregunta para evaluar su resultado, consciente de sus dificultades en las relaciones complejas y de las cuales depende la solución, lo evalúa como más o menos, estando mal la solución.

**PARTICIPANTE 10**

• ¿Qué significa la quinta parte? No sé. ¿Estabas haciendo qué para la quinta parte?. Una división. ¿Y cuánto te dio? 42. ¿Y por qué dudas de ese resultado? Uh, no sé, porque lo veo muy poquito. ¿Y por eso crees que está mal? Si.

**OBSERVACIONES  
PARTICIPANTE 10**

Se puede considerar que al realizar la operación 210 dividido entre 5 y obtener como resultado 42, evalúo esta cantidad comparativamente con la información global, pero esto le generó fue la duda que impidió continuar con su solución. No hay evidencia de otros procesos de evaluación y ante la pregunta de cómo le fue con el problema, su juicio se concentra en las dificultades que tuvo.

## METACOGNICIÓN Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS 100

### Anexo 13. Matriz de vaciado reportes verbales problema 3.

#### CONOCIMIENTO DECLARATIVO – DESEMPEÑO SUPERIOR (9.0 – 10.0)

	CONOCIMIENTO DE SÍ MISMO	CONOCIMIENTO DE LA TAREA	CONOCIMIENTO DE LAS ESTRATEGIAS
<b>PARTICIPANTES / INDICADORES</b>	Juzga. Emite algún juicio sobre sus fortalezas o dificultades al resolver el problema.	Comenta. Expresa las razones asociadas a la tarea por las que puede o no resolver el problema. Evidencia comprensión de las demandas de la tarea.	Comenta. Describe la estrategia que se debe usar para solucionar el problema.
<b>PARTICIPANTE 1</b>			
<b>OBSERVACIONES PARTICIPANTE 1</b>	Muestra comprensión de la información del problema en cada uno de los días, mientras que posiblemente no comprendió todas las relaciones que había que establecer entre los días para poder dar una respuesta, aunque entiende el sentido de cuántas de más o de menos. Domina las operaciones básicas y entiende el concepto de variación. Desde su comprensión, toma una decisión que no es del todo acertada frente a la información del problema y es asumir que lo que ganó Camilo fue la totalidad de las canicas de Pedro.	Conoce la relación de variación que hay que establecer en el problema, además de las operaciones matemáticas que le ayudan en su objetivo. Comprende la información de cada uno de los días que plantea el problema y lo puede traducir matemáticamente. Entiende la comparación que se debe ejercer en las preguntas.	Su estrategia se basa en el uso de operaciones básicas y de su comprensión de la variación, pero no cuenta con otras alternativas como las ecuaciones.
<b>PARTICIPANTE 3</b>	Pues es que voy a hacer una cosa sino que no, no que, no sé cómo hacerlo.	Pues es que voy a hacer una cosa sino que no, no que, no sé cómo hacerlo.	Pues es que voy a hacer una cosa sino que no, no que, no sé cómo hacerlo.
<b>OBSERVACIONES PARTICIPANTE 3</b>	Muestra comprensión de la información del problema en cada uno de los días, mientras que posiblemente no comprendió las relaciones que había que establecer entre los días para poder dar una respuesta. Domina las operaciones básicas y entiende el concepto de variación. Busca alternativas para las soluciones. En general es ordenado y sabe de la importancia de marcar los datos, cuando se le olvida esto es que se equivoca. (ej. Se le olvidó que simplemente ganó 20, ¿Por qué asume que es $60 + 42$ ? Tiene que ver con no copiar la información?)	Conoce la relación de variación que hay que establecer en el problema, además de las operaciones matemáticas que le ayudan en su objetivo. Comprende la información de cada uno de los días que plantea el problema y lo puede traducir matemáticamente, exceptuando la relación final de comparación que se debe establecer como solución definitiva del problema.	Desconoce una estrategia general como las ecuaciones para la solución de un tipo de problema como este. Se limita al uso de operaciones básicas y de su comprensión de la variación. Sabe que hay que subdividir el problema para solucionarlo por partes.

## METACOGNICIÓN Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS 101

### CONOCIMIENTO DECLARATIVO – DESEMPEÑO SUPERIOR (9.0 – 10.0)

	CONOCIMIENTO DE SÍ MISMO	CONOCIMIENTO DE LA TAREA	CONOCIMIENTO DE LAS ESTRATEGIAS
<b>PARTICIPANTES / INDICADORES</b>	Juzga. Emite algún juicio sobre sus fortalezas o dificultades al resolver el problema.	Comenta. Expresa las razones asociadas a la tarea por las que puede o no resolver el problema. Evidencia comprensión de las demandas de la tarea.	Comenta. Describe la estrategia que se debe usar para solucionar el problema.
<b>PARTICIPANTE 4</b>	De las cuales Camilo es dueño de una más que la mitad del total. ¿De una más que la mitad?...No entiendo esto.	De las cuales Camilo es dueño de una más que la mitad del total. ¿De una más que la mitad?...No entiendo esto.	
<b>OBSERVACIONES PARTICIPANTE 4</b>	En diversos momentos del ejercicio el estudiante se vio confundido frente a la información, principalmente en las preguntas para establecer las comparaciones pedidas. Muestra comprensión de los enunciados complejos del problema, pero comete errores por no marcar adecuadamente la información y quizá falta de atención al escribir algunas cifras, que luego no identifica, pese a que tenga bien hechos los resultados iniciales.	En términos de demanda de la tarea, el estudiante tiene claridad para establecer mitades y relaciones de variación requeridas para poder solucionar el problema. Se le dificulta entre las demandas requeridas por el problema, realizar la comparación de la información.	Aunque no lo representa en un modelo matemático habitual, establece las relaciones de variación 1 a 3, que es necesario para resolver el problema. Maneja las operaciones básicas requeridas para apoyar la resolución del problema y lo subdivide e situaciones por día como estrategia general.
<b>PARTICIPANTE 5</b>	Yo digo que ya. Que esta última no.	1. El día lunes, este es el que me equivoqué. El día lunes Pedro...Uhhh. El día martes, Camilo tenía 48 y Pedro tiene 16, un total de 8, uh 8, 14, 6, 64. El lunes. Uh, no se	
<b>OBSERVACIONES PARTICIPANTE 5</b>	Su comprensión sobre el problema es parcial puesto que establece algunas relaciones necesarias en el problema de manera inadecuada. Reconoce sólo al final dificultades para comprender la segunda pregunta, aunque desarrolló una posible comparación. Traslada ideas de lo que ha realizado previamente a la solución de otras partes del problema que con inadecuadas para el contexto de la situación específica (ej. asumir que debe dividir las 80 canicas del día martes en dos cantidades iguales, como lo había hecho el día lunes).	Tiene claridad en el concepto de triple, pero no tiene en cuenta la relación que debe ejercer entre la cantidad de canicas de ambos niños. No comprende lo que la tarea demanda en términos de comparación y se limita a responder en términos de mayor o menor cantidad frente a la totalidad de canicas que se reúnen entre ambos niños y no cada niño. No evidencia claridad en términos de variación.	Subdivide el problema en partes para calcular cada cantidad de canicas por día y luego emitir la comparación. Su única estrategia es el uso de operaciones básicas acompañada de la relectura del texto.

## METACOGNICIÓN Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS 102

### CONOCIMIENTO DECLARATIVO – DESEMPEÑO SUPERIOR (9.0 – 10.0)

	CONOCIMIENTO DE SÍ MISMO	CONOCIMIENTO DE LA TAREA	CONOCIMIENTO DE LAS ESTRATEGIAS
<b>PARTICIPANTES / INDICADORES</b>	Juzga. Emite algún juicio sobre sus fortalezas o dificultades al resolver el problema.	Comenta. Expresa las razones asociadas a la tarea por las que puede o no resolver el problema. Evidencia comprensión de las demandas de la tarea.	Comenta. Describe la estrategia que se debe usar para solucionar el problema.
<b>PARTICIPANTE 7</b>	<p>1. Tonces si llevan 80 canicas, Pedro tiene el triple...tonces cada uno tendría 40 y dice que tiene el triple. No, no entiendo ahí,...(susurra).../</p> <p>2. Entonces ahí sería 60 y 20,...No sé cómo hacer./ 3. Entonces el lunes Pedro tenía 16 y el miércoles quedó con 80, ganó, tenía 16, 80, no. No sé como hacer.</p>		<p>1. Entonces ahí sería 60 y 20,...No sé cómo hacer./ 2. Entonces el lunes Pedro tenía 16 y el miércoles quedó con 80, ganó, tenía 16, 80, no. No sé como hacer.</p>
<b>OBSERVACIONES PARTICIPANTE 7</b>	<p>La estudiante muestra comprensión del problema, en las relaciones que se establecen en cada uno de los días frente a la cantidad de canicas que tiene cada niño. También comprende el hecho de comparar las cantidades entre los días y poder determinar cuántas de más o de menos tiene cada niño, sin embargo, omite que en una de las preguntas es frente al acabar el juego y en la otra frente al iniciar el juego. Además, se equivoca porque inicialmente en el día lunes no marca el dato de las canicas de cada niño y por lo tanto establece mal la relación frente al día martes.</p>	<p>La estudiante muestra comprensión de las demandas de la tarea: relación entre cantidades, variación, manejo de operaciones básicas, concepto de mitad, triple.</p>	<p>Teniendo claridad de que se deben hacer relaciones y comparaciones para resolver las preguntas, parece que no encuentra un procedimiento matemático claro que le permitiera esto. Además, en el marco de estrategias, entiende el concepto de variación, pero no cuenta con elementos alternos a las operaciones básicas, como el planteamiento de una ecuación, para resolver el problema.</p>

## METACOGNICIÓN Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS 103

### CONOCIMIENTO DECLARATIVO – DESEMPEÑO BAJO (1.0 – 5.9)

	CONOCIMIENTO INTRA - INDIVIDUAL	CONOCIMIENTO DE LA TAREA	CONOCIMIENTO DE LAS ESTRATEGIAS
<b>PARTICIPANTES / INDICADORES</b>	Juzga. Emite algún juicio sobre sus fortalezas o dificultades al resolver el problema.	Comenta. Expresa las razones asociadas a la tarea por las que puede o no resolver el problema. Evidencia comprensión de las demandas de la tarea.	Comenta. Expresa las razones asociadas a la estrategia por las que puede o no resolver el problema
<b>PARTICIPANTE 2</b>	1. Entonces si tienen 80 canicas (susurra)...240 de Camilo y pera miro si esta bien lo esto de acá. 80 por 3, tonces 0, 3 por 8. ¿No me puedes ayudar acá que se me olvidó la tabla del 8?. / 2. espera miro cómo saco la mitad de acá, la mitad de 122...pera, que no sé como sacarle la mitad sin dividirla.	1. Entonces si tienen 80 canicas (susurra)...240 de Camilo y pera miro si esta bien lo esto de acá. 80 por 3, tonces 0, 3 por 8. ¿No me puedes ayudar acá que se me olvidó la tabla del 8?. / 2. espera miro cómo saco la mitad de acá, la mitad de 122...pera, que no sé como sacarle la mitad sin dividirla.	1. espera miro cómo saco la mitad de acá, la mitad de 122...pera, que no sé como sacarle la mitad sin dividirla. / 2. estoy haciendo mal la división. Entonces la división descartada.
<b>OBSERVACIONES PARTICIPANTE 2</b>	Una de las dificultades de la estudiante es que lee de manera parcializada la información, la mezcla y altera. No sabe dividir, lo que dificulta su ejecución del problema. En general no mostró comprensión del problema.	Más allá de operaciones matemáticas básicas, la tarea demanda un alto nivel de comprensión del texto y su traducción al lenguaje matemático entendiendo el contexto de la variación. La estudiante no comprende la totalidad del texto y tampoco puede traducir la información a un modelo matemático.	Como el problema es del marco variacional, en donde la variable se asume como incógnita, la estrategia más adecuada es el manejo de sistemas de ecuaciones. Pero la estrategia de la estudiante está centrada en las operaciones básicas y en el tanteo por aproximaciones, que ante sus propias dificultades operativas y de comprensión del problema, ejecuta de manera inadecuada y olvidando por ejemplo qué significa tener partes iguales.
<b>PARTICIPANTE 6</b>			
<b>OBSERVACIONES PARTICIPANTE 6</b>	Tiene dificultades para comprender la información del texto. Una muestra de ello, es que habiendo asignado el nombre adecuado a los niños en la cantidad de canicas del día miércoles, los procesa luego al revés. Tiene dificultades para realizar divisiones.	Desconoce la necesidad de tener en cuenta la información completa que se da en el enunciado del problema sobre la cantidad de canicas de cada día y la distribución para cada uno de los niños, así como la relación ganar y perder. Pese a que lee en varias oportunidades el problema y principalmente las preguntas, tiene dificultades para realizar comparaciones, exigencia puntual que se requiere en esta tarea.	Su estrategia general es estimar, sin embargo, es una estimación sin comprensión definitiva de la situación. Así por ejemplo, para el día lunes estima que lo que tienen al final es lo mismo inicial más lo que se ganó, como si fueran canicas adicionales y no provenientes de la relación ganó - perdió. Para el día miércoles hace estimaciones y aproximaciones para encontrar dos números que le den el valor establecido (122) y los encuentra correctamente. La pregunta es: ¿comprendió la relación? o simplemente tuvo fortuna en hallar los números.

## METACOGNICIÓN Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS 104

### CONOCIMIENTO DECLARATIVO – DESEMPEÑO BAJO (1.0 – 5.9)

	CONOCIMIENTO INTRA - INDIVIDUAL	CONOCIMIENTO DE LA TAREA	CONOCIMIENTO DE LAS ESTRATEGIAS
<b>PARTICIPANTES / INDICADORES</b>	Juzga. Emite algún juicio sobre sus fortalezas o dificultades al resolver el problema.	Comenta. Expresa las razones asociadas a la tarea por las que puede o no resolver el problema. Evidencia comprensión de las demandas de la tarea.	Comenta. Expresa las razones asociadas a la estrategia por las que puede o no resolver el problema
<b>PARTICIPANTE 8</b>			
<b>OBSERVACIONES PARTICIPANTE 8</b>	Su ejecución muestra que no hay comprensión de las relaciones entre las canicas totales que se llevan cada día y la cantidad que le corresponde a cada niño. Su criterio de comparación es la cantidad total que llevaban, más no la diferenciación entre los niños y lo que ganan o pierden, además se centra en quien gana únicamente.	Comprende que es el triple y que es la mitad. Hay desconocimiento del concepto de variación y cómo establecer relaciones variacionales.	La estrategia de la estudiante se basa en las operaciones básicas.
<b>PARTICIPANTE 9</b>	1. Camilo quedó con 120 canicas, este es Pedro que se quedó con 40 y...No entiendo.		Uhzz, me da menos. 12, 12, 4. 24. 24 y 24, 8, 48. 48 y 48, 8 y 8, 16, 96. 96 y 96, 12, 9 y 9 18, se pasa. ¿qué hago?
<b>OBSERVACIONES PARTICIPANTE 9</b>	Se evidencia que la estudiante no logró comprender el problema, ni en la información de cada día, ni en las preguntas que tiene que resolver. Suele parcializar la información, sin concentrarse plenamente en la totalidad del texto. Improvisa procesos para resolver el problema, que no logra entender en términos de razonamiento.	Muestra desconocimiento total de las demandas de la tarea.	Carece de estrategias asociadas a la variación para poder resolver el problema.
<b>PARTICIPANTE 10</b>	1. Uh, no entiendo, entonces voy a volver a leer (lectura silenciosa).		1. Uh...O sea, si Camilo tiene el triple de las canicas de Pedro, entonces,...No sé cómo sacaría tercera de 80, para saber cuántas tiene Camilo en total...Uh...no, no sabría
<b>OBSERVACIONES PARTICIPANTE 10</b>	La estudiante muestra comprensión de lo que debe resolver. Comprendió además la información del día lunes y martes, pero no del día miércoles. Reconoce cuando no entiende algo o no sabe qué hacer y busca alternativas, aunque por la poca verbalización que hizo no se logran identificar todos los razonamientos que realiza. Del análisis de su hoja de solución se evidencia que el problema del día miércoles fue que asumió que el miércoles cada niño tenía lo del lunes más lo del martes (¿Por qué?, no leyó la información o eso fue lo que entendió?).	No es claro si comprende el sentido de la variación para la relación del triple por ejemplo, aunque encuentra el resultado adecuado en este aspecto. Maneja mitades y para los días lunes y martes comprendió la información, así como tiene claridad en lo que se pregunta.	Su estrategia preferida es el cálculo mental. No utiliza mucho el papel para encontrar resultados. Por lo tanto, en términos de estrategias matemáticas no se evidencia cómo encuentra las variaciones. Se deduce que suma y resta según el caso requerido.

**CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL – DESEMPEÑO SUPERIOR (9.0 – 10.0)**

**PLANEACIÓN**

**PARTICIPANTES /  
INDICADORES**

Pregunta. Realiza alguna pregunta para lograr comprender el problema o saber lo que hay que hacer. Al investigador o a él mismo.

Se explica a si mismo el problema orientándose por la información relevante.

Se concentra en la información relevante del problema. Los datos y las preguntas a resolver. Los repite o saca en la hoja los datos relevantes.

Determina una estrategia. Explica o se deduce cómo va a resolver el problema.

**PARTICIPANTE 1**

1. . Entonces, la mitad de 64, la mitad de 64 es 32, si, creo. 2 por 2, 4, 2 por 3, 6. Tonces, tienen 64. Al finalizar el juego, tonces, día lunes. Al finalizar el juego Camilo le ganó la mitad de las canicas a Pedro... La mitad de las canicas.... La mitad de las canicas. ¿Pero de cuáles serán, de las 64 o de las 32?... / 2, El triple. Entonces,...entonces ¿ahí como sería? ...el triple, el triple de las canicas, a ver. / 2. . ¿Cuál sería la mitad de 122?. Entonces, voy a dividir acá, 122 dividido en 2

1. Entonces, bueno, el día lunes Camilo y Pedro llevan la misma cantidad de canicas, la misma cantidad y entre ambos tienen un total de 64 canicas. Entonces, tienen la misma cantidad y entre los dos tienen 64. / 2. Día martes, durante el juego del martes, entre Camilo y Pedro tienen un total de 80 canicas. Entre Camilo y Pedro tienen un total de 80 canicas pero Camilo,... total de 80 canicas, 80 canicas; pero Camilo tiene el triple de las canicas de Pedro. Entre los dos tienen un total de 80 canicas. El triple.

1. Entonces, bueno, el día lunes Camilo y Pedro llevan la misma cantidad de canicas, la misma cantidad y entre ambos tienen un total de 64 canicas. / 2. Durante el juego del martes, voy a encerrar esto acá sino me pierdo. Día martes, durante el juego del martes, entre Camilo y Pedro tienen un total de 80 canicas. / 3. El miércoles, entre Camilo y Pedro llevan 122 canicas, tonces llevan 122 canicas, de las cuales Camilo es dueño de una más, de una más que la mitad del total de las canicas.

1. el día lunes Camilo y Pedro / 2. Día martes, durante el juego del martes, entre Camilo y Pedro / 3. El miércoles, tonces, bueno el día miércoles

**OBSERVACIONES  
PARTICIPANTE 1**

En la planeación se evidencia que la estudiante trata constantemente de definirse y representarse el problema desde acciones como preguntarse, explicarse a si misma y concentrarse en la información relevante. Frente al plan específico que determine la estrategia, aunque no lo explicita antes de iniciar la ejecución, se evidencia que subdivide el problema en partes (en el mismo orden en el que se presenta la información) y luego hace las relaciones respectivas de los resultados de cada día para dar una respuesta al problema. Frente a las acciones cognitivas, lee el problema, determina las operaciones o relaciones entre cantidades con las cuales va a encontrar un resultado, las ejecuta y evalúa que se correspondan con la información inicial relevante (la cantidad de canicas que entre ambos niños llevan en un día). Finalmente, emite una respuesta a la luz de las preguntas realizadas.

# METACOGNICIÓN Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS 106

## CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL – DESEMPEÑO SUPERIOR (9.0 – 10.0)

PLANEACIÓN			
<b>PARTICIPANTES / INDICADORES</b>	Pregunta. Realiza alguna pregunta para lograr comprender el problema o saber lo que hay que hacer. Al investigador o a él mismo.	Se explica a si mismo el problema orientándose por la información relevante.	Se concentra en la información relevante del problema. Los datos y las preguntas a resolver. Los repite o saca en la hoja los datos relevantes.
<b>PARTICIPANTE 3</b>	1. durante el día martes tienen 80 canicas, 80, pero Camilo tiene el triple de las canicas de Pedro, entonces, el triple,...uzzzhhh....(susurra releyendo el texto). Uzzzhhh. ....uhm, bueno, tonces, aquí dice durante el juego del martes, entre Camilo y Pedro tienen un total de 80 canicas, listo, pero Camilo tiene el triple de las canicas de Pedro. Camilo tiene el triple, entonces, no se,...(uhhh)...Camilo tiene el triple de las canicas de Pedro...	1. Bueno, ya voy a empezar a ver. Dice las canicas, entonces aquí hay una pregunta, ¿cuántas canicas de más o de menos tiene cada niño al finalizar el día martes, en comparación con las que terminan el juego el día lunes?, entonces, voy a.../ 2. Camilo tiene el triple de las canicas de Pedro, entonces, el triple,...uzzzhhh....(susurra releyendo el texto). Uzzzhhh. ....uhm, bueno, tonces, aquí dice durante el juego del martes, entre Camilo y Pedro tienen un total de 80 canicas, listo, pero Camilo tiene el triple de las canicas de Pedro. / 3. Durante el juego del martes, entre Camilo y Pedro tienen un total de 80 canicas, listo. Camilo tiene el triple de las canicas de Pedro. El triple... tonces acá dice ¿cuántas canicas de más o de menos tiene cada niño al finalizar el día martes, en comparación con las que terminan el juego el día lunes?... (susurra) (acuérdate de hablar) ¿cuántas canicas de más o de menos tiene cada niño al finalizar el día martes?... ah ya. / 4. Tonces acá dice la otra pregunta, ¿cuántas canicas de más o de menos tiene cada niño al finalizar el día miércoles?. El día miércoles, listo.	Determina una estrategia. Explica o se deduce cómo va a resolver el problema.  1. entonces, voy a...bueno, entonces aquí voy a dividir 64 entre 2. / 2. Camilo tiene el triple de las canicas de Pedro...., bueno, no sé, voy a dividirlo entre 3. Sería 3 por 6, 3 por 3.../ 3. Tonces voy a dividir 80 entre 3, (...).Entonces voy a dividir entre 4. / 4. Tonces acá dice la otra pregunta, ¿cuántas canicas de más o de menos tiene cada niño al finalizar el día miércoles?. El día miércoles, listo./ 5. Bueno voy a hacer esto, voy a dividir 122 entre 2, serían 12, 6, 6 por 12, 12 a 12, 0, bajo el 2, 1. Entonces 61. 61
<b>OBSERVACIONES PARTICIPANTE 3</b>	Para definirse y representarse el problema el estudiante se lo va explicando para lograr comprender cada situación. Se concentra en la información relevante, que no es sólo la información general, sino que se centra en encontrar las relaciones, como la mitad, el triple, una más que la mitad y de manera permanente en las preguntas que debe resolver. En el marco de las acciones cognitivas, el estudiante lee el problema y lo sigue leyendo a lo largo de la ejecución para comprender las situaciones, decide en cada caso las operaciones con las que va a resolver de acuerdo con sus conocimientos y las ejecuta. No expresa un resultado de manera explícita.		

CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL – DESEMPEÑO SUPERIOR (9.0 – 10.0)

PLANEACIÓN

**PARTICIPANTES / INDICADORES**

Pregunta. Realiza alguna pregunta para lograr comprender el problema o saber lo que hay que hacer. Al investigador o a él mismo.

Se explica a sí mismo el problema orientándose por la información relevante.

Se concentra en la información relevante del problema. Los datos y las preguntas a resolver. Los repite o saca en la hoja los datos relevantes.

Determina una estrategia. Explica o se deduce cómo va a resolver el problema.

**PARTICIPANTE 4**

1. Dice que sí, eh, dice que tiene el triple de canicas que, Camilo tiene el triple de canicas de Pedro. Voy a hacer un ejercicio a ver si me sale. / 2. Bueno dice que el día miércoles entre Camilo y Pedro llevan 122 canicas, entre Camilo y Pedro, de las cuales Camilo es dueño de una más que la mitad del total. de las canicas. Al finalizar el juego de este día, Pedro le ganó 20 canicas a Camilo.... Camilo es dueño de una más que la mitad del total. Ah, una más que la mitad (ja).

Bueno, el día lunes Camilo y Pedro llevan la misma cantidad de canicas, la misma cantidad de canicas y entre ambos tienen un total de 64. Bueno, día lunes total de canicas 64 y entre los dos Pedro y Camilo tienen la misma cantidad cada uno. / 2. Bueno, durante el juego del día martes, entre Camilo y Pedro tienen un total de 80 canicas. Entre Camilo y Pedro tienen un total de 80 canicas. Entonces, 80.

1. . Bueno, voy a hacer una división, cuántas canicas tiene cada uno. (...)El total de cada, cada niño de canicas es de 32 canicas. Y al finalizar el juego Camilo le ganó la mitad de las canicas a Pedro. Voy a hacer otra división, 32, entre 2, que es la mitad que le ganó Pedro a Camilo. (...)Bueno, ahora voy a hacer cuánto tiene Pedro y cuánto tiene Camilo. (...)Si Pedro tiene 1, entonces como es el triple Camilo tendría 3, y ahí irían 4/ 3. El día miércoles, bueno. El día lunes ya pasó, ahora el día martes, listo. Ahora va el día miércoles.

**OBSERVACIONES PARTICIPANTE 4**

De manera reiterada el estudiante a lo largo del problema se concentra en información relevante y se va explicando a sí mismo el problema. Con esto, se define y representa el problema, mostrando en general un buen nivel de comprensión de la información, que se ve opacada por los errores de identificación de los datos que ha calculado o por escribir mal las cifras. A nivel de estrategias cognitivas para la resolución de problemas, lee reiteradamente el problema, selecciona las operaciones más ajustadas a la situación y las ejecuta. Revisa nuevamente la información para saber que le quedó bien (acción de evaluación también) y da una respuesta en términos de los solicitado en el problema.

CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL – DESEMPEÑO SUPERIOR (9.0 – 10.0)

PLANEACIÓN

**PARTICIPANTES / INDICADORES**

Pregunta. Realiza alguna pregunta para lograr comprender el problema o saber lo que hay que hacer. Al investigador o a él mismo.

Se explica a si mismo el problema orientándose por la información relevante.

Se concentra en la información relevante del problema. Los datos y las preguntas a resolver. Los repite o saca en la hoja los datos relevantes.

Determina una estrategia. Explica o se deduce cómo va a resolver el problema.

**PARTICIPANTE 5**

1. Eh, 64. Al final del juego Camilo le ganó la mitad de las canicas a Pedro. Mitad. Tonces Camilo tiene 32, y le ganó la mitad de las canicas a Pedro. Le ganó, tonces sumo. Dividamos 32 dividido en 2, 3 en 2, da 1. 2 por 1, 2 a 1, 3, bajo el 2, 6 por 2, 12 a 12, 6. 16. Tonces..., Camilo le ganó 12 canicas a Pedro, 16 digo, 16 canicas a Pedro. Tonces, 16 sería que le ganó, más, ganancia de Camilo./ 2. Tonces daría 61. Tonces cada uno tiene 61 canicas. Pero Camilo tiene, eh, de las cuales Camilo es dueño de una más que la mitad del total de las canicas. Entonces de una, de una más, que la mitad del total de las canicas....Tonces sería sumarle 1. Dice una más que la mitad del total. Entonces Camilo tiene 62 canicas, dice que le sumen 2, 1 canica. 62 canicas. /3. El día lunes... el día lunes, 32 que tenía Pedro. No. Tonces sería acá en el día lunes sumar treinta y; Camilo tenía 32 y 12 ganó 16 más a Pedro, entonces sería sumar, 6 y 2, 8, y 4. Y Pedro quedó con 32 menos 16, a 12 le quito 6, quedan 6, como este le prestó 1, quito 1, a 2 quito 1, 1, queda 16. / 4. ¿Cuántas canicas de más o de menos tiene cada niño? Pues, Camilo tiene, Camilo tiene 48 canicas, eh, del día martes tiene 110 canicas y Pedro tiene 50. Tiene 50. En comparación con las que termine el juego el día lunes...en comparación con las que terminan el día lunes(...). Cuántas canicas de más o de menos tiene cada niño al finalizar el día lunes, al finalizar el día miércoles, en comparación con las que llevaban al iniciar el torneo el día lunes? El lunes llevan 64 canicas y terminan con, el día lunes, ¿cuántas canicas de más o de menos tiene cada niño al finalizar miércoles?

1. ¿Cuántas canicas de más o de menos tiene cada niño al finalizar el día martes... en comparación con las que terminan el juego el día lunes?. El día lunes Camilo y Pedro llevan la misma cantidad de canicas y entre ambos tienen un total de 64. Al finalizar el juego Camilo le ganó la mitad de las canicas a Pedro. /2. Durante el juego del martes, entre Camilo y Pedro tienen un total de 80 canicas, pero Camilo tiene el triple de las canicas de Pedro. Durante el juego del martes, entre Camilo y Pedro tienen un total de 80 canicas, pero Camilo tiene el triple de las canicas de Pedro.

1. Tonces, sería que... dividir 64 entre 2 para poder sacar la mitad./ 2. Camilo tiene 32, y le ganó la mitad de las canicas a Pedro. Le ganó, tonces sumo. Dividamos 32 dividido en 2.

**OBSERVACIONES PARTICIPANTE 5**

El plan de solución global consistió en subdividir el problema en subproblemas a los cuales les fue diseñando la secuencia de pasos para resolverlos. Esa secuencia de pasos está marcada por estrategias cognitivas de resolución de problemas que implican leer y releer el problema, concentrándose en la información relevante; determinar los procedimientos matemáticos que debe realizar, muy acordes para la situación desde las operaciones básicas, pero sin tener en cuenta un procedimiento para la variación; realizar los cálculos y presentar una respuesta a la luz de la pregunta, aunque esta última es limitada en términos de la comparación esperada. Representarse y definirse el problema no es una acción previa y global, sino también correspondiente a las subdivisiones del problema y para el caso de la estudiante muestran que no pudo establecer las relaciones entre los distintos elementos del problema de manera adecuada.

CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL – DESEMPEÑO SUPERIOR (9.0 – 10.0)

PLANEACIÓN

**PARTICIPANTES / INDICADORES**

Pregunta. Realiza alguna pregunta para lograr comprender el problema o saber lo que hay que hacer. Al investigador o a él mismo.

Se explica a si mismo el problema orientándose por la información relevante.

Se concentra en la información relevante del problema. Los datos y las preguntas a resolver. Los repite o saca en la hoja los datos relevantes.

Determina una estrategia. Explica o se deduce cómo va a resolver el problema.

**PARTICIPANTE 7**

1. Pero Camilo tiene el triple de las canicas de Pedro. ¿Cómo así?. Durante el día martes, entre Camilo y Pedro tienen un total de 80 canicas, tienen, pero Camilo tiene el triple de las canicas de Pedro. Entonces si llevan 80 canicas, Pedro tiene el triple....tonces cada uno tendría 40 y dice que tiene el triple. No, no entiendo ahí,...(susurra)...Bueno, si en total llevan 80 canicas, él tiene que llevar más./ 2. Tonces acá dice que Pedro terminó con 48, entonces, Pedro terminó con 48 el día lunes y el martes terminó con 50 canicas. Entonces se ganó 2 canicas. 2 canicas más. (susurra). Tiene 2 más. Y Camilo, el día lunes, ay, (susurra). Tonces si cada uno tiene 32, entonces él quedó con 16, no (...)

1. Pero Camilo tiene el triple de las canicas de Pedro. ¿Cómo así?. Durante el día martes, entre Camilo y Pedro tienen un total de 80 canicas, tienen, pero Camilo tiene el triple de las canicas de Pedro. Tonces si llevan 80 canicas, Pedro tiene el triple....tonces cada uno tendría 40 y dice que tiene el triple. No, no entiendo ahí,...(susurra)...Bueno, si en total llevan 80 canicas, él tiene que llevar más.

1. Bueno. Vuelvo a leer ahí (susurra). Bueno acá dice ¿cuántas canicas de más o de menos tiene cada niño al finalizar el día martes, en comparación con las que terminan el juego el día lunes?. Tonces voy a hacer el día lunes./ 2. Bueno, ¿cuántas canicas de más o de menos tiene cada niño al finalizar el día miércoles, respecto a las que llevan al iniciar el torneo el día martes?. Uh, tonces acá dice, el miércoles, entre Camilo y Pedro llevan 122 canicas, de las cuales Camilo es dueño de una más que la mitad del total de las canicas. Al finalizar el juego de este día, Pedro le ganó 20 canicas a Camilo. Bueno, yo digo que esta es la a, esta es la b. Dice, ¿cuántas canicas de más o de menos tiene cada niño al finalizar el día miércoles, respecto a las que llevan al iniciar el torneo el día martes?... Respecto a las que llevan al iniciar el torneo el día martes....Bueno dice, el miércoles entre Camilo y Pedro llevan 122 canicas de las cuales Camilo es dueño de una más de la mitad del total de las canicas. / 3. Bueno dice, el miércoles entre Camilo y Pedro llevan 122 canicas de las cuales Camilo es dueño de una más de la mitad del total de las canicas. Entonces saco la mitad de 122.

1. Bueno. Vuelvo a leer ahí (susurra). Bueno acá dice ¿cuántas canicas de más o de menos tiene cada niño al finalizar el día martes, en comparación con las que terminan el juego el día martes?. Tonces voy a hacer el día martes. Dice, el día lunes Camilo y Pedro llevan la misma cantidad de canicas y entre ambos tienen un total de 64. Le saco la mitad, 64, tonces 32. / 2. ¿Cuántas canicas de más o de menos tiene cada niño al finalizar el día martes, en?. Bueno, le sumaría martes. Durante el juego del martes.

**OBSERVACIONES PARTICIPANTE 7**

En el marco de la planeación, la estudiante logra definirse y representarse el problema gracias a la lectura y relectura continua del texto (que también es una estrategia de regulación), concentrándose en la información relevante del problema que establece las relaciones entre las cantidades de canicas que lleva cada niño y las preguntas que debe resolver. Las acciones que determinan el plan en la estudiante entonces son leer y volver a leer cuántas veces sea necesario, determinar alguna operación matemática que le permita establecer la relación indicada en cada situación, ejecutarla y dar una respuesta a través de la comparación de los datos relevantes. También revisa que esa información se corresponda con la comparación pedida (lo que se constituye también en una acción de regulación y evaluación de la ejecución)

# METACOGNICIÓN Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS 110

## CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL– DESEMPEÑO BAJO (1.0 – 5.9)

### PLANEACIÓN

<b>PARTICIPANTES / INDICADORES</b>	Pregunta. Realiza alguna pregunta para lograr comprender el problema o saber lo que hay que hacer. Al investigador o a él mismo.	Se explica a si mismo el problema orientándose por la información relevante.	Se concentra en la información relevante del problema. Los datos y las preguntas a resolver. Los repite o saca en la hoja los datos relevantes.	Determina una estrategia. Explica o se deduce cómo va a resolver el problema.
------------------------------------	--	--	---	---

#### PARTICIPANTE 2

1. Bueno, entonces aquí dice lo de las canicas. Dice que Camilo y Pedro llevaron la misma cantidad de canicas y entre ambos colectaron 64. Ponemos 64. / 2. Al finalizar el juego Camilo le ganó la mitad a Pedro, entonces 32. / 3. Tonces sería 64 lunes y, el miércoles llevaban 122, de las cuales Camilo es dueño de más de la mitad. . Bueno, entonces acá toca mirar. Tonces 122, Camilo es dueño de la mitad. Tonces mitad de 122 son...

1. Bueno, entonces aquí dice lo de las canicas. Dice que Camilo y Pedro llevaron la misma cantidad de canicas y entre ambos colectaron 64. Ponemos 64. / 2. Al finalizar el juego Camilo le ganó la mitad a Pedro, entonces 32. Durante el juego del martes, entre Camilo y Pedro tienen en total 80, pero Camilo tiene el triple, el triple, que Pedro. Tonces 80,

1. Durante el juego del martes. /2. El miércoles entre Camilo y Pedro. / 2. Miremos lo del lunes y luego iniciamos lo del miércoles

#### OBSERVACIONES PARTICIPANTE 2

En el marco de las estrategias cognitivas para resolver el problema, la estudiante lee el problema y relee partes de él, pero no muestra comprensión general a la luz de la información del texto, porque la parcializa. Se hace una propia comprensión de acuerdo con las explicaciones que se da del texto y con los cuales se lo define y representa. Selecciona una operaciones matemáticas basadas en sumar únicamente y da una respuesta, pero no se detiene a verificar que sus ejecuciones sean coherentes con la información del texto. Su plan estuvo marcado por resolver el problema hallando la información de cada día, aunque de manera incompleta, pues se concentró únicamente en el niño que ganaba canicas.

CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL – DESEMPEÑO BAJO (1.0 – 5.9)

PLANEACIÓN				
<b>PARTICIPANTES / INDICADORES</b>	Pregunta. Realiza alguna pregunta para lograr comprender el problema o saber lo que hay que hacer. Al investigador o a él mismo.	Se explica a si mismo el problema orientándose por la información relevante.	Se concentra en la información relevante del problema. Los datos y las preguntas a resolver. Los repite o saca en la hoja los datos relevantes.	Determina una estrategia. Explica o se deduce cómo va a resolver el problema.
<b>PARTICIPANTE 6</b>			<p>1. Luego, de nuevo, ¿Cuántas canicas de más o de menos tiene cada niño al finalizar el día martes, en comparación con las que terminan el juego del día lunes?; ¿Cuántas canicas de más o de menos tiene cada niño al finalizar el día martes...?; ¿Tiene cada niño al finalizar el día martes, en comparación con las que terminan el juego el día lunes?; en comparación, en comparación con las que terminan el día martes, el día lunes perdón.</p> <p>Uhuhuhuhu....Durante el juego del martes, entre Camilo y Pedro tienen un total de 180 canicas, pero Camilo tiene el triple de las canicas de Pedro.(...) De acuerdo con esta información, ¿cuántas canicas de más o de menos tiene cada niño al finalizar el día martes, en comparación con las que terminan el juego el día lunes? A, ¿cuántas?, más o menos. 64 y 80. / 2. ¿Cuántas canicas de más o de menos tiene cada niño al finalizar el día miércoles, respecto de las que llevan al iniciar el torneo el día lunes? Miércoles. El miércoles, entre Camilo y Pedro llevan 122 canicas, de las cuales Camilo es dueño de una más de la mitad del total de las canicas. Al finalizar el juego de este día, Pedro le ganó 20 canicas a Camilo. Y acá dice, ¿cuántas canicas de más o de menos tiene cada niño al finalizar el día miércoles, respecto a las que llevan al iniciar el torneo? (susurra). ¿Cuántas canicas de más o de menos tiene cada niño al finalizar el día miércoles, respecto a las que llevan al iniciar el torneo del día lunes?. Acá dice, el miércoles, entre Camilo y Pedro llevan 122 canicas, de las cuales Camilo es dueño de la mitad, de una másde la mitad.</p>	<p>1. Entonces aquí sería, mitad de 122, que sería...¿101 canicas?. La mitad de 122 serían, 90, 90. Más 90. No se pasa. 0 8 y 8, 16, 99 y 9, 18, se pasa. Aquí serían 72, digámoslo así, 2, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, se pasa. O sea que colocaríamos acá 6, 6 y 6, 12 y 1, 13, serían 122. Pero como dice que tiene el doble, el doble, el doble, el doble, uhhh....(susurra). 65, mas 68, Ahora si. 8, 9, 10, 11, 12, 13, 3 llevo 1, 13, se pasa. 6, 4, 6, no. 6, 3. 6 y 1, 7, ay se pasa. (susurra)...60 y 60, 120, o sea que serían aquí 62 y 60, 122</p>
<b>OBSERVACIONES PARTICIPANTE 6</b>	Para definirse y representarse el problema, la estudiante lee una y otra vez la información partiendo de las preguntas que debe responder. Sin embargo, a la luz de lo que se esperaría fuera la resolución del problema, esta acción no logró darle la comprensión necesaria del problema. Como plan general, se limitó a comparar las cantidades de canicas de cada día, sin concentrarse en calcular las relaciones entre cantidad de canicas de cada niño, su ganancia - pérdida y cantidad final respecto a cantidad inicial.			

# METACOGNICIÓN Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS 112

## CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL – DESEMPEÑO BAJO (1.0 – 5.9)

### PLANEACIÓN

PARTICIPANTES / INDICADORES	Pregunta. Realiza alguna pregunta para lograr comprender el problema o saber lo que hay que hacer. Al investigador o a él mismo.	Se explica a si mismo el problema orientándose por la información relevante.	Se concentra en la información relevante del problema. Los datos y las preguntas a resolver. Los repite o saca en la hoja los datos relevantes.	Determina una estrategia. Explica o se deduce cómo va a resolver el problema.
-----------------------------	--	--	---	---

### PARTICIPANTE 8

1. Entonces, aquí dice que Pedro el día martes tiene 80 canicas y Camilo tiene el triple de las canicas de Pedro. Sería multiplicar 80 por 3, 0,...24. Entonces, Camilo tiene 240 canicas. Tonces sería 240 menos 10. 0, 3, 2. Le quedan 230 a Camilo de canicas. Tonces sería, Pedro queda con 90 canicas y Camilo queda con 230 canicas y eso se suma y queda 0, 3, 11.

### OBSERVACIONES PARTICIPANTE 8

La secuencia de pasos de la planificación de la solución del problema por parte de la estudiante son leer (y se crea una comprensión propia que no necesariamente es la correcta), seleccionar una operación básica para resolver, ejecutarla y dar un resultado. Pero el inconveniente radica en que no se representa el problema claramente. Aunque lee en varias ocasiones las preguntas, no identifica cuáles son los elementos críticos de las relaciones solicitadas, por lo que sabiendo qué conoce y a dónde debe llegar, no lo puede ejecutar adecuadamente.

### PARTICIPANTE 9

1. El día lunes Camilo y Pedro llevan la misma cantidad de canicas y entre ambos tienen un total de 64. Al finalizar el juego Camilo le ganó la mitad de las canicas a Pedro... Uh. 32. 64. Entonces tienen 32. Y al final del juego, Camilo gana la mitad de las canicas. O sea 32./ 2. Durante el juego del martes, entre Camilo y Pedro tienen un total de 80 canicas, pero Camilo tiene el triple de las canicas de Pedro, ay o sea que...ya. 240. Camilo tiene el triple. / 2. Y el miércoles, entre Camilo y Pedro llevan 122 canicas, de las cuales Camilo, ¿otra vez Camilo?, si Camilo, es dueño más de la mitad del total de las canicas. Al finalizar el juego Pedro le gana a Camilo. Ah, bueno, tonces, el triple, entonces le gana 130. Y aquí ganaron 122, de las cuales Camilo es dueño de más de la mitad. La mitad de 122, 1.

1. El día lunes Camilo y Pedro llevan la misma cantidad de canicas y entre ambos tienen un total de 64. Al finalizar el juego Camilo le ganó la mitad de las canicas a Pedro... Uh. 32. 64. Entonces tienen 32. Y al final del juego, Camilo gana la mitad de las canicas. O sea 32./ 2. Durante el juego del martes, entre Camilo y Pedro tienen un total de 80 canicas, pero Camilo tiene el triple de las canicas de Pedro... Este día la suerte acompañó a Pedro y le ganó 10 canicas a Camilo. Tonces, 80... Durante el juego del martes, entre Camilo y Pedro tienen un total de 80 canicas, 80 canicas, pero Camilo tiene el triple de las canicas de Pedro, ay o sea que...ya. 240. Camilo tiene el triple.

## METACOGNICIÓN Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS 113

### CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL – DESEMPEÑO BAJO (1.0 – 5.9)

#### PLANEACIÓN

PARTICIPANTES / INDICADORES	Pregunta. Realiza alguna pregunta para lograr comprender el problema o saber lo que hay que hacer. Al investigador o a él mismo.	Se explica a sí mismo el problema orientándose por la información relevante.	Se concentra en la información relevante del problema. Los datos y las preguntas a resolver. Los repite o saca en la hoja los datos relevantes.	Determina una estrategia. Explica o se deduce cómo va a resolver el problema.
<b>OBSERVACIONES PARTICIPANTE 9</b>	Pese a revisar varias veces las preguntas y la información de cada día, no logra hacerse una definición clara del problema, lo que dificulta su toma de decisiones frente a la estrategia a llevar a cabo. Se limita a obtener cantidades, que en relación con el problema no corresponden a la información planteada.			
<b>PARTICIPANTE 10</b>	1. Pedro y Camilo tienen 64 canicas, entonces la mitad, una mitad es de Camilo y la otra mitad es de Pedro, entonces, la mitad de 64 es 32. Inician el lunes con la misma cantidad...	1. Pedro y Camilo tienen 64 canicas, entonces la mitad, una mitad es de Camilo y la otra mitad es de Pedro, entonces, la mitad de 64 es 32. Inician el lunes con la misma cantidad...	1. En el problema dice que Camilo y Pedro tienen 60 canicas, entonces puse la cantidad para saber cuántas canicas tienen... / 2. Dice que el martes tienen 80 canicas entre Pedro y Camilo.... Y dice que Pedro le ganó 10 canicas a Camilo. O sea,... Uh... O sea, si Camilo tiene el triple de las canicas de Pedro, / 3. Y entonces dice que el miércoles reunieron 122 canicas,	1. Pedro y Camilo tienen 64 canicas, entonces la mitad, una mitad es de Camilo y la otra mitad es de Pedro, entonces, la mitad de 64 es 32. / 2. Dice que el martes tienen 80 canicas entre Pedro y Camilo.... Y dice que Pedro le ganó 10 canicas a Camilo. / 3. Y entonces dice que el miércoles reunieron 122 canicas.
<b>OBSERVACIONES PARTICIPANTE 10</b>	La estudiante logra representarse con claridad el problema para la información correspondiente al día lunes y el martes. Determina los datos conocidos del problema, se concentra en los elementos críticos de la relación, ayudándose de explicarse lo que entiende y concentrándose en la información relevante. ¿Qué pasó con el miércoles?. Su plan general en términos de pasos fue leer y releer para comprender la información (¿por qué no lo hizo con el miércoles?, desde la comprensión dar un resultado proveniente del cálculo mental más que de una ejecución en lápiz y papel y dar un resultado al problema.			

CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL – DESEMPEÑO SUPERIOR (9.0 – 10.0)

REGULACIÓN Y CONTROL

PARTICIPANTES / INDICADORES	Revisa. Desarrolla un procedimiento y se toma un tiempo para chequear que le haya quedado bien. Emite juicios al respecto.	Comprueba. Hace alguna operación matemática para verificar que una operación previamente realizada le haya quedado bien.	Pausa. Se toma un tiempo para volver a leer el problema y/o las preguntas antes de continuar con sus operaciones	Autocuestionamiento. Lanza alguna pregunta o comentario en voz alta que permita dar cuenta de que está cuestionando y verificando lo que hace.	Pregunta a otros. Elabora una pregunta al investigador sobre cómo va con lo que está haciendo o para confirmar su procedimiento.	Detecta y corrige errores. Hace algún comentario que muestra que ha encontrado un error y lo corrige.
<p><b>PARTICIPANTE 1</b></p>		<p>1. Entonces, la mitad de 64, la mitad de 64 es 32, si, creo. 2 por 2, 4, 2 por 3, 6. / 2. ¿Cuál sería la mitad de 122? Entonces, voy a dividir acá, 122 dividido en 2. 2 en 12 caben 6 veces, 2 en 2 cabe 1, entonces si, ¿si es así?, 61 más 61, 2, 6 y 6, 12. Si. Entonces, 61, entonces Camilo tiene 61 canicas, Pedro tiene 61 canicas.</p>	<p>1. Entonces, esto es del día miércoles. Entonces, de acuerdo con esta información, ¿cuántas canicas de más o de menos tiene cada niño al finalizar el día martes, en comparación con las que terminan el juego el día lunes?. Tonces, ¿cuántas canicas de más o de menos al finalizar el día martes?... / 2. ¿Cuántas canicas de más o de menos tiene cada niño al finalizar el día miércoles, en comparación con las que llevaban al iniciar el torneo el día lunes?. Entonces,... a ver, Pedro, ¿cuántas canicas de más o de menos tiene cada niño?, el miércoles entre Camilo y Pedro</p>	<p>1. Al finalizar el juego Camilo le ganó la mitad de las canicas a Pedro... La mitad de las canicas... La mitad de las canicas. ¿Pero de cuáles serán, de las 64 o de las 32?... / 2. ¿si es así?, 61 más 61, 2, 6 y 6, 12. Si. Entonces, 61, entonces Camilo tiene 61 canicas, Pedro tiene 61 canicas. Entre Camilo y Pedro llevan 122 canicas de las cuales Camilo es dueño de una más, de una más (...). Si, Camilo es dueño de una más. Tonces, Camilo es dueño de una más,... que la mitad del total de las canicas. ¿Será?. Camilo es dueño de una más que la mitad del total de las canicas... A ver, supongo, hagámoslo así. Al finalizar el juego de este día, Pedro le ganó 20 canicas a Camilo. Tonces, 20 canicas a Camilo... 62 menos 20, ¿42?, si, no, no. Si 62 menos 20 es 42, creo. Si, es 42. Tonces Camilo quedó con 42 canicas y Pedro quedó con 80.</p>		
<p><b>PARTICIPANTE 3</b></p>		<p>1. Voy a ver si está bien, 2, 12. Si. 60. / 2. 20 canicas a Camilo, entonces serían, serían 62 menos 20. Llevo 1, ah no, 2, 42. Voy a ver si me quedó bien. 20, 4 y 2, 6, si. Si entonces Camilo se quedó con 42,</p>	<p>1. Entonces aquí dice ¿cuántas canicas de más o de menos tiene cada niño al finalizar el día martes, en comparación con las que terminan el juego el día lunes? Entonces voy a, el lunes, el lunes, el lunes Pedro tiene 16, Pedro 16 y Camilo 48. El martes, martes Camilo 50, 50... y Pedro ¿esté número cuál es? ¿30 será?, martes. Si, 30. Y el miércoles, miércoles, Camilo 42, 42 y Pedro 102. 102. / 2. ¿Cuántas canicas de más o de menos tiene cada niño al finalizar el día martes? ¿cuántas canicas?, ¿cuántas canicas de más o de menos tiene cada niño al finalizar el día martes? ¿cuántas canicas?, ... uhm... ¿cuántas canicas de más o de menos tiene cada niño al finalizar el día martes? ¿cuántas canicas?, ah, pues bueno, yo voy a hacer esto.</p>			

CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL – DESEMPEÑO SUPERIOR (9.0 – 10.0)

REGULACIÓN Y CONTROL

**PARTICIPANTES  
/ INDICADORES**

Revisa. Desarrolla un procedimiento y se toma un tiempo para chequear que le haya quedado bien. Emite juicios al respecto.

Comprueba. Hace alguna operación matemática para verificar que una operación previamente realizada le haya quedado bien.

Pausa. Se toma un tiempo para volver a leer el problema y /o las preguntas antes de continuar con sus operaciones

Autocuestionamiento. Lanza alguna pregunta o comentario en voz alta que permita dar cuenta de que está cuestionando y verificando lo que hace.

Pregunta a otros. Elabora una pregunta al investigador sobre cómo va con lo que está haciendo o para confirmar su procedimiento.

Detecta y corrige errores. Hace algún comentario que muestra que ha encontrado un error y lo corrige.

**PARTICIPANTE  
4**

Voy a leer otra vez la pregunta a ver si me quedó bien. Cuántas canicas de más o de menos tiene cada niño al finalizar el día martes?. De más tiene, de las 32, 32, 50, menos 32. 10 menos 2, 8 y 4 menos 3, 1. De más el día martes tuvo 18. Y de Pedro, eh, tenía, le quedaron 30 de 32 que tenía, 2, menos 0, 2, le quedaron,..2. No. Otra vez voy a leer. ¿Cuántas canicas de más o de menos tiene cada niño al finalizar el día martes?. Bueno, Camilo tiene 18 de más; y Pedro, al finalizar el día martes, tenía 32 y le quedaron 30. Entonces tiene 2 de menos. 2 de menos Pedro. Listo. En comparación con las que terminan el juego el día lunes. Entre el día lunes y el día martes, a Pedro le quedaron 10 y a Camilo le quedaron 2. Y a Camilo le quedaron 2.

1. Bueno, ¿cuántas canicas de más o de menos tiene cada niño al finalizar el día martes?. El día martes, eh,...el día martes acompañe a Pedro, este día la suerte acompañe a Pedro y le ganó 10 canicas a Camilo. Pero si tenía el triple, entonces, ya, entonces... (...) Entonces, dice que aquí ¿cuántas canicas de más o de menos tiene cada niño al finalizar el día martes?.

CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL – DESEMPEÑO SUPERIOR (9.0 – 10.0)

REGULACIÓN Y CONTROL

PARTICIPANTES / INDICADORES	Revisa. Desarrolla un procedimiento y se toma un tiempo para chequear que le haya quedado bien. Emite juicios al respecto.	Comprueba. Hace alguna operación matemática para verificar que una operación previamente realizada le haya quedado bien.	Pausa. Se toma un tiempo para volver a leer el problema y/o las preguntas antes de continuar con sus operaciones	Autocuestionamiento. Lanza alguna pregunta o comentario en voz alta que permita dar cuenta de que está cuestionando y verificando lo que hace.	Pregunta a otros. Elabora una pregunta al investigador sobre cómo va con lo que está haciendo o para confirmar su procedimiento.	Detecta y corrige errores. Hace algún comentario que muestra que ha encontrado un error y lo corrige.
PARTICIPANTE 5		1. 16, mas 16, pa ver si esta bien la prueba. 12, 3, si, 32.	1. Dice, ¿cuántas canicas de más o de menos tiene cada niño al finalizar el día martes?. Martes, ¿en comparación con las que terminan el juego el día lunes?...(...) En comparación con las que terminan, en comparación con las que terminan el juego el día lunes.	1. El día martes, entre Camilo, un total de 80. 80....Ay no, me quedó mal, me equivoqué. 122...No, espere a ver. Y Pedro tienen un total de 80 canicas, entonces cada uno tenía 40. Pero Camilo tiene el triple de las canicas. 40 por 3, da 120...120. Este día la suerte acompañó, 10 canicas más, entonces 50. Entonces 50 tenía Pedro y Camilo tenía 120. Ah ya.		
PARTICIPANTE 7	1. Pues yo sumo acá. Si el día lunes quedó con 16 Pedro y el miércoles quedó con 64, sumo, con un total de, ay pero acá ya la había hecho....Ah, no, esto está mal. Entonces Pedro quedó con 64 canicas más y Camilo perdió 6 canicas.	1. Le saco la mitad, 64, tonces 32. Vamos a verificar. Si, cada uno lleva 32 canicas. / 2. Uh, 50, 61, creo que es, si, 61, 2, 2, 61, si, 61, la mitad (susurra). Si, entonces cada uno tiene 61 .	1. Tonces acá dice que ¿cuántas canicas de más o de menos tiene cada niño al finalizar el día martes, en comparación con las que terminan el juego del día lunes?. / 2. Bueno, ¿cuántas canicas de más o de menos tiene cada niño al finalizar el día miércoles, respecto a las que llevan al iniciar el torneo el día lunes?. Bueno, entonces acá dice que ¿cuántas canicas de más o de menos tiene cada niño al finalizar el día miércoles, respecto a las que llevan al iniciar el torneo el día lunes?.	1. Él tiene que llevar 60 y el otro ¿20?. No....Uno lleva 50 y el otro lleva 30. No, ahí está mal....Entonces ahí sería 60 y 20,...No sé cómo hacer./ 2. Tonces si cada uno tiene 32, entonces él quedó con 16, no, Camilo quedó el día lunes con 16 canicas y el martes quedó con 50. No...No, me equivoqué....Pedro al comienzo tenía con 48 y el martes terminó con 30. Quedó con 30. Entonces 48 y quedó con 30. Perdió 18 canicas. Y el lunes, Camilo tenía 16, no, no. Me está quedando mal. (susurra). / 3. Entonces Pedro ganó 64.. Pedro ganó 64 canicas y ¿si es Pedro?, Si. No, era Camilo, era Camilo. No. Ay me está quedando mal....Si, era Pedro...Si. Y, ahora vamos Camilo.		1. No...No, me equivoqué....Pedro al comienzo tenía con 48 y el martes terminó con 30. Quedó con 30. Entonces 48 y quedó con 30. Perdió 18 canicas. (Detecto el error respecto a las canicas del día martes, pero no se dio cuenta del día lunes).

CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL– DESEMPEÑO SUPERIOR (9.0 – 10.0)

REGULACIÓN Y CONTROL

**PARTICIPANTES  
/ INDICADORES**

Monitoreo de la comprensión. Periódicamente revisa para ayudarse a si mismo a comprender relaciones importantes.

Interactúa con las demandas para orientarse en la ejecución

Cambia la estrategia. Empieza nuevamente el problema o parte de él para ajustar su estrategia

**PARTICIPANTE  
1**

1. Al finalizar el juego Camilo le ganó la mitad de las canicas a Pedro... La mitad de las canicas.... La mitad de las canicas. ¿Pero de cuáles serán, de las 64 o de las 32?.../ 2. Entre los dos tienen un total de 80 canicas. El triple. Entonces,...entonces ¿ahí como sería? ...el triple, el triple de las canicas, a ver. Camilo tiene el triple de las canicas de Pedro... Tonces ahí cómo sería. Tonces voy a hacer, voy a hacer acá una cosa para ver si me sale, que estoy pensando, 20, 40, 60, 80. Tonces ahí son 80. / 3. Entonces, 61, entonces Camilo tiene 61 canicas, Pedro tiene 61 canicas. Entre Camilo y Pedro llevan 122 canicas de las cuales Camilo es dueño de una más, de una más .. que la mitad del total de las canicas. Entonces supongo que acá el tiene 62. / 4. Durante el juego del martes, entre Camilo y Pedro tienen un total de 80 canicas, pero Camilo tiene el triple. Entonces, ¿cuántas canicas de más o de menos tiene cada niño al finalizar el día martes?. Tonces, Pedro tiene 10 canicas de más. Pedro tiene 10 canicas de más, en comparación con las que terminan el juego el día lunes. Entonces, el día lunes Camilo y Pedro llevan la misma cantidad de canicas y al finalizar el juego Camilo le ganó la mitad de las canicas a Pedro. / 5. el miércoles entre Camilo y Pedro llevaban 122 canicas, al finalizar el juego de este día Pedro le ganó 20, Pedro le ganó 20 canicas a Camilo. Pedro queda con, ¿cuántas canicas de más o de menos tiene cada niño al finalizar el día miércoles?...al finalizar el día miércoles respecto a las que llevaban al iniciar, acá, Pedro gana 20 y acá gana 10.

1. .... La mitad de las canicas. ¿Pero de cuáles serán, de las 64 o de las 32?...Uhm... Al finalizar el juego Camilo le ganó la mitad de las canicas a Pedro...Pues yo creo que es como las 32 canicas. Camilo le ganó la mitad de las canicas a Pedro. Tonces, supongo que Camilo queda con 64./ 2. Tonces voy a hacer, voy a hacer acá una cosa para ver si me sale, que estoy pensando, 20, 40, 60, 80. Tonces ahí son 80. Camilo tiene el triple de las canicas de Pedro. Entonces supongo que Pedro tiene 20 canicas. El triple, entonces supongo que todo esto es de Camilo. Bueno, entonces 60. / 3. Entonces, 61, entonces Camilo tiene 61 canicas, Pedro tiene 61 canicas. Entre Camilo y Pedro llevan 122 canicas de las cuales Camilo es dueño de una más, de una más .. que la mitad del total de las canicas. Entonces supongo que acá el tiene 62. Al finalizar el juego de este día, Pedro le ganó 20 canicas a Camilo. Tonces, 20 canicas a Camilo...62 menos 20, ¿42?, si, no, no. Si 62 menos 20 es 42, creo. Si, es 42. Tonces Camilo quedó con 42 canicas y Pedro quedó con 80. / 4. Entonces el día, el día lunes, el día lunes, el día lunes, le ganó la mitad de las canicas a Pedro. Tonces ahí la mitad de las canicas, bueno, Pedro tiene 10 canicas de más a comparación con el lunes que quedó con 32 canicas de menos, lo que significa que quedó sin canicas. Pedro tiene 10 canicas de más a comparación con el lunes que quedó con 32 canicas de menos, lo que significa que quedó sin canicas. Y Camilo...y Camilo quedó con 10 canicas de menos a comparación del lunes que quedó con 32 canicas de más. / 5. Pedro queda con 20 canicas de más el día miércoles. El día lunes..., respecto a las que llevaba al iniciar el torneo, entonces cada uno llevaba 32. Con 20 canicas de más el día miércoles y Pedro, el queda ese día con 80 canicas, a comparación del lunes que sólo llevaba 32. 80 canicas. Y Camilo el miércoles queda con 42 canicas a diferencia del lunes que llevaba 32, es decir, llevaba menos canicas al iniciar.

CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL – DESEMPEÑO SUPERIOR (9.0 – 10.0)

REGULACIÓN Y CONTROL

**PARTICIPANTES  
/ INDICADORES**

Monitoreo de la comprensión. Periódicamente revisa para ayudarse a si mismo a comprender relaciones importantes.

Interactúa con las demandas para orientarse en la ejecución

Cambia la estrategia. Empieza nuevamente el problema o parte de él para ajustar su estrategia

**PARTICIPANTE  
3**

1. El día lunes Camilo y Pedro llevan la misma cantidad de canicas y entre ambos tienen un total de 64. Al finalizar el juego Camilo le ganó la mitad de las canicas a Pedro. Ah. Ya, ya, ya, ya. Entonces, 32 tienen los dos, entonces lo voy a dividir en 2. / 2. 80. Tos acá dice, pero Camilo tiene el triple de las canicas de Pedro, triple, triple, ah ya dividí en tres. Entonces....Tonces voy a hacer esto, si este tiene pongámosle...(ve diciéndome lo que estás pensando). Pues es que voy a hacer una cosa sino que no, no que, no sé cómo hacerlo. Tonces voy a dividir 80 entre 3, ya lo dividí, entonces sería 26, espere a ver si me quedó bien, 26, mas 26, mas 2. 6 y 6, 12, 18, 20, ah sí, 2, 4, 6, 8, ah sí, entonces, tiene el triple, entonces me falta otra. / 2. Tonces espere, el día lunes Camilo y Pedro llevan la misma cantidad de canicas y entre ambos tienen un total de 64. Al finalizar el juego Camilo le ganó la mitad de canicas a Pedro. Entonces Pedro tiene 16 y Camilo, Camilo, Camilo, Camilo tiene, voy a sumar 32 entre, entre cuanto. Tienen en total 64...Pedro lleva la misma cantidad. Entonces divido 32 entre 2, me quedan 16, 16 más 16, entonces le sumo 16 a los 32 que Pedro tenía el lunes. Tonces serían 8 y 4. Tonces Camilo tiene 48. Sería lunes, ah no, al revés, martes y lunes. Listo./ 3. Camilo es dueño de una más que la mitad del total, que una más, de una más, una más del total de las canicas. Uhzz, no se. Bueno...

1. bueno, no sé, voy a dividirlo entre 3. Sería 3 por 6, 3 por 3, no mentiras, es 2, 3 por 2, 6 a 8, 10. 6 por 3, 18, a 20, 12. Serían 26 y me sobran 2. Tonces 26, triple de la cantidad de Pedro, entonces,.../ 2. Al finalizar el juego Camilo le ganó la mitad de las canicas a Pedro. Ah. Ya, ya, ya, ya. Entonces, 32 tienen los dos, entonces lo voy a dividir en 2. 2 por 1, 2, sobra 1, bajo el 2, 6 por 2, 12, a 12, 0. Tonces le ganó 16. Tonces Camilo le ganó 16 canicas a Pedro. Al final del juego Camilo le ganó la mitad de las canicas a Pedro, listo. / 2. 80. Tos acá dice, pero Camilo tiene el triple de las canicas de Pedro, triple, triple, ah ya dividí en tres. Entonces....Tonces voy a hacer esto, si este tiene pongámosle...(ve diciéndome lo que estás pensando). Pues es que voy a hacer una cosa sino que no, no que, no sé cómo hacerlo. Tonces voy a dividir 80 entre 3, ya lo dividí, entonces sería 26, espere a ver si me quedó bien, 26, mas 26, mas 26, mas 2. 6 y 6, 12, 18, 20, ah sí, 2, 4, 6, 8, ah sí, entonces, tiene el triple, entonces me falta otra. Entonces voy a dividir entre 4. 4 por 2, 8 a 8, 0, entonces, acá dice durante el juego del martes, entre Camilo y Pedro tienen un total de 80 canicas, listo, pero Camilo tiene el triple de las canicas de Pedro. Entonces Camilo tiene 60. /3. Tonces espere, el día lunes Camilo y Pedro llevan la misma cantidad de canicas y entre ambos tienen un total de 64. al finalizar el juego (...) Entonces Pedro tiene 16 y Camilo, Camilo, Camilo, Camilo tiene, voy a sumar 32 entre, entre cuanto..../ 4. Bueno voy a hacer esto, voy a dividir 122 entre 2, serían 12, 6, 6 por 12, 12 a 12, 0, bajo el 2, 1. Entonces 61. 61. De las cuales Camilo es dueño de una más, de una más. De una más de la mitad. Uhzz, de una más que la mitad... Pues, voy a hacer como yo pienso no, entonces, aquí dice es dueño de una más, de una más que la mitad, como dice de una más, serían 62 y...tonces Camilo lleva 62 y Pedro, Pedro lleva, 60.

1. Tonces voy a dividir 80 entre 3, ya lo dividí, entonces sería 26, espere a ver si me quedó bien, 26, mas 26, mas 26, mas 2. 6 y 6, 12, 18, 20, ah sí, 2, 4, 6, 8, ah sí, entonces, tiene el triple, entonces me falta otra. Entonces voy a dividir entre 4. 4 por 2, 8 a 8, 0, entonces, acá dice durante el juego del martes, entre Camilo y Pedro tienen un total de 80 canicas, listo, pero Camilo tiene el triple de las canicas de Pedro. Entonces Camilo tiene 60.

CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL – DESEMPEÑO SUPERIOR (9.0 – 10.0)

REGULACIÓN Y CONTROL

**PARTICIPANTES  
/ INDICADORES**

Monitoreo de la comprensión. Periódicamente revisa para ayudarse a si mismo a comprender relaciones importantes.

Interactúa con las demandas para orientarse en la ejecución

Cambia la estrategia. Empieza nuevamente el problema o parte de él para ajustar su estrategia

**PARTICIPANTE  
4**

1. Bueno, de acuerdo con esta información ¿cuántas canicas de más o de menos tiene cada niño al finalizar el día martes?. Bueno, el día lunes tenían 64, el día martes, no, el día lunes tendrían 64, que sería entre los dos. Y en 64 cada uno tendría 32 canicas. Listo. Al finalizar el día martes, eh, bueno digamos que aquí Pedro que tenía el lunes 32 y Camilo tendría también 32, entonces, eh, aquí dice que, ¿cuántas canicas de más o de menos tiene cada niño al finalizar el día martes, en comparación con las que terminan el día lunes?. En comparación que terminan el día lunes. Al finalizar el día martes y el terminar el día lunes. Bueno, el terminar Camilo tenía 50 y Pedro tenía 30. Y al finalizar el día martes,... aquí dice, y el,...estoy confundido aquí. / 3. Bueno, ¿cuántas canicas de más o de menos tiene cada niño al finalizar el día martes?. El día martes, eh,...el día martes acompaña a Pedro, este día la suerte acompaña a Pedro y le ganó 10 canicas a Camilo. Pero si tenía el triple, entonces, ya, entonces..., esto es lo Camilo que tenía el día martes y lo de Pedro que tenía el día martes. El día martes ganó Camilo tenía 50 y Pedro tenía 30. Listo.

Entonces, dice que aquí ¿cuántas canicas de más o de menos tiene cada niño al finalizar el día martes?. Al finalizar el día martes Camilo tiene 50 y Pedro tiene 30. En comparación con las que terminan el juego el día lunes. En comparación. Ah ya. / 4. Voy a leer otra vez la pregunta a ver si me quedó bien. Cuántas canicas de más o de menos tiene cada niño al finalizar el día martes?. De más tiene, de las 32, 32, 50, menos 32. 10 menos 2, 8 y 4 menos 3, 1. De más el día martes tuvo 18. Y de Pedro, eh, tenía, le quedaron 30 de 32 que tenía, 2, menos 0, 2, le quedaron,..2. No. Otra vez voy a leer. ¿Cuántas canicas de más o de menos tiene cada niño al finalizar el día martes?. Bueno, Camilo tiene 18 de más; y Pedro, al finalizar el día martes, tenía 32 y le quedaron 30.(...) / 5. Uh, otra vez voy a leer. ¿Cuántas canicas de más o de menos tiene cada niño al finalizar el día miércoles?. Tienen 80 y 62. Respecto a las que llevan al iniciar el torneo el día lunes. Respecto...Otra vez voy a leer. ¿Cuántas canicas de más o de menos tiene cada niño al finalizar el día miércoles respecto a las que llevan al iniciar el torneo el día lunes?. Bueno el día lunes tenían 32...Entonces, tiene 30 más, creo, no se. Y tiene 48 más. Y el día martes, respecto al día lunes, tiene 10 más, ah no, 10 menos y tiene 2 más. Creo que es así(...)

1. Si Pedro tiene 1, entonces como es el triple Camilo tendría 3, y ahí irían 4. Eh, si tiene 10 canicas, eh, si tiene 10 canicas Pedro, entonces Camilo tendría 30. Entonces irían 40. Si tiene 20 canicas Pedro, entonces tendría 6, 60. Entonces, la suma me darían 20 mas 60 serían 80. Y ahí nos dicen que entre Camilo y Pedro tienen un total de 80 canicas, pero Camilo tiene el triple de canicas de Pedro, o sea que, Camilo tiene el triple, entonces Camilo tendría 60 y Pedro tendría 20./ 2. Bueno, Pedro tendría 60 y Camilo tendría 62. Y dice que al finalizar el juego de este día, Pedro le ganó 20 canicas a Camilo. Bueno, si Pedro tiene 60 y Camilo tiene 62, entonces, le ganó Pedro 20, entonces voy a restarle las 20. 2 menos 0, 2, y 6 menos 2, 4. Entonces a Camilo le quedarían 42 y a Pedro que le ganó las 20 a Camilo le quedarían 80. 80 canicas. 6 / 3. Entonces dice ¿cuántas canicas de más o de menos tiene cada niño al finalizar el día martes?. El día martes,...bueno, Camilo tiene 50 y Pedro tiene 30. En comparación con las que terminan el juego el día lunes... De más o de menos. Bueno el día martes tiene 50, y Camilo el día lunes 16. Y Pedro tiene 30 y 52.... Bueno, aquí me dio que a Pedro en comparación del día lunes al día martes le quedaron 22...Si. Bueno,...tenían 32 y de 32 le quedaron 22, entonces perdió, 2 menos 2, 0 y 3 menos 2, entonces tiene 10. Le quedaron 10 de 32. Y a, a Camilo de 4 menos 2 y 3 mas 3, 0. Y a Camilo le quedaron 2 mas de 32. Otra vez voy a hacer lo mismo. 32, 22., / 4. Bueno dice, el segundo, el segundo, eh, la pregunta b. ¿cuántas canicas de más o de menos tiene cada niño al finalizar el día miércoles?. Al finalizar el día miércoles. El día miércoles Pedro tiene 80 y Camilo 62. 80 Pedro y Camilo 62. Eh, aquí dice que ¿cuántas canicas de más o de menos tiene cada niño al finalizar el día miércoles respecto las que llevaban al iniciar el torneo el día lunes?. Bueno el día lunes tenían 32. 80 menos 32 que son las de Pedro. 0 menos 2, no se puede, pido prestado 1, 10, menos 2, 8, este queda convertido en 7, 7 menos 3, 4. Bueno a Pedro en comparación del día lunes al día miércoles le quedaron 48. Y Camilo tiene el día miércoles, al finalizar el día miércoles tiene 62 y a comparación del día lunes tenía 32, entonces, menos 32. 2 menos 2, 0, 6 menos 3, 3...Listo, entonces el día lun...Ah ya. Entonces, en comparación le quedaron 30 en total. Y en comparación del día lunes le faltaron 2. (...)

CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL– DESEMPEÑO SUPERIOR (9.0 – 10.0)

REGULACIÓN Y CONTROL

**PARTICIPANTES  
/ INDICADORES**

Monitoreo de la comprensión. Periódicamente revisa para ayudarse a si mismo a comprender relaciones importantes.

Interactúa con las demandas para orientarse en la ejecución

Cambia la estrategia. Empieza nuevamente el problema o parte de él para ajustar su estrategia

**PARTICIPANTE  
5**

1. Eh, 64. Al final del juego Camilo le ganó la mitad de las canicas a Pedro. Mitad. Tonces Camilo tiene 32, y le ganó la mitad de las canicas a Pedro. Le ganó, tonces sumo. Dividamos 32 dividido en 2. 3 en 2, da 1. 2 por 1, 2 a 1, 3, bajo el 2, 6 por 2, 12 a 12, 6. 16. Tonces,..., Camilo le ganó 12 canicas a Pedro, 16 digo, 16 canicas a Pedro. Tonces, 16 sería que le ganó, más, ganancia de Camilo.

1. Eh, 64. Al final del juego Camilo le ganó la mitad de las canicas a Pedro. Mitad. Tonces Camilo tiene 32, y le ganó la mitad de las canicas a Pedro. Le ganó, tonces sumo. Dividamos 32 dividido en 2. 3 en 2, da 1. 2 por 1, 2 a 1, 3, bajo el 2, 6 por 2, 12 a 12, 6. 16. Tonces,..., Camilo le ganó 12 canicas a Pedro, 16 digo, 16 canicas a Pedro. Tonces, 16 sería que le ganó, más, ganancia de Camilo./ 2. Tonces daría 61. Tonces cada uno tiene 61 canicas. Pero Camilo tiene, eh, de las cuales Camilo es dueño de una más que la mitad del total de las canicas. Entonces de una, de una más, que la mitad del total de las canicas....Tonces sería sumarle 1. Dice una más que la mitad del total. Entonces Camilo tiene 62 canicas, dice que le sumen 2, 1 canica. 62 canicas. /3. El día lunes... el día lunes, 32 que tenía Pedro. No. Tonces sería acá en el día lunes sumar treinta y; Camilo tenía 32 y 12 ganó 16 más a Pedro, entonces sería sumar, 6 y 2, 8, y 4. Y Pedro quedó con 32 menos 16, a 12 le quito 6, quedan 6, como este le prestó 1, quito 1, a 2 quito 1, 1, queda 16. / 4. ¿Cuántas canicas de más o de menos tiene cada niño? Pues, Camilo tiene, Camilo tiene 48 canicas, eh, del día martes tiene 110 canicas y Pedro tiene 50. Tiene 50. En comparación con las que termine el juego el día lunes...en comparación con las que terminan el día lunes(...). Cuántas canicas de más o de menos tiene cada niño al finalizar el día lunes, al finalizar el día miércoles, en comparación con las que llevaban al iniciar el torneo el día lunes? El lunes llevan 64 canicas y terminan con, el día lunes, ¿cuántas canicas de más o de menos tiene cada niño al finalizar miércoles?

CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL – DESEMPEÑO SUPERIOR (9.0 – 10.0)

REGULACIÓN Y CONTROL

**PARTICIPANTES  
/ INDICADORES**

Monitoreo de la comprensión. Periódicamente revisa para ayudarse a si mismo a comprender relaciones importantes.

Interactúa con las demandas para orientarse en la ejecución

Cambia la estrategia. Empieza nuevamente el problema o parte de él para ajustar su estrategia

**PARTICIPANTE  
7**

1. Bueno, pongamos que cada uno ahí lleva 20 canicas. Entonces uno lleva el triple, entonces sería 60 y él 20. Bueno, supongo yo, 60 y 20. Camilo lleva 60... y Pedro, no. (susurra) Y Pedro lleva 20. / 2. Y dice que Camilo es dueño de una más que la cantidad del total de las canicas. Que la mitad. Toes, Camilo, ¿Camilo es?. Camilo tiene 62, si 62 y Pedro tiene 6, ¿60? Si 60....Bueno, creo que es así (susurra). De las cuales Camilo es dueño de una más que la mitad del total de las canicas. / 3. ¿cuántas canicas de más o de menos tiene cada niño al finalizar el día miércoles, respecto a las que llevan al iniciar el torneo el día lunes?. Entonces, Camilo tiene 48 y Pedro tiene 16. Dice, al finalizar el día miércoles respecto a las que llevan al iniciar el día lunes, ¿cuántas canicas le quedan de cada uno el miércoles? . Entonces el lunes Pedro tenía 16 y el miércoles quedó con 80, ganó, tenía 16, 80, no

1. Dice, el día lunes Camilo y Pedro llevan la misma cantidad de canicas y entre ambos tienen un total de 64. Le saco la mitad, 64, entonces 32. Vamos a verificar. Si, cada uno lleva 32 canicas. Pedro, Camilo. (susurra)...Entonces, dice que al finalizar el juego Camilo le ganó la mitad de las canicas a Pedro. Entonces, si Pedro tiene 32 canicas y él le gana la mitad, le saco la mitad, 10, 13, 16, entonces, Camilo queda con tres...no, con las 32 que tenía y las 16 que le ganó. Entonces queda con un total de 8, 48, canicas. / 2. Bueno, si en total llevan 80 canicas, él tiene que llevar más. Él tiene que llevar 60 y el otro ¿20?. No....Uno lleva 50 y el otro lleva 30. No, ahí está mal....Entonces ahí sería 60 y 20....No sé cómo hacer. Bueno, pongamos que cada uno ahí lleva 20 canicas. Entonces uno lleva el triple, entonces sería 60 y él 20. Bueno, supongo yo, 60 y 20. Camilo lleva 60... y Pedro, no. (susurra) Y Pedro lleva 20. Ese día la suerte acompaña a Pedro y le gana 10 canicas a Camilo. Pedro, y Pedro le gana 10 canicas a Camilo, entonces él queda con 30 y él con 50. Bueno. / 3. Entonces acá dice que Pedro terminó con 48, entonces, Pedro terminó con 48 el día lunes y el martes terminó con 50 canicas. Entonces se ganó 2 canicas. 2 canicas más. (susurra). Tiene 2 más. Y Camilo, el día lunes, ay, (susurra). Entonces si cada uno tiene 32, entonces él quedó con 16, no, Camilo quedó el día lunes con 16 canicas y el martes quedó con 50. No...No, me equivoqué....Pedro al comienzo tenía con 48 y el martes terminó con 30. Quedó con 30. Entonces 48 y quedó con 30. Perdió 18 canicas. Y el lunes, Camilo tenía 16, no, no. Me está quedando mal. (susurra). Si, y el lunes Camilo tenía 16 y el martes quedó con 50 canicas. Entonces 16, 50 canicas... con 34. Ganó 34 canicas el día martes. El día martes Pedro al final quedó con 18 perdidas del día lunes y Camilo ganó el día martes 34./ 4. Y dice que Camilo es dueño de una más que la cantidad del total de las canicas. Que la mitad. Toes, Camilo, ¿Camilo es?. Camilo tiene 62, si 62 y Pedro tiene 6, ¿60? Si 60....Bueno, creo que es así (susurra). De las cuales Camilo es dueño de una más que la mitad del total de las canicas. Al finalizar el juego de este día, Pedro le ganó 20 canicas a Camilo. Bueno, este es Pedro, Camilo. Entonces dice que al finalizar el juego de este día, Pedro le ganó 20 canicas a Camilo. Pedro le ganó 20 canicas, entonces a él se le quitaron 2, 20, no, si, bueno, entonces él queda con 80. Pedro queda con 80 y él queda con 42. Camilo queda con 42 y Pedro con 80./ 5. Entonces dicen que el día lunes llevan la misma cantidad de canicas, pero, o sea que cada uno lleva 32. Pero ese día Camilo le ganó la mitad a Pedro. Bueno, cada uno lleva 32. Y al finalizar el juego Camilo le ganó la mitad a Pedro. Entonces, si, Pedro tenía 32 y le quitaron la mitad, quedó con 16, y él ganó 16, entonces quedó con 48. Con 48.

CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL – DESEMPEÑO SUPERIOR (9.0 – 10.0)

REGULACIÓN Y CONTROL

**OBSERVACIONES PARTICIPANTE 1**

La estudiante ejerce continua regulación y control frente al problema. Regula la comprensión que va teniendo del problema revisando periódicamente la información relevante del problema que le permiten establecer las relaciones correspondientes para comprender la situación. Durante la ejecución se orienta a si misma explicándose lo que debe ir haciendo para solucionar el problema, comprueba los datos que obtiene provenientes de su cálculo mental, se cuestiona sobre lo que ha hecho y se toma tiempo de releer el problema y las preguntas antes de continuar con un procedimiento.

**OBSERVACIONES PARTICIPANTE 3**

Se observan diversas estrategias que lleva a cabo el estudiante para regular y controlar la resolución del problema. Reiteradamente monitorea su comprensión, regresando a la información que es más compleja del problema y explicándose. Comprendida la situación se va dando instrucciones para hacer las relaciones indicadas según el texto, teniendo siempre presente la cantidad de canicas iniciales (sólo se perdió en esta orientación en un cálculo del día martes). Cuando los cálculos mentales o hechos en papel le generan dudas, lo comprueba con una operación adecuada. Realizar un procedimiento y darse cuenta de que no se corresponde con el resultado esperado, ajusta la decisión de la estrategia para garantizar que le quede bien, a la luz del dato inicial. Pausa para revisar qué es lo que le están preguntando y resolver desde allí el problema.

**OBSERVACIONES PARTICIPANTE 4**

Dos estrategias metacognitivas son predominantes en la regulación y control por parte del estudiante: 1. monitorear de forma permanente la comprensión de las relaciones del problema, para lo cual relee en varias oportunidades la información y se la explica a si mismo. 2. Darse orientaciones para la ejecución. Va explicándose lo que tiene que ir haciendo desde la comprensión de las relaciones. También se identifican en el estudiante estrategias como revisar, pues finalizada la posible respuesta a una pregunta, vuelve a leer y explicarse a si mismo las relaciones, no tomando lo que ya había hecho, sino explicándose de nuevo. Para realizar esto, lo primero que hace es pausar para concentrarse en las preguntas antes de continuar.

**OBSERVACIONES PARTICIPANTE 5**

En términos de regulación y control se identifican estrategias como comprobar algunos resultados, pausar para volver a leer el problema, cuestionarse frente a los resultados que obtiene o los procedimientos que está desarrollando, monitorear la comprensión e ir diciéndose a sí misma lo que debe ejecutar. Sin embargo, no es la constante durante todo el problema, sino que aparecen en distintos momentos de la resolución. Decirse a si misma lo que debe ejecutar es lo más común, pero al verse influenciado por las dificultades de comprensión de la información completa, no logra ser base suficiente para que la solución al problema sea la adecuada.

**OBSERVACIONES PARTICIPANTE 7**

Se identifican elementos de la regulación y el control que lleva a cabo el estudiante relacionados con la revisión de la ejecución, la comprobación de los procedimientos, la pausa reiterada para releer el problema en la información relevante, el autocuestionamiento frente a lo que está desarrollando o los resultados que ha encontrado, el monitoreo permanente de la comprensión centrado en las relaciones entre cantidades de canicas de cada niño y las cantidades de comparación entre un día y otro; y la verbalización de las orientaciones que se da a si misma para orientar su ejecución del problema. De acuerdo con cada sección del problema y la información y procedimiento requerido hay un mecanismo de regulación y control, sobresaliendo el monitoreo de la comprensión y darse orientaciones para la ejecución.

# METACOGNICIÓN Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS 123

## CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL – DESEMPEÑO BAJO (1.0 – 5.9)

### REGULACIÓN Y CONTROL

#### PARTICIPANTES / INDICADORES

Revisa. Desarrolla un procedimiento y se toma un tiempo para chequear que le haya quedado bien. Emite juicios al respecto.

Comprueba. Hace alguna operación matemática para verificar que una operación previamente realizada le haya quedado bien.

Pausa. Se toma un tiempo para volver a leer el problema y /o las preguntas antes de continuar con sus operaciones

Autocuestionamiento. Lanza alguna pregunta o comentario en voz alta que permita dar cuenta de que está cuestionando y verificando lo que hace.

Pregunta a otros. Elabora una pregunta al investigador sobre cómo va con lo que está haciendo o para confirmar su procedimiento.

Detecta y corrige errores. Hace algún comentario que muestra que ha encontrado un error y lo corrige.

#### PARTICIPANTE

2

1. ¿Cuántas canicas más o menos tiene cada niño al finalizar del martes? El martes, tienen 80, Camilo tiene 240. Este día, la suerte de Camilo, mas 10. / 2. La dos, ¿cuántas canicas más o de menos tiene cada niño al finalizar el día miércoles respecto a las que llevaba al iniciar el torneo el día lunes? Esa si no la hice lunes.

1. Entonces ahora sí, 122 entre 2, 1 por 2, 2 y (susurra), cabe 2 veces, no, no me está dando, estoy haciendo mal la división. Entonces la división descartada.

1. Entonces si tienen 80 canicas (susurra)...240 de Camilo y pera miro si esta bien lo esto de acá. 80 por 3, tonces 0, 3 por 8. ¿No me puedes ayudar acá que se me olvidó la tabla del 8? (no te puedo ayudar). Ay, entonces no puedo hacer así, toco como estaba acá. (susurra). Si, 24, no me puedes ayudar. 240, entonces si estoy bien ahí.

#### PARTICIPANTE

6

1. Y la pregunta dice, ¿cuántas canicas de más o de menos tiene cada niño al finalizar el día martes, en comparación con las que terminan el juego del día lunes? ¿80?... / 2. Cuántas canicas de más o de menos tiene cada niño al finalizar el día miércoles, respecto a las que llevan al iniciar el torneo del día lunes?. ¿Cuántas canicas de más o de menos tiene cada niño al finalizar el día miércoles?. Pues (susurra). O sea que sería aquí, uh. (susurra). Cada niño debe tener 80 canicas, cada niño tiene 64 canicas, y estamos el día miércoles. ¿Cuántas canicas de más o de menos tiene cada niño al finalizar el día miércoles, respecto a las que llevan al iniciar el torneo del día lunes.?

1. en comparación con las que terminan el juego el día lunes, o sea que tendrían ¿90 canicas? Bueno, yo digo que 90 canicas. /2. . O sea que, ¿cada niño tendría 82 canicas?. Ve, a la ley de Dios.

**CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL – DESEMPEÑO BAJO (1.0 – 5.9)**

**REGULACIÓN Y CONTROL**

**PARTICIPANTES  
/ INDICADORES**

Revisa. Desarrolla un procedimiento y se toma un tiempo para chequear que le haya quedado bien. Emite juicios al respecto.

Comprueba. Hace alguna operación matemática para verificar que una operación previamente realizada le haya quedado bien.

Pausa. Se toma un tiempo para volver a leer el problema y /o las preguntas antes de continuar con sus operaciones

Autocuestionamiento. Lanza alguna pregunta o comentario en voz alta que permita dar cuenta de que está cuestionando y verificando lo que hace.

Pregunta a otros. Elabora una pregunta al investigador sobre cómo va con lo que está haciendo o para confirmar su procedimiento.

Detecta y corrige errores. Hace algún comentario que muestra que ha encontrado un error y lo corrige.

**PARTICIPANTE  
8**

**PARTICIPANTE  
9**

1. . De acuerdo con esta información ¿cuántas canicas de más o de menos tiene cada niño al finalizar el martes?

1. De las cuales,...130, ah ya. 130 menos 120. Si. No, no me quedó bien. Me dio menos. (se le recuerda hablar en voz alta). Uhzz, me da menos.

**PARTICIPANTE  
10**

1. Acá dice que, bueno, el día martes, Camilo tendría 49. Camilo tiene 98...No. Me quedó mal. No serían 98, sino 50 canicas Camilo y Pedro 30. Y... y el día lunes cada uno tenía 32 canicas.

**CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL – DESEMPEÑO BAJO (1.0 – 5.9)**

**REGULACIÓN Y CONTROL**

**PARTICIPANTES /  
INDICADORES**

Monitoreo de la comprensión.  
Periódicamente revisa para ayudarse a si mismo a comprender relaciones importantes.

Interactúa con las demandas de la tarea para orientarse en la ejecución.

Cambia la estrategia. Empieza nuevamente el problema o parte de él para ajustar su estrategia

**PARTICIPANTE 2**

1. 2. Al finalizar el juego Camilo le ganó la mitad a Pedro, entonces 32. / 2. Entonces acá miramos, entre Camilo y Pedro tienen 80, Camilo tiene 240,... son 80... (susurra). Se le recuerda hablar en voz alta. Si espera yo pienso acá un momento a ver. Entonces si tienen 80 canicas (susurra)...240 de Camilo y pera miro si esta bien lo esto de acá. 80 por 3, tonces 0, 3 por 8. (...)Este día acompaño la suerte y le ganó 10 canicas, entonces son 240 menos 10. 3, 203, entonces...90. Si. Uhm, Pedro tiene 90 canicas y Camilo tiene 230. Listo, la primera, uno./ 3. Tonces acá son 64 canicas en total y Camilo le ganó la mitad de canicas, o sea, 32./ 3. cuántas canicas más o menos tiene cada niño al finalizar el día miércoles respecto con las que iniciaron el juego?. Entonces miremos las de Camilo, Camilo, Camilo las del lunes. Camilo tiene 32 y Pedro también tiene 32, acá, Camilo es dueño de la más cantidad del total de canicas, 70,...cantidad de canicas al finalizar el juego, Pedro le ganó 20 y quedó con 61. Tos Camilo tiene 32 canicas, no mentiras, 51, 2, 3, 5 y 3, 8. 83 canicas tiene, tiene Camilo. Y a 61, no mentiras, cantidad. Al finalizar el juego, este día Pedro le gana 20 canicas. Aquí 32, 71, 7, 8, 10. Camilo tiene esto, esto no. Aquí va 51, 0, 3, canicas tiene Pedro.

**PARTICIPANTE 6**

**PARTICIPANTE 8**

CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL– DESEMPEÑO BAJO (1.0 – 5.9)

REGULACIÓN Y CONTROL

<b>PARTICIPANTES / INDICADORES</b>	Monitoreo de la comprensión. Periódicamente revisa para ayudarse a si mismo a comprender relaciones importantes.	Interactúa con las demandas de la tarea para orientarse en la ejecución.	Cambia la estrategia. Empieza nuevamente el problema o parte de él para ajustar su estrategia
------------------------------------	--	--	---

**PARTICIPANTE 9**

1. De acuerdo con esta información ¿cuántas canicas de más o de menos tiene cada niño al finalizar el martes? Bueno, entonces el martes, cada uno se quedó con 40 y Camilo se ganó el triple, que serían, ¿dónde está?. 120 canicas. 120 canicas se ganó el martes. El martes, uh. Luego ganó la mitad. Si. El martes, entonces aquí. En comparación que terminan el juego el día lunes; cada uno quedó con 40 y él quedó con 120 canicas, es el triple que se ganó Camilo. Eh, ahora aquí. Entonces cada uno 40, tonces este es Camilo, no. Camilo quedó con 120 canicas, este es Pedro que se quedó con 40 y.../ 2. Ahora aquí el miércoles, del lunes. ¿cuántas canicas de más o de menos tiene cada niño al finalizar el día miércoles, respecto a las que llevaban al iniciar el torneo el día lunes?. ¿Cuántas canicas tiene cada niño al finalizar el miércoles?. El miércoles quedaron con. Camilo, no. Este es Pedro y este es Camilo. Quedó con 102 y este quedó con 142 canicas. Y aquí, ¿cuántas de más o menos tiene cada niño?. Tonces Camilo tiene 102 canicas y Pedro tiene 142 canicas de más. Respecto a las que llevaba al iniciar lunes el torneo. Tonces cada uno, tenían 64 (...)

**PARTICIPANTE 10**

1. Pedro y Camilo tienen 64 canicas, entonces la mitad, una mitad es de Camilo y la otra mitad es de Pedro, entonces, la mitad de 64 es 32. Inician el lunes con la misma cantidad... Y Camilo le ganó, le ganó la mitad de las canicas que tenía Pedro, o sea la mitad de 32, 16. Entonces Pedro, Camilo tiene, tiene en total 6 mas 2, 9 y 3 mas 1, 4. Y Pedro tiene 16 canicas y Camilo tiene 48 canicas. / 2. Acá dice que, bueno, el día martes, Camilo tendría 49. Camilo tiene 98...No. Me quedó mal. No serían 98, sino 50 canicas Camilo y Pedro 30. Y... y el día lunes cada uno tenía 32 canicas. Entonces, la diferencia es, uh... de 28 (susurra). ¿Cuántas canicas de más o de menos tiene cada niño al finalizar el día miércoles, respecto a las que llevaban al iniciar el torneo el día lunes?, entonces la b sería...El día miércoles, el día miércoles, eh, Camilo tiene, 78 canicas y Pedro 86. 86 canicas. Respecto a lo que llevaban al iniciar. O sea ellos iniciaron con 32, o sea que ganaron, uh, Camilo, Pedro. Inicia con 32 cada uno y Camilo tiene 78. Serían, o sea cada uno, Camilo terminó con 46 y Pedro terminó con 54. Ya, creo que es así

CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL– DESEMPEÑO BAJO (1.0 – 5.9)

REGULACIÓN Y CONTROL

**OBSERVACIONES  
PARTICIPANTE 2**

Aunque se registran algunas estrategias de regulación y control que lleva a cabo la estudiante, como el hecho de pausar la ejecución para revisar la información relevante nuevamente, de cuestionarse lo que está haciendo en algunas ejecuciones algorítmicas y darse orientaciones frente a la ejecución, no hubo monitoreo de la comprensión del problema. De allí, que esta regulación y control no ayude a que se reevalúe el plan, la estrategia y se pueda resolver realmente el problema.

**OBSERVACIONES  
PARTICIPANTE 6**

Aunque hay algunos rastros frente a que se trate de regular y controlar la estrategia seleccionada pausando para concentrarse en la información relevante (preguntas) y algunos signos de autocuestionamiento, esto no ocurre de manera continua.

**OBSERVACIONES  
PARTICIPANTE 8**

No se evidencia regulación y control de la solución. Simplemente se ejecuta lo que se planeó desde la comprensión de la estudiante y con eso se queda.

**OBSERVACIONES  
PARTICIPANTE 9**

No hay muestras claras de regulación y control, pues se parte de que no se comprendió el problema. Y desde su propia comprensión, pues sólo se evidencia cuestionar en algunos momentos lo que ha hecho.

**OBSERVACIONES  
PARTICIPANTE  
10**

La regulación y el control en la estudiante está marcado por darse orientaciones sobre lo que está haciendo, a la luz de la comprensión. Cuando no lo hizo (como en el día miércoles) es que posiblemente pierde la claridad de la ejecución. Logra en algunos momentos identificar cuándo se está equivocando en el proceso.

## METACOGNICIÓN Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS 128

### CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL – DESEMPEÑO SUPERIOR (9.0 – 10.0)

#### EVALUACIÓN

<b>PARTICIPANTES / INDICADORES</b>	Revisa. Antes de informar que finalizó vuelve a su hoja , lee el problema y la solución que llevó a cabo.	Prueba. El resultado final que obtiene lo verifica de alguna manera.	Juzga. Emite algún comentario sobre cómo considera que resolvió el problema.	Pregunta a otros. Evalúa su trabajo preguntándole a otros.
------------------------------------	---	--	--	--

<b>PARTICIPANTE 1</b>	No se si me habrá quedado bien.
-----------------------	---------------------------------

<b>OBSERVACIONES PARTICIPANTE 1</b>	No surge de manera espontánea sobre la totalidad de la tarea. De manera parcial, en cada uno de los subproblemas que resuelve podría decirse que evalúa su resultado teniendo en cuenta que los datos que obtiene se correspondan con la información inicial de cada situación.
-------------------------------------	---

#### **PARTICIPANTE 3**

<b>OBSERVACIONES PARTICIPANTE 3</b>	Desde el punto de vista de la evaluación al final del problema, no hay registro verbal que dé cuenta que el estudiante realizó este proceso. Sin embargo, considerando la subdivisión del problema en partes, se evidencia que el estudiante evaluó para los días lunes y miércoles su resultado final alrededor de la coherencia entre lo hallado y el dato inicial de canicas dadas.
-------------------------------------	--

#### **PARTICIPANTE 4**

Voy a leer otra vez la pregunta a ver si me quedó bien. Cuántas canicas de más o de menos tiene cada niño al finalizar el día martes?. De más tiene, de las 32, 32, 50, menos 32. 10 menos 2, 8 y 4 menos 3, 1. De más el día martes tuvo 18. Y de Pedro, eh, tenía, le quedaron 30 de 32 que tenía, 2, menos 0, 2, le quedaron,..2. No. Otra vez voy a leer. ¿Cuántas canicas de más o de menos tiene cada niño al finalizar el día martes?. Bueno, Camilo tiene 18 de más; y Pedro, al finalizar el día martes, tenía 32 y le quedaron 30. Entonces tiene 2 de menos. 2 de menos Pedro. Listo. En comparación con las que terminan el juego el día lunes. Entre el día lunes y el día martes, a Pedro le quedaron 10 y a Camilo le quedaron 2. Y a Camilo le quedaron 2.

## METACOGNICIÓN Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS 129

### CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL – DESEMPEÑO SUPERIOR (9.0 – 10.0)

#### EVALUACIÓN

<b>PARTICIPANTES / INDICADORES</b>	Revisa. Antes de informar que finalizó vuelve a su hoja , lee el problema y la solución que llevó a cabo.	Prueba. El resultado final que obtiene lo verifica de alguna manera.	Juzga. Emite algún comentario sobre cómo considera que resolvió el problema.	Pregunta a otros. Evalúa su trabajo preguntándole a otros.
------------------------------------	---	--	--	--

**OBSERVACIONES PARTICIPANTE 4** Al tomar cada una de las preguntas como un subproblema, el estudiante evalúa lo que hizo releendo nuevamente el texto y analizando los datos obtenidos respecto a las preguntas realizadas, no centrándose en la respuesta que ya ha dado, sino redefiniéndola. Sin embargo, esa redefinición no siempre fue acertada. Le falta escribir una respuesta en términos de lenguaje no matemático sobre el cuál pueda revisar.

#### **PARTICIPANTE 5**

**OBSERVACIONES PARTICIPANTE 5** Yo digo que ya. Que esta última no; expresó la estudiante cuando informó que ya había finalizado su resolución. Este juicio no está referido a la estrategia utilizada o al resultado final del problema. Está referido a evaluarse a sí misma, frente a la comprensión del problema. La evaluación sobre el resultado o sobre la efectividad de las estrategias no se hace evidente.

#### **PARTICIPANTE 7**

**OBSERVACIONES PARTICIPANTE 7** Si se piensa la evaluación como el proceso final cuando se resolvió todo el problema, no son explícitos los elementos de la metacognición que componen este proceso que puedo haber llevado a cabo la estudiante. Sin embargo, si se piensa en la subdivisión del problema en subproblemas por días y por preguntas, elementos asociados a la regulación y control podrían asumirse como evaluación, por ejemplo, la revisión del procedimiento en el marco de la relectura de las preguntas y las conclusiones que da la estudiante.

## METACOGNICIÓN Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS 130

### CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL – DESEMPEÑO BAJO (1.0 – 5.9)

#### EVALUACIÓN

PARTICIPANTES / INDICADORES	Revisa. Antes de informar que finalizó vuelve a su hoja , lee el problema y la solución que llevó a cabo.	Prueba. El resultado final que obtiene lo verifica de alguna manera.	Juzga. Emite algún comentario sobre cómo considera que resolvió el problema.	Pregunta a otros. Evalúa su trabajo preguntándole a otros.
-----------------------------	---	--	--	--

#### PARTICIPANTE 2

**OBSERVACIONES PARTICIPANTE 2** No hay evidencias de ningún proceso de evaluación, sobre todo, porque parcializa la información y pierde de vista lo que es relevante tener en cuenta, como la cantidad total inicial de canicas que llevan cada día los niños, para evaluar al menos por cada día el resultado obtenido.

#### PARTICIPANTE 6

**OBSERVACIONES PARTICIPANTE 6** No hay ninguna evidencia de que evalúe lo que hizo.

#### PARTICIPANTE 8

**OBSERVACIONES PARTICIPANTE 8** No se identifican elementos de evaluación.

#### PARTICIPANTE 9

**OBSERVACIONES PARTICIPANTE 9** No hay evidencia de evaluación.

#### PARTICIPANTE 10

**OBSERVACIONES PARTICIPANTE 10** No hay evidencia de la globalidad de la evaluación.

Anexo 14. Matriz de triangulación de instrumentos. Análisis de la información.

CONOCIMIENTO DECLARATIVO – DESEMPEÑO SUPERIOR (9.0 – 10.0)					
INSTRUMENTO	CONOCIMIENTO INTRA - INDIVIDUAL	CONOCIMIENTO INTER - INDIVIDUAL	CONOCIMIENTO Y CREENCIAS SOBRE MOTIVACIONES PROPIAS	CONOCIMIENTO DE LA TAREA	CONOCIMIENTO DE LAS ESTRATEGIAS
<b>ENTREVISTA</b>	Identifican que tienen dificultades cuando hay que resolver problemas que involucren ecuaciones, raíces y potencias, pues implican demasiada información y desarrollo de diversos procedimientos; mientras que les resulta más fácil resolver problemas que incluyan las operaciones básicas. Las calificaciones que obtienen en la resolución de problemas de matemáticas depende de la comprensión que logren del mismo, puesto que reconocen que en ocasiones no entienden.	Se reconoce a otros (compañeros o docente) como los sujetos que pueden evaluar si un problema está resuelto adecuadamente. Algunos consideran también que el docente tiene una gran influencia en que ellos comprendan (un docente que explica bien, les ayuda a ganar comprensión).	Son estudiantes que en su mayoría sienten gusto por la resolución de problemas, no así por las matemáticas mismas, a las que consideran difíciles. Este gusto depende de la comprensión que logren de las tareas específicas que tengan que desarrollar y se ve influenciado en algunos por considerar las matemáticas importantes para el futuro profesional o el desarrollo de otras habilidades.	Identifican como tipo de problemas que han tenido que resolver principalmente aquellos que involucran operaciones básicas (suma, resta, multiplicación, división). También reportan tener que resolver problemas relacionados con ángulos y ecuaciones.	En el proceso educativo se les ha enseñado a los estudiantes que para resolver un problema es necesario: leer el problema hasta entenderlo, organizar los datos del problema, planear cómo se va a resolver el problema, teniendo en cuenta los datos y las operaciones que se necesitan, realizar las operaciones con las que se piensa es posible resolver el problema, revisar que las operaciones quedaron bien, haciendo la prueba o verificando el procedimiento, escribir la respuesta del problema teniendo en cuenta la pregunta que se hacía y pensar en más de una forma de resolver el problema. La mayoría (tres estudiantes) también reconoce que le han enseñado la importancia de revisar nuevamente todo lo que se hizo antes de presentar el resultado.
		Se reconoce a otros como seres cognitivos que pueden ayudar a generar comprensión o a validar procedimientos (conclusión de acuerdo con lo planteado en la planeación y en la regulación y control).			Las estrategias cognitivas para la resolución de un problema de matemáticas incluyen leer el problema, identificar los datos relevantes y determinar las operaciones a realizar (información inferida de las estrategias de planeación de los estudiantes).

METACOGNICIÓN Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS 132

CONOCIMIENTO DECLARATIVO – DESEMPEÑO SUPERIOR (9.0 – 10.0)

INSTRUMENTO	CONOCIMIENTO INTRA - INDIVIDUAL	CONOCIMIENTO INTER - INDIVIDUAL	CONOCIMIENTO Y CREENCIAS SOBRE MOTIVACIONES PROPIAS	CONOCIMIENTO DE LA TAREA	CONOCIMIENTO DE LAS ESTRATEGIAS
<p><b>PROBLEMA 1 - TUTORÍA</b></p>	<p>Los estudiantes identifican lo que saben y lo que no saben. En este caso, saben qué operaciones básicas utilizar en cada situación, pero no saben qué es un kilo (en relación con las estrategias y las demandas). Lo que saben les da confianza en lo que hacen, en ocasiones, incluso demasiada, por lo que pierden de vista reconocer que pueden equivocarse y que por lo tanto es importante ir revisando lo que están haciendo. Otras características observadas son la recursividad para solucionar algunos inconvenientes operativos que se les presentan, la organización con la información y está pendientes de la secuencialidad de lo que hacen.</p>	<p>Algunos aprovechan la presencia del compañero (a) para interactuar con él o ella, preguntándole algunas cosas que no entienden o para ratificar lo que están haciendo.</p>		<p>Los estudiantes saben que en términos de las demandas de la tarea requieren saber que es un kilo, pero la mayoría de ellos no maneja esta unidad de medida. Como una demanda de la tarea, también era necesario el manejo de una unidad arbitraria como el paquete, ante lo cual, cada estudiante establece un mecanismo de manejo específico que mantiene a lo largo del problema. Así, algunos mantienen el paquete como unidad total y compran por paquete, mientras que los otros lo subdividen. También conocen que la tarea exige un proceso de comparación de precios de acuerdo con las cantidad y unidad de medida solicitada en el problema, y un ejercicio de comparación de los resultados totales, pero que se ve limitado por la dificultad de la falta de conocimiento frente a la unidad de medida. Parece que hay un desconocimiento del contexto en la vida real del problema, como lo es ir de compras a un supermercado.</p>	<p>Desde el punto de vista de las estrategias cognitivas para solucionar un problema, los estudiantes leen, seleccionan las operaciones con que van a resolver, las ejecutan y dan una respuesta o aproximación de esta en el marco de la pregunta realizada. En términos de selección de operaciones, eligen la que es más acorde con la situación y tienen buen nivel de ejecución de las mismas. Se orientan por la información dada en el problema de manera secuencial y posponen para el final aquello que tal vez no han comprendido, pero regresan a esto sobre el final.</p>

## METACOGNICIÓN Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS 133

### CONOCIMIENTO DECLARATIVO – DESEMPEÑO SUPERIOR (9.0 – 10.0)

INSTRUMENTO	CONOCIMIENTO INTRA - INDIVIDUAL	CONOCIMIENTO INTER - INDIVIDUAL	CONOCIMIENTO Y CREENCIAS SOBRE MOTIVACIONES PROPIAS	CONOCIMIENTO DE LA TAREA	CONOCIMIENTO DE LAS ESTRATEGIAS
<b>PROBLEMA 2 - PENSAMIENTO EN VOZ ALTA</b>	<p>Son estudiantes que pueden decir con claridad cuáles son sus dificultades o dudas frente al problema, y ante ello, optan por tratar de plantear una solución. Pero en general, comprenden la información dada en el problema, principalmente en las relaciones complejas. Son pausados en la ejecución, tienen dominio de las operaciones básicas, por lo que olvidan la importancia de revisar el procedimiento todo el tiempo. Se tomaron por lo menos más de dos minutos planeando lo que iban a hacer (en promedio casi 4 minutos).</p>			<p>La mayoría de los estudiantes comprende la variación 2 a 1 que establece la relación entre niños y adultos. No tienen dificultades con las mitades y aunque algunos expresan duda frente al sentido de la quinta parte, lo terminan asumiendo bien. Hay comprensión de la pregunta del problema, entendiendo las exigencias que esta demanda.</p>	<p>Es común en los estudiantes determinar una estrategia de solución por subdivisión del problema en las partes que contienen información relevante. En la variación adultos - niños la tendencia estuvo marcada por la orientación en la comprensión del sentido de esta relación, acompañada de la realización de tanteo de las cantidades. Las restantes estrategias procedimentales se asocian a la selección de una operación básica adecuada para la solución. Carecen de estrategias alternativas para calcular variaciones.</p>
<b>PROBLEMA 3 - PENSAMIENTO EN VOZ ALTA</b>	<p>Los estudiantes muestran comprensión de la información de cada uno de los días, aunque se les dificulta comprender la comparación solicitada en cada una de las preguntas. Dominan las operaciones básicas y en general las demandas de la tarea.</p>			<p>Muestran comprensión en las siguientes demandas de la tarea: relación entre cantidades, variación, manejo de operaciones básicas, concepto de mitad, triple. Tienen dificultad con la demanda final de comparación de las cantidades de diferentes días.</p>	<p>La estrategia está basada en la comprensión de la variación a partir de los enunciados, acompañados por la selección de una operación básica para la ejecución del proceso. Subdividen el problema en partes. No identifican otros procesos matemáticos que les permitan solucionar el problema. Las estrategias cognitivas de resolución que se evidencian en la planeación - resolución son leer hasta comprender los enunciados, seleccionar un procedimiento matemático o los razonamientos que les permitan hallar un resultado y dar una respuesta (para algunos más explícita que otra, redactada en la hoja de soluciones, para otros sólo con la explicación verbal).</p>

CONOCIMIENTO DECLARATIVO – DESEMPEÑO SUPERIOR (9.0 – 10.0)

INSTRUMENTO	CONOCIMIENTO INTRA - INDIVIDUAL	CONOCIMIENTO INTER - INDIVIDUAL	CONOCIMIENTO Y CREENCIAS SOBRE MOTIVACIONES PROPIAS	CONOCIMIENTO DE LA TAREA	CONOCIMIENTO DE LAS ESTRATEGIAS
-------------	---------------------------------	---------------------------------	---	--------------------------	---------------------------------

CUESTIONARIO PROBLEMA 3

Estrategia basada en las operaciones básicas y en las cognitivas: leer, seleccionar una operación, ejecutarla y dar una solución. Carencia de estrategias adicionales más acordes con la situación. (De acuerdo con los reportes de planeación y evaluación).

ANÁLISIS

Son estudiantes que saben cuando y qué comprenden y qué no. Las fortalezas y dificultades descritas por los estudiantes en la entrevista se ajustan a la realidad, de acuerdo con lo observado en la resolución de los problemas. Sus fortalezas se relacionan con el uso de las operaciones básicas y las dificultades con las ecuaciones (variación) que se ponen en evidencia en los problemas 2 y 3, en donde pudiendo utilizar este procedimiento matemático, pero que los estudiantes ni siquiera lo contemplan como una opción (posiblemente porque tampoco saben como hacerlo). Se muestra consistencia en cómo describen su desempeño en matemáticas de acuerdo con las calificaciones obtenidas y que dependen de su comprensión, con los juicios que suelen emitir sobre su desempeño en la resolución de cada problema (proceso de evaluación), ya que reiterativamente estuvieron basados en las consideraciones de que hubo dificultades para entender algunos enunciados y relaciones del problema.

Hay un reconocimiento del otro - principalmente el docente - como fuente de conocimiento que les puede ayudar a aclarar sus dudas y a evaluar sus resultados. En la resolución de los tres problemas, no es muy marcado el hecho, posiblemente porque como parte de las instrucciones se les indicó que la investigadora no les respondería preguntas.

El único instrumento que aporta información frente a este elemento de la variable persona en la metacognición fue la entrevista. Durante la resolución de los problemas, puede decirse que los estudiantes se mostraron tranquilos y concentrados en la ejecución, pero no es posible establecer si se sentían motivados o no en resolver la tarea.

Consistentemente con el tipo de tareas que señalan los estudiantes en la entrevista haber resuelto, los problemas que se relacionan con esas demandas son en los que los estudiantes muestran mayor comprensión y dominio. (Esto se asocia a las experiencias metacognitivas, uno de los elementos importantes en metacognición). Así, para el problema 2 y 3 que tienen un contexto de variación (que se asocia a las ecuaciones, aunque los estudiantes no las usen) y que exigen además el uso de operaciones básicas en donde los estudiantes muestran fortaleza, les posibilita un mejor desempeño en la resolución por la comprensión lograda de la información. En contraposición, el problema 1 que es del contexto del sistema métrico, tuvo mayor dificultad para los estudiantes, posiblemente porque no han tenido que resolver habitualmente problemas que demanden este tipo de información.

Los estudiantes recurren únicamente a tres estrategias cognitivas: leer, determinar una operación y ejecutar la operación. Organizar los datos, detenerse a pensar en un plan, revisar los procedimientos y comprobar las operaciones, escribir una respuesta explícita y pensar en más de una forma de resolver el problema, son estrategias que no se evidencian como característica habitual en lo que hacen los estudiantes de este desempeño y que ellos señalan realizar en la información aportada en la escala Likert. La comprobación sólo está presente en los momentos de duda, detenerse a pensar en un plan sólo ocurrió en el problema 2 en donde la instrucción incluía este aspecto, aunque no puede afirmarse que en los demás no hubiera un plan; a la mayoría se le olvidó escribir en la hoja una respuesta clara del problema, aunque la expresaron de forma verbal. Pensar en más de una estrategia operativa para resolver el problema no es una opción si no se cuenta con el dominio y el conocimiento matemático suficiente que le permita realizar esto. Así por ejemplo, para los problemas 2 y 3 en donde los estudiantes podrían haber plantado un sistema de ecuaciones lineales para establecer las variaciones, no es una posibilidad cuando los estudiantes ya han expresado en la entrevista que esto es una dificultad para ellos, por lo que se recurre a lo que sí se sabe hacer: operaciones básicas y razonamientos basados en la comprensión de los enunciados.

## METACOGNICIÓN Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS 135

### CONOCIMIENTO DECLARATIVO – DESEMPEÑO BAJO (1.0 – 5.9)

INSTRUMENTO	CONOCIMIENTO INTRA - INDIVIDUAL	CONOCIMIENTO INTER - INDIVIDUAL	CONOCIMIENTO Y CREENCIAS SOBRE MOTIVACIONES PROPIAS	CONOCIMIENTO DE LA TAREA	CONOCIMIENTO DE LAS ESTRATEGIAS
<b>ENTREVISTA</b>	<p>Identifican que tienen dificultades cuando tienen que resolver problemas que se relacionan con ecuaciones y para algunos también los que involucran divisiones y multiplicaciones; mientras que les resulta más fácil resolver problemas que se relacionen con las restantes operaciones básicas y para algunos con fraccionarios. Reportan que las calificaciones que obtienen en la resolución de problemas de matemáticas son algunas veces buenas y están asociadas a: hacer todo lo que le ponen a veces en clase y resolver bien los problemas, distraerse y no prestar atención, a veces realizar algunos cálculos mal y a la comprensión general (aunque estas circunstancias no son generalidades, sino que muestran distintas tendencias en los estudiantes).</p>	<p>Se reconoce que otros (compañeros, docentes o familiares) han influenciado su aprendizaje de las matemáticas. Para los estudiantes, la manera como explique el docente determina que ellos logren comprensión o no de las matemáticas.</p>	<p>Son estudiantes que en su mayoría sienten gusto por la resolución de problemas, no así por las matemáticas mismas, derivado de distintas circunstancias, entre ellas, la comprensión que logren tener de lo que están trabajando.</p>	<p>Identifican como tipo de problemas que han tenido que resolver principalmente aquellos que involucran operaciones básicas (suma, resta, multiplicación, división). También reportan tener que resolver problemas relacionados con fracciones y relacionados con la trigonometría.</p>	<p>Para resolver a un problema a los estudiantes se les ha enseñado que es importante: leer el problema hasta comprenderlo, planear cómo se va a resolver el problema, teniendo en cuenta los datos y las operaciones que se necesitan, realizar las operaciones con las que se piensa es posible resolver el problema, revisar que las operaciones quedaron bien, haciendo la prueba o verificando el procedimiento, escribir la respuesta del problema teniendo en cuenta la pregunta que se hacía y pensar en más de una forma de resolver el problema.</p>

## METACOGNICIÓN Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS 136

### CONOCIMIENTO DECLARATIVO – DESEMPEÑO BAJO (1.0 – 5.9)

INSTRUMENTO	CONOCIMIENTO INTRA - INDIVIDUAL	CONOCIMIENTO INTER - INDIVIDUAL	CONOCIMIENTO Y CREENCIAS SOBRE MOTIVACIONES PROPIAS	CONOCIMIENTO DE LA TAREA	CONOCIMIENTO DE LAS ESTRATEGIAS
<b>ESCALA LIKERT</b>		Se reconoce a otros como seres cognitivos que pueden ayudar a generar comprensión o a validar procedimientos (conclusión de acuerdo con lo planteado en la planeación y en la regulación y control).			Las estrategias cognitivas de resolución son leer, determinar una operación y ejecutarla. (Inferencia realizada de los procesos descritos en planeación).
<b>PROBLEMA 1 - TUTORÍA</b>	Pueden expresar sus dificultades, las cuales están relacionadas sobre todo con las demandas de la tarea, pero la identificación de estas por parte de cada uno no necesariamente se corresponde con la realidad mostrada en la ejecución. Los estudiantes muestran comprensión de partes del problema (como la exigencia de comparación de precios totales y la relación de cantidades que tienen una misma unidad de medida); tienen dificultades en la ejecución, pues no tienen en su mayoría manejo de situaciones de carácter multiplicativo, aunque saben que la multiplicación es la suma reiterada del mismo valor, pero si la cantidad es muy grande, tienen dificultades para aplicarlo por el número total de ítems requeridos. Parece además que pierden la concentración y se les olvidan los razonamientos o lo que están haciendo, así estén siguiendo el orden de la información relevante en el problema y no buscan ninguna ayuda para acordarse en general de lo que están haciendo, sólo recurren al conteo con los dedos para recordar las cuentas.	Tres de los estudiantes mostraron tendencia a preguntarle al investigador algo que no entendían del problema o para confirmar si lo que iban a hacer era lo adecuado.		Una de las demandas del problema es el manejo de unidades de medida (de peso en este caso), pero la mayoría de ellos no las maneja, pues no sabe la relación kilo - libra. . La tarea también exige saber sumar, multiplicar y dividir, o al menos fraccionar en partes iguales, pero la mayoría de ellos tiene dificultades en el manejo de estos procesos. El problema exige un proceso de comparación de precios totales y específicos de los productos, de los cuales solo ejecutan el primero en su gran mayoría. Parece que hay un desconocimiento del contexto en la vida real del problema, como lo es ir de compras a un supermercado.	Desde el punto de vista de las estrategias cognitivas para solucionar un problema, los estudiantes leen (algunos con deficiencias como cambiar las palabras del texto), seleccionan las operaciones con que van a resolver de acuerdo con sus fortalezas mas que con las indicadas para el problema, las ejecutan y dan una solución al problema desde la comprensión que lograron de este, que en este caso está limitada para la gran mayoría a calcular los precios de todos los productos en los distintos supermercados y hacer una comparación del resultado. Siguen la secuencia del texto del problema, pero no tienen en cuenta todas la información que les orientaría hacia la definición de la estrategia. Carecen en su mayoría del procedimientos para calcular mitades.

CONOCIMIENTO DECLARATIVO – DESEMPEÑO BAJO (1.0 – 5.9)

INSTRUMENTO	CONOCIMIENTO INTRA - INDIVIDUAL	CONOCIMIENTO INTER - INDIVIDUAL	CONOCIMIENTO Y CREENCIAS SOBRE MOTIVACIONES PROPIAS	CONOCIMIENTO DE LA TAREA	CONOCIMIENTO DE LAS ESTRATEGIAS
<b>PROBLEMA 2 - PENSAMIENTO EN VOZ ALTA</b>	<p>En este problema la mayoría de los estudiantes no expresaron de manera abierta como en el anterior cuáles estaban siendo dificultades frente al problema (puede ser que lo hayan cayado o que desde su punto de vista no tuvieran dificultades). Se evidenció durante la ejecución que la gran mayoría no comprendió las relaciones complejas del problema (asociadas al concepto de variación matemática) y de las cuales depende la solución, pues en general asumen que la relación 2 niños por cada adulto hace referencia a la mitad o se limitan a encontrar dos cantidades arbitrarias que sumadas den el dato inicial. Tomaron en promedio 2 minutos y 13 segundos para indicar que ya sabían que iban a hacer. Tienen dificultades con las operaciones de carácter multiplicativo, pero conocen el sentido de la multiplicación. ¿No sabían o lo que no sabían o simplemente no lo expresaron?</p>	<p>Dos de los estudiantes siguieron mostrando tendencia a preguntarle al investigador algo que no entendían del problema o para confirmar si lo que iban a hacer era lo adecuado.</p>		<p>Hay desconocimiento de las demandas de la tarea: variación para la relación adultos - niños, fraccionarios para establecer cuántos son niños y niñas (el sentido de la quinta parte), manejo de la multiplicación y la división. Esto limitó la resolución del problema.</p>	<p>Las estrategias operativas de este grupo de estudiantes se limitan a la suma y el cálculo mental de mitades que resulten fáciles. Dividir y multiplicar es una gran dificultad y determinar la variación adultos - niños terminó siendo un ejercicio de asignar dos cantidades que pudieran dar 420 (sobre todo considerando la mitad).</p>

CONOCIMIENTO DECLARATIVO – DESEMPEÑO BAJO (1.0 – 5.9)

INSTRUMENTO	CONOCIMIENTO INTRA - INDIVIDUAL	CONOCIMIENTO INTER - INDIVIDUAL	CONOCIMIENTO Y CREENCIAS SOBRE MOTIVACIONES PROPIAS	CONOCIMIENTO DE LA TAREA	CONOCIMIENTO DE LAS ESTRATEGIAS
<b>PROBLEMA 3 - PENSAMIENTO EN VOZ ALTA</b>	<p>Como en el problema 2, en general los estudiantes no expresaron abiertamente sus dificultades para resolver el problema. Durante la resolución se ponen en evidencia como fortalezas el dominio de las operaciones de carácter aditivo y la comprensión de la información de algunos apartes del problema: la distribución de mitades del día lunes y su respectiva relación de ganancia y pérdida, saben que es el triple en el día martes, pero no tienen en cuenta la cantidad inicial de canicas para establecer la relación y comprenden qué es la mitad de las canicas del día miércoles, sin tener claridad en lo que se refiere a la mitad más uno. No comprenden el sentido de la mitad más uno. Su principal dificultad está en la lectura parcializada de la información y la falta de comprensión global del problema.</p>			<p>Muestran comprensión en las siguientes demandas de la tarea: relación entre cantidades, variación, manejo de operaciones básicas, concepto de mitad, triple. Tienen dificultad con la demanda final de comparación de las cantidades de diferentes días.</p>	<p>La estrategia está basada en la comprensión de la variación a partir de los enunciados, acompañados por la selección de una operación básica para la ejecución del proceso. Subdividen el problema en partes. No identifican otros procesos matemáticos que les permitan solucionar el problema. Las estrategias cognitivas de resolución que se evidencian en la planeación - resolución son leer hasta comprender los enunciados, seleccionar un procedimiento matemático o los razonamientos que les permitan hallar un resultado y dar una respuesta (para algunos más explícita que otra, redactada en la hoja de soluciones, para otros sólo con la explicación verbal).</p>

## METACOGNICIÓN Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS 139

### CONOCIMIENTO DECLARATIVO – DESEMPEÑO BAJO (1.0 – 5.9)

INSTRUMENTO	CONOCIMIENTO INTRA - INDIVIDUAL	CONOCIMIENTO INTER - INDIVIDUAL	CONOCIMIENTO Y CREENCIAS SOBRE MOTIVACIONES PROPIAS	CONOCIMIENTO DE LA TAREA	CONOCIMIENTO DE LAS ESTRATEGIAS
<b>CUESTIONARIO PROBLEMA 3</b>	Reconocen sus dificultades de comprensión de la comparación solicitada en las preguntas. (Provenientes de evaluación)			No comprendieron totalmente las preguntas en cuanto a la comparación a realizar (proveniente de su reflexión sobre si resolvieron el problema).	Estrategia basada en sumar, restar y dividir. (De acuerdo con lo que los estudiantes describen en el plan). Carecen de otras estrategias (de acuerdo con la pregunta realizada en evaluación). Las estrategias cognitivas son leer, determinar una operación y sacar un resultado. (Proveniente de lo descrito en la planeación).
<b>ANÁLISIS</b>	Los estudiantes identifican que tienen dificultades en operaciones básicas como la multiplicación y la división (carácter multiplicativo), en la solución de problemas que se relacionen con ecuaciones y en la comprensión general de los problemas (que no siempre reconocen). Leen de manera parcial, en ocasiones se les olvidan los datos iniciales y no encuentran alternativas para ayudarse a solucionar sus dificultades. Cuando saben que no saben algo, dan datos arbitrarios al problema para poder continuar con la resolución. Emiten juicios frente a la resolución que no se ajustan a la realidad, pues aún sabiendo que no han comprendido todo el problema, evalúan su resolución como adecuada o más o menos. Los estudiantes no son conscientes de cómo ha sido su desempeño en matemáticas.	Hay un reconocimiento del otro - principalmente el docente - como apoyo para en el conocimiento que ellos no tienen, pudiéndoles aclarar sus dudas y a evaluar sus resultados. En la resolución de los problemas 1 y 2, por lo menos dos estudiantes fueron recurrentes en preguntar, pese a que sabían que no se les iba a responder.	El único instrumento que aporta información frente a este elemento de la variable persona en la metacognición fue la entrevista y muestra que hay gusto por resolver problemas de matemáticas siempre y cuando los comprendan. Me gusta lo que puedo hacer. Durante la resolución de los problemas, no es posible establecer si se sentían motivados o no en resolver la tarea; sólo una estudiante expresa en el cuestionario 3 sentirse afectada por tener que resolver el problema bajo la mirada continua de otra persona.	De acuerdo con lo descrito por los estudiantes como aquello que más se les facilita y el tipo de problemas que refieren haber resuelto (asociados a las operaciones básicas), se pone de manifiesto que las experiencias metacognitivas de los estudiantes en este tipo de tareas son las que contribuyen a su comprensión y resolución. En los tres problemas, las partes de los mismos que involucraron sumas y restas no representan mayor dificultad para los estudiantes, sin embargo, los procesos multiplicativos, las variaciones (que los estudiantes describen como ecuaciones), son demandas que los estudiantes desconocen y que por lo tanto limitan sus posibilidades de comprensión y de solución.	Los estudiantes recurren únicamente a tres estrategias cognitivas: leer, determinar una operación y ejecutar la operación. Detenerse a pensar en un plan, revisar los procedimientos y comprobar las operaciones, escribir una respuesta explícita y pensar en más de una forma de resolver el problema, son estrategias que no se evidencian como característica habitual en lo que hacen los estudiantes de este desempeño. La comprobación es muy tenue, ni siquiera en momentos grandes de duda es llevada a cabo por la mayoría de los estudiantes, detenerse a pensar en un plan sólo ocurrió en el problema 2 en donde la instrucción incluía este aspecto y pareciera que ese plan no tuvo en cuenta comprender el problema, pues durante la ejecución quedó en evidencia que no comprendían la información compleja; en los restantes dos problemas no puede afirmarse que no hubiese un plan porque no se verbalizó de manera específica; a la mayoría se le olvidó escribir en la hoja una respuesta clara del problema, aunque la expresaron de forma verbal y pensar en más de una estrategia operativa para resolver el problema no es una opción si no se cuenta con el dominio y el conocimiento matemático suficiente que le permita realizar esto. Así por ejemplo, para los problemas 2 y 3 en donde los estudiantes podrían haber plantado un sistema de ecuaciones lineales para establecer las variaciones, no es una posibilidad cuando los estudiantes ya han expresado en la entrevista que esto es una dificultad para ellos, por lo que se recurre a lo que sí se sabe hacer: operaciones básicas.

# METACOGNICIÓN Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS 140

## CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL – DESEMPEÑO SUPERIOR (9.0 – 10.0)

INSTRUMENTO	PLANEACIÓN	REGULACIÓN Y CONTROL	EVALUACIÓN
<b>ENTREVISTA</b>	Para resolver un problema los estudiantes realizan fundamentalmente tres pasos: leer el problema, determinar las operaciones que contribuyen a la resolución y resolverlo (desarrollar las operaciones).	A los estudiantes se les ha enseñado que se debe revisar que las operaciones con las cuales se está resolviendo un problema quedaron bien, haciendo la prueba o verificando el procedimiento.	Se espera que otros (principalmente el docente) evalúe si la resolución del problema es la adecuada. Cuando es el propio estudiante quien debe realizar esta evaluación, los estudiantes recurren a releer el problema, verificar las operaciones más de una vez, hacer otra operación, buscar en el cuaderno y confiar en las propias capacidades.
<b>ESCALA LIKERT</b>	Son tendencias generales de planeación leer el problema tantas veces como sea necesario para comprenderlo antes de iniciar la solución, identificar los datos que sirven para solucionar el problema, determinar las operaciones que van a hacer posible la solución y preguntarle a otros para lograr comprender aquello en lo que se tiene duda.	Como elementos de regulación y control durante la resolución del problema los estudiantes regresan a las preguntas para acordarse de lo que tienen que hacer, revisar lo que se ha hecho, comprobar las operaciones con otro procedimiento o verificando el realizado, preguntarle a otros para saber que lo que se ha hecho está bien (regulación por otros), corregir los errores y cambiar la estrategia si se dan cuenta que lo que están haciendo no funciona.	La evaluación incluye la revisión del procedimiento general llevado a cabo para resolver el problema, antes de decir que ya acabaron, la verificación de que la solución del problema es correcta, pensar en estrategias alternativas de solución y pensar en lo que se hizo luego de entregar el resultado para analizar si quedó bien o mal resuelto.
<b>PROBLEMA 1 - TUTORÍA</b>	Aunque en los reportes verbales no es para todos los estudiantes explícitos el plan que se han trazado, se evidencia que lo hay a medida que realizan la ejecución. Los estudiantes se ciñen a dicho plan, independientemente de sus problemas operativos o de desconocimiento de algunas demandas de la tarea, como es el caso del kilo. Esta planificación implicó descomponer el problema en dos partes: calcular en cada supermercado para luego comparar los costos totales; 2. comparar los precios de cada producto en los distintos supermercados y calcular el valor final de todos los ingredientes requeridos seleccionados. Para cada uno de los dos pasos, determinaron las operaciones que se debían realizar, buscando la más adecuada para cada situación. Como elemento de la planificación metacognitiva, la definición y representación del problema por parte de los estudiantes se evidencia en su concentración en la información relevante, en este caso para ellos las preguntas del problema (mas que los datos mismos que resulta natural seguir para la resolución y que son todos relevantes para este problema); en la posibilidad de ir explicando el problema en sus propios términos, así como los razonamientos que hacen y que les sirven además como estrategia para regular y controlar su ejecución del problema. Reconociendo a otros como seres cognitivos (en este caso el compañero al que estaban realizando la tutoría), algunos interactúan con ellos para lograr la comprensión de algunos apartados del problema, mientras que uno de los estudiantes se pregunta a sí misma todo el tiempo qué hacer. Tal vez preguntar al investigador no era una opción, si sabían de antemano que no se les iba a responder la pregunta. No fue evidente que se tomaran un tiempo para luego de leer pensar en lo que iban a hacer. Acabaron la lectura y comenzaron la ejecución. (¿Se asocia esto a que comprendieron desde el principio el problema?).	Se observan acciones de regulación y control en dos sentidos: 1. En la ejecución de las operaciones que han determinado como elemento de la estrategia de solución general, para corroborar que los resultados en los que tienen duda son correctos o para controlar la ejecución del proceso en operaciones largas (sumas específicamente) a través de un mecanismo externo como es contar con los dedos para no equivocarse (tal vez han identificado que se les olvidan y por eso acuden a este mecanismo para mantener en su mente las cuentas). Si no se genera esa duda, no es una constante el control. 2. En orientar la estrategia general que se han planteado. Para esto, se van explicando el problema (que también es un elemento de planeación), y con base ello se orientan y controlan lo que están haciendo. También se evidencia que pausan para recordar la pregunta que les han hecho y orientarse en qué nivel de ejecución del problema van. Esto les posibilita identificar sus errores. Mantienen en general la estrategia asumida desde el principio.	La evaluación no surge por iniciativa de los estudiantes. No se toman un tiempo antes de decir que finalizaron el problema para volver a revisar sus ejecuciones, verificar que evidentemente resolvió el problema y que su estrategia funcionó. La evaluación surge porque se les pregunta, y sus respuestas muestran un nivel de juicio de su trabajo acorde con lo que han ejecutado, aunque algunos tienen exceso de confianza y aún sabiendo que hubo partes del problema que no comprendieron, su juicio sobre el desarrollo que hicieron del problema es favorable. Si se considera que los estudiantes han fraccionado el problema en partes, en esas subdivisiones tampoco ocurren procesos de evaluación.

CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL – DESEMPEÑO SUPERIOR (9.0 – 10.0)

INSTRUMENTO	PLANEACIÓN	REGULACIÓN Y CONTROL	EVALUACIÓN
<p><b>PROBLEMA 2 - PENSAMIENTO EN VOZ ALTA</b></p>	<p>Los estudiantes logran una definición y representación del problema clara ya que identifican las relaciones críticas que hay en el problema, los datos conocidos, las incógnitas implícitas y explícitas, que forman parte de las demandas de las tareas. Su plan general está centrado en la secuencia en que se deben determinar las incógnitas (común en todos) y la posible estrategia operativa (para 3 de ellos) con los cuales ejecutar la solución. A lo largo de la resolución se da también una selección de estrategias, así que es una secuencia de planeación - regulación y control constante, en donde los estudiantes se concentran en la información relevante y se van dando orientaciones frente a lo que deben realizar para hallar la solución. En el marco de acciones cognitivas para la resolución de un problema cognitivos, los estudiantes leen, seleccionan las operaciones, la ejecutan y dan un resultado. No hay evaluación de cada resultado por lo que algunos no se dan cuenta de los errores operativos. La resolución que hacen responden al plan que se plantearon.</p>	<p>Como elemento de regulación y el control es notorio en todos los estudiantes que se den orientaciones a ellos mismos durante la ejecución del problema, como parte de la interacción con las demandas del problema para identificar las estrategias aplicables. Monitorean su comprensión de los enunciados complejos del texto y pausan en búsqueda de la pregunta definitiva del problema para acordarse de lo que tienen que hacer al final. Puede considerarse además que usan un mecanismo de control externo, como una de sus fortalezas, y es marcar la información que van obteniendo para tenerla presente en la solución final del problema.</p>	<p>La evaluación no es un proceso espontáneo en los estudiantes, depende de la pregunta de la investigadora en la mayoría de los casos. Ante la pregunta, estos estudiantes conocedores de sus dudas frente al problema son cautelosos en la emisión de juicios sobre su ejecución.</p>
<p><b>PROBLEMA 3 - PENSAMIENTO EN VOZ ALTA</b></p>	<p>Aunque no hay un reporte explícito por cada uno de los estudiantes que indique cómo piensa resolver el problema, se evidencia que el plan consiste en resolver el problema por partes (exigencia de la propia tarea en la definición de información de cada uno de los días). Así, se realiza planeación por cada una de las subdivisiones del problema, en donde los estudiantes se definen y representan el problema a través de la lectura y relectura continua del texto (que también es una estrategia de regulación), concentrándose en la información relevante del problema que establece las relaciones entre las cantidades de canicas que lleva cada niño y las preguntas que debe resolver. Las estrategias cognitivas que determinan el plan los estudiantes son leer y volver a leer cuántas veces sea necesario los enunciados, determinar alguna operación matemática que le permita establecer la relación indicada en cada situación o en su defecto razonamientos o tanteo, ejecutarlos y dar una respuesta a través de la comparación de los datos relevantes.</p>	<p>En este grupo de estudiantes se identifican como elementos constantes de regulación y control el monitoreo de la comprensión y la interacción continua con las demandas de la tarea. Esto implica otros elementos metacognitivos como la revisión del proceso, la pausa para concentrarse en la información relevante, el autocuestionamiento frente al proceso y los resultados, este último que pueden comprobar si les genera dudas. Quienes estuvieron interactuando de manera más constante con las demandas de la tarea pudieron determinar mejor la estrategia a aplicar y solucionar de manera más adecuada el problema.</p>	<p>Frente a la globalidad del problema no se evidencia procesos de evaluación por parte de los estudiantes. Si se considera la subdivisión del problema en los diferentes días, la evaluación está asociada al elemento metacognitivo de regulación y control que implica el monitoreo de la comprensión, pues los estudiantes validaban sus resultados a la luz de los enunciados, sin perder en su mayoría la identificación de la cantidad de canicas totales que llevaba cada niño.</p>

CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL – DESEMPEÑO SUPERIOR (9.0 – 10.0)

INSTRUMENTO	PLANEACIÓN	REGULACIÓN Y CONTROL	EVALUACIÓN
<p><b>CUESTIONARIO PROBLEMA 3</b></p>	<p>Se evidencia que la planeación está centrada en identificar las operaciones con las cuales es posible resolver el problema. Sólo el participante 4 describe con suficiente claridad el conjunto de pasos que conforman su planeación global.</p>	<p>Se referencia de manera casi general una estrategia de regulación y control consistente en la comprobación de las operaciones a través de otra operación. Sólo el participante 4 reconoce que ayudarse de la comprensión lectora contribuye a comprobar lo que estaba resolviendo.</p>	<p>La mayoría de los estudiantes son conscientes de que no resolvieron plenamente el problema. Reconociendo que no entendieron muy bien alguna parte del problema (principalmente la comparación solicitada en las preguntas) emiten un juicio frente a la globalidad del resultado. La evaluación contempla además pensar en otras formas de solucionar el problema de tal forma que se optimicen los procesos y los esfuerzos de solución del problema, sin embargo, de acuerdo con las respuestas de los estudiantes se evidencia que lo que realizaron responde a una estrategia única definida, quizá por las limitaciones de otros procedimientos y conceptos matemáticos que deberían manejar en el grado en que se encuentran, asociados al concepto de variación, como es el caso de las ecuaciones.</p>
<p><b>ANÁLISIS</b></p>	<p>Por exigencia que se deriva de la estructura de los problemas, el plan incluye la resolución por partes. Como primer elemento del proceso metacognitivo de planeación, los estudiantes logran una definición y representación del problema gracias a la lectura y relectura constante de la información, principalmente las relaciones complejas de cada problema, a no ser que ya decidan que definitivamente no tendrían como establecer la relación (como en el caso del problema 1, que por el desconocimiento de la unidad de medida kilo, pues no hay cómo solucionar este hecho) y manteniendo atención en los datos conocidos, sin perderlos de vista, pues cuando se pierde, justamente la resolución termina siendo errónea. Se apoya esta definición en la explicación a sí mismos del problema y en las orientaciones que se dan al interactuar con las demandas de la tarea (que es un elemento también de la regulación y control metacognitivo). El segundo elemento, el plan como tal, está fundamentado en tres estrategias cognitivas; leer, determinar una operación y ejecutarla. Las estrategias operativas, en congruencia con las fortalezas de los estudiantes se basan en las operaciones básicas, seleccionando la más adecuada de acuerdo con la situación. La resolución es coherente con lo descrito en la entrevista y en la escala Likert, comprender el problema (que es definirlo y representárselo) es un aspecto importante para que los estudiantes sepan qué hacer.</p>	<p>Entre lo expresado por los estudiantes en la entrevista, la escala Likert y la resolución de los problemas frente a la regulación y control se observa congruencia, pero también depende de la complejidad del problema planteado. Para los problemas 2 y 3 que son los más complejos y corresponden al contexto del sistema variacional, los estudiantes muestran más continuamente elementos de regulación y control metacognitivo que en el primero, que además se ve afectado por el desconocimiento de una de las demandas de la tarea. Como tendencias de regulación y control la interacción constante con las demandas de la tarea y el monitoreo de la comprensión son lo más recurrente, apoyadas en la lectura y relectura de la información, la pausa para revisar las preguntas que deben resolver y darse orientaciones frente a lo que deben ir realizando. El control de las operaciones se realiza sólo cuando se tienen dudas y es necesario confirmar los cálculos mentales o los resultados de las divisiones principalmente. Se autocuestionan en ocasiones los resultados cuando les parecen inconsistentes de acuerdo con la información. Cuando se dan con continuidad todos estos procesos, pueden además detectar los errores y corregirlos, si no, se mantiene el error de cálculo principalmente. Quienes monitorean más continuamente la comprensión e interactúan constantemente con las variables del problema, lo resuelven mejor.</p>	<p>No hay correspondencia entre lo que los estudiantes describen en la entrevista y la escala Likert que hacen para evaluar la solución del problema y lo que se observó durante la ejecución de esta tarea. En la ejecución no se evidenció en ningún momento que los estudiantes se tomaran un tiempo antes de decir que ya acabaron para revisar el proceso global de solución del problema. Si se considera la subdivisión en partes del problema 3, allí la evaluación es más recurrente y acorde con lo expresado en la escala Likert por parte de los estudiantes frente a la verificación y revisión del resultado con base en la información (que es una acción regulatoria a su vez). Determinar si los estudiantes continuaron pensando en el problema para saber si estaba bien o mal no es posible determinarlo en la investigación. Y recurrir a preguntarle a otro (investigadora en este caso) pues se limita por saber de antemano que no se les dará respuesta, aún así, un estudiante lo hizo para el problema número 1. Hablar con los compañeros de los resultados tampoco era una opción para saber si estaba bien (estrategia que ellos dicen utilizar), puesto que dentro de los compromisos adquiridos en la participación en la investigación se les indicó que no podían hablar con sus compañeros de los problemas resueltos, porque todos debían resolver los mismos. Recurriendo entonces a la pregunta de ¿cómo crees que resolviste el problema? los estudiantes emiten juicios, que como ellos exponen en la entrevista, se fundamentan en la confianza en sus capacidades y en lo que son conscientes comprendieron o no en el problema.</p>

**CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL – DESEMPEÑO BAJO (1.0 – 5.9)**

INSTRUMENTO	PLANEACIÓN	REGULACIÓN Y CONTROL	EVALUACIÓN
<b>ENTREVISTA</b>	<p>Los estudiantes identifican como aquellos pasos que habitualmente hacen cuando tienen que solucionar algún problema de matemáticas lo siguiente: leer, determinar las operaciones que se van a realizar y resolver el problema (desarrollar las operaciones).</p>	<p>A los estudiantes se les ha enseñado que se debe revisar que las operaciones con las cuales se está resolviendo un problema quedaron bien, haciendo la prueba o verificando el procedimiento.</p>	<p>Evaluar si la resolución del problema es correcta o no, es una acción que se espera desarrollen otros (profesor o compañeros). Se reconoce que en ausencia de otro que verifique si lo que se ha hecho en la resolución del problema es adecuado, lo obliga a que uno mismo lo deba realizar. Para esto se busca la ayuda de la calculadora si el problema es numérico, revisar nuevamente lo que se hizo o analizar si la respuesta es coherente con lo que se preguntó.</p>
<b>ESCALA LIKERT</b>	<p>Son tendencias generales de planeación leer el problema tantas veces como sea necesario para comprenderlo antes de iniciar la solución, tomarse un tiempo para pensar en los pasos que van a desarrollar antes de iniciar cualquier procedimiento, colocar el problema en sus propias palabras, identificar los datos que sirven para solucionar el problema, determinar las operaciones que van a hacer posible la solución y preguntarle a otros para lograr comprender aquello en lo que se tiene duda.</p>	<p>Como elementos de regulación y control durante la resolución del problema los estudiantes dicen regresar a las preguntas para acordarse de lo que tienen que hacer, revisar lo que se ha hecho, comprobar las operaciones con otro procedimiento o verificando el realizado, preguntarle a otros para saber que lo que se ha hecho está bien (regulación por otros), corregir los errores y cambiar la estrategia si se dan cuenta que lo que están haciendo no funciona.</p>	<p>Los estudiantes dicen verificar que la solución que dan al problema es la correcta y que cuando han finalizado la solución piensan en otras estrategias alternativas que les posibilitan la resolución.</p>

CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL – DESEMPEÑO BAJO (1.0 – 5.9)

**INSTRUMENTO**

**PLANEACIÓN**

**REGULACIÓN Y CONTROL**

**EVALUACIÓN**

**PROBLEMA 1 -  
TUTORÍA**

De acuerdo con los reportes verbales se evidencia la selección de una estrategia centrada en las operaciones a realizar para resolver el problema. Ya en la ejecución se refleja que la planificación incluye subdividir el problema de acuerdo con la información de cada supermercado. Sólo dos estudiantes contemplan la información de comparar los precios, una porque lo comprende y otra como recurso para dar una solución al problema, dado que no pudo calcular todos los precios en el primer supermercado. Para cada supermercado, la estrategia operativa seleccionada con predilección fue sumar, debido precisamente a las dificultades propias relacionadas con saber multiplicar y dividir. Para lograr comprender el problema y representárselo hay una alta tendencia de los estudiantes a preguntarle a otra persona. Para la mayoría de los casos, la definición que se hicieron del problema no fue completa, por lo que la estrategia no encierra todo lo que necesita el problema para su resolución. Sólo una estudiante muestra con claridad su orientación en el problema, explicándose y ayudándose a regular la ejecución con esto, pero no fue un hecho constante, porque para el segundo supermercado, lo olvidó (tal vez problemas con mantener la atención y la concentración en el problema). No fue evidente que se tomaran un tiempo para luego de leer pensar en lo que iban a hacer. Acabaron la lectura y comenzaron la ejecución (salvo una estudiante), hecho que seguramente afectó la comprensión total de la situación.

No se evidencian claras estrategias de regulación y control por parte de los estudiantes. Sobre las operaciones no se regula el procedimiento ni controla el resultado y no se reguló la comprensión del problema. Dificilmente detectan los errores que cometen y hacen reflexiones que les ayuden a orientar su trabajo. Controlan la ejecución de sumas largas ayudándose con los dedos en el conteo. Son acciones esporádicas.

La evaluación no surge por iniciativa propia. No se toman un tiempo antes de decir que finalizaron el problema para volver a revisar sus ejecuciones, verificar que evidentemente resolvió el problema y que su estrategia funcionó. La evaluación surge porque se les pregunta y se limita a valorar la realización de las operaciones, pero sin reflexionar sobre la ejecución de estas por lo menos.

CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL – DESEMPEÑO BAJO (1.0 – 5.9)

INSTRUMENTO	PLANEACIÓN	REGULACIÓN Y CONTROL	EVALUACIÓN
<p><b>PROBLEMA 2 - PENSAMIENTO EN VOZ ALTA</b></p>	<p>Los estudiantes pueden dar un plan general para solucionar el problema que parte de identificar las incógnitas implícitas y explícitas. Sin embargo, el tiempo que se tomaron para pensar en este plan no fue el suficiente para que lograran definirse y representarse de manera comprensiva el problema, puesto que al iniciar la ejecución queda en evidencia que la gran mayoría de ellos no entiende las relaciones complejas del problema adultos - niños, hombres - mujeres y niños - niñas, ni tampoco la definición de una estrategia que permita calcular estas relaciones. Dándose unos posibles valores (desde su comprensión o por dar un valor) van determinando las estrategias específicas durante la ejecución, basadas principalmente en ejercicios de sumas, dadas las dificultades individuales con las demás operaciones. En términos de una secuencia, leen, seleccionan una operación y la ejecutan. No verifican lo que hacen.</p>	<p>Desde la comprensión de los estudiantes y sus estrategias, hay una regulación y control por la interacción con las demandas de la tarea, que les posibilita orientarse en lo que están haciendo. Algunos pueden autocuestionar los resultados que obtienen por parecerles excesivos o extraños en relación con la información original, sin ser una tendencia general.</p>	<p>Los estudiantes parecen no tener criterios claros sobre los cuales evaluar lo que han hecho. Los juicios que emiten se basan en ejecutar bien las operaciones o las dudas que pudieron tener. No es un proceso espontáneo, depende de la pregunta de la investigadora.</p>
<p><b>PROBLEMA 3 - PENSAMIENTO EN VOZ ALTA</b></p>	<p>Aunque no hay un reporte explícito por cada uno de los estudiantes que indique cómo piensa resolver el problema, se infiere de lo observado que el plan consistió en resolver el problema por partes (exigencia de la propia tarea en la definición de información de cada uno de los días). Así, se realiza planeación por cada una de las subdivisiones del problema, en donde los estudiantes se definen y representan el problema a través de la lectura y relectura continua del texto (que también es una estrategia de regulación), concentrándose en la información relevante que establece las relaciones entre las cantidades de canicas que lleva cada niño y las preguntas que debe resolver. Las estrategias cognitivas que determinan el plan los estudiantes son leer y volver a leer cuántas veces sea necesario los enunciados, determinar alguna operación matemática que le permita establecer la relación indicada en cada situación o en su defecto razonamientos o tanteo, ejecutarlos y dar una respuesta a través de la comparación de los datos relevantes.</p>	<p>No hay elementos continuos de regulación y control. Desde la comprensión que cada estudiante tuvo del problema, son esporádicos los elementos metacognitivos como autocuestionar su resultado o pausar para revisar qué es lo que debe hacer. La interacción con las demandas de la tarea es limitada a una ejecución e idea de que hacer, sin que se monitoree la comprensión de alguna manera. Con la comprensión que se hicieron desde el comienzo se quedan durante todo el problema.</p>	<p>No se evidencia evaluación global ni parcial de acuerdo con la subdivisión del problema, principalmente porque no hubo comprensión del problema en la mayor parte de los enunciados y se tienen limitaciones de estrategias matemáticas que puedan ayudar a modelar la situación y desde allí evaluar si lo que se hizo fue correcto o no.</p>

CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL – DESEMPEÑO BAJO (1.0 – 5.9)

INSTRUMENTO	PLANEACIÓN	REGULACIÓN Y CONTROL	EVALUACIÓN
<p><b>CUESTIONARIO PROBLEMA 3</b></p>	<p>La planeación está centrada en identificar las operaciones con las cuales es posible resolver el problema. Sólo el participante 4 describe con suficiente claridad el conjunto de pasos que conforman su planeación global.</p>	<p>La mayoría de estudiantes refieren una estrategia de regulación asociada al monitoreo de la comprensión, es decir, revisar varias veces desde la lectura que lo que estuvieran realizando fuera acorde con la información. Dos de ellos refieren además el proceso de comprobación de las operaciones. Dos estudiantes refieren no haber comprobado de ninguna manera.</p>	<p>Los estudiantes emiten un juicio de éxito con la solución del problema fundamentado en la creencia de comprensión del problema y la ejecución de las operaciones. Frente a otras posibilidades de resolución del problema los estudiantes no encuentran alternativas distintas o que estén por fuera del manejo de operaciones básicas, lo que pone de manifiesto que matemáticamente no han interiorizado estrategias asociadas a la variación, que se adquieren del estudio de la variable en por los menos los grados octavo y noveno.</p>
<p><b>ANÁLISIS</b></p>	<p>Por exigencia que se deriva de la estructura de los problemas, el plan incluye la resolución por partes. Considerando los dos elementos metacognitivos fundamentales de la metacognición - definirse y representarse el problema y determinar el plan de ejecución que incluya las estrategias - lo que se observa es que este grupo de estudiantes tienen dificultades en la definición del problema. Los estudiantes identifican cuáles son los datos conocidos, los desconocidos y las relaciones críticas a través de la lectura y relectura de la información, y a partir de esto se crean una interpretación propia del problema que a su juicio es correcta (salvo en los casos que reconocen que no saben) y con la que se quedan y orientan durante toda la ejecución (que es además mecanismo de regulación). Explicarse el problema en sus propias palabras es habitual, pero esa explicación viene cargada de una interpretación propia y de la alteración o lectura fraccionada en muchos casos de la información del problema, lo cual afecta también su comprensión. Frente al plan como secuencia de pasos a desarrollar, los estudiantes tienen una gran tendencia a centrarse en las operaciones que van a llevar a cabo para solucionar el problema, entonces leen, seleccionan una operación que dominen (no necesariamente la más adecuada a la situación) y la ejecutan.</p>	<p>Los problemas 2 y 3 que son los más complejos y corresponden al contexto del sistema variacional, incrementa la exigencia de regular y controlar lo que se está haciendo, aunque este grupo de estudiantes no tienen constancia en estos procesos. Se regula y controla principalmente la ejecución de los procedimientos a través de las instrucciones que se dan a sí mismos para la ejecución; sin embargo, no hay regulación y control sobre la comprensión misma de las relaciones complejas que es necesaria para poder avanzar en la solución del problema. Los estudiantes hacen pausas para releer las preguntas y acordarse del objetivo final, pero suelen fraccionar la pregunta o interpretarla de manera distinta a lo que está planteado en la información, autocuestionan algunos resultados que les parecen incoherentes, pero son acciones aisladas frente al proceso global de resolución del problema. El cambio de estrategia es determinado no porque no sirva para resolver el problema, sino porque hay limitantes personales para la ejecución (desconocimiento de las demandas y de las estrategias). Si se considera que los estudiantes señalan que hacen estas acciones la mayoría de las veces o siempre en la escala Likert, esta información no es consistente con la ejecución de los tres problemas.</p>	<p>No hay correspondencia entre lo que los estudiantes describen en la entrevista y la escala Likert que hacen para evaluar la solución del problema y lo que se observó durante la ejecución de esta tarea. En la ejecución no se evidenció en ningún momento que los estudiantes revisaran la solución del problema o comprobaran el resultado final, ni siquiera en las subdivisiones hechas a cada problema. Recurrir a preguntarle a otro (investigadora en este caso) como estrategia de evaluación se vio limitada por saber de antemano que no se les dará respuesta. Hablar con los compañeros de los resultados tampoco era una opción para saber si estaba bien (estrategia que ellos dicen utilizar), puesto que dentro de los compromisos adquiridos en la participación en la investigación se les indicó que no podían hablar con sus compañeros de los problemas resueltos, porque todos debían resolver los mismos. Recurriendo entonces a la pregunta de ¿cómo crees que resolviste el problema? los estudiantes emiten juicios que no son acordes con lo expresado en la entrevista frente a mirar la coherencia de la respuesta con la pregunta realizada, sino que se fundamentan en que se seleccionó una operación y se cree que se ejecutó bien, más no tienen en cuenta la comprensión del problema, posiblemente porque ellos creen que comprendieron.</p>