

Una aproximación a la generalización de patrones para fortalecer el desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes de grado tercero, del colegio Isla del Sol I.E.D.

Milena Astrith Barajas Orjuela

Pilar Madero Mogollón

Astrid Viviana Sánchez Guáqueta



Pontificia Universidad Javeriana

Facultad de Educación

Maestría en Educación

Bogotá, 2018

Una aproximación a la generalización de patrones para fortalecer el desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes de grado tercero, del colegio Isla del Sol I.E.D.

**Milena Astrith Barajas Orjuela
Pilar Madero Mogollón
Astrid Viviana Sánchez Guáqueta**

**Tutor:
Yadira Sanabria Mejía**



**Pontificia Universidad Javeriana
Facultad de Educación
Maestría en Educación
Bogotá, 2018**

Copyright © 2018. Barajas Orjuela Milena Astrith, Madero Mogollón Pilar y Sánchez Guáqueta
Astrid Viviana. Todos los derechos reservados.

RECTOR: JORGE HUMBERTO PELÁEZ PIEDRAHITA. S.J.
DECANO ACADÉMICO: FELIX ANTONIO GÓMEZ HERNÁNDEZ, Ph.D.
DIRECTOR DE POSTGRADOS: RICARDO MAURICIO DELGADO SALAZAR Ph.D.
DIRECTOR DEL ÉNFASIS: JORGE CASTAÑO
DIRECTOR DE TESIS: YADIRA SANABRIA MEJÍA

NOTA DE ADVERTENCIA

“La universidad no se hace responsable por los conceptos emitidos por sus alumnos en sus trabajos de tesis. Sólo velará porque no se publique nada contrario al dogma y a la moral católica y porque las tesis no contengan ataques personales contra persona alguna, antes bien se vean en ellas el anhelo de buscar la verdad y la justicia.”

Artículo 23, resolución No 13 del 6 de Julio de 1946,
por la cual se reglamenta lo concerniente a Tesis y Exámenes de Grado
en la Pontificia Universidad Javeriana.

Homenaje al Dr. Jorge Castaño García y a la Mg. Yadira Sanabria Mejía

Dedicamos este trabajo a Dios, ya que, con el milagro de la vida, es quien nos da los dones, el talento y la capacidad para conseguir estos triunfos. También, a nuestros esposos e hijos Richard, Sergio y Santiago Díaz; Carlos, Leydi Jhullyaanna y Jean Carlo Romero; y Anderson Ortiz y Santiago Ávila; quienes han compartido nuestros sueños y anhelos, porque nuestras alegrías han de ser sus alegrías. Son ellos la esencia de nuestro vivir y la motivación para emprender con entusiasmo caminos diarios, por empinados que se tornen, siendo cómplices de nuestros esfuerzos y sacrificios y, tal vez, de muchos momentos de indiferencia.

Agradecimientos

Al Doctor Jorge Castaño García, director del énfasis en didáctica de la matemática, quien nos transmitió su vocación investigadora por cada uno de los aprendizajes obtenidos en todas sus intervenciones y, a su vez, mediante su frase constante: “El conocimiento se construye a partir de la abundancia de múltiples y variadas experiencias significativas para los estudiantes”. Gracias por su participación y, así mismo, por sus aportes desinteresados en este proceso.

A Yadira Sanabria Mejía, Magíster en Educación, docente de la maestría y nuestra asesora de trabajo de grado, quien, desde el primer encuentro en el seminario de pedagogía ‘Referentes de calidad y evaluación en matemáticas’, nos orientó, apoyó y estimuló de forma constante y directa en todos los aspectos. Gracias profe por acompañarnos en este proceso y por compartirnos tus saberes, siempre estuvimos convencidas de que a tu lado podríamos crecer como sujetos de saber pedagógico.

A la Doctora Amparo Forero Sáenz por todos sus aportes en didáctica de la matemática, a los demás docentes de la Universidad y, también, a los compañeros que hicieron posible que este proceso propiciara un crecimiento permanente.

Resumen

Los estudios en educación matemática evidencian como el abordaje del pensamiento variacional es una de las dificultades en cuanto en la enseñanza como en el aprendizaje de las matemáticas. Al respecto Vasco (2009) menciona “Una de las dificultades que se ha encontrado en la interpretación de los lineamientos curriculares para área de matemáticas es que no es muy claro qué se debe entender por “pensamiento variacional” (p.5)

Así mismo, los estudiantes presentan dificultad en las Pruebas Saber de los grados tercero, quinto y noveno, relacionada con tareas de generalización de patrones. Aunado a ello, Mason, Graham, Pimm y Gowar (1999) revelan que los estudiantes de Secundaria presentan grandes dificultades en el álgebra debido a los vacíos que les deja la educación Primaria.

Con base en los planteamientos anteriores, el grupo investigador (GI)¹ describe cuál es el proceso que tienen los estudiantes del grado tercero, de la Institución Educativa Distrital Isla del Sol (I.E.D)², en el desarrollo del pensamiento variacional desde la generalización de patrones. Ello a partir del seguimiento a un grupo particular, conformado por tres estudiantes, quienes se analizan desde una prueba diagnóstica inicial, la aplicación de una secuencia didáctica, entrevistas y, a su vez, una prueba final. Evidenciándose que las múltiples y variadas experiencias de generalización de patrones fortalecen el desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes de grado tercero.

¹ El grupo investigador, conformado por las tres maestras que desarrollaron la presente investigación, de ahora en adelante se referenciará como GI.

² La Institución Educativa Distrital Isla del Sol, escenario en el que se llevó a cabo la investigación, de ahora en adelante se referenciará como IED.

Abstract

Studies in mathematics education show how the approach to variational thinking is one of the difficulties in teaching as well as in the learning of mathematics. In this regard Vasco (2009) mentions "One of the difficulties that has found in the interpretation of the curricular guidelines for the area of mathematics is that it is not very clear what must understood by " variational thinking " (p.5)

Likewise, the students have difficulty in the "Pruebas Saber" of the third, fifth and ninth grades, related to tasks of generalization of patterns. In addition to this, Mason, Graham, Pimm and Gower (1999) reveal that Secondary students present great difficulties in algebra due to the gaps left by their primary education.

Based on the previous approaches, the research group (GI)³ describes what is the process that third grade students have, from the Isla del Sol (I.E.D)⁴, in the development of variational thinking since the generalization of patterns. This is based on the follow-up to a particular group, made up of three students, who are analyzed from an initial diagnostic test, the application of a didactic sequence, interviews and, in turn, a final test. Evidencing that the multiple and varied experiences of generalization of patterns strengthen the development of variational thinking in third grade students.

³ The research group, made up of the three teachers who developed the present research, will be referred to as GI from now on.

⁴ The Isla del Sol District Educational Institution, the setting in which the research was carried out, will be referred to as IED from now on.

Tabla de Contenido

Resumen.....	viii
Abstract	ix
Tabla de Contenido	x
Lista de Tablas	xiv
Lista de Figuras	xv
Introducción	1
Capítulo 1 Antecedentes	5
Capítulo 2 Formulación del problema.....	9
Capítulo 3 Objetivos	10
3.1 Objetivo general	10
3.2 Objetivos específicos	10
Capítulo 4 Justificación.....	11
Capítulo 5 Marco Teórico	14
5.1 Marco Conceptual	14
5.1.1 Términos claves.	17
5.1.1.1 La generalización.	17
5.1.1.2 Patrón.	21
5.1.1.3 Variable.	22
5.1.1.4 Pensamiento numérico.	23
5.2 Marco Didáctico.....	24
5.2.1 Etapas para la generalización de patrones, según Mason <i>et al.</i> (1999).	25
5.2.2 Categorías de análisis	29
Capítulo 6 Diseño metodológico.....	31
6.1 Acerca del tipo de investigación	31
6.2 Acerca de la población	32
6.3 Instrumentos de recolección de la información.....	33
6.3.1 Prueba piloto.	33
6.3.2 Prueba diagnóstica.	34

6.3.3 Secuencia didáctica.	35
6.3.3.1 Sesión 1: Patrones del diario vivir, patrones con el cuerpo.	38
6.3.3.2 Sesión 2: Actividad, ¿cuál sigue?.....	38
6.3.3.3 Sesión 3: ¿Cuál sigue?, ¿cuál falta?	38
6.3.3.4 Sesión 4: Creando y describiendo patrones numéricos.....	39
6.3.3.5 Sesión 5: Cuenta, ¿cuál sigue?.....	39
6.3.3.6 Sesión 6: Frecuencias lógicas.....	39
6.3.4 Pilotaje prueba final.	39
6.3.5 Prueba final.	40
6.3.6 Entrevistas clínicas.....	40
6.4 Acerca del proceso realizado, a manera de resumen.....	41
Capítulo 7 Análisis de la información sobre generalización de patrones	43
7.1 Acercamiento a la generalización.	43
7.2 Momentos de la intervención del grupo investigador.	44
7.2.1 Momento 1: Análisis de pilotajes.....	44
7.2.2 Momento 2: Análisis cuantitativo de la prueba inicial aplicada a los estudiantes del grado tercero del colegio Isla del sol I.E.D.....	46
7.2.2.1 Descripción general de la aplicación.....	46
7.2.2.2 Análisis cuantitativo de las actividades propuestas en la prueba inicial.	47
7.2.3 Momento 3: Análisis de la prueba inicial de los estudiantes seleccionados de nivel Alto, medio y bajo.....	55
7.2.3.1 Estudiante nivel alto.	58
7.2.3.2. Estudiante nivel medio.....	66
7.2.3.3 Estudiante nivel bajo.	76
7.2.4 Momento 4: Análisis desde la secuencia didáctica del grupo y en especial de los tres estudiantes seleccionados.....	86
7.2.4.1 Sesión 1: Patrones del diario vivir, patrones con el cuerpo.	87
Objetivo:.....	87

Desarrollo:	87
Seguimiento:	87
7.2.4.2 Sesión 2: Actividad ¿Cuál sigue?.....	90
Objetivo.....	90
Desarrollo.....	90
Seguimiento.....	90
7.2.4.3 Sesión 3: ¿Cuál sigue? ¿Cuál falta?	92
Objetivo.....	92
Desarrollo.....	92
Seguimiento.....	92
7.2.4.4. Sesión 4: “Creando y describiendo patrones numéricos”	94
Objetivo.....	94
Desarrollo.....	94
Seguimiento.....	95
7.2.4.5. Sesión 5: Cuenta ¿Cuál sigue?	99
Objetivo.....	99
Desarrollo.....	99
Seguimiento:	99
7.2.4.6. Sesión 6: “Frecuencias lógicas”	103
Objetivo:.....	103
Desarrollo.....	103
Seguimiento:	103
7.2.5 Momento 5: Análisis cuantitativo de la prueba final aplicada al grupo de estudiantes del grado tercero del colegio Isla del sol I.E.D.	105
7.2.5.1. Descripción general de la aplicación.....	105

7.2.5.2 Análisis cuantitativo de las actividades propuestas en la prueba final.....	105
7.2.6 Momento 6: Análisis de la prueba final de los estudiantes seleccionados de nivel alto, medio y bajo.....	112
7.2.6.1 Estudiante nivel alto.....	115
7.2.6.2 Estudiante nivel medio.....	121
7.2.6.3 Estudiante nivel bajo.....	127
7.3 Análisis intrasujeto prueba inicial vs prueba final.....	133
7.3.1 Estudiante nivel alto EA.....	133
7.1.3.2 Estudiante nivel medio EM.....	134
7.1.3.3 Estudiante nivel bajo EB.....	135
Capítulo 8 Conclusiones	136
8.1 Hallazgos.....	140
8.2 Recomendaciones.....	141
8.3 Reflexión final.....	142
8.4 Valor agregado	144
Bibliografía	146

Lista de Tablas

TABLA 1. COMPONENTES DE LA GENERALIZACIÓN DE PATRONES.....	19
TABLA 2. MEDIOS SEMIÓTICOS DE OBJETIVACIÓN.....	20
TABLA 3. ETAPAS PARA LA GENERALIZACIÓN DE PATRONES.	25
TABLA 4. TIPOS DE PATRONES.	28
TABLA 5. CRITERIOS PARA LAS CATEGORÍAS DE GENERALIZACIÓN DE PATRONES EN GRADO 3°.....	29
TABLA 6. DERECHOS BÁSICOS DE APRENDIZAJE GRADO TERCERO.....	36
TABLA 7. SÍNTESIS DE LA PLANEACIÓN, LA ORGANIZACIÓN Y EL DESARROLLO DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA.....	41
TABLA 8. SECUENCIA DE ACTIVIDADES SESIÓN 1.....	87
TABLA 9. SECUENCIA DE ACTIVIDADES SESIÓN 2.....	90
TABLA 10. SECUENCIA DE ACTIVIDADES SESIÓN 3.....	92
TABLA 11. SECUENCIA DE ACTIVIDADES SESIÓN 4.....	94
TABLA 12. SECUENCIA DE ACTIVIDADES SESIÓN 5.....	99
TABLA 13. SECUENCIA DE ACTIVIDADES SESIÓN 6.....	103

Lista de Figuras

FIGURA 1. COMPARATIVO RESULTADOS INSTITUCIONES PRUEBAS SABER 2016, CON BASE EN EL INFORME POR COLEGIOS 2016 DÍA E. RESULTADOS DE LAS PRUEBAS (MEN, 2016 P.11).	13
FIGURA 2. CRITERIOS PARA LAS CATEGORÍAS DE ANÁLISIS SEGÚN MASON ET AL., (1999).	29
FIGURA 3. ESCUDO I.E.D. ISLA DEL SOL	32
FIGURA 4. INSTALACIONES I.E.D. ISLA DEL SOL	33
FIGURA 5. EXPLICACIÓN DE LAS ACTIVIDADES A UNO DE LOS ESTUDIANTES DE CASO DE ESTUDIO.	40
FIGURA 6. ACTIVIDAD 1: EJERCICIOS CON PATRONES GEOMÉTRICOS Y GRAFICA DE RESULTADOS PRUEBA INICIAL GRUPO GENERAL	47
FIGURA 7. ACTIVIDAD 2: EJERCICIOS CON PATRONES GEOMÉTRICOS Y GRAFICA DE RESULTADOS PRUEBA INICIAL GRUPO GENERAL	48
FIGURA 8. ACTIVIDAD 3: EJERCICIOS CON PATRONES GEOMÉTRICOS Y GRAFICA DE RESULTADOS PRUEBA INICIAL GRUPO GENERAL	49
FIGURA 9. ACTIVIDAD 4: EJERCICIOS CON PATRONES GEOMÉTRICOS Y GRAFICA DE RESULTADOS PRUEBA INICIAL GRUPO GENERAL	50
FIGURA 10. ACTIVIDAD 5: EJERCICIOS CON PATRONES GEOMÉTRICOS Y GRAFICA DE RESULTADOS PRUEBA INICIAL GRUPO GENERAL	51
FIGURA 11. ACTIVIDAD 6: EJERCICIOS CON PATRONES GEOMÉTRICOS Y GRAFICA DE RESULTADOS PRUEBA INICIAL GRUPO GENERAL	52
FIGURA 12. ACTIVIDAD 7: EJERCICIOS CON PATRONES GEOMÉTRICOS Y GRAFICA DE RESULTADOS PRUEBA INICIAL GRUPO GENERAL	52
FIGURA 13. ACTIVIDAD 8: DESCRIPCIÓN Y CONTEO DE CUADROS Y GRAFICA DE RESULTADOS PRUEBA INICIAL GRUPO GENERAL	53
FIGURA 14. ACTIVIDAD 9: PATRONES NUMÉRICOS Y GRAFICA DE RESULTADOS PRUEBA INICIAL GRUPO GENERAL	54
FIGURA 15. ACTIVIDAD 10: SECUENCIA DIDÁCTICA Y GRAFICA DE RESULTADOS PRUEBA INICIAL GRUPO GENERAL	55
FIGURA 16. PRESENTACIÓN PRUEBA INICIAL ESTUDIANTES NIVEL ALTO, MEDIO Y BAJO	55
FIGURA 17. RESULTADOS PRUEBA INICIAL EA	56
FIGURA 18. RESULTADOS PRUEBA INICIAL EM	57
FIGURA 19. RESULTADOS PRUEBA INICIAL EB	57
FIGURA 20. PRUEBA INICIAL Y ENTREVISTA EA ACTIVIDAD 1	58
FIGURA 21. PRUEBA INICIAL Y ENTREVISTA EA ACTIVIDAD 2	59
FIGURA 22. PRUEBA INICIAL Y ENTREVISTA EA ACTIVIDAD 3	60
FIGURA 23. PRUEBA INICIAL Y ENTREVISTA EA ACTIVIDAD 4	60
FIGURA 24. PRUEBA INICIAL Y ENTREVISTA EA ACTIVIDAD 5	61
FIGURA 25. PRUEBA INICIAL Y ENTREVISTA EA ACTIVIDAD 6	62
FIGURA 26. PRUEBA INICIAL Y ENTREVISTA EA ACTIVIDAD 7	63
FIGURA 27. PRUEBA INICIAL Y ENTREVISTA EA ACTIVIDAD 8	64
FIGURA 28. PRUEBA INICIAL Y ENTREVISTA EA ACTIVIDAD 9	65
FIGURA 29. PRUEBA INICIAL Y ENTREVISTA EA ACTIVIDAD 10	66
FIGURA 30. PRUEBA INICIAL Y ENTREVISTA EM ACTIVIDAD 1	67
FIGURA 31. PRUEBA INICIAL Y ENTREVISTA EM ACTIVIDAD 2	67
FIGURA 32. PRUEBA INICIAL Y ENTREVISTA EM ACTIVIDAD 3	68

FIGURA 33. PRUEBA INICIAL Y ENTREVISTA EM ACTIVIDAD 4	69
FIGURA 34. PRUEBA INICIAL Y ENTREVISTA EM ACTIVIDAD 5	70
FIGURA 35. PRUEBA INICIAL Y ENTREVISTA EM ACTIVIDAD 6	71
FIGURA 36. PRUEBA INICIAL Y ENTREVISTA EM ACTIVIDAD 7	72
FIGURA 37. PRUEBA INICIAL Y ENTREVISTA EM ACTIVIDAD 8	73
FIGURA 38. PRUEBA INICIAL Y ENTREVISTA EM ACTIVIDAD 9	74
FIGURA 39. PRUEBA INICIAL Y ENTREVISTA EM ACTIVIDAD 10	75
FIGURA 40. PRUEBA INICIAL Y ENTREVISTA EB ACTIVIDAD 1	76
FIGURA 41. PRUEBA INICIAL Y ENTREVISTA EB ACTIVIDAD 2	77
FIGURA 42. PRUEBA INICIAL Y ENTREVISTA EB ACTIVIDAD 3	78
FIGURA 43. PRUEBA INICIAL Y ENTREVISTA EB ACTIVIDAD 4	79
FIGURA 44. PRUEBA INICIAL Y ENTREVISTA EB ACTIVIDAD 5	80
FIGURA 45. PRUEBA INICIAL Y ENTREVISTA EB ACTIVIDAD 6	81
FIGURA 46. PRUEBA INICIAL Y ENTREVISTA EB ACTIVIDAD 7	82
FIGURA 47. PRUEBA INICIAL Y ENTREVISTA EB ACTIVIDAD 8	83
FIGURA 48. PRUEBA INICIAL Y ENTREVISTA EB ACTIVIDAD 9	84
FIGURA 49. PRUEBA INICIAL Y ENTREVISTA EB ACTIVIDAD 10	85
FIGURA 50. PATRONES PARA EL DIARIO VIVIR	87
FIGURA 51. INVENCION DE UN PATRON UTILIZANDO GESTOS Y MOVIMIENTOS DEL CUERPO	88
FIGURA 52. ENTREVISTA LUEGO DE APLICACION SECUENCIA 1AL EA	89
FIGURA 53. ENTREVISTA LUEGO DE APLICACION SECUENCIA 2 EM	91
FIGURA 54. EJERCICIO DE EXTRAPOLACION Y EXTENSION DE PATRONES	92
FIGURA 55. EJERCICIO DE EXTRAPOLACION Y EXTENSION DE PATRONES CON MATERIAL CONCRETO	92
FIGURA 56. ENTREVISTA LUEGO DE APLICACION SECUENCIA 3	94
FIGURA 57. EJERCICIO SECUENCIA NUMERICA	94
FIGURA 58. EJERCICIOS CON PATRONES NUMERICOS	95
FIGURA 59. EJERCICIOS CON PATRONES NUMERICOS Y MATERIAL CONCRETO	96
FIGURA 60. EJERCICIOS CON PATRONES NUMERICOS Y MATERIAL CONCRETO	96
FIGURA 61. ENTREVISTA LUEGO DE APLICACION SECUENCIA 4 AL EA	98
FIGURA 62. FOTOGRAFIA ESTUDIANTES REALIZANDO SECUENCIAS	99
FIGURA 63. FOTOGRAFIA ESTUDIANTES REALIZANDO SECUENCIAS	100
FIGURA 64. ACTIVIDAD PROPUESTA AL FINALIZAR LA SECUENCIA 5AL EB	101
FIGURA 65. ENTREVISTA SESION 6 EB	104
FIGURA 66. ACTIVIDAD 1: PATRONES NUMERICOS Y GRAFICA DE RESULTADOS PRUEBA FINAL GRUPO GENERAL	106
FIGURA 67. ACTIVIDAD 2: PATRONES NUMERICOS Y GRAFICA DE RESULTADOS PRUEBA FINAL GRUPO GENERAL	107

FIGURA 68. ACTIVIDAD 3: PATRONES NUMÉRICOS Y GRAFICA DE RESULTADOS PRUEBA FINAL GRUPO GENERAL	108
FIGURA 69. ACTIVIDAD 4: PATRONES NUMÉRICOS Y GRAFICA DE RESULTADOS PRUEBA FINAL GRUPO GENERAL	109
FIGURA 70. ACTIVIDAD 5: PATRONES NUMÉRICOS Y GRAFICA DE RESULTADOS PRUEBA FINAL GRUPO GENERAL	110
FIGURA 71. ACTIVIDAD 6: PATRONES NUMÉRICOS Y GRAFICA DE RESULTADOS PRUEBA FINAL GRUPO GENERAL	111
FIGURA 72. PRESENTACIÓN PRUEBA FINAL	112
FIGURA 73. RESULTADOS PRUEBA FINAL ESTUDIANTE ALTO.	113
FIGURA 74. RESULTADOS PRUEBA FINAL ESTUDIANTE MEDIO.	113
FIGURA 75. RESULTADOS PRUEBA FINAL ESTUDIANTE BAJO	114
FIGURA 76. PRUEBA FINAL Y ENTREVISTA EA ACTIVIDAD 1	115
FIGURA 77. PRUEBA FINAL Y ENTREVISTA EA ACTIVIDAD 2	116
FIGURA 78. PRUEBA FINAL Y ENTREVISTA EA ACTIVIDAD 3	117
FIGURA 79. PRUEBA FINAL Y ENTREVISTA EA ACTIVIDAD 4	118
FIGURA 80. PRUEBA FINAL Y ENTREVISTA EA ACTIVIDAD 5	119
FIGURA 81. PRUEBA FINAL Y ENTREVISTA EA ACTIVIDAD 6	120
FIGURA 82. PRUEBA FINAL Y ENTREVISTA EM ACTIVIDAD 1	121
FIGURA 83. PRUEBA FINAL Y ENTREVISTA EM ACTIVIDAD 2	122
FIGURA 84. PRUEBA FINAL Y ENTREVISTA EM ACTIVIDAD 3	123
FIGURA 85. PRUEBA FINAL Y ENTREVISTA EM ACTIVIDAD 4	124
FIGURA 86. PRUEBA FINAL Y ENTREVISTA EM ACTIVIDAD 5	125
FIGURA 87. PRUEBA FINAL Y ENTREVISTA EM ACTIVIDAD 6	126
FIGURA 88. PRUEBA FINAL Y ENTREVISTA EB ACTIVIDAD 1	127
FIGURA 89. PRUEBA FINAL Y ENTREVISTA EB ACTIVIDAD 2	129
FIGURA 90. PRUEBA FINAL Y ENTREVISTA EB ACTIVIDAD 3	130
FIGURA 91. PRUEBA FINAL Y ENTREVISTA EB ACTIVIDAD 4	130
FIGURA 92. PRUEBA FINAL Y ENTREVISTA EB ACTIVIDAD 5	131
FIGURA 93. PRUEBA FINAL Y ENTREVISTA EB ACTIVIDAD 6	132
FIGURA 94. COMPARACIÓN RESULTADOS OBTENIDOS POR ESTUDIANTE NIVEL ALTO EN PRUEBA INICIAL Y FINAL.	133
FIGURA 95. COMPARACIÓN RESULTADOS OBTENIDOS POR ESTUDIANTE NIVEL MEDIO EN PRUEBA INICIAL Y FINAL.	134
FIGURA 96. COMPARACIÓN RESULTADOS OBTENIDOS POR ESTUDIANTE NIVEL BAJO EN PRUEBA INICIAL Y FINAL.	135

Introducción

Esta investigación surge a causa de la preocupación del GI, generada por los vacíos que encontró en su praxis en 20 años de experiencia docente con estudiantes de Básica Primaria. Al respecto, el GI realizó una revisión de las mallas curriculares y de los planes de estudio de las Instituciones Oficiales en las cuales laboraba: Villas del Progreso I.E.D., San Agustín I.E.D. e Isla Del Sol I.E.D. A partir de dicha revisión, encontró hallazgos que evidenciaron grandes falencias en el desarrollo del pensamiento variacional en el grado tercero de las tres I.E.D.

Teniendo en cuenta lo anterior, el GI realizó un rastreo bibliográfico de antecedentes sobre el desarrollo del pensamiento variacional, encontrando una gran variedad en investigaciones de sustento teórico y didáctico al respecto, a nivel nacional e internacional. Sin embargo, en torno al grado tercero específicamente no se encontró material suficiente, de manera que se amplió la indagación a otros grados, tanto de primaria como de secundaria.

Para ello, se inició con el contexto de la educación colombiana. Al respecto, se encontraron actualizados los referentes legales, tales como: los Estándares Básicos de Competencias (EBC), los Lineamientos Curriculares (LC), la Matriz de Referencia (MR) y los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA). En estos documentos se evidencia el desarrollo del pensamiento variacional para todos los niveles de escolaridad. Ahora bien, para el caso particular de tercero, proponen que “los estudiantes deben reconocer los primeros términos de una secuencia, identificar la posición correspondiente al término de una secuencia de acuerdo con el patrón establecido, describir situaciones de variación usando lenguaje natural” (Matriz de Referencia grado tercero, p.4, 2015).

Así mismo, Pulgarín, (2015), en relación con lo anterior, muestra que el trabajo con patrones atraviesa la educación primaria y secundaria, sin embargo suele aplicarse solamente con las

actividades de clasificación y de seriación primero, sin tener continuidad en los grados superiores. Aunado a ello, el MEN (2006) plantea que el pensamiento variacional se desarrolla en estrecha relación con los otros tipos de pensamiento matemático (numérico, espacial, métrico, aleatorio o probabilístico).

Por su parte, Vasco (2015) concuerda con los planteamientos anteriores cuando afirma que, este pensamiento posee una estrecha relación con los otros tipos de pensamiento matemático, mientras que Mason (1999) considera que la construcción del pensamiento variacional en los primeros años de escuela es indispensable, reconociéndolo como proceso paralelo y continuo en el trabajo aritmético y geométrico generado desde el maestro.

Al respecto, se evidencia que los maestros cuentan con recursos metodológicos, además existe una gran cantidad de investigaciones y aportes sobre el pensamiento variacional. Sin embargo, teniendo en cuenta lo encontrado en los antecedentes y la experiencia laboral del GI, es posible plantear que los docentes de primaria no conocen, no identifican o no aprovechan los recursos que existen en cuanto al pensamiento variacional, lo que genera que al interior del aula no se propicie su aprendizaje y que no sea explícito en las mallas curriculares y en los planes de estudio institucionales.

Ahora bien, cabe resaltar que una de las razones por las que se no encuentra visible el pensamiento variacional es, posiblemente, que este se incluyó a partir de los Lineamientos Curriculares colombianos. En palabras de Vasco (2009),

En el marco legal del nuestro sistema educativo tal como lo conocemos en la actualidad, el término de pensamiento variacional aparece hacia el año 1997. En ese año 1997 y el siguiente se escribieron los lineamientos del MEN respecto precisamente, durante la redacción y publicación de los lineamientos generales del área de Matemáticas en 1997-1998, el pensamiento variacional o covariacional surge al mismo tiempo en México y en Colombia y, por lo visto, casi simultáneamente en los Estados Unidos (p.9).

Lo anterior llevó al GI a cuestionarse sobre el proceso que tienen pendiente los docentes en cuanto a capacitación y actualización respecto a la importancia y la didáctica del pensamiento variacional y, así mismo, a la necesidad de actualizar las mallas curriculares en relación con este.

Dadas las circunstancias, el GI exploró en los resultados de las Pruebas Saber 2016, diseñadas por el Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior (ICFES), en las cuales analizó el grado tercero de tres instituciones educativas particulares desde los planteamientos del MEN. Al respecto, encontró que los estudiantes de estas instituciones en las que laboraba el GI presentaban gran dificultad en cuanto al desarrollo del pensamiento variacional, dado que los resultados fueron bajos comparados con los resultados de otras instituciones del País.

A raíz de este análisis el GI decide hacer su intervención en el colegio Isla del sol I.E.D., teniendo en cuenta lo mencionado hasta el momento, se realiza una exploración del nivel en el que se encontraban los estudiantes de las I.E.D. en mención, en cuanto al desarrollo del pensamiento variacional, mediante la aplicación de una prueba diagnóstica inicial diseñada desde los referentes legales, esta prueba se aplicó en primera instancia en el colegio Villas del progreso a los estudiantes de grado cuarto para verificar la pertinencia de dicha prueba, con base en los resultados se hicieron ajustes a la misma y se trabajó una nueva prueba aplicada a los estudiantes de grado tercero del colegio San Agustín, con el fin de validar el proceso de esta investigación, es necesario tener en cuenta que a partir de la prueba inicial todas las actividades, la secuencia didáctica completa, y la prueba final fueron aplicadas primero en este colegio para validar los procesos.

A continuación se aplica la prueba en el colegio Isla del sol y con los resultados obtenidos se escogieron tres estudiantes de nivel alto, medio y bajo, con quienes se realizó la recolección de la información y de las evidencias, la aplicación de cada una de las sesiones de una secuencia

didáctica diseñada para tal fin y, así mismo, una prueba final. Para tener un análisis asertivo, se realizaron entrevistas semiestructuradas y un análisis cuantitativo y cualitativo a la luz de las categorías propuestas por Mason et al., (1999), teniendo en cuenta un marco teórico que incluye la importancia de los planteamientos de Radford (2015), ya que estos orientaron la resolución del problema de la presente investigación.

Es pertinente resaltar que la secuencia didáctica en mención fue diseñada por el GI con el propósito de propiciar a los estudiantes una aproximación a la generalización de patrones, aplicando actividades orientadas a situaciones numéricas y geométricas. Ello para que desarrollaran el pensamiento variacional y, también, para posibilitarles la identificación de patrones, la argumentación y la posible generalización, con el fin de caracterizar los procesos.

Capítulo 1

Antecedentes

Para el desarrollo del presente capítulo se realizó un rastreo bibliográfico en fuentes como tesis e investigaciones, las cuales estaban relacionadas con la enseñanza del pensamiento variacional y la generalización de patrones, tanto a nivel nacional como internacional. Al respecto, fue posible evidenciar que en cuanto al desarrollo del pensamiento variacional se destacan las investigaciones sobre los patrones y las regularidades geométricas, desde diferentes ramas de los dominios matemáticos como: numérico, métrico, espacial, aleatorio y variacional. También, particularidades y sistematización de experiencias en torno a la identificación de patrones, la formulación de conjeturas, la generalización y la demostración. Así mismo, se encontraron otros estudios basados en la importancia y en el desarrollo del algebra temprana. Sin embargo, el GI optó por enfocarse en la indagación sobre generalización de patrones, razón por la cual a continuación se presentan 5 investigaciones al respecto:

En primer lugar, Rangel (2012) plantea que el trabajo con patrones y con regularidades atraviesa la educación desde 1° a 11° grado, pero suele comenzarse en los grados primero y segundo con actividades de clasificación y seriación. No obstante, afirma que este no se continúa ni se reconoce en grados posteriores, posiblemente por desconocimiento de su importancia. Así, ratifica que el trabajo con patrones conlleva al proceso de generalización, a partir de la observación y de la experimentación.

En segundo lugar, Castro (2014) diseñó y realizó un pilotaje para el desarrollo del pensamiento variacional, en el que presenta una estrategia metodológica para desarrollar en grado Transición. En esta se incluyen entrevistas a profesores titulares con preguntas que giran en torno a ¿qué enseñar?, ¿cómo enseñar?, ¿para qué enseñar?, esto con el fin de indagar sobre su conocimiento de estándares básicos de competencias. Al respecto, concluye que hay un vacío muy grande en los niños de 8 años, pues pasan de una vez al pensamiento abstracto con el manejo de libros y, así, suspenden el proceso que traen del preescolar a partir de las vivencias.

Además, menciona que no existe una alineación entre lo enseñado en preescolar y lo enseñado en primaria, de modo que los estudiantes están aprendiendo de forma mecánica y, por ello, no pueden argumentar verbalmente el porqué de sus respuestas, lo cual confirma que los docentes cumplen con el contenido, pero no están desarrollando competencias. Los resultados de dicho ejercicio con profesores permitieron determinar que el desarrollo del pensamiento variacional en Colombia se encuentra desvalorizado, por lo menos, desde hace 20 años.

Así, las dos investigaciones mencionadas le permitieron al GI a repensar las mallas curriculares, con el fin de fortalecer sus propias prácticas docentes y ser promotoras del pensamiento variacional al interior de las I.E.D. en mención.

En tercer lugar, Velásquez (2012) busca construir el concepto de sucesión numérica a través de la identificación de patrones de regularidad aditivo y multiplicativo, con el fin de potenciar el desarrollo de competencias y el uso del pensamiento variacional en estudiantes de grado cuarto de básica primaria. Para ello, entendiendo la investigación como la acción que permite realizar un acercamiento a una realidad determinada, generó situaciones de enseñanza y de aprendizaje basadas en la lúdica y en el uso de material concreto, con el propósito de posibilitar la

adquisición del concepto matemático y, a su vez, de lograr el desarrollo del pensamiento variacional. Así mismo, mediante la investigación acción, le fue posible identificar los problemas cotidianos experimentados por los profesores, quienes se centran, en la mayoría de las clases, en desarrollar el dominio y la memorización de los algoritmos, para que los estudiantes, posteriormente, los puedan aplicar en la resolución de problemas, pero no tanto en el desarrollo del pensamiento ni en la capacidad de análisis. De este modo, Velázquez (2012) concluye que el pensamiento variacional ha quedado rezagado durante la primaria.

En cuarto lugar, Pulgarín (2015), desarrolla un proyecto centrado en el pensamiento variacional que busca la generalización de patrones geométricos en estudiantes del grado quinto de educación básica, empleando las categorías de Mason, las cuales consisten en ver, decir, describir, verificar y generalizar. A partir de ello, concluye que los proyectos de aula diseñados para enseñar patrones o generalización se convierten en una herramienta valiosa para el desarrollo del pensamiento de los estudiantes. Esto los lleva a realizar un proceso lógico en el que perciben, dicen lo que ven expresándose de diferentes maneras, describen el proceso que observan y, posteriormente, lo verifican, lo cual les abre las puertas para una posterior generalización.

De acuerdo con lo anterior, el GI retomó dichos planteamientos específicamente por su recomendación de trabajo con material concreto para estimular la concentración de los estudiantes, dado que proponen la iniciación al álgebra por medio de situaciones en las que el estudiante debe ver un patrón, decir cuál es ese patrón, y registrarlo. Se trata de actividades que hacen énfasis en el proceso de generalización y de modelación matemática del pensamiento

variacional en el aula, reconociendo que los estudiantes de secundaria presentan grandes dificultades en el álgebra debido a los vacíos que les deja la educación primaria.

Y, en quinto lugar, Vergel (2014) sugiere que la generalización tiene lugar en más de un nivel, ya que algunos sujetos son capaces de utilizar métodos generalizables para calcular los términos de una sucesión particular, pero sus habilidades no les permiten extender tales métodos a las siguientes sucesiones. Sin embargo, otros sujetos sí muestran tal habilidad. Por ello, el GI buscó constatar si lo anterior era posible como valor agregado en la presente investigación.

Capítulo 2

Formulación del problema

Teniendo en cuenta los planteamientos desarrollados en el capítulo 1, el interés del GI es aunar esfuerzos para generar estrategias que permitan resolver la pregunta ¿Cuál es el proceso de generalización de patrones que siguen los estudiantes de grado tercero del colegio Isla del Sol I.E.D, a partir de la implementación de una secuencia didáctica que favorece el desarrollo del pensamiento variacional?

La formulación de esta pregunta exhorta a replantear los planes de estudios de matemáticas de las Instituciones Educativas en mención, de modo que visualice el pensamiento variacional y, de esta forma, promueva espacios en los que los docentes integren en su quehacer pedagógico la generalización de patrones, los cuales, a futuro, favorezcan la interpretación del álgebra en Secundaria.

Capítulo 3

Objetivos

3.1 Objetivo general

Caracterizar el proceso de generalización de patrones que siguen los estudiantes del grado tercero del colegio Isla del Sol I.E.D a partir de la implementación de una secuencia didáctica que favorezca el desarrollo del pensamiento variacional.

3.2 Objetivos específicos

1. Explorar el estado inicial en el que se encuentran los estudiantes del grado tercero del colegio Isla del sol I.E.D, con respecto a la generalización de patrones, mediante la aplicación de una prueba diagnóstica.
2. Diseñar e implementar una secuencia didáctica apoyada en situaciones de generalización de patrones, que permita el fortalecimiento del pensamiento variacional en los estudiantes del grado tercero del colegio Isla del sol I.E.D.
3. Describir la manera en que los estudiantes del grado tercero del colegio Isla del sol I.E.D se aproximan a la generalización de patrones, a partir del análisis de la secuencia didáctica, y, a su vez, cómo esta favorece su desarrollo del pensamiento variacional.

Capítulo 4

Justificación

En el contexto de la educación colombiana se encuentran referentes legales que destacan la importancia del desarrollo del pensamiento variacional para el grado Tercero. Al respecto, están los lineamientos curriculares para el área de matemáticas, propuestos por el MEN (2006) los cuales determinan que

El estudio de la variación puede ser iniciado pronto en el currículo de matemáticas. El significado y sentido acerca de la variación puede establecerse a partir de las situaciones problemáticas cuyos escenarios sean los referidos a fenómenos de cambio y variación de la vida práctica. La organización de la variación puede usarse para iniciar en los estudiantes el desarrollo del pensamiento variacional por cuanto la solución de tareas que involucren procesos aritméticos. Inicia también la comprensión de la variable y de las fórmulas (MEN, 2006, p.67)

A su vez, se encuentran los Estándares Básicos de Competencias, en los que se incluye el pensamiento variacional en los cinco pensamientos a desarrollar en las Instituciones Educativas, junto con el métrico, el espacial, el aleatorio y el numérico, teniendo en cuenta que en este último se han desarrollado las clases de matemáticas en toda la Básica Primaria.

Ahora bien, cabe resaltar que en las I.E.D. en las que trabaja el GI se desarrolla el pensamiento variacional a partir de secundaria, de modo que los estudiantes inician procesos algebraicos sin tener bases sólidas y, por esta razón, tenían bajo rendimiento en el área de matemática. Estas dificultades se presentan debido a que en primaria no se le da la importancia a este pensamiento, tal como plantea el MEN (2006),

El desarrollo del pensamiento variacional, dadas sus características, es lento y complejo, pero indispensable para caracterizar aspectos de la variación tales como lo que cambia y lo que permanece constante, las variables que intervienen, el campo de variación de cada variable y las posibles relaciones entre esas variables. Además, en las situaciones de aprendizaje que fomentan el desarrollo de este tipo de pensamiento, también se dan múltiples oportunidades para la formulación de conjeturas, la puesta a prueba de las mismas, su generalización y la argumentación para sustentar o refutar una conjetura o una propuesta de generalización, todo lo cual se relaciona con el pensamiento lógico y el pensamiento científico. (MEN, 2006, p.68)

A partir de la Matriz de referencia (2015) se pretende realizar el trabajo con generalización de patrones para el grado tercero, de modo que los estudiantes

(...) reconozcan los primeros términos de una secuencia, identifiquen la posición correspondiente al término de una secuencia de acuerdo con el patrón establecido, hagan explícitas similitudes y diferencias que subyacen de la comparación entre secuencias numéricas y geométricas, describan el cambio entre un término fijo en una secuencia respecto al anterior o el siguiente y, a su vez, expliquen cualitativamente situaciones de cambio y variación utilizando el lenguaje natural, dibujos y gráficas (Matriz de referencia, 2015)

Ahora bien, desde la revisión de las mallas curriculares y de los planes de estudio de las I.E.D. en las que trabajaba el GI (ver anexo 1), se evidencia que el pensamiento variacional no se encuentra inmerso, lo que genera que al interior del aula no se propicien actividades que promuevan este aprendizaje. Aunado con ello, Vasco (2009) sustenta que se debe empezar a trabajar el desarrollo del pensamiento variacional desde el preescolar, reprogramando currículos y encaminando a la modelación de dicho pensamiento. En sus palabras, es propicio

(...) proponer que los alumnos y alumnas empiecen desde el preescolar y la primaria por vivenciar y ejercitar los procesos de matematización, por la modelación matemática y el pensamiento variacional, puede parecer utópico, hasta imposible. Mi tesis es que esa es la decisión más realista y factible que podemos tomar desde hoy mismo en la configuración de currículos, programas, unidades didácticas, textos, materiales y juegos matemáticos. Más aún, en muchos casos no tenemos ya que tomar esa decisión, pues buena parte del trabajo de los educadores matemáticos de los últimos treinta años ha iniciado calladamente ese camino (Vasco, 2009, p.2).

Con base en lo anterior y los resultados de las Pruebas Saber 2016 de los grados terceros de las I.E.D. en las que labora el GI, es posible observar el porcentaje de estudiantes que no responden correctamente preguntas asociadas al aprendizaje: “No construye ni describe secuencias numéricas o geométricas”. En la gráfica 1 se encuentran los resultados obtenidos por los estudiantes en los aprendizajes asociados al pensamiento variacional, en la que se puede evidenciar que en las tres I.E.D. los resultados fueron significativamente bajos en las pruebas en mención como se observa en la siguiente figura:

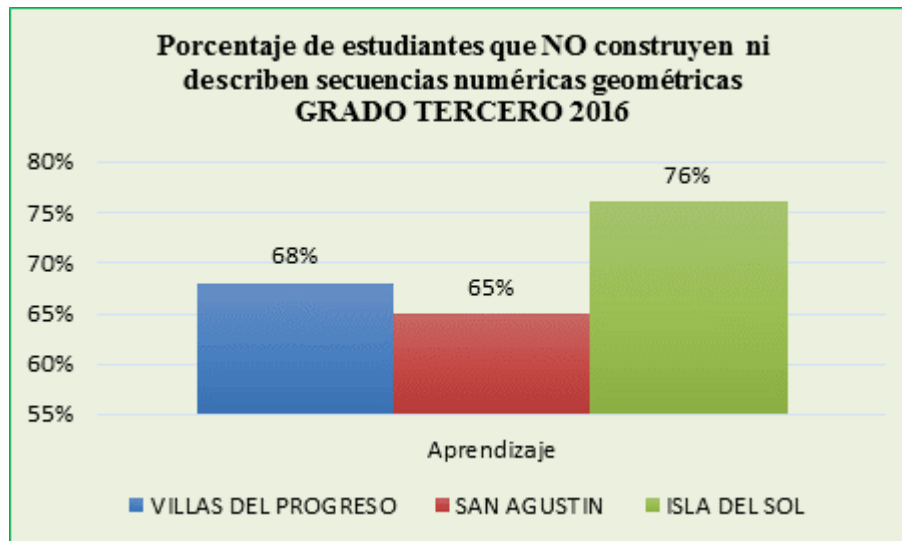


Figura 1. Comparativo resultados instituciones Pruebas Saber 2016, con base en el informe por colegios 2016 día E. Resultados de las Pruebas (MEN, 2016 p.11).

Al analizar la información presentada en la figura 1, es posible concluir que los estudiantes de las I.E.D. en mención presentaban, en su mayoría, falencias en cuanto a la competencia comunicación de la prueba de matemáticas, en la construcción y en la descripción de secuencias numéricas geométricas y, a su vez, que no establecían correspondencia entre objetos o eventos ni patrones o instrumentos de medida.

Por ello, el GI se interesó en estudiar y en ofrecer a los estudiantes de grado tercero del colegio Isla del sol una aproximación a la generalización de patrones, la cual es entendida por el MEN (2006), en los estándares básicos por competencias, como un proceso que involucra la visualización, la exploración, la manipulación de los números y las figuras geométricas.

Capítulo 5

Marco Teórico

En este capítulo se presentan los sustentos teóricos del pensamiento variacional y, a su vez, la riqueza que ofrece este tipo de pensamiento en estudiantes de primaria, mediante 3 apartados. En el primer apartado se aborda el marco conceptual en el que se fundamentó el GI, el cual aborda la postura teórica de autores como Vasco (2003), Mason (1999), Vergel (2014) y Radford (2015), entre otros, quienes aportan los elementos iniciales y fundamentales de la teoría del pensamiento variacional y, a su vez, la importancia de los postulados que se demuestran en los referentes propuestos por el MEN (2006) en cuanto al desarrollo del pensamiento variacional.

En el segundo apartado se encuentra el marco didáctico, en el que se reconocen los planteamientos de (Mason et al., 1999), Piaget (1978), Pulgarín (2015), los cuales aportan herramientas como insumo en el tratamiento metodológico que se desarrolló en la presente investigación.

En el tercer apartado, se presentan las categorías de análisis, planteadas con el fin de dar respuesta a la pregunta de investigación y, a su vez adaptar la estrategia utilizada en la secuencia didáctica propuesta.

5.1 Marco Conceptual

Según el MEN (2006), el pensamiento variacional se desarrolla en estrecha relación con los otros tipos de pensamiento matemático: el numérico, el espacial, el de medida o métrico y el aleatorio o probabilístico. En particular, la relación con otros pensamientos tiene lugar frecuentemente, pues la variación y el cambio, aunque se representan usualmente por medio de

sistemas algebraicos y analíticos, requieren de conceptos y de procedimientos relacionados con distintos sistemas numéricos. Al respecto, el MEN (2006) plantea que

Las actividades de generalización de patrones numéricos, geométricos y las leyes y reglas de tipo natural o social que rigen los números y las figuras involucran la visualización, exploración y manipulación de los números y las figuras en los cuales se basa el proceso de generalización. Esta es una forma muy apropiada de preparar el aprendizaje significativo y comprensivo de los sistemas algebraicos y su manejo simbólico mucho antes de llegar al séptimo y octavo grado. (MEN, 2006, p.67)

En relación con lo anterior, Vasco (2003) plantea que el pensamiento variacional es una manera de pensar, pues no es la memorización de fórmulas de áreas o volúmenes sino “una manera de pensar dinámicamente y producir mentalmente sistemas que relacionen sus variables internas” (p 6.). Dichas producciones mentales generan sistemas simbólicos y formulaciones que permiten objetivar el modelo mental, calcular representaciones, comparar y reformular los modelos. Es decir,

El pensamiento variacional intenta producir mentalmente sistemas que relacionen sus variables internas, de tal manera que cobrarán en forma semejante a los patrones de covariación de cantidades de la misma o distintas magnitudes en los subprocesos recortados de la realidad, con la modelación matemática que debe darse como una dinámica que lleva ciertos procesos que ocurren en la realidad (Vasco, 2003, p.6).

Desde esa misma perspectiva, Vasco (2009) continúa planteando la importancia que se le debe dar al pensamiento variacional. En sus palabras,

Desde mi actual filosofía de las matemáticas y desde mi concepción del mundo del Siglo XXI, pienso que es necesario impulsar decididamente el cambio de las matemáticas estáticas a las dinámicas, del pensamiento de las verdades matemáticas eternas e inmutables al pensamiento variacional, y de la idea tradicional de aplicar las matemáticas a la matematización y modelación de la realidad para construir nuevas matemáticas o reconstruir las antiguas (Vasco, 2009, p.1)

También Vasco (2009) enfatiza en el desarrollo del pensamiento numérico como su modelación y sus transformaciones, mencionando que

El pensamiento variacional requiere el pensamiento métrico y el pensamiento numérico si las mediciones superan el nivel ordinal. Requiere también el pensamiento espacial si una o varias variables son espaciales. Su principal herramienta son los sistemas analíticos, pero puede valerse

también de sistemas lógicos, conjuntistas u otros sistemas generales de relaciones y transformaciones. Para mí, el principal propósito del pensamiento variacional es pues la modelación matemática. No es propiamente la resolución de problemas ni de ejercicios; al contrario, para mí, los mejores problemas o ejercicios deberían ser desafíos o retos de modelar algún proceso. (Vasco, 2009, p.6)

Aunado a ello, Godino (2003) menciona que “desarrollar el pensamiento algebraico en primaria, incluye el estudio de patrones (numéricos, geométricos y de cualquier otro tipo), las funciones, y la capacidad de analizar situaciones con la ayuda de símbolos” (p.9). Por ello, fortalecer desde primaria el estudio de patrones posibilita que el estudiante generalice y que, paulatinamente, mejore el uso del lenguaje para expresar variables.

Los niños desarrollan ciertas características respecto a dicho tipo de pensamiento, tales como los patrones o las regularidades que existen y aparecen de manera natural en las matemáticas, que pueden ser reconocidos, ampliados o generalizados. El mismo patrón se puede encontrar en diversas formas y situaciones físicas, geométricas y numéricas.

Al respecto, el autor menciona la importancia de la generalización, siendo más productiva si se orienta desde la primaria, debido a que se aplica a todas las situaciones que se pueden organizar en el área de matemáticas (Godino, 2003). Cabe resaltar que algunos procesos se pueden iniciar en este nivel, como el de simbolización, el de expresión de relaciones y, a su vez, el de identificación de patrones de diferentes tipos.

Por ello, la relevancia que tiene la educación básica primaria en el trabajo sobre el razonamiento algebraico se centra en que ofrece múltiples oportunidades para afianzar e incrementar el pensamiento en los estudiantes. Además, los inquieta y los motiva hacia la manipulación y la construcción de patrones para identificarlos, describirlos y comprobarlos.

Y, así mismo, otra de las ventajas que tiene iniciar desde primaria es la utilización de representaciones icónicas permitiendo introducir un tipo de razonamiento que se puede calificar de algebraico, pre-algebraico o casi-algebraico, y que no sería posible realizar en el caso de haber optado por una representación completamente simbólica como, por ejemplo, las ecuaciones (Godino, 2003, p.15).

Entonces, para los estudiantes, todo lo relacionado con representaciones icónicas generará en ellos gusto, curiosidad y, además, buena disposición para el acercamiento a procesos de pensamiento en los que pueden involucrar temas y situaciones de su cotidianidad.

5.1.1 Términos claves.

5.1.1.1 La generalización.

La expresión de la generalidad es el centro del pensamiento matemático, de modo que se debe potenciar en los cinco pensamientos. La generalización en álgebra es algo primario hacia la abstracción, para poder comprenderla puede ser desarrollada a través del trabajo con patrones o con regularidades que favorecen la articulación de la generalización en situaciones cotidianas. Ahora bien, para que los estudiantes de grado tercero comprendan el lenguaje algebraico a futuro, es importante que tengan experiencias para comunicar un patrón y describirlo como unidad que se repite con regularidad, lo cual, después, les permita expresar esas vivencias con la capacidad básica de detectar un patrón y expresarlo y si es posible llegar a una generalización.

Según Mason (1999), la posibilidad de potenciar el pensamiento variacional con la generalización de patrones en Primaria es un aspecto que cada vez genera mayor interés. Sus investigaciones sugieren una aproximación al álgebra temprana desde los primeros grados de la escolaridad, pues ello les permitirá a los estudiantes implementar diferentes tareas utilizando patrones numéricos para lograr dicha aproximación. En este sentido, el docente no solo enriquece sus prácticas pedagógicas, sino que, también, le es posible desempeñar el papel de investigador de su propia experiencia como docente, logrando así potenciar su trabajo en el aula. De este modo,

Expresar generalidad es una capacidad con la que todo niño llega a la escuela, por alguna razón, no siempre se conoce o se usa, agrupar, ordenar, es decir, de enfatizar o de pasar por alto, de enfocar la atención de diferentes maneras. Es una capacidad que necesita refinarse y agudizarse, extenderse y desarrollarse Una secuencia de Tunja es una secuencia de casos particulares de una expresión algebraica. Las secuencias de Tunja invitan e incitan a los estudiantes a detectar y expresar una generalidad que consiste en enunciar que dos expresiones diferentes son iguales para todos los valores de, porque una expresión se puede manipular hasta obtener la forma de otra. La idea es que los estudiantes descubran las reglas de manipulación, de modo que las expresiones sobre las que trabajan y las reglas que usen sean sus propias expresiones de generalidad y no simplemente reglas dadas por el profesor o el texto (Mason, 1999, p.1).

Ahora bien, respecto a la generalización algebraica de patrones, Radford (1997) menciona que

(...) generalizar significa observar algo que va más allá de lo que realmente se ve. Ontogenéticamente hablando, este acto de percibir se desarrolla a través de un proceso durante el cual el objeto por ser visto emerge Sobre la emergencia del pensamiento algebraico temprano progresivamente. La generalización de patrones es considerada como una de las formas más importantes de introducir el álgebra en la escuela. “La generalización de la característica común (que puede ser una o varias) corresponde a lo que Pierce llama una abducción (Radford, 1997, p.75).

Y, a su vez, Radford (2010) plantea cómo los estudiantes pueden expresar la generalidad utilizando los diferentes medios semióticos como gestos, movimientos del cuerpo, miradas, entre otros. Al respecto, menciona que algunos estudiantes utilizan formas verbales y gestuales para expresar la generalidad.

En relación con lo anterior, Radford (2015) explica los componentes de la generalización de patrones y, así mismo, los medios semióticos de objetivación, lo cual se presenta a continuación, en las tablas 1 y 2. Cabe resaltar que dichas tablas fueron elaboradas por el GI y están compuestas, en su totalidad, por fragmentos literales de las afirmaciones citadas.

Tabla 1. Componentes de la generalización de patrones.

Componentes	Medios Semióticos
Epistemológico	Consiste en generalizar de una matriz de objetos particulares, para que algo sea deducido. En su etimología generalización está formada por los términos más sencillos: Generalizar, significa una inferencia general. La etimología apunta a que la idea de generalización opera dentro de un reino lógico o epistemológico. La etimología también revela que la inferencia es una manera de generar algo. Lo oantológico, permite extrapolar o generalizar algo de una matriz de objetos particulares, para que algo sea deducido. (Radford 2015 p.130)
Fenomenológico	Tiene que ver con la manera en que la intuición, la atención y la intención interactúan interactúan para hacer frente a los objetos particulares que constituyen la base o el suelo de encuentro con formas culturales e históricas de percibir, percepción, sensación y pensamiento (Radford 2015 p.131). La generalización gestual cambia de papel: puesto que los términos no están dibujados, los alumnos tienen que imaginarlos. Para ayudarlos en esta extrapolación sensible, en la que está basada la generalización. La generalización de patrones se basa en la toma de conciencia de una propiedad común que se nota a partir de un trabajo en el terreno fenomenológico de observación. Es generalizada a los otros términos de la secuencia de la característica común, (que puede ser una o varias) corresponde a lo que Peirce llama una abducción. (Vergel 2014 p.81) Esto es, algo que es aplaudible (Peirce, 1931-1958, CP 2.210). Dependiendo del uso de esta abducción, la generalización tomara varios cursos. Cuando la abducción es simplemente utilizada para pasar de un término al otro (como cuando los alumnos dicen que hay que añadir 2 cuadrados), llegamos a una generalización aritmética y de secuencias figúrales. (Radford 2015, p.7) La estructura numérica responde a la pregunta: ¿Cuántos cuadrados? La estructura espacial responde a la pregunta ¿en dónde colocarlos? sometido a la facultad de la razón o entendimiento para ser procesados Radford 2015 p.8)
Semiótico	Determina la forma en que se infiere acerca de un elemento generalizado con diferentes medios como orales, lengua escrita, gestos y signos como diagramas y fórmulas, teniendo en cuenta que lo esencial es poder pensar, sentir e imaginar. (Radford 2015 p.131)

Nota: Radford, L. (2015). Lugar: *En torno a tres problemas de la generalización*. En L. Rico, M. Cañadas, J. Gutiérrez, M. Molina, y I. Segovia (Eds.), *Investigación en didáctica de la matemática* (p. 3 - 12).

Así, de acuerdo con Radford (2008, 2013), se entiende que es posible facilitar la transición de la Aritmética al Álgebra, teniendo en cuenta que las dificultades y los errores que tienen los alumnos en Álgebra son consecuencia de un tratamiento insuficiente de lo aritmético y de lo numérico en la Educación Primaria.

Y, para ello, Radford (2010) considera que la generalización de patrones es una de las formas más importantes de introducir el álgebra en la escuela, pues, entre otros aspectos, posibilita que los estudiantes se acerquen a situaciones de variación que se erigen como importantes para el desarrollo del pensamiento algebraico. Esto sugiere poner atención en los procesos que dan lugar a la emergencia del pensamiento algebraico en la escuela, considerando tres tipos de generalización a los que puede alcanzar un estudiante, tal como se presenta en su tabla Medios Semióticos de Objetivación, la cual se encuentra a continuación como tabla 2.

Tabla 2. Medios semióticos de objetivación.

Generalizaciones	Descripción
Fácticas	La generalización es referida a un nivel elemental. La indeterminación no alcanza el nivel de enunciación, es decir, está expresada en acciones concretas aplicadas a números. Los medios de expresión usados son los gestos, los movimientos, la actividad perceptual y las palabras. (Radford, 2010, p.196).
Contextuales	La generalización se expresa por medio de objetos contextualizados, sin requerir el uso de gestos particulares; en este caso se habla, por ejemplo, de la figura, la siguiente figura, siendo estos nombres usados como si fuesen variables. Los gestos y las palabras son sustituidos por otros medios de expresión como frases “clave”. (Radford, 2010, p.197).
Simbólica	La generalización se expresa por medio de símbolos alfanuméricos. Las frases “clave” son representadas por símbolos.”. (Radford, 2010, p.197).

Nota: Radford, L. (2010). Como se cita en vergel 2015 generalización de patrones y formas de pensamiento algebraico temprano p.20).

Aunado a ello, Vergel (2015) manifiesta su interés por potenciar el desarrollo de pensamiento algebraico en edad escolar y, a su vez, reconoce que una de las formas más importantes para lograrlo es con la generalización de patrones, en los que el docente debe estar atento a las formas de pensamiento que muestran los estudiantes en las prácticas educativas, las cuales deben ser muy bien planeadas para lograr que ellos alcancen a generalizar un patrón. De este modo, es necesario reconocer las expresiones gestuales, discursivas y de procesos que muestren los estudiantes al argumentar situaciones particulares y concretas.

Para ello, el autor ejemplifica la generalización de patrones en estudiantes de Cuarto y Quinto de primaria, sin necesidad de utilizar símbolos algebraicos sustentando la forma de pensamiento que emerge en los estudiantes. En sus palabras,

Las formas de Pensamiento Algebraico emergen en el aula de clase como consecuencia no sólo de las tareas propuestas, sino también de la naturaleza de la actividad. Estos resultados sugieren que dentro de esta actividad se manifiesta la toma de conciencia y que la generalización tiene lugar a más de un nivel: algunos sujetos son capaces de utilizar métodos generalizables para calcular los términos de una sucesión, pero sus habilidades no les permiten extender tales métodos a las siguientes sucesiones. Sin embargo, otros sujetos sí muestran tal habilidad. La aparición de formas de pensamiento algebraico se puede considerar, entonces, como un problema didáctico: Es todo ese fenómeno de aparición de formas de pensamiento que tenemos que entender mejor. Y esto depende de la estructura de la clase en particular, de la actuación del profesor, de la actividad de los alumnos, de los problemas que se proponen y el tipo de preguntas que plantean, los procesos de comprensión del pensamiento algebraico sustentándose desde la teoría de Radford (Vergel, 2014, p.2).

5.1.1.2 Patrón.

Los patrones geométricos son las regularidades que siguen las figuras geométricas como círculos, triángulos, cuadrados, rectángulos, entre otros. Ahora bien, para el desarrollo de la presente investigación estos se tornaron muy útiles, ya que permiten observar el núcleo de la secuencia de figuras pues posibilitan la observación de lo que cambia, lo que no cambia, lo variable y, así mismo, lo invariante. Lo mismo ocurre con los patrones numéricos, dada su importancia en el desarrollo del pensamiento variacional, ante lo cual Vasco (2009) menciona que

El pensamiento variacional se desarrolla de múltiples maneras: Con el pensamiento numérico, si se fija la atención en la manera como varían los números figurados pitagóricos, como la variación de los números cuadrados; con los intentos de captar patrones numéricos que se repiten, como 3, 6, 9, 12, o 3, 9, 27, 81, o 3, 5, 7, 11. Con el pensamiento espacial, o mejor espacio-temporal, si se acentúan los movimientos, las transformaciones y los cambios, no las figuras estáticas y sus nombres y propiedades y se fija la atención en las variaciones implícitas en ese pensamiento espacio-temporal. Ese es el pensamiento geométrico tomado dinámicamente, no en la forma estática de la geometría euclidiana tradicional (Vasco, 2009, p.8).

Por otro lado, Mason *et al.* (1999) proponen la iniciación al álgebra por medio de situaciones en las que el estudiante debe ver un patrón, decir cuál es ese patrón y, además, registrarlo. Los autores definen patrón como

(...) una propiedad, una regularidad, una cualidad invariante que expresa regularidades que permite establecer generalizaciones, que los estudiantes identifiquen patrones y regularidades para que luego puedan modelar una situación matemática a través de la captación de las propiedades, la generalidad es parte de la experiencia de los niños porque está en la esencia de cualquier lenguaje hablado o escrito. Las palabras indican generalidades, no particularidades. La generalidad es la vida de las matemáticas, y el álgebra es el lenguaje con el cual se expresa esa generalidad (Mason et al, 1999, p.16).

Para el MEN (2006), un patrón es una regularidad entendida como unidades de repetición

(...) las que se encuentran en sucesiones o secuencias que presentan objetos, sucesos, formas o sonidos, uno detrás de otro en un orden fijado o de acuerdo con un patrón. De esta manera, la unidad que se repite con regularidad da lugar a un patrón. Al identificar en qué se parecen y en qué se diferencian los términos de estas sucesiones o secuencias, se desarrolla la capacidad para identificar en qué consiste la repetición del mismo patrón y la capacidad para reproducirlo por medio de un cierto procedimiento, algoritmo o fórmula (MEN, 2006, p.66).

Vasco (2009) coincide con los planteamientos anteriores y, al respecto, menciona que el objeto del pensamiento variacional es pues la captación y modelación de la covariación entre cantidades de magnitud, principalmente pero no exclusivamente las variaciones en el tiempo. Una manera equivalente de formular su propósito rector es pues tratar de modelar los patrones que se repiten en la covariación entre cantidades de magnitud en subprocesos de la realidad (p.6).

5.1.1.3 Variable.

El término variable, según Mason (1999), la define como una asociación con cambio, pero ¿qué es lo que está cambiando?; no es tanto un cambio real como cambio potencial, lo que queremos capturar cuando usamos "x". La palabra "desconocida" entra en un intento de capturar el sentido del cambio potencial, de la no especificidad de la variabilidad que queremos significar con el uso de la variable "x" (pp.117-118).

De acuerdo con los planteamientos de Mason (1999), una vez que los estudiantes se han familiarizado con expresiones de generalidad de un tipo particular, es posible presentar varias de tales secuencias, una al lado de otra, y preguntar “¿qué es invariante y qué cambia en estos ejemplos?” Es decir, “¿qué es lo mismo y que es distinto en ellas?”. Por ejemplo, los estudiantes detectarán fácilmente que el producto de los dos números que están entre paréntesis a la derecha es el término de adición invariante y que su suma es el número que está en el paréntesis del primer término de cada línea. En este punto ellos están listos para discutir si podría haber reglas para trabajar con estas ‘nubes’ como si fueran números.

Esta descripción será incompleta sin el concepto de secuencia numérica, la cual es concebida como un tipo de serie que puede generarse a partir de relaciones lógicas ordinales.

5.1.1.4 Pensamiento numérico.

Se tomó este pensamiento ya que el GI consideró el trabajo con patrones numéricos, los cuales son definidos como una lista de números que siguen una secuencia determinada y que, desde miradas de diferentes autores, son parte de la esencia del pensamiento variacional. Al respecto, Vasco (2003):

Con el pensamiento numérico en la variación y regularidades en los números, con el pensamiento espacial, a partir de movimientos, transformaciones y cambios de figuras que representan el pensamiento geométrico, pero no de la forma estática Euclidiana, y con el pensamiento métrico desde la diferenciación de magnitudes, su comparación y ordenación (Vasco, 2003, p.8).

A su vez, el GI consideró la secuencia numérica como base del trabajo con patrones y, para ello, tomó como referente el concepto que presenta Freudenthal (1983), quien define la secuencia numérica como

(...) el pilar fundamental de las matemáticas. Por tanto, entre las distintas concepciones del número que atienden a su fenomenología prevalece con gran relevancia el número para contar, al que se considera como el devanado en el tiempo de la secuencia de números naturales. "El número para contar es

matemáticamente llamado el número ordinal; es formalizado mediante la inducción completa y los axiomas de Peano" (Freudenthal, 1983, p.45).

5.2 Marco Didáctico

Para el GI es muy importante la innovación y el aprendizaje significativo, ya que lleva a los estudiantes a mejorar en sus procesos relacionados con el desarrollo del pensamiento variacional y, así mismo, a aunar esfuerzos para lograr lo que Vasco (2006) define

(...) como reto de la educación colombiana: "se necesita contribuir a obtener altos niveles en matemáticas para evitar la apatía de los jóvenes, el desprecio por la disciplina y borrar el panorama de ser las matemáticas aburridas, humillantes, y presencien el destierro de aquellos jóvenes que no logran un buen rendimiento y en consecuencia una reducción en el número de aspirantes para profundizar en esta área" (Vasco, 2006, p.3).

Por tal razón, el GI retomó a Mason *et al.* (1999), específicamente por su cátedra para el maestro sobre innovación desde el aprendizaje significativo y, a su vez, las prácticas de aula que motivan a los estudiantes al amor por una matemática divertida. Los autores evidencian cómo el desarrollo del pensamiento variacional está enfocando de una manera inadecuada en Primaria, lo cual se ve reflejado en Secundaria cuando los estudiantes inician el álgebra. Así mismo, señalan

(...) Puede haber vagas sugerencias de que la manipulación algebraica es una práctica esencial para la obtención de habilidades (no especificadas) necesarias para el futuro. Para la mayoría de la gente, el aprendizaje del algebra es un poco como cuando a uno le enseñan a patear, a agarrar y a cabecear la bola sin ni siquiera saber acerca de un partido de futbol. Se aprenden habilidades aisladamente sin un propósito claro. (Mason et al, 1999, p.3)

Esto quiere decir que, si en primaria se trabaja una aproximación a la generalización de patrones, ello les posibilitará que al llegar al álgebra tengan una mente completamente diferente, porque las expresiones que se espera que ellos manipulen, desarrollen y factoricen son vistas por los estudiantes como la expresión de una generalidad hecha por alguien y no solo como cálculos carentes de significado con letras que no tienen sentido.

Esa habilidad para detectar y expresar la generalidad, según Mason *et al.* (1999), se debe hacer mediante las etapas de ver, decir, probar y registrar patrones, es decir, a través de un proceso de vivencias y de prácticas de aula de primaria que les permita a los estudiantes detectar un patrón y expresarlo y, así mismo, ejercitar y desarrollar capacidades mentales importantes que les permitan darle sentido al mundo en general. Lo anterior es posible a través de actividades como agrupar y ordenar de diferentes maneras, las cuales permiten que los estudiantes se vuelvan hábiles en la generalidad y puedan determinar cómo continúa un patrón.

5.2.1 Etapas para la generalización de patrones, según Mason *et al.* (1999).

A continuación, se presenta la tabla 3, en la que se reúnen los planteamientos de Mason *et al.* (1999), respecto a las etapas de generalización de patrones. Es pertinente resaltar que está compuesta, en su totalidad, por fragmentos literales de las afirmaciones de los autores, las cuales fueron acomodadas en dicha tabla 3, por el GI.

Tabla 3. Etapas para la generalización de patrones.

VER	<p>“Se intenta ilustrar, por medio de ejemplos, la primera de las etapas de este proceso” (Mason et al., 1999, p.17).</p> <p>“Ver es uno de los procesos más importantes de percibir la generalidad, y un aspecto al cual se retorna una y otra vez” (Mason et al., 1999, p.19).</p> <p>“Desde una edad temprana los niños pueden apreciar que hay relaciones que son la base de muchas relaciones de su vida, y que la controlan gran parte” (Mason et al., 1999, p.42).</p>
DECIR	<p>“Los alumnos con frecuencia encuentran muy difícil el moverse del “ver” al “decir” y su esfuerzo por decir lo que ellos ven necesita apoyo en cuanto al tiempo y a la aceptación de sus esfuerzos incompletos. Decir es explicar patrones. Decir puede tener lugar tanto en voz alta, a otras personas, como en palabras que se dicen “en la mente”. Se ha comprobado que animar a los alumnos a que trabajen en parejas, diciéndose uno al otro lo que ven, haciéndose preguntas, y modificando lo que dicen hasta que se llegue a un acuerdo, produce buenos resultados” (Mason et al., 1999, p.21).</p> <p>“Con la experiencia, de asociarse en parejas para discutir las observaciones y percepciones, los alumnos estarán en capacidad de trabajar juntos durante períodos más largos sin que se distraigan o interrumpen a los demás. Ver y decir como una secuencia de figuras que crece es una forma de reconocer patrones. Algunas veces es posible “ver” cómo cada figura puede ser construida directamente, sin necesidad de construir todas las figuras anteriores, y está</p>

percepción directa puede orientar más fácilmente hacia la formula general” (Mason et al., 1999, p.22).

“Decir, las generalidades por necesidad, decir una generalidad requiere usar palabras. Las palabras son un medio necesario en esta segunda etapa ya que éstas son el centro de la forma como pensamos” (Mason et al., 1999, p.43).

REGISTRAR

“Es hacer visible el lenguaje, lo cual requiere un movimiento hacia los símbolos y la comunicación escrita (incluyendo los dibujos)” (Mason et al., 1999, p.17).

“Registrar puede involucrar una variedad de formatos. Por ejemplo, dibujos apoyados con palabras, la mayor parte palabras y algunos símbolos, o la mayor parte símbolos con algunas palabras. Una buena razón para registrar las cosas es el hecho de que las ideas en la mente tienden a dar vueltas y a ser fugaces. Una vez que se ponen en papel, están ahí quietas, y pueden ser chequeadas, discutidas y modificadas” (Mason et al., 1999, p.23).

“Una de las formas de registrar, es solo palabras; una expresión verbal es aquella que se escribe completamente con palabras del idioma usual, sin el uso de símbolos especiales (e. g. +, x), excepto el caso de los dígitos, pues estos, al igual que las letras, son parte común de nuestro mundo simbólico” (Mason et al., 1999, p.52).

“Cuando los alumnos encuentran dificultad en registrar lo que han visto o hecho, la transcripción de su propia habla puede proporcionarles un primer paso en el proceso, dándoles al mismo tiempo algo en que trabajar” (Mason et al., 1999, p.53).

“La importancia de estas formulaciones iniciales que se muestran largas y complejas ésta en que éstas mismas constituyen el paisaje de fondo para que los alumnos vean, más tarde, la necesidad de expresiones simbólicas que son más claras y compactas” (Mason et al., 1999, p.53).

“Otra forma de registrar es en palabras y símbolos; este término cubre un rango amplio de estilos en la expresión, e incluye casi todos los registros que los niños hacen espontáneamente. Esta es una fase esencial de transición para poder ganar acceso a las formas simbólicas. Una expresión mixta es una forma híbrida que contiene palabras del idioma usual y símbolos especiales (frecuentemente los matemáticos estándar) de las operaciones” (Mason et al., 1999, p.54).

“Lo que diferencia todas esas expresiones mezcladas de las completamente verbales es, por un lado, la simplificación de las expresiones en frases descriptivas claves de variables particulares y, por el otro, el uso de símbolos matemáticos para las operaciones” (Mason et al., 1999, p.55).

“Registrar también se puede a través de sólo símbolos, las expresiones simbólicas no contienen palabras, con frecuencia contienen solo letras y símbolos matemáticos junto con convenciones implícitas sobre las posiciones, el orden y la orientación y por lo tanto su forma algebraica es reconocible” (Mason et al., 1999, p.55).

“Un aspecto del registro más formal es la necesidad de una forma de palabras que sirvan para describir sucintamente las variables claves” (Mason et al., 1999, p.23).

“Registrar las generalidades. Cuando la generalidad ha sido expresada en palabras, el siguiente paso es hacer un registro escrito. Una vez éste se ha puesto en papel, el “decir” se puede someter a un mayor análisis. Su validez puede ser probada usando ejemplos particulares” (Mason et al., 1999, p.43).

PROBAR

“La validez de una formula puede ser probada de diferentes maneras, en primer lugar, está se puede probar mediante su aplicación directa de los casos en los cuales podemos saber la respuesta por otros medios” (Mason et al., 1999, p.24).

“En segundo lugar, puede ser probada haciendo cálculos para nuevas figuras que están dentro de un rango que todavía se puede chequear por otros medios (dibujando y contando). En tercer lugar, chequeando la consistencia interna” (Mason et al., 1999, p.24).

“Lograr que los alumnos vean la generalidad no es fácil, hay que dejar tiempo para ver y decir, y para muchas modificaciones antes de intentar hacer el registro en palabras. Esto será de gran beneficio para sus alumnos intentar hacer el registro en palabras” (Mason et al., 1999, p.31).

Nota: Mason et al. (1999). Lugar: Rutas hacia el ÁLGEBRA, Raíces del ÁLGEBRA (Mason et al., 1999, pp.17-55).

Adicional a lo mencionado hasta el momento, el GI resalta algunos aportes teóricos de Piaget (1978) construidos en torno a la didáctica escolar, mediante los cuales fue posible determinar que los estudiantes con los que se realizó la presente investigación se encontraban en la etapa de las operaciones concretas, también, por su nivel de desarrollo, lo cual fue un apoyo para el GI en la formulación de la propuesta de intervención.



Piaget (1978) afirma que aproximadamente entre los 7 y los 12 años se accede a al estadio de operaciones concretas, el cual consiste en una etapa de desarrollo cognitivo en la que empieza a usarse la lógica para llegar a conclusiones válidas, siempre y cuando las premisas desde las que se parte tengan que ver con situaciones concretas y no abstractas. En esta, además, los sistemas de categorías para clasificar aspectos de la realidad se vuelven notablemente más complejos y, a su vez, el estilo de pensamiento deja de ser tan egocéntrico. Ello permite llegar al punto de importancia, en el que el autor da forma a la manera en que se trabaja el álgebra en las instituciones.

Entendiendo por ello todo lo concerniente al desarrollo de las habilidades y manipulación de las letras y otros símbolos que pueden representarse por objetos, incógnitas, números generalizados o variables, y también a los estadios de las operaciones, expresiones o entidades abstractas construidas por las relaciones bien definidas, haciéndose útil reconocer qué tipos de interpretaciones y operaciones tienen dificultades en las tareas algebraicas. Ahora, comprender

los caminos en los que los estudiantes interpretan o malinterpretan los símbolos en los diferentes estadios del desarrollo, identificando formas particulares de interpretación y procedimientos, constituye la base del diagnóstico y tratamiento del álgebra en la escuela

Ahora bien, respecto a la organización de los patrones, el GI retomó los planteamientos de Pulgarín 2015, como una herramienta acerca de lo que se pretendía, buscando que los estudiantes empezaran a reconocer un patrón partiendo de identificar sus características y, además, logran expresarlo favoreciendo el acercamiento a la generalización. Para ello, el GI consideró necesario trabajar con patrones numéricos y geométricos con los estudiantes de Tercero, dadas las diferentes perspectivas curriculares para el grado, los cuales se presentan en la tabla 4.

Tabla 4. Tipos de patrones.

Categorías	Descripción
Patrones de repetición	<p>Son aquellos en los que se presentan los distintos elementos de forma periódica. Se deben realizar teniendo en cuenta su estructura de base y, además, se deben repetir alternadamente.</p> 
Patrones de reproducción	<p>En este tipo de patrones se presentan los elementos y se debe realizar la copia del patrón dado.</p>
Patrones de identificación	<p>Requiere el reconocimiento de semejanzas y de diferencias y, a su vez, de detectar los rasgos fundamentales que conforman una estructura de aquellos no esenciales a la misma.</p>
Patrones de extensión	<p>Dada una secuencia de elementos, el estudiante debe extenderlo de acuerdo con orden que identifique.</p>
Patrones de extrapolación	<p>Reconociendo la secuencia, los estudiantes identifican el patrón para luego completarla.</p> 

Nota: Lugar: Fuente propia con base en los planteamientos de Pulgarín (2015), pp.32-34.

5.2.2 Categorías de análisis

En este apartado se presentan las categorías de análisis que el GI consideró relevantes para que un estudiante de grado Tercero de Primaria alcance un desarrollo de pensamiento variacional, en cuanto a la generalización de patrones recuperadas de los planteamientos de Mason *et al.* (1999). Estos se presentan a continuación, en la figura 1 y, a su vez, en la tabla 5.

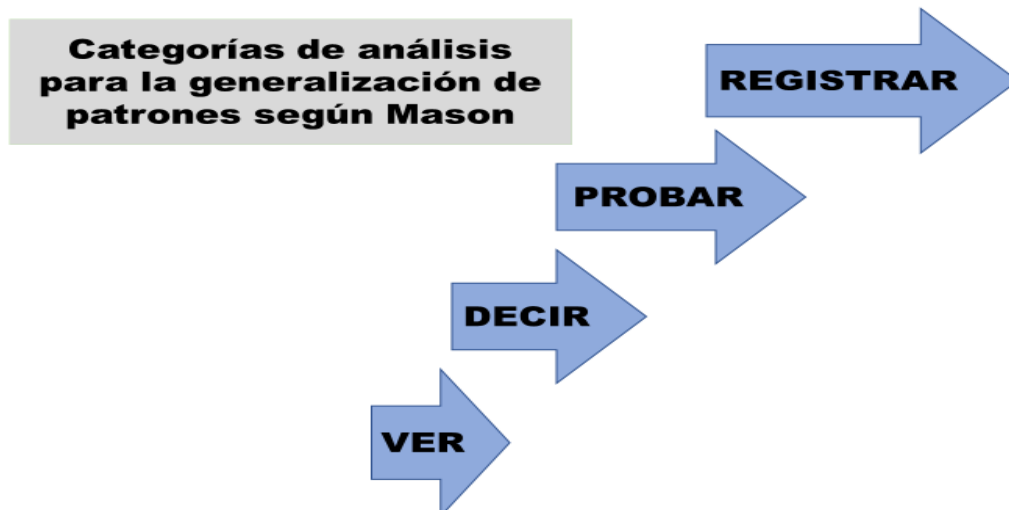


Figura 2. Criterios para las categorías de análisis según Mason *et al.*, (1999).

Tabla 5. Criterios para las categorías de generalización de patrones en grado 3°.

Categorías	Criterio
VER	Se puede identificar que el estudiante vivió la experiencia, identifica y reconoce las propiedades y atributos de un patrón.
DECIR	Se esfuerza por explicar un patrón dado de manera verbal, mental o escrita, en sus propias palabras articula y expresa lo que se ha reconocido, de la manera más clara posible para hacerse entender.
REGISTRAR	El estudiante presenta suficiente información con el registro escrito sobre el patrón escogido para expresar la generalidad en palabras de aquello que ha logrado evidenciar.
PROBAR	El estudiante realiza cálculos para probar el patrón, chequeando la consistencia

Nota: Fuente propia con base en los planteamientos de Mason *et al.* (1999).

El GI consideró importante contar con las categorías de Mason *et al.* (1999) para la generalización de patrones con el ver, decir, registrar y probar. Y, también, con el marco teórico y la teoría de Radford (2015), como una forma de posibilitar en los estudiantes el acercarse a situaciones de variación que se constituyen como relevantes para el desarrollo del pensamiento variacional, desde la tipología de los medios semióticos como formas de pensamiento algebraico.

Capítulo 6

Diseño metodológico

En este apartado se presenta el tipo de investigación descriptiva con el enfoque mixto, en el que se combina el enfoque cualitativo con el cuantitativo.

6.1 Acerca del tipo de investigación

La presente investigación es descriptiva con un enfoque cualitativo y cuantitativo, pues buscó caracterizar el proceso que seguían los estudiantes para desarrollar el pensamiento variacional a partir del reconocimiento de patrones y, así mismo, de una aproximación a la generalización. Al respecto, Hernández (2006) menciona que

(...) miden, evalúan diferentes aspectos, dimensiones o componentes del fenómeno a investigar, desde el punto de vista científico, describir es medir, esto quiere decir que, en un estudio descriptivo, se selecciona una serie de cuestiones y se mide cada una de ellas independientemente para sí, y valga la redundancia describir lo que se investiga (Hernández, 2006, p.45).

En los estudios cualitativos es posible desarrollar preguntas e hipótesis antes, durante o después de la recolección y el análisis de los datos. Con frecuencia, estas actividades sirven para descubrir cuáles son las preguntas de investigación más importantes y, además, para perfeccionarlas y responderlas. La acción indagatoria se mueve de manera dinámica en ambos sentidos: entre los hechos y su interpretación, y resulta un proceso más bien “circular”. Los estudios cualitativos, según Hernández (2014), involucran unos cuantos casos, ya que en estos no se pretende necesariamente generalizar los resultados del estudio, sino, al contrario, describirlos en detalle y analizarlos.

Por ello, el GI tomó los enfoques cuantitativos desde los planteamientos de Hernández (2014), pues son de la naturaleza de los resultados de las pruebas realizadas a los estudiantes. Así, cada etapa precedió a la siguiente, se analizaron las mediciones obtenidas utilizando análisis

estadístico, descripción de secuencias o relación entre variables, se compararon los resultados con predicciones y estudios previos y, además, se extrajo una serie de conclusiones al respecto de una prueba final. Es pertinente resaltar que la recolección de los datos se fundamenta en la medición orientada hacia la descripción.

6.2 Acerca de la población

El colegio Isla del Sol I.E.D. se encuentra ubicado en la Calle 67 B sur No. 63 - 15 Bogotá. D.C. en la localidad Tunjuelito. Su Proyecto Educativo Institucional “Es un espacio democrático y comunicativo para mejorar la calidad de vida”. Su Horizonte institucional: Se basa en la realidad de la comunidad y su entorno para generar una educación de calidad y hacia la consecución de un nuevo orden social, permite la formación de personas, con sentido crítico, creativo, recursivo, con iniciativa e imaginación a partir de la interiorización y proyección social.



Figura 3. Escudo I.E.D. Isla del Sol

En cuanto al rendimiento académico de los estudiantes, se evidenció, como se mencionó anteriormente, que este era muy bajo, dado que cuando llegan al grado tercero están, en su mayoría, en procesos de aprendizaje lector y escritor en un nivel de primero. Por lo tanto, sus procesos de comprensión y sus niveles de análisis eran insuficientes y, además, no estaban motivados por el aprendizaje y en procesos matemáticos reflejaron bajos resultados.



Figura 4. Instalaciones I.E.D. Isla del sol

6.3 Instrumentos de recolección de la información

6.3.1 Prueba piloto.

El GI determinó la importancia de realizar una prueba piloto en los estudiantes para probar la teoría de Mason *et al.* (1999), específicamente las cuatro etapas que proponen para desarrollar la generalización en los estudiantes de tercero, en las que se propone que ellos puedan ver, decir, probar y registrar un patrón. Dicha prueba fue entendida como un prototipo de ensayo, de manera que permitió hacerle las correcciones necesarias y tener lista la prueba diagnóstica inicial. Aunado a ello, Pérez-Merino (2014) menciona que “(...) una prueba piloto es un experimento que se realiza por primera vez, con el objetivo de comprobar ciertas cuestiones cuyas conclusiones pueden resultar interesantes, por ejemplo, demostrar que aún hay que corregir muchas cosas” (p.1).

Con base en lo anterior, el GI realizó dos pilotajes, el primero en la I.E.D. Villas del progreso, compuesto por 13 preguntas que contestaron estudiantes del grado cuarto de primaria, un nivel más avanzado del grado con el que se harían las pruebas siguientes, con el fin de identificar potencialidades y debilidades de las preguntas.

Al finalizar dicho pilotaje, el GI realizó un análisis de cada pregunta, teniendo en cuenta las dificultades y las habilidades que mostraron los estudiantes del grado cuarto y, a su vez,

identificó las preguntas que estadísticamente consideró de complejidad media, las cuales fueron respondidas de manera adecuada por la mitad de los estudiantes. Además, modificó las preguntas de menor complejidad, teniendo como punto de referencia lo que puede o no contestar adecuadamente un estudiante de ese nivel para poder aplicarlo de una manera más confiable en estudiantes del grado tercero. Así, las conclusiones generales de esa prueba piloto fueron sustento para realizar las modificaciones (ver anexo 2)

El segundo pilotaje fue realizado en el grado Tercero de la I.E.D. San Agustín. En este instrumento el GI redujo las preguntas a 11, las cuales surgieron luego de las modificaciones realizadas de acuerdo a las conclusiones del primer pilotaje. Esta segunda prueba fue analizada desde las respuestas de los estudiantes en cuanto al ver, decir, probar y registrar un patrón, según las categorías de Mason *et al.* (1999).

Los resultados arrojaron grandes dificultades para resolver la prueba, tanto en conocimiento como en comprensión. De estas comprensiones se hicieron entrevistas clínicas para verificar las respuestas y con base en el análisis realizado se construyó la prueba diagnóstica con los cambios que surgieron del análisis (Anexo 3) Así, se dejaron preguntas que un estudiante de Tercero puede resolver con facilidad, para, de esta forma, poder encontrar evidencias de las categorías de Mason *et al.* (1999), con lo cual quedó lista la prueba diagnóstica inicial que fue aplicada en el I.E.D. Isla del Sol.

6.3.2 Prueba diagnóstica.

Para iniciar la secuencia didáctica fue fundamental conocer el grado de conocimiento que tenían los estudiantes sobre el tema, mediante una prueba diagnóstica, la cual

(...) tiene como finalidad determinar cuáles son los puntos fuertes puntos débiles del estudiante que se presenta a la misma, qué puede o no puede hacer y hasta qué punto se desenvuelve en las distintas habilidades. La información proporcionada por esta prueba sirve para tomar decisiones sobre la

formación del profesor y estudiante con el fin de detectar los desajustes que se producen en el mismo para corregirlos (Cervantes, 2018, p.1).

Respecto a la secuencia didáctica, estudios del MEN (2006) sugieren que en esta se deben explorar los saberes previos de los estudiantes, para determinar qué saben y qué no con respecto a la temática a trabajar. En sus palabras, mencionan que

Esta exploración corresponde a una evaluación diagnóstica que permite identificar el lugar de donde puede partir para la construcción de conocimiento. Puede realizarse por medio de actividades orales, escritas y juegos, entre otros. Además, la evaluación diagnóstica permite establecer un punto inicial, adecuar las actividades a los estudiantes y evidenciar el desarrollo de competencias durante la secuencia didáctica (MEN, 2006, p.73).

Así, de acuerdo a lo anterior, esta prueba diagnóstica fue aplicada y analizada por el GI desde las respuestas que dieron los estudiantes de grado tercero de la I.E.D. Isla del Sol.

Posteriormente, con base en los resultados, el GI escogió 3 estudiantes que obtuvieron desempeño alto, medio y bajo, teniendo en cuenta, también, su desempeño en matemáticas. Ello con el fin de hacer un seguimiento a manera de descripción, en cada uno de los momentos, durante la aplicación de la secuencia didáctica y, así mismo, de la prueba final, de manera que estas se tornaran en un apoyo en la construcción de la presente investigación.

6.3.3 Secuencia didáctica.

A partir del análisis de los resultados, el GI planeó y ejecutó una secuencia didáctica que acercó a los estudiantes a una aproximación de la generalización de patrones, según los requerimientos de las pruebas diagnósticas iniciales y, además, en concordancia con las sugerencias y los planteamientos del MEN (2006), de Mason (1999), de Vergel (2003), de Radford (2015), entre otros (ver anexo: 4)

El GI consideró importante realizar la secuencia didáctica con base en los planteamientos teóricos de Mason *et al.* (1999), quien traza rutas para el trabajo en el aula de clase, evidenciando

cómo la generalización está en la vida cotidiana y que, por lo tanto, es posible impulsar a los niños a generalizar en situaciones de su entorno. Además, presenta formas de registrar palabras que apoyan las figuras y, a su vez, aporta elementos teóricos importantes para orientar a los docentes en el diseño de secuencias de actividades adecuadas a diversos niveles de escolaridad, teniendo en cuenta los contextos específicos.

La secuencia didáctica es entendida como el conjunto de actividades encadenadas que permiten abordar de distintas maneras la generalización de patrones. Todas las actividades comparten un hilo conductor que les posibilita a los estudiantes desarrollar su aprendizaje de forma articulada y coherente. Así,

(...) los propios maestros que desarrollan la secuencia didáctica la consideran adecuada para trabajar en el aula, a fin de que su clase sea productiva, realizan un esquema didáctico con el contenido de la clase, e intenta que todos los estudiantes alcancen las expectativas que se propone en la enseñanza, la complejidad de las actividades es progresiva y acorde a los conocimientos que van adquiriendo los estudiantes, tiene una duración, unas unidades temáticas y unos objetivos (Pérez-Gardey, 2014, p.1).

Teniendo en cuenta lo anterior, a continuación, en la tabla 6, se presentan los Derechos Básicos de Aprendizaje propuestos por el MEN (2006) para los estudiantes de grado Tercero en el área de matemáticas, los cuales fueron el objetivo del desarrollo de la secuencia didáctica. Cabe resaltar que dicha tabla fue realizada por el GI, retomando los planteamientos literales del documento en mención.

Tabla 6. Derechos básicos de aprendizaje grado tercero

DBA Grado Tercero
Describe y representa los aspectos que cambian y permanecen constantes en secuencias y en otras situaciones de variación.
Describe de manera cualitativa situaciones de cambio y variación utilizando lenguaje natural, gestos, dibujos y gráficas.
Construye secuencias numéricas y geométricas utilizando propiedades de los números y de las figuras geométricas.
Encuentra y representa generalidades y valida sus hallazgos de acuerdo con el contexto

Nota. Fuente propia con base en los Derechos Básicos de Aprendizaje, volumen 2 (MEN, 2006, p.27).

Para el GI también fue significativo desarrollar la secuencia didáctica a partir de los intereses de los estudiantes, para cautivar su atención y, así, obtener los resultados esperados del aprendizaje. Por lo tanto, tuvieron lugar las categorías enactivo, icónico y simbólico propuestas por Bruner (1960), las cuales fueron empleadas por el GI desde el uso de bloques lógicos, tangram, regletas de cuisenaire, ábacos de diferentes colores, formas y tamaños y, a su vez, fichas numéricas. En este aspecto fue importante elegir los más adecuados para que los estudiantes comprendieran de una manera sencilla, por medio de la manipulación de objetos y, además, tomando en cuenta las características del material como un recurso que les ayudaba en la elaboración de patrones numéricos y geométricos.

Y, así mismo, para la elaboración de la secuencia didáctica, el GI consideró clave los planteamientos del Doctor Jorge Castaño García (2017), quien, en el Seminario ‘Construcción del Pensamiento Numérico’ al que el GI asistió durante su formación en la Maestría de Educación en la Pontificia Universidad Javeriana, mencionó que “el conocimiento se construye a partir de la abundancia de múltiples y variadas experiencias”. Ello permitió diseñar una secuencia de actividades en las que se plantearon diversas estrategias para cada una de las sesiones, con el fin de que favorecieran en los estudiantes una aproximación a la generalización de patrones. Así, la secuencia didáctica se desarrolló en 6 sesiones, las cuales se describen a continuación de manera general, pues más adelante, en el análisis, se realiza la descripción específica, destacando que el GI aplicó la secuencia didáctica primero en el colegio San Agustín I.E.D. con el fin de validar los instrumentos y las actividades previo aplicación con los estudiantes de Isla del sol.

6.3.3.1 Sesión 1: Patrones del diario vivir, patrones con el cuerpo.

En esta actividad el objetivo es que los estudiantes reconozcan y planteen patrones que utilizan en el diario vivir y, a su vez participen en la actividad de construcción de patrones con movimientos del cuerpo y así tengan un primer acercamiento a los patrones del diario vivir, a sus características, e inicien con sus primeros registros verbales y escritos de los diferentes patrones propuestos.

6.3.3.2 Sesión 2: Actividad, ¿cuál sigue?

La organización para la actividad se realiza en equipos de 4 estudiantes, a cada equipo se les entregan bloques lógicos y fichas de tangram de diferentes colores y tamaños. Ello para que a partir de la reproducción de un patrón dado inicien el proceso de generalización de patrones, identifiquen qué cambiaba y qué no, formen sus propias secuencias geométricas, practiquen el ver, el decir, el probar y el registrar y, finalmente, expusieran sus trabajos a sus compañeros, quienes deben adivinar cuál figura geométrica sigue en sus patrones y, a su vez, describan lo que cambia y lo que permanece constante.

6.3.3.3 Sesión 3: ¿Cuál sigue?, ¿cuál falta?

El trabajo continua con las mismas fichas geométricas de la sesión anterior. Para ello, se realizan ejercicios de extrapolación, con el propósito de que los estudiantes realizan prácticas de patrones. También, se añadió a la actividad la extensión de patrones y de extrapolación y se practica nuevamente el ver, el decir, el probar y el registrar, además de la exposición de los trabajos. Continuando el juego: ¿cuál sigue?, ¿cuál falta?, teniendo en cuenta que las fichas se van colocando en diferentes posiciones, conservando las secuencias establecidas.

6.3.3.4 Sesión 4: Creando y describiendo patrones numéricos.

En esta sesión se realizan diferentes construcciones de patrones numéricos a partir de fichas enumeradas, dando espacio, también, a la creatividad de los estudiantes, para que luego realicen sus registros del ver, el decir y el probar para luego realizar exposiciones a sus compañeros.

6.3.3.5 Sesión 5: Cuenta, ¿cuál sigue?

En esta actividad, las secuencias de figuras son novedad para los estudiantes. Para su desarrollo, se organizaron por equipos de 4, se les presenta el patrón de figuras en sus 3 primeras partes y se les entrega cierta cantidad de palitos para que, por equipos, inicien por reproducción y por extensión el patrón dado. Para el primer ejemplo, se requiere que inicien observando las figuras dadas como secuencia e identifiquen cuántos triángulos conforman cada una.

Posteriormente, se les pide ir aumentando hasta una figura determinada y contar la cantidad de palitos con los que está elaborada cada una de las figuras e ir mirando, a su vez, qué cambia y qué no. Después, se les indica que realicen escritos del ver, el decir, el registrar y el probar, para que, una vez listos, puedan exponer a sus compañeros el patrón encontrado y su descripción.

6.3.3.6 Sesión 6: Frecuencias lógicas.

Esta actividad fue una secuencia similar a la anterior, en la que los estudiantes inician observando las características de la figura dada y, luego, escriben una regla que los ayude a la reproducción de esta secuencia para, después, exponerla ante sus compañeros.

6.3.4 Pilotaje prueba final.

La anterior secuencia didáctica y el pilotaje de la prueba final, además, se aplican previamente con los estudiantes del grado tercero de la I.E.D. San Agustín, con el fin de afinar las preguntas que se les realizarían como prueba final a los estudiantes de la I.E.D. Isla del sol (Anexo 5)

6.3.5 Prueba final.

Teniendo en cuenta los resultados del pilotaje final para la organización de la prueba y su metodología, se procede a la aplicación de la prueba final en la I.E.D. Isla del Sol (Anexo 6). Los resultados de esta prueba final se analizan junto con la entrevista semi estructurada, los resultados se presentan más adelante, en el capítulo de análisis.

6.3.6 Entrevistas clínicas.

El GI utilizó el método clínico crítico propuesto por Piaget (1926). Este es empleado para intentar comprender el pensamiento del niño y, así mismo, para indagar sobre las justificaciones que da cuando se le pregunta algo, es decir, sobre la evolución de su razonamiento y sobre su forma de pensar, mediante preguntas como: ¿Cómo construye el sujeto sus representaciones de la realidad?, ¿cómo organiza mentalmente la realidad?

El análisis de lo anterior se puede hacer por medio de situaciones experimentales y, también, por medio del diálogo entre el niño y el experimentador (Piaget, 1926). El propósito de dicho diálogo no es conseguir una respuesta sino, al contrario, propiciar diálogos libres con el estudiante, de modo que se puedan descubrir las tendencias espontáneas.



Figura 5. Explicación de las actividades a uno de los estudiantes de caso de estudio.

La entrevista clínica se usó como técnica para abordar el estudio de las operaciones concretas en el niño, a través de un tipo de procedimiento mixto: el interrogatorio verbal y la manipulación de materiales. Ello buscando un soporte simbólico del razonamiento infantil, a través de la solicitud de dibujos, escritos y gestos que le permiten explicar algún tema.

Ahora bien, teniendo en cuenta que las entrevistas fueron realizadas a los estudiantes, el GI obtuvo el formato respectivo del consentimiento informado firmado por los padres (ver anexo: Consentimiento informado estudiantes). Así, una vez estuvieron recolectadas todas las evidencias de la prueba inicial, de la secuencia didáctica, de la prueba final y de las entrevistas realizadas, se procedió a analizar todos los momentos y los datos, teniendo en cuenta las categorías de análisis.

6.4 Acerca del proceso realizado, a manera de resumen

El GI planeó, organizó y desarrolló las actividades que se presentan, de manera sintetizada, en la tabla 7.

Tabla 7. Síntesis de la planeación, la organización y el desarrollo de la secuencia didáctica.

Etapas	Aplicación	Descripción
Diseño y aplicación de dos pilotajes	Pilotaje 1	Se realizó con estudiantes del grado Cuarto de Primaria, de la I.E.D. Villas del Progreso, como se mencionó anteriormente.
Ajuste a la prueba diagnóstica	Pilotaje 2	Se aplicó a estudiantes del grado Tercero de primaria de la I.E.D. San Agustín.
Prueba diagnóstica inicial	Implementación	Fue aplicada a los estudiantes de la I.E.D. Isla del Sol. Con base en los resultados, se escogieron 3 estudiantes que obtuvieron desempeño alto, medio y bajo, luego de su revisión y teniendo en cuenta, también, su desempeño en matemáticas. Ello con el fin de hacerles un seguimiento en el desarrollo de la secuencia didáctica.

Secuencia didáctica	Implementación	Se realizó mediante 6 situaciones didácticas con los estudiantes de la I.E.D. Isla del Sol. Esta se elaboró con herramientas que llevaran a la generalización de patrones, con trabajos individuales, en plenaria y en grupo, lo cual estuvo en constante evaluación. Durante su implementación se tuvieron en cuenta los siguientes pasos: -Todas las actividades de clase fueron grabadas en conjunto e individualmente con los estudiantes elegidos. -En cada sesión se desarrolló una guía de trabajo escrita, realizada por los estudiantes para el análisis de resultados.
Prueba diagnóstica final	Implementación	Se realizó con los estudiantes de la I.E.D. Isla del Sol, de acuerdo con los criterios establecidos.
Entrevistas clínicas	Momentos a mencionar	Estas entrevistas fueron realizadas luego de la prueba inicial, durante las sesiones 2, 4 y 6 y, así mismo, en la prueba final.

Nota. Síntesis de la planeación, la organización y el desarrollo de la secuencia didáctica. [Tabla]. Lugar: Fuente propia.

Capítulo 7

Análisis de la información sobre generalización de patrones

En este capítulo se presentan los momentos que el grupo investigador considera oportuno describir sobre el análisis de la información recolectada, permitiendo dar respuesta a la pregunta ¿cuál es el proceso que siguen los estudiantes de tercero de primaria del Colegio Isla del Sol I.E.D. para desarrollar el pensamiento variacional a partir del reconocimiento de patrones y una aproximación a la generalización? en un primer momento se presentan los análisis de los dos pilotajes, seguidos de la prueba diagnóstica del grupo principal con un análisis cuantitativo. Respecto a la prueba diagnóstica de los tres estudiantes seleccionados de nivel alto, medio y bajo se presenta análisis cuantitativo y cualitativo. Luego la secuencia didáctica con un análisis cualitativo desde los tres estudiantes, enseguida la prueba final del grupo general analizada cuantitativamente, por último análisis cuantitativo y cualitativo de la prueba final para los tres estudiantes mencionados y un análisis intrasujeto

7.1 Acercamiento a la generalización.

El MEN (2006) plantea el pensamiento variacional como el estudio de la variación y el cambio, el estudio de las regularidades y los criterios que las rigen y las reglas de formación para identificar un patrón que se repite periódicamente, y sugiere que el pensamiento variacional se trabaje desde los primeros niveles de la educación básica primaria.

Analizar de qué manera cambia, aumenta o disminuye la forma o el valor en una secuencia o sucesión de figuras, números o letras; hacer conjeturas sobre la forma o el valor del siguiente término de la secuencia; procurar expresar ese término, o mejor los dos o tres términos siguientes, oralmente o por escrito, o por medio de dibujos y otras representaciones, e intentar formular un procedimiento, algoritmo o fórmula que permita reproducir el mismo patrón, calcular los siguientes términos, confirmar o refutar las conjeturas iniciales e intentar generalizarlas (MEN, 2006, p.67).

Este análisis permite al GI dar respuesta a la pregunta partiendo del supuesto que todo individuo generaliza en diferentes situaciones de la vida, al describir el afianzamiento de experiencias particulares, dentro del proceso de desarrollo que se observa durante la intervención con los estudiantes, mediante una secuencia didáctica que se describirá en el momento 4 en el análisis desde la secuencia didáctica del grupo y en especial de los tres estudiantes seleccionados, para que ellos adquieran y afiancen la capacidad para detectar y expresar la generalidad a partir de las categorías que (Mason et al., 1999) propone: en el ver, decir, probar y registrar:

La generalidad es la vida de las matemáticas y el álgebra es el lenguaje con el cual se expresa esa generalidad. Para aprender el lenguaje del álgebra es necesario que usted tenga algo que decir. Esta es una ruta hacia el álgebra porque tiene lugar en muchas situaciones, acerca de la expresión de la generalidad, donde quiera que esta suceda, no importa que tan corto sea el tiempo que se le dedique a este trabajo en cada clase los alumnos se pueden concientizar de esta actividad fundamental y lograr algún progreso en este aspecto (Mason et al., 1999, p.16).

Todo lo anterior se realiza bajo los planteamientos y el soporte teórico de los aportes presentados en los referentes teóricos y Radford (2015), la cual permite comprender, cómo un estudiante asume y puede dar cuenta de ese proceso de generalización.

7.2 Momentos de la intervención del grupo investigador.

7.2.1 Momento 1: Análisis de pilotajes.

El grupo investigador diseña una prueba diagnóstica y realiza un primer pilotaje a la misma, la cual consta de trece preguntas aplicadas a 36 estudiantes de grado cuarto del colegio Villas del Progreso I.E.D., con el fin de observar la pertinencia de las actividades sugeridas. Desde el análisis realizado a esta prueba se encontraron fortalezas y debilidades que dieron un nuevo horizonte para la elaboración de la prueba piloto en el nivel de tercero: La cantidad de preguntas era elevada, porque les tomó demasiado tiempo resolver la prueba completa. -Los niños

manifestaron cansancio mucho antes de terminar la prueba. Algunos puntos resultaron muy sencillos, con lo que no permitía caracterizar las posibles dificultades con relación a la generalización de patrones. La redacción de un par de preguntas requirió intervención constante del grupo investigador para aclarar a los estudiantes el objetivo y las respuestas esperadas con ellas. Aclarar a los estudiantes que la prueba no se calificaría les permitió desarrollarla de manera tranquila, lo que derivó en actitudes positivas hacia la prueba. Manifestaron que les había gustado porque ese tipo de actividades no les era muy común en las clases de matemáticas. Si bien las actividades que requerían que los niños dibujaran les tomaba mucho tiempo en resolverlas, fueron estas las que más llamaron su atención y con las que más cómodos se sintieron. Esta prueba piloto y su análisis completo se encuentran ampliados en (Anexo 2).

Con el fin de validar el instrumento, se realiza un segundo pilotaje en el colegio San Agustín I.E.D, esta vez con 23 estudiantes del grado tercero. Desde el análisis realizado a esta prueba se encontraron fortalezas y debilidades que dieron un nuevo horizonte para la elaboración de la prueba diagnóstica inicial a realizar en el colegio Isla del Sol I.E.D. En los ítems solo se les pide a los estudiantes identificar la figura que sigue en una secuencia o como están formados algunos patrones, la mayoría de los estudiantes resuelven los ítems sencillos de dibujar la figura siguiente, identificar lo que cambia de una hormiga a otra pero, en la parte del decir y del probar, como el conteo de palitos, se les dificulta, quizás, debido a que no tienen experiencia en comunicar por medio del escrito. Se observa, que la misma prueba se presta para que los estudiantes aprendan sobre patrones. Además mostraron muy buenas habilidades del ver, pueden identificar cuál es el patrón que sigue en la serie, hacer extrapolación al identificar la figura que hace falta y completar la serie haciéndose evidente una aproximación a la generalización. Esta prueba piloto y su análisis completo se encuentran ampliados en (Anexo 3)

Luego de los pilotajes y el análisis realizado, el grupo investigador encuentra herramientas valiosas en cuanto a la pertinencia y los elementos necesarios para determinar los ítems que se tendrán en cuenta en la aplicación de la prueba diagnóstica inicial en el colegio Isla del Sol I.E.D.

7.2.2 Momento 2: Análisis cuantitativo de la prueba inicial aplicada a los estudiantes del grado tercero del colegio Isla del sol I.E.D.

7.2.2.1 Descripción general de la aplicación.

La prueba inicial fue aplicada en el colegio Isla del Sol el lunes 30 de octubre de 2017, contando con la participación de 30 estudiantes de grado tercero y un tiempo de duración de 120 minutos. Para comenzar cada estudiante recibe un paquete de fotocopias en las que encuentra diez actividades conformadas por 45 ítems dirigidos a la solución de ejercicios con patrones en las que los estudiantes encuentran ejercicios de extensión, extrapolación, numéricos y geométricos los cuales deben completar y en algunos ítems explicar, qué cambia, que no cambia, que permanece o queda constante en una secuencia, lo cual hace parte de los Estándares básicos de competencias del MEN (1998), en lo relacionado al desarrollo del pensamiento variacional:

“Para iniciar el estudio de la variación desde la educación básica primaria es necesario tomar como herramienta los patrones ubicándolos en un contexto matemático, los escenarios geométricos y numéricos deben de ser utilizados para reconocer y describir regularidades” (MEN, 1998, p.4)

Teniendo en cuenta la cita anterior la prueba contiene un conjunto de actividades con patrones, donde se le permite al estudiante reconocer de qué forma se presenta una regularidad, y deduzca que cada figura tiene una ubicación y unas características organizadas, teniendo en cuenta que ellos puedan evidenciar el “ver, decir, registrar y probar”.

7.2.2.2 Análisis cuantitativo de las actividades propuestas en la prueba inicial.

El análisis cuantitativo que se presenta a continuación está organizado por cada actividad aclarando que algunas de ellas están subdivididas en ítems que en total suman 45. Para cada actividad se encuentra la foto de esta y al lado la gráfica estadística donde se muestran los resultados de los 30 estudiantes que participaron en la actividad; y para finalizar el análisis cuantitativo del grupo.

Actividad 1

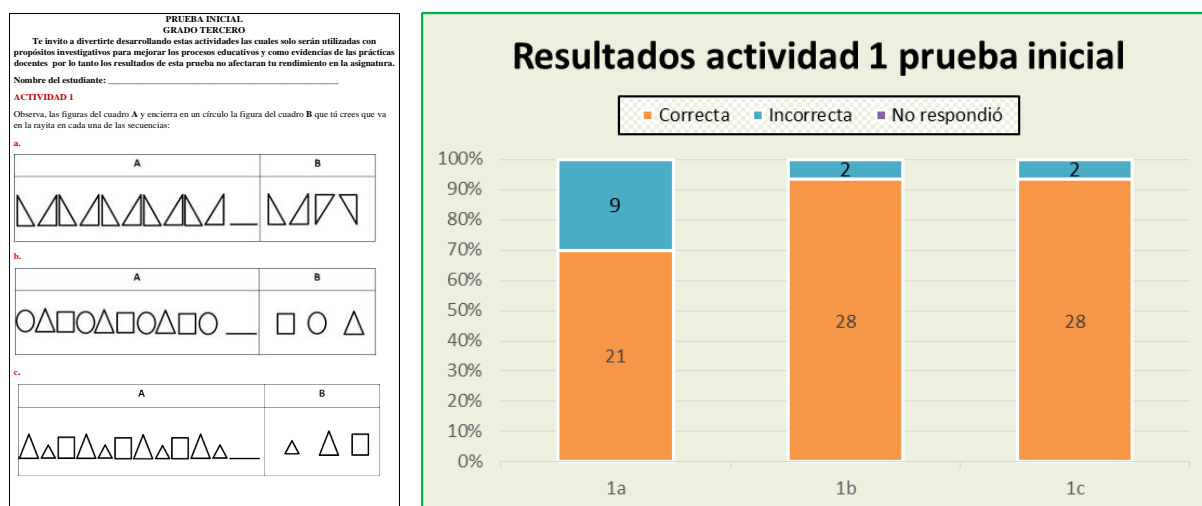


Figura 6. Actividad 1: ejercicios con patrones geométricos y grafica de resultados prueba inicial

En esta actividad se pretende que los estudiantes extiendan el patrón por repetición al indicar, cual es la figura que va sobre la línea y la encierren en un círculo siguiendo el patrón. En la pregunta **1a**, el 70% estudiantes la realizan correctamente mientras que el 30% restante fallaron. Para los puntos **1b** y **1c**, el 93% de los estudiantes la resolvieron de manera correcta y el 7% en forma incorrecta. Se observa que la mayoría de los estudiantes logra identificar cuál es la figura que sigue, escogiéndola dentro de las posibilidades que se les presentan, reconociendo patrones de repetición, en los que los elementos que los componen se presentan de forma periódica.

Actividad 2

ACTIVIDAD 2
Para cada situación dibuja las tres figuras siguientes, y sobre las líneas describe como están formadas cada una de las secuencias:

a.

△○△○△○△○△ _ _ _

b.

○△○△△○△△△○ _ _ _

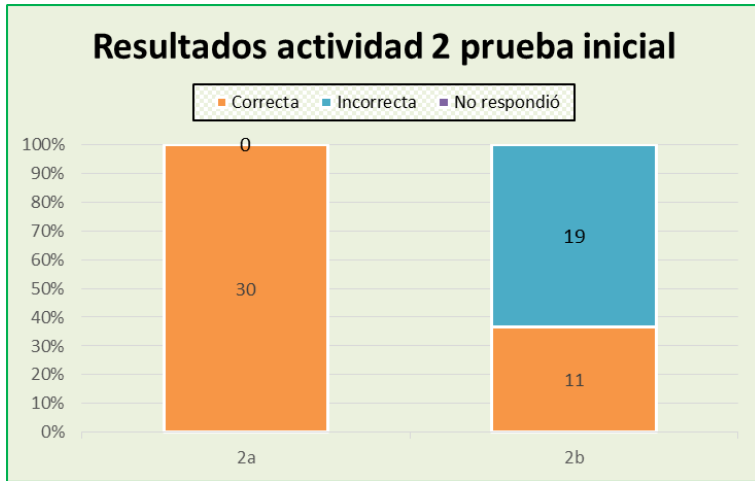


Figura 7. Actividad 2: ejercicios con patrones geométricos y grafica de resultados prueba inicial grupo general

En esta actividad se les pide a los estudiantes, repetir y extender el patrón, que lo describan y practiquen el “ver”, completando las tres figuras siguientes y el “decir” al describir a su manera como están formadas esas figuras. En el ítem **2a** el 100% de los estudiantes la responden de manera correcta colocando las tres figuras siguientes de la secuencia, sin embargo en el ítem **2b**, que era similar, el 37% de los estudiantes lograron el “decir” al describir el patrón a su manera y el 73% estudiantes no lo hicieron; este punto tenía un grado de mayor complejidad debido a la cantidad de repeticiones de los triángulos.

Actividad 3

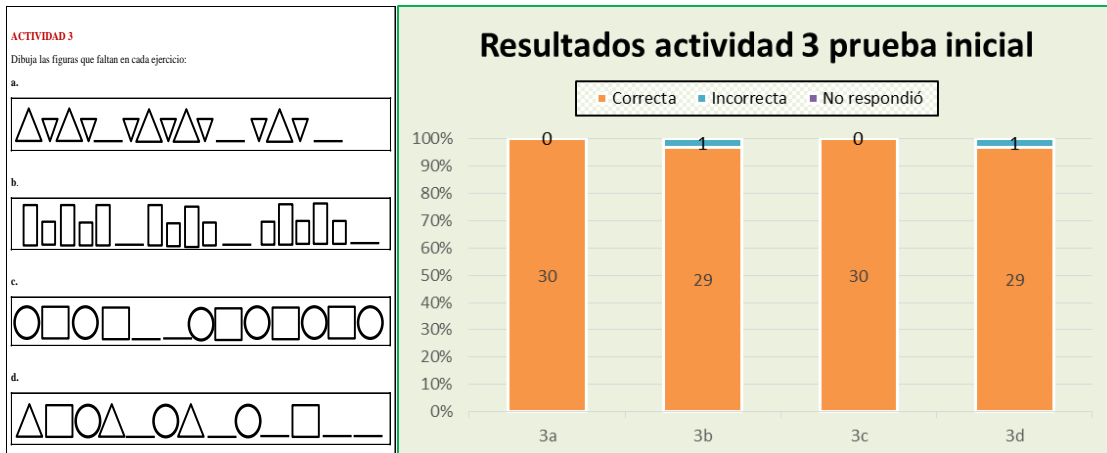


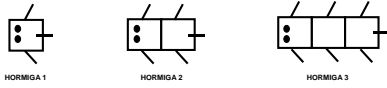
Figura 8. Actividad 3: ejercicios con patrones geométricos y grafica de resultados prueba inicial grupo general

Para esta actividad se pretende que el estudiante realice una extrapolación del patrón y se plantean cuatro ejercicios con diferentes figuras en las que varían los tamaños, formas y posiciones; los estudiantes deben colocar sobre las líneas que se encuentran inmersas en el patrón la figura que corresponde. De acuerdo a la gráfica los resultados para el ítem **3a** y **3c** es que el 100% de los estudiantes la respondieron correctamente y los ítems **3b** y **3d**, el 93% de los estudiantes contestaron acertadamente mientras que el 7% fallaron en la actividad.

Actividad 4

ACTIVIDAD 4

Observa muy bien la siguiente secuencia de hormigas, luego completa dibujando las hormigas 4, 5 y 6:



HORMIGA 4 HORMIGA 5 HORMIGA 6

a. Escribe que cambia de una hormiga a la otra:

b. Escribe que pasos debes hacer para dibujar la hormiga 7:

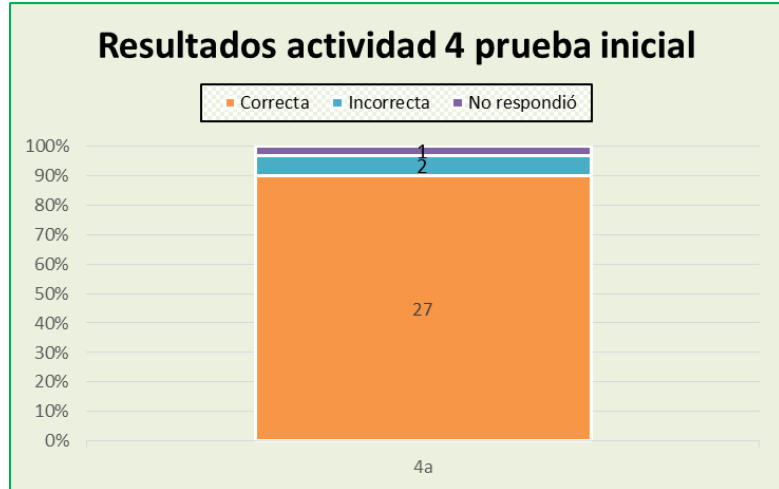


Figura 9. Actividad 4: Ejercicios con patrones geométricos y grafica de resultados prueba inicial grupo general

En esta actividad se pide a los estudiantes realizar una extensión del patrón dado, identificar lo que cambia y describir el patrón. Se les presenta a los estudiantes una hormiga que tiene el cuerpo fraccionado en cuadros con patitas, la primera actividad consiste en reproducir y extender de acuerdo con el patrón dado, hormigas 4, 5 y 6. En el momento de completar el dibujo de las hormigas, el 90% de los estudiantes lo hicieron de manera adecuada, el 7% obtuvo respuesta incorrecta y el 3% de ellos no realizó los dibujos. En el ítem **4a** se pide que escriba que cambia en cada figura y en **4b** se pide describir los pasos para dibujar la hormiga 7, los estudiantes presentan dificultad al momento de describir pues no expresan en forma clara el procedimiento utilizado, posiblemente se les hizo compleja la actividad por falta de su representación gráfica.

Actividad 5

ACTIVIDAD 5
 Observa la siguiente secuencia de figuras.

FIGURA 1 FIGURA 2 FIGURA 3

a. Dibuja la figura 4

FIGURA 4

b. ¿Cuántas líneas hay en la figura 1? _____
 c. ¿Cuántas líneas hay en la figura 2? _____
 d. ¿Cuántas líneas hay en la figura 3? _____
 e. ¿Cuántas líneas utilizaste para dibujar la figura 4? _____

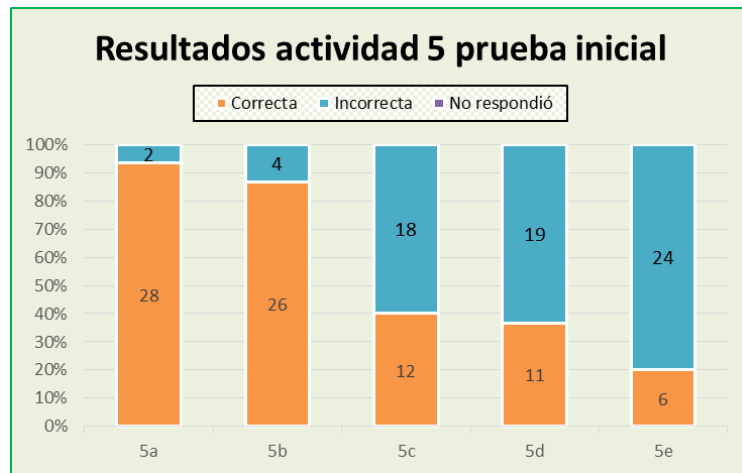
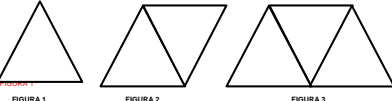


Figura 10. Actividad 5: Ejercicios con patrones geométricos y grafica de resultados prueba inicial grupo general

En esta actividad se pide a los estudiantes extender el patrón y realizar un conteo, en el ítem **5a** el objetivo era reproducir la figura 4, teniendo en cuenta el patrón que se muestra, el 93% de los estudiantes lograron reproducir el patrón; en los ítem **5b**, **5c** y **5d** debían escribir con cuantas líneas estaba conformadas las figura 1, 2 y 3, en **5b** el 86% respondió acertadamente, en **5c** el 40% y en **5d** el 37% hicieron correctamente el conteo. En el ítem **5d** el 53% de los estudiantes únicamente realizan correctamente el conteo de estas y el 47% restante no lo realizan adecuadamente.

Actividad 6

ACTIVIDAD 6
 Observa la siguiente secuencia de triángulos elaborados con palillos:



a. Completa dibujando las figuras 4, 5 y 6, con los triángulos que faltan

b. Completa la tabla escribiendo cuantos palillos como este se utilizaron para realizar cada figura:

Figura	1	2	3	4	5	6
Cantidad de palillos utilizados						

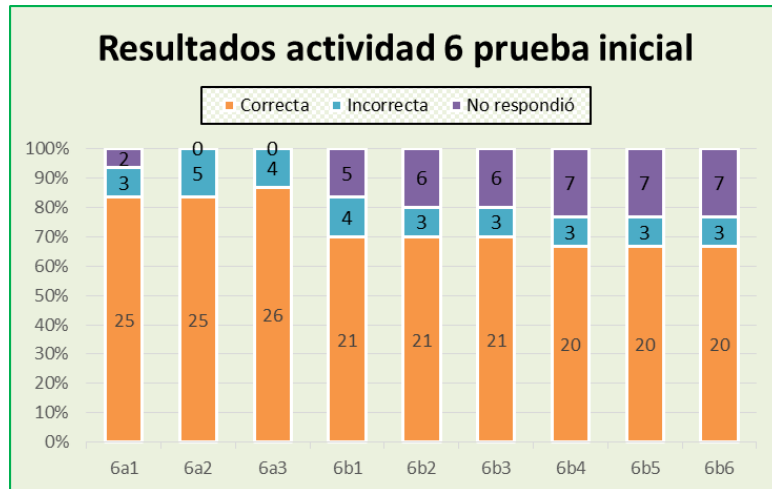
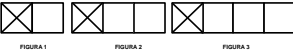


Figura 11. Actividad 6: Ejercicios con patrones geométricos y grafica de resultados prueba inicial grupo general

En esta actividad se les pide a los estudiantes hacer extensión del patrón y realizar conteo se presenta una secuencia de figuras triangulares, En el ítem **6a** el objetivo es dibujar las figuras 4, 5 y 6, a lo cual el 73% de los estudiantes las dibujaron de manera correcta, el 23% lo hicieron con algún error y el 4% no las realizo. En el ítem **6b**, debían contar los palillos que se usaron para realizar las figuras debían completar el cuadro partiendo de la figura 1 hasta la 6, para estos ítems el 70% de los estudiantes escriben de manera correcta la cantidad de palillos utilizados para cada figura, el 13% no lo hacen adecuadamente y el 17% no completaron la tabla.

Actividad 7

ACTIVIDAD 7
 Observa la secuencia con cuadrados.



a. Completa las figuras que faltan en la posición 4 y 5

b. Completa en el cuadro la cantidad de palillos que se utilizaron para formar cada figura:

Figura	1	2	3	4	5
Cantidad de palillos utilizados					

c. Escribe, ¿Qué parte es la que cambia en la secuencia de figuras?

d. Observa muy bien y responde ¿De cuánto en cuánto está cambiando las figuras?

e. ¿Qué parte no está cambiando en las figuras?

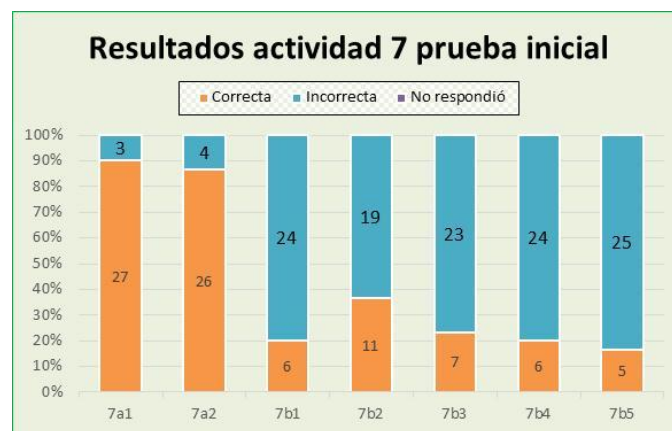


Figura 12. Actividad 7: Ejercicios con patrones geométricos y grafica de resultados prueba inicial grupo general

En esta actividad se les pide a los estudiantes hacer extensión del patrón, realizar conteo, identificar que cambia, de cuanto en cuanto cambia y que no cambia. A partir de cuadros con una x, en el ítem **7a** se pide dibujar las figuras 4 y 5 de la secuencia, el 90% de los estudiantes realizaron las dos figuras correctamente mientras que el 10% restante presento algún inconveniente.

En el ítem **7b** se pide contar la cantidad de palillos que se utilizaron para formar cada figura, en este ítem el 13% de los estudiantes realizaron correctamente la actividad y el 77% fallaron en algunos campos. En los siguientes ítems c, d y e respectivamente, se les pregunta qué cambia, de cuánto en cuánto cambia y qué no cambia en ese patrón. Estas preguntas solo el 20% de los estudiantes las respondieron adecuadamente.

Actividad 8

ACTIVIDAD 8
 Observa la siguiente secuencia de figuras y luego:
 a. Dibuja las figuras 4, 5 y 6

b. Escribe la cantidad de cuadritos usados en cada figura, y completa la tabla indicando lo que cambia y lo que no cambia.

FIGURA	QUE NO CAMBIA	QUE CAMBIA	TOTAL CUADRITOS
1			
2			
3			
4			
5			
6			

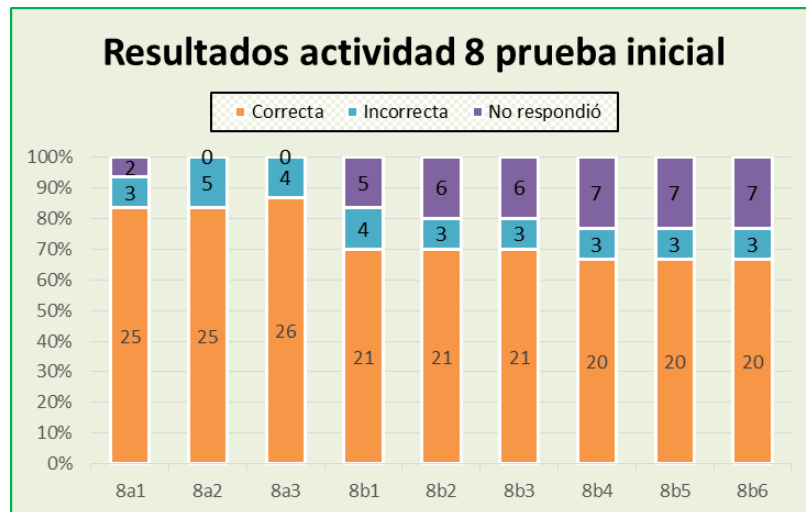


Figura 13. Actividad 8: descripción y conteo de cuadros y grafica de resultados prueba inicial grupo general

En esta actividad se les pide a los estudiantes extender el patrón y contar y registrar la cantidad de cuadritos que cambian y la cantidad que de cuadros que cambia. En los ítems **8a** se pide dibujar por extensión la figura 4, 5 y 6, a lo que el 83% de los estudiantes las dibujaron de forma correcta. Para los ítems **8b**, se pide escribir qué no cambia, qué cambia y el total de

cuadritos, pero la mayor parte del grupo presentó dificultad en este ítem ya que solo el 70% respondieron de forma acertada.

Actividad 9

ACTIVIDAD 9
Completa las secuencias según la indicación dada

AUMENTAR 9 → 1 | | | | | | |

SUMAR 7 → 3 | | | | | | |

RESTAR 3 → 27 | | | | | | |

DISMINUIR 5 → 50 | | | | | | |

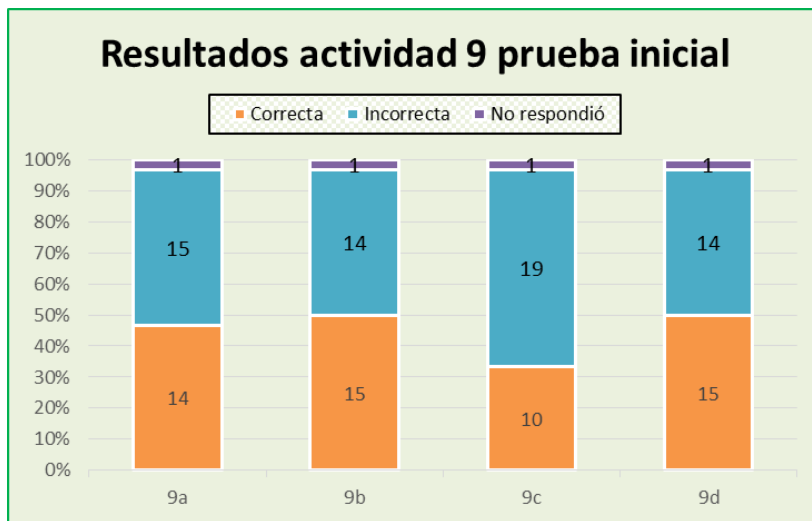


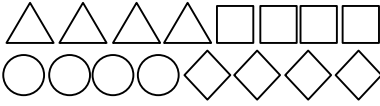
Figura 14. Actividad 9: patrones numéricos y grafica de resultados prueba inicial grupo general

Esta actividad se les pide a los estudiantes completar el patrón numérico, en el ítem **9a** y **9b**, se les pide a los estudiantes completar un patrón sumando 7 y 9, a partir del 1 y del 3 respectivamente, el 43% de los estudiantes lo hizo correctamente, el 50% de manera incorrecta y un 7% no respondió.

En el ítem **9c**, se debía restar 3 partiendo de 27; únicamente el 33% estudiantes realizaron las operaciones correctamente y el 67% lo completaron de manera incorrecta, en el ítem **9d** debían disminuir 5 partiendo de 50, el 50% lo realizó de manera correcta, el 43% de manera incorrecta y un 7% no realizo la actividad.

Actividad 10

ACTIVIDAD 10
Utilizando todas las figuras debes construir tu propia secuencia:



Sobre las líneas escribe como hiciste la secuencia:

Gracias por participar:

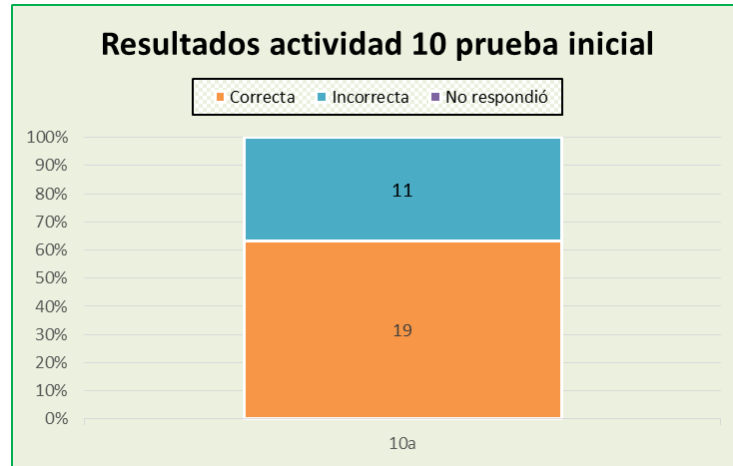



Figura 15. Actividad 10: Secuencia didáctica y grafica de resultados prueba inicial grupo general

En esta actividad el ítem **10a** les pide dibujar un patrón utilizando todas las figuras dadas y en el ítem **10b** se les pide explicar el como lo hicieron, el 63% de los estudiantes realizaron el patrón de manera correcta describiéndolo a su manera y el 37% no realizaron la actividad.

7.2.3 Momento 3: Análisis de la prueba inicial de los estudiantes seleccionados de nivel

Alto, medio y bajo.

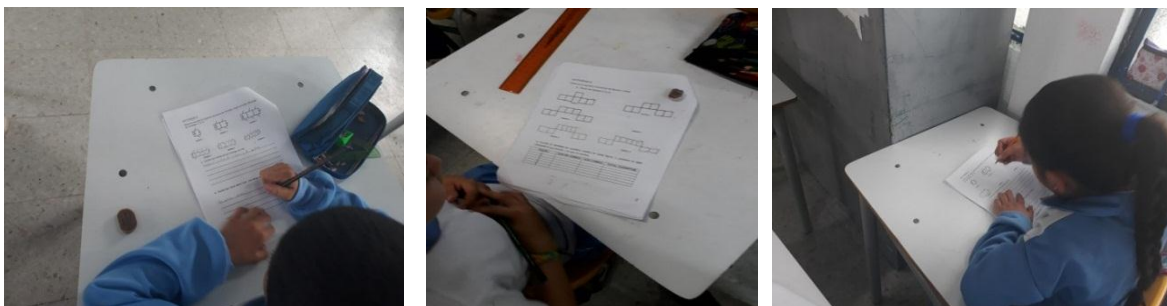


Figura 16. Presentación prueba inicial estudiantes nivel alto, medio y bajo

Luego de la aplicación y revisión de la prueba diagnóstica inicial teniendo en cuenta la cantidad de respuestas correctas por estudiante y de la información obtenida acerca del

rendimiento en la asignatura de matemáticas, se eligen 3 estudiantes con desempeño alto, medio y bajo para realizar con ellos un seguimiento al aplicar la secuencia didáctica con el fin de fortalecer el desarrollo del pensamiento variacional.

A continuación, se presenta el análisis cuantitativo, luego el análisis cualitativo de la prueba diagnóstica punto por punto, desde las respuestas de los tres estudiantes seleccionados.

El GI, selecciona al estudiante denominado: EA (Estudiante nivel Alto), quien en la prueba diagnóstica inicial desarrolló correctamente el 100% de los 45 ítems de las 10 actividades propuestas. A continuación se encuentra la gráfica representada en los resultados obtenidos:

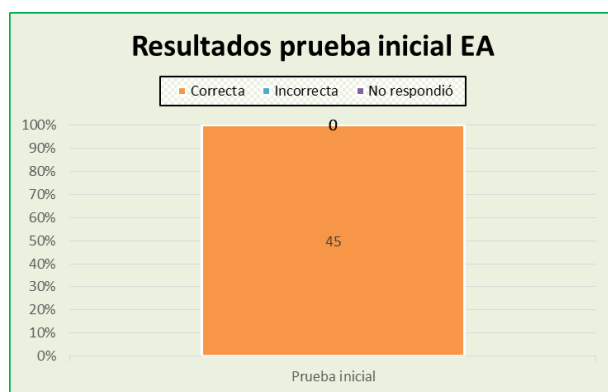


Figura 17. Resultados prueba inicial EA.

En cuanto al estudiante de nivel medio se selecciona teniendo en cuenta las mismas condiciones, responde correctamente el 53% de los ítems propuestos, 33% de manera incorrecta y no responde el 14%; en adelante se denominará estudiante de nivel medio (EM) a continuación encontramos la gráfica correspondiente a los resultados:

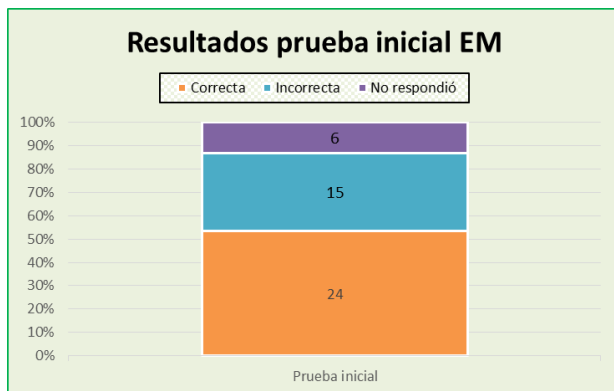


Figura 18. Resultados prueba inicial EM.

A continuación, el GI, selecciona al estudiante de nivel bajo (EB) quien dentro del grupo obtiene el 51% de respuestas incorrectas, no responde el 13%, y responde correctamente el 36%, lo resume en la siguiente gráfica:

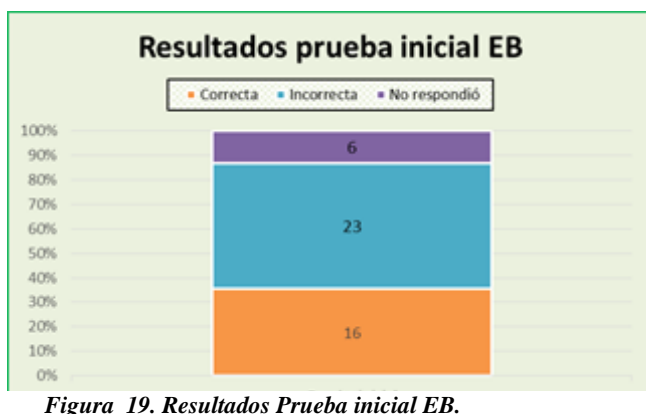


Figura 19. Resultados Prueba inicial EB.

Luego de la selección de los estudiantes el GI consideró realizar una entrevista para indagar desde las categorías de análisis el proceso que lleva cada uno de los estudiantes. Es clave en este análisis la relación de los recursos cognitivos, físicos y perceptuales que los estudiantes utilizan.

A continuación, se encuentra el análisis de la prueba diagnóstica inicial que presentó cada uno de los tres estudiantes seleccionados, en primera instancia se encuentra la foto de la prueba

realizada, al lado las transcripción de las respuestas de las entrevistas y para finalizar el análisis de las actividades también se recuerda que el contenido y descripción de la misma se presentó junto con el análisis cuantitativo del grupo.

Para entender la entrevista se deben tener en cuenta las siglas: (DE) que para el presente análisis significa docente entrevistador, (EA) estudiante de nivel alto, (EM)estudiante de nivel medio, (EB) estudiante de nivel bajo y en las entrevistas de color resaltado están las respuestas de los estudiantes en las que se enfoca el análisis.

7.2.3.1 Estudiante nivel alto.

Cabe recordar que EA, respondió correctamente los 45 ítems, sus escritos los hace de una manera clara y coherente para hacerse entender, cómo se evidencia en la entrevista.

Actividad 1

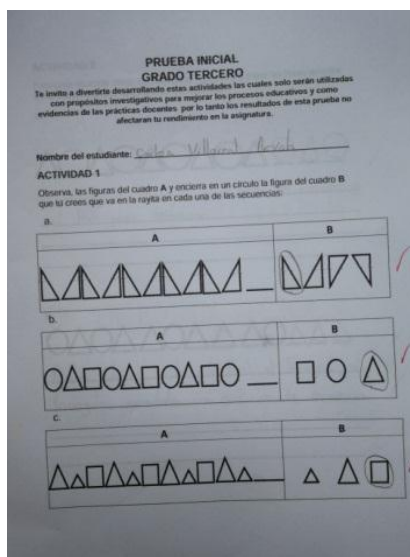


Figura 20. Prueba inicial y entrevista EA actividad 1

En la entrevista podemos reconocer EA, cuando intenta ilustrar por medio de ejemplos el ver y decir necesita sus manos para poder decir lo que no logra explicar. También se puede recordar a Mason (1999, p.21) cuando refiere: “los alumnos con frecuencia encuentran muy difícil el

DE: Gracias, vamos a mirar esta actividad que realizamos, ¿me vas contar que hiciste en la actividad 1 en el primer punto?

EA: Están unos triángulos para un lado y para el otro y va cambiando.

DE: ¿Cómo está cambiando?

EA: Uno para un lado y otro para el otro lado (señala con las manos hacia el lado izquierdo y derecho)

DE: ¿Y cuál sigue?

EA: El que va con el lado largo para este lado (señala la izquierda)

DE: ¿En el punto B que encontramos?

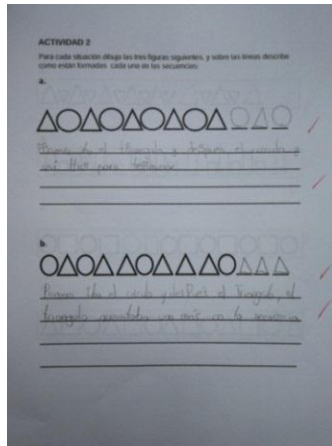
EA: Círculo, triángulo, cuadrado, círculo, triángulo, cuadrado, círculo, triángulo, cuadrado, círculo y profe el que sigue es el triángulo.

DE: En el punto c qué observas:

EA: Triángulo grande, triángulo pequeño y cuadrado y así se repite tres veces y luego sigue el triángulo grande el pequeño y en la ravita iría el cuadrado.

moverse del ver al decir y su esfuerzo por decir lo que ellos ven necesita apoyo en cuanto al tiempo y a la aceptación de sus esfuerzos incompletos”.

Actividad 2



DE: ¿Para la actividad 2 qué hiciste?

EA: Primero iba el triángulo y después el círculo y así hasta que seguí porque era una y una yo lo complete

DE: Ok lo completaste, ¿eso fue lo que entendiste? Vamos a ver la b

EA: En este primero un círculo y un triángulo, después un círculo y dos triángulos y después un círculo y tres triángulos y después un círculo

DE: Ah entonces qué figuras colocaste en las tres líneas

EA: Triángulos

DE: ¿cuántos triángulos irían así?

EA: Cuatro te faltó una rayita

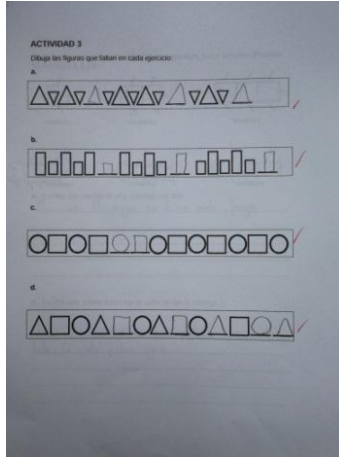
DE: ¿Y qué escribiste?

EA: Primero un círculo y un triángulo, después un círculo y dos triángulos y después un círculo y tres triángulos y después un círculo.

Figura 21. Prueba inicial y entrevista EA actividad 2

En la anterior entrevista podemos ver EA, cuando menciona como una secuencia de figuras que crece “es una forma de reconocer un patrón, luego cuando señala con su dedo, esta actividad le permite hacer una aproximación a la generalización. Se puede mencionar a Radford, desde el componente epistemológico” consiste en generalizar de una matriz de objetos particulares usando estos gestos y movimiento como forma de expresión (Radford 2015, p.130).

Actividad 3

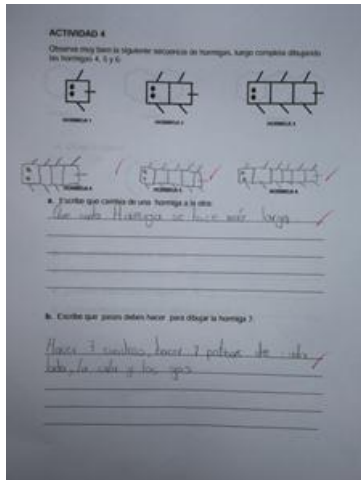


DE: ¿Veamos la actividad 3 te parece?
 EA: Si señora
 DE: Cuéntame ¿qué hiciste en la a?
 EA: Primero iba un triángulo y un triángulo al revés
 DE: En las tres iba un triángulo normal
 EA: si
 DE: Y en la b
 EA: Iba un rectángulo grande y uno pequeño: uno grande y uno pequeño y así, entonces, iba un rectángulo grande, uno pequeño y uno grande
 DE: Ok explícame la c
 EA: Iba un círculo y un cuadrado y ya
 DE: Explica la ultima
 EA: Iban dos triángulos y un círculo
 DE: ¿Cómo te han parecido esas actividades? ¿Te gustaron?
 EA: Si
 DE: ¿Te parecen fáciles?
 EA: Si
 DE: ¿Habías visto esto antes?
 EA: No

Figura 22. Prueba inicial y entrevista EA actividad 3

Al mencionar EA, en sus respuestas: “iba uno y así, entonces...” hace alusión al ejercicio de explicar su patrón de extrapolación, es decir una característica de las categorías “ver”. Cuando EA señala con su dedo, esta actividad le permite hacer una aproximación a la generalización usando estos gestos y movimiento como forma de expresión.

Actividad 4

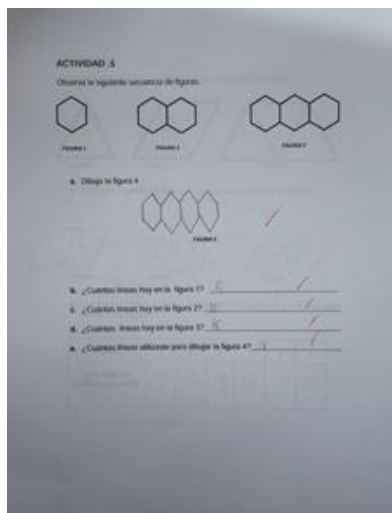


DE: Actividad 4
 EA: Observo muy bien la secuencia de hormigas y luego las completo dibujando la hormiga cuatro, cinco y seis
 DE: ¿Cómo es la hormiga uno?
 EA: Es de un cuadrado dos patitas y una cola
 DE: ¿La dos?
 EA: Dos cuadrados dos patitas y una cola
 DE: El ejercicio era realizar la hormiga cuatro, cinco y seis ¿cómo la hiciste la cuatro?
 EA: Hice cuatro cuadrados, cuatro patas a cada lado las patas y la cola
 DE: ¿Y la cinco?
 EA: Hice cinco cuadrados, cinco patas y una cola
 DE: ¿Y la 6?
 EA: Hice seis cuadrados dos patas a cada lado y una cola y los ojos
 DE: ¿Y ahora te preguntamos algo, que dice la pregunta?
 EA: Escribe que cambia de una hormiga a la otra
 DE: ¿Y qué cambia?
 EA: Que cada hormiga se hace más larga
 DE: ¿Y cuánto más larga?
 EA: Crece un cuadro mas
 DE: ¿Un cuadro más? muy bien. Y la b vamos a leerla
 EA: Escribe qué pasos debes hacer para dibujar la hormiga siete
 DE: ¿Y qué escribiste?
 EA: Hacer siete cuadros, dos patas a cada lado y una cola
 DE: ¿la puede dibujar? que hermosa hormiga. ¿Esa es la hormiga número?
 EA: Siete

Figura 23. Prueba inicial y entrevista EA actividad 4

Según el anterior corte de entrevista: EA usa las palabras “se hace más larga, un cuadro más” es una forma del “decir” según Mason *et al.* (1999) “decir es explicar patrones”, también el EA los expresa como registros, “Una de las formas de registrar, es solo palabras; una expresión verbal es aquella que se escribe completamente con palabras del idioma usual” (p.21).

Actividad 5



DE: Listo, vamos a continuar. Vamos con la actividad número cinco, cuéntame esa actividad

EA: Observa la secuencia siguiente

DE: Ok, entonces, te decían que la observarás, ¿qué encontraste en esas tres figuras?

EA: Que primero iba una figura y luego otra

DE: Y te pidieron dibujar la figura cuatro, cierto, entonces ¿qué viste en esa cuatro? ¿qué hiciste?

EA: Hice cuatro figuras

DE: Ok, vamos a ir a las preguntas y me vas a contar qué viste en cada una. Entonces, ¿qué dice la pregunta b?

EA: ¿Cuántas líneas hay en la figura uno?

DE: ¿Cuántas tiene?

EA: Seis

DE: La pregunta c

EA: ¿Cuántas hay en la figura dos?

DE: ¿Cuántas tiene?

EA: once

DE: ¿Y en la figura tres?

EA: Hay dieciséis

DE: Cuéntalas

EA: uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve, diez, once, doce, trece, catorce, quince y dieciséis

DE: ¿y en la cuatro?

EA: veintiuno

DE: ¿Qué tal esa actividad?

EA: Bien

DE: ¿Veamos la actividad 3 te parece?

EA: Si señora

DE: Cuéntame ¿qué hiciste en la a?

EA: Primero iba un triángulo y un triángulo al revés

DE: En las tres iba un triángulo normal

EA: si

DE: Y en la b

EA: Iba un rectángulo grande y uno pequeño: uno grande y uno pequeño y así, entonces, iba un rectángulo grande, uno pequeño y uno grande

DE: Ok explícame la c

EA: Iba un círculo y un cuadrado y ya

DE: Explica la última

EA: Iban dos triángulos y un círculo

Figura 24. Prueba inicial y entrevista EA actividad 5

Según el anterior corte de entrevista: Cuando EA tiene que hacer la figura 4, identifica que es un patrón de extensión, explica el patrón, es un claro ejemplo de lo que Masón llama decir. “Las palabras son un medio necesario en esta segunda etapa ya que éstas son el centro de la forma como pensamos” (Mason et al., 1999, p.43), cuando EA expresa como elabora las figuras y cuál sigue,

El EA se apoya en sus dedos para señalar y contar las líneas que hacen parte de la figura, este tipo de acción es una aproximación a la generalización según Radford, que le permite usar su cuerpo como medio de expresión.

Actividad 6

ACTIVIDAD 6
Observa la siguiente secuencia de triángulos elaborados con palitos:

Figura 1 Figura 2 Figura 3

a. Completa dibujando las figuras 4, 5 y 6, con los triángulos que faltan

Figura 4 Figura 5 Figura 6

b. Completa la tabla escribiendo cuantos palitos como este. se utilizaron para realizar cada figura.

Figura	1	2	3	4	5	6
Cantidad de palitos utilizados	3	5	7	9	11	13

DE: Si, vamos a ver la numero seis

EA: Observa la siguiente secuencia de triángulos elaborada

DE: ok, entonces cuéntame ¿qué hiciste?

EA: La figura uno es un triángulo

DE: ¿las dos?

EA: Es un triángulo y otro, dos triángulos, pero uno está al revés

DE: Ok, y la tres

EA: Dos triángulos normales y uno al revés

DE: ¿Qué dice la pregunta a?

EA: completa las figuras cuatro, cinco y seis con los triángulos que faltan

DE: ok, ¿qué hiciste para la figura cuatro?

EA: hice dos triángulos normales y dos al revés

DE: ¿y para la cinco?

EA: tres triángulos normales y dos al revés

DE: ¿y para la seis?

EA: cuatro triángulos normales y tres al revés

DE: y si yo te dijera que me ayudes a hacer la siete ¿me la ayudas a hacer aquí? Ahora, me vas a contar ¿cuantos palitos usaste para hacer la figura uno?

EA: tres

DE: ¿Y para la tres?

EA: siete

DE: ¿Para la cinco?

EA: once

DE: ¿Para la seis?

EA: trece

DE: O sea que en cada una ¿cuantos palitos iban aumentando?

EA: dos

DE: ¿Cuántos tiene la siete sin contarlos? ¿Cuántos tiene?

EA: quince

DE: Probemos a ver si sí los tiene

EA: uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve, diez, once, doce, trece, catorce y quince

Figura 25. Prueba inicial y entrevista EA actividad 6

Según el anterior corte de entrevista en el momento en que EA completa la figura, reconoce cuál sigue, su ubicación, de cuantos palitos está formada cada una de ellas, además puede llegar a hacer una aproximación a la generalización, demuestra hacer un conteo mental, luego lo expresa verbalmente, además de probar lo que está diciendo, él puede predecir el número que sigue, según la indicación de la docente. “Cuando la generalidad ha sido expresada en palabras, el siguiente paso es hacer un registro escrito” (Mason et al., 1999, p.43).

Actividad 7

ACTIVIDAD 7
 Observa la secuencia con cuadrillos.

FIGURA 1 FIGURA 2 FIGURA 3

a. Completa las figuras que faltan en la posición 4 y 5

FIGURA 4 FIGURA 5

b. Completa en el cuadro la cantidad de palillos que se utilizaron para formar cada figura:

Figura	1	2	3	4	5
Cantidad de palillos utilizados	7	12	15	18	21

c. Escribe, ¿Qué parte es la que cambia en la secuencia de figuras?
Lo que cambia son los cuadros finales

d. Observa muy bien y responde ¿De cuánto en cuánto está cambiando las figuras?
De 1 en 1 están cambiando las figuras

e. ¿Qué parte no está cambiando en las figuras?
El cuadro con la x

DE: Muy bien Carlitos muy bien. Listo estamos en la actividad número siete, ¿me la puede leer por favor?

EA: observa la secuencia con cuadrillos formados con palitos

DE: Listo que viste en la figura uno, dos y tres

EA: En la uno un cuadro con equis y un cuadro normal, en la dos, un cuadro con equis y dos cuadros normales y en la tres un cuadro con equis y tres cuadros normales

DE: Listo, entonces como hiciste la figura cuatro

EA: La 4 cuatro la hice un cuadro con equis y cuatro normales

DE: ¿Y la cinco?

EA: Un cuadro con equis y cinco cuadros normales

DE: Vamos a mirar en la pregunta b que nos dice

EA: Complete, en el cuadro, la cantidad de palillos que se utilizaron para completar cada figura

DE: Entonces ¿cuánto usamos en la primera?

EA: nueve

DE: ¿En la dos?

EA: Doce

DE: ¿En la tres?

EA: Quince

DE: Ok, y en la 4

EA: dieciocho

DE: ¿Qué notaste en esas figuras?

EA: Que crecían

DE: Si miramos ¿cuantos palitos aumentaron?

EA: tres

DE: Si hacemos una figura seis ¿cuantos palitos tendría?

EA: veinticuatro

DE: Y si yo te digo no la seis sino la ocho ¿Cuántos?

EA: treinta

DE: Vamos a ver la pregunta c

EA: Escribe que parte es la que cambia en la secuencia de figuras

DE: ¿Y qué escribiste?

EA: Lo que cambia son los cuadros finales

DE: O sea, ¿cómo así?

EA: Siempre crece

DE: La b

EA: Observa muy bien y responde de cuantas partes están cambiando en la figura

DE: Y ¿qué escribiste?

EA: De uno en uno está cambiando

DE: ¿Que parte está cambiando de la figura?

EA: los últimos cuadros

DE: ¿Y qué parte no está cambiando?

EA: El primer cuadro con la x

Figura 26. Prueba inicial y entrevista EA actividad 7

El estudiante resuelve correctamente todas las preguntas, realiza extensión del patrón, identifica lo que cambia, lo que no cambia y hace una aproximación a la generalización. En la entrevista EA muestra que según Mason et. al (1999) “tienen la capacidad de darse cuenta de algo general en lo particular, un rasgo sobre el que previamente han insistido” (p.31).

Actividad 8

ACTIVIDAD 8
 Observa la siguiente secuencia de figuras y luego:

a. Dibuja las figuras 4, 5 y 6

b. Escribe la cantidad de cuadrillos usados en cada figura, y completa la tabla indicando lo que cambia y lo que no cambia.

FIGURA	QUE NO CAMBIA	QUE CAMBIA	TOTAL CUADRITOS
1	Los cuadros de abajo de la figura	2	5
2	Los cuadros de arriba de la figura	3	7
3	Los cuadros de abajo de la figura	4	9
4	Los cuadros de arriba de la figura	5	11
5	Los cuadros de abajo de la figura	6	13
6	Los cuadros de arriba de la figura	7	15

DE: Vamos a mirar la actividad número ocho. Cuéntame esa actividad numero 8

EA: Observa las siguientes secuencias de figuras y luego dibuja las figuras cuatro, cinco y seis

DE: Ok. Entonces ¿que viste en la primera?

EA: Que había dos cuadros de cada lado y un cuadro arriba

DE: ¿Y en la dos?

EA: Dos cuadros de cada lado y dos arriba

DE: Y en la tres

EA: Dos cuadros de cada lado y tres arriba

DE: ¿Cómo hiciste entonces la cuatro?

EA: Hice dos cuadros de cada lado y cuatro arriba

DE: ¿Y la cinco?

EA: Hice dos cuadrillos de cada lado y cinco arriba

DE: ¿Y la seis?

EA: Hice dos cuadrillos de cada lado y seis arriba

DE: Ok, y si yo hiciera la siete, ¿cómo sería?

EA: Dos cuadros de cada lado y siete arriba

DE: ¿y la nueve?

EA: Dos cuadros de cada lado y nueve arriba

DE: Muy bien, vamos a leer la b

EA: Escribe la cantidad de cuadros usada en cada figura y completa la tabla indicando lo que cambia y lo que no cambia

DE: Bueno, entonces vamos a ver, en la figura uno, ¿que no cambia en esas figuras?

EA: Todas las figuras no cambian

DE: La figura no está cambiando, ahh bueno, vamos a mirarlas todas, para no mirar una a una, ¿que no cambia en esas figuras?

EA: Los cuadros de abajo, siempre son dos

DE: Y ¿que cambia en esas figuras?

EA: Los cuadros de arriba

DE: Y ¿qué cambia en esos cuadros?

EA: Que va aumentando de a una

DE: ¿Cuántos cuadrillos tiene la figura uno?

EA: cinco

DE: ¿La dos?

EA: seis

DE: ¿La tres?

EA: Siete

DE: ¿La cuatro?

EA: Ocho

DE: ¿La cinco?

EA: Nueve

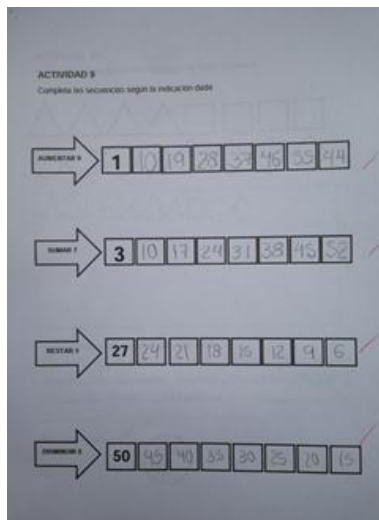
DE: ¿Y la seis?

EA: Diez

Figura 27. Prueba inicial y entrevista EA actividad 8

Cuando EA, expresa verbalmente un patrón de extensión, al comunicar una figura que sigue y lo hace adecuadamente, además de reconocer una variable, estos criterios son a lo que Mason llama registrar. “Un aspecto del registro más formal es la necesidad de una forma de palabras que sirvan para describir sucintamente las variables claves” (Mason et al., 1999, p.23). Según Radford EA hace una aproximación a la generalización ya que se expresa con palabras y realiza un ejercicio perceptual.

Actividad 9



DE: Ok, perfecto, vamos a ver la actividad número nueve

EA: Completa la secuencia según la indicación dada

DE: Ok, ¿qué dice la primera indicación?

EA: Aumentar nueve

DE: Y ¿qué hiciste ahí?

EA: Tiene el uno y le aumento nueve y dio diez

DE: ¿Que es aumentar para ti?

EA: Es sumarle

DE: Y así ibas sumándole nueve a cada una ¿En la segunda qué?

EA: Sumo siete

DE: ¿Y qué hiciste?

EA: Cómo había tres le sumo siete y me dio diez

DE: ¿Y al diez qué le hiciste?

EA: Le sumo siete y me dio diecisiete y siempre ibas..

EA: Aumentándole siete

DE: ¿En la siguiente qué?

EA: Restar tres

DE: Restar tres, y ¿qué hiciste?

EA: Tenía veintisiete le quite tres y me dio veinticuatro, le quite tres y me dio veintiuno y así

DE: En la otra ¿qué dice?

EA: Disminuir cinco

DE: ¿Que es disminuir?

EA: Es restar

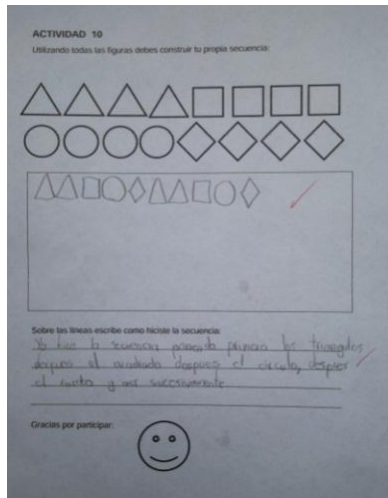
DE: Y como hiciste eso

EA: Tenía cincuenta le quite cinco y dio cuarenta y cinco, le quite cinco y dio cuarenta y así

Figura 28. Prueba inicial y entrevista EA actividad 9

Cuando EA menciona el término “así”, hace alusión según Mason al ver y decir como una forma de reconocer patrones, construye figuras correctamente, demuestra que su percepción le orienta a comprender la secuencia. Usa adecuadamente los términos aumentar y disminuir proceso que no se encuentra bien desarrollada en la mayoría de los estudiantes de este grupo según el análisis cuantitativo realizado al grupo. La actividad perceptual que EA realiza en esta actividad y el uso de las palabras corresponden a una aproximación a la generalización según Radford.

Actividad 10



DE: Muy bien, y vamos entonces a hacer la última. ¿Qué dice la última?
EA: utilizando todas las figuras debes construir tu propia secuencia
DE: bueno, y cuéntame, entonces, ¿qué construiste?
EA: primero hice una secuencia con los triángulos, luego con los cuadrados, luego con los círculos y luego con los rombos y así sucesivamente
DE: ¿cuál patrón se repetía?
EA: el triángulo, el cuadrado, el círculo y el rombo
DE: señálalo
EA: triángulo, cuadrado, círculo y rombo
DE: como te pareció la actividad
EA: bien
DE: ¿te gusto?
EA: sí, me gusto
DE: ¿ya habías hecho ejercicios de estos?
EA: no
DE: cuéntame ¿qué escribiste?
EA: yo hice la secuencia usando el triángulo, después el cuadrado, después el círculo y luego el rombo y así sucesivamente hasta terminar
DE: ¿hasta terminar qué?
EA: la secuencia
DE: ¿qué es una secuencia para ti?
EA: emm una serie de patrones que se repiten
DE: si tú fueras a decirle a un compañero que te haga esta secuencia que tu hiciste, ¿cómo le dirías?
EA: que primero tenga el triángulo, después el cuadrado y después el círculo y después el rombo
DE: y si yo le digo a tu compañero pon una figura aquí ¿cuál es? ¿Cuál sigue?
EA: el cuadrado, ahh no el triángulo
DE: ¿Por qué?
EA: porque esa sigue
DE: bueno, muchas gracias por habernos colaborado, eres muy amable y pues entonces nos seguimos viendo, seguimos trabajando bueno papi muchas gracias.

Figura 29. Prueba inicial y entrevista EA actividad 10

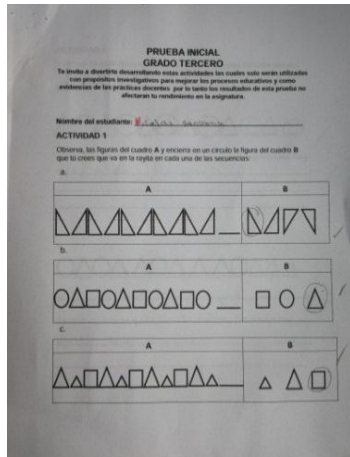
Según el anterior corte de entrevista EA, evidencia las categorías de Mason en el ver, decir, registrar y probar, cuando reconoce diferentes tipos de patrones, los dice, los registra de verbal escrita, icónica o con sus palabras y los verifica. Deja la inquietud de su respuesta cuando le preguntan si alguna vez había participado en una actividad como esta, su respuesta fue no, lo que motiva al GI a continuar con el proceso.

7.2.3.2. Estudiante nivel medio.

A continuación, se encuentra el análisis de la prueba inicial de EM, teniendo en cuenta los mismos parámetros de análisis de EA, se encuentran las actividades propuestas con su respectiva

gráfica estadística en cuanto a los ítems desarrollados y el análisis de la cada una de las actividades.

Actividad 1

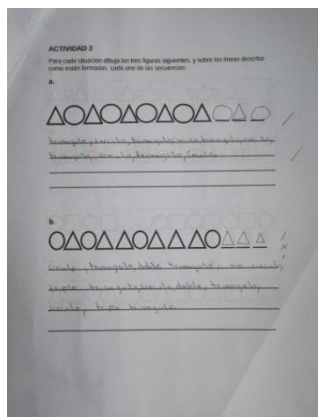


DE: Bueno, Nicolai, entonces, me vas a leer la pregunta número uno y me vas a contar qué hiciste.
 EM: Observa las figuras del cuadro a y encierra en el círculo la figura del cuadro b que tú crees que continuará en cada una de las secuencias
 DE: Bueno entonces empecemos por la a que hiciste
 EM: Cuando yo veía que acá estaban unas unas así igualitas entonces yo coloque ésta.
 DE: Dibújamelas a ver cómo sería. Muy bien, en la b ¿qué hiciste?
 EM: Como había acá una secuencia acá así, así y así, entonces aquí iba a colocar esta
 DE: ¿Así como?
 EM: Circulo cuadrado, triangulo, cuadrado círculo, triangulo y así sucesivamente porque después de este seguía este
 DE: ¿Qué hiciste en la c Nicolai?
 EM: ¿En la c?
 DE: Si
 EM: Acá como yo vi acá un triángulo, triangulo pequeño y cuadrado y así, entonces yo vi que faltaba acá éste
 DE: ¿Y ese cuál es?
 EM: Un cuadrado
 DE: Muy bien Nicolai, muchas gracias. Vamos a ver la actividad número dos.

Figura 30. Prueba inicial y entrevista EM actividad 1

En esta actividad EM, responde correctamente los tres ítems propuestos, estos consisten en completar el patrón con la figura que sigue, en la entrevista, expresa con facilidad el “ver” en cada uno de los patrones de la actividad, los describe de manera que se hace entender incluso cuando refiere “y así sucesivamente” EM, está en una aproximación a la generalización.

Actividad 2

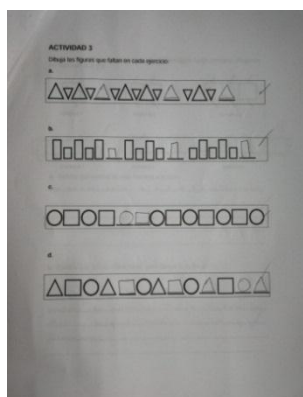


DE: Vamos a ver la actividad número dos. Léeme por favor la actividad número dos y me dices qué hiciste
 EM: Para cada situación dibuja las tres figuras siguientes y sobre las líneas describe cómo están formadas cada una de las secuencias
 DE: Ok, entonces, ¿cuéntame qué hiciste?
 EM: Aquí, como habían así, yo coloqué triangulo, circulo; triangulo, circulo; triangulo, circulo y así sucesivamente
 DE: Muy bien, y eso fue lo que escribiste; triangulo, circulo, triangulo
 EM: Si
 DE: Y en la otra, ¿qué hiciste?
 EM: Un círculo, un triángulo, un círculo, doble triángulo, un círculo, triple triángulo y un círculo.
 DE: Y ¿qué sigue?
 EM: Un triángulo, un círculo y un triángulo, lo coloque así: círculo, triangulo, doble triángulo, un círculo triple, triangulo, circulo, doble triangulo un circulo triple y así sucesivamente
 DE: Ok, tú me dices que aquí va un círculo, triangulo, circulo, doble triángulo ¿cierto? ¿Aquí cuantos triángulos?
 EM: Tres
 DE: Y aquí circulo y aquí cuantos iban: ¿un círculo y un triángulo?
 EM: Ehh no
 DE: ¿Por qué no? cuéntame yo no entiendo necesito que me ayudes
 EM: Iría acá círculo, después acá cuadrado y luego círculo

Figura 31. Prueba inicial y entrevista EM actividad 2

En esta actividad EM, completa correctamente las figuras siguientes en el ítem **a**, pero se equivoca en el punto b, en cuanto la segunda parte de registrar lo que observó, se le dificulta. En la anterior entrevista, EM, hace un intento al mencionar la forma de identificar las características del patrón, además de ser muy gestual y utilizar movimientos con sus manos como apoyo para hacerse entender. Es claro evidenciar en este estudiante que describir con propiedad un patrón no es fácil pero está haciendo sus primeros intentos.

Actividad 3



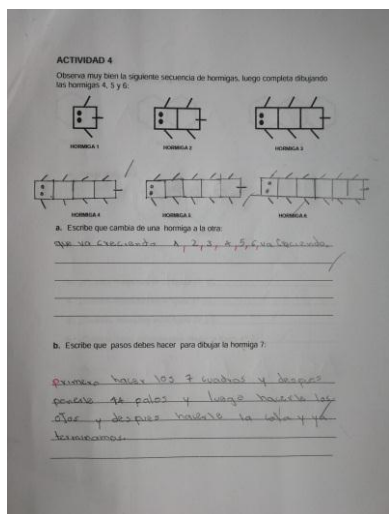
DE: Ahh ok. Vamos a ver la actividad tres cuéntame ¿qué hiciste?
 EM: Vi acá que había un triángulo grande, uno chiquito, uno grande, uno chiquito y así sucesivamente. Entonces yo coloqué acá un triángulo.
 DE: Muy bien, ¿y en la b?
 EM: En la b vi como si uno estuviera subiendo escalones coloqué una grande y seguía una chiquita.
 DE: ¿Siempre iba una pequeña y una grande?
 EM: Si
 DE: Esta secuencia que tú estás viendo ¿está formado por forma o tamaño?
 EM: Por tamaño
 DE: Vamos a ver la siguiente
 EM: Aquí yo vi un círculo, un cuadrado y después un círculo
 DE: O sea que la secuencia es de solo dos figuras. Vamos a ver la b
 EM: Aquí vi dos, un círculo, un cuadrado, dos triángulos, un círculo y aquí use un cuadrado
 DE: Si yo te dijera en este momento ¿cuál va aquí? ¿cuál iría?
 EM: Otro triángulo de estos
 DE: Dibújamelos, ¿Cual es el patrón? ¿qué es lo que se repite?
 EM: Se repite el triángulo, el círculo y aquí solo un círculo; acá un cuadrado y este así sería

Figura 32. Prueba inicial y entrevista EM actividad 3

En esta actividad EM realiza los tres ítems de manera correcta, según el anterior corte de entrevista cuando EM identifica un patrón percibe y reconoce sus características, realiza la extensión de ese patrón, lo expresa de forma adecuada y se acerca a Mason en la categoría “del ver y decir”.

Su cuerpo para esta actividad es importante, ya que sirve como medio de expresión y sus gestos permiten hacerse entender de una forma más clara, según los criterios que Radford llama generalización al hacer la extrapolación de las figuras geométricas presentadas.

Actividad 4



DE: Ok vamos a ver la actividad 4

EM: Observa la siguiente secuencia de hormigas y completa las hormigas 4, 5 y 6

DE: ¿Qué alcanzas a ver?

EM: Una hormiga, dos hormigas y tres hormigas

DE: Listo, te piden que hagas la número 4, 5 y 6 ¿qué hiciste en la 4?

EM: Como era así, primero hice los cuadrados la colita y los ojos

DE: ¿En la 5?

EM: Empecé con las patas, luego este, luego el triángulo y después los ojos

DE: ¿Ahí triángulo?

EM: Ehh digo cuadrados

DE: ¿Qué diferencia hay entre la hormiga número 5 y número 4?

EM: Van como creciendo, creciendo y creciendo más.

DE: Listo, hormiga número 6

EM: Primero los ojos, después el cuerpo, los palos y la cola

DE: Diferencia entre la 6 y la 5 ¿qué cambia?

EM: Cambia el tamaño, como van creciendo, son más grandes

DE: ¿Cuál es la primera pregunta?

EM: Escribe qué cambia de una hormiga a la otra

DE: ¿Qué cambia de una hormiga a la otra?

EM: Que va creciendo y después van cambiando de cuerpo

DE: Listo, ¿es la misma cantidad de cuadritos?

EM: Si

DE: O sea, ¿en la 1 y la 6 es la misma cantidad?

EM: No

DE: Si yo te dije que me digas... Pasa al punto b

EM: Escribe los pasos para hacer a la hormiga 7

DE: ¿Que escribiste?

EM: Primero hacer 7 cuadros después ponerle 14 palos y después los ojos y la cola

DE: ¿Me la puedes dibujar acá debajo?, ¿qué cambia de la hormiga 7 a la 6?

EM: Cambió así creciendo

DE: ¿En cuánto creció?

EM: En 7 cuadros

DE: ¿O sea en la 6 hay 6 cuadritos y en la 7?

EM: En la 7 hay 7 cuadros

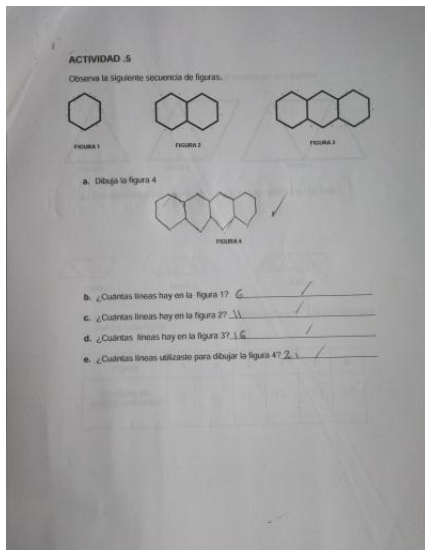
DE: ¿O sea que aumenta cuántos cuadros por hormigas?

EM: Por cada hormiga 1, 2, 3 después 4, 5, 6 y 7

Figura 33. Prueba inicial y entrevista EM actividad 4

En esta actividad el estudiante realiza correctamente los 2 ítems donde debe dibujar y extender el patrón a la figura 4, 5 y 6, cuando se le pide registrar lo hace correctamente, en la entrevista EM usa las palabras para expresar sus registros haciéndose entender, realizó las figuras siguientes de manera acertada y tiene claro en el momento de la entrevista que “va creciendo, creciendo y creciendo más”, presento dificultad al describir cuando menciona triángulos que no existen en dicho patrón, en la respuesta de como realizaría la figura 7 explica de manera sencilla cuantos cuadros son y las características que tiene, determinando que es lo que va cambiando además muestra claramente una aproximación a la generalización al responder preguntas de las figuras que no están.

Actividad 5



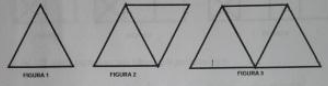
DE: Actividad 5. ¿Cuéntame Nicolai ¿tú ya habías hecho este tipo de actividades? Cuéntame, ¿en qué grado la hiciste?
EM: En el curso 2 hice estas figuras, una secuencia, yo las entendí y las hice
DE: ¿Te enseñaron cómo se llama?
EM: No
DE: ¿Cuando estás en tu casa haces ejercicios de esos?
EM: No
DE: Bueno vamos a la actividad 5 ¿la lees?
EM: Observa la siguiente secuencia de figuras
DE: Cuéntame ¿qué ves en la figura 1?
EM: Veo este cuadro con palitos que va a si
DE: ¿En la 2?
EM: Que va creciendo y el tamaño
DE: ¿Y en la 3?
EM: El tamaño, los palos y crece
DE: ¿En la 4?
EM: En la 4 hice esto porque va creciendo más
DE: Ok, cuando tú dices que crece ¿a qué te refieres?
EM: O sea como creciendo 1, 2,3, 4 como si uno estuviera contando
DE: ¿Va subiendo un cuadrado?
EM: Si
DE: Vamos a leer la pregunta
EM: Cuántas líneas hay en la figura 1
DE: ¿Cuántas hay?
EM: 6
DE: Cuéntamelas
EM: 1, 2, 3, 4, 5,6
DE: ¿Y en la 2?
EM: 11
DE: Cuéntamelas
EM: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11
DE: ¿En la figura 3?
EM: hay 16 líneas 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14,15 y 16
DE: ¿En la figura que tú dibujaste cuantos palitos utilizaste?
EM: 20
DE: ¿Y allá que escribiste?
EM: 21
DE: ¿Que está bien son 20 o 21?
EM: 20
DE: Volvamos a contar
EM: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20 y21
DE: ¿Y entonces?
EM: Si, son 21
DE: ¿Te gusto esa actividad?
EM: Si
DE: ¿Que te pareció fácil y que difícil?
EM: Fácil como va creciendo
DE: ¿Y difícil?
EM: ¿Cómo hacer la forma los palitos?
DE: Nicolai, ¿tú has visto esta figura en algo? ¿En tu casa? ¿Paisaje?

Figura 34. Prueba inicial y entrevista EM actividad 5

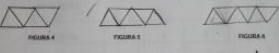
La actividad anterior EM la resuelve adecuadamente, según el corte de entrevista: cuando EM tiene que hacer la figura 4, identifica que es un patrón de extensión, explica el patrón, expresa de manera clara como hace las figuras y cuál sigue, mostrando un ejemplo de lo que Mason llama decir. EM se apoya en sus dedos para señalar y contar las líneas que hacen parte de la figura, este tipo de acción es una aproximación a la generalización de tipo según Radford, que le permite usar su cuerpo como medio de expresión.

Actividad 6

ACTIVIDAD 6
 Observa la siguiente secuencia de triángulos elaborados con palitos:



a. Completa dibujando las figuras 4, 5 y 6, con los triángulos que faltan



b. Completa la tabla escribiendo cuantos palitos como este se utilizaron para realizar cada figura:

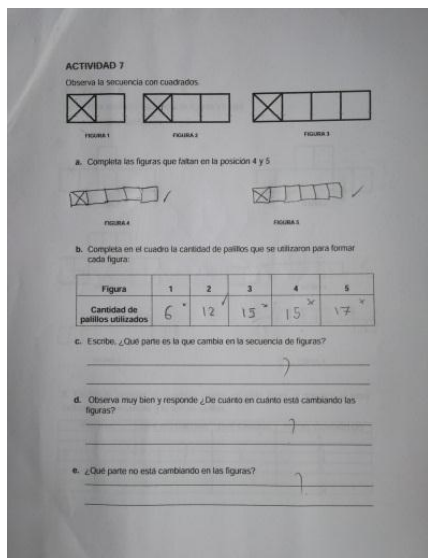
Figura	1	2	3	4	5	6
Cantidad de palitos utilizados	3	5	7	9	11	13

DE: Bueno, vamos a hacer la siguiente Nicolai ¿qué hay ahí?
 EM: Un triángulo dos triángulos así, y 3 así
 DE: ¿Cómo así?
 EM: Una pirámide como acá dos pirámides al revés
 DE: Y entonces ¿cuándo hay decía que hicieras la 4? ¿Qué hiciste?
 EM: Hice 4 pirámides formándola como si creciera
 DE: Esa es la 4, ¿cuantas figuras utilizaste?
 EM: 1, 2, 3, 4 y palos 9
 DE: Vamos a mirar la 5 ¿cuantas figuras utilizaste?
 EM: 5 figuras y palos 11
 DE: ¿11 palos? Vuelve a contar que me perdí
 EM: 11
 DE: ¿Y allá que escribiste?
 EM: 12
 DE: O sea que ¿dónde nos equivocamos?
 EM: Contamos mal
 DE: ¿Contamos mal?
 EM: Si
 DE: Ok entonces ¿cómo sería la 5?
 EM: La 5 sería con 11 palos
 DE: ¿Cuantas figuras? ¿Cuantos triángulos?
 EM: Con 5
 DE: ¿Con cuántos palitos?
 EM: 11
 DE: ¿ya los contaste?
 EM: Si
 DE: Figura 6
 EM: En la 6 use 6 figuras y palos 13
 DE: ¿Cuantos colocaste?
 EM: 13 digo 18 y acá conté 13
 DE: ¿Entonces dónde está el error?
 EM: Acá
 DE: Si, ¿te pareció complicada?
 EM: No
 DE: ¿Por qué?
 EM: Porque la entendí como si estuvieran creciendo, yo hice la misma figura y así
 DE: Listo, si te digo que me hagas la figura 7 ¿la puedes hacer acá abajo? ¿Cuantos triángulos utilizarías y cuantos lados?
 EM: 7
 DE: Dibújamelas por favor cuéntame por favor
 EM: Aquí 6 palos digo 7 cuadrados y los palos son 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15
 DE: ¿Tu recuerdas en la figura 6 cuantos palitos habían?
 EM: No recuerdo
 DE: Entonces, ten en cuenta que aquí hay 15 y aquí en la figura 6 quiero recordar cuantos hay
 EM: 13
 DE: Si aquí hay 13 y allá 15 ¿que cambia?
 EM: en la cantidad
 DE: ¿Que cambia?
 EM: mmmmm
 DE: ¿En cuento cambia?

Figura 35. Prueba inicial y entrevista EM actividad 6

En la anterior actividad EM realiza adecuadamente los dibujos por extensión del patrón, y en el corte de entrevista EM identifica el patrón, trata de escribirlo a su manera, pero le cuesta, cuando EM comunica cuál figura sigue, hace un ejercicio de aproximación a la generalización al extender un patrón. Pero EM presenta dificultad al completar con cuantos palitos están elaboradas las figuras aunque en el transcurso de la entrevista logra contarlos adecuadamente a partir de la mayéutica utilizada por la maestra.

Actividad 7



DE: Vamos con la actividad 7

EM: En la figura 1 vi esto, así que iba creciendo esta cosita y después acá 4 y acá una equis

DE: Listo, ¿qué nos preguntan en la a?

EM: ¿En la a? Completa las figuras que faltan en la posición 4 y 5

DE: ¿Que pusiste en la 4?

EM: 4 cuadros y 1 equis

DE: Si miras la figura 4 y la 3 ¿qué cambio?

EM: Cambio el tamaño

DE: ¿En cuanto creció?

EM: ¿Esto? en 4 figuras

DE: Señálamelas

EM: ¿Estas? 1, 2, 3, 4

DE: Mírame la figura 5

EM: Si

DE: ¿Qué hiciste?

EM: Hice 5 cuadrados

DE: Cuéntamelos

EM: 1, 2, 3, 4, 5

DE: O sea que si yo hago la figura 6 ¿cuantos cuadros debería dar?

EM: 6

DE: ¿Que dice la b?

EM: Completa en el cuadro la cantidad de palitos usados en la figura

DE: ¿En la 1 cuantos utilizaste?

EM: 6

DE: ¿En la 2?

EM: 10

DE: Yo tengo una pregunta ¿esto qué es?

EM: Es tachado

DE: ¿No son palitos?

EM: Si son

DE: ¿Los contaste?

EM: Si

DE: ¿Crees que los deberíamos contar?

EM: Si

DE: ¿Por qué?

EM: Como acá yo las tengo si se deben contar

DE: ¿Le aumentarías eso?

EM: Si

DE: Ok yo tengo una pregunta si tu hiciste la figura 4 y la figura 5 dime ¿que tienen de igual y diferente?

EM: De diferente, el tamaño

DE: Cuéntame los cuadrillos

EM: 1, 2, 3, 4, y 5

DE: ¿Y en la 4?

EM: 5

DE: ¿Y qué pasa?

EM: Que acá tuve que borrar porque quedo mal

DE: O sea que si hacemos la figura 6 ¿cuantos cuadros?

EM: 6

DE: Y en esta ¿cuantas eran?

EM: 4

DE: En la 5 ¿cuántos?

EM: 5

DE: Y si hacemos la 9

EM: 9 cuadros

DE: O sea que hay tocaba borrar una. Procedamos al b, contemos los palitos

EM: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

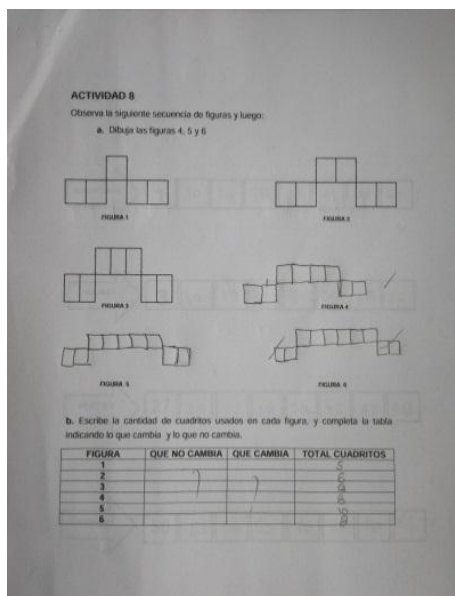
Figura 36. Prueba inicial y entrevista EM actividad 7

En la actividad anterior EM realiza correctamente la extensión del patrón. Se le dificulta realizar el conteo de la cantidad de palitos, el cual lo hace incorrectamente y en la parte donde debe registrar lo que cambia, de cuanto en cuanto cambia y que no cambia no respondió.

Según el anterior corte de entrevista: En el momento en que EM completa la figura 4 y 5, reconoce cuál sigue, utiliza adecuadamente la identificación del patrón, trata de escribirlo a su manera, pero se le dificulta. Cuando EM comunica cuál figura sigue. Hace un ejercicio de aproximación a la generalización al extender un patrón. Pero el estudiante vuelve y presenta

dificultad al completar cuántos palitos están elaboradas las figuras, en la entrevista logra contarlos adecuadamente a partir de la mayéutica utilizada por la maestra.

Actividad 8



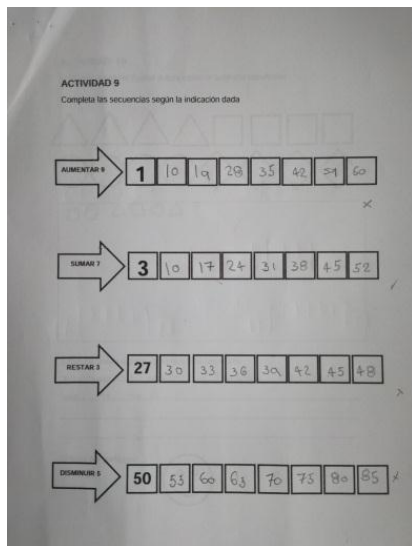
EM: Actividad 8 observa la secuencia y dibuja las figuras 4, 5, y 6
DE: ¿Que ves en la figura 1?
EM: 5 cuadros
DE: ¿En la 2?
EM: Veo 6 cuadros
DE: 3, ¿en la 3?
EM: Veo 7 cuadros
DE: Tu hiciste la 4 ¿cómo la hiciste?
EM: La hice dos palos dos palos y acá porque 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 cuadros
DE: ¿Qué hay de igual en la figura 3 y 4? ¿qué tiene de parecido?
EM: Mmmm tienen esto que como hay dos acá y dos acá
DE: Ok ¿qué cambia?
EM: Camia esto.
DE: Los de arriba en esta ¿cuantos hay?
EM: 1, 2, 3, 4, 5, 6
DE: Ok vamos a mirar este cuadrito y tampoco lo respondiste. ¿Que no cambia en esas figuras?
EM: ¿Que no cambia? esto
DE: No cambia ¿Por qué?
EM: porque no cambia, esto esto y esto. Va subiendo el numero
DE: Pero si tú dices que va subiendo ¿cambio o no cambia?
EM: No cambia por el número
DE: ¿Y que cambia?
EM: Esto, que hay dos
DE: ¿Cuántos cuadritos usas en la figura 1?
EM: 5
DE: ¿En la 2?
EM: 6
DE: ¿En la 3?
EM: 8
DE: ¿Cuántos?
EM: 7
DE: ¿En la 4?
EM: 8
DE: ¿En la 5?
EM: 10
DE: Ayúdame a contar
EM: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
DE: ¿De a cuantos va aumentando?
EM: De numero
DE: Si, ¿cuál numero? ¿cuantos más? hay si tiene 5 en la 1 y en la 2 tienes
EM: Tengo 8
DE: Cuéntame
EM: Digo 1,2,4,3,4,5,6
DE: ¿Y aquí cuantos?
EM: 5
DE: contaste 6 ¿cuantos hay más?
EM: Como más y acá poquito

Figura 37. Prueba inicial y entrevista EM actividad 8

En la actividad anterior EM, realiza correctamente la extensión del patrón pero la parte de análisis donde debe registrar lo que cambia, lo que no cambia y la sumatoria, no lo hace. Según el anterior corte de entrevista: En el momento en que EM completa la figura 3,4,5 y 6, reconoce cuál sigue, utiliza adecuadamente la identificación del patrón, trata de escribirlo a su manera, pero le cuesta, cuando EM comunica cuál figura sigue, hace un ejercicio de aproximación a la generalización al extender un patrón. Pero EM presenta dificultad posiblemente de atención al

completar con cuantos cuadritos están elaboradas las figuras, no logra identificar ni en la guía de clase ni en la entrevista lo que cambia y lo que permanece constante, sin embargo, en la entrevista logra contarlos adecuadamente a partir de la mayéutica utilizada por la maestra.

Actividad 9

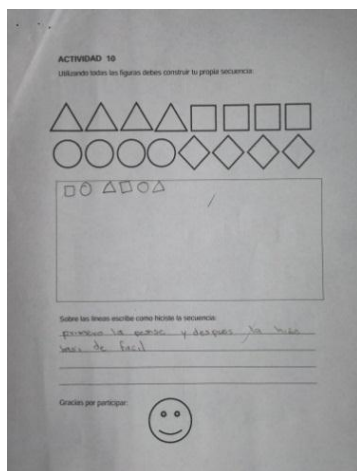


DE: Vamos a ver la actividad 9 ¿qué dice?
EM: Aumentar 9
DE: ¿Que es aumentar?
EM: Aumentarle 9 sería como ehhhh como por ejemplo meterle a 1, 2 y sería como 3
DE: Entonces, ¿cómo es aumentar 9? Entonces, ¿le aumentaste al 1 cuánto?
EM: Al 1 no le aumento nada
DE: Pero tú me escribiste 10 ¿Por qué?
EM: Mm porque el 10
DE: Si
EM: Porque acá hay 1 y con el 9 10
DE: Aahh ok o sea que ¿qué es aumentar?
EM: Acá hay hay 1 y le falta 1 al 9 y da diez
DE: ¿Luego le aumentas a este?
EM: 19
DE: Vamos a ver esta. Dime
EM: Sumar que 7
DE: ¿Tienes tres le sumas 7?
EM: Le sume 3 y da 10 acta 17 24
DE: Vamos a ala siguiente ¿qué dice?
EM: Restar
DE: ¿Que le restaste?
EM: A 27 le resta esto
DE: ¿Restar qué es?
EM: Quitar, si le quito 3 da 24
DE: ¿qué paso hay?
EM: le coloque 30
DE: ¿que habías hecho?
EM: quedo mal
DE: ¿qué habías entendido?
EM: que acta le coloqué mal porque no entendí yo pensé que tocaba subirle 3
DE: pensaste que era subiré pero ahora entendiste ¿qué es restar?
EM: quitar
DE: dice hay disminuir 5 ¿qué es disminuir?
EM: es...
DE: ¿qué entiende?
EM: no entiendo
DE: no lo entiendo, ¿no has escuchado esa palabra?
EM: mmm
DE: yo creo que sí pero no lo recuerdas, cuando yo digo que vamos a hacer el arroz y la mama dice vamos a disminuir la cantidad de aros. ¿Qué entiendes cuando tu mama dice vamos a disminuir la cantidad de arroz?
EM: como quitarle arroz
DE: eso es disminuir, es quitarle
y vamos con la última actividad

Figura 38. Prueba inicial y entrevista EM actividad 9

En el anterior corte de entrevista se observa que el estudiante no reconoce los términos aumentar ni disminuir, también se le dificulta restar cuando le piden sumar 7 lo hace adecuadamente, como se puede ver en la prueba solo hizo esta actividad bien y en la entrevista logró resolver correctamente la actividad a partir de la mayéutica utilizada por la maestra.

Actividad 10



DE: ¿qué dice la 10?
EM: utilizando todas las figuras debes construir tu propia secuencia
DE: sí, ¿qué hiciste? ¿qué figuras hay? ¿hay cuales tienes?
EM: cuadrados triángulos, círculo y acta ¿cómo es que se llama esto?
DE: rombos, ¿qué te imaginaste?
EM: un cuadrado círculo triangulo y después hacer los mismos
DE: ¿y no usaste los rombos?
EM: no
DE: ¿Por qué?
EM: porque no sabía cómo hacerlo
DE: ¿Cómo es tu secuencia?
EM: Cuadrado, Círculo, triángulo, cuadrado, círculo y triángulo; acá me había equivocado
DE: muéstrame o sea que ¿qué iba aquí? ¿qué iba aquí?
EM: aquí iba...
DE: ¿qué hiciste? vuélvela a hacer ¿cómo iría? muy bien, ahora si quedo bien. Ahh bueno, cuéntame ¿qué me escribiste ahí?
EM: primero empecé a hacer esta secuencia
DE: pero léeme
EM: primero.
DE: léeme
EM: pero me la pensé y luego la hice
DE: ¿y que más dice?
EM: y luego la hice eh
DE: léemelo está muy bien
EM: así la secuencia, así de fácil
DE: ¿te pareció facial?
EM: sí
DE: una pregunta, si tu hiciste esta secuencia y alguien quiere seguirla ¿que colocaría acá?
EM: ¿qué figura?
DE: sí
EM: esta, el cuadrado
DE: ¿cuál es el patrón que se repite?
EM: este se repite
DE: ¿cuál es el patrón?
EM: cuadrado, círculo, triángulo y así sucesivamente
DE: ¿Cómo te pareció esta actividad?
EM: fácil y chévere
DE: ¿y toda la prueba?
EM: algunas difíciles porque algunas no las entendí
DE: ¿larga o corta?
EM: corta
DE: Nicolai muchas gracias por tu tiempo y colaboración

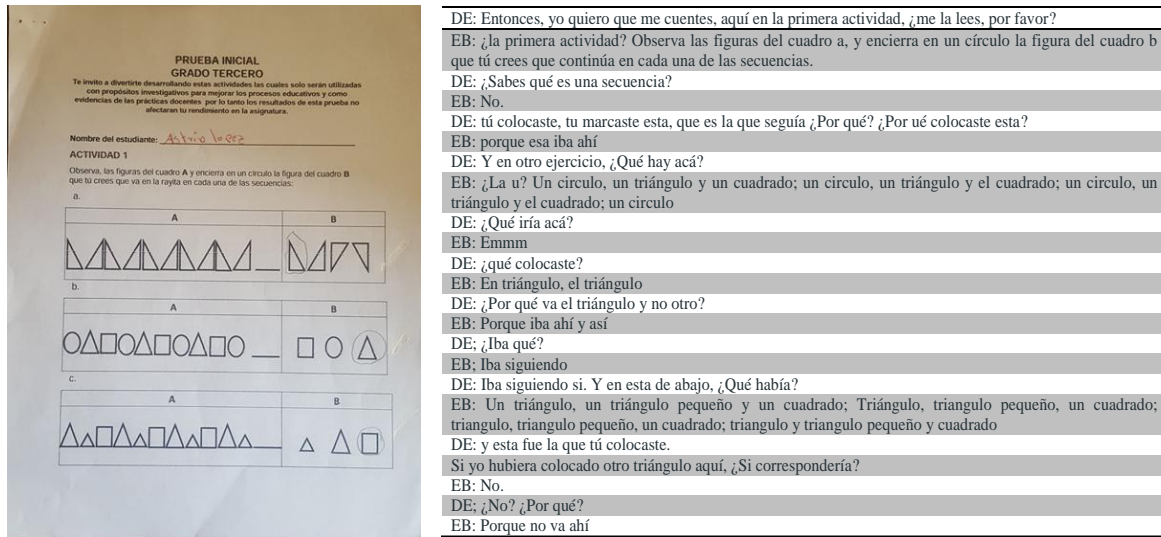
Figura 39. Prueba inicial y entrevista EM actividad 10

La actividad anterior EM la responde de forma incorrecta. Según el anterior corte de entrevista: EM, intenta hacerse entender al verbalizar su patrón, uno posiblemente, presenta dificultad de comprensión lectora, pues se le pide hacer el patrón con todas las figuras y solo lo hace con unas pocas, el decir no lo logra expresarlo verbalmente para hacerse entender dejando como conclusión que a este estudiante se le debe ayudar en cada una de las etapas del proceso de generalización de patrones.

7.2.3.3 Estudiante nivel bajo.

A continuación, se encuentra el análisis de EB, teniendo en cuenta las mismas recomendaciones de comprensión según EA y EM.

Actividad 1



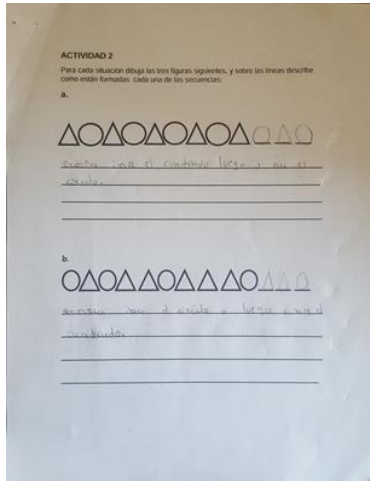
The image shows a worksheet titled 'PRUEBA INICIAL GRADO TERCERO' with three pattern-matching activities (a, b, c) and a corresponding interview transcript. Activity 'a' shows a sequence of triangles in box A and a box B with a missing triangle. Activity 'b' shows a sequence of shapes in box A and a box B with a missing shape. Activity 'c' shows a sequence of shapes in box A and a box B with a missing shape. The interview transcript on the right contains the following text:

DE: Entonces, yo quiero que me cuentes, aquí en la primera actividad, ¿me la lees, por favor?
EB: ¿la primera actividad? Observa las figuras del cuadro a, y encierra en un círculo la figura del cuadro b que tú crees que continúa en cada una de las secuencias.
DE: ¿Sabes qué es una secuencia?
EB: No.
DE: tú colocaste, tu marcaste esta, que es la que seguía ¿Por qué? ¿Por ué colocaste esta?
EB: porque esa iba ahí
DE: Y en otro ejercicio, ¿Qué hay acá?
EB: ¿La u? Un círculo, un triángulo y un cuadrado; un círculo, un triángulo y el cuadrado; un círculo, un triángulo y el cuadrado; un círculo
DE: ¿Qué iría acá?
EB: Émmm
DE: ¿qué colocaste?
EB: En triángulo, el triángulo
DE: ¿Por qué va el triángulo y no otro?
EB: Porque iba ahí y así
DE: ¿Iba qué?
EB: Iba siguiendo
DE: Iba siguiendo sí. Y en esta de abajo, ¿Qué había?
EB: Un triángulo, un triángulo pequeño y un cuadrado; Triángulo, triángulo pequeño, un cuadrado; triángulo, triángulo pequeño, un cuadrado; triángulo y triángulo pequeño y cuadrado
DE: y esta fue la que tú colocaste.
Si yo hubiera colocado otro triángulo aquí, ¿Si correspondería?
EB: No.
DE: ¿No? ¿Por qué?
EB: Porque no va ahí

Figura 40. Prueba inicial y entrevista EB actividad 1

La anterior actividad EB, la responde adecuadamente sin embargo, en la entrevista EB, expresa con dificultad el “ver” al ilustrar por medio de ejemplos las dos categorías de Mason el ver y decir, También se puede tener presente los criterios de este autor cuando refiere: “los alumnos con frecuencia encuentran muy difícil el moverse del ver al decir y su esfuerzo por decir lo que ellos ven necesita apoyo en cuanto al tiempo y a la aceptación de sus esfuerzos incompletos” (p.27).

Actividad 2



DE: En la actividad número dos. ¿Qué dice? ¿Me ayudas a leerlo?

EB: para cada situación dibuja las tres figuras siguientes y sobre la línea describe cómo están formadas cada una de las secuencias.

DE: Listo, entonces, tú colocaste; bueno, la secuencia estaba así: triángulo...

EB: círculo, triángulo; círculo, triángulo; círculo, triángulo; círculo, triángulo; círculo, triángulo; círculo, triángulo

DE: y ¿qué escribiste?

EB: Primero iba el cuadro, luego iba el círculo.

DE: o sea que está ¿Si iba ahí? ¿tú crees? ¿y luego esta? Listo. Miremos la b.

EB: Círculo, triángulo, triángulo; círculo, triángulo, triángulo; círculo, triángulo, triángulo; círculo, triángulo, triángulo, círculo, triángulo, triángulo; círculo

DE: ¿qué escribiste?

EB: primero va el círculo, luego iba el cuadrado.

DE: Bueno, mira, mira esta secuencia. ¿Tú ves algo diferente? ¿Qué algo cambio? Mírala un momento y me cuentas. No mires lo que escribiste, sino lo que está aquí arriba. Si ves algo diferente, algo raro

EB: sí

DE: Algo diferente, algo que cambie

EB: Es que acá hay uno pequeño y por acá hay dos; y acá hay dos y acá hay tres

DE: Y entonces aquí en esto ¿Qué sería? Esto que esta, si corresponde con esto

EB: No

DE: ¿Por qué?

EB:

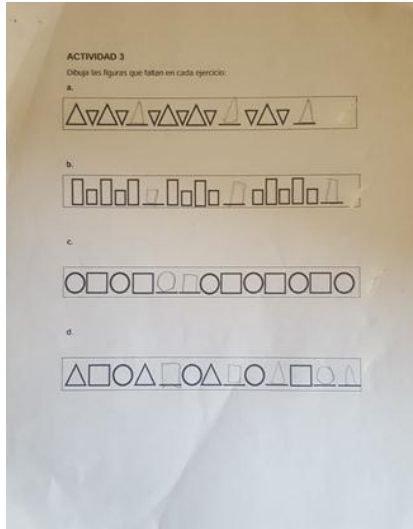
DE: Cuando tu hiciste la prueba ¿Te diste cuenta de eso?

EB: sí

Figura 41. Prueba inicial y entrevista EB actividad 2

Se puede observar que EB realiza la extensión del primer patrón adecuadamente y trata de describirlo a su manera, el segundo patrón lo dibuja incorrectamente y por supuesto la descripción también de manera incorrecta. En la entrevista se pudo ver a EB, Cuando hace su intento de mencionar la forma de identificar las características del patrón, por un lado no reconoce el nombre, del cuadrado, si reconoce el círculo y el triángulo, luego trata de describir el patrón en sus propias palabras para procurar darse a entender.

Actividad 3

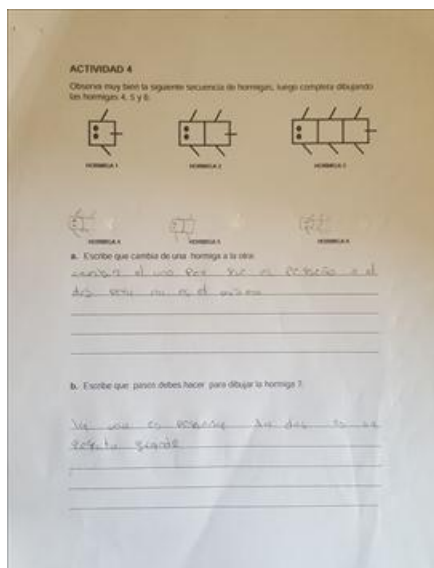


DE: Miremos la numero tres, ¿lee?
EB: dibuja las figuras que faltan en cada ejercicio
DE: Entonces ¿Qué hay acá?
EB: Un triángulo, volteado; triángulo, volteado; triángulo, volteado; triángulo, volteado; triángulo, volteado; triángulo, volteado; triángulo, volteado; triángulo
DE: Tu colocaste, ¿Cuáles hiciste?
EB: Este, este, este y este
DE: ¿Por qué colocaste este grande y no uno volteado como tu dijiste?
EB: porque ese no iba ahí, estaba mal.
DE: ¿Y este?
EB: Lo mismo
DE: ¿Y este?
EB: También
DE: ¿y acá? ¿Cómo es? Rectángulo
EB: sí rectángulo
DE: Rectángulo grande, llamémoslo así
EB: rectángulo grande, rectángulo pequeño; grande, pequeño; grande, pequeño; grande, pequeño; grande, pequeño; grande, pequeño; grande, pequeño; grande, pequeño; grande
DE: ¿Por qué colocaste? ¿Cuáles hiciste?
EB: Este, este y este
DE: ¿Esta va ahí?
EB: sí
DE: ¿Por qué?
EB: porque este empieza por uno y luego con uno pequeño
DE: o sea que ¿Cuál es la secuencia que está ahí? Grande...
EB: pequeño, grande, pequeño, grande y pequeño
DE: ¿Y acá?
EB: Grande, pequeño, grande, pequeño y grande
DE: ¿Ésta se parece a la anterior? Al ejercicio anterior de los triángulos, que había un triángulo, dos triángulos, tres triángulos ¿eso se parece a ese ejercicio?
EB: no
DE: este, ¿Qué es?
EB: un círculo, cuadrado; círculo, cuadrado, círculo, cuadrado; círculo, cuadrado; círculo, cuadrado; círculo, cuadrado; círculo, cuadrado; círculo, cuadrado...circulo
DE: ¿y cuáles hiciste? ¿por qué no haberlos colocado de esta forma y no de forma diferente? Aquí el cuadrado y aquí el círculo
EB: porque no iba el cuadrado
DE: ¿Cómo sería la secuencia?
EB: círculo, cuadrado, círculo, cuadrado, círculo ¿O sea que yo no las podía colocar inversas?, no, porque estaría mal
DE: Ahora ésta
EB: triángulo, triángulo, círculo, cuadrado; triángulo, triángulo, círculo, cuadrado emmm triángulo, triángulo, círculo, cuadrado, triángulo
DE: ¿Cuáles son las tuyas?
EB: esta, este y esta
DE: cuéntame, ¿Por qué esa ahí?
EB: ¿Por qué esa ahí?
DE: sí
EB: emmmm
DE: ¿Por qué un círculo y no un cuadrado?
EB: porque...no se

Figura 42. Prueba inicial y entrevista EB actividad 3

Esta actividad EB la realiza adecuadamente y en la entrevista: EB, trata de describir e identifica las secuencias geométricas planteadas y las responde utilizando sus propias palabras, identifica un patrón percibe y reconoce sus características, realiza adecuadamente la extensión del patrón, lo expresa con dificultad, según los criterios de Radford realiza una aproximación a la generalización al hacer la extrapolación de las figuras geométricas.

Actividad 4



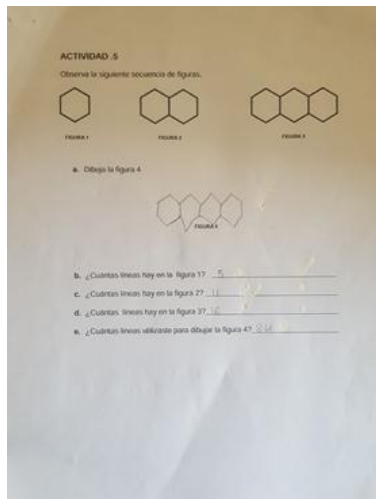
DE: cuéntame ¿cómo te fue con ese actividad “4 Léeme allí
EB: Observa muy bien las siguientes secuencias de hormigas. Luego completa dibujando las hormigas cuatro, cinco y seis
DE: entonces, hormiga uno...
EB: hormiga dos, hormiga tres
DE: tenías que hacer la cuatro, la cinco y la seis. Bueno, ¿Qué hiciste aquí?
EB: la hormiga tres
DE: ¿que le colocaste?
EB: ¿en el cuerpo?
DE: sí, en el cuerpo. ¿Cómo la hiciste?
EB: yo le hice los cuadros, las líneas, los ojos y la colita
DE: que hiciste en la cinco
EB: en la cinco, lo mismo, pero los cuadros me quedaron pequeños
DE: ¿hay la misma cantidad de cuadros en la cuatro y en la cinco?
EB: no
DE: ¿Qué cambia?
EB: solo faltaba...
DE: o sea ¿Cuántos cuadros hay en la hormiga cuatro?
EB: cuatro
DE: ¿y en la cinco?
EB: cinco
DE: y en la seis ¿Qué hiciste?
EB: hice lo mismo, las manos, los ojos y ese
DE: y ¿Cuántos cuadros de cuerpo hiciste?
EB: seis
DE: y ¿Por qué hiciste seis cuadros, cinco cuadros, cuatro cuadros y no en todas la misma cantidad?
EB: porque el número era indicar el número de cuadros, cuatro, cuatro cuadros, cinco, cinco cuadros y seis, seis cuadros
DE: bueno, ahora entonces, tú me dices que cambia del más pequeño por no ser el mismo, Me dijiste que colocaste el cuerpo de acuerdo al número que estaba indicado ¿cierto? Bueno. Escribe que pasos debes hacer para dibujas la hormiga siete. Si ya tu conocer la uno, la dos, la tres, la cuatro, la cinco, la seis. ¿Cómo le digo yo a otro niño, por ejemplo, haga la hormiga siete? ¿Qué haga que' ¿tú que le dirías? Sin dibujar
EB: le diría
DE: pues mira, ¿tu hiciste esta, cierto? Tu hiciste la hormiga seis: y dice ¿Qué paso debo hacer para hacer la hormiga siete? Entonces, tomo primero ¿Qué?
EB: ehhh un cuadrado, el otro hasta completar los siete. Luego, le hace las manos, los ojos y la boca
DE: ¿Cuántas manos tendría que colocar en esa hormiguita?
EB: ummm
DE: ¿le tenemos que colocar manos?
EB: sí
DE: ¿Cuántas le colocamos?
EB: cinco
DE: por el lado derecho, izquierdo ¿por los dos?
EB: Por los dos lados

Figura 43. Prueba inicial y entrevista EB actividad 4

En esta actividad a EB se le dificulta hacer extensión del patrón y de la misma manera registrar sus características al responder de forma incorrecta. Según el anterior corte de entrevista: EB, se le dificultan las palabras para expresar sus registros, no realizó las figuras siguientes de manera acertada y no tiene claro en el momento de la entrevista que “va creciendo, creciendo y creciendo más”, mostrando dificultad en el decir, habilidad que se le puede ir potenciando poco a poco, la maestra trata de hacerla entender el patrón por medio de la

mayéutica, pero es claro en EB, la necesidad de propiciar un mejor aprendizaje en las categorías de generalización de patrones propuestas.

Actividad 5



DE: Bueno. Actividad cinco. Ayúdame a leerla por favor

EB: observa la siguiente secuencia.

DE: secuencia

EB: secuencia de figuras

DE: figura uno, mírala bien; figura dos, figura tres y aquí te pidieron que hicieras la figura número cuatro. Entonces, ¿Cómo la hiciste?

EB: me quedo difícil hacerla.

DE: ¿conocías esta figura?

EB: sí, pero intenté hacerla con, dibujos, con punticos, pero no pude, me quedo así

DE: ¿bueno, y como la hiciste?

EB: la hice así

segui los pasos de acá. Así así. Me quedo todo raro ahí

DE: ¿Cuántos lados utilizaste de esa figura? ¿cuántas figuras? ¿cuántas figuras hiciste para hacer la figura cuatro?

EB: ahh la figura cuatro, veinticuatro

DE: veinticuatro, ¿de dónde? Cuéntame

EB: eh haca tocaba responder cuantos palitos dibujábamos

DE: entonces dice la primera pregunta ¿Cuántas líneas hay en la figura uno? ¿Cuántas figuras encontraste acá?

EB: cinco

DE: ¿Cuántas líneas hay en la figura dos?

DEB: once

DE: muéstrame ¿Cuáles encontraste? señálamelas

EB: esta, esta, esta, esta, esta y esta

DE: ¿cuántas líneas hay en la figura tres?

EB: dieciséis

DE: ¿y cuantas en la figura cuatro?

EB: veinticuatro.

DE: si yo quiero de pronto encontrar eh las figuras ¿las cuento? o hago otra cosa

EB: contar los palitos

DE: Listo. Entonces, ¿qué fue lo que te pareció difícil de ésta actividad?

EB: dibujarlos

DE: ¿Hacer esta forma?

EB: sí.

DE: y el resto ¿estaba fácil?

EB: sí, pero esta me quedó mal

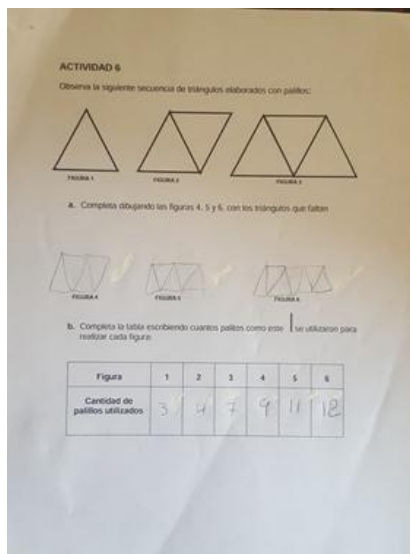
DE: ¿Cuál?

EB: esta y esta

Figura 44. Prueba inicial y entrevista EB actividad 5

En la actividad anterior EB, logra hacer por extensión la siguiente figura, pero en el momento del conteo de palitos se le dificulta. Según el anterior corte de entrevista: cuando EB, responde adecuadamente la actividad de reproducción de patrones, y lo extiende, su expresión verbal es muy pobre. Hace una pequeña extensión del patrón luego de hacer la práctica nuevamente con la profesora, aproximándose a una posible generalización.

Actividad 6



DE: Actividad seis. ¿Qué dice?

EB: Observa la siguiente secuencia... secuencia de triángulos elaborados con palillos

DE: La idea era que tú te imaginaras que este triangulito estaba hecho con palillos. ¿Los conoces? Entones, figura uno, figura dos y figura tres. ¿Qué te están pidiendo acá?

EB: Dibuja la figura cuatro, cinco y seis con los triángulos que faltan

DE: Entonces, te están diciendo, vamos a completar la figura número cuatro, la figura número cinco y la figura número seis con... con los triángulos que hacen falta. Entonces, todas las figuras están hechas con estas figuras que son triángulos, cierto. ¿Entonces, cuantos triángulos usaste en la figura cuatro?

EB: cuatro

DE: ¿Cuántos en la cinco?

EB: cinco

DE: ¿Cuántos en la seis?

EB: seis

DE: Muéstrame, ¿Cuantos triángulos hay en la que hiciste?

EB: ¿acá?

DE: No, en la figura seis

EB: un, dos, tres, cuatro, cinco y seis

DE: ¿Todos son triángulos, los que tú hiciste?

EB: si, triángulos

DE: Listo, y luego, ¿Qué te pidieron?

EB: Completa la tabla escribiendo cuantos palitos como es..te se utilizaron para realizar cada una figura.

DE: Listo, entonces, dice, de la figura uno

EB: tres

DE: ¿cuantos palitos utilizaste?

EB: tres

DE: figura dos

EB: mmm cinco, digo cuatro

DE: ¿Cuántos?

EB: cuatro

DE: ¿Tú colocaste cuatro? Pero, ¿tú ves ahí cuatro? Si quieres... no leas lo que colocaste sino lo que tu estas viendo ahorita ¿Cuántos en la figura dos?

EB: yo veo cinco

DE: ¿Cuántos hay en la figura tres? ¿Cuántos palitos ves? Si quieres colócale el dedito para que los vayas contando

EB: siete

DE: figura cuatro, ¿cuantos palitos?

EB: Nueve

DE: Figura cinco

EB: once

DE: figura seis

EB: doce

DE: ¿te pareció difícil esta actividad?

EB: un poquito

DE: ¿Por qué?

EB: porque no alcance a contar bien

DE: ¿Por qué crees que uno se equivoca cuando está contando?

EB: porque uno está muy afanado

DE: pero, ahora que la estás haciendo, ¿la ves fácil o difícil?

EB: un poquito fácil

DE: y ¿un poquito difícil? ¿Qué es lo poquito difícil?

EB: lo poquito difícil mmmm

Figura 45. Prueba inicial y entrevista EB actividad 6

En el momento en que EB completa la figura 4,5 y 6, reconoce cuál sigue, utiliza adecuadamente la identificación del patrón, intenta describirlo en sus propias palabras, pero se le dificulta, hace una aproximación a la generalización al extender un patrón. Pero EB, presenta dificultad al completar con cuantos palitos están elaboradas las figuras, en la entrevista logra contarlos adecuadamente a partir de la mayéutica utilizada por la maestra.

Actividad 7

ACTIVIDAD 7
 Observa la secuencia con cuadrados.

a. Completa las figuras que faltan en la posición 4 y 5

b. Completa en el cuadro la cantidad de palitos que se utilizaron para formar cada figura:

Figura	1	2	3	4	5
Cantidad de palitos utilizados	8	10	14	18	24

c. Escribe ¿Qué parte es la que cambia en la secuencia de figuras?
cambia que las otras son iguales como la uno

d. Observa muy bien y responde ¿De cuánto en cuánto está cambiando las figuras?
 ?

e. ¿Qué parte no está cambiando en las figuras?
 ?

DE: cuéntame la actividad número siete ¿Cómo la hiciste?

EB: ¿Qué? ¿Leo?

DE: sí

EB: Observa la secuencia con cuadrillos formados con palitos

DE: listo, mira la figura uno, mira la figura dos, mira la figura tres. Y ahora te pidieron que completaras las figuras en la tabla...

EB: cuatro y cinco

DE: cuatro y cinco. Entonces, ¿cuántos cuadrillos hiciste?

EB: cuatro

DE: ¿Cuántos hiciste en la figura cinco?

EB: cinco

DE: en la tabla tu escribiste que en la figura uno... cua., te está. te están preguntando: cantidad de palitos utilizados en la figura uno ¿Cuántos palitos viste?

EB: mmmmm

DE: en esta figura. Tu colocaste ocho ¿Cómo contaste los ocho?

EB: Uno, dos tres, cuatro, cinco, seis, siete y ocho.

DE: ¿te faltó alguno? ¿Sí? ¿te estás dando cuenta? Ahh que bien... ¿la figura dos? ¿Cuántos palitos contaste?

EB: uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve, diez, once y doce.

DE: listo, ¿figura tres?

EB: uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve, diez, once, doce, trece y catorce. Catorce.

DE: ujum, ¿figura cuatro?

EB: uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve, diez, once y doce

DE: ¿figura cinco?

EB: uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve, diez, once, doce, trece y catorce. Catorce.

DE: Listo. Te preguntaron aquí: escribe que parte es la que cambia en la secuencia de figuras. ¿Qué es lo que cambia de una secuencia a otra? ¿Qué te diste cuenta?

EB: ummm

DE: ¿algo cambio?

EB: ummmmm

DE: ¿o todas son iguales?

EB: ¿de cantidad?

DE: pues, te están preguntando que qué es lo que cambia de una secuencia, de una figura a otra. ¿tú que viste? ¿tú que colocaste ahí?

EB: cambia que en las otras son menores como la uno

DE: listo, entonces, ¿Qué viste ahí?

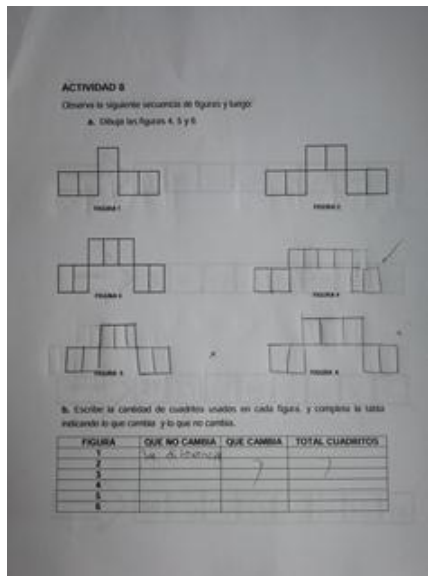
EB: pues, yo vi que la uno era menos que la dos, que la tres, que la cuatro, que la cinco

DE: o sea, ¿esta era la más pequeña de todas? La menor. Listo, miremos acá la otra: Observa muy bien y responde ¿de cuánto en cuánto están cambiando las figuras? De esta figura a esta figura ¿Qué cambio? Mira solo estas dos

Figura 46. Prueba inicial y entrevista EB actividad 7

En esta actividad EB, no realiza ningún ítem de manera correcta. En la entrevista la maestra trata de hacerle entender por medio de la mayéutica, sin embargo el EB, muestra un aprendizaje un poco más lento que requiere un proceso de refuerzo constante.

Actividad 8



DE: Observa las siguientes secuencias de figuras y luego dibuje las figuras cuatro, cinco y seis. Mira la figura uno, mira la figura, mira los cuadritos, mira cuantos cuadritos horizontales, cuantos verticales. Mira la figura dos. Mira la figura tres. Hasta aquí que son las dibujadas, dime si ves algo ¿Qué tienen en común, en que se diferencian, en que cambian?

EB: la diferencia entre la uno, entre la dos y la tres es que acá arriba solo hay uno, acá hay dos y acá hay tres.

DE: y aquí te pidieron, listo, que hicieras la figura cuatro, cinco y seis, aquí hiciste la figura cuatro, la figura cinco y la figura seis. ¿Algo cambio de las figuras que tu hiciste con las figuras que están aquí arriba?

EB: Si

DE: ¿Qué cambio?

EB: ahhh no

DE: ¿no cambio nada?

EB: no

DE: bueno, vamos acá

EB: escribe la cantidad de cuadritos usados en cada figura y completa la tabla indicando por qué cambia y lo que no cambia

DE: Listo entonces aquí en esta tablita tenías que poner que cambiaba y que no cambiaba. Entonces, en la figura uno ¿Qué no cambia?

EB: ¿la diferencia?

DE: ¿qué no cambia? ¿Algo cambió?

EB: No

DE: la figura dos, esta ¿qué cambió esta figura? de acuerdo a esta, tú me dijiste ahorita

EB: Acá faltaba un cuadro, esta se diferencia de esta porque acá tiene dos y acá tiene uno

DE: ¿Qué no cambia?

EB: Mm creo que estas

DE: En la figura tres ¿qué cambio? Esta figura tres de acuerdo a esta

EB: Porque esta tiene tres y acá dos

D: Listo ¿qué no cambio?

EB: Estos

DE: Figura cuatro ¿qué cambio de esta figura a la figura tres?

EB: Que acá hay cuatro, pero acá hay tres

DE: Cuéntame acá

EB: ¿Aquí?

DE: si

EB: Yo solo alcance a hacer tres

DE: ¿Pero iban cuantos?

EB: Cuatro

DE: Entonces ¿la diferencia entre esta y esta es de cuánto?

EB: Iguales

DE: ¿Que no cambio?

EB: ¿Cómo?

DE: ¿Qué no cambio?

EB: ¿De estos?

DE: Si

EB: Ehhhh este

DE: Listo, De esta figura ¿cuantos va?

EB: Cinco

DE: Y ¿qué cambio con esta?

EB: Que aquí hay cinco y aquí hay solo cuatro

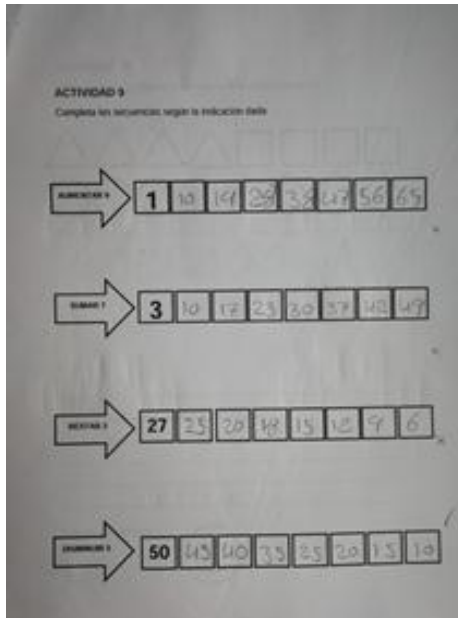
DE: ¿Y de la figura seis a la figura cinco?

EB: Que acá hay seis y acá hay cinco

Figura 47. Prueba inicial y entrevista EB actividad 8

Como se puede observar EB, no logra resolver la anterior actividad de manera correcta. En la entrevista la maestra trata de hacerle entender por medio de la mayéutica y encontrando avances, pero vuelve y recae en sus respuestas reafirmando un aprendizaje lento que requiere un proceso de refuerzo constante.

Actividad 9



DE: Listo. Actividad nueve.

EB: Completa las secuencias según la indicación

DE: La indicación dada

EB: Dada

DE: Te pidieron aumentar nueve ¿sabes que es aumentar?

EB: Aumentar es como...

DE: Bueno, empecemos desde acá, te dieron el número uno y te pidieron que aumentarás nueve. ¿Qué colocaste?

EB: Diez

DE: ¿Por qué diez?

EB: Porque...

DE: O sea cuando tu colocaste diez ¿qué contaste? ¿en qué pensaste? ¿Cómo sabías que aumentar nueve te iba a dar diez? ¿Cómo sacaste este número?

EB: Yo conté

DE: Si ¿Que colocaste acá?

EB: diecinueve, veintiocho, treinta y ocho, cuarenta y siete, cincuenta y seis, sesenta y cinco

DE: ¿de dónde sale cada número?

EB: ehhh

DE: de aquí a aquí aumentaste nueve. De aquí a aquí cuentas

EB: Mmm

DE: De diecinueve a veintiocho ¿cuántos hay? Si quieres cuenta con los dedos o en la mente. ¿Cuántos hay de diecinueve a veintiocho?

EB: Nueve

DE: Nueve, listo. ¿Y aquí hiciste lo mismo? ¿o sea que en todos estabas sumando cuánto?

EB: Nueve

DE: O sea ¿a este resultado le sumabas?

EB: Si

DE: ¿Y a este resultado le sumabas? Así con todos. Sumar siete y aumentar siete, ¿es lo mismo?

EB: mmm ¿es lo mismo?

DE: ¿es lo mismo, es diferente o es igual? ¿Qué dices tú?

EB: yo creo que si

DE: es lo mismo. Sumar siete, tienes tres, sumar siete, ¿cuánto te da?

EB: Diez

DE: Y estos números ¿cómo los sacaste? ¿Cómo hiciste?

EB: Sumando

DE: Que sumaste

EB: Mmm

DE: Por ejemplo, este de acá ¿qué le sumaste?

EB: Le sume siete

DE: O sea ¿diez más siete diecisiete? Y te dio esto

EB: Si

DE: Y a este resultado ¿qué le sumaste?

EB: Le sume siete

DE: Y te dio ¿este trece más siete nos da?

EB: Ehhh

DE: ¿Este de dónde salió?

EB: Mmmm

DE: Si, ¿qué sumaste?

EB: Mmm este

DE: ¿Podemos decir que todos estos salieron de sumar siete? Listo, vamos a este, cual es la indicación, restar

EB: Sí, tres

DE: De este número.

EB: Veintisiete menos tres

DE: ¿Que es restar? Leidy, Astrid

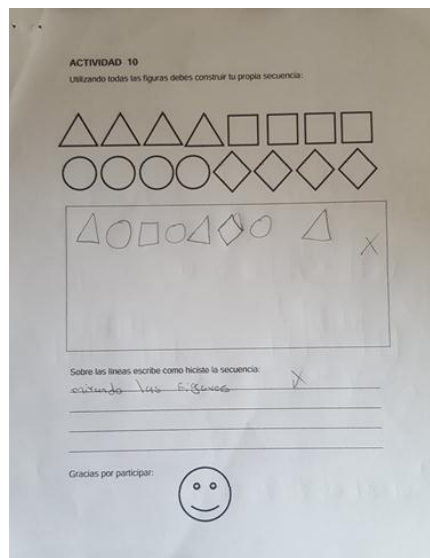
EB: Restar es

DE: Porque tú ahorita me dijiste que era esto, pero no me dijiste que es restar

Figura 48. Prueba inicial y entrevista EB actividad 9

En el anterior corte de entrevista se observa que el estudiante no reconoce los términos aumentar ni disminuir, se le dificulta sumar, cuando se le pide restar 5 lo hace adecuadamente, como se puede ver en la prueba solo hizo esta actividad bien y en la entrevista logró resolver correctamente la actividad.

Actividad 10



DE: Actividad #10. Bueno. Miremos este. ¿Te gusto esta?
EB: Si
DE: ¿Que tenías que hacer acá?
EB: Hacer figuras
DE: Utilizando todas las figuras debes construir tu propia secuencia. ¿Sabes que es una secuencia?
EB: No
DE: Entonces ¿qué figuras tenías acá?
EB: Triángulos, cuadrados, círculos
DE: ¿Sabes cómo se llaman?
Se llaman rombos, entonces, tenías que hacer una secuencia que tú la inventaras con esas figuras que colocaste acá
EB: Triangulo, circulo ehrr rombo cuadrado, ese si es el rombo, triangulo, circulo y otro circulo
DE: ¿Y estos de aquí abajo?
EB: También son triángulos
DE: Pero ¿cómo lo colocaste? ¿cómo lo armaste? ¿Qué colocaste cuéntame?
EB: Es que mmm yo puse esto; yo me afané porque mi mamá estaba...
DE: Por tiempo solo colocaste esto, pero cuéntame ¿qué colocaste? ¿qué figuras colocaste?
EB: Puse el triángulo, circulo, cuadrado, circulo, triángulo rombo y circulo
DE: Aquí yo veo un espacio ¿ibas a colocar algo ahí?
EB: Si, un rombo
DE: Ahh bueno
EB: No, no lo alcance a hacer
DE: ¿Esto es una secuencia?
EB: No, no sé
DE: Si, es una secuencia ¿Como la hiciste? ¿qué colocaste?
EB: Las figuras
DE: Y ahora que las estás viendo, las figuras, y que estás haciendo esto, ¿tú viste que en la prueba podías repetir dos veces una figura o tres veces una figura? Si, ¿tú lo hiciste repitiendo una figura?
EB: Si
DE: ¿O todos de a una solita como: Triangulo, circulo, rombo, cuadrado, rombo, cuadrado, circulo, rombo y circulo.
DE: Astrid muchas gracias por tu participación de toda la prueba ¿cuál fue el ejercicio que más te gustó?
EB: Me gusto la primera y la ultima
DE: ¿Ésta y hacer tu propia secuencia? ¿Cuál te pareció ms difícil de todos los ejercicios?
EB: La ...
DE: Yo voy pasando y tú vas recordado cual dijiste que estaba más complicada
EB: La más difícil
DE: Yo voy pasando las hojas y me dices esa, esa y esa
EB: Esa
DE: ¿Por qué?
EB: Porque yo no sabía que mi mamá me iba a pegar, entonces, cuando salí me regañaron
DE: Pero, ¿por qué fue difícil hacerlo?

Figura 49. Prueba inicial y entrevista EB actividad 10

La anterior actividad EB no logra realizarla correctamente, el patrón debía ser con 16 figuras y solo usa 8 las cuales no tienen un patrón a seguir, en el momento de registrar el patrón no lo logra. Según el anterior corte de entrevista: se le pide hacer el patrón con todas las figuras y solo lo hace con unas pocas, el decir no lo logra expresar verbalmente para hacerse entender dejando como conclusión que a este estudiante se le debe ayudar en cada una de las etapas del proceso de generalización de patrones.

7.2.4 Momento 4: Análisis desde la secuencia didáctica del grupo y en especial de los tres estudiantes seleccionados.

A continuación, se presentan las 6 sesiones mencionadas de la secuencia didáctica que el GI realizó desde la planeación e implementación, describirla detalladamente con el objetivo de mostrar el proceso que siguen los estudiantes de tercero de primaria del colegio Isla del sol, para desarrollar el pensamiento variacional a partir del reconocimiento de patrones y una aproximación a la generalización, desde la ruta hacia el álgebra que traza Mason para los docentes en aula; todo esto para que los estudiantes adquieran y afiancen la capacidad para detectar y expresar la generalidad:

...esta es una ruta hacia el álgebra porque tiene lugar en situaciones, acerca de la expresión de la generalidad, donde quiera que esta suceda, no importa que tan corto sea el tiempo que se le dedique a este trabajo en cada clase los alumnos pueden concientizarse de esta actividad fundamental y lograr algún progreso en este aspecto. Que está presente en el niño desde su nacimiento y desde su ingreso a la escuela (Mason et al., 1999, p.16).

Esta capacidad se debe potenciar pues según Mason, los estudiantes que adquieren la capacidad de generalizar llegan al álgebra con una mente completamente diferente que les permite manipular, desarrollar y factorizar viendo la expresión de generalidad hecha por alguien y no sólo como cálculos carentes de significado con letras que no tienen sentido.

Es necesario tener en cuenta que la capacidad para detectar y expresar la generalidad se logra mediante un proceso de vivencias y prácticas de aula, donde los estudiantes detecten patrones geométricos y numéricos, que los expresen de diferentes maneras, agrupando y ordenando, para que se vuelvan expertos en este tipo de la generalidad y así desarrollar capacidades mentales importantes.

En cada una de las sesiones de la secuencia se hizo énfasis con el material concreto, simbólico y abstracto para que el estudiante viviera una experiencia significativa, las secuencias están organizadas con su objetivo, el desarrollo y el seguimiento con el análisis de los momentos que marcaron cada secuencia, y analizados desde la praxis del grupo general enfatizado en momentos importantes para los estudiantes seleccionados de la siguiente manera:

7.2.4.1 Sesión 1: Patrones del diario vivir, patrones con el cuerpo.

Tabla 8. Secuencia de actividades sesión 1.

Objetivo:

Reconocer, plantear y resolver situaciones que en la vida cotidiana se reconocen como patrón.

Desarrollo:

Los desempeños esperados de un estudiante para esta situación didáctica son:

- Reconocer y plantear patrones que utiliza en el diario vivir.
- Participar en la actividad de patrones con movimientos del cuerpo.
- Realizar registros verbales y escritos de tal manera que pueda ver, decir, registrar y probar sus patrones creados.
- Completar una guía con secuencias realizadas con el cuerpo donde ve, describe, registra y prueba sus creaciones.

Seguimiento:

Se pidió a los estudiantes que hicieran el registro escrito de todas las actividades realizadas en clase, y explicaran a otros compañeros lo que hicieron de tal manera que otros puedan describir su experiencia junto con una socialización de sus trabajos.

1. Se dio inicio a la actividad con un juego donde los estudiantes mencionan su patrón del diario vivir dando como preámbulo el ejemplo en el tablero: patrón: ciclo de la vida: nace, crece, se reproduce y muere.
2. Jornada diaria: me levanto, tiendo la cama, me baño, desayuno...etc... Se solicita a los estudiantes que
3. escriban su jornada diaria por pasos cómo el ejemplo dado en el tablero. A medida que van terminando van exponiendo su patrón. Continúa, el siguiente estudiante.
4. Patrón ¿Cómo me baño?: ...los estudiantes describen el patrón a seguir en el baño, van terminando van exponiendo su patrón. Poco a poco se les va dando el concepto de patrón dependiendo de la actividad propuesta: “Un patrón es una secuencia que se repite a lo largo del tiempo”
5. Siguiente patrón: ¿cómo realizar el cepillado de los dientes?, cuando van terminando los estudiantes exponen su patrón.
6. Patrones con el cuerpo: estando los estudiantes de pie y lejos de sus escritorios. Se inició la dinámica “la batalla del calentamiento”. Con una descripción en el tablero mediante letras mayúsculas del alfabeto así:
 - AA: representa movimiento de los pies,
 - BB: representa saludo al capitán CC: representan las manos,
 - DD: representan los pies,
 - EE: representa media vuelta,
 - FF: representa vuelta entera,
 - GG: representa saltos. Al finalizar la dinámica se pidió que copiaran una serie de movimientos a partir de la descripción en el tablero así:



Figura 50. Patrones para el diario vivir

- AA: aplauso dos veces.
- AAA: aplauso tres veces.
- BB: a los chasquidos chasquear los dedos dos veces,
- BBB: chasquear los dedos tres veces.

Se explicó el concepto de P a partir de todos los ejemplos vistos, cuando todo el grupo lo logró, se continuó con otro movimiento a la secuencia: las palmas sobre los pies en series de a dos, se agregó en el tablero CC refiriendo a los pies.

Se repitieron los movimientos alternadamente, se agregó un salto, luego saltó en un pie. Tres veces rápido, tres veces lento, saltando dos veces y saltando en un pie, luego posición 1 un paso a la derecha y una palmada al frente, posición dos un paso a la izquierda, una palmada atrás, posición 3 un paso adelante y una palmada arriba a continuación, se dio un espacio para que los estudiantes en grupos crearán sus propios patrones.

Se organizan los estudiantes para que diseñen sus patrones en el cuaderno a partir de letras para luego exponerlos a sus compañeros y presentar sus secuencias con el grupo, este es el momento en que se da para la creatividad e imaginación de los estudiantes posibilitando la observación de lo que cambia, lo que no cambia lo variante y lo invariante. En esta actividad los estudiantes ya tenían claro el ver, el decir el registrar y el probar, lo cual ayudaba a la agilidad para dejar las respectivas evidencias de registro de los patrones en sus cuadernos.



Figura 51. Invención de un patrón utilizando gestos y movimientos del cuerpo.

Análisis sesión 1.

Como se pudo evidenciar en la anterior actividad, se hizo un reconocimiento de los patrones del diario vivir, como introducción y reconocimiento de patrones. Los estudiantes empiezan con las primeras prácticas para realizar registros tanto verbales como escritos, de tal manera que cada uno de los estudiantes pudo ver un patrón desde su propia experiencia, expresarlo verbalmente y registrarlo, el hecho de probarlo ya era una realidad para ellos, sin embargo, en sus mentes pasaba la idea de reconocer que el otro tiene unos patrones del diario vivir semejantes. Según Mason (1999) en la categoría del ver: “Desde una edad temprana los niños pueden apreciar que hay relaciones que son la base de muchas relaciones de su vida, y que la controlan gran parte” (p.42).

En cuanto a la actividad de patrones con movimientos del cuerpo, les impactó, pues es uno de sus hobbies favoritos como la música y el movimiento, en el momento de registrar sus patrones como creaciones propias de los estudiantes, lo realizaron con mucho entusiasmo ya que deseaban lograr la atención del grupo en cuanto su presentación artística de movimientos, los registros los hicieron simbólicamente representando con letras cada movimiento, pero para poder entender cada patrón se hizo necesario indagar en muchos casos ¿qué significa esto?: Ejemplo AAA: ellos contestaban pues son tres palmas, se les solicitó aclarar en el registro lo que eso representaba. Según Mason: “Registrar puede involucrar una variedad de formatos. Fue un proceso de refuerzo para poder lograrlo” (p.23)

E: luego nosotros trabajamos una actividad de las secuencias
E.A: sí... hicimos una secuencia, primero hice un dibujo donde hacíamos tres palmadas después, tres palmadas a la cabeza, luego, tres palmadas en el abdomen y tres trotes.
D.E: y ¿la quieres hacer? ¿Puedes hacerla otra vez? ¿Cómo fue? y me la vas contado como la hiciste
E.A: primero hice tres palmadas, (uno, dos y tres), después hice tres palmadas en la cabeza (uno, dos, tres), luego hice con mi abdomen (uno, dos y tres) y con los pies (un dos tres).
D.E: ¿tú crees que esa canción muestra una secuencia?
E.A: sí
D.E: ¿cuál?
E.A: ehh... primero hacíamos, ehh... Levantábamos las manos, después los pulgares, movíamos la cabeza y la cola y los pies
D.E: ¿Qué es una secuencia para ti?
E.A: emm... Como una serie de patrones que se repiten
D.E: y ¿Qué es un patrón?
E.A: ummm... un patrón...es como tres figuras que se repiten seguidamente.

Figura 52. Entrevista luego de aplicación secuencia 1al EA.

En la siguiente entrevista se evidencian los patrones realizados por el grupo del estudiante de nivel alto (es bueno aclarar que la secuencia se realiza por grupos de estudiantes).

El EA, tuvo la posibilidad de practicar la construcción de un patrón, su cuerpo fue la mejor herramienta para seguir su secuencia, interiorizó y el uno, dos, tres, fueron parte de ese patrón numérico, sus gestos permitieron expresar dicho patrón, teniendo en cuenta las categorías de Mason y las preguntas realizadas dentro de la entrevista, se observa que en cuanto al ver y reproducir un patrón, en cuanto al decir su expresión corporal y gestual muestran seguridad, se

evidencia que el estudiante identifica un patrón y una secuencia, dando el concepto desde su propia experiencia, se expresa, mediante el lenguaje simbólico, argumenta sus experiencias vividas y le permiten narrar adecuadamente lo que desea comunicar, muestra el ver, decir, probar y registrar. Según Mason: “registrar puede involucrar una variedad de formatos. Por ejemplo, dibujos apoyados con palabras, la mayor parte palabras y algunos símbolos” (p.23).

7.2.4.2 Sesión 2: Actividad ¿Cuál sigue?

Tabla 9. Secuencia de actividades sesión 2.

<p>Objetivo. Describir y representar los aspectos que cambian y permanecen constantes en secuencias y en otras situaciones de variación.</p> <p>Desarrollo. Los desempeños esperados de un estudiante para esta situación didáctica son:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Encontrar qué figura sigue en una secuencia, cuál falta, describirla por color, forma y tamaño. • Realizar sus propias descripciones de los patrones creados a partir del dibujo y la exposición a sus compañeros. • Descubrir el concepto de patrones a partir de las experiencias vividas. • Realizar diferentes secuencias de patrones geométricos encontrados en bloques lógicos de todas las formas, colores y tamaños, luego exponerlas a sus compañeros de forma oral y escrita en las que se evidencian los patrones de reproducción, repetición e identificación. <p>Seguimiento. En el diálogo de introducción se les explicó a los estudiantes que cambien las palmas y las rutinas del diario vivir por las figuras geométricas que podrán intercambiar y formar sus propias secuencias, para que los compañeros adivinen ¿cuál sigue?, la organización para la actividad fue en equipos de trabajo con cuatro estudiantes. Se les entregaron bloques lógicos de colores y de diferentes figuras, se dejaron algunos minutos para que jugaran libremente. Luego se dejó un tiempo para que cada estudiante pudiera realizar una secuencia que expone la profesora en el tablero. En concreto la primera actividad corresponde al patrón de reproducción, es decir, los estudiantes reproducen la secuencia “círculo, triángulo cuadrado, luego realizaron sus propias creaciones por repetición, las explicaron de forma verbal, para preguntar a sus compañeros cuál figura seguía. Se presentaron ejemplos en el tablero donde variaban tres atributos y uno se mantenía fijo, cuatro elementos iniciales de la seriación, y se les proponía continuar colocando aquellos elementos que seguían luego de los cuatro presentados. Se les dio tiempo de formar sus propios patrones y que los compañeros les adivinaran ¿cuál sigue? terminadas las secuencias los estudiantes realizaban exposición a sus compañeros y las registraban en sus guías de trabajo</p>

Análisis sesión 2.

En esta actividad los estudiantes hacen uso de su creatividad con sus propios patrones, se gastó más tiempo del programado incluso se adaptó otra secuencia del mismo estilo, pues los estudiantes empiezan a mostrar dificultad en el “ver un patrón”, para muchos en este momento

todo es un patrón y realizan creaciones no solicitadas en la actividad. Fue necesario volverlos a encaminar y explicarles nuevamente la coherencia de un patrón, si se repiten o no se repiten de manera coherente las figuras geométricas utilizadas, lo mismo ocurre al realizar sus registros, les cuesta describirlos, aún no se familiariza muy bien con los conceptos de secuencia y figuras geométricas, dadas ciertas características como, nombre de cada una de ellas, el color no lo tienen en cuenta ni el tamaño, pero poco a poco con la práctica y la asesoría van ganando experiencia para hacer sus registros de forma adecuada.

Se orientaron a registrar sus patrones a partir de preguntas como: ¿qué es lo que está cambiando?, ¿qué cambia y qué no cambia en estos ejemplos?, es decir, ¿qué es lo mismo y que es distinto en ellas?, estas preguntas los hacen analizar, pensar, escribir y reescribir sus registros hasta hacerlo adecuadamente de tal manera que se hagan entender.

Aunque a unos estudiantes se les facilita a otros se les dificulta según sus procesos. Según Mason (1999) “esto es un buen entrenamiento de la mente” (p.30).

En el siguiente corte de entrevista se puede evidenciar resaltado en azul, parte de las falencias, desorden de ideas al crear, describir y registrar un patrón por parte del estudiante nivel medio:

D.E: ok. Y tú me puedes... tu acá describiste. Cuéntame ¿Cómo fue la primera secuencia? Lee la primera secuencia

E.M: empezamos haciendo dos triángulos grandes después, dos medianos después, dos grandes, cuatro pequeños, dos cuadrados, dos paralelos. estas figuras.... ¡ya! son dos paralelos

D.E: y ¿la puedes hacer con las figuras?

E.M: ahh... ¡Pere! estas figuras las estábamos haciendo con figuras rojas y figuras amarillas. Pero, al revés

Figura 53. Entrevista luego de aplicación secuencia 2 EM.

7.2.4.3 Sesión 3: ¿Cuál sigue? ¿Cuál falta?

Tabla 10. Secuencia de actividades sesión 3.

Objetivo

Reconocer los términos que siguen o faltan dentro de una secuencia a partir de un patrón previamente determinado.

Desarrollo.

Los desempeños esperados de un estudiante para esta situación didáctica son:

- Trabajar en equipo en la descripción de secuencias.
- Realizar descripción verbal y escrita de los ejercicios de la clase anterior.
- Hacer ejercicios de extrapolación y extensión de patrones.
- Describir los ejercicios de extrapolación y extensión.
- Realizar diferentes secuencias de patrones geométricos encontrados en bloques lógicos de todas las formas, colores y tamaños, luego exponerlas a sus compañeros de forma verbal y escrita en las que se evidencian los patrones por extensión y extrapolación.

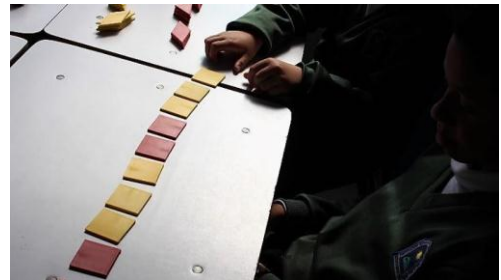


Figura 54. Ejercicio de extrapolación y extensión de patrones.

Seguimiento

Esta actividad es divertida para los estudiantes, se continúa trabajando por equipos, los estudiantes no se cansan en la creación de un patrón, por tanto, para continuar el proceso se coloca una secuencia de figuras en el tablero, dejando unos espacios para que los estudiantes comenten cual figura hace falta para lograr la extrapolación en figuras geométricas, los estudiantes continúan realizando sus propias creaciones de extrapolación y hacen extensión de patrones al completar una serie. Participaron en el juego con sus compañeros ¿cuál sigue?, ¿cuál falta? y ¿cuál es la ficha debemos colocar en cierta posición que conserve la secuencia establecida? Se pidió a los estudiantes que hicieran exposición de los patrones y realizarán un registro escrito de todas sus secuencias, también se pidió a los estudiantes que expliquen a sus compañeros lo que hicieron y cómo lo hicieron, de tal manera que otros puedan hacer los registros escritos.

Para el cierre se entregó una guía en la cual encontraron dos ejercicios de las representaciones de secuencias para ser desarrollada, también debían escribir debajo de cada una cómo la desarrollaron.

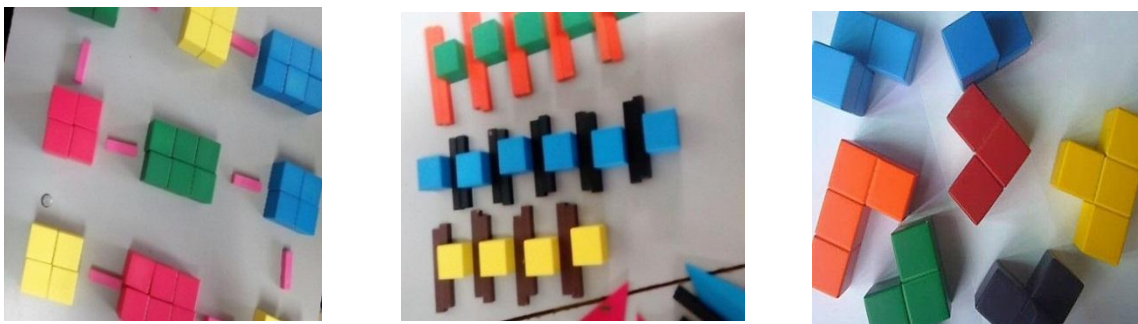


Figura 55. Ejercicio de extrapolación y extensión de patrones con material concreto.

Análisis sesión 3.

En esta actividad con patrones permiten varias acciones como descubrir, reproducir, crear, determinar la regla de formación. De esta manera se cumple con la teoría de Mason: ver, decir, probar y registrar los patrones, los estudiantes dieron pequeños saltos hacia una aproximación a la generalización al extrapolar un patrón y al extenderlo con triángulos, cuadrados, rombos, describirla y encontrar la estructura del patrón, luego de aprender a realizar un registro con diferentes prácticas de descripciones verbales y escritas. Han experimentado en la clasificación de patrones de repetición, al repetir una secuencia de figuras geométricas alternadamente, patrones de reproducción, al reproducir un patrón dado, patrones de identificación al reconocimiento de semejanzas, diferencias y rasgos dados, hacen ejercicios de extrapolación y extensión de sus propias creaciones de patrones geométricos, en bloques lógicos de forma, color y tamaño.

El ejercicio de exponer los patrones a sus compañeros de forma verbal es a manera de discusión que ayuda mucho a ver entre ellos mismos las falencias encontradas en cada patrón, cuando se deciden a exponerlo al docente lo hacen ya seguros de lo que están hablando. Se evidenció como verdad según Mason: “con la experiencia, de asociarse en parejas para discutir las observaciones y percepciones, los alumnos estarán en capacidad de trabajar juntos durante períodos más largos sin que se distraigan o interrumpen a los demás” (Mason et al., 1999, p.22).

La siguiente entrevista evidencia los patrones realizados por el grupo del estudiante de nivel medio en el ver un patrón, decir, registrar y probar:

D.E: ósea, la secuencia ¿Qué tiene ahí? ¿Qué me estas mostrando? ¿Qué sube qué?

E.M: ósea, sube de color y sube también como si fuera una escalerita y como una secuencia, así como una subiendo y la otra bajando

D.E: ósea. ¿en el primero cuantos cuadritos tienes?

E.M: uno

D.E: y ¿vas aumentando de a cuantos?

E.M: de a dos, de a tres, de a cuatro, de a cinco, de a seis

D.E: ¿aumentas de a dos? O ¿en la siguiente van dos?

E.M: emm. cuando se aumentan, como de a diferente. Uno va contando, contado y va aumentando

D.E: ok. Vas agregando ¿sí? Si tú me dices que esto es una secuencia ¿esto sería una secuencia de color, tamaño o de forma?

E.M: de color y tamaño

D.E: ¿por qué?

E.M: porque, emm... por... que de color va cambiando de color y de tamaño por esto (señala la secuencia) porque va creciendo

D.E: y ¿Cuánto crece?

E.M: cuanto crece. Emm...crece hasta diez

D.E: ¿y en que empieza?

E.M: en uno

D.E: ¿esto te pareció fácil o difícil?

E.M: esta me pareció fácil

Figura 56. Entrevista luego de aplicación secuencia 3

Observamos que el estudiante nivel medio aún presenta dificultad de expresión verbal para describir su patrón, sin embargo, hace uso de su lenguaje, para argumentar, definir y categorizar figuras. Sigue el patrón, lo verbaliza, relaciona formas, colores y tamaños. En esta situación podemos ratificar las palabras de Mason (1999): “los alumnos con frecuencia encuentran muy difícil el moverse del ver al decir y su esfuerzo por decir lo que ellos ven necesita apoyo en cuanto al tiempo y a la aceptación de sus esfuerzos incompletos” (p.21).

7.2.4.4. Sesión 4: “Creando y describiendo patrones numéricos”

Tabla 11. Secuencia de actividades sesión 4.

Objetivo.

Construir secuencias numéricas, utilizando seriaciones de números.

Desarrollo.

Los desempeños esperados de un estudiante para esta situación didáctica son:

- Realizar sus propios patrones numéricos.
- Describir sus propios patrones numéricos.
- Realizar registros verbales y escritos de sus patrones.
- Realizar diferentes secuencias de patrones numéricos y exponerlas a sus compañeros, con sus registros escritos en las que se evidencian



Figura 57. Ejercicio secuencia numérica.

los patrones por repetición, reproducción, identificación, extensión y extrapolación.

Seguimiento.

En esta sesión se continúa trabajando por equipos, se comentó a los estudiantes que ahora se va a trabajar con las tarjetas numéricas, se hizo un diálogo sobre la utilidad de dichas tarjetas y se animaron a participar mediante las siguientes preguntas: ¿para qué actividades las podríamos utilizar?, los estudiantes responden muchas cosas como para jugar concéntrese, para puntajes, etc., a la pregunta ¿qué podríamos aprender con ellas? contestaron para sumar, para escribir números, ¿podríamos usarlas para representar números? la respuesta de los estudiantes fue sí!

Se entregó a los estudiantes fichas con los números del cero al nueve y se les dejó tiempo para que jugaran libremente, luego se les preguntó ¿qué hicieron? ¿cómo lo hicieron? Enseguida, se colocaron los números por secuencia ascendente y descendente del 0 al 9 en el tablero para que iniciaran sus secuencias con las fichas, se pidió mirar al tablero primero. Hubo la necesidad de explicar que es ascendente y que es descendente, luego a partir del ejemplo lo hicieron con las fichas en sus puestos. Cada estudiante debía verbalizar sus propias secuencias de cómo están elaboradas, probar que sus compañeros las tengan bien ordenadas y registrarlas en el cuaderno.

A continuación, se dieron instrucciones claras para que empezaran a construir diferentes secuencias numéricas de tal manera que el estudiante la observe, la describa, la registre y la pruebe. Fue un trabajo con mucho agrado por la novedad de las fichas, se dio paso a la socialización de secuencias donde describen y explican sus secuencias y las de sus compañeros diciendo: ¿qué cambia?, ¿qué no cambia?, ¿de cuánto en cuánto cambia?, si ¿es ascendente? o ¿descendente?

Se solicitó a un estudiante que alcanzara sus tarjetas numéricas y se pegaron en el tablero para luego preguntar a todos, señalando una y a continuación la otra: ¿de cuánto en cuánto? ¿aumentan o disminuyen?, invitando a tres niñas a pegar otras tarjetas en el tablero y se preguntaba a los demás de cuánto en cuánto van aumentando o disminuyendo los números a lo que los estudiantes contestan acertadamente.

Para finalizar se hace la pregunta ¿qué es un patrón aditivo?, ¿creen que las tarjetas nos ayudarán a formar un patrón aditivo? Se utilizan tarjetas numéricas para descubrir la regla de formación de patrones aditivos crecientes; observando al tablero encuentran la siguiente situación problema:

Se solicitó a un estudiante que alcanzara sus tarjetas numéricas y se pegaron en el tablero para luego preguntar a todos, señalando una y a continuación la otra: ¿de cuánto en cuánto? ¿aumentan o disminuyen?, invitando a tres niñas a pegar otras tarjetas en el tablero y se preguntaba a los demás de cuánto en cuánto van aumentando o disminuyendo los números a lo que los estudiantes contestan acertadamente.

Para finalizar se hace la pregunta ¿qué es un patrón aditivo?, ¿creen que las tarjetas nos ayudarán a formar un patrón aditivo? Se utilizan tarjetas numéricas para descubrir la regla de formación de patrones aditivos crecientes; observando al tablero encuentran la siguiente situación problema:

Carla y sus amigos juegan con las tarjetas formando patrones. Uno de ellos desea colocar las tarjetas del último número, pero no sabe cuál continúa.

3 2 4 2 5 2 6 2

¿Qué número continúa en el patrón?

□ □

Figura 58. Ejercicios con patrones numéricos

Para que los estudiantes comprendieran la situación se realizaron estas preguntas: ¿de qué trata?, ¿qué deben hacer?, ¿qué números observan?, ¿van en aumento o disminuyen? Algunos estudiantes comprenden más rápido y responden por todos, luego al volver a preguntar de forma individual responden adecuadamente, excepto algunos que no están atentos.

Se pidió que en parejas compartan sus respuestas y en sus cuadernos realizaran sus registros, también se propuso que descubrieran el número que continúa haciendo la respectiva secuencia con las fichas, luego registrar los números siguientes haciendo extensión del patrón. La maestra pasa por todos los grupos constantemente para

poder guiarlos mientras resuelven y exponen de forma verbal sus trabajos, es ahí donde hacen generalización del patrón mediante extensión y extrapolación. Cuando la maestra escucha las exposiciones con la táctica en la que faltaba unas fichas de la secuencia planteada. Terminadas las exposiciones de todos los equipos se colocó la siguiente secuencia en el tablero:

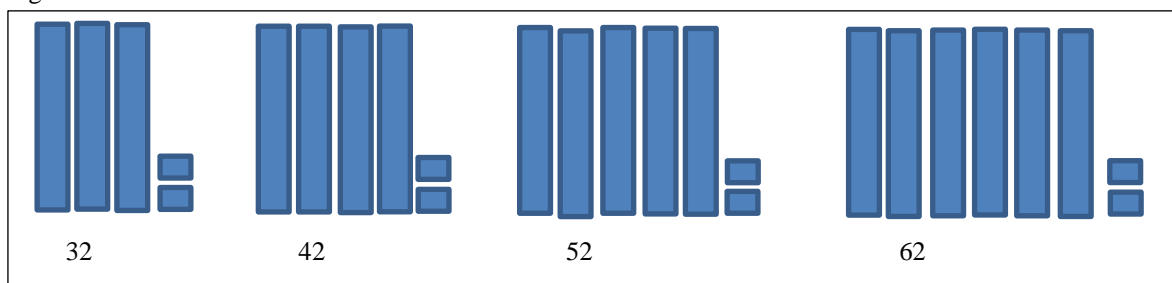


Figura 59. Ejercicios con patrones numéricos y material concreto

Luego de hacer la representación, se formularon las siguientes preguntas: Del 32 al 42, ¿las cantidades aumentan o disminuyen?, ¿cuánto?; ¿del 42 al 52?; ¿y del 52 al 62?; ¿la cantidad que aumenta es la misma entre todas las cantidades? Algunos estudiantes iban contestando, a la par con las preguntas, se les pidió comprobarlo a partir de la elaboración del patrón con sus propias fichas.

Finalizado el trabajo en equipos se solicita que un representante de cada grupo mencione qué número continúa en el patrón y explique cómo lo descubrieron, se solicita a cada equipo hacer la exposición verbalizando como está hecho su patrón; mientras que la maestra les va haciendo las siguientes preguntas grupo a grupo seguida de la exposición por parte de los estudiantes: ¿es ascendente, descendente? ¿de cuánto en cuanto aumenta?, ¿de cuánto en cuanto disminuye?, ¿es aditivo o diminutivo?

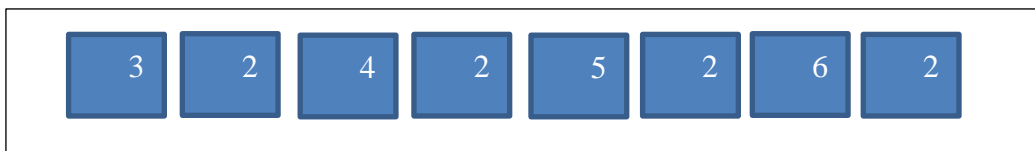


Figura 60. Ejercicios con patrones numéricos y material concreto

A continuación, se les solicita que sigan completando el patrón aditivo representándolo con sus tarjetas hasta llegar lo más cerca posible de 100. Deberían hacerlo de esta manera 32, 42, 52, 62, 72, 82, 92, en el recorrido, la docente va preguntando por grupos: si continuaras completando el patrón, ¿cuántas cifras tendría el siguiente número?, ¿por qué? los estudiantes tuvieron la oportunidad de reflexionar respecto a los procesos y estrategias que siguieron para resolver la situación, se plantearon las siguientes preguntas: ¿cómo hallaron el número que faltaba en el patrón?, ¿que tuvieron que hacer?, ¿fueron útiles las tarjetas numéricas?, ¿de qué manera?, ¿cómo hallaron la regla de formación?, ¿habrá otras formas de hallarla?, ¿cuáles?; mientras en el tablero se colocaban series como las siguientes: 65, 70, 75, 85, 90, 95 otra: 19, 28, 37, 46, 55, 64.

Poco a poco los estudiantes practicaban en plantear otras situaciones, se les dio el tiempo suficiente para que con sus tarjetas numéricas elaboraran sus propios patrones que por lo general fueron aditivo ascendentes y descendentes, luego de registrarlos en sus cuadernos, se pidió que hicieran el registro escrito de todas sus secuencias y que explicaran a otros estudiantes lo que hicieron y como lo hicieron de tal manera que otros hicieran los registros escritos.

Al finalizar se propició un diálogo sobre las actividades desarrolladas con base en las siguientes preguntas: ¿qué hicimos hoy?, ¿les gustó?, ¿por qué?, ¿alguien me puede recordar ¿qué es un patrón aditivo?; ¿creen que les será útil lo aprendido?, ¿por qué motivos?; ¿en qué situaciones de la vida cotidiana podemos apreciar patrones aditivos?

Se felicitó a todos los estudiantes por su participación, por su trabajo excelente el cual mejoró totalmente incluso su disciplina, su participación, su interés por el trabajo en clase.

Análisis sesión 4.

En esta actividad la socialización de trabajos y registros fue también muy exitosa. Se les da oportunidad a los estudiantes de crear diferentes secuencias numéricas, las describen, realizan sus propios registros tanto verbales como escritos de sus patrones elaborados, y los exponen a sus compañeros ya de manera más fluida, con evidencias de los patrones por repetición, reproducción, identificación, extensión y extrapolación con números.

En el siguiente corte de entrevista durante la sesión al estudiante nivel alto, se puede evidenciar que ha realizado varias prácticas con patrones numéricos, sigue las etapas para la generalización de patrones en el ver, decir, probar, registrar, según Radford se acerca a una aproximación de la generalización al realizar extrapolación y extensión con patrones numéricos.

Según Radford (2010), “la generalización es referida a un nivel elemental. La indeterminación no alcanza el nivel de enunciación, es decir, está expresada en acciones concretas aplicadas a números” (p.196). Observando las dificultades de los estudiantes en la prueba inicial hasta llegar a la secuencia didáctica numérica se hacen visibles las palabras de Radford: “se puede facilitar la transición de la aritmética al álgebra, dadas las dificultades y los errores que tienen los alumnos en Álgebra, como consecuencia de un tratamiento insuficiente de lo aritmético y lo numérico en la educación primaria” (p.23).

En el siguiente corte de entrevista el estudiante de nivel alto da muestra de todos los procesos según las respuestas resaltadas:

DE: muy bonito ¿y allá?
EA: Este es un patrón casi lo mismo porque aumenta mira: 4-8-12-16-20 y aquí se repite: 4-8-
DE: ¿después del 8 cuál seguiría?
EA: 12
DE: y ¿este como sería?
EA: este ya disminuye: 90-85-80-75-70
DE: ósea que disminuye de cuanto en cuanto
EA: de 5 en 5
DE: usch que bueno (señalando el 70) y acá por ejemplo ¿cuál seguirá?
EA: 65
DE: y acá este ¿cómo es?
EA: este disminuye de 2 en 2, 90-88-86-84
DE: ¿cuál seguiría acá (señalando el número 84) después del 84?
EA: 82
DE:(recoge una cantidad de fichas) Voy a hacer acá una cosita, voy a coger estos. Miremos la secuencia: ¿Aumenta o disminuye?
EA: Aumenta
DE: ¿de cuánto en cuanto?
EA: de 3 en 3; entonces empezamos acá en primer número sería: 3-6-9-12
DE:(previamente había recogido la ficha 15) Aquí ¿cuál falta?
EA:15
DE: perfecto y en esta secuencia ¿cómo va?
EA: 4,8
DE: (previamente había recogido la ficha 12) ¿Cuál falta?
EA: se turba (pone la mirada profunda mentira haciendo un cálculo) el 12
DE: ¿Cuál sigue?
EA: Seguiría el 12
DE: y la siguiente secuencia ¿cómo sería?
EA: a-e disminuye. 90-85
DE: (previamente había recogido la ficha 80) y aquí ¿cuál sigue? Señalando con el dedo el espacio vacío.
EA: 80
DE: previamente había recogido la ficha 75) y ¿cuál sigue? Señalando el espacio vacío de la secuencia.
EA:75

Figura 61. Entrevista luego de aplicación secuencia 4 al EA.

En la anterior entrevista se puede evidenciar el decir del estudiante, según Mason (1999) “Decir puede tener lugar tanto en voz alta, a otras personas, como en palabras que se dicen en la mente” (p.21), también en la secuencia didáctica se observó para este proceso de patrones numéricos, cómo los tres estudiantes seleccionados y el grupo en general muestran ese trabajo de la mente, al contar de manera ascendente y descendente, el buscar un número en extrapolación, el modo de contar con la mente y tener una respuesta rápida o contar en silencio, haciendo cuenta con los dedos. Son procesos necesarios para abordarlos niño a niño para que realicen todas las prácticas de conteo y obtener habilidades que son esenciales para el futuro. Según Mason et al., 1999: “Las palabras son un medio necesario en esta segunda etapa ya que éstas son el centro de la forma como pensamos” (p.43)

En esta actividad los estudiantes hicieron cálculos, pero también se dieron cuenta de cómo con solo nueve números se pueden hacer mil representaciones de los números, aprendieron y practicaron significativamente los patrones ascendentes y descendentes que no traían claros, lo mismo que disminuir y aumentar. Descubrieron que las series son las mismas tablas de multiplicar, que aumentar era sumar y si esa cantidad se repetía varias veces se constituía en un patrón. Según Mason et al., 1999: “cuando la generalidad ha sido expresada en palabras, el siguiente paso es hacer un registro escrito” (p.43)

Se observó también dificultad en los estudiantes llegar a este punto, pero luego de practicar lo lograron, al respecto, Mason et al., 1999 dice: “Lograr que los alumnos vean la generalidad no es fácil, hay que dejar tiempo para ver y decir, y para muchas modificaciones antes de intentar hacer el registro en palabras” (p.31)

7.2.4.5. Sesión 5: Cuenta ¿Cuál sigue?

Tabla 12. Secuencia de actividades sesión

Objetivo.

Describe de manera cualitativa situaciones de cambio y variación utilizando lenguaje natural, gestos, dibujos y gráficas

Desarrollo.

Los desempeños esperados de un estudiante para esta situación didáctica son:

- Reconocer un patrón y completarlo de acuerdo con la indicación dada.
- Realizar registro escrito de los patrones.
- Realizar posibles generalizaciones
- Determinar la importancia del trabajo en equipo, y escuchar, diferentes posturas de los integrantes.

Seguimiento:

Se les presentó el siguiente patrón en el tablero, se les pidió a todos los estudiantes observar detenidamente la figura dada e identificaran con cuántos triángulos estaba conformada cada figura.

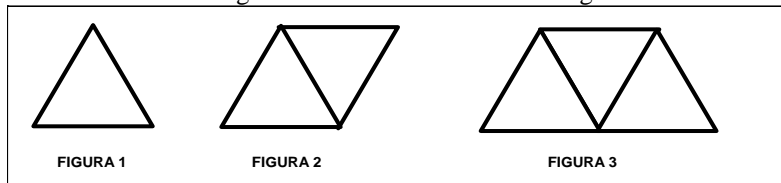


Figura	1	2	3	4	5	6
Cantidad de triángulos						
Cantidad de palitos utilizados						

Se les pidió primero elaborar la el patrón por repetición con palitos que fueron distribuidos en los equipos de grupos de 4 estudiantes, luego se les pidió completaran la tabla anterior y cuando terminaron de completar la tabla, hubo un momento para debatir con los compañeros ¿con cuántos palitos hicieron cada figura?, ¿Cuántos triángulos tiene cada figura?, también se les preguntó por figuras que no están elaboradas con los palitos, como la figura 7, 8, 9 10 etc. ¿Cuántos triángulos tendría la figura 8?

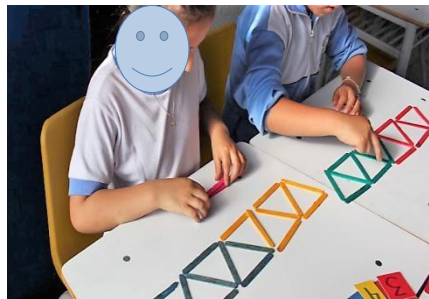


Figura 62. Fotografía estudiantes realizando secuencias

¿Cuántos palitos se necesitan para elaborar la figura 8? ¿Van aumentando? ¿Van disminuyendo? ¿De cuánto en cuánto?

Terminada la socialización anterior se coloca en el tablero las siguientes figuras y se realiza el mismo proceso anterior.

Se pidió a los equipos observar el patrón, que luego lo elaboraran con palitos, descubrir con cuantos palitos está elaborada cada figura, elaborar el patrón por repetición, haciendo extensión hasta la figura 5, debían ir llenando el cuadro con la cantidad de palitos que utilizaron para e laborar cada figura:

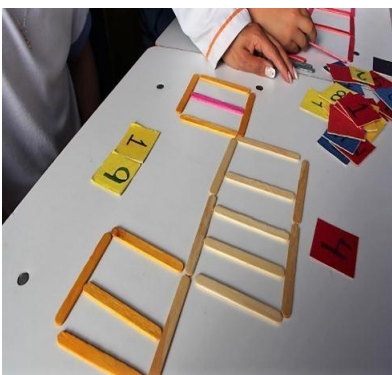
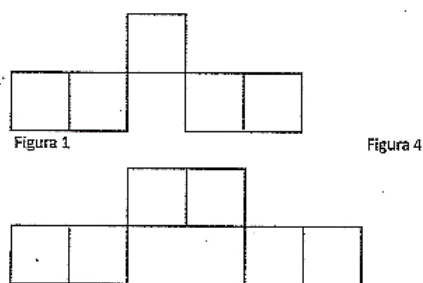


Figura 63. Fotografía estudiantes realizando secuencias



Cuando todos los grupos terminaron de elaborar el patrón y de registrarlo en las hojas de trabajo, se solicitó que un representante de cada grupo hiciera la exposición verbalizando como está hecho su patrón. Mientras la maestra fue haciendo las siguientes preguntas: ¿qué cambia y que no cambia en cada figura?, propiciando el espacio para que comiencen a generalizar preguntándoles por figuras que no están elaboradas con los palitos, ¿cómo está elaborada la figura 8, 9, 10 etc. ¿cuántos cuadrillos tendrá la figura 8?, ¿cuántos palitos se necesitan para elaborar esta figura?, ¿van aumentando?, ¿van disminuyendo?, ¿De cuánto en cuánto?, ¿Cómo le explicarías a un niño que no estuvo en clase, para que comprenda este patrón?

Análisis sesión 5.

En esta actividad se observa el trabajo de los estudiantes a través del lenguaje icónico que propone Bruner para el aprendizaje, en el cual interviene la imagen; la información la perciben visualmente los estudiantes desde las figuras geométricas; identificando el patrón, cuántos triángulos conforman cada figura, realizan extensión de patrones, cuentan y expresan con cuantos palitos se pueden formar las figuras siguientes y van aumentando hasta una figura determinada.

A continuación se observa el registro de la guía que realizó el estudiante de nivel bajo, En este caso EB mostro, el ver, el decir, el registrar y realizó un acercamiento a la generalización, Según Radford “la generalización gestual cambia de papel: puesto que los términos no están dibujados, los alumnos tienen que imaginarlo” (p.10)

Haciendo un rastreo desde una mirada general de los estudiantes en los que se observa la facilidad de la identificación del patrón, luego de tener una experiencia desde la práctica de elaboración de las figuras dadas con palitos, los estudiantes logran pasar con facilidad de lo concreto a lo abstracto. Volviendo a EB, visualmente hace un proceso de visualización de la figura uno, dos, tres y completa en su registro adecuadamente la actividad **a**, en la actividad **b**, piden extender el patrón, la estudiante lo visualiza mentalmente y lo extiende de manera adecuada como se observa a continuación:

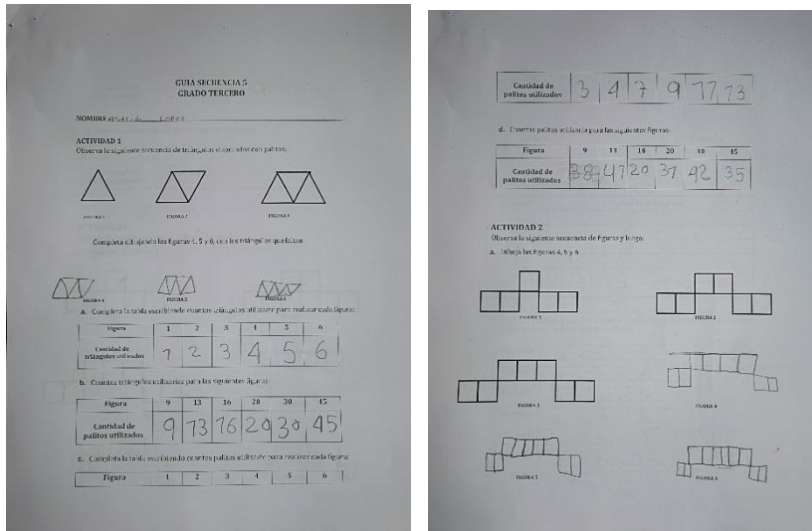


Figura 64. Actividad propuesta al finalizar la secuencia 5al EB.

En la actividad **c**, se les sugiere contar la cantidad de palillos utilizados para realizar las figuras dadas a lo que la estudiante responde adecuadamente, realizando conteo, se equivoca en la segunda figura quizás por alguna distracción, pues las demás casillas las registra correctamente.

En la actividad **d**, solicitan implícitamente hacer extensión del patrón dado, para poder responder a la pregunta cuantos palitos se utilizarían para elaborar la figura 9, 13, 16, 20, 30, 45, mostrando que es un proceso de abstracción y de concentración al que se necesita mayor práctica para algunos estudiantes, aunque posiblemente sí observó el patrón que se repite, en la cantidad de palitos y que probablemente en su conteo mental perdió la cuenta, en lugar de ir en la figura 9, registró la cantidad de la figura 19, con un número de diferencia al colocar 38 y no 39, a la figura 13 no hace conteo sino que cuenta dos palillos más que es el patrón de cantidad correcto, más sigue equivocándose, posiblemente hay pérdida en el conteo pero, coincide en series con el 31, 35 y 41.

En cuanto a la actividad dos, se le pide hacer extensión de la figura 4, 5 y 6, a lo que la estudiante responde adecuadamente, a la pregunta ¿Cuántos cuadritos tiene cada figura?, la estudiante identifica bien el patrón, y realiza adecuadamente el conteo de cuadros, en el siguiente punto se le pide escribir la cantidad de cuadritos, que no cambia sumándola con la cantidad de cuadritos que cambian y realizar la adición, demostrando comprensión de la actividad. Luego de una práctica de construcción significativa realiza los registros adecuadamente.

7.2.4.6. Sesión 6: “Frecuencias lógicas”

Tabla 13. Secuencia de actividades sesión 6.

Objetivo:

Encuentra generalidades y validez sus hallazgos

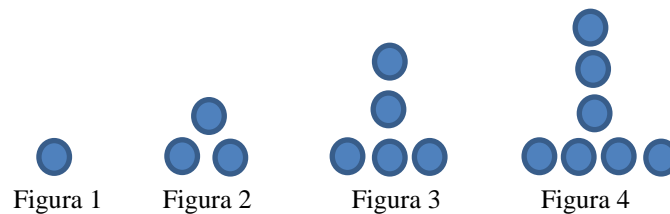
Desarrollo

Los desempeños esperados de un estudiante para esta situación didáctica son:

- Realizar diálogo asertivo correspondiente al tema de patrones.
- Realizar el registro escrito de los patrones identificando aspectos en la escritura y el nivel de argumentación a las actividades propuestas.
- Realizar posibles generalizaciones.
- Reconocer un patrón y completarlo de acuerdo con la indicación dada.

Seguimiento:

Los estudiantes primero observan las características de la figura dada y luego la elaboran con el material entregado, encuentran una regla que ayude a la reproducción de esta secuencia y la exponen a sus compañeros.



Se pide a los estudiantes observar y elaborar el patrón por repetición, haciendo extensión hasta la figura 5, con ruedas de colores de los ábacos. Los grupos deben dejar registrado paso a paso cómo logran aumentar la cantidad de círculos para la siguiente figura y describir las figuras de forma clara, como si lo hicieran para alguien que está en el mismo salón, pero que no las ha visto, deben hacer la descripción de tal forma que esa persona pueda dibujar cada una de las figuras. Cuando todos los grupos terminaron de elaborar y registra el patrón en las hojas de trabajo, se solicitó que un representante de cada grupo hiciera la exposición describiendo como está hecho su patrón, la maestra realiza algunas preguntas: ¿Que cambia y que no cambia en cada figura?, ¿cómo está elaborada la figura 8, 9, 10, etc. ¿cuál es la regla de formación de este patrón?, ¿Cómo le explicarías a un niño que no estuvo en clase, para que comprenda cómo describir este patrón? Como todos los estudiantes descubrieron la regla de formación, se les pidió verbalizar como estaría elaborada a figura 30, 40, 50 y 100 logrando una aproximación a la generalización.

Terminada la socialización anterior se coloca en el tablero las siguientes figuras: y se realiza el mismo proceso anterior



Análisis sesión 6.

En esta actividad, los estudiantes observan las características de la figura dada, e inician su práctica real de armar figura 1, 2, 3, hasta que encuentran lo que cambia y cómo cambia, Según Radford: La generalización de patrones se basa en la toma de conciencia de una propiedad común que se nota a partir de un trabajo en el terreno fenomenológico de observación, quizás por reproducción de los otros compañeros, la mayoría de los estudiantes se van dando cuenta de la generalidad de la figura, luego realizan registros del ver, decir, probar y hacen un acercamiento a la generalización tratando de escribir una regla que ayude a la reproducción de esta secuencia.

Radford menciona “la generalización gestual cambia de papel: puesto que los términos no están dibujados, los alumnos tienen que imaginarlo” (p.10) y es un proceso complejo, se observó que hay estudiantes que necesitan de mayor apoyo, dado el caso que se observa en EB, una posible falta de atención y concentración, por tanto la docente debe crear estrategias para que esta estudiante comprenda la actividad por medio de la mayéutica, hasta que la estudiante logre ver la forma del patrón y poder practicar las etapas para la generalización de patrones

A continuación, se presenta la entrevista efectuada a EB durante la sesión 6: donde la estudiante muestra dificultad en la comprensión del patrón dado.

DE ok, entonces cuantos cuadritos tiene la figura 1
EB cuadritos tieneeee 10
DE 10?
EB 1,2,3,4,5,6,7,8,9 9
DE 9, ósea que aquí como ya no lo vamos a hacer como nos dijeron que de pronto quedaba bien sino que lo vamos a hacer a la forma Astrid, entonces vamos a quedar aquí que la 1 tiene 9 cierto? La 2 cuantas tiene?, la 2 cuantas tiene?
EB 7, la que
DE la 2 cuantos tiene?
EB señala con su dedo la posible respuesta, asienta su cabeza en señal de afirmación asienta su cabeza en señal de afirmación porque en las otras las más pequeñitas eran
DE cierto no porque te hay dicho que esta era, porque en la otra vimos que empezaba desde lo más pequeñito, en esta tú quieres
EB SI

Figura 65. Entrevista sesión 6 EB.

7.2.5 Momento 5: Análisis cuantitativo de la prueba final aplicada al grupo de estudiantes del grado tercero del colegio Isla del sol I.E.D.

7.2.5.1. Descripción general de la aplicación.

La prueba final fue aplicada en el colegio Isla del Sol el día lunes 27 de noviembre de 2017, contó con la participación de los mismos 30 estudiantes de grado tercero del colegio Isla del Sol, con los que se trabajó durante la prueba inicial y la secuencia didáctica, en un tiempo de duración de 100 minutos, esto con el fin de analizar actividades con 27 ítems los cuales buscan resolver la pregunta ¿Cuál es el proceso de generalización de patrones, que siguen los estudiantes de grado tercero del colegio Isla del Sol I.E.D., a partir de la implementación de una secuencia didáctica que favorece el desarrollo del pensamiento variacional?

Luego de las experiencias de patrones que vivieron los estudiantes en las seis sesiones mencionadas, La prueba final comienza al entregar a cada estudiante una copia individual, dirigidas a la observación de secuencias que los estudiantes deben completar y explicar: qué cambia, que no cambia, que permanece o queda constante en una secuencia. De esta manera el GI busca que los estudiantes puedan evidenciar el “ver, decir, registrar y probar” y al analizar los resultados de los tres estudiantes seleccionados describir y verificar si muestran o no aprendizaje sobre una aproximación a la generalización de patrones.

A continuación, se encuentra el análisis cuantitativo de la prueba final aplicada punto por punto.

7.2.5.2 Análisis cuantitativo de las actividades propuestas en la prueba final.

El análisis cuantitativo que se presenta a continuación está organizado por actividad, para cada una se encuentra la foto de la misma y al lado la gráfica estadística donde se muestran los

resultados de los 30 estudiantes que participaron en la actividad; y para finalizar el análisis cuantitativo del grupo.

Actividad 1

Actividad 1

Observa el siguiente patrón de figuras geométricas.



- Dibuja la figura 6 y escribe como la construiste:
- Escribe que procedimiento harías para hallar la figura 10 del anterior patrón:
- Escribe en la línea con cuántas cuadritos está elaborada la figura 1: ___+___
- Escribe en la línea con cuántas cuadritos está elaborada la figura 2: ___+___
- Escribe en la línea con cuántas cuadritos está elaborada la figura 3: ___+___
- Escribe en la línea con cuántas cuadritos está elaborada la figura 4: ___+___
- Escribe en la línea con cuántas cuadritos estará elaborada la figura 100: ___+___
- Escribe de cuanto en cuanto van aumentando la cantidad de cuadritos que forman las figuras de la secuencia y si hay un patrón que se repite ¿cuál es?

Explica la forma como procediste para encontrar la respuesta de la figura 100:

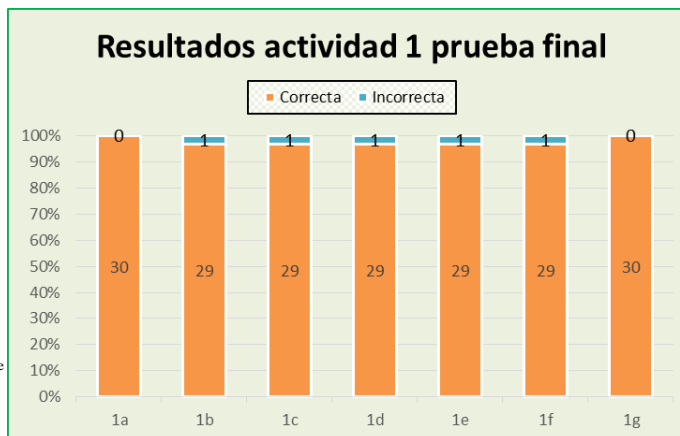


Figura 66. Actividad 1: patrones numéricos y grafica de resultados prueba final grupo general

Esta actividad tiene 10 ítems, si se observa el texto de la actividad 1, en el ítem 1a, se da por entendido que el 100% de los estudiantes conocen el término “patrón de figuras geométricas”, eso quiere decir que identifican un patrón, al dibujar la figura 6 muestran extender un patrón, y adicional a esto que están en la capacidad de explicar cómo construyó ese patrón, al intentar explicar el procedimiento a un posible lector articulando y expresando lo que ha reconocido, de la manera más clara posible para hacerse entender utilizando su propio lenguaje.

En el ítem 1b, se pide que analicen cómo estaría formada la figura diez y el 97% de los estudiantes lo realizó correctamente, entendieron y asumieron el proceso de extensión de patrones, para terminar, haciendo ejercicio de verbalizar y registrar, lo que nos lleva a concluir que ya están realizando aproximaciones a la generalización.

En los ítems **1c**, **1d**, **1e**, **1f** el objetivo es lograr que los estudiantes escriban de cuánto en cuánto va aumentando la cantidad de cuadritos tanto arriba como abajo que forman las figuras de la secuencia y si hay un patrón que se repite ¿cuál es?, el estudiante puede descubrir cuál será el siguiente elemento observando el comportamiento de los patrones de repetición a lo que igualmente 97% de los estudiantes responden adecuadamente.

Para el ítem **1g**, se pide escribir en la línea con cuántos cuadritos realizará la figura 100; eso quiere decir que los estudiantes realizan una extrapolación además describen como la elaborarían, se puede observar en esta actividad de acuerdo con el nivel de exigencia de la misma, el avance en los estudiantes luego de la secuencia didáctica.

Al comparar el resultado que se muestra en este punto con los de la prueba inicial el cambio es significativo en promedio para los 9 ítems que componen esta actividad el 97% de los estudiantes responden correctamente, teniendo en cuenta que son actividades en las cuales no es solamente dibujar, sino que se muestra todo el proceso del ver, decir registrar y probar, los estudiantes realizan proceso de extrapolación y se empiezan a aproximar a la generalización.

Actividad 2

ACTIVIDAD 2

Observa la siguiente secuencia



- ¿Cuál consideras tú es la primera Figura?, ¿por qué?

- ¿Cuál es la segunda? _____
- ¿Cuál es la tercera? _____
- ¿Cuál es la cuarta? _____
- Calcula el número de rectángulos que tiene la Figura 8.

- Explica la manera como procediste para encontrar la respuesta.

- La profesora quiere construir la Figura 12. Explícale a ella qué debe hacer para construirla.

- Ahora la profesora quiere construir una Figura grande. Explícale a la profe qué debe hacer para construirla.

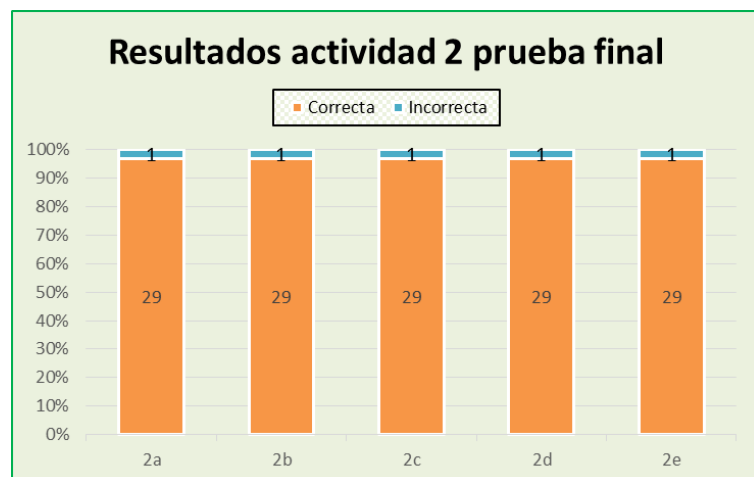


Figura 67. Actividad 2: patrones numéricos y grafica de resultados prueba final grupo general

En esta actividad se retoman los patrones geométricos dándoles a los estudiantes la opción del orden a su propia secuencia con las figuras dadas. En los ítems **2a, 2b, 2c, 2d** se les pide que además de darles un orden a las figuras expliquen cómo lo hicieron, en estos ítems el 97% de los estudiantes realizaron la organización de sus patrones del más pequeño al más grande y uno del más grande al más pequeño. En cuanto al punto **2e** los estudiantes que habían realizado el análisis anterior de menor a mayor indicaban correctamente la organización.

Esto indica que los estudiantes ya hacen procesos de análisis y argumentan sus respuestas de forma clara verbalizando sus opiniones y al escribir son más claros y fluidos. En los ítems **2f, 2g** y **2h**, se solicita que expliquen el proceso de elaboración de figuras más grandes y que traten de hacerlo usando el lenguaje que sus palabras puedan describirlo lo mejor posible lo cual la mayoría de los estudiantes logran haciendo extrapolación y acercándose a las figuras escogidas dando sus propios argumentos haciendo claramente una aproximación a la generalización al describir adecuadamente, figuras que no se encuentran dibujadas.

Actividad 3

ACTIVIDAD 3

Observa la siguiente secuencia de triángulos elaborados con palitos:



FIGURA 1



FIGURA 2



FIGURA 3

- a. Completa dibujando las figuras 4, 5 y 6, con los triángulos que faltan

FIGURA 4

FIGURA 5

FIGURA 6

- b. Completa la tabla escribiendo cuantos palitos utilizaste para realizar cada figura:

Figura	1	2	3	4	5	6
Cantidad de palitos utilizados						

- c. Escribe de cuanto en cuanto va aumentando la cantidad de palitos utilizados en la anterior secuencia
- _____
- d. Describe las secuencias anteriores de forma clara, como si lo hicieras para alguien de tus compañeros de salón que no ha visto tu trabajo, para que pueda dibujar tu secuencia.
- _____

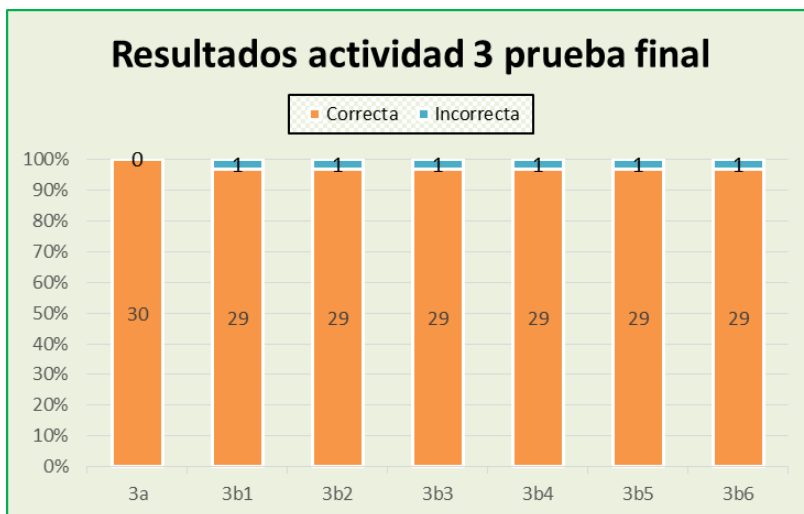


Figura 68. Actividad 3: patrones numéricos y grafica de resultados prueba final grupo general

En la prueba inicial se observó que los estudiantes presentaron un alto nivel de dificultad en la construcción de figuras en las que se afirmaba que se hacía con palillos, de ahí que fue importante aplicar esta actividad nuevamente para relacionar si al participar en la secuencia didáctica la forma de resolver y su capacidad de análisis variaba, se observó que los estudiantes realizan identificación de un patrón por repetición, por reproducción, por extensión y por extrapolación, además de identificar lo que cambia y lo que no cambia en dicho patrón y muestran la aplicación de la teoría de Mason en el ver, decir, registrar y probar, habilidades que según las entrevistas no habían trabajado antes. Su nivel de representación mental para resolver un ejercicio aumentó ya que el 97% de los estudiantes encontraron la solución correcta con argumentos válidos y coherentes a la actividad. En esta actividad también se evidenció una aproximación a la generalización de patrones al completar figuras que no están dibujadas y completar adecuadamente la cantidad de palillos que forman cada figura.

Actividad 4

ACTIVIDAD 4

Observa la secuencia de cuadros formados con palillos:



FIGURA 1

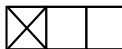


FIGURA 2

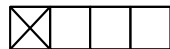


FIGURA 3

- a. Completa las figuras que faltan en la posición 4 y 5

FIGURA 4

FIGURA 5

- b. Completa en el cuadro la cantidad de palillos que se utilizaron para formar cada figura

Figura	1	2	3	4	5
Cantidad de palillos utilizados					

- c. Escribe, ¿De cuánto en cuanto cambia la cantidad de palitos de la anterior secuencia?

- d. Describe las figuras de forma clara, como si lo hicieras para alguien que está en el mismo salón pero que no las ha visto, debes hacer la descripción tan clara que cuando la lea pueda dibujar la figura

- e. ¿Qué parte no está cambiando en las figuras?

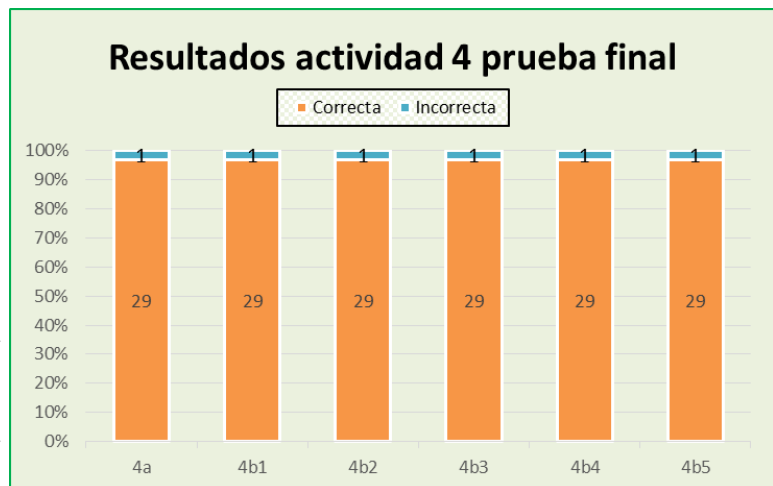


Figura 69. Actividad 4: patrones numéricos y grafica de resultados prueba final grupo general

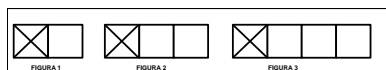
Esta actividad posee las mismas características de la anterior y se realizó por el nivel de dificultad que presentaron los estudiantes, sin embargo hubo cambios en cuanto a la parte de probar ya que lo que se pretende es que la argumentación de lo que están haciendo se vuelva un mecanismo valido en cualquier tipo de ejercicio no solo en matemáticas, sino en la resolución de cualquier problema, logrando el 97% de los estudiantes el objetivo propuesto y permitiendo que se demostrara que las actividades propuestas, mientras más significativas sean e impliquen recrear sus procesos de aprendizaje, les serán más útiles y aplicables en cualquier momento de su vida.

Esta actividad implica un nivel de abstracción alto para identificar lo que cambia y lo que no cambia, lo que permanece constante en dicho patrón y los estudiantes muestran la aplicación de la teoría de Mason en el ver, decir, registrar y probar, además se evidencio una aproximación a la generalización de patrones al completar figuras que no están dibujadas y completar adecuadamente la cantidad de palillos que forman cada figura.

Actividad 5

Actividad 5

Observa la secuencia de cuadros formados con palitos:



- Completa las figuras que faltan en la posición 4 y 5
- Completa en el cuadro la cantidad de palillos que se utilizaron para formar cada figura
- Escribe, ¿De cuánto en cuánto cambia la cantidad de palitos de la anterior secuencia?

Figura						
Cantidad de palillos utilizados						

- Describir las figuras de forma clara, como si lo hicieras para alguien que está en el mismo salón pero que no las ha visto, debes hacer la descripción tan clara que cuando la lea pueda dibujar la figura
- ¿Qué parte no está cambiando en las figuras?

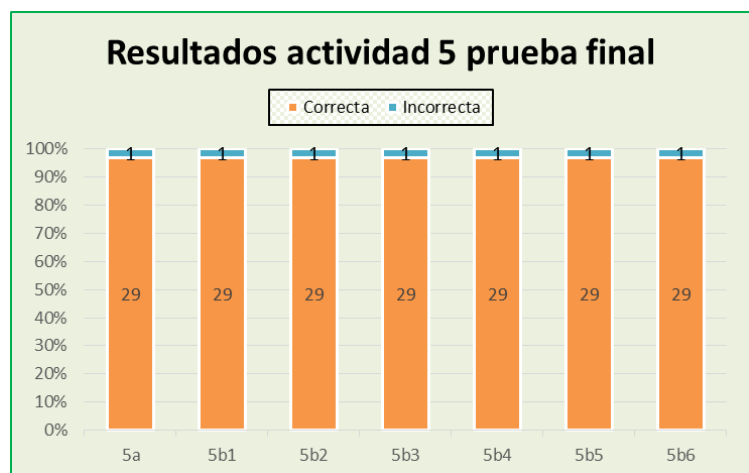


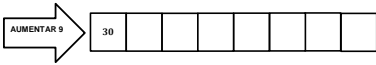
Figura 70. Actividad 5: patrones numéricos y grafica de resultados prueba final grupo general

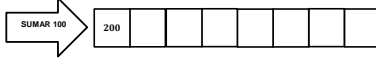
En la actividad final se aumenta el nivel de exigencia en los ítems **5b**, **5c**, y **5d** y es allí donde se observa que el 97% de los estudiantes logran ver el patrón, verbalizarlo, registrarlo, probarlo y tienen una aproximación a la generalización de dicho patrón, realizando identificación por repetición, reproducción, extensión y por extrapolación; identificando lo que cambia y lo que no cambia, mostrando nuevamente la teoría de Mason en cuanto al ver, decir, registrar y probar.

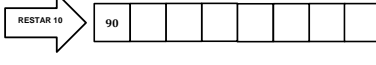
Esta actividad implica un nivel de abstracción alto para identificar lo que cambia y lo que no cambia, lo que permanece constante en dicho patrón, deben completar figuras que no aparecen en los dibujos además de realizar sumas de lo que cambia y lo que no cambia, evidenciándose una aproximación a la generalización de patrones.

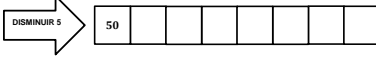
Actividad 6

ACTIVIDAD 6
Completa las secuencias según la indicación dada

a. 

b. 

c. 

d. 

Gracias por participar.

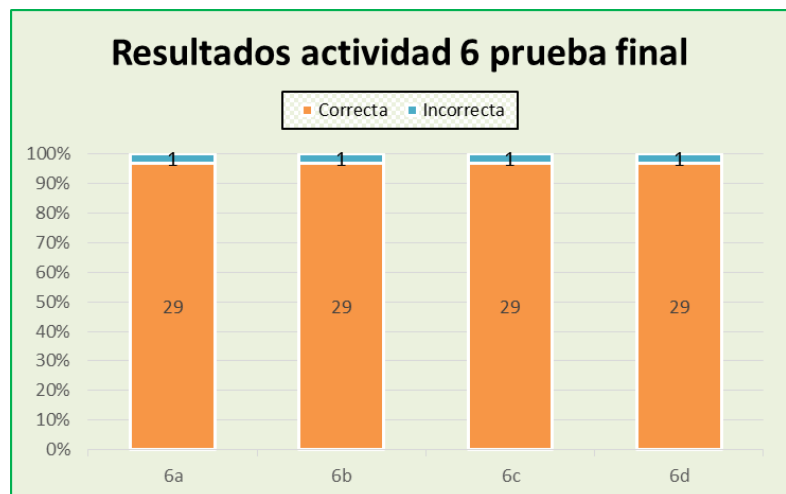


Figura 71. Actividad 6: patrones numéricos y grafica de resultados prueba final grupo general

En la prueba final los estudiantes ya conocen y aplican los términos aumentar, disminuir, y quitar dentro de un patrón numérico, en esta actividad con respecto a la inicial se desarrolló una mayor complejidad en los números a trabajar lo que implica procesos mentales más avanzados, esto indica que luego de la aplicación de la secuencia didáctica a través de experiencias significativas se obtienen mejores resultados.

Según Radford (2015) Los estudiantes intentan construir explicaciones a partir del descubrimiento de una situación particular mediante situaciones discursivas orales o escritas, ese percibir lo muestran mediante los medios semióticos que pueden ser miradas o gestos.

(...) la generalización está formada por los términos más sencillos: “generalizar significa una inferencia general es decir una manera de generar algo, un modo de percibir las cosas, pensar y hablar de ellos y distinguir lo verdadero de lo falso. (p.112).

7.2.6 Momento 6: Análisis de la prueba final de los estudiantes seleccionados de nivel alto, medio y bajo.

En este apartado se presenta el análisis cuantitativo de los tres estudiantes en cuanto a los resultados de la prueba final, punto por punto desde los tres estudiantes seleccionados.

En la prueba final EA obtuvo los siguientes resultados.

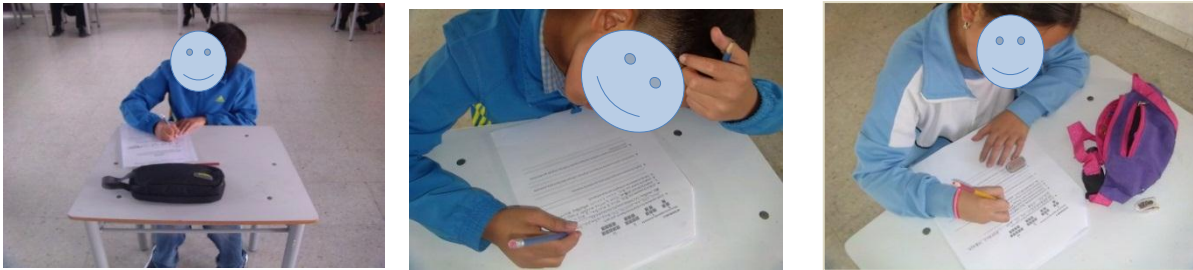


Figura 72. Presentación prueba final.

EA resuelve correctamente los 35 ítems de la prueba final correspondientes al 100% de las actividades propuestas, se observa que potenció sus habilidades en cuanto a la aproximación a la generalización de patrones, al responder de manera correcta todas las preguntas y teniendo en cuenta que el nivel de exigencia en esta prueba fue más alto, también mejoró, en cuanto a demostraciones y explicaciones del procedimiento de cada una de las actividades propuestas, pues su lenguaje fue claro y adecuado para hacerse entender. Su habilidad para expresar un patrón mejoró, también en el ver, decir, probar, argumentar y registrar dadas las categorías

presentadas por Mason et al., 1999 y una aproximación a la generalización según Radford (2015).

A continuación, se presentan la gráfica donde se muestra su resultado final:

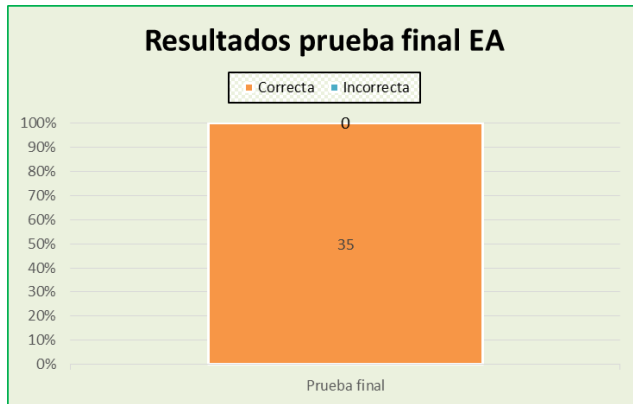


Figura 73. Resultados prueba final estudiante alto.

En cuanto a EM de 35 ítems, de la prueba final, responde el 86% de las actividades de correcta, demostrando que también potenció sus habilidades en la generalización de patrones, dadas las categorías presentadas por Mason y la teoría de Radford, mostrando e intentando explicar el procedimiento de cada una de las actividades propuestas de utilizando sus propias palabras para hacerse entender.

Su habilidad para expresar un patrón mejoró, también en el ver, decir, probar, registrar, argumentar y una aproximación a la generalización con cada una de las prácticas de clase.

A continuación, se presentan sus respuestas en esta prueba final:

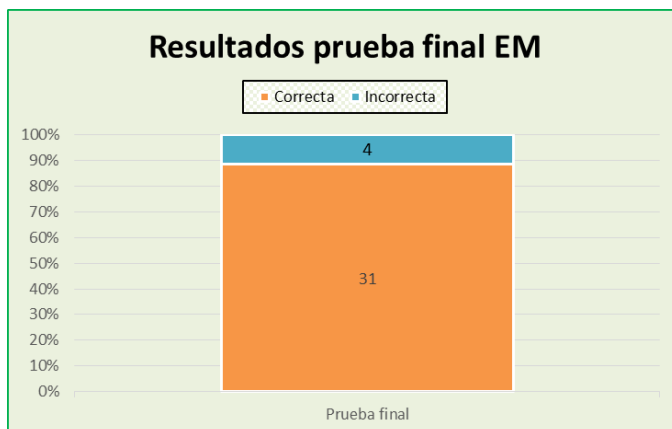


Figura 74. Resultados prueba final estudiante medio.

Por su parte EB de 35 preguntas de la prueba final, responde el 80% de manera correcta, demostrando que también potenció sus habilidades en la generalización de patrones, dadas las categorías presentadas por Mason, al responder de manera correcta las preguntas, intentando explicar el procedimiento de cada una de las actividades propuestas. Es importante aclarar que durante el proceso de las entrevistas realizadas EB, muestra que utiliza el lenguaje verbal para hacerse entender y demostrar su habilidad para detectar un patrón, mostrando que mejoró, en el ver, decir, probar, registrar, argumentar, y también llegó a generalizar a una aproximación a la generalización de patrones.

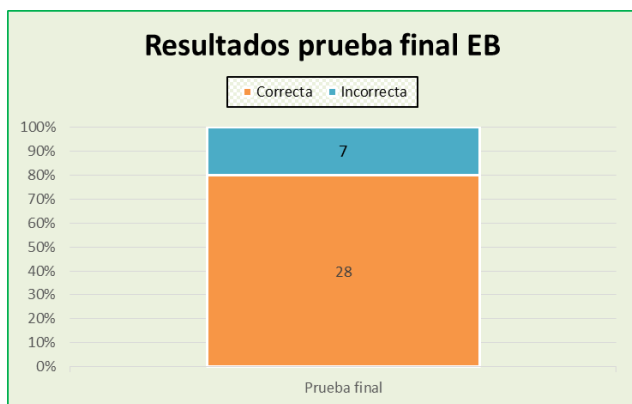


Figura 75. Resultados prueba final estudiante bajo.

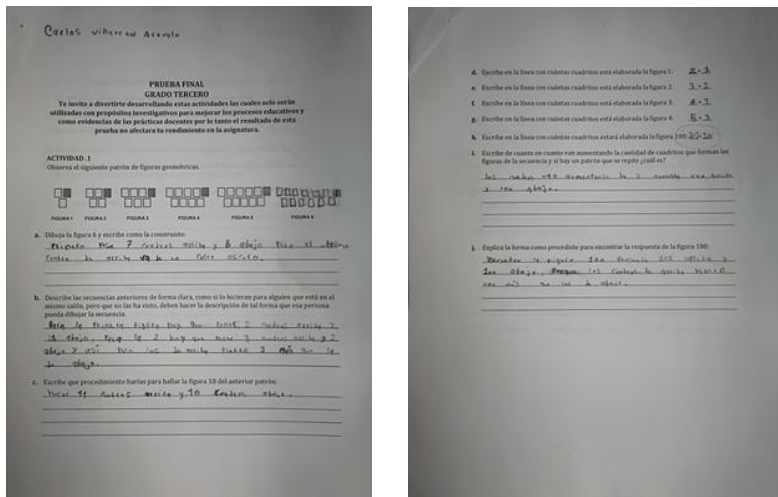
A continuación, se encuentra el análisis de las actividades de la prueba final que presentó cada uno de los tres estudiantes seleccionados, para facilitar su comprensión, se continúa con el mismo procedimiento utilizado en la prueba inicial. En primer lugar, se encuentra la foto de la actividad realizada, al lado las respuestas a la entrevista, y para finalizar el análisis de las actividades.

Para entender la entrevista se deben tener en cuenta la siglas DE que para el presente análisis significa docente entrevistador, EA estudiante de nivel alto, EM estudiante de nivel medio y EB estudiante de nivel bajo y de color azul están las respuestas del estudiante en las que se hace análisis.

7.2.6.1 Estudiante nivel alto.

A continuación, se encuentra el análisis de la prueba final teniendo en cuenta cada una de las actividades propuestas, en cada una se muestra la actividad realizada, la transcripción de la entrevista semiestructurada y el análisis respectivo por parte del GI:

Actividad 1



DE: La primera actividad nos está mostrando cinco figuras, yo te di cinco figuras. Dibuja la figura seis y como la construiste. ¿Cómo construiste esta figura seis?

EA: Primero puse seis cuadros arriba, no siete arriba y seis abajo.

DE: Siete arriba y seis bajo, ¿qué iba cambiando en esas figuras?

EA: Que el cuadro de arriba tenía más que el de abajo e iban sumando de a uno.

DE: Iban sumando de uno a uno, ¿Que otra característica tenía, qué tenía fijo cada figura?

EA: Que el último cuadro era más oscuro que los otros

DE: Ok. Bueno. Vamos dice describe las secuencias anteriores de forma clara, como si lo hicieras para alguien que está en el mismo aula, pero que en la tu vida, debes hacer la descripción de la forma que esa persona pueda dibujar la secuencia.

EA: De forma clara, digamos que si lo hicieras para alguien que no ha venido. Cuéntame que hiciste aquí y que viste en esa figura. Explicame

EA: Mmm para la primera figura, hay que poner dos cuadros arriba y uno abajo, para la segunda tres cuadros arriba dos abajo, ósea la de arriba tiene más que la de abajo.

DE: ¿Cuántos más?

EA: Uno

DE: Siempre va a tener uno más, ósea que si por ejemplo yo te digo aquí que no me digas la seis sino la diez, ¿cuántas figuras tendría?

EA: Once arriba y diez abajo

DE: tendría once arriba y diez abajo ok. ¿Cuántos cuadritos tenía la figura uno?

EA: Tres

DE: Tres. Porque hiciste dos y uno

EA: Porque acá arriba tiene dos y acá abajo uno

DE: En la figura dos?

EA: Cinco

DE: En la tres

EA: Siete

DE: En la cuatro

EA: ocho

DE: ocho. Entonces tres, cinco, siete, en la cuatro tiene?

EA: Siete

DE: En la figura cuatro tiene siete?

EA: no hay ocho, nueve

DE: Ósea que hay cinco mas

EA: Cuatro

DE: Ahh ok cinco más cuatro ósea que tiene Tres, cinco, siete nueve. Tú me decías que entonces de cuánto va aumentando

EA: De a dos o uno.

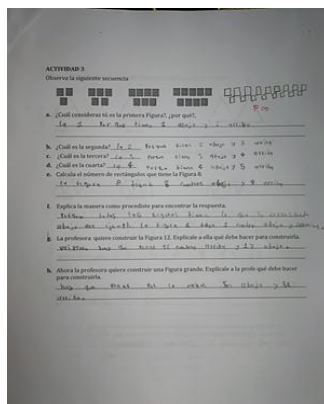
Figura 76. Prueba final y entrevista EA actividad 1

En esta actividad EA, resolvió nuevamente toda la prueba final, se observa que potenció sus habilidades en la generalización de patrones, dadas las categorías presentadas por Mason, al responder de manera correcta todas las preguntas y teniendo en cuenta que el nivel de exigencia en esta prueba fue más alto, en cuanto a demostraciones, explicaciones procedimiento de todas las actividades propuestas, debía hacerlo utilizando el lenguaje más acorde para hacerse entender. Su habilidad para expresar un patrón mejoró, también en el ver, decir, probar, argumentar, con una aproximación a la generalización.

Cuando expresa las categorías de Mason lo hace con más tranquilidad, con más asertividad, todo esto evidencia el trabajo realizado durante la secuencia, el estudiante ha vivido una serie de experiencias significativas que le producen seguridad al expresarse.

Durante la entrevista se observa haciendo ejercicio de hablar para sí mismo, puesta la mirada en el infinito expresa luego lo que piensa.

Actividad 2



¿Cuál consideras tú que es la primera figura y por qué? Ahí yo no te escribí cual es la 1, cuál es la 2, cual es la 3. ¿Cuál es la 1?
EA: Esta
DE: la que está de primeras, porque?
EA: Porque tiene una abajo y dos arriba
DE: Ok.Cuál es la segunda?
EA: Está
DE: Ósea tú crees que están ordenadas. Que tal y como quedaron ahí es tu secuencia?
Entonces cuéntame cual sería la figura 8 o dibújamelas aquí. Ok. Cuantas hiciste? Esta es la que dijimos?
EA: La 8
DE: Cuantos cuadritos tiene?
EA: 9 arriba y 8 abajo
DE: 9 arriba y 8 abajo, ok Ósea q esta es casi la figura que ya habíamos hecho antes en la actividad 1?
DE: Como debe hacer una persona, tu explícale a alguien como puede hacer una figura grande pon un ejemplo profe hágame la figura, así como yo te hago a veces hazme la 10 o la 15, tu dile profe haz la figura 20 y explícale como la debe hacer
EA: Toca hacer 21 arriba y 20 abajo
DE: Y como le dices y si es la 40, como le dices a ella para que entienda eso que tu ya entendiste
EA: Hacer la 40, 41 cuadros arriba y 40 cuadros abajo
DE: Y como entienda ella, te va a decir por qué cuarenta cuadros arriba y porque abajo.
EA: Porque los cuadros de arriba tienen más que los de abajo.

Figura 77. Prueba final y entrevista EA actividad 2

En esta actividad, EA, da orden a las figuras dadas de menor a mayor, en los ítems **3a**, **3b**, **3c**, y **3d** además de ordenar, explica con el uso de sus propias palabras, en cuanto al ítem **3e**, el

estudiante indica correctamente la organización, mostrando procesos de análisis y argumentando sus respuestas de forma clara y fluida.

Esto quiere decir que el estudiante nivel alto está en una aproximación a la generalización cuando expresa por extensión el patrón número 20, 40 según Radford (1998),

“generalizar un patrón se basa en la capacidad de encontrar la uniformidad en los elementos de una secuencia, consciente de que esta concordancia aplica a todos los términos de esta y poder utilizarlo para proporcionar una directa expresión de cualquier término” (Radford, 1998, p.21).

Expresa con mayor claridad el ver, el decir, el probar y el registrar.

Actividad 3

ACTIVIDAD 4
Observa la siguiente secuencia de triángulos elaborados con palitos:

Figura 1: 3 palitos
Figura 2: 5 palitos
Figura 3: 7 palitos

a. Completa dibujando las figuras 4, 5 y 6, con los triángulos que faltan.

b. Completa la tabla escribiendo cuántos palitos utilizaste para realizar cada figura.

Figura	1	2	3	4	5	6
Cantidad de palitos utilizados	3	5	7	9	11	13

c. Escribe de cuanto en cuanto va aumentando la cantidad de palitos utilizados en la anterior secuencia.
La diferencia es de 2 palitos.

d. Describe las secuencias anteriores de forma clara, como si lo hicieras para alguien de tu computadora de salón que no ha visto tu trabajo, pero que puede dibujar la secuencia.
Es una secuencia de triángulos que se va haciendo cada vez más grande. Cada triángulo nuevo que se añade requiere 2 palitos más que el anterior.

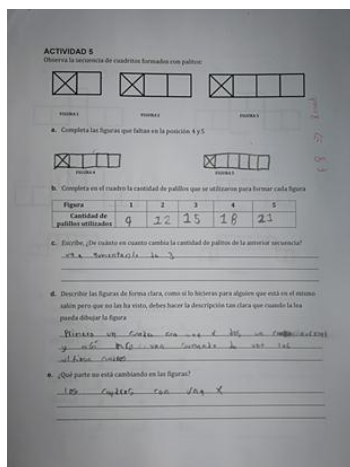
DE: Ok. Bueno vamos a mirar esto 4. Estos son unos?
EA: Triángulos
DE: Tu dibujaste el 4, el 5 y el 6 cierto? Vamos a ir a los palitos. Cuantos palitos tenía la figura 1?
EA: 3
DE: LA 2
EA: 5
DE: La 3
EA: 7
DE: La 4
EA: 9
DE: 9, cuál es el patrón. Cuantos va subiendo. Cuantos triángulos aumenta?
EA: 1
DE: aumenta 1 triángulo y cuantos palitos aumenta?
EA: dos
DE: dos palitos, siempre es el mismo patrón. Entonces ya dijimos aumenta 1 triángulo y 2 palitos. Explicanos como hacer esa figura, explícale a la profe, como vas a hacer esa figura.
EA: Cual?
DE: mm la 8.
EA: Puede ser cuatro triángulos normales y 4 triángulos al revés de para abajo...
DE: está formada por 8 triángulos y cuántos palitos tendría?
EA: tendría 17
DE: me la ayudas con eso yo compruebo si si?
EA: toma sus elementos y empieza a graficar
DE: Ok. Entonces contamos los 17, 1,2,3,
EA: 4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17.

Figura 78. Prueba final y entrevista EA actividad 3

Esta actividad EA, ya la había realizado el estudiante tanto en la diagnostica como en la secuencia y en la final. Se observó que el estudiante nuevamente realiza identificación de un patrón por repetición, por reproducción, por extensión y por extrapolación, aproximándose a la generalización, además de identificar lo que cambia y lo que no cambia en dicho patrón, Realiza nuevamente los conteos de palitos que se requieren para elaborar cada una de las figuras dadas, actividad en la que muestra gran concentración y atención y la termina de manera correcta,

practicando los pasos para la generalización de patrones con la diferencia que ya lo hace casi mecánicamente y mejorando su expresión para hacerse entender.

Actividad 4



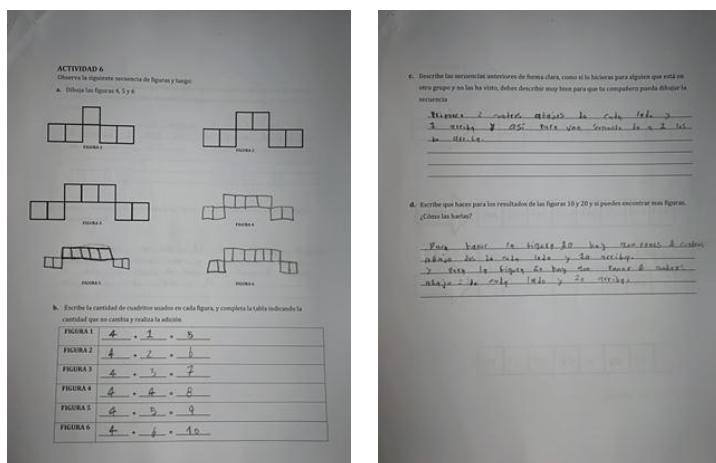
DE: ok. Vamos con la actividad 5. Qué son?
 EA: Ehh cuadros
 DE: cuadros listo. Te pusieron a dibujar el cuadro 4 y el 5. Cuantos cuadritos tiene la figura 5
 EA: Ehh 6
 DE: de cuantos cuadros va aumentando cada figura.
 EA: 1
 DE: de a uno. Que se repite en esas secuencias?
 EA: el este cuadro.
 DE: El primer cuadro
 EA: Que tiene una X
 DE: que tiene una X. cuantos palitos utilizaste en el primera figura?
 EA: Ehh 9
 DE: En la segunda
 EA: 2
 DE: En la segunda 2. De cuantos palitos en cuanto se está aumentando
 EA: de a 3
 DE: y cuantos cuadrados va aumentando EA: de a 5
 DE: Tú dirás que yo ya estoy como molestando mucho, yo quiero que cuentes como hacer esa figura. ¿Cómo la hacemos?
 EA: Toca hacer por lo menos la figura 7
 DE: si
 EA: 7 cuadros normales y el primero va con una X. Son 8 cuadros.
 DE: Ahh 8 cuadros. Ok. Y cuantos palitos tendría el 8?
 EA: Ehh tendría 30
 DE: treinta?. Ok
 EA: asentando respuesta correcta.

Figura 79. Prueba final y entrevista EA actividad 4

Esta actividad es similar a la anterior el estudiante nuevamente presenta su argumentación, mostrando el ver, el decir, el probar, el registrar, la aproximación a la generalización, la muestra en el momento que extiende los patrones hasta el número 30, también observa la generalidad en el conteo de palos y de cuadros, logra ver lo que cambia y lo que no cambia. Según Mason (1999),

(...) ver y decir como una secuencia de figuras crece es una forma de reconocer patrones. Algunas veces es posible “ver” cómo cada figura puede ser construida directamente, sin necesidad de construir las figuras anteriores, y esta percepción directa puede orientar más fácilmente hacia la formula general (Mason, 1999, p.22).

Actividad 5



DE: ok. Vamos con la actividad 5. Qué son?
 EA: Ehh cuadros
 DE: cuadros listo. Te pusieron a dibujar el cuadro 4 y el 5. Cuantos cuadritos tiene la figura 5
 EA: Ehh 6
 DE: de cuantos cuadros va aumentando cada figura.
 EA: 1
 DE: de a uno. Que se repite en esas secuencias?
 EA: el este cuadro.
 DE: El primer cuadro
 EA: Que tiene una X
 DE: que tiene una X. cuantos palitos utilizaste en el primera figura?
 EA: Ehh 9
 DE: En la segunda
 EA: 2
 DE: En la segunda 2. De cuantos palitos en cuanto se está aumentando
 EA: de a 3
 DE: y cuantos cuadrados va aumentando EA: de a 5. Tú dirás que yo ya estoy como molestando mucho, yo quiero que cuentes como hacer esa figura. ¿Cómo la hacemos?
 EA: Toca hacer por lo menos la figura 7
 DE: si
 EA: 7 cuadros normales y el primero va con una X. Son 8 cuadros.
 DE: Ahh 8 cuadros. Ok. Y cuantos palitos tendría el 8?
 EA: Ehh tendría 30
 DE: treinta?. Ok
 EA: asentando respuesta correcta.

Figura 80. Prueba final y entrevista EA actividad 5

El estudiante realiza identificación de un patrón por repetición, reproducción, extensión y por extrapolación; identificando lo que cambia y lo que no cambia, practicando los pasos para la generalización de patrones. Según Radford (2015) “Cuando la abducción es simplemente utilizada para pasar de un término al otro (como cuando los alumnos dicen que hay que añadir 2 cuadrados), se llega a una generalización aritmética” (p.7). Según (Mason et al., 1999): “en esta

Raíz nosotros hacemos énfasis en que los alumnos deben ser motivados a trabajar con dibujos o cuadros apoyados por palabras y que los símbolos surjan espontáneamente en el momento que los alumnos estén listos para esto” (p.23).

Actividad 6

	<p>DE: Vamos con esta actividad 7. Ya después de mucho sabemos que es aumentar cierto? ¿Qué es aumentar?</p> <p>EA: Ehh que va subiendo</p> <p>DE: Que va sumando. Entonces esta decía que aumentar cuántos?</p> <p>EA: 9</p> <p>DE: 9</p> <p>EA: Ósea que cogiste 30, 39, 48, 57, 66, 75, 84, 93.</p> <p>DE: Acá dice sumar 100, y sumaste 100 aquí</p> <p>EA: 200</p> <p>DE: ok e ibas subiendo. ¿Que es restar que hiciste?</p> <p>EA: Ehh estaba el número 90 y le quite 10, quedo 80 y al 80 le quite 10 70 y así.</p> <p>DE: Que es disminuir?</p> <p>EA: mm restar</p> <p>DE: también hiciste resta, 50, 45, 40, hasta que terminaste. Carlos si yo te digo, si aprendiste algo en estos días que hemos estado trabajando con esto, has aprendido algo?</p> <p>EA: asienta con su cabeza en forma afirmativa a la pregunta hecha por la docente</p> <p>DE: Que has aprendido?</p> <p>EA: A hacer secuencias, patrones</p> <p>DE: y tú crees que eso si se te sirve para algo</p> <p>EA: Ehh no se</p> <p>DE: No sabes si te pueda servir o no. Pero lo aprendiste y es claro para ti. Ok. Te gustaron las actividades?</p> <p>EA: asienta en afirmación</p> <p>DE: Cual fue la actividad que más te gusto</p> <p>EA: mm está señalando la guía</p> <p>DE: Está la de sumar o la guía. Toda la guía o está de sumar</p> <p>EA: Toda la guía</p> <p>DE: Toda esta guía te gusto, y quieres seguir haciendo actividades de esas</p> <p>EA: asiente son la cabeza en afirmación. Si</p> <p>DE: si y de las otras sesiones por ejemplo cuando trajimos las tarjetas numéricas, los círculos, las regletas, que fue lo que más te gusto</p> <p>EA: Ehh las fichas y los círculos</p> <p>DE: Los círculos. Ok Carlos, pues muchas gracias por habernos permitido trabajar contigo y ojala te haya servido para algo, yo sé que de pronto mas adelante te va a servir mucho. Ok. Listo gracias</p>
--	---

Figura 81. Prueba final y entrevista EA actividad 6

En esta actividad EA demuestra que conoce y aplica los términos aumentar y disminuir dentro de un patrón numérico. EA lo demostró desde la prueba inicial que sus procesos de suma resta, disminuir, aumentar son estables en su pensamiento. En esta prueba EA ya ha vivido una experiencia significativa y sabe cómo responder a algo que para él es evidente en el momento de esta prueba luego de varias prácticas que realizó. Se observa la generalización simbólica que debe manejar un estudiante del grado tercero.

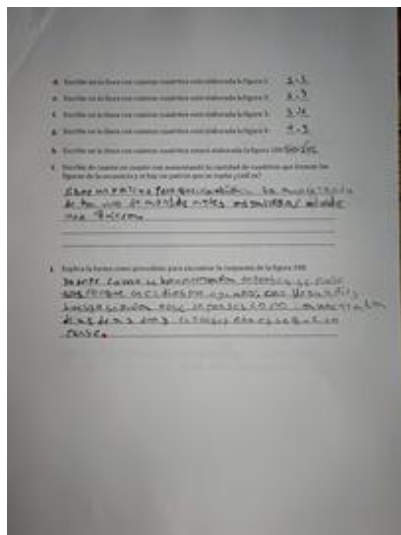
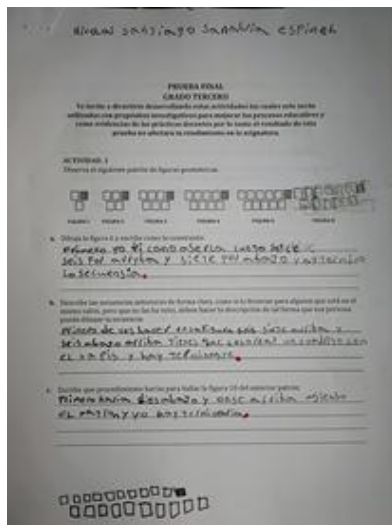
Esta actividad se volvió a realizar debido a las dificultades que presentó el grupo en la prueba diagnóstica inicial, para poder potencializar la generalidad de los números y para potenciar las categorías. Aunado a ello,

La expresión de la generalidad representa una ruta crítica hacia el álgebra, y nosotros recomendamos que las actividades que se centran en el reconocimiento de patrones sean desarrolladas a lo largo de todo el ciclo de educación básica. Hay mucho que aprender y esto solo se aprende haciéndolo (Mason et al., 1999, p.26).

7.2.6.2 Estudiante nivel medio.

A continuación, se encuentra el análisis de la prueba final del EM teniendo en cuenta cada una de las actividades propuestas, en cada una se muestra la actividad realizada, la transcripción de la entrevista semiestructurada y el análisis respectivo por parte del GI:

Actividad 1



DE: Hola Nicolai
EM: Hola
DE: Entonces vamos a hacer la actividad. Vamos a hacer la prueba final, cierto y ya después de las secuencias, de lo que hicimos la primera prueba, hoy vamos a terminar, como vamos a terminar pues esta guía me va a contar que hiciste hoy y que entendimos vale?
DE: Bueno tú ves acá una figuras, una secuencia, que tiene esa figura? Que tiene?
EM: Que va creciendo
DE: Va creciendo, de cuanto en cuánto?
EM: Ehh de a uno
DE: De a uno. Que está fijo en esas figuras
EM: mm fijo, lo que va sumando
DE: Ok. Que no ha cambiado en estas secuencias. Que no cambia?
EM: Esto
DE: Que es eso
EM: Digo esto
DE: Este cuadro, no cambia, porque que es diferente
EM: Porque siempre aparecen todos los cuadros y es negro y siempre aparece
DE: Como construíste la figura 6 Nicolai
EM: Primero hice, 7 arriba y pinte esta cosita
DE: si
EM: Luego hice mmm 6 arriba, hice esto y 7 arriba y abajo 6
DE: ok. Y si yo te dijera Nicolai como queda la 10, cómo quedaría?
EM: la 10 sería abajo 10 y 11 arriba
DE: Ósea que arriba que hay?
EM: un cuadrado pintado y 10 sin pintar
DE: Ósea que arriba hay 11 y abajo hay 10. Si?
EM: asienta a la pregunta de la docente
DE: Explicame, en esta figura, nosotros tenemos unos cuadros, cuantos cuadros hay en la figura 1?
EM: Ehh 2. Digo aca tres, en totalidad
DE: En total tres. En la figura 2 cuantos hay?
EM: 5
DE: 5, en la tres?
EM: 8, ...7
DE: 7, en la 4?
EM: 7
DE: en la 4?
EM: digo 8 ehh 9
DE: 9. Ósea que aca hay 3, 5, 7, 9, aquí cuantos?
EM: Ehh 11.
DE: De a cuantas va aumentando en cada una?
EM: de a uno, digo de a cuantas va aumentando?
DE: si de cuantas va aumentando?
EM: De a dos
DE: una arriba y otra abajo cierto?
EM: asentando con su cabeza.
DE: aquí me dicen que si te ponen la figura 100, como sería esa figura 100
EM: Ehh 100 abajo y 101 arriba
DE: y el 101 como sería?
EM: Ehh 1 pintado y los 100 sin pintar
DE: ok. Dice que de cuanto en cuanto van aumentando? Me dijiste que dé a?
EM: mm de a uno

Figura 82. Prueba final y entrevista EM actividad 1

En este momento EM identifica un patrón de extrapolación, reconociendo de cuánto en cuánto crece, reconoce variables, lo que cambia y lo que permanece igual, teniendo en cuenta los criterios de Mason EM, pudo pasar por sus categorías, el “decir”, después de haber visto el patrón, sus palabras son más fluidas, su cuerpo ayuda a expresar, lo que sus palabras no alcanzan a comentar, el registrar al hacerlo de una forma escrita, lo que él pensaba y cómo pudo determinar características, que le permitieron probar lo dicho y registrado.

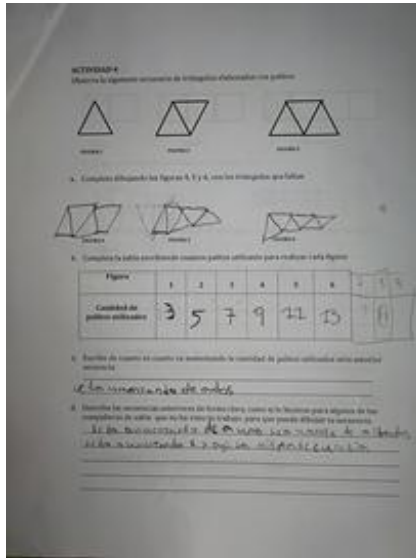
Actividad 2

	DE: ok. 3 Vamos a ver la siguiente. Tenemos esta secuencia, tú me le pusiste números, que está es la 1, que está es la 2, que esta es la 3 y esta es la 4. Porque esta es la 1 para ti?
	EM: porque aquí hay 1, acá hay un 2, hay un 3 y acá un 4
	DE: por eso las organizaste así.
	EM: sí
	DE: ok. Cuantos cuadrados tendría la figura 8
	EM: mm 8 abajo y 9 arriba
	DE: ósea cuantos?
	EM: mm 10
	DE: 8 abajo y 9 arriba, 8 más 9, cuanto es 8 más 9? O lo hacemos en los cuadritos y los cuentas
	EM: mmm
	DE: Ahh bueno, yo espero
	EM: 17
	DE: Ahh ok. Exacto, ósea lo que vamos a mirar es que tú me dices acá hay 8, acá hay 9, podemos hacerlo así como yo te pongo las sumas o podemos dibujar los cuadritos, vale la idea es que tú lo tengas claro. Como procediste para encontrar como hiciste para encontrar esa respuesta?
	EM: esa respuesta fue como uno contándole con los dedos y después ahí le coloqué esa respuesta
	DE: ok como si yo te digo Nicolai hazme la 12, cuantos cuadros haces y porque
	EM: 12 abajo y 13 arriba
DE: y si yo te digo Nicolai, yo no te entiendo, cuéntame porque, es que yo no sé cómo le haces la 12 tu	
EM: ósea la 12 como cuadritos, abajo 12, 12 cuadritos y 13 cuadritos arriba	
DE: pero y porque sabes que son 12	
EM: porque como después del 12, sigue el 13, entonces uno lo coloca como arriba	
DE: ósea que si yo te digo la 100, es porque llevas 100 abajo	
EM: 100 abajo y 101 arriba	
DE: ósea que le subo 1 para hacerlo arriba.	

Figura 83. Prueba final y entrevista EM actividad 2

EM identifica un patrón, reconociendo la cantidad de cuadros que lleva arriba y abajo, lo hace adecuadamente, los enumera, para llevar su orden y sumando le es posible determinar cómo está hecha la figura, refiriendo a Mason EM, ha pasado por sus cuatro categorías ver, cuando tiene la habilidad de reconocer un patrón visto, decir cuando lo expresa y reconoce variables, registrar, cuando lo hace de forma escrita, y probar cuando suma y verifica lo que ha hecho anteriormente.

Actividad 3

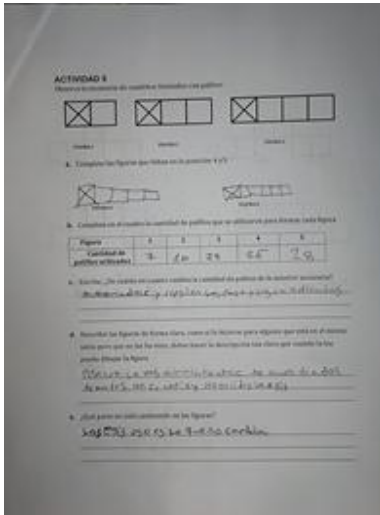


DE: Vamos a hacer la siguiente, que vemos?
 EM: Ehh acá un cuadrado, acá dos y acá tres
 DE: Un qué?
 EM: un cual... un triángulo
 DE: un triángulo acá, dos acá, tres, en la 4 cuantos había?
 EM: cuatro triángulos
 DE: ósea que en la 15, cuantos triángulos hay?
 EM: 15 triángulos
 DE: y cuantos palitos hay en la 1
 EM: Ehh 3
 DE: y en la 2 cuantos palitos hay?
 EM: 5
 DE: y en la 3
 EM: 7
 DE: De cuantos palitos va aumentando?
 EM: Ehh de a 2
 DE: De a 2 correcto, ósea que si tú me dices 3, 5 7, va aumentando de a 2 cierto, ósea que tú me dices que la 8, por aquí la teníamos, no? Ahh bueno que en la figura 8, cuantos triángulos hay?
 EM: 8 triángulos
 DE: y cuantos palitos serían?
 EM: mmm
 DE: si yo te completo esto acá y te digo este no lo sé, pero yo quiero saber es este, cuantos van ahí?
 EM: en la figura 8?
 DE: si
 EM: 8 triángulos y los palos, serían ... unos 20
 DE: tienes acá que en la 6 hay 13, en la 7?
 EM: en la 7 irían 17, Ehh 13 acá 17
 DE: aquí 17
 EM: Ehh 7 y ahí 17, digo 13
 DE: Tú me dices que sube de a cuantos?
 EM: de a 2
 DE: por eso, entonces tenemos la 6 13, la 7
 EM: 15
 DE: y la 8?
 EM: 17
 DE: y la 8?
 EM: 17
 DE: Ahh es que me estabas diciendo de la 8. Ahh ya. Como me explicas esto. Como hago yo esto que no entiendo
 EM: mm esto?
 DE: si esto, como hago yo para saber, como hago la 8?
 EM: Ósea la 8 es como, 8 triángulos y 17 palitos

Figura 84. Prueba final y entrevista EM actividad 3

EM reconoce un patrón por extensión y extrapolación, según Mason al estar en la categoría de ver, observo e identificado el patrón, y en decir usó sus palabras para referir aquello que iba cambiando, realiza sus conteos mentales y también apoyados con los dedos, explica el patrón, señala las figuras para demostrar lo que él está diciendo. Se observa una aproximación a la generalización, según Radford, al utilizar expresiones de extrapolación y extensión, según sus criterios y su cuerpo manifestando expresiones de lenguaje corporal.

Actividad 4

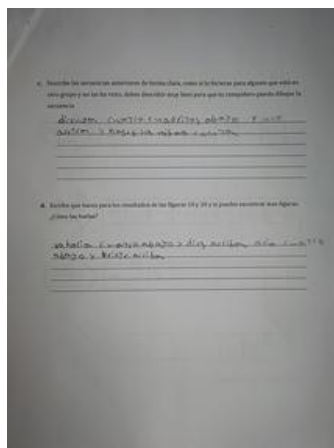
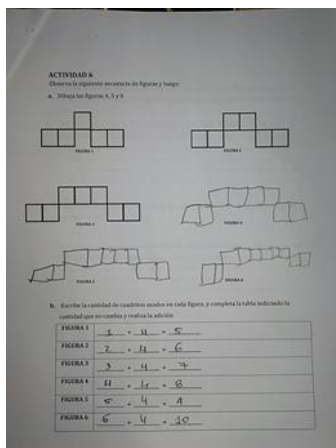


DE: hago 8 triángulos y 17 palitos. Vamos a la actividad 5, que son?
 EM: Ehh cuadrados
 DE: cuadrados. Que se repite en todos esos patrones? Que se repite?
 EM: mmm, esto
 DE: un cuadrado que tiene qué?
 EM: tiene un tachón
 DE: bueno un tachón, esta tachado. Cuantos cuadros tiene la figura 1?
 EM: dos
 DE: dos, la 2?
 EM: la 3 tiene 3. Digo 2. La tres tiene 4 pero hay 3
 DE: Ahh ok
 EM: En la 4 hay 5, pero hay 4 y en la 5 hay 6, pero hay 5
 DE: Ahh ya entiendo que es lo que tú me dices, ósea que tu estas contando, que hay 4 sin el tachón y uno tachado entonces.
 EM:***
 DE: Cuantos utilizaste en la 1?
 EM: En la 1 Ehh 7
 DE: 7. En la 2?
 EM:10
 DE: En la 3
 EM: 13
 DE: De cuanto en cuanto van aumentando los palitos
 EM: de a 4... de a3
 DE: De a 3. De cuanto en cuanto cambian, entonces ya me dices que cambian de a 3, y cuantos cuadrillos aumenta en cada una?
 EM: de a 2
 DE: aumenta de a 2
 EM: asienta con su cabeza
 DE: ósea que aquí hay 1, aquí hay 2, y aquí hay?
 EM: 3
 DE: entonces cuantos más estas dibujando en cada una?
 EM: 2
 DE: dos más
 EM: Va aumentando 2
 DE: cuales 2, muéstrame cuales 2 va aumentando
 EM: como acá le va aumentando 2, entonces acá 2, 3, 4, aquí hay como 5
 DE: pero yo solo veo 3
 EM: entonces si le va como aumentando de 1, porque hay 1, 2, 3, 4, 5
 DE: más el que esta tachado, ese no lo estas contando.

Figura 85. Prueba final y entrevista EM actividad 4

Cuando EM observa la figura identifica un patrón, reconoce de cuanto está formada, fácilmente ve el patrón, lo registra verbalmente, gráfica por extrapolación e intenta generalizar, su conteo mental, le hace equivocar, sin embargo, llega hasta la categoría de registrar de Mason, que también es fundamental, para que él pueda llegar a generalizar patrones. Su mirada, su movimiento de manos lo ubica en la generalización según Radford.

Actividad 5



Bueno vamos con la figura 6, con la actividad 6, aquí lo que tuviste que dibujar fue la 4, la 5 y la 6. ¿Qué no cambia en esas figuras?

EM: Ehh que no cambia lo de abajo

DE: ¿Qué es lo de abajo?

EM: estos cuadritos

DE: cuantos cuadritos no cambian?

EM: Ehh 4

DE: 4, ósea que por eso me escribiste aquí que estos 4 siempre están, y en la 1 hay?

EM: 1, 2

DE: estos son los que cambian

EM: si

DE: Ok, ósea que tienes 5, 6, 7, 8. Ósea que cuantos cuadritos van aumentando de figura a figura?

EM: Ehh

DE: de a cuantos va subiendo?

EM: Ehh de a cuantos va subiendo? De a 1

DE: de a 1. Como las hago yo, cuéntame, ósea si yo te digo Nicolai yo quiero hacer la figura 20, de eso tan bonito que tu hiciste, como hago esa figura 20

EM: dibuja 4 cuadritos abajo y 1 arriba y ahí vas terminando

DE: hasta que llegue a la 20. Y si no quiero hacer la 1, la 2 la 3, solo quiero hacer la 20, como hago la 20

EM: la 20, la 20 sería, ehh de cuadritos, la 20 sería como....

DE: esta, yo quiero hacer esta

EM: la 20 sería como, 20 arriba y 4 abajo

DE: Ahh ok, y si voy a hacer la 100?

EM: 100 arriba y 4 abajo

DE: estos 4 de acá que son los que tú dices que no cambian

Figura 86. Prueba final y entrevista EM actividad 5

Cuando EM observa la figura identifica un patrón, reconoce de cuanto está formada, fácilmente ve el patrón, lo registra verbalmente, grafica por extrapolación e intenta generalizar, su conteo mental, le hace equivocar, sin embargo, llega hasta la categoría de registrar de Mason, que también es fundamental, para que él pueda llegar a generalizar patrones. Su mirada, su movimiento de manos lo ubica en la generalización según Radford.

Actividad 6

Vamos a mirar esta actividad 6. Aumentar 30, que es aumentar Nicolai?

EM: aumentar sería como sumándole pero como aumentándole, como por ejemplo 1 le aumento 2, entonces igualmente salen 3 y así

DE: ahh ok. Aumentaste 30 entonces en cuanto quedo?

EM: 39, 48, 57, 66

DE: siempre le ibas aumentando 9, y esta que es?

EM: sumar 100

DE: que hiciste acá?

EM: sumar 100, eh 200, digo 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900

DE: Ok. Y en estas dice restas 10 que hacías?

EM: Ehh le hice 80, 70, 60, 50, 40, 30, 20

DE: ok. Y aquí que es disminuir Nicolai?

EM: que va bajando

DE: ok. Cogiste este 50 y que hiciste?

EM: 45, 40, 35, 30, 25, 20, 15.

DE: ok. Nicolai, cuéntame esto que hicimos en estos días, te sirvió para algo, aprendiste algo.

EM: pues como para aprenderlo para el otro año, si es que no lo hacen

DE: si es que no lo hacemos, ah bueno y que aprendiste?

EM: como aprender a ver los patrones, a hacer eh patrones, cosas así.

DE: Que de las figuras que trabajamos te gusto?Cuál?

EM: mm los triángulos

DE: te gustaron los triángulos?

EM: asiente con su cabeza la afirmación

DE: que otra cosa?

EM: ninguna cosa más, fue lo único que me gusto

DE: eso fue lo único que te gusto.

DE2: cuando empezaste a hacer las actividades de las secuencias, desde la primera a está que ya es la prueba final, tu sientes que mejoraste?

EM: si

DE2: en qué?

EM: como en aprender en matemáticas, como por ejemplo si yo ya hubiera pasado a cuarto o a quinto, entonces me hubieran preguntado cómo esto.

DE: tu antes no sabías hacer esto?

EM: no

DE: y ahora sí? Si yo por ejemplo te pongo allá en el salón que les explique esto a tus compañeros a hacer esto tú lo sabrías hacer?

EM: si

DE: y lo harías?

EM: mm la verdad no, por pena.

DE: Ahh pero si podrías hacerlo?

EM: asienta con su cabeza

DE: pero si crees que podrías?

EM: asienta con su cabeza

DE: Bueno Nicolai muchas gracias por colaborarnos, por participar en la actividad y pues estamos mirando ojala te sirva el otro año si lo vemos. Gracias.

EM: asienta con su cabeza y sonríe.

Figura 87. Prueba final y entrevista EM actividad 6

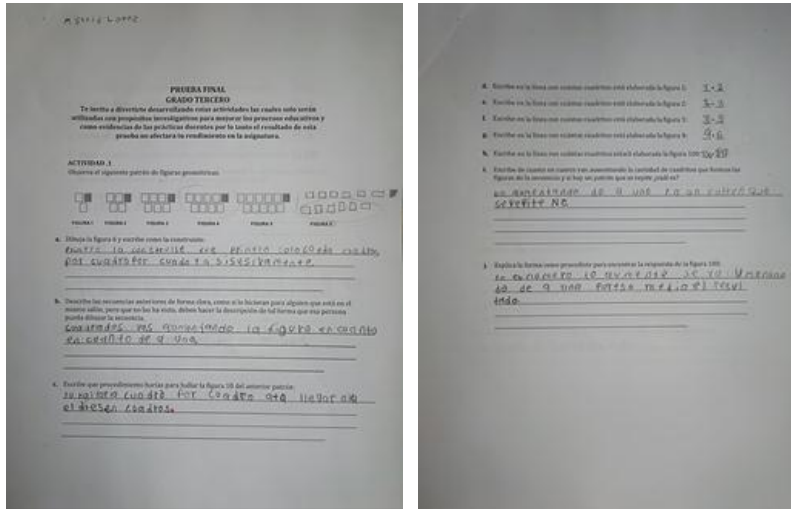
Para esta actividad final EM hace una acotación y enseñanza que le deja el estudio de patrones, reconoce lo que significa, cómo se elabora, y en sus expresiones verbales utiliza términos que le ayudan a referir variables por ejemplo “disminuir “ y “aumentar”. Demuestra un acercamiento a las matemáticas y gusto por algunas actividades hechas en la secuencia.

EM inicia la entrevista con más fluidez, según los criterios de Mason para decir, “es expresar las generalidades” (p.23) y EM lo consiguió, su categoría de registrar la desarrolló, pues hizo visible aquello que quería manifestar, además de probar lo dicho anteriormente, estas etapas de Mason lograron que EM se acercara a una aproximación de la generalización, la forma como se relacionó y manifestó sus respuestas, las palabras claves, sus gestos.

7.2.6.3 Estudiante nivel bajo.

A continuación, se encuentra el análisis de la prueba final teniendo en cuenta que se adjuntan las actividades realizadas por EB, la transcripción de la entrevista semiestructurada y el análisis respectivo por parte del GI:

Actividad 1



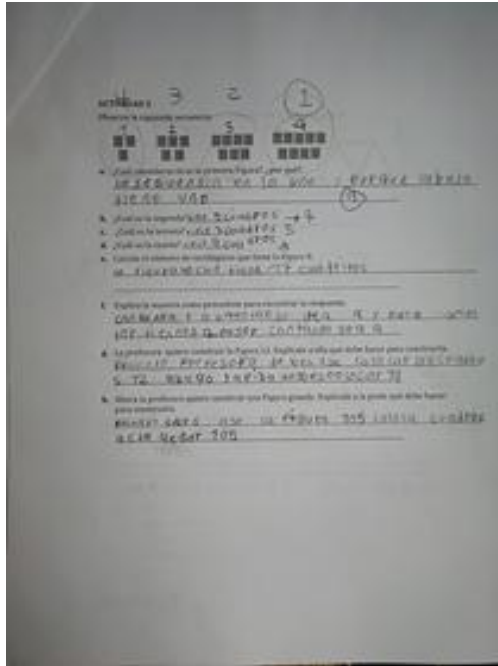
DE: entonces tenemos la figura 1, cuantos cuadros tiene?
 EA: 3
 DE: la 2
 EA: 5
 DE: 5, la 3?
 EA: 7
 DE: 7, cuantas va aumentando, tú me dices que esta tiene, 3, esta 5 y está 7, cuantos cuadros va aumentando de allá aca?
 EB ahh 1?, dos, dos, dos
 DE de a 2, de a 2, de a 2, que no cambia en esas figuras?
 EB ehí lo de abajo?, ahí no el cuadro negro
 DE el cuadro negro, si yo te digo que la 4 es esta cierto
 EB aja
 DE tu dibujaste la 6, que tiene esa 6, cuéntame porque hiciste esa 6 así, que tiene
 EB porque abajo hay que hacer 6, y arriba hay que aumentar
 DE y cuantas aumentaste arriba?
 EB 7
 DE 7, ok entonces aca dime como la hiciste porque dijiste que eran 6 ahí, porque decidiste que fueran 6?
 EB porque abajo, aquí hay en la 1 un cuadro, en la 2 hay dos cuadros
 DE ósea aquí, aca dice la 6 por eso hiciste 6 abajo, y arriba porque hiciste 7?
 EB porque va aumentando
 DE aumenta de a 1, ok entonces era 6 y aca arriba 7, si yo te digo cual es la 10, cuantos haces aca abajo, cuantos arriba
 EB abajo 10, y arriba mmm 11
 DE 11, y si yo te digo la 20?
 EB la 20 abajo y 21 arriba
 DE ok, tu aca me escribiste cuales, cuantos cuadros tiene cada una cierto, en la figura 1 me dijiste que tiene
 EB 1 y 2
 DE 1 y 2, en la 2
 EB 2 y 3
 DE en la 3
 EB 3 y 5
 DE ok, y cuanto tiene la figura 100?
 EB la 100 tiene 100 y 101
 DE ok, cuéntame como yo puedo hacer eso, ósea yo no lo he visto cierto, digamos que contémosle a alguien que no esté viendo en el video como hace esa secuencia?
 EB como así?
 DE ósea, como la puede hacer dile ... tu puedes hacer, explicale como harías la 10
 EB la 10 hay que colocara abajo 10 cuadros y arriba hay que colocar 11 cuadros
 DE y todos los 11 son iguales, los 11 de arriba?
 EB no
 DE que cambia?
 EB que aquí hay uno negro.

Figura 88. Prueba final y entrevista EB actividad 1

Como se puede observar EB, contesta todos los ítems de esta actividad de manera correcta pero no logra registrar con términos entendibles el patrón dado en el momento de describir presenta aún dificultad, de la misma manera ocurrió en el punto **1i** y **1j**. Durante la entrevista demuestra que conoce el término “patrón de figuras geométricas”, eso quiere decir que identifica un patrón, al dibujar la figura 6, está demostrando que el estudiante sabe extender un patrón. En los ítems **1b**, y **1c** el estudiante no muestra comprensión haciendo ejercicio de verbalizar mentalmente y registrar de manera clara su comprensión. En los ítems, **1d**, **1e**, y **1f** el estudiante escribe de cuánto en cuánto van aumentando la cantidad de cuadritos tanto arriba como abajo de la secuencia, el estudiante pudo descubrir cuál será el siguiente elemento observando el comportamiento de los patrones de repetición y ahí muestra indicios de una aproximación a la generalización.

Para el ítem **1g**, se pide la figura 100; eso quiere decir que el estudiante realiza una extrapolación o una aproximación a la generalización. A continuación, se evidencia la generalización contextual a la que llega el estudiante de nivel bajo en esta pregunta ¿cómo estarían organizados los cuadros de la figura 100? EB: cien cuadros arriba y ciento uno abajo. Es muy interesante todo el desarrollo de la entrevista en las respuestas del estudiante resaltadas.

Actividad 2



DE: observa la siguiente secuencia 3, tú ya me le pusiste aquí un orden.
 EB si
 DE: entonces tú dime como lo organizarías, ósea yo te las di así para que tú me las ordenes, como las organizarías?
 EB la organizaría no se
 DE dime
 EB no se
 DE ósea cual sería la que pondrías de primeras, pondrías esta de primeras y cual de segundas
 EB de segundas esta
 DE esta y de terceras? Y esta de cuartas si?
 EB si
 DE ok, entonces cuantos cuadritos tiene la figura 1
 EB cuadritos tieneee 10
 DE 10?
 EB 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
 DE 9, ósea que aquí como ya no lo vamos a hacer como nos dijeron que de pronto quedaba bien sino que lo vamos a hacer a la forma Astrid, entonces vamos a quedar aquí que la 1 tiene 9 cierto? La 2 cuantas tiene?, la 2 cuantas tiene?
 EB 7, la que
 DE la 2 cuantos tiene?
 EB la 2 tiene 7
 DE 7,
 EB si
 DE esta tú quieres empezar de la más grande cierto?
 EB si
 DE ok, entonces en la cuarta... , en la tercera cuantos cuadritos hay
 EB en la tercera hay...
 DE en esta
 EB 5
 DE 5 y en la cuarta
 EB 3
 DE 3, en esta secuencia van qué?
 EB van aumentando
 DE van aumentando?
 EB ohh
 DE en la que yo te había dicho de primeras aumentaba pero tú la hiciste de otra forma, tú la hiciste que, que vaya qué?
 EB bajando
 DE vaya disminuyendo, vaya bajando, entonces al bajar de cuanto en cuanto van bajando?
 EB de a cuanto en cuanto, mmm de ah
 DE de a cuantas?
 EB de a 2
 DE de a 2, va bajando la secuencia ok.

Figura 89. Prueba final y entrevista EB actividad 2

El EB da orden a su propia secuencia de menor a mayor, respondiendo de manera correcta en los puntos **2a, 2b, 2c, 2d, 2e**.

En el punto **2f, 2g, 2h** son momentos de argumentación y EB continua presentando dificultad, se puede afirmar que EB presenta dificultad en cuanto al nivel de Mason en el registrar, sin embargo, durante la entrevista EB, practica el proceso para la generalización de patrones, en cuanto a la categoría de registrar aun le falta mas entrenamiento.

Actividad 3

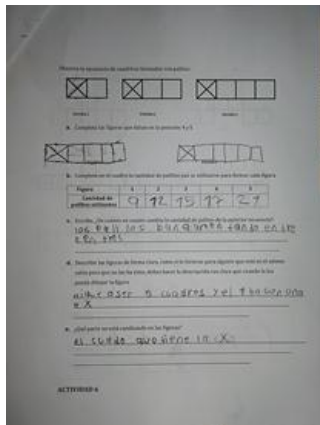


DE actividad 3 que figura tenemos ahí
EB un triángulo
DE un triángulo, de cuantos triángulos estamos hablando, de a cuantos va aumentando?
EB de aaaa
DE de a cuantos, de a cuantos?, aquí hay 1, aca hay
EB 2, 3
DE ósea de a cuantos vas poniendo cada vez
EB de a ... 1
DE de a 1, vas aumentando los triángulos, cuantos palitos hay en la 1?
EB 3
DE y en la 2
EB 5
DE en la 3
EB 7
DE en la 4
EB 9
DE 9, de a cuantos palitos van aumentando
EB de a 1, no dé a ahí se me olvidó
DE 3,5,7
EB de ahh 2
DE de a 2 palitos y de a 1 triangulito cierto, van aumentando
EB si

Figura 90. Prueba final y entrevista EB actividad 3

Se puede observar que EB, nuevamente realiza identificación de un patrón por repetición, por reproducción, por extensión y por extrapolación, además de identificar lo que cambia y lo que no cambia en dicho patrón, practicando nuevamente el proceso para la generalización de patrones en el ver, decir, y probar, pero sigue presentando dificultad en la categoría de registrar el patrón. En la entrevista vuelve la maestra a activar el aprendizaje en EB, a partir de la mayéutica.

Actividad 4

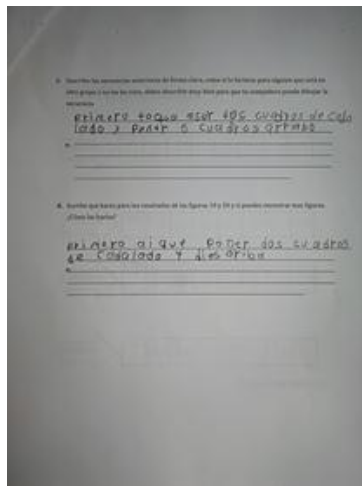
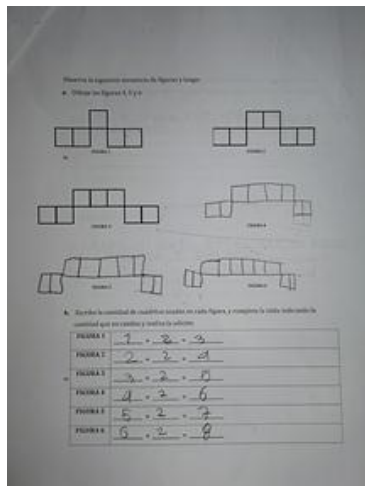


DE que tenemos aquí, actividad 4
EB tenemos cuadrados
DE cuadrados, cuantos cuadrados tenemos en la figura 1
EB: dos
DE: y en la dos
EB dos, ehh 3
DE en la tres
EB cuatro
DE y ¿cuántos palitos, hay en cada figura?
En la uno?
EB nueve, doce, quince
ED de a cuantos palitos va aumentando
EB de a cuatro, no dé a tres
DE tres, ok. Entonces si yo te digo, ¿que no cambia en las figuras, que no está cambiando?
EB (señala en la guía)
DE ¿qué es eso?
EB una equis en el cuadrado
DE una equis en el cuadrado. De a cuantos cuadrados está aumentando?
EB de a cuantos cuadrados, una
DE ok.

Figura 91. Prueba final y entrevista EB actividad 4

Esta actividad es similar a la anterior EB, nuevamente presenta su argumentación, y es evidente en el ver, el decir, el probar de Mason, pero continua con la dificultad al registrar o describir el patrón. En la entrevista EB, muestra falta de atención y concentración. Sin embargo, la maestra vuelve a activar el aprendizaje en EB, a partir de la mayéutica.

Actividad 5

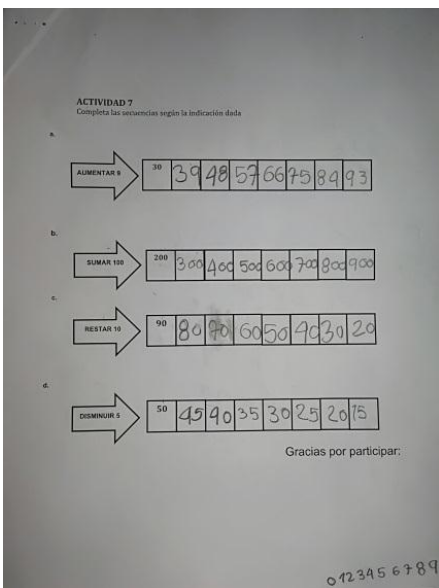


DE actividad 5. Tenemos esta figura. ¿Qué no cambia en estas figuras
EB Lo de abajo
DE Que es lo de abajo
EB Los cuadros de abajo (señalando)
DE ¿Cuántos cuadros hay abajo?
EB dos, y dos en cada lado
DE y que si cambia en cada figura
EB (Señala la parte de arriba de cada figura)
DE Porque lo vez que cambia
EB porque, va subiendo, porque acá hay uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis
DE En la figura seis, hay seis y en la figura diez?
EB diez
DE y en la veinte?
EB veinte
DE Si yo te digo aquí que cuales no cambiaron (señalando la guía), que me escribas aquí cuantos no cambiaron.
¿Cuántos no cambiaron?
EB los dos de abajo
DE Los dos de abajo, cuales dos de abajo
EB de cada lado (señala)
DE ósea que cuantos eran
EB Cuatro
DE Ahh no eran dos sino cuatro, ok, y lo de arriba si queda aca
EB si
DE ósea que cuantos no cambiaban siempre
EB que no cambiaba estos, señalando la parte de debajo de las figuras
DE describeme que hicimos aquí, cuéntame cómo voy a hacer yo con la figura que sigue. por ejemplo dime como harías la figura 10, cuéntame, profe la diez la hacemos
EB la leo, primero hay que poner dos cuadros, 2 de cada lado
DE Y cuantos arriba
EB y diez arriba
DE Y si digo veinte la figura veinte
EB (queda pensando) veinte arriba, cuatro abajo.

Figura 92. Prueba final y entrevista EB actividad 5

Como se puede observar EB, completa correctamente el ítem, **5a**, al extender el patrón de forma correcta, el ítem **5b**, donde debe registrar lo que cambia y lo que no cambia, lo resuelve de manera incorrecta, los ítems **5c** y **5d**, son ítems donde EB debe registrar y describir como se elaborarían las figuras que no aparecen dibujadas, luego EB no las responde de manera correcta, hace una aproximación a la descripción pero le falta, sin embargo en la entrevista muestra el manejo de las categorías al ver el patrón, verbalizarlo, probarlo y hace una aproximación a la generalizarlo cuando le preguntan ¿Cómo elaborarías la figura 10? EB: diez arriba y dos de cada lado y ¿la figura 20? EB 20 arriba y cuatro abajo, realizando identificación por repetición, reproducción, extensión y por extrapolación; identificando lo que cambia y lo que no, practicando nuevamente el proceso para la generalización de patrones en dicha entrevista.

Actividad 6



DE en la 6, aquí me dicen que aumenta 9, que es aumentar ?
 EB aumentar es que sube
 DE Sube
 EB que se salta un número
 DE ok aquí vamos a saltar al 9, ah ok. Aquí entonces vamos a saltar de a 9.
 EB asiente con su cabeza
 DE entonces salto aquí del 30 al 39 y del 39 al
 EB del 39 al 48
 DE este es sumar 100 que hiciste
 DE de 200 a 300 de 300 a 400 de 400 a 500 y EB así sucesivamente.
 DE ok y esto de restar que hiciste?
 EB del 90 al 80, del 80 al 70, del 70 al 60 y así sucesivamente.
 DE y que es disminuir?
 EB Es quitar
 DE y ahí también saltamos?
 EB Si
 DE pero hay también saltamos pero hacia atrás ?
 EB Si
 DE 50,
 EB 45, 40,
 DE ok. Bueno como te parecieron esas actividades?
 EB chéveres
 DE chéveres, te gustaron. Tú crees que aprendiste algo, recuerdas la primera actividad
 EB no me acuerdo
 DE y en todo lo que hemos hecho, tú crees que si has aprendido algo?
 EB Si
 DE ¿Cómo que has aprendido, cuéntame?
 EB como hacer los triangulo, los cuadrados, hacer secuencias
 DE y tú crees que ya podrías explicarle a alguien que no sepa cómo se hace una secuencia
 EB Si
 DE con que figuras te gusto más trabajar más de todas las que trajimos e hicimos
 EB con los cuadros
 DE con los cuadritos de números te gustaron
 EB si
 DE Bueno muchas gracias por haberme acompañado, por haber participado y esperamos y esperamos que todo lo que hicimos te sirva y te acuerdes. Gracias

Figura 93. Prueba final y entrevista EB actividad 6

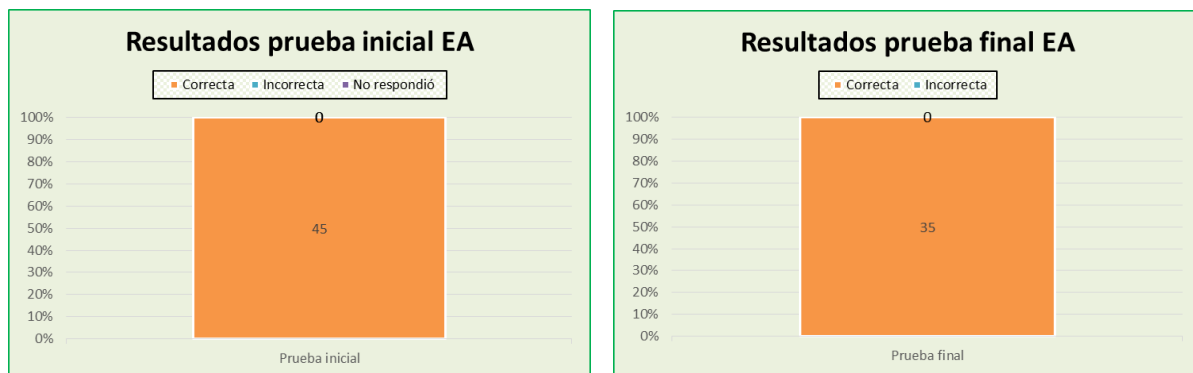
En esta actividad EB, la realiza completa y correctamente, En la entrevista demuestra que conoce y aplica los términos aumentar y disminuir, dentro de un patrón numérico. Según Radford “la generalización está formada por los términos más sencillos: generalizar significa una

inferencia general.” 2015(p.30). Luego este estudiante alcanzo una aproximación a la generalización.

7.3 Análisis intrasujeto prueba inicial vs prueba final.

A continuación se realiza un análisis con relación a los resultados de cada uno de los estudiantes escogidos en la prueba inicial comparados con los resultados de la prueba final.

7.3.1 Estudiante nivel alto EA.



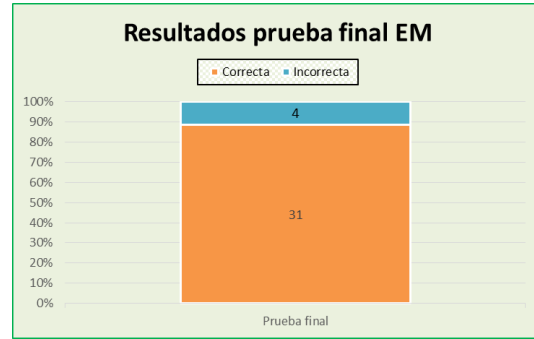
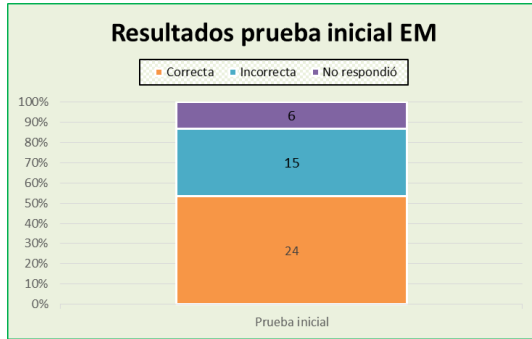
EA, respondió correctamente el 100% la prueba inicial. Posee un lenguaje que le permite expresarse de una forma clara y coherente. Se sirve del lenguaje gestual para comunicar puede darse cuenta de algo general en lo particular. Está en la capacidad de predecir el número que sigue aproximándose a la generalización.

EA, respondió correctamente el 100% la prueba final, potencio habilidades del ver, decir, probar y registrar, se aproximó a la generalización, siendo sus registros más detallados en cada una de las actividades, presenta buenos procesos y realiza patrones numéricos correctamente.

Su habilidad para expresarse mejoró, adquirió más vocabulario, realiza un buen nivel de análisis argumentativo, identifica claramente lo que cambia y lo que no cambia, se evidenció más conteos mentales, su cuerpo como medio de lenguaje gestual nos dan cuenta de que este estudiante pudo desarrollar y acercarse a una aproximación de la generalización.

Figura 94. Comparación resultados obtenidos por estudiante nivel alto en prueba inicial y final.

7.1.3.2 Estudiante nivel medio EM.

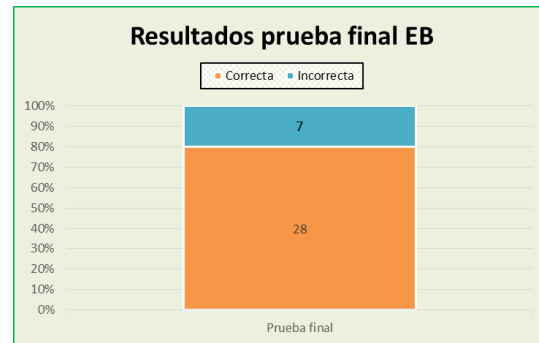
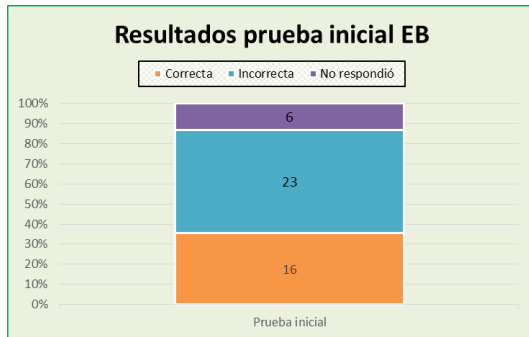


EM, respondió acertadamente el 53% de las preguntas, reconoce algunos patrones. No maneja un vocabulario que le permitan comunicar lo que comprende, lo que dificulta su expresión verbal, su lenguaje gestual, es predominante, mueve sus brazos, sigue y señala con su dedo las figuras de la secuencia, intentando hacerse entender

EM, respondió acertadamente el 88% de los ítems de la prueba final. Su registro verbal fue más fluido, realiza patrones por identificación, extensión, extrapolación, identifica lo que cambia, lo que no cambia y de cuánto en cuánto aumenta, amplió su vocabulario mejorando su expresión verbal y sus registros progresaron, sin embargo, el conteo mental no mejoró, falta el afianzamiento de otros pensamientos para que pueda a futuro realizar ejercicios de conteo mental ágiles y certeros. Se puede decir que también mejoró sus habilidades en el ver, decir, registrar aproximándose a una generalización de patrones.

Figura 95. Comparación resultados obtenidos por estudiante nivel medio en prueba inicial y final.

7.1.3.3 Estudiante nivel bajo EB.



EB, respondió correctamente el 35% de los ítems propuestos en la prueba inicial. Su lenguaje verbal es poco fluido, confunde el nombre de algunas figuras geométricas, se confunde y no logra dar sus respuestas claras, expresa timidez en su lenguaje gestual, notándose inseguridad en sus respuestas. Muestra dificultad en algunos procesos de pensamiento numéricos

EB, respondió adecuadamente el 74% de los ítems propuestos en la prueba final. Su lenguaje gestual fue más fluido, sin embargo, su terminología, no se amplió lo suficiente. Es importante destacar su habilidad para identificar patrones numéricos y geométricos mejoro en cuanto a identificación, extensión y extrapolación, pudo observar y determinar lo que cambia y lo que no cambia. Lo que permanece constante. Presentó un progreso paulatino para la aproximación a la generalización. Queda pendiente la verificación de la apropiación de los procesos de pensamiento asociados al ver, el decir, el probar y el registrar.

Figura 96. Comparación resultados obtenidos por estudiante nivel bajo en prueba inicial y final.

Capítulo 8

Conclusiones

Respondiendo a la pregunta ¿Cuál es el proceso que siguen los estudiantes de tercero de primaria del Colegio isla del sol IED para desarrollar el pensamiento variacional a partir del reconocimiento de patrones con una aproximación a la generalización? se confirma la hipótesis que al realizar una secuencia didáctica con múltiples y variadas experiencias significativas de generalización de patrones, “los estudiantes muestran avances significativos como los observados en los diferentes análisis presentados”.

Se da respuesta al objetivo dado que el GI logro realizar una caracterización del proceso de generalización de patrones que siguen los estudiantes del grado Tercero de dicho colegio a partir de la implementación de una secuencia didáctica que favoreció el desarrollo del pensamiento variacional.

De la misma manera se responde el objetivo dos, desde la exploración del estado inicial en el que se encontraban los estudiantes de este grado, con respecto a la generalización de patrones, se realizó mediante la aplicación de una prueba diagnóstica la cual fue una herramienta muy importante con la que se dio inicio al proceso de caracterización.

Y al objetivo 3, que permitió describir la manera en que los estudiantes del grado Tercero del colegio Isla del sol se aproximan a la generalización de patrones, a partir del análisis de la secuencia didáctica, y, a su vez, cómo esta favorece su desarrollo del pensamiento variacional.

Al dar inicio al estudio se observó en los estudiantes, que no manejaban los conceptos de patrón y secuencia, una de las razones, es que en las mallas curriculares de las instituciones, el pensamiento variacional se aborda superficialmente y no se le está dando la importancia que debe tener, el observar el uso de la atención, la intuición y la intención, dentro de la concepción de la percepción de sus órganos sensoriales, además de que los estudiantes ya habían adquirido unas bases de la generalización al notar similitudes y diferencias y estaban en la capacidad de darse cuenta de algo general e ir a lo particular. Es de vital importancia en este punto determinar que un patrón permite al estudiante observar y analizar detalladamente una situación de variación, por ende, puede llegar a evidenciar qué cambia y qué permanece invariante, el análisis cuidadoso de patrones y regularidades permite establecer generalizaciones.

Es de vital importancia en este punto determinar que un patrón permite al estudiante observar y analizar detalladamente una situación de variación, por ende, el estudiante puede llegar a evidenciar qué cambia y qué permanece invariante. “El análisis cuidadoso de patrones y regularidades permite establecer generalizaciones.

El diseñar y promover un proceso en el que los estudiantes de grado tercero del Colegio Isla del sol avanzan en el desarrollo del pensamiento variacional con una secuencia didáctica motiva a llevar la propuesta en los colegios de las SED, y si es posible a nivel nacional o internacional, para que se lleven a cabo las actualizaciones de las mallas curriculares, la actualización de docentes en cuanto a el desarrollo de este pensamiento, el comprender cómo su didáctica puede favorecer a futuro el inicio al álgebra y la importancia de su comprensión para los futuros profesionales que está en las manos de los docentes de primaria.

Esta investigación deja grandes expectativas en cuanto al desarrollo del pensamiento variacional en los estudiantes de las instituciones educativas, se parte de una prueba diagnóstica y de una secuencia con múltiples actividades y materiales que llegan a ser significativos para los estudiantes, permitiendo que al finalizar las intervenciones se aproximen a una generalización de patrones numéricos y geométricos y se apropien de procesos mentales que les servirán a lo largo de su vida desde la comprensión del álgebra que ha sido hasta el momento la dificultad más grande para los estudiantes en secundaria.

El GI concluye que es muy valioso el trabajo que los docentes pueden aprovechar desde el arsenal de propuestas didácticas que existen para el desarrollo del pensamiento variacional desde las raíces del álgebra que se pueden iniciar en toda la primaria de manera que se retome a Mason et al., 1999 quien describe e ilustra de forma muy clara y completa, los aspectos de su propuesta para desarrollar el pensamiento variacional en el trabajo de aula, enfocado en las rutas que facilita el trabajo del álgebra en secundaria, queda el trabajo a futuro para los investigadores, hacer seguimiento de estos estudiantes que presenciaron un aprendizaje significativo de generalización de patrones numéricos y geométricos, no como un paquete separado, sino que se vaya potenciando progresivamente con la aritmética y la geometría enfocado a las leyes que gobiernan las relaciones numéricas y el modelaje de situaciones para los siguientes grados, de tal manera que, se pueda hacer un estudio comparativo al iniciar estos estudiantes la secundaria con la pregunta, ¿Qué avances muestran los estudiantes que llevaron desde primaria un adecuado manejo de la generalización de patrones?

Se destaca dentro de esta investigación palabras de Vergel ante proceso que se puede llevar desde el aula para el desarrollo del pensamiento variacional, desde el papel del maestro de matemáticas, en cuanto a la estructura de la clase, la actuación del profesor, las actividades propuestas, el tipo de preguntas que se deben plantear para poder detectar avances o formas de pensamiento en los estudiantes, ya que cuando se tiene un objetivo claro y posee las herramientas como la secuencia didáctica, que pretende fortalecer el pensamiento variacional, hace que los estudiantes vean, digan, registren y verifiquen información, para llegar a la generalización de patrones geométricos y numéricos.

Dentro de la práctica pedagógica los docentes deben estar actualizados y consultando permanentemente diferentes referentes teóricos, que orienten en la elaboración y aplicación de pruebas diagnósticas que permitan buscar instrumentos o diseñarlos y presentarlos a los estudiantes, desde los cinco pensamientos que se plantean para ampliarlos y llegar a la generalización de los mismos, utilizarlos como formas de aprendizaje que los lleven a desarrollar las potencialidades de los estudiantes y de los mismos docentes como investigadores.

Este proyecto de investigación no es el único, que ha abordado este tema, se han realizado múltiples investigaciones sobre generalización de patrones, encontrando puntos en común; sin embargo los investigadores estudiados aplican una experiencia y la analizan, mientras que en este proyecto de investigación el valor agregado es demostrar que el estudiante adquiere el conocimiento con múltiples y variadas experiencias las cuales se diseñaron para cumplir el objetivo.

A lo largo de la historia los seres humanos se enfrentan con diferentes problemas, mostrando una gran capacidad de inventiva, pero hay una dificultad, siempre quiere conseguir algo pero no sabe cómo hacerlo, los métodos que tiene al alcance no le sirven, es decir tiene la mente pero no el camino claro o inmediato o una vía directa para encontrar soluciones, por tanto conocer los patrones de la vida son tan importantes”, y más que son las raíces del álgebra sembradas en los estudiantes de primaria para poder solucionar los problemas de la vida, si se cuentan con experiencias significativas similares. Si se asimilan, con el tiempo el estudiante será el constructor de su propio conocimiento y será capaz de transferir un conocimiento ante una situación a partir de múltiples y variadas experiencias significativas que se describen en la siguiente metodología.

8.1 Hallazgos

Según los estudios de Vasco, en 1997 se dieron los primeros indicios sobre el pensamiento variacional en Colombia, desde el GI, por experiencia propia, al terminar el pregrado en 2007, aún no observan esta cátedra en algunas universidades de Colombia, en cuanto a capacitación docente sobre el desarrollo del pensamiento variacional y la generalización de patrones. Desde luego, el GI el pensamiento variacional no lo tocaba por desconocimiento y por ende en las mallas curriculares de los tres colegios no se evidenciaba este pensamiento.

Hoy terminada esta experiencia de investigación el GI se lleva grandes aprendizajes y experiencias significativas sobre el pensamiento de los estudiantes del grado tercero, la motivación para desarrollar este tipo de secuencias con los estudiantes es una meta tan clara, que ya se inició con los estudiantes del 2018 en busca del desarrollo de este pensamiento.

8.2 Recomendaciones

Desde esta investigación se exhorta a dar una mirada a los planes de estudios de matemáticas de las instituciones educativas para que permitan visualizar el pensamiento variacional y se promuevan espacios en los que el docente integre en su quehacer pedagógico la generalización de patrones, que a futuro favorezcan la interpretación del álgebra en secundaria.

Para el diseño de instrumentos, se hace necesario realizar pruebas piloto, para no caer en errores que puedan confundir a los estudiantes. Se debe tener en cuenta la edad, el nivel en el que están y posibles acciones a seguir luego de realizar la prueba diagnóstica. se han realizado múltiples investigaciones sobre generalización de patrones.

Se recomienda pensar cada una de las secuencias desde la aplicación de múltiples estrategias, como formar grupos de 4 estudiantes para que entren en confianza y puedan realizar discusiones, detectar la emergencia de algunos medios semióticos de objetivación que efectivamente se dan con más espontaneidad que cuando son grupos más pequeños.

Es necesario planear con anterioridad, pensar y repensar las preguntas que se van a hacer en la entrevista a los estudiantes, para lograr excelentes resultados, esto facilitó al GI depurar las preguntas que planteaban y prever ciertas dificultades asociadas con la configuración de las secuencias elaboradas por los estudiantes.

Es importante tener en cuenta que, desde los referentes legales propuestos por el Ministerio de Educación Nacional, se pueden ver las bases claras en cuanto a la aplicación del pensamiento

variacional, para los estudiantes de grado tercero y que se hace necesario enriquecer el quehacer pedagógico, con ejercicios que lleven a lograr el reconocimiento de patrones y tener una aproximación a la generalización. El favorecer en el aula actividades de generalización de patrones ayuda a potenciar en los estudiantes, el reconocimiento, la percepción, la identificación y la caracterización de la variación, el cambio en diferentes contextos, la descripción, modelación y representación en distintos sistemas o registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos o gráficos.

El GI recomienda el trabajo de Radford (2015) desde el desarrollo del pensamiento variacional lo que permite generalizar de objetos particulares, para que se dé un proceso de deducción desde los diferentes componentes que plantea, por ejemplo desde lo fenomenológico observar la manera en que la intuición, la atención y la intención interactúan y constituyen la forma de percibir, de sentir y mejorar la percepción, y así mismo desde la semiótica que puede visibilizarse en los estudiantes de primaria.

8.3 Reflexión final

La realización de este trabajo permitió analizar el desarrollo del pensamiento variacional de estudiantes de tercero de primaria, a partir del reconocimiento de patrones y evidenciando una aproximación a la generalización. Se pudo demostrar que el proceso de generalización de patrones puede darse sin necesidad de signos algebraicos en la primaria y se reconoció la importancia de ver en los estudiantes, todas aquellas situaciones discursivas (verbales o escritas), gestuales y procedimentales que se evidencian en los estudiantes, sus intentos de construir explicaciones y argumentos sobre estructuras generales y modos de pensar.

Explorar vivenciar experimentar, investigar, indagar, en todo momento y expresar lo que ha construido con alegría, iniciando por sus propias creaciones a partir del arte el ritmo y el movimiento con su propio cuerpo, mostrar crear, Situaciones de tal manera que el niño se sorprenda frente a algo, la pasa mejor y los resultados serán a largo plazo.

El trabajar en grupo, ayuda a desarrollar capacidades humanas que solo se desarrollan desde la relación con el otro, dándole libertad hará sus creaciones, así el mismo niño se va corrigiendo y corrigiendo al otro, se hace consciente de su propia responsabilidad, aprenden a expresar sus propias emociones, hay un buen nivel de independencia, hay mayor fluidez en la verbalización, más tranquilidad, en grupo van trabajando con un objetivo claro, saben para donde van, y el aprendizaje se convierte en experiencia.

No importa si nos equivocamos pues estamos para aprender, para mejorar al igual que un descubrimiento científico, nace de la pregunta en el caos... sin volverles ignorantes dándoles las respuestas, sino a partir de la indagación, recordemos que la importancia de la pregunta está planteada desde la filosofía en la antigua Grecia, a través de la interacción con los otros y con el entorno, no a lo tradicional dándole un conocimiento para memorizar, nadie puede aprender sin interés.

Todos queremos hacer lo que sentimos, ¿quién aprende lo que no quiere aprender? por tanto debemos adaptar los patrones al estudiante y no los estudiantes a los patrones. El docente debe ser orientador, facilitar, proponer, estimular, atender, comprender, reconocer sino que será

basado en la experiencia significativa planeada y organizada tras un objetivo planeado de autodescubrimiento.

El amor es vital para el desarrollo del aprendizaje y en la vida, importante desde el útero, desde el contacto corporal, emocional, expresión, gestos sonidos, el respeto y la confianza en el otro, no podemos educar con amenazas, castigos, tensiones, para que los estudiantes hagan lo que se les pide, porque amenazar con una nota o calificación no favorece el gusto por las matemáticas.

8.4 Valor agregado

Es demostrar que el estudiante adquiere el conocimiento con múltiples y variadas experiencias significativas y si se les da más tipo para el desarrollo de las mismas se encontraran mejores resultados las cuales fueron diseñadas para cumplir el objetivo.

A ser validada cada una de las intervenciones tiene un gran alcance ya que cada una de las experiencias que se realizó en el grupo escogido había sido previamente aplicada con los estudiantes del colegio San Agustín esto cumplió con las expectativas ya que además de servir al GI para enriquecer las actividades a utilizar. Se pudo verificar con otro grupo que la secuencia didáctica aplicada puede ser una herramienta muy valiosa en el desarrollo del pensamiento variacional en los estudiantes del grado tercero de primaria.

Gracias a este proyecto de investigación se cumplen las expectativas del GI y el mayor logro es que las docentes que realizaron esta intervención cambian su práctica pedagógica

enriqueciendo su labor en la enseñanza de las matemáticas con el desarrollo del pensamiento variacional utilizando secuencias didácticas en las que se desarrollen múltiples actividades que incentiven en los estudiantes la capacidad de análisis de acuerdo a las categorías propuestas.

Bibliografía

Bruner, J. (1963). *El proceso de la educación*. México: UTEHA

Castro (2014). Universidad de la sabana. Obtenido de Facultad de Educación Licenciatura en pedagogía infantil: doi:
[https://intellectum.unisabana.edu.co/bitstream/handle/10818/11177/Catalina%20Castro%20Montenegro%20%20\(tesis\).pdf?sequence=1](https://intellectum.unisabana.edu.co/bitstream/handle/10818/11177/Catalina%20Castro%20Montenegro%20%20(tesis).pdf?sequence=1)

Centro virtual cervantes. (2006) *Prueba diagnóstica*. Madrid, España. Recuperado de
https://cvc.cervantes.es/ensenanza/biblioteca_ele/diccio_ele/diccionario/pruebadiagnostica.htm

Fernández, C. (2010). *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa, Análisis epistemológico de la secuencia numérica*, 13, p7.

Godino, J y Font, V. (2003) *Razonamiento algebraico y su didáctica para maestros*. Granada: Universidad de Granada.

Hernández, R. Collado, C. Baptista, M. (2014). *Metodología de la investigación*. Recuperado de <https://josedominguezblog.files.wordpress.com/2015/06/metodologia-de-la-investigacion-hernandez-sampieri.pdf>

Mason, J., Graham, A., Pimm, D. y Gowar, N. (1999). *Rutas hacia/Raíces del álgebra*. Bogotá, Colombia: sección publicaciones UPTC.

- Mason, J. (1999). La incitación del estudiante hacia el uso de su capacidad natural para expresar generalidad: las secuencias de Tunja. *Revista EMA*, 4(3), pp.232 - 247.
- MEN, (1998). Lineamientos *curriculares para el área de matemáticas*, p.50, Bogotá, Colombia.
- MEN, (1998). Estándares *Básicos de Competencias*, p.67, Bogotá, Colombia.
- MEN, (2006). Derechos Básicos de Aprendizaje matemáticas grado tercero, Volumen 2, p.27, Bogotá, Colombia.
- MEN, (2015). Matriz de Referencia matemáticas, p 4, Bogotá, Colombia.
- Piaget, J. (1926). *El lenguaje y el pensamiento del niño*. Nueva York: Harcourt Brace & Company.
- Piaget, J. (1978). *Psicología del niño*. Madrid: Morata, s.l.
- PNA. Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática 9 (3), 193-215.
Recuperado de <http://revistaseug.ugr.es/index.php/pna/article/viewFile/6220/5534#page=1&zoom=auto,-107,536>
- Pulgarín, J. (2015). *Generalización de patrones geométricos. Proyecto de aula para desarrollar pensamiento variacional en estudiantes de 9–12 años* (Tesis maestría). Universidad Nacional de Colombia, Medellín, Colombia.

Radford, L. (2006a). Algebraic thinking and the generalization of patterns: a semiotic perspective. En S. Alatorre, J. Cortina, M. Saiz, y A. Méndez (Eds.), Proceedings of the twenty eighth annual meeting of the north american chapter of the international group for the psychology of mathematics education (p. 2- 21). Mérida, México: Universidad Pedagógica Nacional. Recuperado de https://s3.amazonaws.com/academia.edu.documents/34739146/Book_from_conference.pdf?AWSAccessKeyId=AKIAIWOWYYGZ2Y53UL3A&Expires=1526306844&Signature=s%2F3KOPrqQccFmvf1Sf6i0qjj%2Fb4%3D&response-content-disposition=inline%3B%20filename%3DORAL_RETELLINGS_SOLUTION_STRATEGY_FOR_CO.pdf#page=28

Radford, L. (2015). Introducción: fenomenológico, epistemológico y semiótico componentes de generalización. PNA. Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática, 9(3), pp.129- 141.

Rangel, L. (2012). Patrones y Regularidades Numéricas: Razonamiento Inductivo (Tesis maestría). Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia.

Rico, M. Cañadas, J. Gutiérrez, M. Molina, y I. Segovia (Eds.), Investigación en didáctica de la matemática. homenaje a encarnación castro (p. 3 - 12). Granada, España: Editorial Comares.

Rivera, E. Y Sánchez, L (2012). Desarrollo del pensamiento variacional en la educación básica primaria: generalización de patrones numéricos (Tesis pregrado). Universidad del Valle, Cali, Colombia.

- Rivera, F. (2015). La naturaleza distribuida de la generalización de patrones. PNA. Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática, 9 (3), pp.165-191.
- Vasco, C. E. (2003). El pensamiento variacional, la modelación y las nuevas tecnologías.4, Recuperado de http://pibid.mat.ufrgs.br/2009-2010/arquivos_publicacoes1/indicacoes_01/pensamento_variacional_VASCO.pdf
- Vasco U. C., (2006, Marzo). Siete Retos de la educación Colombiana en el periodo 2006 al 2019. Universidad EAFIT de Medellín, Colombia. Recuperado de <http://eduteka.icesi.edu.co/pdfdir/RetosEducativos.pdf>
- Vasco, C. E. (2009). El pensamiento variacional y la modelación matemática, Universidad del Valle, Universidad de Manizales, 1-14, recuperado de http://pibid.mat.ufrgs.br/2009-2010/arquivos_publicacoes1/indicacoes_01/pensamento_variacional_VASCO.pdf
- Vasco, C. E. (2015). Apuntes para una historia del pensamiento variacional en la enseñanza de las matemáticas en Colombia 1989-2004, Anuario Colombiano de Educación y Pedagogía, 6, Volumen 1. p 6,
- Velásquez, I. (2012). Enseñanza de sucesiones numéricas para potenciar el desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes de grado cuarto de básica primaria (Tesis maestría). Universidad Nacional de Colombia, Medellín, Colombia.
- Vergel, R. (2015) Generalización de patrones y formas de pensamiento algebraico temprano,

Vergel, R. (2014). Formas de pensamiento algebraico temprano en alumnos de cuarto y quinto grados de educación básica primaria (9-10 años) (Tesis doctoral). Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá, Colombia.