

Trabajo de grado en modalidad de aplicación

## Determinación de precios y diseño de paquetes utilizando logit multinomial restringido: caso aplicado a telecomunicaciones.

César Augusto Llano Millán<sup>a,c</sup>, Luis Felipe Peña Osorio<sup>a,c</sup>,

Héctor Andrés López Ospina<sup>b,c</sup>.

<sup>a</sup>Estudiante de Ingeniería Industrial

<sup>b</sup>Profesor, Director del Proyecto de Grado, Departamento de Ingeniería Industrial

<sup>c</sup>Pontificia Universidad Javeriana, Bogotá, Colombia

---

### Abstract

The document presents an optimization model for the bundling and the pricing using constrained multinomial logit for the estimation of the demand, this bundles are directed to multiple target markets and includes the launching costs, and the benefits from the telecommunications company, as in the utility function from the agents of each group. For the numerical implementation of this test case, we worked with data of the Chilean market (gathered from a Chilean telecommunications consultant), complemented by the data from Pérez, et al (2016), and a survey was designed for the identification of the other required parameters. Being more precise, the optimization mathematic model considers restrictions of the maximum willingness to pay and the customer's preferences for the composition of the plans. Then, a generic solution is proposed to the problem previously designed using the metaheuristic PSO as a solution technique, for this it is used the R software. Subsequently, the solution is implemented based on the gathered information, and finally the impact of variations is analyzed in the parameters on the objective function.

The requirements of design talk about what is expected because of the engineer design. In this case, it is expected that the solution comes out with the results of the package composition, its corresponding price, the percentage of market captured and the benefits that were expected by the telecommunications company. The restrictions associated to the design are the possible differences in the information of the market in Chile, compared to the Colombian market, the price regulation by the companies on the telecommunications sector, the validity of the information provided by the consultant company, the assumption of some needed parameters for the model and the assumption of rationality by the agents who belongs to the target markets. On the other hand, the design must obey the norm ISO 13053 (2012) using the DMAIC methodology, that is focused on the definition, the measures, the analysis, the implementation and the control of the design proposed.

Finally, based on the gather information from the Chilean market, the data from Pérez, et al (2016) and the survey analysis, we get a bundle composed by 663 minutes and 5 Gigs, at a price of 27.99 USD (price that responds to highest willingness to pay from the highest target market), capturing approximately 8.41% of the market and obtaining 56'896.507 on benefits.

Figura 1. Diseño realizado



## 1. Justificación y planteamiento del problema

La venta de productos y servicios en paquetes es una estrategia de marketing usualmente aplicada por el área comercial en muchas compañías. Por ejemplo, existen proveedores de planes virtuales para vacaciones que ofrecen sus servicios de hotelería, transporte aéreo, transporte terrestre y tiquetes a atracciones locales por un costo global (Banciu & Ødegaard, 2016). Pérez, López-Ospina, Cataldo & Ferrer (2016) muestran como esta estrategia también es empleada en la venta de snacks para cine, accesorios de computador y demás mercados, con la finalidad de discriminar precios, extender el poder de mercado monopolístico y aumentar las barreras de mercado para la competencia. Puntualmente, estos autores enfocan el diseño de paquetes y *determinación de precios* para el mercado de las telecomunicaciones, teniendo en cuenta los servicios de telefonía móvil y tráfico de datos. Adicionalmente, Pérez et, al (2016) incluyen una restricción flexible de presupuesto de los clientes asociada a la máxima disposición a pagar por un plan; es decir, que un cliente no rechaza la opción de compra si el precio final excede por un valor cercano a su presupuesto, pero sí penaliza su probabilidad de compra. Por otro lado, el diseño y venta de productos por paquete busca *establecer precios* atractivos que incentiven a los consumidores a adquirir productos y servicios cuyo costo agregado es menor que la suma de los costos individuales (Thompson, 2007). Además, para que esos precios sean competitivos, deben estar restringidos por la máxima disposición a pagar de los consumidores. Esta se define como el valor más alto que un consumidor está dispuesto a dar a cambio de un producto o servicio (Krugman & Wells, 2006). Es sustancial incluir y

entender la relevancia de dicho parámetro en el *diseño de planes* ya que es esencial para la comparación racional del beneficio para el cliente potencial y, por tanto, en su elección (**Ghosh, Maitrab, & Das, 2013**).

Es importante destacar que las estrategias de segmentación de clientes tienen como finalidad descubrir necesidades de grupos particulares con el objetivo de diseñar y comercializar bienes y servicios especializados para tales requerimientos (Schiffman & Kanuk, 1987). Con base en lo anterior, surge la iniciativa de realizar una extensión al trabajo realizado por Pérez et al (2016) a varios segmentos del mercado, lo que posibilitaría extender el modelo a las preferencias de grupos específicos omitiendo generalidades y acercándose a un panorama más real, en donde las características de cada conjunto de individuos *determinan el precio* y el diseño óptimo del paquete. Desde el punto de vista de cualquier firma, entre las que se incluye las empresas de telecomunicaciones, dado el grado de competencia existente en este mercado, el conocer detalladamente los deseos de cada segmento permite ofrecer un producto en función de sus expectativas, lo que aumenta la probabilidad de compra del nicho en cuestión.

Por otro lado, es pertinente definir el *costo de lanzamiento* como el valor pagado por la empresa por poner en el mercado un plan. Si este se diseña, pero no se ubica, la empresa no incurre en dicho costo. Es importante tener en cuenta estos parámetros en el planteamiento del modelo de optimización para garantizar que el precio definido para cada plan cubre gran parte de los costos presentes en la realidad, y de esta manera proporcionar los mayores beneficios para la organización. Por su parte, Oladipo, Musiliu & Waisu (2015) concluyen que la publicidad, los ingresos del consumidor, la calidad del servicio, los servicios relacionados, y el cargo fijo mensual influyen directamente en la toma de decisión a la hora de elegir un paquete telefónico, siendo la calidad y el cargo fijo aquellos que impactan de manera más significativa, por el contrario, la publicidad impacta en la decisión, pero en menor grado. En adición a lo anterior, Erdem, Keane & Sun (2007) muestran que la demanda por un bien está correlacionada positivamente con el *costo invertido en lanzamiento*, afirmando que la publicidad tiene un impacto positivo en la percepción del producto y su respectivo precio. Además, proponen que la elasticidad del precio puede incrementar, haciendo que su decisión de compra se vea menos influenciada ante variaciones en el valor de un producto o servicio.

Cabe mencionar que para el cálculo de la demanda se aplicará el modelo *logit multinomial restringido*, ya que permite la inclusión de la máxima disposición a pagar como restricción en la *determinación del precio*, así como las preferencias por la conformación del paquete. Dicha demanda es dependiente del precio, lo que hace nuestro modelo altamente no lineal. Por otro lado, para la implementación de modelo se contará con información parcial de una empresa de telecomunicaciones chilena, así como información simulada con base en el conocimiento del mercado.

Para finalizar, se concluye que el alcance del proyecto es una extensión al trabajo de Pérez, et al (2016), en donde se utiliza como base el modelo de optimización desarrollado por estos autores, cuya finalidad es definir los paquetes y sus respectivos *precios* para un solo nicho de mercado. De acuerdo con lo anterior, se identifica una oportunidad de mejora a dicho trabajo, que consiste en ampliar la aplicación del modelo a MÚLTIPLES SEGMENTOS DE MERCADO, en donde la función de costos y la función de utilidad incluyan los COSTOS DE LANZAMIENTO de los planes determinados.

Dicho todo lo anterior, existe la necesidad de un trabajo que dé respuesta a la siguiente pregunta de investigación: *¿Cómo diseñar y resolver un modelo de optimización no lineal, que maximice el beneficio de venta para cualquier organización que incluya decisiones de precios y distintos paquetes dirigido a distintos segmentos de mercado, teniendo en cuenta la máxima disponibilidad a pagar por los usuarios, planes de lanzamiento y costos asociados?*

## 2. Antecedentes

Existen diferentes estudios en los cuales se expone el impacto del diseño de paquetes en la oferta de productos y servicios en la decisión de compra de los consumidores. Por ejemplo, Xu, Wong & Tan (2015), que orientan a su investigación a paquetes de turismo, explican que el valor percibido y el resultado real de cada agente participante (consumidores, oferentes y agentes de mercadeo) depende de la conformación del paquete de productos o servicios ofrecido. Se menciona también la importancia de no solo ofrecer el servicio sino de ofrecer una experiencia de compra satisfactoria para el usuario y de hacer atractivo el paquete para nuevos clientes, es decir que agentes organizadores y aliados de marketing deben co-crear valor añadido para los consumidores con el diseño de paquetes. Por otro lado, Banciu & Ødegaard (2016) plantean un modelo de diseño de paquetes óptimo donde evidencian que la agrupación de productos tiene repercusiones positivas para el vendedor, dado que el cliente percibe un costo menor en relación a los productos por separado. Asimismo, Kang, Park, Lee, & Rho (2016) muestran de qué manera las políticas de promoción implementadas por parte del gobierno coreano impactan en la adquisición de paquetes de servicios de telecomunicaciones por parte de las firmas que operan en el país. Los resultados evidencian que, al proponer precios más competitivos, los beneficios de las organizaciones se ven afectados a pesar de que los usuarios perciben mejores condiciones de compra a causa del desconocimiento de la totalidad de los costos de producción en lo que las firmas de telecomunicaciones incurren.

Por otro lado, en cuanto a *la determinación de precios* por parte de las firmas, Bergantino & Capozza (2015) proponen en su trabajo explotar la captación del mercado de las aerolíneas mediante discriminación de precios. Dicha estrategia es efectuada en función de las necesidades de los consumidores, que en este contexto hace referencia a las ciudades que los clientes desean visitar en su trayecto. Los resultados evidencian que la discriminación aumenta el poder de mercado y facilita la segmentación de este, compitiendo con el transporte ferroviario y extrayendo mayor porcentaje de clientes potenciales. Además, Ata & Dana Jr. (2015), quienes tratan el tema de la elección de precios y consumo por parte de los clientes, mencionan que las empresas tienen control de los consumidores en ciertos momentos de tiempo y es así como pueden establecer sus estrategias de precio, el poder radica en el tiempo de aprendizaje de los clientes y en el tipo de comprador. Finalmente introducen a las valoraciones de clientes, en donde se asigna una calificación al mismo según la disponibilidad de pago y tiempo de espera. La idea central es lograr establecer el precio más alto posible para aprovechar un segmento de la población elevado en primera instancia, y posteriormente disminuir el precio para satisfacer a la demanda restante. Finalmente, Lu, Liu & Hang (2015) muestran como la discriminación de precios influye en las decisiones de los pasajeros en los trayectos casa – trabajo – casa. Estas elecciones son modeladas mediante un modelo *logit* que define la probabilidad de que un usuario escoja determinado medio de transporte.

Por otra parte, centrándose en aplicaciones del modelo *logit* para estimación de la demanda basada en la toma de decisiones, Lee, Yoo, & Song (2016) proponen un modelo para la elección del medio de transporte entre Seoul y Jeju con base en determinantes de elección como precio, tiempo de viaje y frecuencia del servicio. Del mismo modo, Park & Kim (2016) establecen un *logit* para determinar la elección residencial de los ancianos (elección probabilística), mediante el análisis de la posibilidad de migración de los adultos mayores coreanos hacia las zonas rurales del país basado en variables sociales, económicas y culturales. Su estudio define un modelo de elección de la localización residencial integrando los enfoques micro y macro mediante la adición de factores regionales al modelo probabilístico. Adicional a esto, Lai & Bierlaire (2015) proponen un modelo *logit* para definir la probabilidad de la elección de los nodos que conectan diferentes puntos en una ruta definida. El modelo se desarrolla mediante un algoritmo Metrópolis–Hasting, que es un modelo de elección discreta basado en procesos estocásticos. Por otro lado, enfatizando en el sector de telecomunicaciones, con la finalidad de establecer la demanda por servicios de telefonía celular, Iimi (2005) propone un modelo econométrico cuasilineal que describe la demanda en función de características observables y no observables de los productos ofrecidos y de los términos de idiosincrasia de los diferentes agentes. En adición a lo anterior, Kim & Yoon (2004), utilizan el modelo *logit* binomial para medir la intención de permanencia en el operador móvil actual por parte de un usuario basándose en variables del sector tales como intención de recomendar el servicio actual, satisfacción en la calidad de las llamadas, satisfacción con las tarifas, aceptación de la imagen de la marca, entre otras que son propias del mercado; y variables del agente como género, edad, ingresos, tiempo restante para finalización del contrato, entre otras. Otro aspecto a tener en cuenta es el modelo propuesto por Grzybowski

(2014), que busca pronosticar la demanda de servicios de telefonía móvil, telefonía fija e internet por parte de los hogares de la Unión Europea, con base en una función de utilidad que depende del precio de cada servicio, del ingreso de los consumidores, entre otros. Además, Fildes (2002) elabora en su trabajo un resumen de múltiples alternativas de estimación de demanda, donde resalta el *logit* como un modelo de elección discreta aplicable en los servicios de telefonía móvil. Asimismo, Basaran, Cetinkaya & Bagdadioglu (2013) establecen un *logit* condicional en donde modelan la elección de un determinado operador móvil en Turquía por parte de los consumidores, con base en las preferencias reveladas de los agentes. Finalmente, se concluye que el modelo *logit* es una herramienta flexible, que se adapta y permite la estimación de demanda en distintos contextos para múltiples sectores, incluyendo el de telecomunicaciones.

Con la intención de hacer referencia a la *determinación de precios* y diseño de paquetes, se resalta la investigación de Bitrán, Ferrer & Cataldo (2012) que proponen un modelo de optimización no lineal para diseñar paquetes y establecer los precios que maximicen los beneficios de una empresa en un sector general dirigido a un único segmento de mercado. Específicamente, en el sector de las telecomunicaciones, se destaca el trabajo de Pérez et. al. (2016) en donde se utiliza un modelo de optimización empleando un *logit multinomial restringido* incluyendo la máxima disposición a pagar para escoger el precio y los componentes de los paquetes ofrecidos al mercado, de manera que se maximicen los beneficios para una empresa de dicho sector. Estos trabajos asumen individuos racionales que maximizan su utilidad eligiendo el paquete, a un precio determinado. El resultado es un modelo no lineal resuelto en dos pasos: fijación de precios y diseño de productos. Cabe destacar que los trabajos de Bitrán, Ferrer & Cataldo (2012) y Pérez et. al (2016) son nuestras principales referencias, dada la similitud del problema trabajado y las variables a tener en cuenta para dar respuesta a la pregunta de investigación.

Con respecto a la *determinación de precios*, es importante tener en cuenta que una óptima definición y discriminación de los precios ayuda a la firma a aumentar la probabilidad de ser la primera opción (desde el ámbito monetario) al momento de realizar la compra. Luego, haciendo énfasis en el diseño de paquetes, esta estrategia de mercadeo hace que el consumidor experimente una mayor satisfacción de compra debido a la percepción de pagar un precio unificado por un conjunto de productos o servicios. Adicionalmente, teniendo en cuenta las diferentes aplicaciones del *logit* mencionadas, se destaca la posibilidad de analizar los múltiples determinantes de decisión que influyen en las elecciones de los agentes (por ejemplo, el tiempo, distancia, comodidad y precio en la elección del medio de transporte de un usuario). Para finalizar, se busca realizar una extensión del modelo propuesto por Pérez et al. (2016) donde se tengan en cuenta los *costos de lanzamiento* de los planes y un mercado segmentado al cual ofrecer diversidad de paquetes sin dejar de lado su máxima disponibilidad de pago; ya que, de esta forma, se evita una sobreestimación del nivel de captación de mercado y de los beneficios esperados para la empresa en el sector de telecomunicaciones.

### 3. Objetivos

#### **Objetivo general:**

*Diseñar múltiples planes dirigidos a diferentes segmentos de mercado y definir su precio, teniendo en cuenta la máxima disponibilidad a pagar por los usuarios, por medio de la maximización de beneficios en el contexto de telecomunicaciones, incluyendo costos de lanzamiento y restricciones flexibles para el precio de venta frente a la disposición de pago.*

#### **Objetivos específicos:**

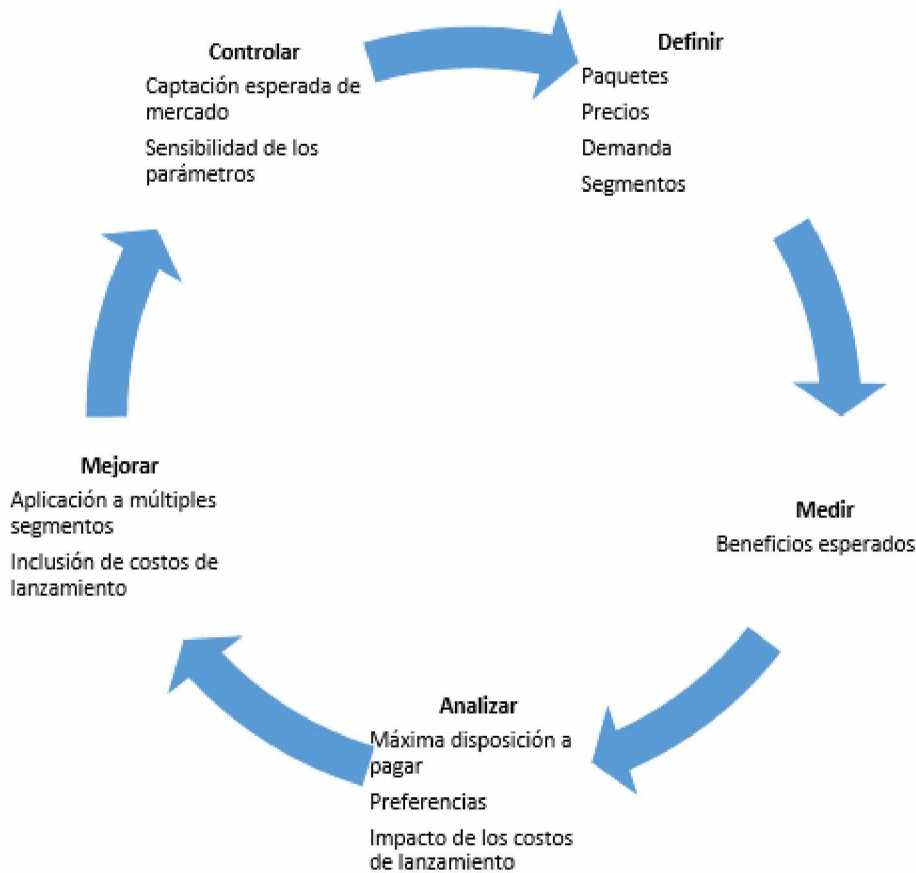
- A.** Diseñar un modelo de optimización no lineal empleando un *logit multinomial restringido* para la estimación de la demanda, que permita obtener múltiples paquetes de productos, la definición de sus respectivos precios sujeto a la máxima disposición a pagar de diferentes segmentos de mercado.
- B.** Diseñar una técnica de solución que resuelva de manera genérica el problema anteriormente planteado.

- C. Realizar la segmentación del mercado con la finalidad de definir soluciones diferenciadas para cada nicho discriminadamente.
- D. Implementar el modelo con base en datos del sector de telecomunicaciones. Esta información será proporcionada por una consultora de telecomunicaciones.
- E. Analizar el impacto de la técnica de solución implementada en el trabajo, mediante la comparación de los beneficios obtenidos y distintos análisis de sensibilidad.

#### 4. Metodología

La metodología empleada para el desarrollo de este trabajo se basó en la norma ISO 13053 (2012), que enfatiza en el uso de la DMAIC (Definir, Medir, Analizar, Mejorar, Controlar).

Figura 2. Norma ISO 13053



#### 4.1 Objetivo específico A.

*Diseñar un modelo de optimización no lineal empleando un logit multinomial restringido para la estimación de la demanda, que permita obtener múltiples paquetes de productos, la definición de sus respectivos precios sujeto a la máxima disposición a pagar de diferentes segmentos de mercado.*

##### Conjuntos

*R: Conjunto de segmentos de mercado, se refiere al número de grupos en los que se divide el mercado objetivo*

*K: Conjunto de componentes de cada paquete*

*L: Conjunto de paquetes ofrecidos por la compañía*

*G: Conjunto de paquetes ofrecidos por la compañía, excepto el paquete l*

##### Parámetros

*n: Número de paquetes totales ofrecidos en el mercado*

*k: Número de componentes de cada paquete*

*i: (1, ..., n) índice de los paquetes ofrecidos en el mercado*

*j: Índice de cada componente que conforma el paquete*

*l: Índice de paquetes ofrecidos por la compañía*

*r: Índice para los segmentos de mercado*

*b: Límite superior del precio (o de algún componente) de la función cut off*

*a: Límite inferior del precio (o de algún componente) de la función cut off*

*$\omega$ : Coeficiente de ponderación de la función cut off*

*$\alpha_{rk}$ : Coeficiente de ponderación del componente k en la función de utilidad para el segmento r*

*Mide la valoración del componente k del paquete por parte del segmento r*

*$\beta_r$ : Coeficiente de ponderación del precio en la función de utilidad para el segmento r*

*Mide la valoración del precio del paquete por parte del segmento r*

*$\delta_r$ : Coeficiente de ponderación de la función de utilidad de la publicidad para el segmento r*

*Mide la valoración de la publicidad por parte del segmento r*

*$\rho$ : Parámetro de dispersión de la función cut off*

*$\gamma_r$ : Coeficiente que representa el valor de los demás paquetes ofrecidos en el mercado, pero no ofrecidos por la compañía*

$H_r$ : Tamaño del mercado del segmento  $r$

$CL_l$ : Cantidad de recursos gastados en publicidad del paquete  $l$

$C_{lk}$ : Costo del componente  $k$  incluido en el paquete  $l$

$CX_l$ : Costo del paquete  $l$

$q_{lr}(P_l, X_l)$ : Demanda por el paquete  $l$  por parte del segmento  $r$

$q_l(P_l, X_l)$ : Demanda por el paquete  $l$  ofrecido por la compañía

### Variables

$Y_l$ :  $\begin{cases} 1, \text{ si el paquete } l \text{ se lanza al mercado} \\ 0, \text{ en caso contrario} \end{cases}$

$X_{lk}$ : Cantidad del componente  $k$  incluido en el paquete  $l$ . Por ejemplo, indica la cantidad de minutos que contiene el paquete

$P_l$ : Precio del paquete  $l$  ofrecido por la compañía

### Función objetivo

$$\text{Max } \Pi(P, X) = \sum_l q_l(P, X) * [P_l - CX_l] - \sum_l Y_l * CL_l \quad (1)$$

### Restricciones

$$\varphi_r(P_l) = \frac{1}{1 + e^{\omega_r(P_l - b_r + \rho_r)}} \quad \forall r \in R \quad (2)$$

$$\varphi_{rk}^U(X_{lk}) = \frac{1}{1 + e^{\omega_{rk}(X_{lk} - b_{rk} + \rho_{kr})}} \quad \forall r \in R, \quad \forall k \in K \quad (3)$$

$$\varphi_{rk}^L(X_{lk}) = \frac{1}{1 + e^{\omega_{rk}(a_{rk} - X_{lk} + \rho_{kr})}} \quad \forall r \in R, \quad \forall k \in K \quad (4)$$

$$\phi_{rl}(p_l, X_l) = \varphi_r(P_l) \prod_k \varphi_{rk}^U(X_{lk}) \varphi_{rk}^L(X_{lk}) \quad \forall r \in R, \quad \forall l \in L \quad (5)$$

$$V_r(P_l, X_l) = \sum_l \sum_k \alpha_{rk} * X_{lk} + \beta_r * P_l + \delta_r * CL_l \quad \forall r \in R \quad (6)$$

$$q_{lr}(P, X) = H_r * \frac{Y_l \phi_{rl}(p_l, X_l) e^{V_r(P_l, X_l)}}{\sum_g \phi_{rg}(p_l, X_l) e^{V_r(P_l, X_l)} Y_g + \gamma_r} \quad \forall r \in R, \quad \forall l \in L \quad (7)$$

$$q_l(P_l, X_l) = \sum_r q_{lr}(P_l, X_l) \quad \forall l \in L \quad (8)$$

$$CX_l = \sum_k C_{lk} * X_{lk} \quad \forall l \in L \quad (9)$$



$$CL_l = \begin{cases} CL_l = CL_l^{high} & \text{si } X_{lk}: \text{plan premium} \\ CL_l = CL_l^{low} & \text{si } X_{lk}: \text{plan básico} \end{cases} \quad \forall l \in L \quad (10)$$

$$Y_l \in \{0, 1\} \quad \forall l \in L \quad (11)$$

$$X_{lk}, P_l \geq 0 \quad \forall l \in L, \quad \forall k \in K \quad (12)$$

La descripción del problema de optimización (ecuaciones (1) a las (12)) se presenta en la tabla 1.

Tabla 1. Descripción del problema de optimización

Ecuación	Descripción
(1)	Función objetivo donde se plantea la maximización de los beneficios de una empresa, que provienen de cada una de las diferencias entre precio y costo de los paquetes. Adicionalmente, la función de beneficios incluye el <i>costo de lanzamiento</i> de cada plan, dependiente de la decisión del lanzamiento de este.
(2)	Restricción Cut-off donde el elemento evaluado es el precio. Si el valor del precio supera un umbral $b_r$ , existirá una penalización de manera que la probabilidad de escoger un paquete con dicho precio se verá afectada. Por ejemplo, suponiendo que la máxima disposición a pagar de un segmento son \$60.000, si el precio de un paquete excede este valor, la función Cut-off penalizará la probabilidad de compra tomando un valor menor a 1, si no excede esta máxima disposición entonces tomará un valor cercano a 1.
(3)	Restricción Cut-off límite superior del componente $k$ . Si el componente $k$ supera un umbral $b_{rk}$ , entonces el plan será menos llamativo para el segmento y por ende existirá una penalización que reduce la probabilidad de compra del paquete $l$ por parte del segmento de mercado $r$ . Por ejemplo, suponiendo que el valor máximo de un componente (puede ser minutos) para segmento son 1000 minutos, si el componente de un paquete excede este valor, la función Cut-off penalizará la probabilidad de compra tomando un valor menor a 1, si no excede este límite, entonces tomará un valor cercano a 1, haciendo que la penalización no sea relevante o sea nula.
(4)	Restricción Cut-off límite inferior del componente $k$ . Si el componente $k$ no supera un umbral $a_{rk}$ , entonces el plan será menos llamativo para el segmento ya que no cumple con los requerimientos mínimos y por ende existirá una penalización que reduce la probabilidad de compra del paquete $l$ por parte del segmento de mercado $r$ . Por ejemplo, suponiendo que el valor mínimo de un componente (puede ser minutos) para segmento son 100 minutos, si el componente de un paquete no alcanza al menos este valor, la función Cut-off penalizará la probabilidad de compra tomando un valor menor a 1, si iguala o excede este límite, entonces tomará un valor cercano a 1, haciendo que la penalización no sea relevante o sea nula.
(5)	Restricción Cut-off conjunto. Hace referencia a la penalización total derivada de todos los incumplimientos (con respecto al límite superior e inferior) de cada elemento $k$ y del precio.
(6)	Función de utilidad del consumidor. Representa de manera lineal en los parámetros la función de utilidad de cada segmento, donde se pondera cada componente $k$ incluido en el paquete $l$ por medio de un coeficiente que depende de las preferencias del segmento $r$ . Adicionalmente, se incluye el precio de cada paquete como variable, ya que se espera que un mayor precio genere variaciones en el nivel de utilidad de cada segmento. Del mismo modo se incluye el <i>costo de lanzamiento</i> como determinante ya que es razonable establecer que la publicidad tiene un impacto positivo en la elección de un paquete de servicios. De acuerdo con Jara-Díaz (2007), las funciones de utilidad suelen darse de manera lineal en sus coeficientes.
(7)	Definición de la demanda del paquete $l$ por parte del segmento $r$ . Se define la función <i>logit</i> donde uno de los argumentos es la función de utilidad, de manera que represente la relación monótonica entre la utilidad y la probabilidad de elección. Además, se incluye la penalización conjunta del incumplimiento de los umbrales. Finalmente, esta probabilidad se toma como proporción y se pondera por el tamaño de mercado del segmento $r$ para obtener la demanda. Por ejemplo Lee, Yoo & Song (2016) proponen variables de elección para modelar la probabilidad de elección del medio de transporte y estimar la demanda por cada alternativa. Asimismo, Iimi detalla un modelo econométrico cuasilineal donde la demanda depende de características observables y no observables de los productos. Finalmente, Grzybowski (2014) en su

	trabajo, pretende estimar la demanda por servicios de telefonía móvil, en donde la función de utilidad depende del precio del servicio y el ingreso de los consumidores.
(8)	Definición de la demanda de cada paquete $l$ en particular. Resulta de la sumatoria de todas las demandas de un mismo paquete $l$ por parte de los segmentos de mercado.
(9)	Definición del costo variable de cada paquete. Se define el costo de cada paquete $l$ al sumar los resultados de las multiplicaciones del costo de cada componente $k$ por la cantidad del componente $k$ incluida en el paquete $l$ .
(10)	Determinación del <i>costo de lanzamiento</i> del paquete $l$ . Si el paquete $l$ pertenece a una gama alta dada su composición con cada elemento $k$ , el costo de publicidad será clasificado en un costo alto. Si por el contrario el paquete pertenece a una gama baja dados sus componentes, el costo de publicidad será clasificado como costo bajo.
(11)	Definición de la variable $Y_l$ . Se define $Y_l$ como una variable binaria en donde toma únicamente valores de 1 o 0, dependiendo de la decisión de lanzar o no el paquete diseñado.
(12)	No negatividad y continuidad de las variables $X_{lk}$ y $P_l$ . Las variables de decisión correspondientes a la <i>composición de cada plan</i> y el precio de este deben ser mayores a cero y son continuas en su dominio.

#### 4.2 Objetivo específico B.

*Diseñar una técnica de solución que resuelva de manera genérica el problema anteriormente planteado.*

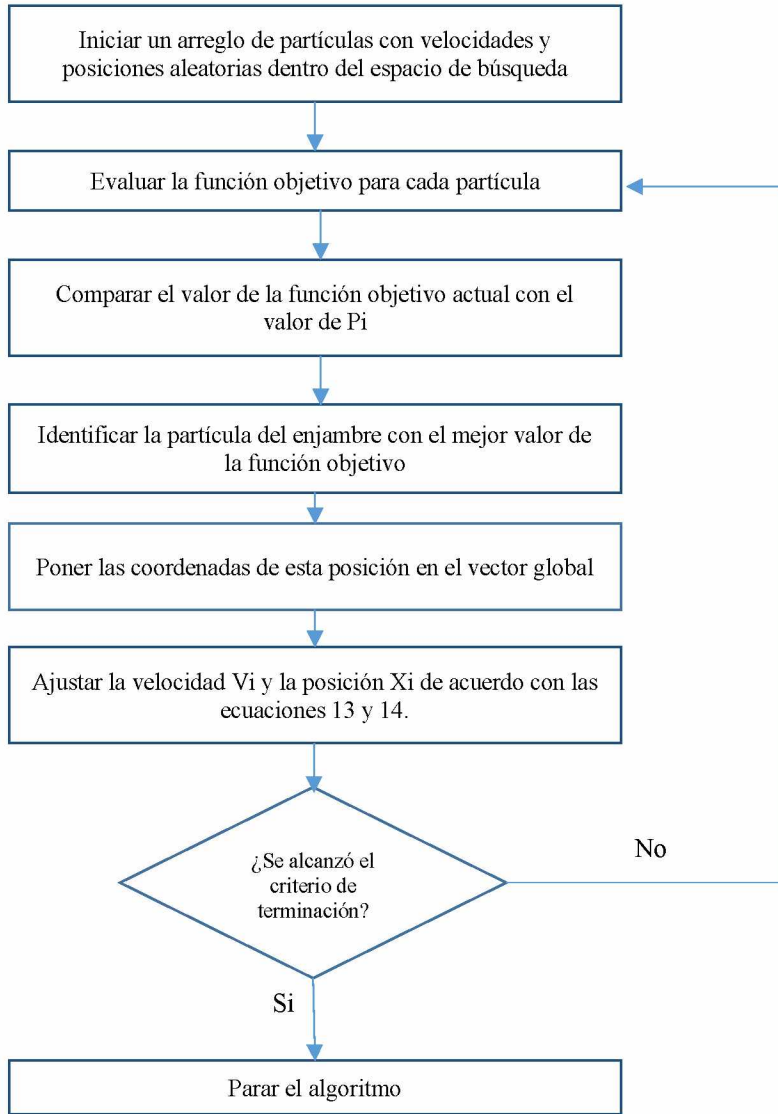
Para el cumplimiento de este objetivo específico se emplea una metaheurística PSO y para su solución se utiliza el software R, que entre sus múltiples aplicaciones está la de solucionar problemas de optimización mediante metaheurísticas. Se opta por utilizar este tipo de técnicas ya que como se puede observar en el modelamiento matemático, el problema es de características altamente no lineales en los diferentes tipos de variables y en la función objetivo. Además, la función a maximizar no es derivable a causa de la existencia de variables de decisión binarias.

Se emplea la metaheurística PSO (*Particle Swarm Optimization*) debido a que esta parte de una partícula representada mediante un vector, donde cada posición indica una variable de decisión (García, 2006). Teniendo en cuenta que el problema en cuestión posee tres tipos de variables: composición (continua), precio (continua) y decisión de lanzamiento del paquete (binaria); y teniendo presente que la variable de composición del paquete está definido por dos componentes (voz y navegación), resulta adecuado representar la solución mediante un vector que incluya las variables anteriormente mencionadas, para luego ser ubicadas matricialmente con el fin de facilitar la organización de la información asociada al problema; y que permita establecer los límites en los que estas pueden explorar al momento de buscar los mejores resultados para la función objetivo, por ejemplo, al momento de modelar la decisión de lanzar o no un plan, se necesita una variable que oscile únicamente entre 0 y 1. Dicho lo anterior, la metaheurística PSO cumple con los requerimientos de definición de variables y su aplicación en el software R permite solucionar de manera genérica el problema planteado. Es importante destacar que la posibilidad de definir los límites permite asignar un tipo de variable (por ejemplo, binaria) a una posición específica de la partícula que representa la solución.

Adicionalmente, según Szigeti, Cardillo, Henet & Calvet (s.f), relajar las variables binarias modelándolas como discretas entre cierto intervalo, amplía el campo de búsqueda y generalmente representa equivalencia entre el problema original y el problema relajado. Con esta transformación se reduce el tiempo computacional, simplificando la resolución del problema en cuestión.

Con base en Sánchez (2017), la secuencia lógica de la metaheurística se muestra a continuación:

Figura 3. Secuencia lógica PSO



$$v_{in}(k+1) = \omega v_{in}(k) + c_1 r_1(k) * (p_{in}(k) - x_{in}(k)) + c_2 r_2(k) * (g(k) - x_{in}(k)) \quad (13)$$

$$x_{in}(k+1) = x_{in}(k) + \tau v_{in}(k+1) \quad (14)$$

$$\omega, c_1, c_2, \tau \geq 0$$

Donde,

$\omega$ : coeficiente de inercia de la partícula. Corresponde a la ponderación que se le da a la velocidad de la partícula en la iteración anterior.

$c_1$ : parámetro de aceleración 1. Corresponde a la ponderación que se le da a la diferencia entre la mejor posición alcanzada por la partícula y la posición actual de esta.

$c_2$ : parámetro de aceleración 2. Corresponde a la ponderación que se le da a la diferencia entre la

*mejor posición global y la posición actual de la partícula.*

$\tau$ : *factor de construcción. Corresponde a la ponderación que se le da a la velocidad para la iteración  $k$ , con el fin de variar la posición de la partícula para la iteración  $k$ .*

$v_{in}(k + 1)$ : *velocidad en la iteración  $k + 1$ .*

$v_{in}$ : *velocidad*

$x_{in}$ : *posición actual*

$p_{in}$ : *mejor posición de la partícula*

$g$ : *mejor posición global del enjambre de partículas*

$c_1 r_1(k) * (p_{in}(k) - x_{in}(k))$ : *Auto aprendizaje*

$c_2 r_2(k) * (g(k) - x_{in}(k))$ : *Aprendizaje del grupo*

En el [anexo 2](#) se encuentra el archivo en R que incluye la definición de la función objetivo con sus restricciones y la utilización de la metaheurística PSO para la maximización de esta.

#### **4.3 Objetivo específico C.**

*Realizar la segmentación del mercado con la finalidad de definir soluciones diferenciadas para cada nicho discriminadamente.*

Con el fin de obtener de forma exploratoria la máxima disposición a pagar y las cantidades de los componentes básicos de un plan de telefonía móvil se desarrolló una encuesta teniendo en cuenta las características del cliente y del servicio, así:

- Cliente: Edad, género, estrato, ocupación, e ingresos mensuales.
- Servicio: Cantidad de minutos mínima del plan, cantidad mínima de gigas (datos) del plan, cantidad mínima de mensajes de texto en el plan.

Es importante mencionar que la encuesta realizada se aplicó como un piloto para demostrar el caso del modelo estudiado, mas no como un proceso aleatorio que permita hacer inferencia sobre el comportamiento de la población.

En el [anexo 3](#) se muestra la encuesta realizada.

### Definición de Variables:

Para desarrollar el objetivo propuesto se utilizaron las siguientes variables

Tabla 2. Descripción de variables de la encuesta

Variable	Tipo
Edad	Cuantitativa discreta
Estrato Socioeconómico	Cuantitativa discreta
Ingresos Mensuales	Cuantitativa continua
Cantidad Mínima de Minutos	Cuantitativa continua
Cantidad Mínima de Gigas	Cuantitativa continua
Máxima Disposición a Pagar	Cuantitativa continua

### Selección de la muestra

Con la finalidad de determinar el número de encuestas a realizar, Alvarado & Obagi (2010) proponen la siguiente expresión:

$$K = \frac{N * \sigma^2 * Z_{\alpha}^2}{\varepsilon^2 * (N - 1) + \sigma^2 * Z_{\alpha}^2}$$

$K$  = Número de encuestas

$N$  = Tamaño de la población

$\sigma$  = Desviación estándar de la población

$Z_{\alpha}$  = Valor obtenido mediante niveles de confianza

$\varepsilon$  = Error muestral aceptable

Con base en la información proporcionada por la secretaria de planeación, el último registro de población para la ciudad de Bogotá arroja un total de 7.878.783 personas para el año 2015. Adicionalmente, de acuerdo con el Boletín Trimestral de las TIC presentado por el Ministerio de Tecnologías de la Información y las Telecomunicaciones, el 20.04% de la población cuenta con un plan pospago de telefonía móvil. Teniendo presente lo anterior, el tamaño de la población para la encuesta es de 1.578.908 personas.

A continuación se presentan los resultados correspondientes al tamaño de muestra.

Tabla 3. Parámetros ecuación tamaño de muestra

Parámetro	Valor
N	1578908
Z (90%)	1.282
$\sigma^2$	0.25
e	0.05
K	161

## **Elección del método de la encuesta**

Por restricciones de dinero, tiempo y dado que es una muestra exploratoria, se escogió la modalidad de encuesta vía internet que facilita la recolección de resultados. Adicionalmente, con las herramientas actuales para la creación de encuestas online, la flexibilidad en su creación depende del autor. A continuación, se presentan las ventajas y desventajas de la elección de esta modalidad:

### **Ventajas:**

- Agilidad y rapidez para la obtención de las respuestas.
- Facilidad para aplicar la cobertura de la muestra.
- Evita sesgar los resultados a una muestra localizada.
- No tiene costo.
- Al no existir intermediario durante la encuesta se evita que el encuestado sea condicionado.
- Se asegura la privacidad de las respuestas.
- La objetividad de las respuestas se ve favorecida debido a la no presencia de intermediarios.
- Facilidad en el análisis y manejo de resultados.
- Flexibilidad en el diseño

### **Desventajas**

- No se puede asegurar la veracidad de las respuestas
- El acceso a internet puede ser restringido para algunas personas
- El éxito de la encuesta depende de la capacidad de diseño del encuestador.

La información resultante de la encuesta se encuentra en el anexo 4.

De acuerdo con los resultados la segmentación se realiza con base en el nivel socioeconómico, declarando tres clústeres para las personas encuestadas (bajo, medio y alto) ya que es uno de los aspectos más importantes que determina de consumo de las personas. Adicional a esto, esta diferenciación fue la que mostró las diferencias más significativas en el promedio de la máxima disposición a pagar. Por otro lado, Shing & Hwang (2017) en su trabajo orientado a un Probit Multinomial Restringido, realizan una segmentación de mercado utilizando como criterio la máxima disposición a pagar por fuentes de energía renovables. Esto justifica la escogencia de la máxima disposición a pagar por un plan de telecomunicaciones como variable relevante para definir los clústeres. A continuación se muestra la gráfica que muestra la máxima disposición de pago de cada grupo:

Figura 4. Máxima disposición a pagar por cada clúster (bajo, medio y alto)

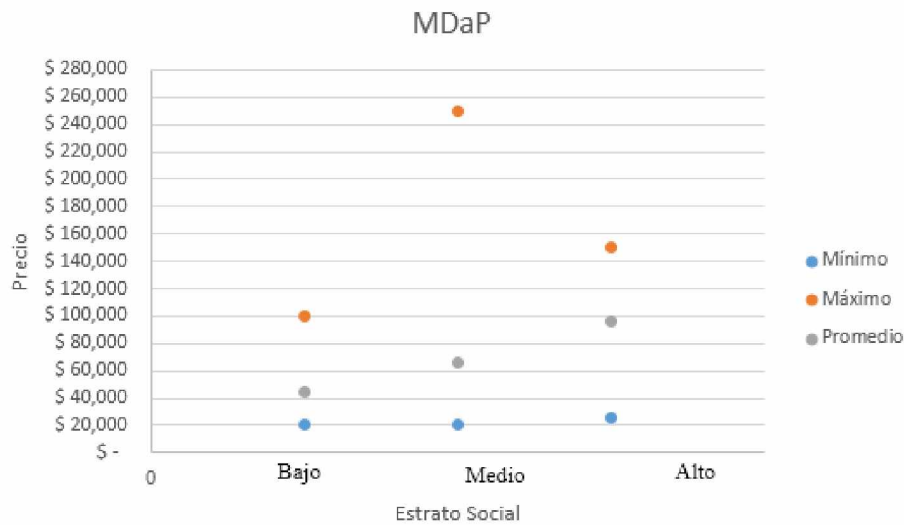


Tabla 4. Resumen de los

resultados de la segmentación

Estrato	Cantidad	Minutos	Gigas	MDaP
Bajo	Mínimo	0	2.0	\$ 20,000
	Máximo	1000	20.0	\$ 100,000
	Promedio	260	4.5	\$ 44,412
Medio	Mínimo	0	0.5	\$ 20,000
	Máximo	5000	100.0	\$ 250,000
	Promedio	403	5.1	\$ 65,752
Alto	Mínimo	10	2	\$ 25,000
	Máximo	1000	10	\$ 150,000
	Promedio	291	4	\$ 96,481

#### 4.4. Objetivo específico D.

Implementar el modelo con base en datos del sector de telecomunicaciones. Esta información será proporcionada por una consultora de telecomunicaciones.

Para el cumplimiento de este objetivo específico es necesario contar con los parámetros de la función de utilidad para cada segmento y los parámetros de la función cut-off para todas las características y para cada segmento. Esta información es proporcionada por una consultora de telecomunicaciones chilena. En la siguiente tabla se muestran la información sugerida por el experto en telecomunicaciones:

Tabla 5. Parámetros sugeridos por el experto en telecomunicaciones

Parámetro	Grupo		
	Bajo	Medio	Alto
$\delta$ [Publicidad]	0.0000003	0.0000004	0.0000005
Costo (USD/min)	0.0034	0.0034	0.0034
Costo (USD/GB)	4.14	4.14	4.14
a [minutos]	Mayor dato por cada segmento y para cada característica multiplicado por 0.5		
a [gigas]			
b [minutos]	Mayor dato por cada segmento y para cada característica multiplicado por 1.5		
b [gigas]			
$\rho$ [minutos]	0	0	0
$\rho$ [gigas]	0	0	0

Adicionalmente, otros parámetros fueron tomados de Pérez et, al (2016) para la implementación del modelo. Esta información se muestra a continuación:

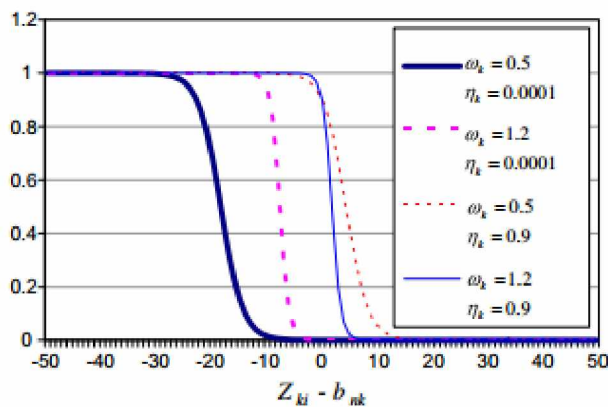
Tabla 6. Parámetros tomados del trabajo de Pérez et, al (2016)

Parámetro	Grupo		
	Bajo	Medio	Alto
$\alpha$ [minutos]	0.0003	0.0004	0.00072
$\alpha$ [gigas]	0.11025	0.147	0.2646
$\beta$ [precio]	-0.075	-0.05	-0.025
$\omega, \forall k \in K$	0.075	0.05	0.025
$\gamma$	5.8	5.8	5.8

Por otro lado, los demás parámetros necesarios fueron obtenidos de la encuesta realizada. Para encontrar el tamaño de cada segmento de mercado se utilizó el Boletín de Prensa de la Secretaría de Planeación de Bogotá (2013) en donde se muestra que el 40.2% de la población de Bogotá pertenece al segmento socioeconómico bajo, el 50.4% al medio y el restante 9.4% al alto.

También, siguiendo a Martínez, Águila & Hurtubia (2008) quienes sugieren que para un *logit multinomial restringido* la función cut-off debería seguir un comportamiento como se muestra en la figura 5, se escogen los valores para los demás parámetros que mejor adecúan la información recolectada de la encuesta a la figura de los autores. Los gráficos resultantes de la información recolectada se muestran en el [anexo 4](#).

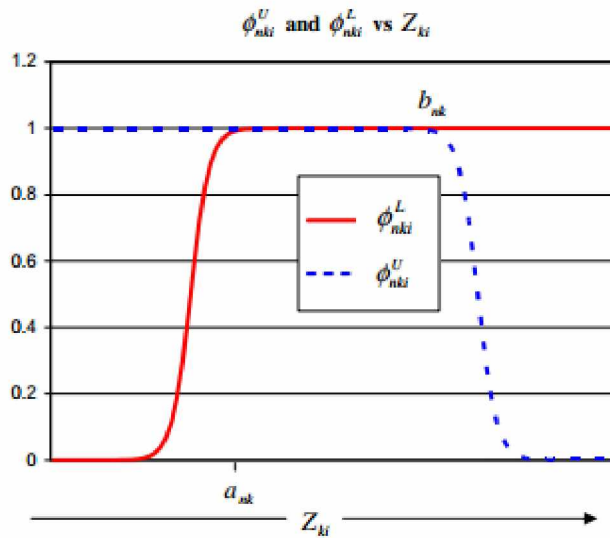
Figura 5. Gráfica función cut-off Martínez, Águila & Hurtubia (2008)





En adición a lo anterior, en la figura 6 se presenta un ejemplo con la cantidad de un componente ( $a_{nk}$ ) y la máxima disposición a pagar ( $b_{nk}$ ). Para  $a_{nk}$  se observa que mientras la cantidad no sea al menos igual a la esperada por el usuario, se genera una penalidad sobre la probabilidad de elección del paquete; por su parte, la máxima disposición a pagar se ve afectada cuando el precio supera la disposición del usuario, en ambos casos entre más alejado esté el valor de los deseos del consumidor, mayor será la afectación en la elección.

Figura 6. Comportamiento general de la función cut-off



En las hojas 4,5 y 6 del [anexo 4](#) se muestra el análisis de los resultados de la encuesta que derivan los parámetros para cada clúster. Los valores resultantes se muestran en la siguiente tabla:

Tabla 7. Parámetros derivados del análisis de la encuesta

Parámetro	Grupo		
	Bajo	Medio	Alto
<b>b [precio]</b>	13.99	26.24	27.99
<b><math>\omega</math> [precio]</b>	0.5	0.3	0.1
<b>Tamaño mercado</b>	634721	795770	148417

Es importante resaltar que la información consignada en la tabla anterior está basada en la tasa de cambio del día 10 de Abril de 2017 que corresponde a 2858 \$/USD (Capital Colombia, 2017).

Posteriormente, de acuerdo con el experto en telecomunicaciones, se estima que el lanzamiento de un plan tipo Premium puede tener un costo aproximado de 10'000.000 USD, mientras que el de uno básico se puede estimar en 2'500.000 USD. Finalmente, el consultor de telecomunicaciones sugiere no tener en cuenta los mensajes en la *composición de los planes*; esto se refuerza con los resultados de la encuesta ya que aproximadamente el 30% de los encuestados piensan que 10 (prácticamente irrelevante) o menos mensajes de texto serían una cantidad adecuada de acuerdo a sus requerimientos.

Bajo esta configuración de parámetros, al correr el modelo en R se alcanza convergencia arrojando el siguiente resultado:

*Tabla 8. Resultados implementación del modelo*

<b>Características</b>	<b>Paquete 1</b>
<b>Minutos</b>	663
<b>Internet (GB)</b>	5
<b>Precio (USD)</b>	27.99
<b>Beneficios (USD)</b>	56'896.507
<b>Captación %</b>	8.41 %

#### **4.5. Objetivo específico E.**

*Analizar el impacto de la técnica de solución implementada en el trabajo, mediante la comparación de los beneficios obtenidos y distintos análisis de sensibilidad.*

Para el cumplimiento de este objetivo específico se realiza un enfoque “ceteris paribus”, es decir, analizar el impacto del cambio en un parámetro manteniendo todo lo demás constante. De acuerdo al documento de Pérez et, al y a las sugerencias del experto en telecomunicaciones, se evaluarán las variaciones en la función objetivo frente a variaciones en: el número de paquetes sugeridos, *costos de lanzamiento*, costos de producción, máxima disposición a pagar, coeficientes de la función de utilidad, parámetro Gamma y por último, se analizan los escenarios en donde el modelo se aplica para cada segmento de manera diferenciada. En la tabla 8 se muestra la forma de analizar cada variación, ya sea de manera unificada para todos los segmentos o diferenciada para cada uno de estos.

*Tabla 9. Descripción general del análisis de sensibilidad,*

<b>Parámetro</b>	<b>Forma de analizar</b>
Número de paquetes sugeridos	Unificada para los tres segmentos
Costos de lanzamiento	Unificada para los tres segmentos
Costos de producción	Unificada para los tres segmentos
Máxima disposición a pagar	Diferenciada para cada segmento
Coeficientes función de utilidad	Diferenciada para cada segmento
Parámetro Gamma	Unificada para los tres segmentos
Aplicación y análisis del modelo	Diferenciada para cada segmento

Finalmente, se identificará la configuración de parámetros que mayores beneficios arroja entre los escenarios estudiados para cada análisis de sensibilidad.

### **5. Componente de Diseño en ingeniería.**

#### **5.1. Declaración de Diseño:**

Planes dirigidos a segmentos de mercado específicos, con precios sujetos a la máxima disponibilidad a pagar de cada grupo de clientes. Se pretende establecer la cantidad óptima de cada componente del paquete, teniendo en cuenta la información de los usuarios proporcionada por una consultora de telecomunicaciones chilena. Además, *definir el precio* que genere los mayores beneficios dados unos costos individuales de cada componente y costos de aplicación y lanzamiento conjuntos que dependen de la aceptación del plan en el mercado. Se diseñará y solucionará un modelo no lineal con el cual se pretende maximizar la función de beneficios de la organización. En cuanto a lo social, el impacto de nuestra solución va dirigido a satisfacer las necesidades y deseos específicos de cada segmento poblacional de manera detallada, aumentando así la percepción de beneficio por un paquete y no por los productos o servicios de manera individual. Por otro lado,

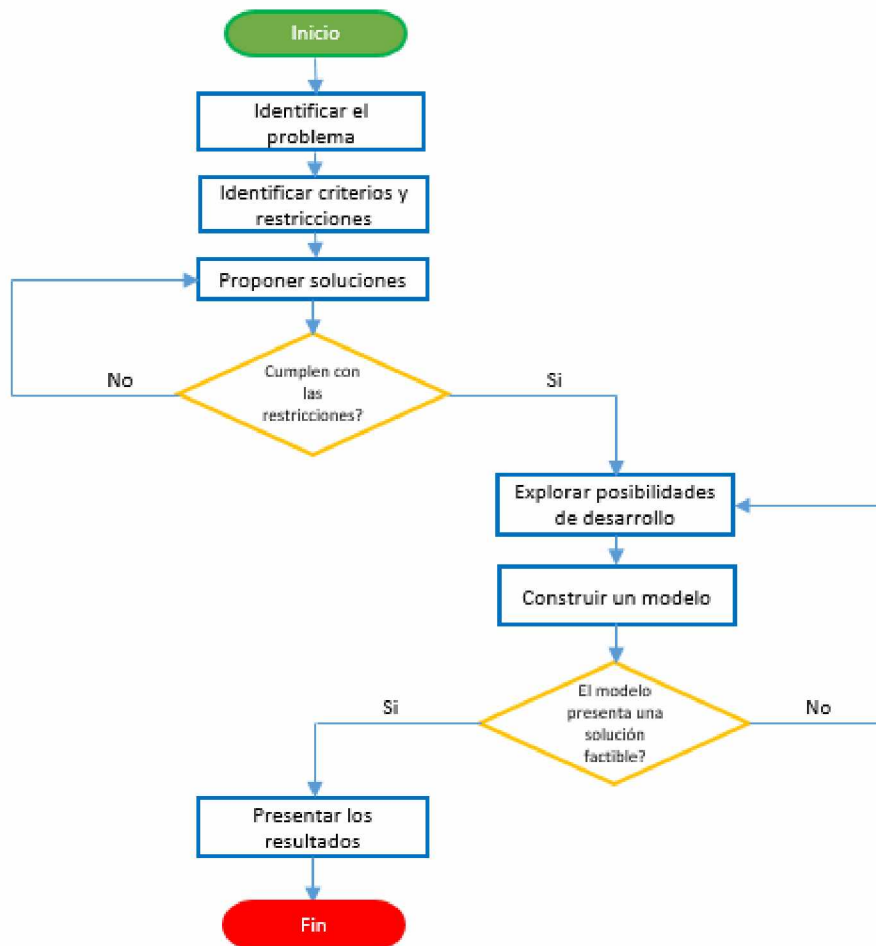
desde la perspectiva económica, se desea establecer una solución en donde se supla la totalidad de los costos de la actividad.

#### *Requerimientos esperados de diseño*

- Beneficios de la técnica propuesta para una empresa de telecomunicaciones considerando los costos asociados. Se espera un valor mayor a cero para este indicador.
- Precio de cada uno de los diferentes paquetes diseñados para cada segmento de mercado.
- Porcentaje de captación del mercado como consecuencia del diseño de paquetes con su precio correspondiente.
- Composición de paquetes que incluyan los servicios proporcionados por una empresa de telecomunicaciones.

#### 5.2. Proceso de Diseño:

*Figura 6. Proceso de diseño*



Las actividades relacionadas al proceso de diseño y su descripción se encuentran en el [anexo 5](#).

### 5.3. Requerimientos de desempeño:

- Beneficios de la técnica propuesta para una empresa de telecomunicaciones considerando los costos asociados. Se espera un valor mayor a cero para este indicador. Estos beneficios son resultado de analizar las ganancias de cada paquete cuando este es lanzado al mercado. Se *incluyen costos de lanzamiento* en el cálculo del indicador.
- Precio de cada uno de los diferentes paquetes diseñados para los segmentos de mercado.
- Porcentaje de captación del mercado como consecuencia del diseño de paquetes con su precio correspondiente. Este indicador es resultado del cálculo de la probabilidad de escogencia de cada uno de los paquetes que son lanzado.
- Composición de paquetes que incluyan los servicios proporcionados por una empresa de telecomunicaciones. Puntualmente, de acuerdo con la información de la consultora de telecomunicaciones, cada paquete estará conformado por los servicios de voz y navegación.

### 5.4. Pruebas de rendimiento:

Con el fin de probar el rendimiento de las soluciones diseñadas de manera progresiva, se evalúan los resultados de cada instancia de la solución. En el [anexo 6](#) se muestra la información del rendimiento y factibilidad de los escenarios evaluados previos a la solución final, para comprobar que se obtengan los indicadores que satisfacen los requerimientos de desempeño.

Con base en la información presentada en el [anexo 6](#), es posible afirmar que cada instancia en la búsqueda de la solución final muestra los indicadores que cumplen con los requerimientos de esperados de desempeño.

### 5.5. Restricciones:

A continuación, se presentan las restricciones tenidas en cuenta para el desarrollo del modelo y la forma en la que se eliminaron.

- Probables diferencias en la información proporcionada por la empresa consultora de telecomunicaciones chilena con referencia a una posible aplicación del resultado para la población colombiana: A pesar de que la información proporcionada proviene de la consultora chilena y del mercado del mismo país, variables como la máxima disposición y las cantidades mínimas de los componentes del paquete, se tomaron del mercado colombiano por medio de una encuesta.
- Regulación de precios por parte de las demás compañías que atienden el mercado: El modelo *determina precios* en función de los costos variables y fijos de la creación y lanzamiento de un plan al mercado, razón por la cual no se sesga por los precios de los competidores.
- Vigencia de la información proporcionada por la organización de consultoría: Los datos proporcionados son actualizados continuamente por la consultora, razón por la cual se asegura que la vigencia de la información es la apropiada para desarrollar el estudio.
- Suposición de parámetros no conocidos en el modelo: Al ser una extensión al trabajo de Pérez et, al (2016), los parámetros desconocidos fueron tomados del modelo original.
- Supuesto de agentes racionales al escoger una alternativa: Se confía en la racionalidad de los clientes, sin embargo, ante una variación mínima en su máxima disposición a pagar se genera una penalidad mas no se suprime el plan.

### 5.6. Cumplimiento del estándar:

En la fase de **definición**, se discutió respecto a la relevancia del problema, y cómo el desarrollo de este trabajo complementa el modelo de Pérez et, al (2016), llevándolo a un panorama más real, esto se logra al definir paquetes que satisfagan las necesidades de distintos segmentos de mercado, con su respectivo precio y

con la inclusión de *costos de lanzamiento* por plan, buscando capturar la mayor cantidad de mercado posible (demanda).

Para la fase de **medición**, se tiene en cuenta el valor de la función objetivo (objetivo específico A) que representa los beneficios esperados para una empresa de telecomunicaciones resultantes del diseño y lanzamiento de paquetes.

Durante la fase de **análisis**, se considera la máxima disposición a pagar y las preferencias de los usuarios (objetivo específico C) con el fin de diseñar paquetes que atiendan a las necesidades de los segmentos. Por otro lado, se estudia el impacto de la publicidad en la toma de decisiones por parte de los consumidores y como afecta este en los beneficios para la organización.

Se parte del modelo de Pérez et, al (2016) como referencia principal para el desarrollo de este trabajo. La fase de **mejoramiento** se evidencia al proponer la extensión hacia múltiples segmentos de mercado y la inclusión de *costos de lanzamiento* como factor determinante de la solución genérica al problema planteado (objetivo específico B).

Finalmente, durante la fase de **control**, se mide el impacto de los parámetros mediante análisis de sensibilidad (objetivo específico E), con referencia en los resultados de la solución obtenidos a partir de la información proporcionada por la consultora de telecomunicaciones (objetivo específico D).

## 6. Resultados

Al resolver el problema de optimización del modelo matemático que cumple el objetivo específico A, mediante la solución general propuesta para el cumplimiento del objetivo específico B; además, aplicando la segmentación con las características de los grupos resultantes del objetivo específico C y con base en los parámetros proporcionados por la consultora de telecomunicaciones, los parámetros tomados de Pérez et, al (2016) y los parámetros resultantes de la muestra, se obtuvieron los resultados que cumplen con el objetivo específico D. En la tabla 10 se presentan los parámetros finales que se manejaron para desarrollar el modelo y sus resultados.

Tabla 10. Parámetros finales y resultados de la implementación del modelo

Parámetros finales			
Parámetro	Grupo		
	Bajo	Medio	Alto
$\delta$ [Publicidad]	0.0000003	0.0000004	0.0000005
Costo (USD/min)	0.0034	0.0034	0.0034
Costo (USD/GB)	4.14	4.14	4.14
a [minutos]	500	2500	2500
a [gigas]	10	50	5
b [minutos]	1500	7500	3500
b [gigas]	30	150	15
$\rho$ [minutos]	0	0	0
$\rho$ [gigas]	0	0	0
$\alpha$ [minutos]	0.0003	0.0004	0.00072
$\alpha$ [gigas]	0.11025	0.147	0.2646
$\beta$ [precio]	-0.075	-0.05	-0.025
$\omega$ [componentes]	0.075	0.05	0.025
$\gamma$	5.8	5.8	5.8
b [precio]	13.99	26.24	27.99
$\omega$ [precio]	0.5	0.3	0.1
Tamaño mercado	634721	795770	148417

Resultados	
Minutos	663
Internet (GB)	5
Precio (USD)	27.99
Beneficios (USD)	56'896.507
Captación total %	8.41%

## 6.1 Medición del impacto

Dado el objetivo del trabajo de grado el cual está orientado a diseñar paquetes de telecomunicaciones para maximizar los beneficios de una organización, el impacto generado está enfocado al ámbito financiero. En este apartado se involucra el objetivo específico E, analizando las variaciones en el beneficio esperado por una empresa de telecomunicaciones cuando se modifican valores de costos y parámetros. Adicionalmente, con la idea de cumplir con los requerimientos de desempeño, también se muestra la composición de paquetes, el precio y la captación del mercado para cada uno de los escenarios desarrollados.

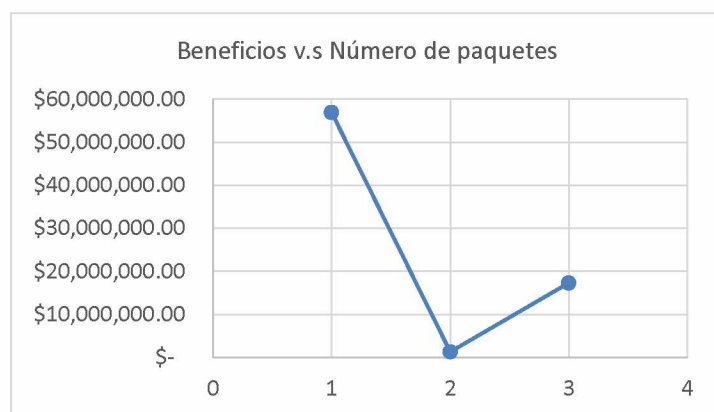
### Número de paquetes ofrecidos

El primer análisis de sensibilidad se realiza para el número de paquetes ofrecidos por la compañía. Se evalúan los escenarios para 1, 2 y 3 paquetes con su respectiva composición. En la tabla 11 se muestran los resultados del análisis de sensibilidad y en la figura 7, la evolución financiera de la función objetivo.

Tabla 11. Análisis de sensibilidad número de paquetes ofrecidos.

NÚMERO PAQUETES	k=1	k=2		k=3		
	Paq 1	Paq 1	Paq 2	Paq 1	Paq 2	Paq 3
Voz (minutos)	663	50	10	1500	2237	2016
Navegación (GB)	5	5	0.5	5	0.5	0.5
Precio (USD)	27.99	26.24	50	36.1	50	30
Beneficio (USD)	\$ 56,896,507	\$ 1,268,274		\$ 17,295,743		
% Captación	8.41%	0.74%		4.22%		

Figura 7. Beneficios vs Paquetes



Es posible evidenciar que el valor óptimo de paquetes a lanzar es 1, por una diferencia notable con respecto a los otros dos escenarios.

## Costos de lanzamiento

Luego, el análisis siguiente se realiza para los *costos de lanzamiento*, tanto alto como bajo, y su impacto en los beneficios. Los resultados se muestran en la tabla 12 y su evolución se evidencia en la figura 8.

Tabla 12. Análisis de sensibilidad costos de lanzamiento

COSTO BAJO	COSTO ALTO	10'000.000	11'000.000	9'000.000	8'000.000
5'000.000	Voz (minutos)	663	671	654	50
	Navegación (GB)	5	5	5	5
	Precio (USD)	\$ 27.99	\$ 27.99	\$ 27.99	\$ 26.20
	Beneficio (USD)	\$ 56,896,507	\$ 97,818,924	\$ 32,175,851	\$ 17,509,211
	% Captación	8.41%	13.76%	5.15%	3.01%
4'000.000	Voz (minutos)	663	671	654	50
	Navegación (GB)	5	5	5	5
	Precio (USD)	\$ 27.99	\$ 27.99	\$ 27.99	\$ 26.20
	Beneficio (USD)	\$ 56,896,507	\$ 97,818,924	\$ 32,175,851	\$ 17,509,211
	% Captación	8.41%	13.76%	5.15%	3.01%
3'000.000	Voz (minutos)	663	671	654	50
	Navegación (GB)	5	5	5	5
	Precio (USD)	\$ 27.99	\$ 27.99	\$ 27.99	\$ 26.20
	Beneficio (USD)	\$ 56,896,507	\$ 97,818,924	\$ 32,175,851	\$ 17,509,211
	% Captación	8.41%	13.76%	5.15%	3.01%
2'000.000	Voz (minutos)	663	671	654	50
	Navegación (GB)	5	5	5	5
	Precio (USD)	\$ 27.99	\$ 27.99	\$ 27.99	\$ 26.20
	Beneficio (USD)	\$ 56,896,507	\$ 97,818,924	\$ 32,175,851	\$ 17,509,211
	% Captación	8.41%	13.76%	5.15%	3.01%

También, es importante analizar los escenarios en donde los costos de lanzamiento son iguales a cero (independiente del tipo de plan) y donde son más altos que en el escenario inicial. Los resultados se muestran en la tabla 13 y tabla 14 respectivamente.

Tabla 13. Costos de lanzamiento iguales a cero

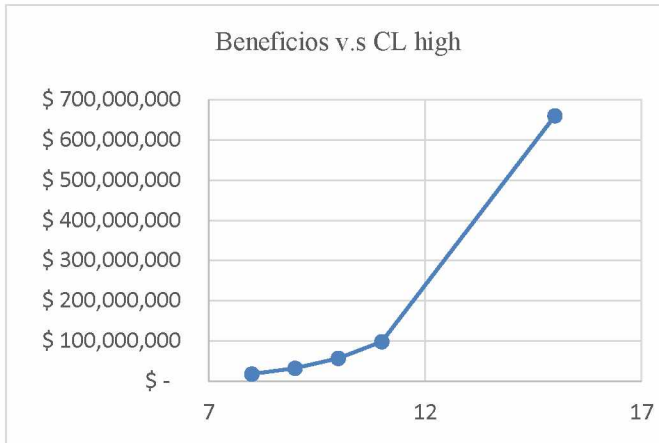
COSTO BAJO	COSTO ALTO	0	
	PAQUETES	P1	P2
0	Voz (minutos)	500	100
	Navegación (GB)	5	0.5
	Precio (USD)	\$ 26.24	\$ 20.00
	Beneficio (USD)	\$ 634,635	
	% Captación	0.14%	

De la tabla 13 es posible observar que los beneficios y la captación de mercado se reducen considerablemente, esto a causa del impacto importante de la publicidad en la función de utilidad de los agentes para cada segmento, que al ser omitido en este escenario, disminuye la probabilidad de compra de los paquetes.

Tabla 14. Costos de lanzamiento mayores a los iniciales (1.5 veces mayor)

COSTO BAJO	COSTO ALTO	15'000.000
7'500.000	Voz (minutos)	1500
	Navegación (GB)	5
	Precio (USD)	\$ 35.77
	Beneficio (USD)	\$ 660,411,469
	% Captación	42.90%

Figura 8. Beneficios vs Costos de lanzamiento (altos)



Es importante destacar que ante variaciones en el *costo de lanzamiento* bajo, no hay cambios en los beneficios obtenidos; esto es consecuencia de que el único plan que se ofrece bajo este escenario es tipo Premium. De acuerdo con lo anterior, desde un punto de vista marginal, entre mayor sea el *costo de lanzamiento* alto, mayores son los beneficios esperados, ya que se espera que un *costo de lanzamiento* elevado implique más publicidad, y por ende, mayor probabilidad de compra por parte de un segmento determinado. Asimismo, se evidencia una relación no lineal y creciente para los costos de lanzamiento frente al beneficio, al momento de incluir en el análisis los costos de publicidad más altos. Se nota que al aumentar los costos de lanzamiento, los beneficios aumentan en mayor porcentaje que la variación en dichos costos (como se evidencia en la figura 8).

### Costos de producción

Posteriormente, se realiza el análisis de sensibilidad para los costos de producción. Es relevante este análisis ya que podría evidenciar la ventaja de una empresa en el sector de telecomunicaciones al tener menores costos de sus servicios ofrecidos. En la tabla 15 se muestran los resultados.

Tabla 15. Análisis de sensibilidad costos de producción

COSTO GIGA	COSTO MINUTO	0.0034 (USD/MIN)	0.0032 (USD/MIN)	0.003 (USD/MIN)	0.0037 (USD/MIN)	0.004 (USD/MIN)
4.14 (USD/GB)	Voz (minutos)	663	800	956	485	1500
	Navegación (GB)	5	5	5	5	5
	Precio (USD)	\$ 27.99	\$ 27.99	\$ 27.99	\$ 27.99	\$ 36.28
	Beneficio (USD)	\$ 56,896,507	\$ 58,929,825	\$ 61,626,115	\$ 54,749,501	\$ 41,431,860
	% Captación	8.41%	9.23%	10.26%	7.46%	3.40%
4 (USD/GB)	Voz (minutos)	1920	1025	1195	679	50
	Navegación (GB)	5	5	5	5	5
	Precio (USD)	\$ 26.24	\$ 27.99	\$ 27.99	\$ 27.99	\$ 26.24
	Beneficio (USD)	\$ 62,851,918	\$ 69,949,851	\$ 73,939,293	\$ 63,557,045	\$ 62,253,484
	% Captación	8.26%	10.75%	12.07%	8.50%	7.57%



3.8 (USD/GB)	Voz (minutos)	1176	1345	1500	1500	769
	Navegación (GB)	5	5	5	5	5
	Precio (USD)	\$ 27.99	\$ 27.99	\$ 27.99	\$ 34.03	\$ 27.99
	Beneficio (USD)	\$ 83,894,283	\$ 88,912,170	\$ 95,368,490	\$ 54,422,917	\$ 74,395,603
	% Captación	11.91%	13.37%	14.86%	4.30%	9.03%
4.3 (USD/GB)	Voz (minutos)	420	543	682	261	1500
	Navegación (GB)	5	5	5	5	5
	Precio (USD)	\$ 27.99	\$ 27.99	\$ 27.99	\$ 27.99	\$ 37.07
	Beneficio (USD)	\$ 47,091,043	\$ 48,224,982	\$ 49,797,053	\$ 46,001,268	\$ 37,310,820
	% Captación	7.15%	7.76%	8.52%	6.42%	3.13%
4.5 (USD/GB)	Voz (minutos)	117	1500	1500	1500	50
	Navegación (GB)	5	5	5	5	5
	Precio (USD)	\$ 27.99	\$ 36.87	\$ 38.00	\$ 47.90	\$ 27.99
	Beneficio (USD)	\$ 36,881,272	\$ 38,309,254	\$ 39,846,163	\$ 34,668,388	\$ 36,572,681
	% Captación	5.83%	3.19%	3.29%	2.96%	5.57%

Como era esperado, la configuración de parámetros que incluye los menos *costos de producción* arroja los mayores beneficios para la empresa. Adicionalmente, también se obtiene la mayor captación de mercado dado este escenario.

#### Máxima disposición a pagar

Ahora, el análisis se realiza sobre parámetros que pueden variar a través de los segmentos de mercado, por esta razón se estudian las variaciones de manera particular para cada grupo. Inicialmente, se analizan cambios en el beneficio esperado frente a cambios en los parámetros asociados a la máxima disposición a pagar. Los resultados para el segmento “bajo” se muestran en la tabla 16, para el segmento “medio” en la tabla 17 y para el segmento “alto” en la tabla 16.

Tabla 16. Análisis de sensibilidad máxima disposición a pagar. Segmento “bajo”

SEGMENTO: BAJO				
$\omega$	MWTP	b = 13.99 USD	b = 19 USD	b = 10 USD
$\omega = 0.5$	Voz (minutos)	663	663	663
	Navegación (GB)	5	5	5
	Precio (USD)	27.99	27.99	27.99
	Beneficio (USD)	\$ 56,896,507	\$ 56,896,507	\$ 56,896,507
	% Captación	8.41%	8.41%	8.41%
$\omega = 0.6$	Voz (minutos)	662	662	663
	Navegación (GB)	5	5	5
	Precio (USD)	27.99	27.99	27.99
	Beneficio (USD)	\$ 56,894,798	\$ 56,905,504	\$ 56,896,507
	% Captación	8.41%	8.41%	8.41%
$\omega = 0.4$	Voz (minutos)	663	662	663
	Navegación (GB)	5	5	5
	Precio (USD)	27.99	27.99	30.3
	Beneficio (USD)	\$ 56,903,414	\$ 56,960,748	\$ 56,896,103
	% Captación	8.41%	8.42%	8.41%

Para este caso, el nivel más alto de la máxima disposición a pagar arroja el mayor beneficio, acompañado de la mayor participación del mercado. Esto se debe a que si el precio está más cercano a la máxima disposición,

la penalización en la probabilidad de compra es menor y por tanto la captación de mercado mayor, al igual que las ganancias esperadas.

Tabla 17. Análisis de sensibilidad máxima disposición a pagar. Segmento “medio”

SEGMENTO: MEDIO				
$\omega$	MWTP	b = 26.24 USD	b = 30 USD	b = 20 USD
$\omega = 0.3$	Voz (minutos)	663	530	733
	Navegación (GB)	5	5	5
	Precio (USD)	27.99	27.99	27.99
	Beneficio (USD)	\$ 56,896,507	\$ 73,080,310	\$ 49,673,294
	% Captación	8.41%	9.58%	7.88%
$\omega = 0.4$	Voz (minutos)	672	530	745
	Navegación (GB)	5	5	5
	Precio (USD)	27.99	27.99	27.99
	Beneficio (USD)	\$ 55,888,793	\$ 73,080,310	\$ 48,582,389
	% Captación	8.34%	9.58%	7.80%
$\omega = 0.2$	Voz (minutos)	653	530	712
	Navegación (GB)	5	5	5
	Precio (USD)	27.99	27.99	27.99
	Beneficio (USD)	\$ 57,953,174	\$ 73,080,310	\$ 51,783,853
	% Captación	8.49%	9.58%	8.04%

Se evidencia que para el nivel más alto de la máxima disposición a pagar del segmento en cuestión se obtiene la mayor participación en el mercado y los mayores beneficios. Es importante destacar que para este caso manteniendo la máxima disposición en 30 USD, sin importar el nivel del parámetro  $\omega$ , los resultados son los mismos.

Tabla 18. Análisis de sensibilidad máxima disposición a pagar. Segmento “alto”

SEGMENTO: ALTO				
$\omega$	MWTP	b = 27.99 USD	b = 35 USD	b = 23 USD
$\omega = 0.1$	Voz (minutos)	663	1500	1500
	Navegación (GB)	5	5	5
	Precio (USD)	27.99	35	34.08
	Beneficio (USD)	\$ 56,896,507	\$ 154,099,563	\$ 30,542,470
	% Captación	8.41%	11.30%	3.10%
$\omega = 0.2$	Voz (minutos)	663	1500	50
	Navegación (GB)	5	5	5
	Precio (USD)	27.99	35	26.24
	Beneficio (USD)	\$ 56,896,507	\$ 154,099,563	\$ 27,193,700
	% Captación	8.41%	11.30%	4.37%
$\omega = 0.05$	Voz (minutos)	663	1500	1500
	Navegación (GB)	5	5	6.35
	Precio (USD)	27.99	35	47.03
	Beneficio (USD)	\$ 56,896,507	\$ 154,099,563	\$ 57,076,859
	% Captación	8.41%	11.30%	2.71%

Este escenario es el que arroja mayores beneficios dado que establece la máxima disposición a pagar entre todos los segmentos, haciendo que el precio varíe en función a este valor y por tanto, cuando se propone una máxima disposición a pagar muy alta, los beneficios y la captación del mercado son los más elevados. Es

importante destacar que en este escenario se presentan las mayores ganancias entre las comparaciones de los tres grupos de mercado.

### Coefficientes de la función de utilidad

Con la finalidad de analizar los cambios en las ganancias frente a modificaciones en los coeficientes de la función de utilidad, se definen dos niveles para cada coeficiente y se realiza el desarrollo de manera diferenciada para cada uno de los tres segmentos. En la tabla 19 se muestran los resultados para el segmento “bajo”, en la tabla 20 para el segmento “medio” y en la tabla 21 los resultados para el segmento “alto”.

Tabla 19. Análisis de sensibilidad coeficientes función de utilidad. Segmento “bajo”

SEGMENTO "BAJO"						
Coef mins	Coef Gb	Coef Precio	-0.075		-0.065	
		Coef Publicidad	0.0000003	0.0000005	0.0000003	0.0000005
0.0003	0.11025	Voz (minutos)	663	663	1500	663
		Navegación (GB)	5	5	5	5
		Precio (USD)	27.99	27.99	35.36	27.99
		Beneficio (USD)	\$ 56,896,507	\$ 56,911,005	\$ 46,502,454	\$ 56,916,420
		% Captación	8.41%	8.42%	3.74%	8.42%
	0.2205	Voz (minutos)	663	50	663	663
		Navegación (GB)	5	5	5	5
		Precio (USD)	27.99	26.24	27.99	27.99
		Beneficio (USD)	\$ 56,898,176	\$ 54,238,610	\$ 56,899,448	\$ 56,932,735
		% Captación	8.41%	7.58%	8.41%	8.42%
0.0006	0.11025	Voz (minutos)	663	663	50	663
		Navegación (GB)	5	5	5	5
		Precio (USD)	27.99	27.99	26.24	27.99
		Beneficio (USD)	\$ 56,897,006	\$ 56,914,691	\$ 54,238,610	\$ 56,921,298
		% Captación	8.41%	8.42%	7.58%	8.42%
	0.2205	Voz (minutos)	663	663	663	663
		Navegación (GB)	5	5	5	5
		Precio (USD)	27.99	27.99	27.99	27.99
		Beneficio (USD)	\$ 56,899,042	\$ 56,929,733	\$ 56,900,593	\$ 56,941,198
		% Captación	8.41%	8.42%	8.41%	8.42%

Es importante destacar que el mejor resultado se obtiene cuando los coeficientes de minutos, internet y publicidad de la función de utilidad están en sus niveles más altos y cuando el coeficiente del precio tiene un valor más cercano a cero. Esto hace que aumente la utilidad de los individuos y por ende, su probabilidad de compra. Cabe destacar que las variaciones en los beneficios no son muy relevantes ante variaciones en los parámetros de este segmento.

Tabla 20. Análisis de sensibilidad coeficientes función de utilidad. Segmento “medio”

SEGMENTO "MEDIO"						
Coef mins	Coef Gb	Coef Precio	-0.05		-0.04	
		Coef Publicidad	0.0000004	0.0000005	0.0000004	0.0000005
0.0004	0.147	Voz (minutos)	663	50	50	50
		Navegación (GB)	5	5	5	5
		Precio (USD)	27.99	26.24	26.24	26.24
		Beneficio (USD)	\$ 56,896,507	\$ 93,839,428	\$ 61,153,707	\$ 112,636,610
		% Captación	8.41%	12.24%	8.39%	14.46%

	0.294	Voz (minutos)	50	50	50	50
		Navegación (GB)	5	5	5	5
		Precio (USD)	26.24	26.24	26.24	26.24
		Beneficio (USD)	\$ 79,255,446	\$ 161,842,238	\$ 93,676,756	\$ 201,043,422
		% Captación	10.53%	20.27%	12.23%	24.89%
0.0008	0.147	Voz (minutos)	782	329	304	337
		Navegación (GB)	5	5	5	5
		Precio (USD)	27.99	26.24	26.24	26.24
		Beneficio (USD)	\$ 60,004,479	\$ 97,243,298	\$ 62,935,091	\$ 116,983,659
		% Captación	9.57%	15.36%	10.25%	18.30%
	0.294	Voz (minutos)	320	350	330	355
		Navegación (GB)	5	5	5	5
		Precio (USD)	26.24	26.24	26.24	26.24
		Beneficio (USD)	\$ 81,931,541	\$ 168,672,181	\$ 97,072,486	\$ 209,858,369
		% Captación	13.08%	26%	15.34%	32.15%

En este escenario se identifican variaciones notables en la *composición de los planes*, específicamente en la cantidad de minutos, en la participación en el mercado y en los beneficios. Se evidencia que al analizar el segmento medio, modificaciones en los parámetros traen alteraciones más altas en las ganancias. Del mismo modo, a mayor nivel de los coeficientes de ponderación de los minutos, internet y publicidad, mayor beneficio para la empresa. Es importante resaltar que aunque se ofrezcan menor cantidad de minutos, al ser estos más apreciados por los agentes, la probabilidad de compra se incrementa considerablemente.

Tabla 21. Análisis de sensibilidad coeficientes función de utilidad. Segmento "alto"

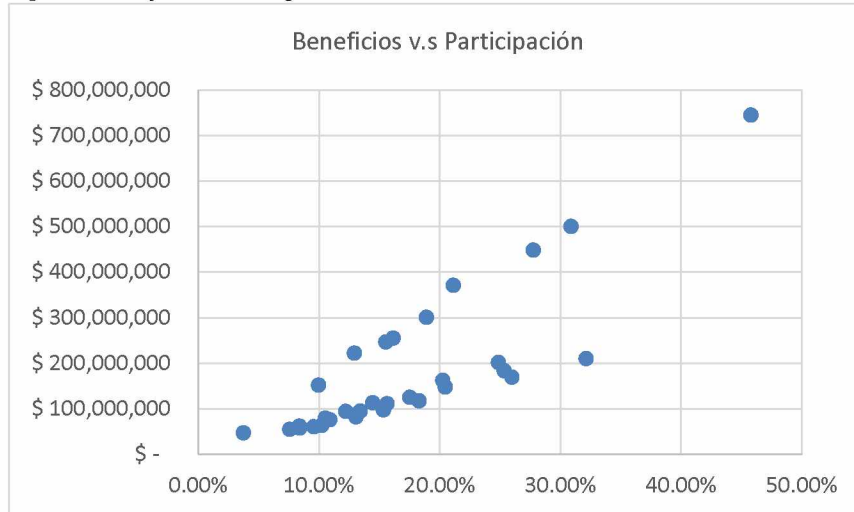
SEGMENTO "ALTO"						
Coef mins	Coef Gb	Coef Precio	-0.025		-0.015	
		Coef Publicidad	0.0000005	0.00000055	0.0000005	0.00000055
0.00072	0.2646	Voz (minutos)	663	698	684	711
		Navegación (GB)	5	5	5	5
		Precio (USD)	27.99	27.99	27.99	27.99
		Beneficio (USD)	\$ 56,896,507	\$ 94,220,004	\$ 75,474,098	\$ 124,880,016
		% Captación	8.41%	13.42%	10.90%	17.54%
	0.3969	Voz (minutos)	706	725	718	1500
		Navegación (GB)	5	5	5	6.42
		Precio (USD)	27.99	27.99	27.99	42.11
		Beneficio (USD)	\$ 110,856,179	\$ 183,246,873	\$ 146,896,172	\$ 246,488,120
		% Captación	15.65%	25.37%	20.49%	15.56%
0.00144	0.2646	Voz (minutos)	1500	1500	1500	1500
		Navegación (GB)	5	5	5	5
		Precio (USD)	36.03	36.16	37.11	37.2
		Beneficio (USD)	\$ 151,296,446	\$ 254,388,280	\$ 221,553,905	\$ 370,575,735
		% Captación	9.98%	16.16%	12.96%	21.15%
	0.3969	Voz (minutos)	1500	1500	1500	1500
		Navegación (GB)	5	5	6.45	6.47
		Precio (USD)	36.19	36.25	42.24	48.07
		Beneficio (USD)	\$ 300,318,624	\$ 500,129,524	\$ 447,806,714	\$ 744,562,963
		% Captación	18.91%	30.90%	27.78%	45.80%

De acuerdo con la información anterior, al igual que en los otros dos segmentos, el nivel de beneficios óptimo se encuentra cuando las valoraciones por los minutos, las gigas y la publicidad son las más altas, y cuando la

valoración por el precio es la más cercana a cero. Adicionalmente, la composición de los planes varía mucho al modificar los valores de los parámetros, al igual que el porcentaje de participación y los beneficios esperados.

Es pertinente destacar que la relación Beneficios – Participación es consecuente con lo esperado ya que una mayor captación de mercado implica una mayor demanda y por ende, mayores ganancias para una empresa de telecomunicaciones. En la figura 10 se muestra la evolución de los beneficios con respecto al porcentaje de participación de mercado.

Figura 10. Beneficios vs Participación en el mercado



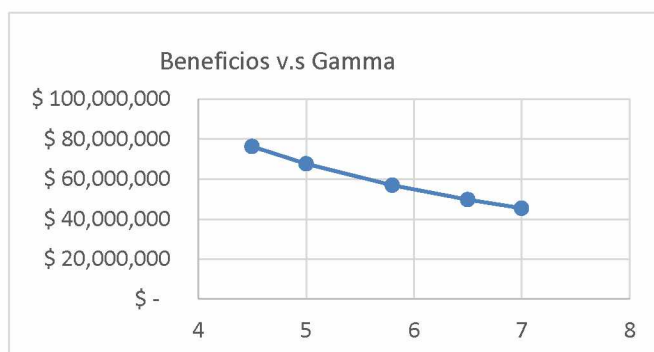
### Parámetro Gamma

Teniendo en cuenta que el parámetro Gamma representa los paquetes disponibles en el mercado y que no son atendidos por la compañía, es importante analizar cómo afectan cambios en los valores de  $\gamma$  a los beneficios esperados por la empresa de telecomunicaciones. Los resultados se muestran a continuación en la tabla 22.

Tabla 22. Análisis de sensibilidad parámetro Gamma.

Nivel Gamma	$\gamma = 5.8$	$\gamma = 5$	$\gamma = 4.5$	$\gamma = 6.5$	$\gamma = 7$
Voz (minutos)	663	663	663	663	663
Navegación (GB)	5	5	5	5	5
Precio (USD)	27.99	27.99	27.99	27.99	27.99
Beneficio (USD)	\$ 56,896,507	\$ 67,599,948	\$ 76,222,165	\$ 49,692,268	\$ 45,428,534
% Captación	8.41%	9.76%	10.84%	7,5%	6.97%

Figura 11. Beneficios vs Parámetro Gamma



De acuerdo con la tabla 22 y la figura 11, se evidencia que el comportamiento de los beneficios es inverso al del parámetro Gamma, esto se debe a que un mayor valor para  $\gamma$  indica mayor participación de la competencia, lo que se refleja en menor captación de mercado y como se observó en la figura 11, menores beneficios para la compañía.

### Modelo aplicado para cada segmento

Finalmente, se realiza la corrida del modelo para cada segmento de manera diferenciada, con la finalidad de observar el comportamiento de la función objetivo. Los resultados para el segmento “bajo” se muestran en la tabla 23, para el segmento “medio” en la tabla 24, y para el segmento “alto” en la tabla 25.

Tabla 23. Resultados corrida del modelo para el segmento “bajo”

SEGMENTO "BAJO"		
PAQUETE	P1	P2
Voz (minutos)	500	50
Navegación (GB)	5	0.5
Precio (USD)	24.14	13.99
Beneficio (USD)	\$ 319.61	
% Captación	5.86%	

Tabla 24. Resultados corrida del modelo para el segmento “medio”

SEGMENTO "MEDIO"	
Voz (minutos)	6117
Navegación (GB)	5
Precio (USD)	50
Beneficio (USD)	\$ 538,886
% Captación	7.96%

Tabla 25. Resultados corrida del modelo para el segmento “alto”

SEGMENTO "ALTO"	
Voz (minutos)	3500
Navegación (GB)	5.26
Precio (USD)	50
Beneficio (USD)	\$ 1,226,763
% Captación	5.06%

De acuerdo con la información anterior se observa que los beneficios son los más altos para el segmento alto. Adicional a esto, para el segmento bajo, a diferencia de los otros dos grupos, se generan dos paquetes óptimos. Es importante destacar que la suma de los beneficios para todos los segmentos es menor que las ganancias de cuando se unifican los nichos de mercado, así solo se genere un paquete óptimo.

## 7. Conclusiones y recomendaciones.

Este trabajo propone un modelo matemático con la finalidad de diseñar paquetes dirigidos a múltiples segmentos de mercado e incluyendo *costos de lanzamiento* (publicidad) en la función de beneficios de una empresa de telecomunicaciones y en la función de utilidad de los agentes, que maneja como restricción flexible la máxima disposición a pagar por parte de los agentes pertenecientes a los diferentes nichos de mercado. Se emplea un *logit multinomial restringido* para la estimación de la demanda. *El costo de lanzamiento* depende de la *composición del plan* y a su vez, esta composición depende de las preferencias de los consumidores. Se plantea una solución genérica al problema mediante la metaheurística PSO, ejecutada mediante el software R. Se utiliza información proporcionada por una consultora de telecomunicaciones chilena, información tomada del trabajo de Pérez, et al (2016), que es la principal referencia del trabajo de grado; e información resultante del análisis de la encuesta realizada para la definición de los grupos. Al implementar el modelo se obtiene el diseño de un paquete con 663 minutos, 5 gigas, a un precio de 27.99 USD (que coincide con la máxima disposición a pagar del segmento “alto”), una participación en el mercado de 8.14% y unos beneficios esperados de \$ 56'896.507. Del análisis de sensibilidad desarrollado se evidencia que bajo este modelo, la cantidad óptima de paquetes es de uno. También, se muestra una relación directa entre beneficios y *costos de lanzamiento* cuando el paquete es tipo Premium. Del mismo modo, se encuentra que para mayores disposiciones a pagar, la penalización por superar este umbral es menor, haciendo que la demanda y por ende, la captación de mercado, sean mayores. Asimismo, se evidencia que los beneficios más altos se encuentran cuando las valoraciones por los componentes de los paquetes y por la publicidad son mayores. Por otro lado, se encuentra que, como es de esperarse, para los valores menores del parámetro Gamma (que refleja la participación de la competencia), se encuentra la mayor participación y como resultado, las mejores ganancias para una empresa de telecomunicaciones. Adicional a esto, se evidencia que para los análisis de sensibilidad diferenciados por grupos, el segmento “medio” y el segmento “alto” presentan mayor relevancia en las variaciones de sus parámetros, concluyendo así que son los que mayor poder de mercado tienen y son los que determinan en gran medida los beneficios para una empresa de telecomunicaciones. Es importante destacar que se existe una relación directa entre ganancias y participación; sin embargo, algunos datos fuera de la tendencia (como un valor menor de captación asociado a un beneficio alto) están explicados por el cambio en el precio en el sentido en que un precio alto puede castigar la probabilidad de compra, disminuyendo el porcentaje de mercado acogido por la empresa, pero haciendo mayor la diferencia ingreso – costo de determinado plan de telecomunicaciones.

Como posibles limitaciones de la solución es importante mencionar que la metaheurística PSO no arroja valores discretos para las variables y en el modelo matemático, la variable de decisión  $Y_i$  únicamente puede tomar valores de 0 o 1 dependiendo del caso. Dicho lo anterior, se establece que para valores mayores a 0.5, se asigne a  $Y_i$  el valor de 1, y 0 en caso contrario. No obstante, esta adecuación efectuada sobre la solución puede ubicar a la función objetivo en un máximo local y no en un máximo global. Además de esto, se destaca la posibilidad de segmentar con otro criterio, con la finalidad de definir diferentes grupos (por ejemplo: por ocupación) para realizar la implementación del modelo. Por otro lado, es posible realizar el análisis de sensibilidad estudiando diferentes escenarios a los propuestos para observar la evolución de la función objetivo frente a variaciones en los parámetros del modelo. Finalmente, se recomienda modelar la relación de los costos de lanzamiento de manera no lineal en su valor, pero si en sus parámetros; es decir, incluir en la función de utilidad la raíz de los costos de publicidad y no el valor neto, con el objeto de ajustar de manera más precisa la forma lineal de la función de utilidad de los agentes.

## 8. Glosario

- Determinación de precios (*pricing*): Es una estrategia que se ocupa de fijar precios que le agreguen valor al cliente y generen rentabilidad para una empresa (Comes, 2015). Esta estrategia comprende criterios como segmentos, capacidad de pago, condiciones del mercado, competencia y costos, entre otros (The Economic Times, s.f.).
- Diseño de planes (*bundling*): De acuerdo con Banciu & Ødegaard (2016), el *bundling* es la venta de un paquete compuesto por servicios y/o productos individuales como una unidad, esta estrategia es empleada por muchas organizaciones en el área de marketing.

- Segmentos de mercado: Grupos resultantes de la división del mercado, cuyos elementos son homogéneos entre sí, pero diferentes entre los demás grupos (Moraño, 2010). Esta diferenciación puede ser con base en la edad, la ubicación geográfica o el género; sin embargo, también existen casos de segmentación específica empleando criterios como la preferencia por la tecnología (Villalobos-Breton, s.f.).
- Logit Multinomial Restringido: Es la versión restringida de un modelo logit multinomial, que es un modelo de regresión no lineal el cual analiza la probabilidad de escoger una alternativa entre un abanico de alternativas mutuamente excluyentes, teniendo en cuenta distintas variables que influyen en la decisión (Gujarati & Porter, 2010). Del mismo modo, afirman que el logit (también conocido como regresión logística multinomial) se emplea en modelos con variables dependientes nominales con más de dos categorías, donde las variables independientes pueden ser continuas o categóricas.
- Máxima disposición a pagar: Precio máximo al que un cliente, estaría dispuesto a adquirir un bien o un servicio determinado (Krugman & Wells, 2006).
- Costos de lanzamiento: Son los costos asociados por poner el producto o servicio a la disposición del cliente, entre estos costos es posible encontrar el costo de diseño de la campaña de publicidad, comunicación con distribuidor, comunicación con el consumidor, acciones promocionales y apoyo a la fuerza de ventas, entre otros (ECR-all, s.f).
- Utilidad: La ganancia económica que el consumidor percibe en relación a la adquisición de un bien en función de la satisfacción y el precio de este (Schiffman & Kanuk, 1987). Adicionalmente, es un concepto subjetivo por parte del consumidor (García-Durán, 2005).

## 9. Tabla de Anexos o Apéndices

No. Anexo	Nombre	Desarrollo	Tipo de Archivo	Enlace corto ( <a href="https://goo.gl/">https://goo.gl/</a> )	Relevancia para el documento (1-5)
1	Descripción modelo logit multinomial y logit multinomial restringido	Propio	Word	<a href="https://goo.gl/ORTXZK">https://goo.gl/ORTXZK</a>	4
2	PSO	Propio	R	<a href="https://goo.gl/TCQuAb">https://goo.gl/TCQuAb</a>	4
3	Encuesta realizada	Propio	Formulario Google forms	<a href="https://goo.gl/H2UDYT">https://goo.gl/H2UDYT</a>	3
4	Resultados encuesta y análisis	Propio	Excel	<a href="https://goo.gl/3jZzOp">https://goo.gl/3jZzOp</a>	5
5	Descripción de las actividades del proceso de diseño	Propio	Word	<a href="https://goo.gl/xbH1Hj">https://goo.gl/xbH1Hj</a>	3
6	Pruebas de rendimiento	Propio	Word	<a href="https://goo.gl/XrBtW">https://goo.gl/XrBtW</a>	4
7	Análisis de sensibilidad	Propio	Excel	<a href="https://goo.gl/AqxpqE">https://goo.gl/AqxpqE</a>	5



## Referencias

- Alvarado Valencia, J. A., & Obagi Araújo, J. J. (2008). *Fundamentos de Inferencia Estadística*. Bogotá: Editorial Pontificia Universidad Javeriana.
- Ata, B., & Dana Jr., J. D. (2015). Price discrimination on booking time. *International Journal of Industrial Organization*, 175-181.
- Banciu, M., & Ødegaard, F. (2016). Optimal product bundling with dependent valuations: The price of independence. *European Journal of Operational Research*, 491-495.
- Basaran, A. A., Cetinkaya, M., & Bagdadioglu, N. (2013). Operator choice in the mobile telecommunications market: Evidence from Turkish urban population. *Telecommunications Policy*, 1-13.
- Bergantino, A. S., & Capozza, C. (2015). One price for all? Price discrimination and market captivity. *Transportation Research Part A*, 231-244.
- Capital Colombia*. (10 de Abril de 2017). Obtenido de <http://www.capitalcolombia.com>
- Cataldo, A., Ferrer, J. C., & Bitrán, G. (2012). ON PRICING AND COMPOSITION OF MULTIPLE BUNDLES. 1-12.
- Comes, H. (6 de Abril de 2015). *Increnta*. Obtenido de <http://increnta.com/es/blog/estrategia-de-pricing-perfecta/>
- ECR-all*. (s.f.). Obtenido de <http://ecr-all.org/files/recomendaci%C3%B3n-lanzamientos-de-nuevos-productos.pdf>
- Erdem, T., Keane, M. P., & Sun, B. (2007). The impact of advertising on consumer price sensitivity in experience goods markets. *Springer Science + Business Media*, 1-38.
- F. Szigeti, J. C. (s.f.). El Método de Relajación Aplicado a Optimización de Sistemas. 1.
- Fildes, R. (2002). Telecommunications demand forecasting - A review. 1-47.
- García Nieto, J. M. (2006). *Algoritmos Basados en Cúmulos de Partículas Para la Resolución de Problemas Complejos*. Obtenido de [http://khaos.uma.es/jmgn/doc/Memoria\\_PFC\\_JMGN.pdf](http://khaos.uma.es/jmgn/doc/Memoria_PFC_JMGN.pdf)
- García-Durán, R. (2005). Catorce temas para entender la economía. Barcelona: Servei de Publicacions.
- Ghosh, S., Maitrab, B., & Das, S. S. (2013). Effect of Distributional Assumption of Random Parameters of Mixed Logit Model on Willingness-to-Pay Values. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 601-610.
- Grzybowski, L. (2014). Fixed-to-mobile substitution in the European Union. *Telecommunications Policy*, 601-612.
- Gujarati, D. N., & Porter, D. C. (2010). *Econometría*. México D.F: McGraw Hill.
- Imi, A. (2005). Estimating demand for cellular phone services in Japan. *Telecommunications Policy*, 3-23.

- ISO. (2012). ISO 13053 Quantitative methods in process improvement -- Six Sigma -- Part 1: DMAIC methodology.
- Jara-Díaz, S. (2007). *Transport Economic Theory*. Elsevier.
- Kang, D., Park, J. M., Lee, D. H., & Rho, J. J. (2016). Mobile services with handset bundling and governmental. *Telematics and Informatics*, 323-337.
- Kim, H.-S., & Yoon, C.-H. (2004). Determinants of subscriber churn and customer loyalty in the Korean mobile telephony market. *Telecommunications Policy*, 751-765.
- Krugman, P., & Wells, R. (2006). *Macroeconomía: introducción a la Economía*. Nueva York: Reverté.
- Lai, X., & Bierlaire, M. (2015). Specification of the cross-nested logit model with sampling. *Transportation Research Part B*, 220-234.
- Lee, J. K., Yoo, K. E., & Song, K. H. (2016). A study on travelers' transport mode choice behavior using the mixed. *Journal of Air Transport Management*, 1-7.
- Lu, X. S., Liu, T. L., & Huang, H. J. (2015). Pricing and mode choice based on nested logit model with trip-chain. *Transport Policy*, 76-88.
- Magrama. (s.f.). Obtenido de [http://www.magrama.gob.es/ministerio/pags/biblioteca/fondo/pdf/5269\\_39.pdf](http://www.magrama.gob.es/ministerio/pags/biblioteca/fondo/pdf/5269_39.pdf)
- Martínez, F., Aguila, F., & Hurtubia, R. (2008). The constrained multinomial logit: A semi-compensatory choice model. *Transportation Research Part B*, 365-377.
- Ministerio de Tecnologías de la Información y las Comunicaciones. (2016). *Boletín trimestral de las TIC*. Bogotá.
- Moraño, X. (27 de Septiembre de 2010). *Marketing & Consumo*. Obtenido de <http://marketingyconsumo.com/segmentacion-de-mercados.html>
- Oladipo Olalekan, D., Musiliu Babatunde, A., & Wasiu Ishola, O. (2015). Advertising and Consumer Choice of Telecommunication Services in Nigeria. *Journal of Competitiveness*, 1-13.
- Park, J., & Kim, K. (2016). The residential location choice of the elderly in Korea: A multilevel. *Journal of Rural Studies*, 261-271.
- Peréz, J., López-Ospina, H., Cataldo, A., & Ferrer, J. C. (2016). Pricing and composition of bundles with. *International Journal of Production Research*, 1-15.
- Sánchez, J. (Marzo de 2017). *UNAM*. Obtenido de <http://turing.iimas.unam.mx>
- Savolainen, P. T. (2016). Examining driver behavior at the onset of yellow in a traffic simulator environment: Comparisons between random parameters and latent class logit models. *Accident Analysis and Prevention*, 1-8.
- Schiffman, L. G., & Kanuk, L. L. (1987). *Consumer behavior*. Prentice-Hall.
- Secretaría de planeación. (2013). *Secretaría de planeación*. Obtenido de Boletín de Prensa: <http://www.sdp.gov.co>

Secretaría de Planeación. (2 de Abril de 2017). *Secretaría de Planeación*. Obtenido de <http://www.sdp.gov.co>

Shin, J., & Hwangb, W. S. (2017). Consumer preference and willingness to pay for a renewable fuel standard (RFS) policy: Focusing on ex-ante market analysis and segmentation. *Energy Policy*, 1-9.

*The Economic Times*. (s.f.). Obtenido de <http://economictimes.indiatimes.com/definition/pricing-strategies>

Thompson, I. (Agosto de 2007). *Promonegocios.net*. Obtenido de <http://www.promonegocios.net/precio/estrategias-precios.html>

Villalobos-Breton, S. (s.f.). *Marketing para todos*. Obtenido de <http://estrategias-marketing-online.com/la-segmentacion-de-mercado-es-un-elemento-clave-para-aumentar-tus-ventas-%E2%80%93parte-1/>

Xu, Y. H., Wong, I. A., & Tan, X. S. (2015). Exploring event bundling: The strategy and its impacts. *Tourism Management*, 455-467.