

**CONTROL MULTIVARIABLE PARA UN HELICÓPTERO DE DOS GRADOS
DE LIBERTAD UTILIZANDO ALGORITMOS GENÉTICOS**

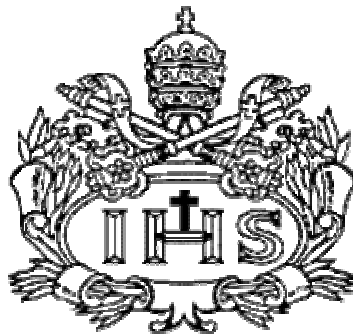
Trabajo de Grado Número 0441

**ANDRÉS FELIPE CARO CASTILLO
FRANCISCO JOSÉ LÓPEZ LEAÑO
JOSÉ JOAQUÍN ORTÍZ PULIDO**

**PROYECTO DE GRADO PRESENTADO PARA OPTAR AL TÍTULO DE
INGENIERO ELECTRÓNICO**

DIRECTOR:

INGENIERO CARLOS ALBERTO PARRA Ph.D.



**PONTIFICIA UNIVERSIDAD JAVERIANA
FACULTAD DE INGENIERÍA
CARRERA DE INGENIERÍA ELECTRÓNICA
BOGOTÁ D.C.
JULIO DE 2005**

PONTIFICIA UNIVERSIDAD JAVERIANA

**FACULTAD DE INGENIERÍA
CARRERA DE INGENIERÍA ELECTRÓNICA**



Rector:

Padre Gerardo Remolina Vargas S.J.

Decano Académico Facultad de Ingeniería:

Ingeniero Francisco Javier Rebolledo

Decano del Medio Universitario Facultad de Ingeniería:

Padre Antonio José Sarmiento S.J.

Director de la Carrera de Ingeniería Electrónica:

Ingeniero Juan Carlos Giraldo

Director del Departamento de Ingeniería Electrónica:

Ingeniero Abdel Karim Hay

Artículo 23 de la Resolución No. 13 del 6 Julio de 1964:

“La Universidad no se hace responsable de los conceptos emitidos por sus alumnos en sus proyectos de grado.

Sólo velará porque no se publique nada contrario al dogma y la moral católica y porque no contenga ataques o polémicas puramente personales. Antes bien, que se vean en ellos el anhelo de buscar la verdad y la justicia.”

A mis padres, porque esta es la cosecha que hoy recogen con orgullo después de haber sembrado con tanta dedicación, paciencia y amor; Su apoyo, su entrega y la confianza depositada en mi fueron el motor principal para alcanzar este gran logro. A mi hermana y mi familia quienes siempre estuvieron pendientes de mis proyectos y me motivaron a seguir adelante. A mis amigos que siempre han estado y estarán ahí. A mi Gira por su apoyo y compañía brindada en los momentos más importantes.

Andrés

A mi papá y a mi mamá cuyo apoyo incondicional fue la inspiración de cada día. A mis hermanos de quienes siempre aprendo y que pronto serán grandes profesionales. A toda mi familia que gracias a su motivación, siempre puede superar las dificultades. A Shany que compartió el día a día en estos cinco años de carrera y a mi abuelita Pepita que siempre está conmigo.

Nano

A mi mamá y mi papá que me tuvieron paciencia todos estos años, a mi hermanita Andrea y mi hermano Victor que me hacen la vida más alegre, a toda mi familia que siempre me apoyó en las dificultades y a mis amigos del colegio y la universidad con los que pasé momentos muy bacanos.

Chepe

AGRADECIMIENTOS

Queremos expresar nuestros más sinceros agradecimientos a Carlos Parra, director del Trabajo de grado, a Fredy Ruiz y Carlos Cotrino, por toda su ayuda para el correcto encause del trabajo, sus observaciones y conocimiento.

A nuestras familias cuyo apoyo en estos años de estudio fueron la base para obtener los éxitos y triunfos alcanzados.

Y a todos nuestros compañeros y amigos que nos acompañaron en el transcurso de la carrera.

TABLA DE CONTENIDO

1	INTRODUCCIÓN	16
2	DESCRIPCIÓN GENERAL	17
3	MARCO TEÓRICO	19
3.1	ECUACIONES DE MOVIMIENTO DE LAGRANGE	19
3.2	PRINCIPIOS DE AERODINÁMICA DE UN HELICÓPTERO	21
3.2.1	<i>SECCIONES DEL PERFIL DE UN ASPA</i>	21
3.2.2	<i>FUERZA AERODINÁMICA</i>	22
3.2.3	<i>DINÁMICA DE UN HELICÓPTERO</i>	25
3.2.4	<i>FUERZAS SOBRE UN HELICÓPTERO</i>	26
3.3	ALGORITMOS GENÉTICOS	29
3.3.1	<i>CONCEPTOS BÁSICOS</i>	30
3.3.2	<i>COMPONENTES DE DISEÑO</i>	31
3.4	ÍNDICES DE DESEMPEÑO	33
3.5	INFORMACIÓN GENERAL DEL FABRICANTE DEL HELICÓPTERO DE PRUEBAS MARCA QUANSER	35
3.5.1	<i>DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA FÍSICO</i>	36
3.5.2	<i>SOFTWARE</i>	36
3.5.3	<i>DESARROLLOS DEL FABRICANTE QUANSER</i>	36
4	DESARROLLO	40
4.1	MODELO MATEMÁTICO GENERAL DE UN HELICÓPTERO DE DOS GRADOS DE LIBERTAD UTILIZANDO LAS ECUACIONES DE MOVIMIENTO DE LAGRANGE	40
4.2	MODELO MATEMÁTICO SIMPLIFICADO UTILIZANDO LAS ECUACIONES DE MOVIMIENTO DE LAGRANGE Y LOS TORQUES DE QUANSER	52

4.3	IMPLEMENTACIÓN COMPUTACIONAL DEL MODELO EN SIMULINK®	
	55	
4.3.1	MODELO LINEAL DE QUANSER	55
4.3.2	MODELO NO LINEAL	56
4.3.3	MODELO NO LINEAL SIMPLIFICADO	56
4.3.4	MALLA DE REALIMENTACIÓN CON EL MODELO NO LINEAL	59
4.3.5	MATRIZ DE REALIMENTACIÓN K	60
4.3.6	SISTEMA GENERAL USADO PARA EVALUAR LA MALLA DE REALIMENTACIÓN	61
4.3.7	DIAGRAMA DE CONEXIÓN DEL HELICÓPTERO EN Simulink®	62
4.4	DISEÑO DEL CONTROLADOR UTILIZANDO ALGORITMOS GENÉTICOS Y SU IMPLEMENTACIÓN EN MATLAB®	64
4.4.1	ESTRUCTURA DE LOS INDIVIDUOS DE LA POBLACIÓN	64
4.4.2	POBLACIÓN	65
4.4.3	FUNCION OBJETIVO (FITNESS)	66
4.4.4	EVALUACIÓN	67
4.4.5	ETAPA DE SELECCIÓN DEL KPOCKET	68
4.4.6	SELECCIÓN	68
4.4.7	REPRODUCCIÓN	69
4.4.8	MUTACIÓN	72
5	RESULTADOS Y ANÁLISIS	74
5.1	RESULTADOS OBTENIDOS CON LA IMPLEMENTACIÓN DEL MODELO COMPUTACIONAL	74
5.1.1	RESPUESTA A ENTRADA PASO DE LOS TRES MODELOS IMPLEMENTADOS	74
5.1.2	RESPUESTA A ENTRADA PASO DEL HELICÓPTERO DE PRUEBAS	81
5.1.3	RESPUESTA A ENTRADA PASO DEL MODELO NO LINEAL MODIFICADO	84

5.1.4	<i>RESPUESTA A ENTRADA PASO DEL MODELO NO LINEAL CON LAS DIFERENTES MATRICES K HALLADAS UTILIZANDO EL ALGORITMO GENÉTICO.</i>	86
5.1.5	<i>RESPUESTA A ENTRADA PASO DEL HELICÓPTERO CON LAS MATRICES K HALLADAS EN EL PUNTO ANTERIOR.</i>	93
5.1.6	<i>COMPARACIÓN DE LAS DOS RESPUESTAS 5.1.4 Y 5.1.5. ANÁLISIS DE RESULTADOS.</i>	99
5.1.7	<i>RESPUESTA A ENTRADA PASO DEL MODELO NO LINEAL CON UNA MATRIZ K HALLADA UTILIZANDO EL ALGORITMO GENÉTICO Y EL CONTROLADOR DESACOPLADO</i>	100
5.1.8	<i>RESPUESTA A ENTRADA PASO DEL HELICÓPTERO CON LA MATRIZ K HALLADA EN EL PUNTO ANTERIOR CON EL CONTROLADOR DESACOPLADO.</i>	103
5.1.9	<i>RESPUESTA A ENTRADA PASO DEL MODELO NO LINEAL CON RETARDO DE LOS MOTORES UTILIZANDO EL ALGORITMO GENÉTICO.</i>	106
5.1.10	<i>RESPUESTA A ENTRADA PASO DEL HELICÓPTERO DE QUANSER CON LA MATRIZ K HALLADA EN EL PUNTO ANTERIOR.</i>	108
5.1.11	<i>RESPUESTA A ENTRADA PASO DEL MODELO NO LINEAL CON RETARDO DE LOS MOTORES Y CONTROLADOR LIMITADO UTILIZANDO EL ALGORITMO GENÉTICO.</i>	111
5.2	<i>PRUEBAS Y RESULTADOS OBTENIDOS CON LOS ALGORITMOS GENÉTICOS</i>	115
5.2.1	<i>PRUEBAS REALIZADAS A LOS ALGORITMOS GENÉTICOS</i>	115
5.2.2	<i>RESPUESTA DEL MODELO NO LINEAL FRENTE A DIFERENTES ÍNDICES DE DESEMPEÑO EVALUADOS CON EL ALGORITMO</i>	119
5.3	<i>PRUEBAS Y RESULTADOS OBTENIDOS EN 10 SIMULACIONES CON LA MISMA CONFIGURACIÓN DE ALGORITMOS GENÉTICOS</i>	124
5.4	<i>VALIDACIÓN DEL MEJOR CONTROLADOR OBTENIDOS EN LAS SIMULACIONES, EN EL HELICÓPTERO DE QUANSER</i>	127

5.5	MÉTODO DE DISEÑO DE CONTROLADORES UTILIZANDO ALGORITMOS GENÉTICOS	143
6	CONCLUSIONES	146
7	BIBLIOGRAFÍA	147
8	ANEXOS	148
8.1	ANÁLISIS DE LA AERODINÁMICA DE UNA HÉLICE. (FUERZA DE EMPUJE DE UNA HÉLICE EN FUNCIÓN DE SUS R.P.M.)	148
8.2	CÓDIGO DE LOS ALGORITMOS GENÉTICOS EN MATLAB®	155
8.3	CONTROLADORES EN SIMULINK®	155
8.3.1	<i>CONTROLADOR DESACOPLADO</i>	<i>155</i>
8.3.2	<i>CONTROLADOR MODIFICADO</i>	<i>156</i>
8.3.3	<i>CONTROLADOR QUANSER</i>	<i>157</i>
8.4	HOJA DE ESPECIFICACIONES DEL HELICÓPTERO DE QUANSER	158
8.5	FOTOS DEL HELICÓPTERO	158
8.6	LISTADO DE CONSTANTES UTILIZADAS EN EL DESARROLLO DEL MODELO NO LINEAL	159
8.7	LISTADO DE CONSTANTES UTILIZADAS EN EL DESARROLLO DEL MODELO NO LINEAL SIMPLIFICADO	160

ÍNDICE DE FIGURAS

<i>Figura 1. Diagrama en Bloques</i>	18
<i>Figura 2. Terminología en Perfiles</i>	21
<i>Figura 3. Flujo sobre un plano aerodinámico</i>	23
<i>Figura 4. Descomposición de la fuerza aerodinámica</i>	23
<i>Figura 5. Fuerzas actuantes sobre un plano aerodinámico</i>	24
<i>Figura 6. Modelo Eléctrico Motor DC</i>	28
<i>Figura 7. Diagrama de Flujo del Algoritmo Genético</i>	31
<i>Figura 8. Índices de desempeño</i>	35
<i>Figura 9. Fuerzas Generalizadas sobre el Sistema.</i>	41
<i>Figura 10. Coordenada Generalizadas</i>	41
<i>Figura 11. Modelo lineal a partir de la matriz de estados del fabricante.</i>	55
<i>Figura 12. Modelo No Lineal.</i>	57
<i>Figura 13. Modelo no lineal simplificado</i>	58
<i>Figura 14. Malla de realimentación con el modelo no lineal</i>	59
<i>Figura 15. Matriz de realimentación k</i>	60
<i>Figura 16. Sistema para evaluar la malla de realimentación.</i>	61
<i>Figura 17. Diagrama de conexión del helicóptero</i>	62
<i>Figura 18. Cromosomas de pitch y yaw</i>	65
<i>Figura 19. Valor de probabilidad en el método de ruleta.</i>	69
<i>Figura 20. Reproducción por filas</i>	70
<i>Figura 21. Reproducción por columnas</i>	71
<i>Figura 22. Reproducción por elementos</i>	71
<i>Figura 23. Reproducción por producto</i>	72
<i>Figura 24. Diagrama de flujo del algoritmo genético</i>	73
<i>Figura 25. Respuesta a entrada paso en yaw del modelo no lineal</i>	75
<i>Figura 26. Respuesta a entrada paso en pitch del modelo no lineal</i>	75
<i>Figura 27. Voltaje en el motor de yaw del modelo no lineal</i>	76
<i>Figura 28. Voltaje en el motor de pitch del modelo no lineal</i>	76

<i>Figura 29. Respuesta a entrada paso en pitch del modelo no lineal simplificado</i>	77
<i>Figura 30. Respuesta a entrada paso en yaw del modelo no lineal simplificado</i>	77
<i>Figura 31. Voltaje en el motor de yaw del modelo no lineal simplificado</i>	78
<i>Figura 32. Voltaje en el motor de pitch del modelo no lineal simplificado</i>	78
<i>Figura 33. Respuesta a entrada paso en pitch del modelo lineal</i>	79
<i>Figura 34. Respuesta a entrada paso en yaw del modelo lineal</i>	79
<i>Figura 35. Voltaje en el motor de yaw del modelo lineal</i>	80
<i>Figura 36. Voltaje en el motor de pitch del modelo lineal</i>	80
<i>Figura 37. Respuesta a entrada paso en pitch sobre el helicóptero</i>	81
<i>Figura 38. Respuesta a entrada paso en yaw sobre el helicóptero</i>	82
<i>Figura 39. Voltaje en el motor de pitch sobre el helicóptero</i>	82
<i>Figura 40. Voltaje en el motor de yaw sobre el helicóptero</i>	83
<i>Figura 41. Respuesta a entrada paso en pitch del modelo no lineal modificado</i>	84
<i>Figura 42. Respuesta a entrada paso en yaw del modelo no lineal modificado</i>	84
<i>Figura 43. Voltaje en el motor de pitch del modelo no lineal modificado</i>	85
<i>Figura 44. Voltaje en el motor de yaw del modelo no lineal modificado</i>	85
<i>Figura 45. Respuesta a entrada paso en yaw (prueba 1)</i>	88
<i>Figura 46. Respuesta a entrada paso en pitch (prueba 1)</i>	88
<i>Figura 47. Voltaje en el motor de pitch (prueba 1)</i>	89
<i>Figura 48. Voltaje en el motor de yaw (prueba 1)</i>	89
<i>Figura 49. Respuesta a entrada paso en pitch (prueba 2)</i>	90
<i>Figura 50. Respuesta a entrada paso en yaw (prueba 2)</i>	91
<i>Figura 51. Voltaje en el motor de pitch (prueba 2)</i>	92
<i>Figura 52. Voltaje en el motor de yaw (prueba 2)</i>	92
<i>Figura 53. Respuesta a entrada paso en pitch del helicóptero (prueba 1)</i>	93
<i>Figura 54. Respuesta a entrada paso en yaw del helicóptero (prueba 1)</i>	94
<i>Figura 55. Voltaje en el motor de pitch del helicóptero (prueba 1)</i>	94
<i>Figura 56. Voltaje en el motor de yaw del helicóptero (prueba 1)</i>	95
<i>Figura 57. Respuesta a entrada paso en yaw del helicóptero (prueba 2)</i>	95
<i>Figura 58. Respuesta a entrada paso en pitch del helicóptero (prueba 2)</i>	96

<i>Figura 59. Voltaje en el motor de pitch del helicóptero (prueba 2)</i>	96
<i>Figura 60. Voltaje en el motor de yaw del helicóptero (prueba 2)</i>	97
<i>Figura 61. Respuesta a entrada paso en pitch frente a disturbios</i>	98
<i>Figura 62. Respuesta a entrada paso en yaw frente a disturbios</i>	98
<i>Figura 63. Voltaje en el motor de pitch frente a disturbios</i>	99
<i>Figura 64. Voltaje en el motor de yaw frente a disturbios</i>	99
<i>Figura 65. Respuesta a entrada paso en yaw (prueba 3)</i>	101
<i>Figura 66. Respuesta a entrada paso en pitch (prueba 3)</i>	101
<i>Figura 67. Voltaje en el motor de pitch (prueba 3)</i>	102
<i>Figura 68. Voltaje en el motor de yaw (prueba 3)</i>	102
<i>Figura 69. Respuesta a entrada paso en pitch sobre el helicóptero (prueba 3)</i>	103
<i>Figura 70. Respuesta a entrada paso en yaw sobre el helicóptero (prueba 3)</i>	104
<i>Figura 71. Voltaje en el motor de yaw sobre el helicóptero (prueba 3)</i>	105
<i>Figura 72. Voltaje en el motor de pitch sobre el helicóptero (prueba 3)</i>	105
<i>Figura 73. Respuesta a entrada paso en yaw (prueba 4)</i>	107
<i>Figura 74. Respuesta a entrada paso en pitch (prueba 4)</i>	107
<i>Figura 75. Voltaje en el motor de yaw (prueba 4)</i>	108
<i>Figura 76. Voltaje en el motor de pitch (prueba 4)</i>	108
<i>Figura 77. Respuesta a entrada paso en pitch sobre el helicóptero (prueba 4)</i>	109
<i>Figura 78. Respuesta a entrada paso en yaw sobre el helicóptero (prueba 4)</i>	110
<i>Figura 79. Voltaje en el motor de pitch sobre el helicóptero (prueba 4)</i>	110
<i>Figura 80. Voltaje en el motor de yaw sobre el helicóptero (prueba 4)</i>	111
<i>Figura 81. Respuesta a entrada paso en pitch (prueba 5)</i>	113
<i>Figura 82. Respuesta a entrada paso en yaw (prueba 5)</i>	113
<i>Figura 83. Voltaje en el motor de pitch (prueba 5)</i>	114
<i>Figura 84. Voltaje en el motor de yaw (prueba 5)</i>	114
<i>Figura 85. Índice de desempeño de los Algoritmos genéticos</i>	115
<i>Figura 86. Desempeño IAE</i>	118
<i>Figura 87. Tiempo de simulación.</i>	119
<i>Figura 88. Respuesta a entrada paso en yaw IAE</i>	120

<i>Figura 89. Respuesta a entrada paso en pitch IAE</i>	121
<i>Figura 90. Respuesta a entrada paso en yaw ITAE</i>	121
<i>Figura 91. Respuesta a entrada paso en pitch ITAE</i>	122
<i>Figura 92. Respuesta a entrada paso en pitch ISE</i>	122
<i>Figura 93. Respuesta a entrada paso en yaw ISE</i>	123
<i>Figura 94. Respuesta a entrada paso en pitch ITSE</i>	123
<i>Figura 95. Respuesta a entrada paso en yaw ITSE</i>	124
<i>Figura 96. Respuesta a entrada paso con 10 controladores en pitch</i>	126
<i>Figura 97. Respuesta a entrada paso con 10 controladores en yaw</i>	127
<i>Figura 98. Respuesta a entrada paso en pitch – 0 a 10 grados en pitch en el helicóptero y simulada</i>	128
<i>Figura 99. Respuesta a entrada paso en yaw – 0 a 10 grados en pitch</i>	128
<i>Figura 100. Voltaje en el motor de Pitch – 0 a 10 grados en pitch</i>	129
<i>Figura 101. Voltaje en el motor de yaw – 0 a 10 grados en pitch</i>	129
<i>Figura 102. Respuesta a entrada paso en pitch – 0 a 30 grados en pitch en el helicóptero y simulada</i>	130
<i>Figura 103. Respuesta a entrada paso en yaw – 0 a 30 grados en pitch</i>	130
<i>Figura 104. Voltaje en el motor de pitch – 0 a 30 grados en pitch</i>	131
<i>Figura 105. Voltaje en el motor de yaw – 0 a 30 grados en pitch</i>	131
<i>Figura 106. Respuesta a entrada paso en pitch – 0 a –10 grados en pitch</i>	132
<i>Figura 107. Respuesta a entrada paso en yaw - 0 a –10 grados en pitch</i>	132
<i>Figura 108. Voltaje en el motor de pitch - 0 a –10 grados en pitch</i>	133
<i>Figura 109. Voltaje en el motor de yaw - 0 a –10 grados en pitch</i>	133
<i>Figura 110. Respuesta a entrada paso en pitch – 30 a –30 grados en pinch en el helicóptero y en simulación</i>	134
<i>Figura 111. Respuesta a entrada paso en yaw – 30 a –30 grados en pitch</i>	134
<i>Figura 112. Voltaje en el motor de pitch – 30 a –30 grados en pitch</i>	135
<i>Figura 113. Voltaje en el motor de pitch – 30 a –30 grados en pitch</i>	135
<i>Figura 114. Respuesta a entrada paso en pitch – 0 a 20 grados en yaw</i>	136
<i>Figura 115. Respuesta a entrada paso en yaw – 0 a 20 grados en yaw</i>	136

<i>Figura 116. Voltaje en el motor de pitch – 0 a 20 grados en yaw</i>	137
<i>Figura 117. Voltaje en el motor de pitch – 0 a 20 grados en yaw</i>	137
<i>Figura 118. Respuesta a entrada paso en pitch – 0 a 70 grados en yaw</i>	138
<i>Figura 119. Respuesta a entrada paso en yaw – 0 a 70 grados en yaw</i>	138
<i>Figura 120. Voltaje en el motor de pitch – 0 a 70 grados en yaw</i>	139
<i>Figura 121. Voltaje en el motor de yaw – 0 a 70 grados en yaw</i>	139
<i>Figura 122. Respuesta a entrada paso en pitch – 0 a -20 grados en yaw</i>	140
<i>Figura 123. Respuesta a entrada paso en yaw – 0 a -20 grados en yaw en el helicóptero y en simulación</i>	140
<i>Figura 124. Voltaje en el motor de pitch – 0 a -20 grados en yaw</i>	141
<i>Figura 125. Voltaje en el motor de yaw – 0 a -20 grados en yaw</i>	141
<i>Figura 126. Respuesta a entrada paso en pitch – 70 a -70 grados en yaw</i>	142
<i>Figura 127. Respuesta a entrada paso en yaw – 70 a -70 grados en yaw y en simulación</i>	142
<i>Figura 128. Voltaje en el motor de pitch – 70 a -70 grados en yaw</i>	143
<i>Figura 129. Voltaje en el motor de yaw – 70 a -70 grados en yaw</i>	143
<i>Figura 130. Controlador desacoplado</i>	155
<i>Figura 131. Controlador Modificado</i>	156
<i>Figura 132. Controlador de Quanser®</i>	157
<i>Figura 133. Fotos del Helicóptero</i>	158

ÍNDICE DE TABLAS

<i>Tabla 1</i>	<i>117</i>
<i>Tabla 2</i>	<i>119</i>
<i>Tabla 3</i>	<i>120</i>

1 INTRODUCCIÓN

En la actualidad las investigaciones en el área de la Robótica Aérea proponen prototipos para soluciones a problemas tales como la vigilancia, el rescate de personas y el ingreso a zonas de difícil acceso para el hombre. Por esta razón, surge la necesidad de plantear nuevos métodos de diseño de controladores para este tipo de plataformas cuya dinámica y ambiente de operación, son parámetros que dificultan encontrar el controlador que les permita ser autónomas. En este trabajo de grado, se pretende contribuir a esta investigación planteando un método de diseño de controladores utilizando una técnica de Inteligencia artificial denominada Algoritmos genéticos.

En este texto el lector va a encontrar una descripción general del proyecto para estar familiarizado con el desarrollo del mismo. Se presenta una base teórica muy breve de los temas necesarios para la comprensión de los desarrollos realizados durante la investigación. A partir de los desarrollos descritos se realiza un análisis de los resultados obtenidos en las pruebas que se van a realizar. Al final del documento se presentan las conclusiones más relevantes del proyecto.

2 DESCRIPCIÓN GENERAL

En este reporte, se realiza un estudio físico de la dinámica de un helicóptero de dos grados de libertad para obtener un modelo en variables de estado a partir de las ecuaciones que describen el sistema. Luego, se implementa un modelo computacional en Simulink®.

Se presenta un estudio acerca de algoritmos genéticos y posteriormente una investigación sobre su aplicación en el control de sistemas dinámicos para poder escoger criterios de evolución del algoritmo como selección, reproducción y mutación. Utilizando MATLAB® y Simulink® se realiza el diseño de un controlador para el modelo computacional implementado. Una vez implementado el controlador, se evalúa el comportamiento del sistema con respecto a una función objetivo (*Fitness*).

El desarrollo del proyecto está basado en controladores por realimentación en variables de estados, cuya matriz 'K' define la matriz de realimentación. La población inicial del algoritmo es una familia de matrices 'K' que producen distintas respuestas al actuar sobre la planta y el algoritmo se encarga de escoger el mejor según una función de desempeño.

También se especifica un protocolo de pruebas para validar el controlador diseñado en el helicóptero de dos grados de libertad de marca Quanser®, exportando el controlador desde MATLAB® a WINCON®, software que utiliza el helicóptero de Quanser® para adquirir los datos de los *encoders* y enviar las señales a los motores por medio de la tarjeta de adquisición. Utilizando los resultados de las pruebas se procede a validar el método de diseño del controlador o a rediseñarlo con otros criterios de evolución del algoritmo, si es necesario.

Por último, se procede a plantear una metodología de diseño de controladores que utilizan algoritmos genéticos, estableciendo unos pasos determinados a partir de la experiencia adquirida en el desarrollo del proyecto.

En la Figura 1 se muestra el diagrama de flujo del desarrollo del proyecto.

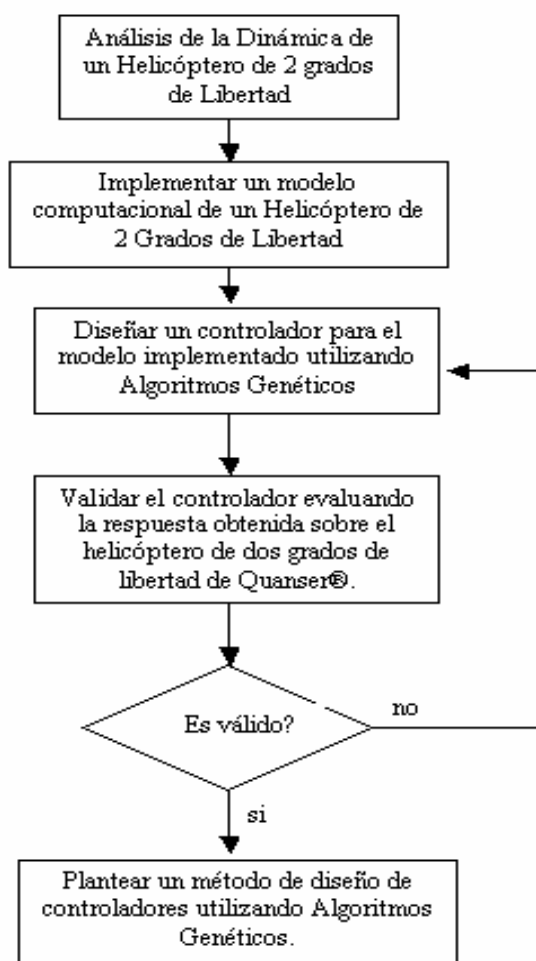


Figura 1. Diagrama en Bloques

3 MARCO TEÓRICO

3.1 ECUACIONES DE MOVIMIENTO DE LAGRANGE

Las ecuaciones de movimiento de Lagrange son una herramienta matemática que permite describir los fenómenos intrínsecos en un sistema y es de gran utilidad cuando el sistema es no lineal, por ejemplo un helicóptero. En este trabajo de grado se utiliza esta herramienta para hallar las ecuaciones de movimiento de un helicóptero de dos grados de libertad.

La lagrangiana de un sistema de N partículas es la diferencia entre la energía cinética y la energía potencial:

$$L(r, v, t) = T(v) - V(r, t) = T(v) - V(x, t) \quad (3.1)$$

En algunos sistemas existe, además de la energía potencial ordinaria $V(x, t)$, una función $V_{\ominus}(x, v, t)$ que denominamos energía potencial generalizada, la cual permite descomponer las fuerzas $F'_n(x, v, t)$ en la forma:

$$F'_n = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial V_{\ominus}(x, v, t)}{\partial v_n} - \frac{\partial V_{\ominus}(x, v, t)}{\partial x_n} \right) + F_n(x, v, t) \quad (3.2)$$

donde $F_n(x, v, t)$ son aquellas fuerzas que no se pueden deducir de una energía potencial ordinaria o de la energía potencial generalizada. Si la función $V_{\ominus}(x, v, t)$ existe, la dinámica del sistema se describe por las ecuaciones de Lagrange generalizadas.

Las ecuaciones del movimiento en mecánica lagrangiana son las ecuaciones de Lagrange, también conocidas como las ecuaciones de Euler-Lagrange las cuales permiten contar con un sistema analítico para llegar a las ecuaciones que describen el comportamiento físico de las partículas.

El sentido matemático de la lagrangiana es aquella cantidad que minimiza la acción, es una cantidad escalar y por lo tanto es invariante bajo cambios de coordenadas.

La forma más general de las ecuaciones de movimiento de Lagrange tomada de [2] es:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = \tilde{F}_{q_i} \quad (3.3)$$

para cada una de las i coordenadas generalizadas q_i de la partícula.

Las coordenadas generalizadas pueden representar un desplazamiento lineal o angular, carga eléctrica o flujo magnético, lo cual indica que no están restringidas a sistemas físicos y corresponden a cada grado de libertad del sistema.

Las variables de la ecuación (3.3) indican:

L es la función Lagrangiana definida como $K - U$, la cual depende de las coordenadas generalizadas, las velocidades generalizadas y el tiempo.

K es la energía cinética de la partícula.

U es la energía potencial de la partícula.

\tilde{F}_{q_i} son las fuerzas generalizadas no conservativas que actúan sobre la partícula, si en el sistema solo existen fuerzas conservativas, el término \tilde{F}_{q_i} es igual a cero.

3.2 PRINCIPIOS DE AERODINÁMICA DE UN HELICÓPTERO

Un helicóptero vuela por los mismos principios de un avión, pero en el caso de los helicópteros la sustentación se logra por la rotación de las aspas. Éstas hacen que la sustentación sea posible. Su forma produce una fuerza cuando el aire pasa a través de ellas. Las aspas del rotor tienen perfiles diseñados específicamente para las características de vuelo.

3.2.1 SECCIONES DEL PERFIL DE UN ASPA

En la Figura 2 se muestran los términos utilizados en un perfil. Las definiciones que se presentan a continuación son tomadas de [3].



PERFILES. TERMINOLOGÍA

Figura 2. Terminología en Perfiles

Línea de Cuerda: Es la línea recta que pasa por el borde de ataque y por el borde de fuga.

Cuerda: Es la línea recta que une el borde de ataque con el borde de fuga. Es una dimensión característica del perfil.

Extrados: Es la parte superior de un perfil, medido desde el borde de ataque hasta el borde de fuga.

Intrados: Es la parte inferior de un perfil, medido desde el borde de ataque hasta el borde de fuga.

Línea de Curvatura Media: Línea equidistante entre el extrados y el intrados. Esta línea determina la curvatura del perfil. Si la línea de curvatura media cae sobre la cuerda se dice que la curvatura es positiva, si cae por debajo, se dice que es negativa.

Ordenada Máxima: Es la máxima distancia entre la línea de curvatura media y la cuerda del perfil. El valor suele darse en porcentaje de la cuerda.

Espesor máximo y posición: Son dos características importantes que se expresan en porcentaje de la cuerda. El valor varía desde un 3 % en los perfiles delgados hasta un 18 % en los más gruesos.

Radio de Curvatura del Borde de Ataque : Define la forma del borde de ataque y es el radio de un círculo tangente a los extrados e intrados, y con su centro situado en la línea tangente en el origen de la línea de curvatura media.

3.2.2 FUERZA AERODINÁMICA

Una fuerza aerodinámica es generada cuando una corriente de aire fluye sobre y por debajo de un perfil [4]. El punto donde esta corriente se divide se le denomina “*punto de impacto*” tal como se aprecia en la Figura 3.

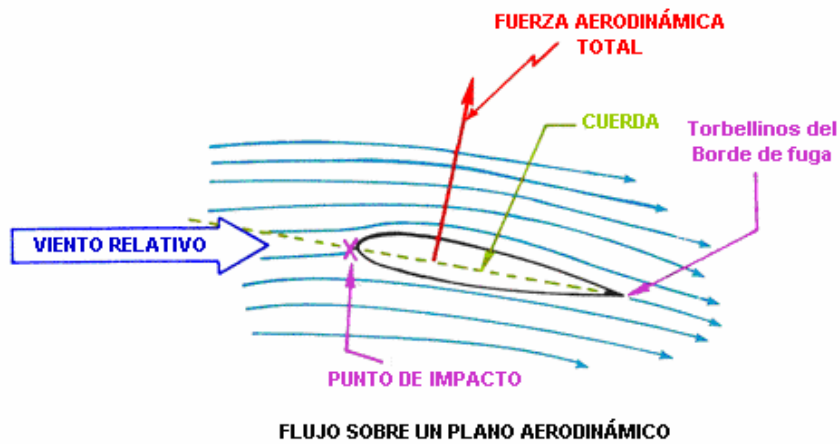


Figura 3. Flujo sobre un plano aerodinámico

La fuerza aerodinámica total es la resultante de dos fuerzas: la sustentación y la resistencia al avance de acuerdo a la suma de vectores de la Figura 4.



Figura 4. Descomposición de la fuerza aerodinámica

Una presión muy alta se genera en el punto de impacto. Normalmente el área de alta presión se localiza en la porción más baja del perfil. Esta área de alta presión contribuye a las fuerzas producidas por el aspa.

En la Figura 3, se muestran también líneas que ilustran como el flujo de aire se desplaza por arriba y por abajo del perfil. El flujo de aire es deflectado hacia abajo, y por la tercera Ley de Newton, se genera una fuerza adicional hacia arriba. Esta fuerza se suma a la fuerza total aerodinámica. A muy bajos ángulos de ataque esta fuerza puede ser muy baja o nula.

La forma del perfil genera baja presión sobre el mismo de acuerdo al Principio de Bernoulli [5]. La diferencia de presión entre la parte superior del perfil y la inferior es muy pequeña, alrededor del 1%, pero aplicada a lo largo del asa de un rotor es muy significativa.

La fuerza total aerodinámica, algunas veces llamada fuerza resultante, puede ser dividida en dos componentes, que son la sustentación y la resistencia. La sustentación actúa en forma perpendicular al viento relativo. La resistencia es la fuerza que se opone al movimiento de un cuerpo en el aire. En la Figura 5 se puede observar el diagrama de estas fuerzas.



Figura 5. Fuerzas actuantes sobre un plano aerodinámico

Muchos factores contribuyen a la sustentación total generada por un perfil. El incremento de velocidad causa un aumento de sustentación debido a la diferencia de presiones entre la parte superior e inferior del perfil, así la sustentación se incrementa con el cuadrado de la velocidad.

La sustentación también varía con la superficie que tenga el aspa. Un área de 100 metros cuadrados generará el doble de sustentación que otra de 50. Por esta razón, el ángulo de ataque y la densidad del aire son importantes en la generación de la sustentación.

Normalmente un aumento de la sustentación generará un aumento de la resistencia.

3.2.3 *DINÁMICA DE UN HELICÓPTERO*

Para poder realizar el modelo matemático del helicóptero y en general encontrar un controlador para el mismo, es necesario entender los conceptos básicos de su dinámica de vuelo, los cuales se presentan a continuación.

i) TORQUE

Conforme con la Ley de Newton de acción y reacción, el fuselaje tiende a rotar en sentido opuesto a las aspas del rotor principal. Este efecto es llamado torque o par de torsión. El torque debe ser contrarrestado y controlado antes de elevarse.

Sin embargo, el torque es un factor muy importante a considerar en los helicópteros con un sólo rotor principal que efectúan su rotación por la acción de un solo motor. Los efectos del torque sobre el fuselaje son un resultado directo del trabajo efectuado por el rotor principal. Cualquier cambio de potencia dará por resultado un cambio del torque sobre el fuselaje. Además, éste también varía durante las maniobras de vuelo, cambio que debe ser continuamente corregido.

ii) ROTOR DE COLA

La compensación del torque en los helicópteros con un solo rotor principal es por medio del rotor antipar o rotor de cola. Este rotor produce un empuje en sentido contrario al torque generado por el rotor principal sobre la cabina, compensando este movimiento. En general durante el vuelo y debido a los cambios de potencia realizados por el piloto, el torque cambia y por esto es necesario que el empuje del rotor de cola también cambie.

iii) CONTROL DE RUMBO

El rotor de cola también es usado para el control de rumbo en vuelo además de realizar los cambios en vuelo estacionario. Este es uno de los controles básicos que el piloto debe realizar compensando en todo momento los cambios de potencia en todas las fases del vuelo.

3.2.4 FUERZAS SOBRE UN HELICÓPTERO

Un análisis que fue necesario realizar para este proyecto se presenta a continuación.

Sobre el helicóptero actúan diferentes fuerzas que gobiernan sus movimientos, por eso es importante identificarlas y llegar a una expresión matemática para cada una de ellas. Estas fuerzas son utilizadas más adelante en la descripción matemática del helicóptero en las ecuaciones de movimiento de Lagrange.

i) FUERZAS DE EMPUJE+

Tanto la hélice frontal como la trasera ejercen una fuerza de empuje sobre el helicóptero en sus dos ejes de movimiento *pitch* y *yaw*, su valor depende de la construcción de las hélices que está dado por una constante y de la velocidad de giro al cuadrado de las mismas como se muestra en la ecuación (3.4).

$$\begin{aligned}
F_{Empuje_Pitch} &= K_P \cdot W_{Pitch}^2 \\
F_{Empuje_Yaw} &= K_Y \cdot W_{Yaw}^2
\end{aligned}
\tag{3.4}$$

Es necesario expresar las dos fuerzas de la ecuación (3.4) en términos de los voltajes sobre los motores, que son las variables a controlar. La velocidad de giro de la hélice depende del torque ejercido por el motor, y este depende de la corriente que circula sobre su devanado. A partir de la corriente sobre el motor se encuentra el voltaje. El desarrollo de estas ecuaciones se muestra a continuación.

$$T_{AR} = K_{MR} \cdot \text{sign}(W) \cdot W^2 \tag{3.5}$$

En la ecuación (3.5) tomada de [8], se define el torque que ejerce la hélice sobre el motor en términos de una constante que depende de la construcción de la misma, el sentido de giro y la velocidad al cuadrado.

$$\begin{aligned}
T_{Mot} &= K_T \cdot I \\
T_{Mot} &= T_{AR} \\
K_T \cdot I &= K_{MR} \cdot \text{sign}(W) \cdot W^2 \\
I &= \frac{K_{MR} \cdot \text{sign}(W) \cdot W^2}{K_T}
\end{aligned}
\tag{3.6}$$

Como se observa en la ecuación (3.6) se igualan los dos torques que actúan sobre la hélice para encontrar el valor de la corriente en términos de la velocidad de giro. En la Figura 6 se define el circuito eléctrico básico que representa a un motor DC a partir del cual se encuentra una relación entre la corriente y el voltaje.

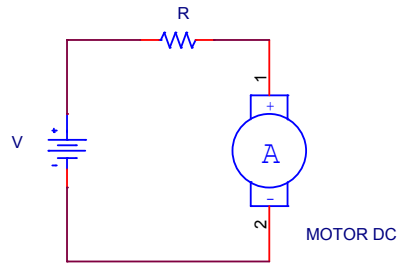


Figura 6. Modelo Eléctrico Motor DC

En la ecuación (3.7) se encuentra una solución a la velocidad de giro de la hélice en términos del voltaje de entrada y las constantes descritas anteriormente.

$$V_{IN} = K_T \cdot W + R \cdot \frac{K_{MR}}{K_T} \cdot \text{sign}(W) \cdot W^2$$

donde

$$K_{AR} = R \cdot \frac{K_{MR}}{K_T} \cdot \text{sign}(W) \tag{3.7}$$

entonces

$$W^2 + \frac{K_T}{K_{AR}} \cdot W - \frac{V_{IN}}{K_{AR}} = 0$$

despejando

$$W = \frac{-\frac{K_T}{K_{AR}} \pm \sqrt{\left[\frac{K_T}{K_{AR}}\right]^2 + \left[\frac{4 \cdot V_{IN}}{K_{AR}}\right]}}{2}$$

Se debe tener en cuenta que para cada una de las fuerzas en *pitch* y *yaw* la expresión para la velocidad de giro es la misma lo único que cambia es el valor de las constantes K_T y K_{AR} .

ii) FUERZAS DE ACOUPLE

En el helicóptero se presentan dos fuerzas significativas en su funcionamiento que son; la fuerza que hace el giro de la hélice frontal sobre el movimiento en *yaw* y la fuerza que ejerce el giro de la hélice trasera sobre el movimiento en

pitch. Estas dos fuerzas se pueden expresar en términos de los torques que ejercen sobre el helicóptero [8] y se expresan como se muestra en la ecuación (3.8).

$$\begin{aligned}
 \tau_{Mot_Pitch} &= \frac{K_{Tp}}{R} \cdot [V_1 - K_{Tp} \cdot W] \\
 \tau_{Acople_Pitch} &= \tau_{Pitch} \cdot \cos(Pc(t)) \\
 \tau_{Yaw} &= \frac{K_{Ty}}{R} \cdot [V_1 - K_{Ty} \cdot W] \\
 \tau_{Acople_Yaw} &= \tau_{Yaw}
 \end{aligned}
 \tag{3.8}$$

iii) FUERZAS DE ROZAMIENTO

Sobre el helicóptero se presenta una fuerza de rozamiento en el eje de movimiento en *yaw* y otra en el eje de movimiento en *pitch*. Estas fuerzas se expresan como se muestra en la ecuación (3.9). El coeficiente de rozamiento en *pitch* se denota como μ_{pitch} y en *yaw* como μ_{yaw} .

$$\begin{aligned}
 F_{Rozamiento_Pitch} &= \mu_{Pitch} \cdot V_{Pitch} \\
 F_{Rozamiento_Yaw} &= \mu_{Yaw} \cdot V_{Yaw}
 \end{aligned}
 \tag{3.9}$$

3.3 ALGORITMOS GENÉTICOS

Debido a la no linealidad del modelo matemático del helicóptero no es posible utilizar una estrategia de control propia de los sistemas lineales, por esta razón se utiliza una técnica de inteligencia artificial llamada algoritmos genéticos para hallar la matriz de realimentación de estados. A continuación se explican sus conceptos básicos.

3.3.1 *CONCEPTOS BÁSICOS*

John Holland [6] introdujo los algoritmos genéticos en 1970 inspirado en los procesos de la evolución natural. La finalidad del algoritmo es imitar los procesos adaptables de los sistemas naturales para estar en capacidad de diseñar sistemas artificiales que retengan los mecanismos de evolución importantes de los sistemas naturales.

El gran campo de aplicación de los algoritmos genéticos se relaciona con aquellos problemas para los cuales no existen técnicas o modelos especializados.

Para entender el desarrollo de los algoritmos genéticos tenemos que tener en cuenta la teoría de la evolución descrita por Charles Darwin, en el libro “Sobre el Origen de las Especies por medio de la Selección Natural” (1859). Esta teoría es la base para implementar los algoritmos genéticos.

La hipótesis de Darwin explica como por medio de la evolución natural se generan nuevas especies por medio de pequeños cambios heredables en los seres vivos. La selección natural actúa como mecanismo de adaptación de las nuevas especies en el medio ambiente.

Mendel completó la teoría de Darwin diciendo que los caracteres se toman de los genes del padre o de la madre, dependiendo de su carácter dominante o recesivo. A lo largo de las generaciones las buenas características se propagan a través de la población.

Como concepto básico de los algoritmos genéticos se tiene la población inicial de individuos, donde cada individuo representa una solución factible a un problema. Luego, se presenta la evaluación de los individuos, donde cada uno es evaluado para medir su calidad con respecto al problema, asignándole un valor o puntuación que equivale a la efectividad de un organismo para competir. La

selección es el siguiente proceso que se lleva a cabo, donde solo los mejores sobreviven. Al tener seleccionados los individuos con mejor adaptación al medio, se procede con la reproducción donde se produce una nueva población de posibles soluciones de individuos generados mediante operadores genéticos. En la Figura 7 se observa un diagrama de flujo del algoritmo completo.

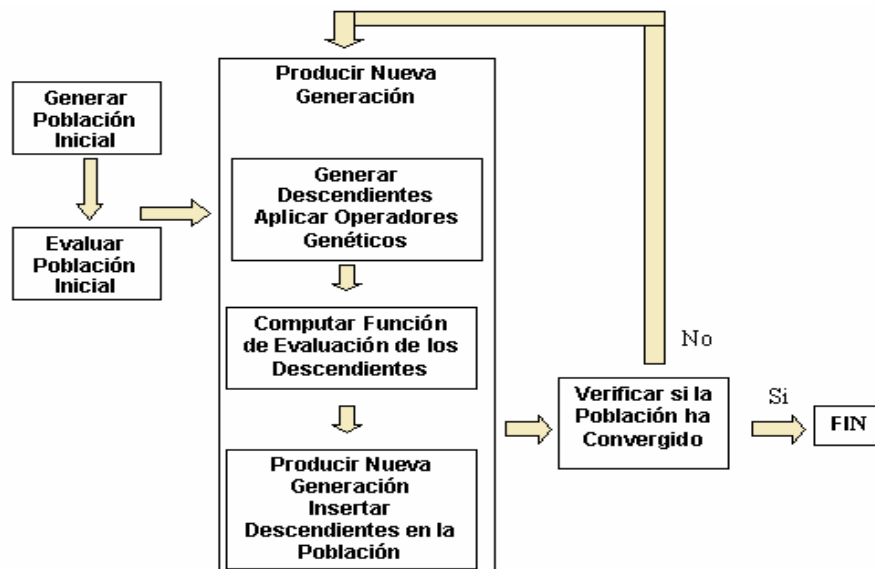


Figura 7. Diagrama de Flujo del Algoritmo Genético

3.3.2 COMPONENTES DE DISEÑO

3.3.2.1 CODIFICACIÓN DE LAS VARIABLES

Los algoritmos genéticos (AG's) requieren que cada posible solución al problema se codifique en un cromosoma. Cada cromosoma tiene varios genes, cada uno corresponde a un parámetro que forma parte de la solución del problema. Es necesario codificar los genes y dependiendo del problema se escoge el tipo de codificación. Cuando no se conoce el número de variables del problema, se debe crear un cromosoma que pueda variar de longitud.

Se debe generar una población inicial para que el algoritmo comience a evolucionar. En la mayoría de los casos esta población se elige aleatoriamente creando cadenas de cromosomas al azar. Las poblaciones pequeñas corren el riesgo de no cubrir adecuadamente el espacio de búsqueda y en contraparte, con poblaciones de gran tamaño hay problemas relacionados con el excesivo costo computacional.

3.3.2.2 FUNCIÓN OBJETIVO (FITNESS)

La función objetivo representa la solución a la que se quiere llegar para el problema. La regla general para construir una buena función objetivo es que ésta debe reflejar el valor del individuo de una manera real. La idea general consiste en dividir la función objetivo del individuo por una cantidad, llamada penalización, que guarda relación con las restricciones que dicho individuo viola.

La evaluación se divide en tres etapas; primero se codifican los rasgos de un individuo convirtiéndolos en una serie de parámetros del problema. Luego se halla la solución del problema a partir de los parámetros. Para finalizar se le da una puntuación a ese individuo en función de lo cerca que esté de la mejor solución.

3.3.2.3 SELECCIÓN

Los padres se seleccionan de acuerdo con su *fitness*, entre mejores sean sus cromosomas, mayor será su oportunidad de ser seleccionados. Existen diferentes criterios de selección como el elitista donde sólo los mejores sobreviven. En un criterio de selección puro todos tienen opción. Además se conocen otros métodos de selección como el proporcional, el determinístico y el torneo.

3.3.2.4 REPRODUCCIÓN (OPERADORES GENÉTICOS)

Con la reproducción lo que se quiere garantizar es la generación de nuevos individuos que puedan aportar para la solución del problema. La reproducción se hace por medio de los operadores genéticos, algunos de ellos son; recombinación, cruce uniforme, cruce multipunto, mutación e inversión.

3.4 ÍNDICES DE DESEMPEÑO

Un índice de desempeño es una medida cuantitativa del desempeño del sistema [9] y es escogido según el énfasis dado a las especificaciones más importantes del mismo.

Una medida cuantitativa del desempeño es necesaria para la operación de sistemas de control moderno. Las aplicaciones en este aspecto son: los sistemas de control adaptables, la optimización automática de parámetros de un sistema de control y el diseño de sistemas óptimos.

Un sistema es considerado de control óptimo, cuando los parámetros del mismo son ajustados de tal forma que los índices alcanzan un extremo, comúnmente un valor mínimo. Para que sea útil, un índice de desempeño debe ser un número siempre positivo o cero, entonces el mejor sistema está definido como el que minimiza éste índice.

Un índice de desempeño apropiado es la integral del cuadrado del error, ISE, el cual se define como:

$$ISE = \int_0^T e^2(t)dt \quad (3.10)$$

donde el límite superior T es un tiempo finito escogido arbitrariamente de tal forma que la integral se acerque a un valor en estado estable.

Este criterio penaliza grandes errores y discrimina entre respuestas excesivamente sobreamortiguadas y excesivamente subamortiguadas, el mínimo valor de la integral ocurre para un valor crítico de amortiguamiento.

Otro índice de desempeño es la integral del valor absoluto de la magnitud del error, IAE, el cual se define como:

$$IAE = \int_0^T |e(t)| dt \quad (3.11)$$

Este índice es particularmente útil para estudios con simulación en computador, es una función más sensible al error que el índice ISE, debido a esta característica, el IAE tiende a dar tiempos largos de establecimientos y sobrepicos más altos.

Para reducir la contribución del gran error inicial sobre el valor de la integral de desempeño, así como los errores que pueden ocurrir después en la respuesta, se propone el índice de desempeño denominado integral del tiempo multiplicado por el valor absoluto del error, ITAE, el cual se define como:

$$ITAE = \int_0^T t|e(t)| dt \quad (3.12)$$

Otro índice similar es la integral del tiempo multiplicado por el cuadrado del error, el cual se define como:

$$ITSE = \int_0^T te^2(t) dt \quad (3.13)$$

El índice de desempeño ITAE proporciona la mejor selectividad, esto significa que el valor mínimo de la integral varia con un pequeño cambio en los parámetros del sistema.

Se pueden obtener distintos índices de desempeño basados en distintas combinaciones de las variables del sistema y del tiempo.

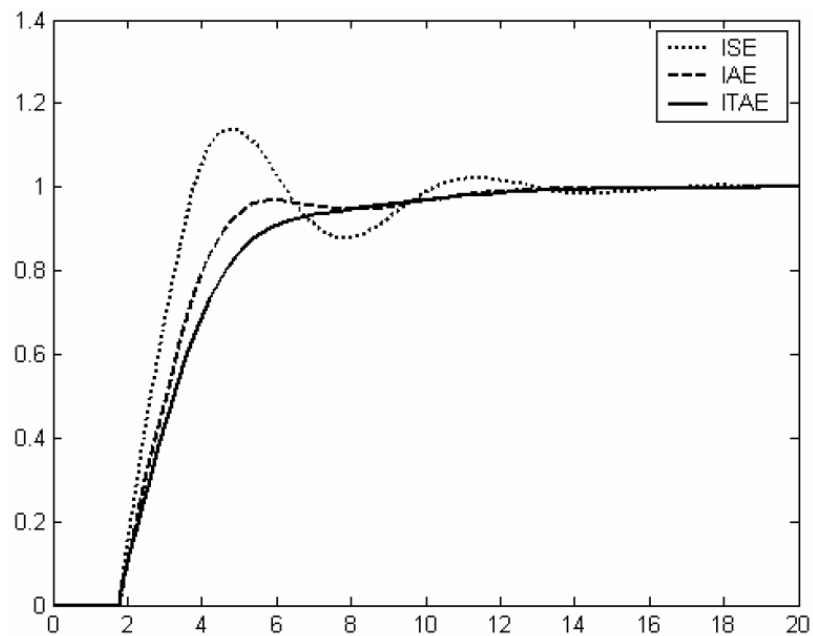


Figura 8. Índices de desempeño

En la Figura 8 se observa las diferentes respuestas a entrada paso obtenidas al utilizar cada uno de los índices de desempeño.

3.5 INFORMACIÓN GENERAL DEL FABRICANTE DEL HELICÓPTERO DE PRUEBAS MARCA QUANSER

A continuación se presentan los aspectos más relevantes sobre las características y el funcionamiento del helicóptero de pruebas marca Quanser. El helicóptero será utilizado mas adelante para validar el controlador diseñado en el proyecto.

3.5.1 DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA FISICO

El sistema está compuesto por un helicóptero de dos grados de libertad montado sobre una base fija, ver anexo 8.4. El helicóptero tiene dos hélices cada una con tres aspas manejadas por motores DC, donde con cada hélice se controla el movimiento en *pitch* y *yaw* respectivamente. El sistema utiliza dos *encoders* que permiten medir la posición en *pitch* y *yaw*. Además cuenta con dos fuentes de voltaje para alimentar los dos motores. La bornera permite conectar el helicóptero con la tarjeta de adquisición que es la encargada de entregar la información que va a procesar el computador mediante WINCON®, MATLAB® y Simulink®.

3.5.2 SOFTWARE

El helicóptero está en capacidad de funcionar en tiempo real mediante WINCON®. Este software está especialmente diseñado para trabajar con MATLAB® y Simulink® proporcionando una herramienta muy práctica para la implementación de diferentes mallas de control sobre el helicóptero.

3.5.3 DESARROLLOS DEL FABRICANTE QUANSER

Debido a la complejidad de determinar un modelo matemático para el helicóptero, Quanser® utiliza un modelo lineal aproximado de la planta el cual parte de la ecuación (3.14).

$$\begin{aligned} J_{pp} \ddot{p} &= R_p F_p + G_p(\tau_y) + Fg(p) \\ J_{yy} \ddot{y} &= R_y F_y + G_y(\tau_p) \end{aligned} \tag{3.14}$$

donde:

p Es el ángulo *pitch*.

y Es el ángulo *yaw*.

F_p , F_y Son las fuerzas generadas por las aspas debidas al V_p y V_y .

T_p , T_y Son los torques generados por las aspas en función de V_p y V_y .

G_p , G_y Son funciones no lineales que representan el acople.

J_{pp} , J_{yy} Son el momento de inercia del helicóptero en los ejes de *pitch* y *yaw*.

Las ecuaciones de estado propuestas para este modelo son:

$$\begin{array}{l}
 \dot{p} \\
 \dot{y} \\
 \ddot{p} \\
 \ddot{y} \\
 \dot{\alpha} \\
 \dot{\zeta}
 \end{array}
 =
 \begin{array}{l}
 \dot{p} \\
 \dot{y} \\
 K_{pp}V_p + K_{py}V_y \\
 K_{yp}V_p + K_{yy}V_y \\
 p \\
 y
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \ddot{p} = K_{pp}V_p + K_{py}V_y \\
 \ddot{y} = K_{yp}V_p + K_{yy}V_y
 \end{array}
 \tag{3.15}$$

En las dos ecuaciones anteriores que representan la velocidad angular de *pitch* y *yaw*, las constantes están definidas de la siguiente manera:

$$\begin{array}{l}
 K_{pp} = L \frac{K_{\beta}}{J_{\infty}} \\
 K_{py} = L \frac{K_{\beta 1}}{J_{\infty}} \\
 K_{yp} = L \frac{K_{\beta 1}}{J_{\infty}} \\
 K_{yy} = L \frac{K_{\beta}}{J_{\infty}}
 \end{array}
 \tag{3.16}$$

Reemplazando estas definiciones en las ecuaciones (3.15) obtenemos:

$$\begin{aligned}\ddot{p} &= L \frac{K_{\beta}}{J_{\infty}} V_p + L \frac{K_{\beta 1}}{J_{\infty}} V_Y \\ \ddot{y} &= L \frac{K_{\beta}}{J_{\infty}} V_p + L \frac{K_{\beta}}{J_{\infty}} V_Y\end{aligned}\quad (3.17)$$

Sustituyendo, el fabricante presenta las siguientes ecuaciones finales:

$$\begin{aligned}\ddot{p} &= \frac{L_b}{2} \frac{K_{\beta}}{J_{\infty}} V_p - \frac{K_{\beta}}{J_{\infty}} V_Y \\ \ddot{y} &= -\frac{K_{\beta}}{J_{\infty}} V_p + \frac{L_b}{2} \frac{K_{\beta}}{J_{\infty}} V_Y\end{aligned}\quad (3.18)$$

Definimos los torques en *pitch* y en *yaw* como:

$$\begin{aligned}\tau_p &= J_{yy} \ddot{p} \\ \tau_y &= J_{yy} \ddot{y}\end{aligned}\quad (3.19)$$

Finalmente reemplazando la velocidad angular de *pitch* y *yaw* en las ecuaciones anteriores, obtenemos los torques para cada movimiento los cuales son directamente proporcionales a los voltajes de entrada de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}\tau_p &= \frac{L_b}{2} K_{\beta} V_p - K_{\beta} V_Y \\ \tau_y &= -K_{\beta} V_p + \frac{L_b}{2} K_{\beta} V_Y\end{aligned}\quad (3.20)$$

A partir de los resultados anteriores, Quanser® utilizó una malla de control por realimentación de estados, cuya matriz de realimentación fue hallada empleando LQR. La matriz K resultante se muestra en la ecuación (3.21).

$$K = \begin{bmatrix} 0.3080 & -0.0046 & 0.1798 & -0.0016 & 0.2468 & -0.0003 \\ 0.0065 & 0.2562 & 0.0044 & 0.1359 & 0.0045 & 0.0175 \end{bmatrix}\quad (3.21)$$

De aquí en adelante las fuerzas, los torques, el modelo y el controlador desarrollados por el fabricante del helicóptero de pruebas, serán nombrados fuerzas de Quanser®, torques de Quanser®, modelo de Quanser® y controlador de Quanser® respectivamente.

4 DESARROLLO

4.1 MODELO MATEMÁTICO GENERAL DE UN HELICÓPTERO DE DOS GRADOS DE LIBERTAD UTILIZANDO LAS ECUACIONES DE MOVIMIENTO DE LAGRANGE

A continuación se presenta el desarrollo matemático para obtener las ecuaciones de movimiento de un helicóptero de dos grados de libertad utilizando las ecuaciones de Lagrange. En la Figura 9 se observan las fuerzas generalizadas que actúan sobre el sistema. $M1$ representa la concentración de masa de la parte frontal del helicóptero y $M2$ representa la masa de la parte posterior del helicóptero. $L1$ y $L2$ son la distancia entre el eje de apoyo y cada masa respectivamente.

$F1$ y $F2$ son las fuerzas debidas a la gravedad actuando sobre cada concentración de masa, $F3$ es la fuerza de empuje que produce la hélice del rotor principal y $F5$ es la fuerza de acople resultante en *yaw* que genera el rotor principal. Estas fuerzas van en un solo sentido debido a la única dirección de giro del rotor principal.

$F4$ es la fuerza que produce la hélice del rotor de cola y $F6$ es la fuerza de acople resultante en *pitch* que genera este mismo rotor. Estas fuerzas están definidas en una sola dirección.

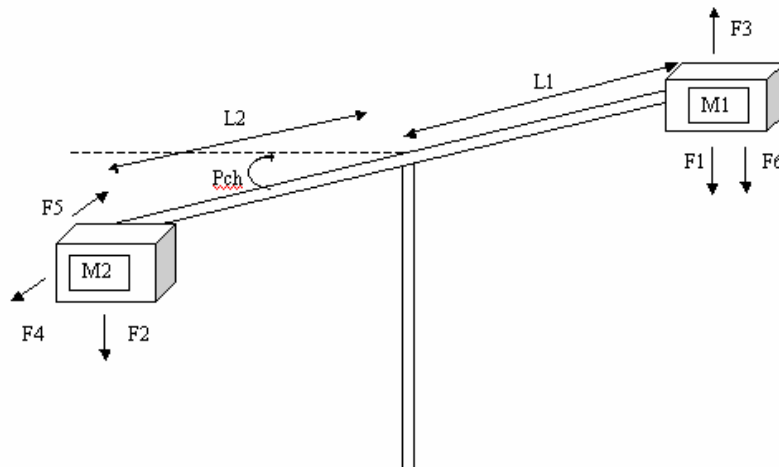


Figura 9. Fuerzas Generalizadas sobre el Sistema.

En la Figura 10 se muestran las coordenadas generalizadas necesarias para plantear las ecuaciones de Lagrange. Es importante tener en cuenta el sentido positivo de cada uno de los ángulos tal y como lo muestran las flechas.

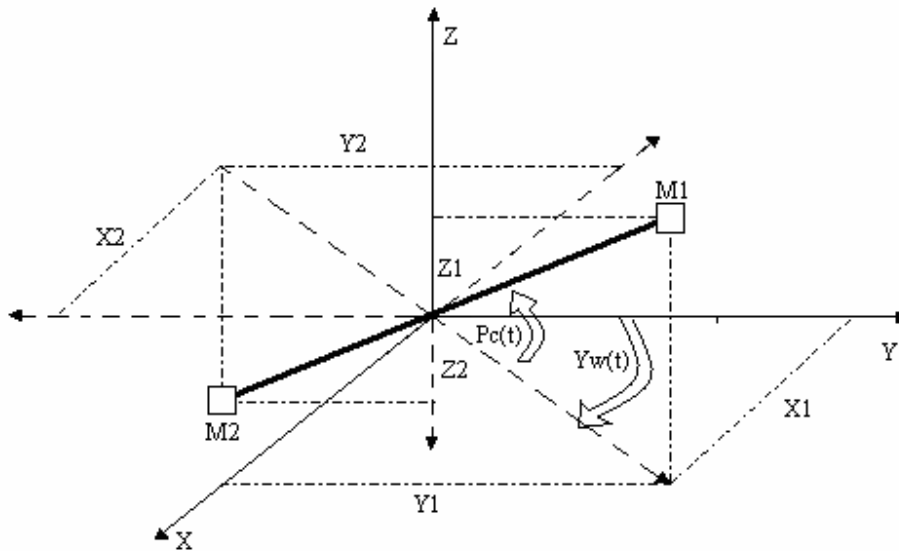


Figura 10. Coordenada Generalizadas

A partir de las coordenadas generalizadas escogidas, se llega a las variables de estado con el desarrollo de las ecuaciones de movimiento de Lagrange. A

continuación se describe este procedimiento. Para la Masa uno el ángulo aumenta en el sentido de las manecillas del reloj.

En primer lugar se describen las coordenadas de la masa uno en términos de la distancia al eje de apoyo y los ángulos de *pitch* y *yaw*.

$$\begin{aligned}
 X_1 &= l_1 \cos(P_c(t)) \sin(Y_w(t)) \\
 Y_1 &= l_1 \cos(P_c(t)) \cos(Y_w(t)) \\
 Z_1 &= l_1 \sin(P_c(t))
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

Se deriva cada una de las componentes de las coordenadas con respecto al tiempo.

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial X_1}{\partial t} &= -l_1(\sin(P_c(t)))\frac{\partial P_c(t)}{\partial t} \sin(Y_w(t)) + l_1(\cos(P_c(t))\cos(Y_w(t)))\frac{\partial Y_w(t)}{\partial t} \\
 \frac{\partial Y_1}{\partial t} &= -l_1(\sin(P_c(t)))\frac{\partial P_c(t)}{\partial t} \cos(Y_w(t)) - l_1(\cos(P_c(t))\sin(Y_w(t)))\frac{\partial Y_w(t)}{\partial t} \\
 \frac{\partial Z_1}{\partial t} &= l_1(\cos(P_c(t)))\frac{\partial P_c(t)}{\partial t}
 \end{aligned} \tag{4.2}$$

Sumando estas derivadas elevadas al cuadrado, se encuentra la magnitud de la velocidad al cuadrado de la masa uno necesaria para encontrar la energía cinética.

$$\begin{aligned}
 |V_1|^2 &= \left\{V_{1x}\right\}^2 + \left\{V_{1y}\right\}^2 + \left\{V_{1z}\right\}^2 \\
 |V_1|^2 &= \left(\begin{aligned} &\left(-l_1(\sin(P_c(t)))\frac{\partial P_c(t)}{\partial t} \sin(Y_w(t)) + l_1(\cos(P_c(t))\cos(Y_w(t)))\frac{\partial Y_w(t)}{\partial t}\right)^2 + \\ &\left(-l_1(\sin(P_c(t)))\frac{\partial P_c(t)}{\partial t} \cos(Y_w(t)) - l_1(\cos(P_c(t))\sin(Y_w(t)))\frac{\partial Y_w(t)}{\partial t}\right)^2 + \\ &\left(l_1(\cos(P_c(t)))\frac{\partial P_c(t)}{\partial t}\right)^2 \end{aligned} \right) \\
 |V_1|^2 &= l_1^2 \frac{\partial P_c(t)}{\partial t}^2 + l_1^2 (\cos^2(P_c(t))) \frac{\partial Y_w(t)}{\partial t}^2
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

Determinando la energía cinética de la masa uno:

$$\begin{aligned}
 K_1 &= \frac{1}{2} M_1 \cdot |V_1|^2 \\
 K_1 &= \frac{1}{2} M_1 \left(l_1^2 \frac{\partial P_c(t)}{\partial t}^2 + l_1^2 (\cos^2(P_c(t))) \frac{\partial Y_w(t)}{\partial t}^2 \right) \\
 K_1 &= \frac{1}{2} M_1 l_1^2 \frac{\partial P_c(t)}{\partial t}^2 + \frac{1}{2} M_1 l_1^2 (\cos^2(P_c(t))) \frac{\partial Y_w(t)}{\partial t}^2
 \end{aligned} \tag{4.4}$$

Teniendo la energía de la masa uno se lleva a cabo el mismo procedimiento para hallar la energía cinética de la masa dos.

Para la Masa dos el ángulo aumenta en el sentido de las manecillas del reloj.

En primer lugar se describen las coordenadas de la masa dos en términos de la distancia al eje de apoyo y los ángulos de *pitch* y *yaw*.

$$\begin{aligned}
 X_2 &= l_2 \cos(\pi + P_c(t)) \sin(\pi + Y_w(t)) \\
 Y_2 &= l_2 \cos(\pi + P_c(t)) \cos(\pi + Y_w(t)) \\
 Z_2 &= l_2 \sin(\pi + P_c(t))
 \end{aligned} \tag{4.5}$$

Ahora simplificando para que los ángulos queden únicamente en términos de *yaw* y *pitch*:

$$\begin{aligned}
 X_2 &= l_2 \cos(P_c(t)) \sin(Y_w(t)) \\
 Y_2 &= l_2 \cos(P_c(t)) \cos(Y_w(t)) \\
 Z_2 &= -l_2 \sin(P_c(t))
 \end{aligned} \tag{4.6}$$

Se deriva cada una de las componentes de las coordenadas con respecto al tiempo.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial X_2}{\partial t} &= -l_2(\sin(P_c(t)))\frac{\partial P_c(t)}{\partial t}\sin(Y_w(t)) + l_2(\cos(P_c(t))\cos(Y_w(t)))\frac{\partial Y_w(t)}{\partial t} \\
\frac{\partial Y_2}{\partial t} &= -l_2(\sin(P_c(t)))\frac{\partial P_c(t)}{\partial t}\cos(Y_w(t)) - l_2(\cos(P_c(t))\sin(Y_w(t)))\frac{\partial Y_w(t)}{\partial t} \\
\frac{\partial Z_2}{\partial t} &= -l_2(\cos(P_c(t)))\frac{\partial P_c(t)}{\partial t}
\end{aligned} \tag{4.7}$$

Sumando estas derivadas elevadas al cuadrado, se encuentra la magnitud de la velocidad al cuadrado de la masa dos, necesaria para encontrar la energía cinética.

$$\begin{aligned}
|V_2|^2 &= \left(\begin{aligned} &\left(-l_2(\sin(P_c(t)))\frac{\partial P_c(t)}{\partial t}\sin(Y_w(t)) + l_2(\cos(P_c(t))\cos(Y_w(t)))\frac{\partial Y_w(t)}{\partial t}\right)^2 + \\ &\left(-l_2(\sin(P_c(t)))\frac{\partial P_c(t)}{\partial t}\cos(Y_w(t)) - l_2(\cos(P_c(t))\sin(Y_w(t)))\frac{\partial Y_w(t)}{\partial t}\right)^2 + \\ &\left(-l_2(\cos(P_c(t)))\frac{\partial P_c(t)}{\partial t}\right)^2 \end{aligned} \right) \\
|V_2|^2 &= l_2^2\frac{\partial P_c(t)}{\partial t}^2 + l_2^2(\cos^2(P_c(t)))\frac{\partial Y_w(t)}{\partial t}^2
\end{aligned} \tag{4.8}$$

La energía cinética de la masa dos es:

$$\begin{aligned}
K_2 &= \frac{1}{2}M_2 \cdot |V_2|^2 \\
K_2 &= \frac{1}{2}M_2 \left(l_2^2\frac{\partial P_c(t)}{\partial t}^2 + l_2^2(\cos^2(P_c(t)))\frac{\partial Y_w(t)}{\partial t}^2 \right) \\
K_2 &= \frac{1}{2}M_2 l_2^2\frac{\partial P_c(t)}{\partial t}^2 + \frac{1}{2}M_2 l_2^2(\cos^2(P_c(t)))\frac{\partial Y_w(t)}{\partial t}^2
\end{aligned} \tag{4.9}$$

Además de la energía cinética también es importante encontrar la energía potencial de cada una de las masas ya que la resta de estas dos define la Lagrangiana.

$$\begin{aligned}
\mathbf{M}_1 : \quad U_1 &= M_1 g l_1 \sin(P_c(t)) \\
\mathbf{M}_2 : \quad U_2 &= -M_2 g l_2 \sin(P_c(t))
\end{aligned} \tag{4.10}$$

Las energías potenciales y cinéticas totales son:

$$U_T = (U_1) + (U_2)$$

$$U_T = M_1 g l_1 \sin(P_c(t)) - M_2 g l_2 \sin(P_c(t))$$

$$K_T = (K_1) + (K_2)$$

$$K_T = \left(\frac{1}{2} M_1 l_1^2 \frac{\partial P_c(t)}{\partial t}^2 + \frac{1}{2} M_1 l_1^2 (\cos^2(P_c(t))) \frac{\partial Y_w(t)}{\partial t}^2 \right) + \left(\frac{1}{2} M_2 l_2^2 \frac{\partial P_c(t)}{\partial t}^2 + \frac{1}{2} M_2 l_2^2 (\cos^2(P_c(t))) \frac{\partial Y_w(t)}{\partial t}^2 \right)$$

Restando estas dos energías se encuentra la Lagrangiana (L):

$$L = K_T - U_T$$

$$L = \left(\left(\frac{1}{2} M_1 l_1^2 \frac{\partial P_c(t)}{\partial t}^2 + \frac{1}{2} M_1 l_1^2 (\cos^2(P_c(t))) \frac{\partial Y_w(t)}{\partial t}^2 \right) + \left(\frac{1}{2} M_2 l_2^2 \frac{\partial P_c(t)}{\partial t}^2 + \frac{1}{2} M_2 l_2^2 (\cos^2(P_c(t))) \frac{\partial Y_w(t)}{\partial t}^2 \right) - \right. \\ \left. (M_1 g l_1 \sin(P_c(t)) - M_2 g l_2 \sin(P_c(t))) \right) \\ L = \left(\frac{1}{2} M_1 l_1^2 \frac{\partial P_c(t)}{\partial t}^2 + \frac{1}{2} M_1 l_1^2 (\cos^2(P_c(t))) \frac{\partial Y_w(t)}{\partial t}^2 + \frac{1}{2} M_2 l_2^2 \frac{\partial P_c(t)}{\partial t}^2 + \frac{1}{2} M_2 l_2^2 (\cos^2(P_c(t))) \frac{\partial Y_w(t)}{\partial t}^2 - \right. \\ \left. M_1 g l_1 \sin(P_c(t)) + M_2 g l_2 \sin(P_c(t)) \right) \quad (4.11)$$

Se deriva L con respecto a cada ángulo y a cada velocidad angular como se indica en la ecuación 3.3:

$$\frac{\partial L}{\partial P_c(t)} = \left(-M_1 l_1^2 (\cos(P_c(t))) \frac{\partial Y_w(t)}{\partial t}^2 \sin(P_c(t)) - M_2 l_2^2 (\cos(P_c(t))) \frac{\partial Y_w(t)}{\partial t}^2 \sin(P_c(t)) - M_1 g l_1 \cos(P_c(t)) + \right. \\ \left. M_2 g l_2 \cos(P_c(t)) \right) \\ \frac{\partial L}{\partial Y_w(t)} = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial P_c(t)} = M_1 l_1^2 \frac{\partial P_c(t)}{\partial t} + M_2 l_2^2 \frac{\partial P_c(t)}{\partial t} \\ \frac{\partial L}{\partial Y_w(t)} = M_1 l_1^2 (\cos^2(P_c(t))) \frac{\partial Y_w(t)}{\partial t} + M_2 l_2^2 (\cos^2(P_c(t))) \frac{\partial Y_w(t)}{\partial t} \quad (4.12)$$

Una vez obtenidos estos resultados es necesario derivar de nuevo con respecto al tiempo.

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial L}{\partial P_c(t)} \right) = \frac{\partial (M_1 l_1^2 \frac{\partial P_c(t)}{\partial t} + M_2 l_2^2 \frac{\partial P_c(t)}{\partial t})}{\partial t} \quad (4.13)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{P}_c(t)} \right) = M_1 l_1^2 \frac{\partial^2 P_c(t)}{\partial t^2} + M_2 l_2^2 \frac{\partial^2 P_c(t)}{\partial t^2} \quad (4.14)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{Y}_w(t)} \right) = \frac{\partial (M_1 l_1^2 (\cos^2(P_c(t))) \frac{\partial Y_w(t)}{\partial t} + M_2 l_2^2 (\cos^2(P_c(t))) \frac{\partial Y_w(t)}{\partial t})}{\partial t} \quad (4.15)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{Y}_w(t)} \right) = \left(\begin{array}{c} -2M_1 l_1^2 (\cos(P_c(t))) \frac{\partial Y_w(t)}{\partial t} (\sin(P_c(t))) \frac{\partial P_c(t)}{\partial t} + M_1 l_1^2 (\cos^2(P_c(t))) \frac{\partial^2 Y_w(t)}{\partial t^2} - \\ 2M_2 l_2^2 (\cos(P_c(t))) \frac{\partial Y_w(t)}{\partial t} (\sin(P_c(t))) \frac{\partial P_c(t)}{\partial t} + M_2 l_2^2 (\cos^2(P_c(t))) \frac{\partial^2 Y_w(t)}{\partial t^2} \end{array} \right) \quad (4.16)$$

Ahora este resultado se resta con la derivada de la Lagrangiana con respecto a cada uno de los ángulos.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{P}_c(t)} \right) - \frac{\partial L}{\partial P_c(t)} = \\ & \left(M_1 l_1^2 \frac{\partial^2 P_c(t)}{\partial t^2} + M_2 l_2^2 \frac{\partial^2 P_c(t)}{\partial t^2} \right) - \left(\begin{array}{c} -M_1 l_1^2 (\cos(P_c(t))) \frac{\partial Y_w(t)}{\partial t}^2 \sin(P_c(t)) - M_2 l_2^2 (\cos(P_c(t))) \frac{\partial Y_w(t)}{\partial t}^2 \sin(P_c(t)) - \\ M_1 g l_1 \cos(P_c(t)) + M_2 g l_2 \cos(P_c(t)) \end{array} \right) \\ & \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{P}_c(t)} \right) - \frac{\partial L}{\partial P_c(t)} = \left(\begin{array}{c} g M_1 l_1 \cos(P_c(t)) - g M_2 l_2 \cos(P_c(t)) + M_1 l_1^2 \frac{\partial^2 P_c(t)}{\partial t \partial t} + M_2 l_2^2 \frac{\partial^2 P_c(t)}{\partial t \partial t} + \\ \frac{1}{2} M_1 l_1^2 \frac{\partial Y_w(t)}{\partial t}^2 \sin(2P_c(t)) + \frac{1}{2} M_2 l_2^2 \frac{\partial Y_w(t)}{\partial t}^2 \sin(2P_c(t)) \end{array} \right) \end{aligned} \quad (4.17)$$

y:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{Y}_w(t)} \right) - \frac{\partial L}{\partial Y_w(t)} = \left(\begin{array}{c} -2M_1 l_1^2 (\cos(P_c(t))) \frac{\partial Y_w(t)}{\partial t} (\sin(P_c(t))) \frac{\partial P_c(t)}{\partial t} + M_1 l_1^2 (\cos^2(P_c(t))) \frac{\partial^2 Y_w(t)}{\partial t^2} - \\ 2M_2 l_2^2 (\cos(P_c(t))) \frac{\partial Y_w(t)}{\partial t} (\sin(P_c(t))) \frac{\partial P_c(t)}{\partial t} + M_2 l_2^2 (\cos^2(P_c(t))) \frac{\partial^2 Y_w(t)}{\partial t^2} \end{array} \right) \\ & \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{Y}_w(t)} \right) - \frac{\partial L}{\partial Y_w(t)} = \left(\begin{array}{c} \frac{1}{2} M_1 l_1^2 \frac{\partial^2 Y_w(t)}{\partial t \partial t} + \frac{1}{2} M_2 l_2^2 \frac{\partial^2 Y_w(t)}{\partial t \partial t} + \frac{1}{2} M_1 l_1^2 \frac{\partial^2 Y_w(t)}{\partial t \partial t} \cos(2P_c(t)) + \\ \frac{1}{2} M_2 l_2^2 \frac{\partial^2 Y_w(t)}{\partial t \partial t} \cos(2P_c(t)) - M_1 l_1^2 \frac{\partial P_c(t)}{\partial t} \frac{\partial Y_w(t)}{\partial t} \sin(2P_c(t)) - \\ M_2 l_2^2 \frac{\partial P_c(t)}{\partial t} \frac{\partial Y_w(t)}{\partial t} \sin(2P_c(t)) \end{array} \right) \end{aligned}$$

(4.18)

(4.17) y (4.18) son las ecuaciones de Lagrange respecto a las coordenadas generalizadas. Ahora se definen las variables de estado a partir de las definiciones de los ángulos $P_c(t)$ y $Y_w(t)$ y las velocidades angulares:

$$\begin{aligned}
 P_c(t) &= X_1 \\
 Y_w(t) &= X_2 \\
 \dot{P}_c(t) &= X_3 \\
 \dot{Y}_w(t) &= X_4
 \end{aligned}
 \tag{4.19}$$

Expresamos las ecuaciones obtenidas hasta el momento en términos de las variables de estado definidas anteriormente.

Para (4.17):

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{P}_c(t)} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial P_c(t)} = \left(\begin{aligned} &gM_1l_1 \cos(P_c(t)) - gM_2l_2 \cos(P_c(t)) + M_1l_1^2 \frac{\partial^2 P_c(t)}{\partial t^2} + M_2l_2^2 \frac{\partial^2 P_c(t)}{\partial t^2} + \\ &\frac{1}{2}M_1l_1^2 \frac{\partial Y_w(t)}{\partial t}^2 \sin(2P_c(t)) + \frac{1}{2}M_2l_2^2 \frac{\partial Y_w(t)}{\partial t}^2 \sin(2P_c(t)) \end{aligned} \right)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{P}_c(t)} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial P_c(t)} = \left(\begin{aligned} &gM_1l_1 \cos(X_1) + M_1l_1^2 \dot{X}_3 + \frac{1}{2}M_1l_1^2 X_4^2 \sin(2X_1) - gM_2l_2 \cos(X_1) + \\ &M_2l_2^2 \dot{X}_3 + \frac{1}{2}M_2l_2^2 X_4^2 \sin(2X_1) \end{aligned} \right)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{P}_c(t)} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial P_c(t)} = (gM_1l_1 - gM_2l_2) \cos(X_1) + \left(\dot{X}_3 + \frac{1}{2}X_4^2 \sin(2X_1) \right) (M_1l_1^2 + M_2l_2^2)
 \tag{4.20}$$

Para (4.18):

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{Y}_w(t)} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial Y_w(t)} = \left(\begin{array}{c} \frac{1}{2} M_1 l_1^2 \frac{\partial^2 Y_w(t)}{\partial t^2} + \frac{1}{2} M_2 l_2^2 \frac{\partial^2 Y_w(t)}{\partial t^2} + \frac{1}{2} M_1 l_1^2 \frac{\partial^2 Y_w(t)}{\partial t^2} \cos(2P_c(t)) + \\ \frac{1}{2} M_2 l_2^2 \frac{\partial^2 Y_w(t)}{\partial t^2} \cos(2P_c(t)) - M_1 l_1^2 \frac{\partial P_c(t)}{\partial t} \frac{\partial Y_w(t)}{\partial t} \sin(2P_c(t)) - M_2 l_2^2 \frac{\partial P_c(t)}{\partial t} \frac{\partial Y_w(t)}{\partial t} \sin(2P_c(t)) \end{array} \right)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{Y}_w(t)} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial Y_w(t)} = \left(\begin{array}{c} \frac{1}{2} M_1 l_1^2 \dot{X}_4 + \frac{1}{2} M_2 l_2^2 \dot{X}_4 + \frac{1}{2} M_1 l_1^2 \dot{X}_4 \cos(2X_1) + \frac{1}{2} M_2 l_2^2 \dot{X}_4 \cos(2X_1) - \\ M_1 l_1^2 X_3 X_4 \sin(2X_1) - M_2 l_2^2 X_3 X_4 \sin(2X_1) \end{array} \right)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{Y}_w(t)} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial Y_w(t)} = \frac{1}{2} \left(\dot{X}_4 + \dot{X}_4 \cos 2X_1 - 2X_3 X_4 \sin 2X_1 \right) (l_1^2 M_1 + M_2 l_2^2)$$

(4.21)

Las ecuaciones (4.20) y (4.21) se van a denominar como las ecuaciones base para realizar el proceso de desarrollo posterior y el correspondiente en la sección 4.2.

Estas ecuaciones se igualan a las fuerzas generalizadas no conservativas que en este caso corresponden a los torques de cada hélice [7], fuerzas de acople y fuerzas de rozamiento:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{P}_c(t)} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial P_c(t)} = F_{oT_Pitch}$$

Empleando la ecuación (4.20) y las ecuaciones (3.7), (3.8) y (3.9):

$$\left(\begin{aligned} &gM_1l_1 \cos(P_c(t)) - gM_2l_2 \cos(P_c(t)) + M_1l_1^2 \frac{\partial^2 P_c(t)}{\partial t^2} + M_2l_2^2 \frac{\partial^2 P_c(t)}{\partial t^2} \\ &+ \frac{1}{2}M_1l_1^2 \frac{\partial Y_w(t)}{\partial t}^2 \sin(2P_c(t)) + \frac{1}{2}M_2l_2^2 \frac{\partial Y_w(t)}{\partial t}^2 \sin(2P_c(t)) \end{aligned} \right) =$$

$$\left(\begin{aligned} &\frac{K_p \psi_1}{4} \cdot \left[\left(\frac{K_{\tau p}}{K_{A_p}} \right)^2 - \frac{2 \cdot K_{\tau p}}{K_{A_p}} \sqrt{\left(\frac{K_{\tau p}}{K_{A_p}} \right)^2 + \left(\frac{4 \cdot V_1}{K_{A_p}} \right)} + \left(\frac{K_{\tau p}}{K_{A_p}} \right)^2 + \left(\frac{4 \cdot V_1}{K_{A_p}} \right) \right] - \\ &\frac{K_{\tau y}}{R_p} \cdot \left(V_2 - \frac{K_{\tau y}}{2} \cdot \left[\left(-\frac{K_{\tau y}}{K_{A_y}} \right) + \sqrt{\left(\frac{K_{\tau y}}{K_{A_y}} \right)^2 + \left(\frac{4 \cdot V_2}{K_{A_y}} \right)} \right] \right) - \mu_p \cdot X_3 \end{aligned} \right)$$

Donde el término derecho de la ecuación corresponde a la sumatoria de τ_{Mot_Pitch} , τ_{Acople_Pitch} , $F_{Rozamiento_Pitch}$ tomados de las ecuaciones (3.7), (3.8) y (3.9).

$$(gM_1l_1 - gM_2l_2) \cos(X_1) + \left(\dot{X}_3 + \frac{1}{2}X_4^2 \sin(2X_1) \right) (M_1l_1^2 + M_2l_2^2) =$$

$$\left(\begin{aligned} &\frac{K_p \psi_1}{4} \cdot \left[\left(\frac{K_{\tau p}}{K_{A_p}} \right)^2 - \frac{2 \cdot K_{\tau p}}{K_{A_p}} \sqrt{\left(\frac{K_{\tau p}}{K_{A_p}} \right)^2 + \left(\frac{4 \cdot V_1}{K_{A_p}} \right)} + \left(\frac{K_{\tau p}}{K_{A_p}} \right)^2 + \left(\frac{4 \cdot V_1}{K_{A_p}} \right) \right] - \\ &\frac{K_{\tau y}}{R_p} \cdot \left(V_2 - \frac{K_{\tau y}}{2} \cdot \left[\left(-\frac{K_{\tau y}}{K_{A_y}} \right) + \sqrt{\left(\frac{K_{\tau y}}{K_{A_y}} \right)^2 + \left(\frac{4 \cdot V_2}{K_{A_y}} \right)} \right] \right) - \mu_p \cdot X_3 \end{aligned} \right) \quad (4.22)$$

De la ecuación (4.21) y las ecuaciones (3.7), (3.8) y (3.9):

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{Y}_w(t)} \right) - \frac{\partial L}{\partial Y_w(t)} = F_{oT_Yaw}$$

$$\left(\begin{aligned} &\frac{1}{2}M_1l_1^2 \frac{\partial^2 Y_w(t)}{\partial t^2} + \frac{1}{2}M_2l_2^2 \frac{\partial^2 Y_w(t)}{\partial t^2} + \frac{1}{2}M_1l_1^2 \frac{\partial^2 Y_w(t)}{\partial t^2} \cos(2P_c(t)) + \\ &\frac{1}{2}M_2l_2^2 \frac{\partial^2 Y_w(t)}{\partial t^2} \cos(2P_c(t)) - M_1l_1^2 \frac{\partial P_c(t)}{\partial t} \frac{\partial Y_w(t)}{\partial t} \sin(2P_c(t)) - M_2l_2^2 \frac{\partial P_c(t)}{\partial t} \frac{\partial Y_w(t)}{\partial t} \sin(2P_c(t)) \end{aligned} \right) =$$

$$\left(\begin{aligned} &\frac{K_p \psi_2}{4} \cdot \left[\left(\frac{K_{\tau y}}{K_{A_y}} \right)^2 - \frac{2 \cdot K_{\tau y}}{K_{A_y}} \sqrt{\left(\frac{K_{\tau y}}{K_{A_y}} \right)^2 + \left(\frac{4 \cdot V_2}{K_{A_y}} \right)} + \left(\frac{K_{\tau y}}{K_{A_y}} \right)^2 + \left(\frac{4 \cdot V_2}{K_{A_y}} \right) \right] \cdot (\text{sign}(V_2)) - \\ &\frac{K_{\tau p}}{R_p} \cdot \left(V_1 - \frac{K_{\tau p}}{2} \cdot \left[\left(-\frac{K_{\tau p}}{K_{A_p}} \right) + \sqrt{\left(\frac{K_{\tau p}}{K_{A_p}} \right)^2 + \left(\frac{4 \cdot V_1}{K_{A_p}} \right)} \right] \right) \cdot \cos(P_c(t)) - \mu_y \cdot X_4 \end{aligned} \right)$$

Donde el término derecho de la ecuación corresponde a la sumatoria de

τ_{Yaw} , τ_{Acople_Yaw} , $F_{Rozamiento_Yaw}$ tomados de las ecuaciones (3.7), (3.8) y (3.9).

$$\frac{1}{2} \left(\dot{X}_4 + \dot{X}_4 \cos 2X_1 - 2X_3 X_4 \sin 2X_1 \right) (l_1^2 M_1 + M_2 l_2^2) =$$

$$\left(\begin{array}{l} \frac{K_y \psi_2}{4} \cdot \left[\left(\frac{K_{T_y}}{K_{A_y}} \right)^2 - \frac{2K_{T_y}}{K_{A_y}} \sqrt{\left(\frac{K_{T_y}}{K_{A_y}} \right)^2 + \left(\frac{4V_2}{K_{A_y}} \right)} + \left(\frac{K_{T_y}}{K_{A_y}} \right)^2 + \left(\frac{4V_2}{K_{A_y}} \right) \right] \cdot (\text{sign}(V_2)) - \\ \frac{K_{T_p}}{K_p} \cdot \left(V_1 - \frac{K_{T_p}}{2} \cdot \left[\left(-\frac{K_{T_p}}{K_{A_p}} \right) + \sqrt{\left(\frac{K_{T_p}}{K_{A_p}} \right)^2 + \left(\frac{4V_1}{K_{A_p}} \right)} \right] \right) \cdot \cos(X_1) - \mu_y \cdot X_4 \end{array} \right)$$

(4.23)

Para facilitar la manipulación de los cálculos matemáticos, en las ecuaciones (4.22) y (4.23) se realiza la siguiente sustitución:

$$\begin{aligned} a &= (M_1 l_1^2 + M_2 l_2^2) \\ b &= (gM_1 l_1 - gM_2 l_2) \end{aligned}$$

(4.24)

Luego de la sustitución se despeja la derivada de las variables de estado. Este resultado es el objetivo final de todo el procedimiento anterior y es de especial importancia ya que describe la dinámica del sistema. Estas ecuaciones son implementadas en Simulink® para tener el modelo computacional del helicóptero.

Es importante resaltar la alta no linealidad de las ecuaciones, base de la elección de los algoritmos genéticos como método para encontrar el controlador.

i) $\dot{X}_1 = X_3$

ii) $\dot{X}_2 = X_4$

iii) $\dot{X}_3 = \left(\frac{\frac{K_{p1}}{4} \cdot \left[\left(\frac{K_{T_p}}{K_{A_p}} \right)^2 - \frac{2K_{T_p}}{K_{A_p}} \sqrt{\left(\frac{K_{T_p}}{K_{A_p}} \right)^2 + \left(\frac{4V_1}{K_{A_p}} \right)} + \left(\frac{K_{T_p}}{K_{A_p}} \right)^2 + \left(\frac{4V_1}{K_{A_p}} \right) \right] - \frac{K_{T_p}}{K_p} \cdot \left(V_1 - \frac{K_{T_p}}{2} \cdot \left[\left(-\frac{K_{T_p}}{K_{A_p}} \right) + \sqrt{\left(\frac{K_{T_p}}{K_{A_p}} \right)^2 + \left(\frac{4V_1}{K_{A_p}} \right)} \right] \right) - \mu_p X_3 - (gM_1 l_1 - gM_2 l_2) \cos(X_1)}{(M_1 l_1^2 + M_2 l_2^2)} - \frac{1}{2} X_4^2 \sin(2X_1) \right)$

$$\begin{aligned}
\dot{X}_3 &= \frac{1}{4} \frac{K_p l_2 \frac{k_{T_p}^2 - k_{T_p} \sqrt{k_{T_p}^2 + V_1 k_{A_p} + 2V_1 k_{A_p}}}{k_{A_p}^2} (-R_p) + 4V_2 K_{T_p} - 2K_{T_p}^2 \left[-\frac{k_{T_p} - \sqrt{k_{T_p}^2 + V_1 k_{A_p}}}{k_{A_p}} \right] - 4\mu_p X_3 (-R_p) - 4b(\cos X_1) (-R_p) - 2X_4^2 (\sin 2X_1) (-R_p) a}{(-R_p) a} \\
\dot{X}_3 &= \frac{1}{2} \frac{\left(-K_p l_1 R_p K_{T_p}^2 + K_p l_1 R_p K_{T_p} \sqrt{K_{T_p}^2 + 4V_1 K_{A_p}} - 2K_p l_1 R_p V_1 K_{A_p} + 2V_2 K_{T_p} K_{A_p}^2 \text{sign}(V_2) - \right. \\
&\quad \left. K_{T_p}^2 \frac{-k_{T_p} + \sqrt{k_{T_p}^2 + 4V_1 k_{A_p}}}{k_{A_p}} K_{A_p}^2 + 2\mu_p X_3 R_p K_{A_p}^2 + 2b(\cos X_1) R_p K_{A_p}^2 + X_4^2 (\sin 2X_1) R_p a K_{A_p}^2 \right)}{-K_{A_p}^2 R_p a} \\
\text{iv)} \quad \dot{X}_4 &= \frac{2 \left(\frac{k_p a_2}{4} \left[\left(\frac{k_{T_p}}{k_{A_p}} \right)^2 - \frac{2k_{T_p}}{k_{A_p}} \sqrt{\left(\frac{k_{T_p}}{k_{A_p}} \right)^2 + \left(\frac{4V_1}{k_{A_p}} \right) + \left(\frac{k_{T_p}}{k_{A_p}} \right)^2 + \left(\frac{4V_1}{k_{A_p}} \right)} \right] (\text{sign}(V_2)) - \frac{k_{T_p}}{k_p} \left(k_1 - \frac{k_{T_p}}{2} \left[\left(\frac{k_{T_p}}{k_{A_p}} \right)^2 + \left(\frac{4V_1}{k_{A_p}} \right) \right] \right) \cos(X_1) - \mu_p X_4 \right)}{\left(\frac{a}{2} \theta_1 + \theta_2 \frac{a}{2} \right) (1 + \cos(2X_1))} + 2X_3 X_4 \sin 2X_1 \\
\dot{X}_4 &= \frac{1}{2} \frac{K_p l_2 2 \frac{k_{T_p}^2 - k_{T_p} \sqrt{k_{T_p}^2 + V_1 k_{A_p} + 2V_1 k_{A_p}}}{k_{A_p}^2} \text{sign}(V_2) (-R_p) + 4K_{T_p} (\cos X_1) V_1 - 2K_{T_p}^2 (\cos X_1) \left[-\frac{k_{T_p} - \sqrt{k_{T_p}^2 + V_1 k_{A_p}}}{k_{A_p}} \right] - 4\mu_p X_4 (-R_p) + 4X_3 X_4 (\sin 2X_1) (-R_p) a}{(-R_p) a (1 + \cos 2X_1)} \\
\dot{X}_4 &= \frac{\left(-K_p l_2 \text{sign}(V_2) R_p K_{T_p}^2 + K_p l_2 \text{sign}(V_2) R_p K_{T_p} \sqrt{K_{T_p}^2 + 4V_1 K_{A_p}} - 2K_p l_2 \text{sign}(V_2) R_p V_1 K_{A_p} + \right. \\
&\quad \left. 2K_{T_p} (\cos X_1) V_1 K_{A_p}^2 - K_{T_p}^2 (\cos X_1) \left[-\frac{k_{T_p} - \sqrt{k_{T_p}^2 + 4V_1 k_{A_p}}}{k_{A_p}} \right] K_{A_p}^2 + 2\mu_p X_4 R_p K_{A_p}^2 - 2X_3 X_4 (\sin 2X_1) R_p a K_{A_p}^2 \right)}{-K_{A_p}^2 R_p a (1 + \cos 2X_1)}
\end{aligned} \tag{4.25}$$

Estas ecuaciones de estado describen la dinámica de un helicóptero de dos grados de libertad, en ellas se puede observar la no linealidad del sistema.

4.2 MODELO MATEMÁTICO SIMPLIFICADO UTILIZANDO LAS ECUACIONES DE MOVIMIENTO DE LAGRANGE Y LOS TORQUES DE QUANSER

Como complemento al modelo no lineal desarrollado en el numeral anterior, se desarrolló otro más simple, pero utilizando los torques de Quanser®. Esto con el fin de reducir el costo computacional en las simulaciones. Esta es una prueba adicional que permite validar el primer modelo. Sin embargo, la prueba principal es la validación con respecto a la respuesta real del helicóptero de pruebas.

Para realizar este modelo simplificado se siguió el mismo procedimiento anterior hasta el paso de la igualación de las ecuaciones a las fuerzas no conservativas.

Las fuerzas generalizadas no conservativas que se utilizan en este modelo son los torques de Quanser® indicados en la ecuación (3.20), igualamos estos torques a las ecuaciones (4.22) y (4.23) respectivamente de la siguiente manera.

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{Y}_w(t)} \right) - \frac{\partial L}{\partial Y_w(t)} = F_{oT_Ycw}$$

$$\left(\begin{array}{c} \frac{1}{2} M_1 l_1^2 \frac{\partial^2 Y_w(t)}{\partial t^2} + \frac{1}{2} M_2 l_2^2 \frac{\partial^2 Y_w(t)}{\partial t^2} + \frac{1}{2} M_1 l_1^2 \frac{\partial^2 Y_w(t)}{\partial t^2} \cos(2P_c(t)) + \frac{1}{2} M_2 l_2^2 \frac{\partial^2 Y_w(t)}{\partial t^2} \cos(2P_c(t)) - \\ M_1 l_1^2 \frac{\partial P_c(t)}{\partial t} \frac{\partial Y_w(t)}{\partial t} \sin(2P_c(t)) - M_2 l_2^2 \frac{\partial P_c(t)}{\partial t} \frac{\partial Y_w(t)}{\partial t} \sin(2P_c(t)) \end{array} \right) = -K_{\psi} V_p + \frac{L_o}{2} K_{\phi} V_Y$$

$$\frac{1}{2} \left(\dot{X}_4 + \dot{X}_4 \cos 2X_1 - 2X_3 X_4 \sin 2X_1 \right) (l_1^2 M_1 + M_2 l_2^2) = -K_{\psi} V_p + \frac{L_o}{2} K_{\phi} V_Y$$

(4.26)

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{P}_c(t)} \right) - \frac{\partial L}{\partial P_c(t)} &= F_{oT_Pitch} \\
\left(\begin{aligned} &gM_1l_1 \cos(P_c(t)) - gM_2l_2 \cos(P_c(t)) + M_1l_1^2 \frac{\partial^2 P_c(t)}{\partial t^2} + M_2l_2^2 \frac{\partial^2 P_c(t)}{\partial t^2} + \\ &\frac{1}{2}M_1l_1^2 \frac{\partial Y_w(t)}{\partial t}^2 \sin(2P_c(t)) + \frac{1}{2}M_2l_2^2 \frac{\partial Y_w(t)}{\partial t}^2 \sin(2P_c(t)) \end{aligned} \right) &= \frac{L_b}{2}K_{\mathcal{J}}V_p - K_{tb}V_Y \\
(gM_1l_1 - gM_2l_2) \cos(X_1) + \left(\dot{X}_3 + \frac{1}{2}X_4^2 \sin(2X_1) \right) (M_1l_1^2 + M_2l_2^2) &= \frac{L_b}{2}K_{\mathcal{J}}V_p - K_{tb}V_Y
\end{aligned} \tag{4.27}$$

En este caso también se abrevian las ecuaciones realizando las siguientes igualaciones.

$$\begin{aligned}
a &= (M_1l_1^2 + M_2l_2^2) \\
b &= (gM_1l_1 - gM_2l_2)
\end{aligned} \tag{4.28}$$

Entonces al sustituir:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{P}_c(t)} \right) - \frac{\partial L}{\partial P_c(t)} &= F_{oT_Pitch} \\
b \cos(X_1) + \left(\dot{X}_3 + \frac{1}{2}X_4^2 \sin(2X_1) \right) a &= \frac{L_b}{2}K_{\mathcal{J}}V_p - K_{tb}V_Y
\end{aligned} \tag{4.29}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{Y}_w(t)} \right) - \frac{\partial L}{\partial Y_w(t)} &= F_{oT_Yaw} \\
\frac{1}{2} \left(\dot{X}_4 + \dot{X}_4 \cos 2X_1 - 2X_3X_4 \sin 2X_1 \right) a &= -K_{\mathcal{J}}V_p + \frac{L_b}{2}K_{\mathcal{J}}V_Y
\end{aligned} \tag{4.30}$$

Ahora se despeja la derivada de las variables de estado resultando en las ecuaciones de la dinámica del helicóptero.

Estas ecuaciones muestran que el sistema también es no lineal pero mucho más simplificado que el modelo anterior. Cabe anotar que este modelo desprecia

muchas fuerzas que actúan sobre el helicóptero tales como fuerza de rozamiento, fuerzas de acople y fuerza de empuje expresada en los parámetros de la hélice. Otra desventaja es que este modelo sólo sirve para la planta de Quanser®, mientras que el primero sirve para cualquier helicóptero de dos grados de libertad que cuente con el valor de las constantes necesarias, ya sea por caracterización o por valores dados por el fabricante.

A continuación se muestran las ecuaciones de estado simplificadas.

$$\begin{aligned}
 \text{i)} \quad \dot{X}_1 &= X_3 \\
 \text{ii)} \quad \dot{X}_2 &= X_4 \\
 \text{iii)} \quad \dot{X}_3 &= -\frac{1}{2} \frac{2b \cos X_1 + aX_4^2 \sin 2X_1 - L_b K_{\beta} V_p + 2K_{\omega} V_Y}{a} \\
 \text{iv)} \quad \dot{X}_4 &= \frac{2aX_3X_4 \sin 2X_1 - 2K_{\beta} V_p + L_b K_{\beta} V_Y}{a(1 + \cos 2X_1)}
 \end{aligned} \tag{4.31}$$

4.3 IMPLEMENTACIÓN COMPUTACIONAL DEL MODELO EN Simulink®

4.3.1 MODELO LINEAL DE QUANSER

El modelo en Simulink® que se muestra en la Figura 11 fue implementado a partir de la matriz de estados que proporciona el fabricante indicada en la ecuación (3.15). Este modelo es lineal y únicamente tiene en cuenta la fuerza generada por los dos rotores del helicóptero las cuales son proporcionales a los voltajes de entrada a los motores.

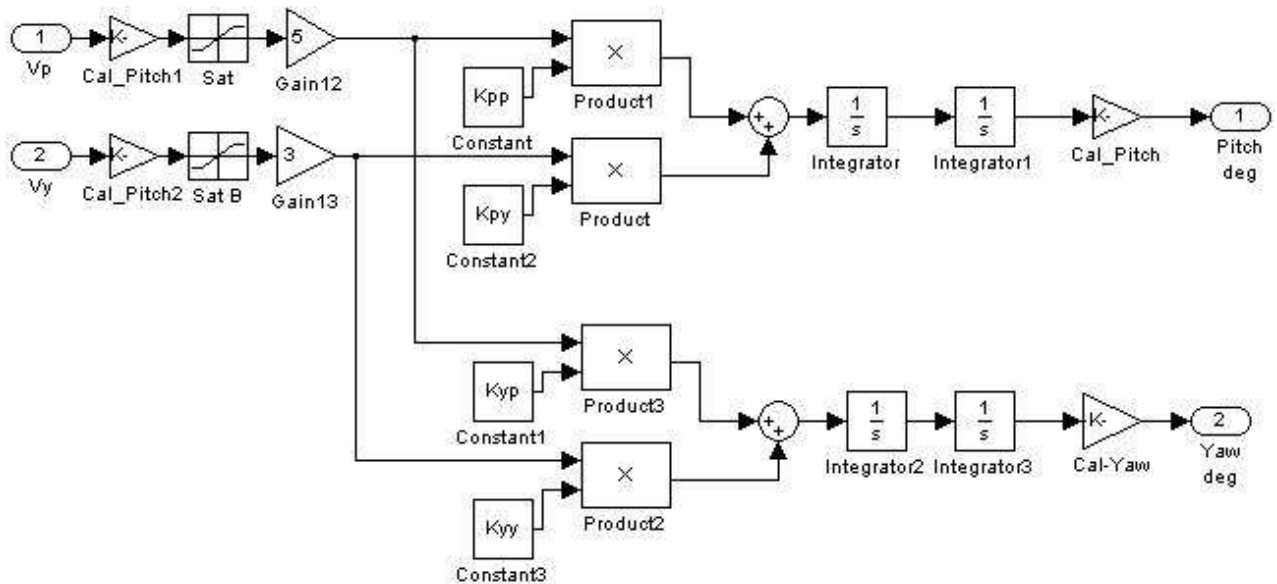


Figura 11. Modelo lineal a partir de la matriz de estados del fabricante.

4.3.2 *MODELO NO LINEAL*

El desarrollo presentado en la sección 4.1 del modelo no lineal general concluye con el planteamiento de las ecuaciones de estado que describen la dinámica del sistema. Este conjunto de ecuaciones tomado de (4.25), se implementa como un modelo computacional en Simulink®. En la Figura 12 (anexada también en el CD), se muestra el modelo incluyendo constantes para convertir radianes a grados y saturadores a la entrada del modelo para proteger los motores con respecto al voltaje de entrada. También se incluye en el modelo dos ganancias que en la realidad se presentan en la conexión física del helicóptero de Quanser®.

4.3.3 *MODELO NO LINEAL SIMPLIFICADO*

En la Figura 13 se presenta el diagrama en Simulink® del modelo no lineal simplificado, implementado a partir del conjunto de ecuaciones (4.31). También se incluyen los mismos bloques adicionales que en el modelo general pero se puede apreciar la simplificación del modelo con respecto al primero. En la sección de resultados y análisis se mostrará la respuesta a entrada paso de cada uno de los modelos en la malla de realimentación.

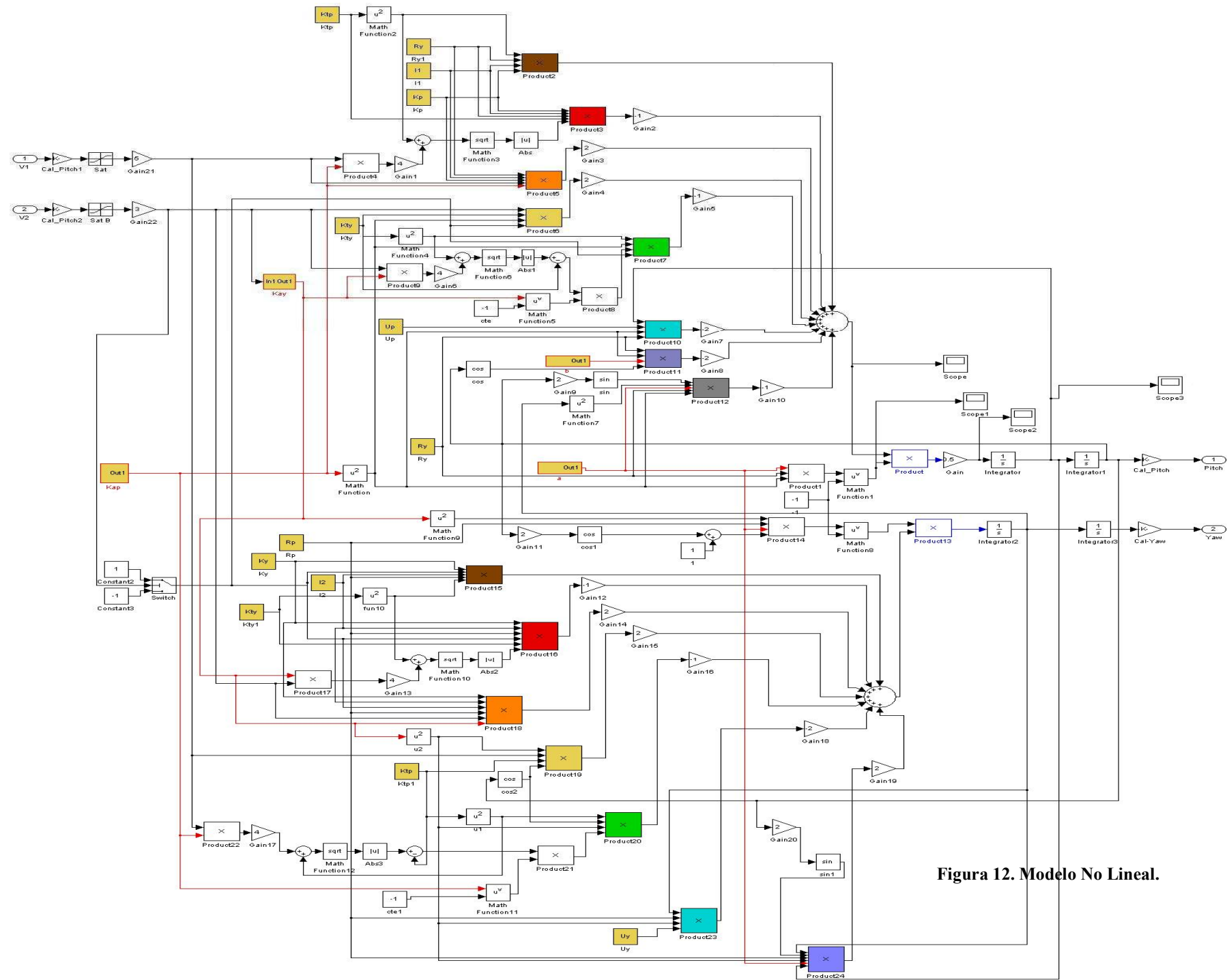


Figura 12. Modelo No Lineal.

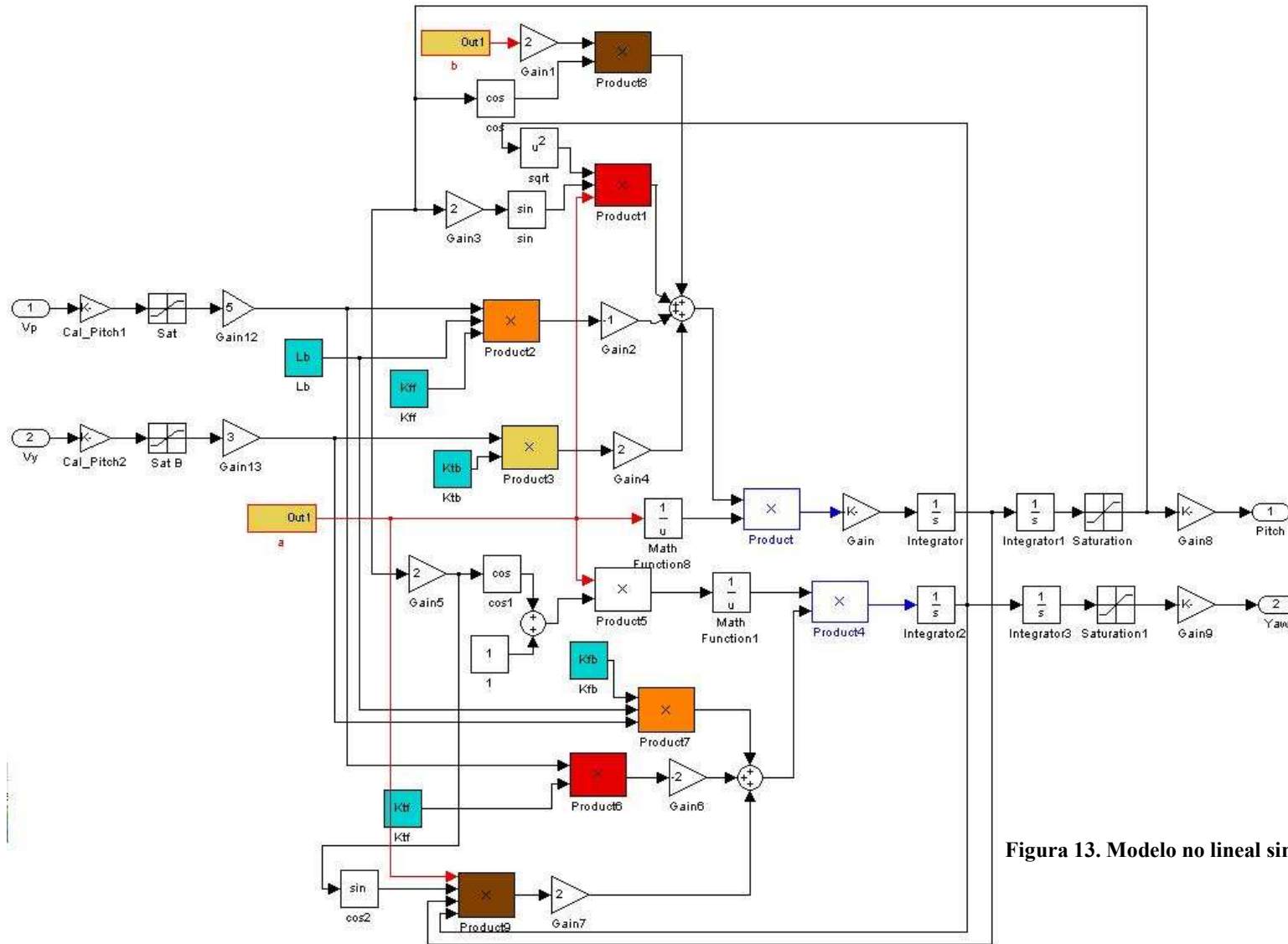


Figura 13. Modelo no lineal simplificado

4.3.4 MALLA DE REALIMENTACIÓN CON EL MODELO NO LINEAL

En la Figura 15 se muestra la malla de realimentación del sistema de control. El modelo no lineal completo se encuentra dentro de la caja amarilla. Luego las salidas de los ángulos *pitch* y *yaw* entran a un estimador que encuentra la velocidad angular de *pitch* y *yaw*. La resta de los ángulos con la referencia produce un error que luego es integrado. Finalmente los ángulos, las velocidades angulares y la integral de los errores componen las 6 variables de estado que describen el sistema. Estas variables entran al controlador (matriz *k*) que tiene como salida los voltajes de entrada de los dos motores.

El modelo a utilizar en el bloque amarillo puede ser cualquiera de los 2 modelos ya planteados, inclusive, en las pruebas sobre el helicóptero este bloque se reemplaza por el diagrama de conexión presentado en la Figura 14. De la misma manera, el bloque del controlador puede estar compuesto por la matriz *k* encontrada con algoritmos genéticos o también la matriz *k* proporcionada por el fabricante.

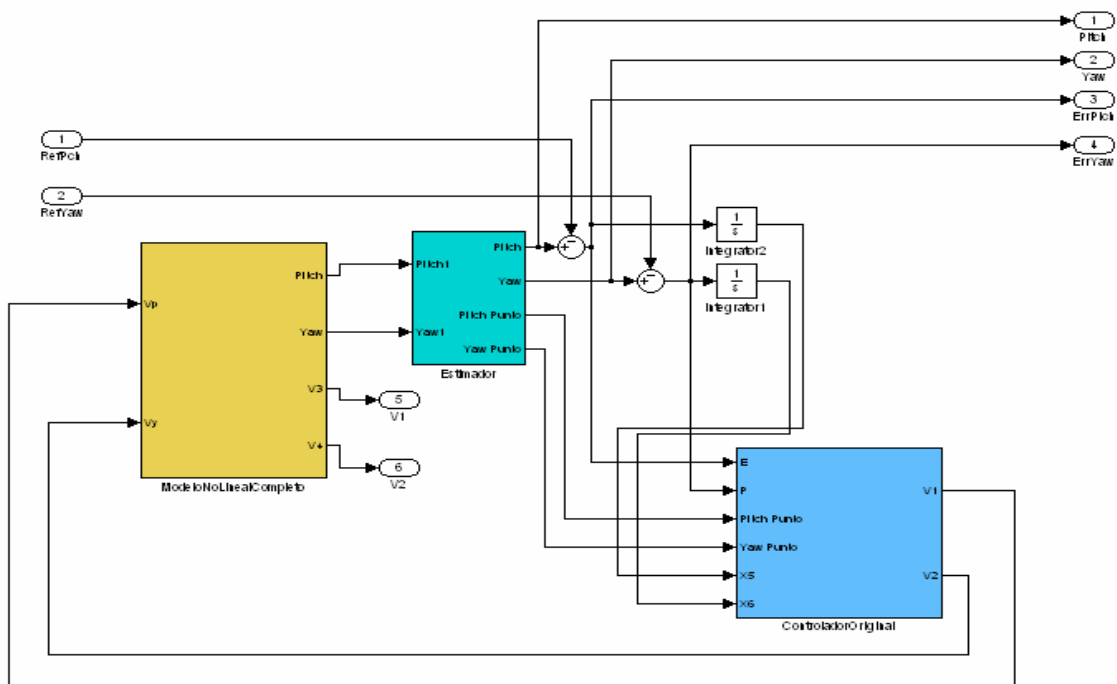


Figura 14. Malla de realimentación con el modelo no lineal

4.3.5 MATRIZ DE REALIMENTACIÓN K

En la Figura 16 se muestra el controlador implementado en Simulink®, el cual tiene como variables de entrada las seis variables de estado y sus salidas son los voltajes de los motores de *pitch* y *yaw*.

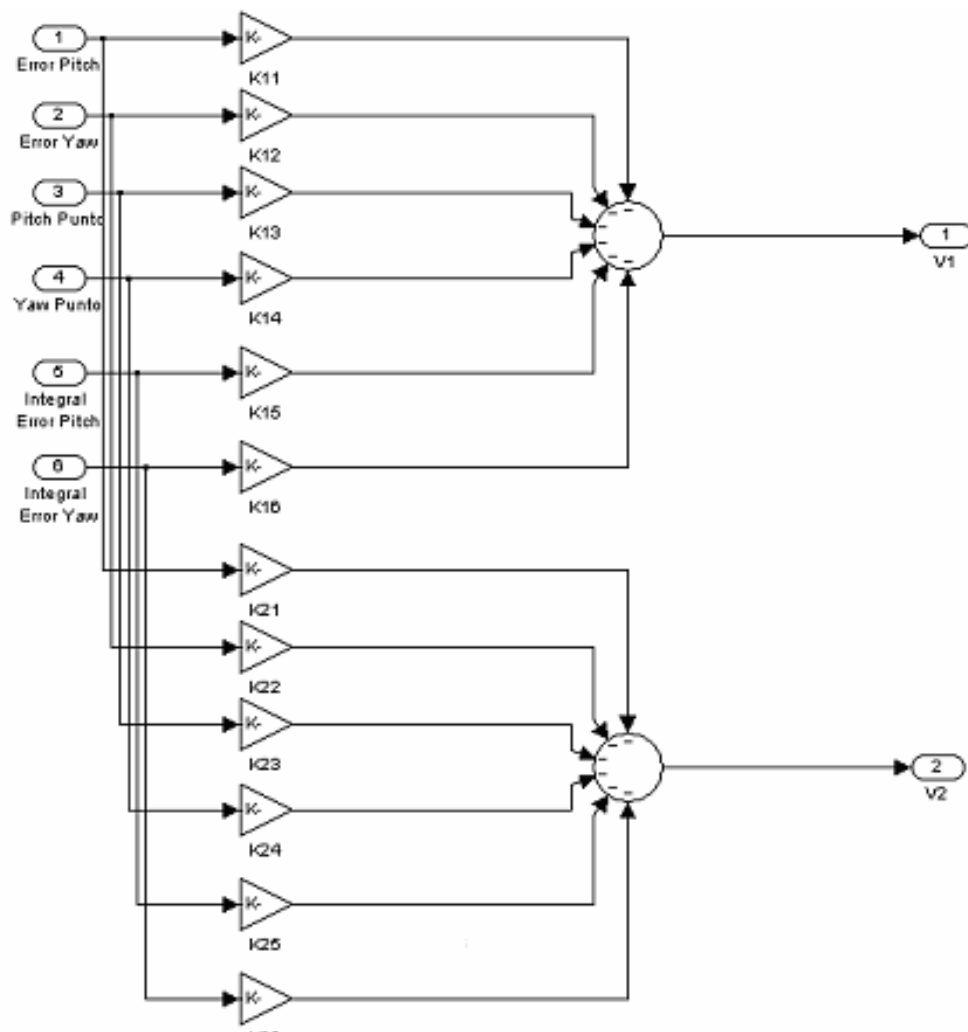
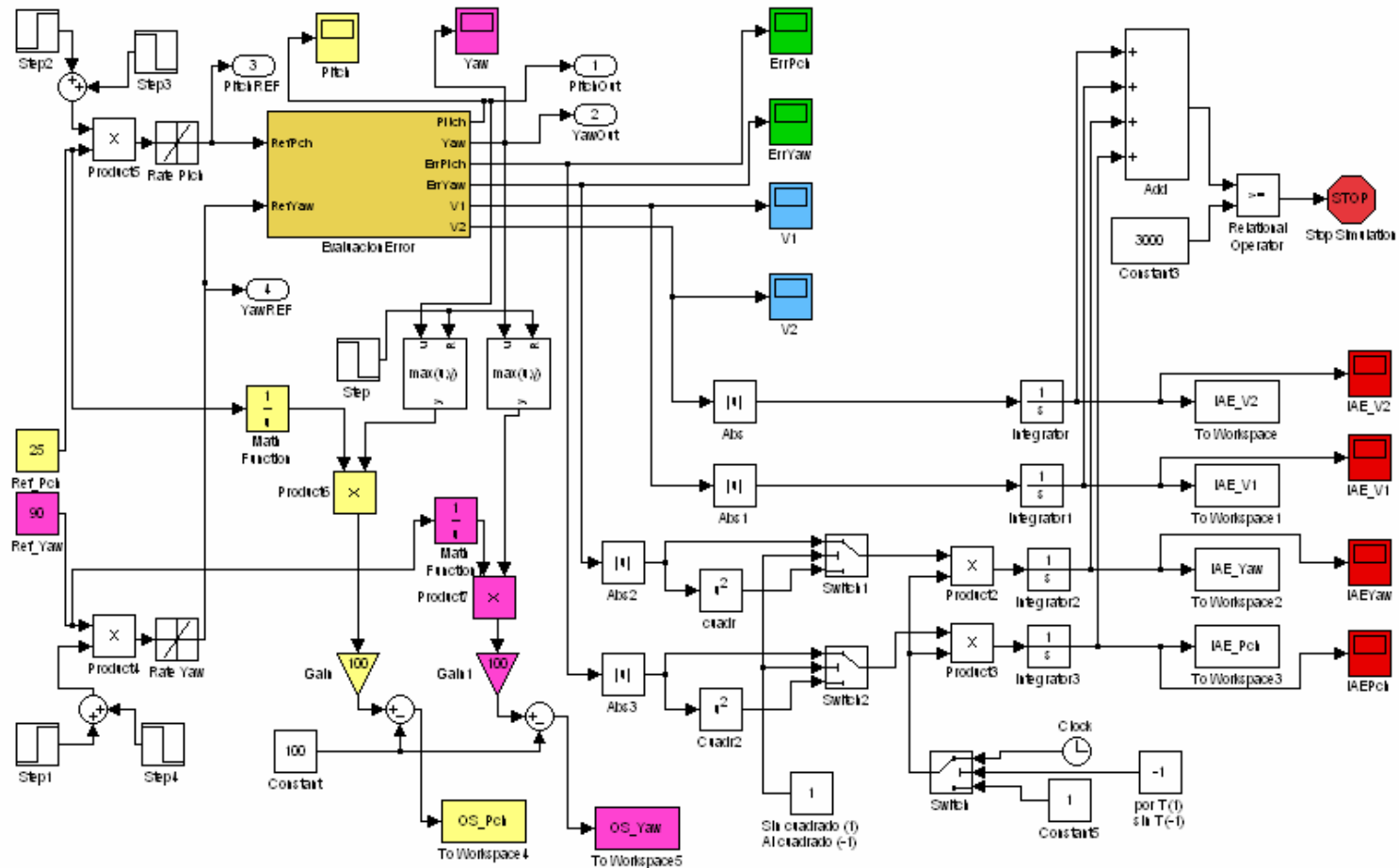


Figura 15. Matriz de realimentación k

4.3.6 SISTEMA GENERAL USADO PARA EVALUAR LA MALLA DE REALIMENTACIÓN

En la Figura 17 se muestra el sistema general utilizado para evaluar el desempeño de la malla de realimentación para el modelo que se desea evaluar con la misma. Con este diagrama se pretende evaluar la repuesta de los algoritmos genéticos utilizando los índices de desempeño IAE, ITAE, ISE e ITSE.

Figura 16. Sistema para evaluar la malla de realimentación.



4.3.7 DIAGRAMA DE CONEXIÓN DEL HELICÓPTERO EN Simulink®

En la Figura 14 se muestra como los datos muestreados por la tarjeta de adquisición son recibidos en Simulink®. El cuadro rojo representa la conexión de la tarjeta Q8. Nótese las 4 conexiones del diagrama; en la salida 1 y 2 se encuentran los ángulos *pitch* y *yaw* que son directamente medidos por los encoders y entregados a Simulink® a través de la tarjeta de adquisición de datos. Por el contrario, la velocidad angular de *pitch* y *yaw* es estimada en el diagrama derivando los ángulos medidos y además utilizando un filtro pasabajos en 100 rad/s para filtrar altas frecuencias en el muestreo.

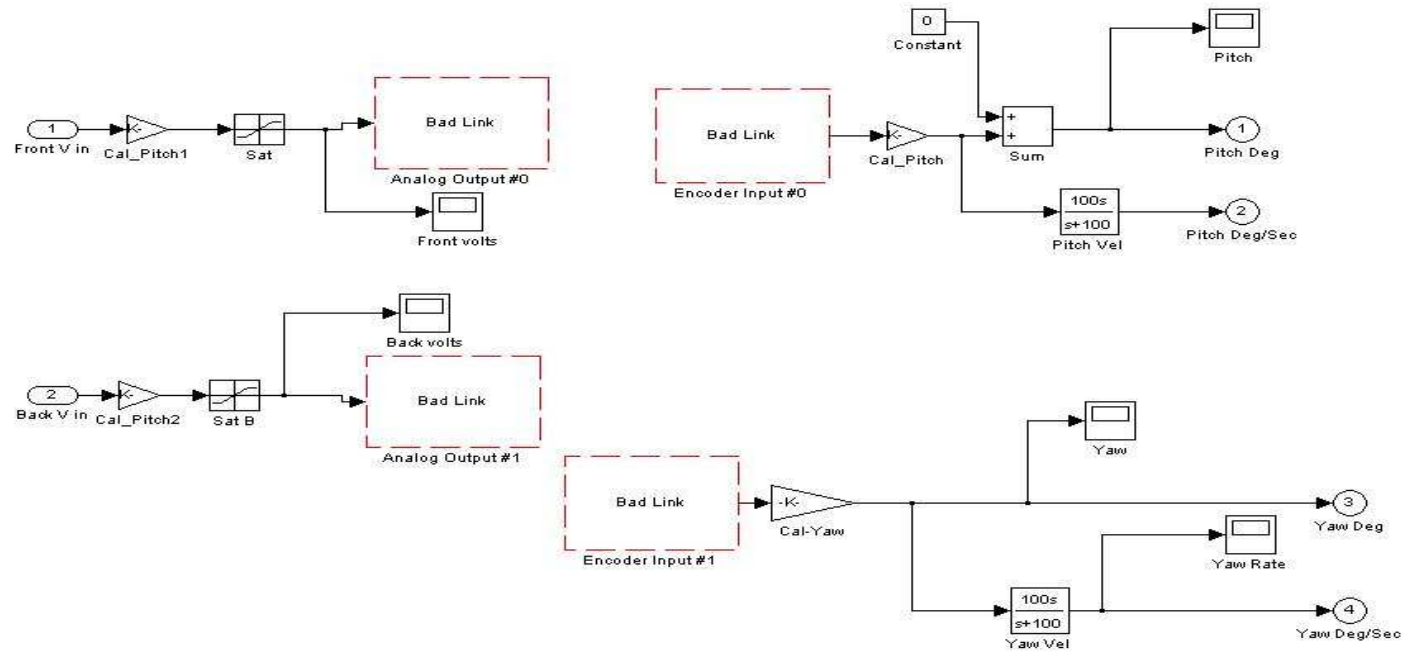


Figura 17. Diagrama de conexión del helicóptero

4.4 DISEÑO DEL CONTROLADOR UTILIZANDO ALGORITMOS GENÉTICOS Y SU IMPLEMENTACIÓN EN MATLAB®

El desarrollo del modelo del helicóptero de dos grados de libertad, demostró que estos sistemas son altamente no lineales, lo cual implica una mayor dificultad en la búsqueda de una estrategia de control, teniendo que recurrir a la simplificación del modelo del sistema mediante la linearización del mismo y así poder utilizar estrategias de control propias de los sistemas lineales multivariables como *Multi-Input Pole Placement* [1], LQR y LQG, o buscar estrategias alternativas de control para sistemas no lineales. La estrategia de control elegida para el helicóptero de dos grados de libertad es la de realimentación en variables de estados, pero debido a que el modelo del helicóptero es no lineal, la búsqueda de las ganancias de la matriz de realimentación de estados se realizó utilizando el método alternativo denominado algoritmos genéticos, el cual permite hacer una búsqueda en el espacio de parámetros.

4.4.1 ESTRUCTURA DE LOS INDIVIDUOS DE LA POBLACIÓN

Cada individuo que actúa en el Algoritmo Genético es un controlador que está conformado por dos cromosomas y seis genes para cada uno de estos, organizados de la siguiente forma:

Individuo: La matriz de realimentación de estados.

$$\begin{bmatrix} K_{(1,1)} & K_{(1,2)} & K_{(1,3)} & K_{(1,4)} & K_{(1,5)} & K_{(1,6)} \\ K_{(2,1)} & K_{(2,2)} & K_{(2,3)} & K_{(2,4)} & K_{(2,5)} & K_{(2,6)} \end{bmatrix} \quad (4.32)$$

Cromosoma de *pitch*: Define las características del comportamiento en *pitch*.

Cromosoma de *yaw*: Define las características del comportamiento en *yaw*.

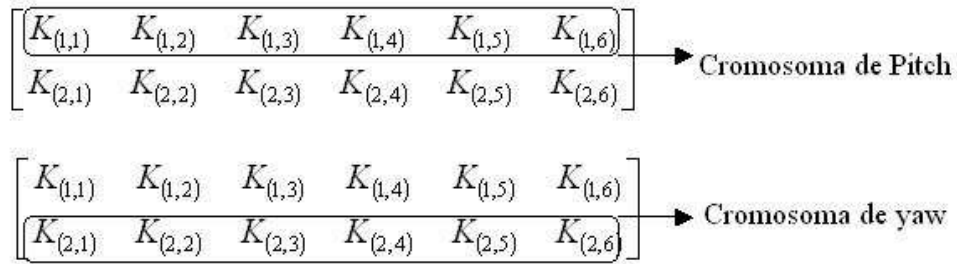


Figura 18. Cromosomas de *pitch* y *yaw*

Gen: Cada elemento de la matriz de realimentación de estados.

$$K_{(i,j)} \quad \begin{array}{l} i=1,2 \\ j=1,\dots,6 \end{array} \quad (4.33)$$

4.4.2 POBLACIÓN

La creación de la población inicial se realiza generando controladores con genes aleatorios, concatenándolos en una matriz que define a toda la población de la generación, el tamaño de la población permanece constante a través de las generaciones y es un parámetro variable para evaluar el desempeño del algoritmo.

Cada individuo de la población inicial se define por medio de la siguiente ecuación:

$$K_{temp} = 2 \times (rand(2,6) - 0.5) \quad (4.34)$$

cuyos genes van a tomar valores aleatorios entre (-1,1) con media 0.

La matriz que contiene a todos los individuos de la correspondiente generación se define de la siguiente forma:

$$K_{tot} = \begin{bmatrix} K_{temp_1} \\ K_{temp_2} \\ \vdots \\ K_{temp_n} \end{bmatrix} \quad (4.35)$$

donde n es el número de individuos de la generación.

4.4.3 FUNCION OBJETIVO (FITNESS)

La función objetivo está basada plenamente en características de la respuesta del sistema a entrada paso, específicamente los índices de desempeño ITAE, IAE, ITSE e ISE del error de la posición de los movimientos en *pitch* y en *yaw*, y de los voltajes en los motores, así como en el porcentaje de sobrepico de la posición en *pitch* y en *yaw*.

Se definen unos valores iniciales de estos parámetros que se utilizan para normalizar los valores que se obtienen de la simulación, estos valores iniciales se determinan a partir de la respuesta de la simulación del sistema con el controlador que provee el fabricante y están sujetos a variaciones para sintonizar el algoritmo genético.

La función objetivo es entonces la suma de los índices de desempeño obtenidos de la simulación, normalizados y pesados para darle mayor restricción a determinados parámetros. La función objetivo está sujeta a variaciones en la configuración de los índices de desempeño escogidos, configuraciones que son evaluadas en las pruebas realizadas al algoritmo las cuales se verán mas adelante.

Como primera configuración para la función objetivo se escogió la que utiliza el IAE del error de la posición de los movimientos en *pitch* y en *yaw*, el IAE de los

voltajes en los motores, y el porcentaje de sobrepico de la posición en *pitch* y en *yaw*, así:

$$F_{fitness} = \left(\frac{IAE_{pitch}}{IAE_{pitch_inicial}} \right) + \left(\frac{IAE_{yaw}}{IAE_{yaw_inicial}} \right) + \left(\frac{IAE_{v1}}{IAE_{v1_inicial}} \right) + \left(\frac{IAE_{v2}}{IAE_{v2_inicial}} \right) + \left(\frac{\%OS_{pitch}}{\%OS_{pitch_inicial}} \right) + \left(\frac{\%OS_{yaw}}{\%OS_{yaw_inicial}} \right) \quad (4.36)$$

El algoritmo genético se encarga de encontrar el controlador que minimice la función objetivo (*fitness*).

4.4.4 EVALUACIÓN

La evaluación es llevada a cabo en la etapa de filtro, específicamente en la función filtro y es un procedimiento que se realiza sobre cada individuo de la población, en éste se coloca el controlador en el *workspace* de MATLAB® para luego simular la respuesta a entrada paso de la malla de control implementada en Simulink®, obteniendo los índices de desempeño que son enviados de vuelta al *workspace* de MATLAB®, y así poder construir la función objetivo del respectivo controlador y almacenar su valor en una matriz auxiliar llamada desempeño, la cual también contiene los índices de desempeño de la respuesta de *pitch* y *yaw*, de los voltajes de los motores y de los porcentajes de sobrepico de los mismos que retorna la simulación.

Teniendo la información contenida en la matriz desempeño, se procede a organizarla en orden ascendente según el valor de la función objetivo de cada controlador, lo cual corresponde a darle un puntaje a cada controlador según su desempeño sobre el sistema.

Por último los controladores que se encuentran en las primeras posiciones de la matriz organizada, son escogidos como sobrevivientes de la respectiva generación y corresponden al veinte por ciento de la misma.

4.4.5 ETAPA DE SELECCIÓN DEL KPOCKET

Kpocket es una función que es llamada desde dos lugares diferentes, desde el programa principal y desde la selección tipo torneo que se verá mas adelante. El objetivo de esta función es tomar una población de individuos de entrada, encontrar al controlador que produce las mejores respuestas a entrada paso del modelo implementado en Simulink®. Tiene tres criterios para seleccionar al mejor controlador y todos dependen de los índices de desempeño que se encuentran en la matriz desempeño. El primero toma como decisión si el porcentaje de sobrepico es mínimo en los movimientos de *pitch* y *yaw*, el segundo toma como decisión si el ITAE, ITSE, ISE o IAE, según la configuración utilizada, es el mínimo en los dos movimientos. Y el último es el que tenga menor valor en la función objetivo.

4.4.6 SELECCIÓN

Para el proceso de selección se escogieron dos métodos bastante utilizados en aplicaciones con algoritmos genéticos, ellos son torneo y ruleta, este último también conocido como proporcional. Los dos métodos realizan la selección a partir de los individuos sobrevivientes de la etapa de evaluación y los individuos seleccionados serán los padres en el proceso de reproducción.

En el método de torneo se escogen grupos de cinco individuos sobrevivientes al azar, los cuales compiten entre sí en la función Kpocket, el ganador de cada grupo será el que tenga menor porcentaje de sobrepico en los dos movimientos, o el que tenga menor ITAE, ISE, ITSE o IAE en los dos movimientos o el que tenga menor valor en la función objetivo. El grupo de ganadores conforman los individuos seleccionados.

En el método de ruleta o proporcional los individuos sobrevivientes son organizados en una distribución de porcentajes de seis porciones según el valor de su función objetivo como se muestra en la Figura 19, para luego, asignarle a cada porción de la distribución un valor de probabilidad, así:

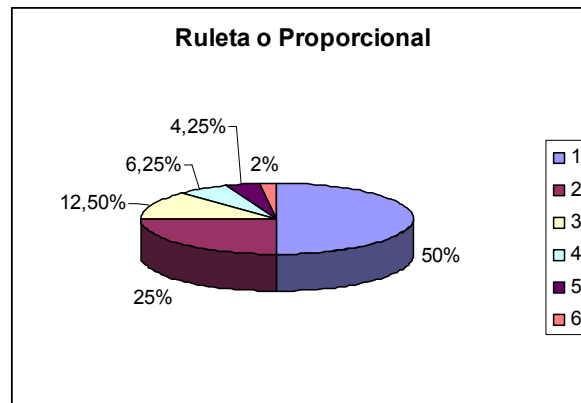


Figura 19. Valor de probabilidad en el método de ruleta.

Luego, se coloca a girar la ruleta, que análogamente significa generar aleatoriamente un número entre 0 y 100, el cual, mediante comparación, determina la porción de la distribución de porcentajes en que cayó la ruleta y los individuos que se encuentran en esa porción son agregados al conjunto de los individuos que son seleccionados. La ruleta se coloca a girar hasta que se complete la cantidad de individuos seleccionados y así poder garantizar una población constante a través de las generaciones.

La cantidad de individuos seleccionados corresponde al diez por ciento de la población inicial en cualquiera de los dos métodos.

4.4.7 REPRODUCCIÓN

La reproducción puede realizarse por cuatro métodos distintos, reproducción por filas, reproducción por columnas, reproducción por elementos y reproducción por producto de los elementos. Los individuos seleccionados serán los padres en

el proceso de reproducción y el número de hijos que resultan del proceso de reproducción corresponde al setenta y cinco por ciento de la población inicial.

En la reproducción por filas se escogen dos padres al azar, el hijo adquiere en su fila superior una de las dos filas del padre que es escogida al azar y en su fila inferior una de las dos filas de la madre que también es escogida al azar como se muestra en la Figura 20, repitiendo el proceso hasta completar la cantidad de hijos necesaria para mantener la población constante.

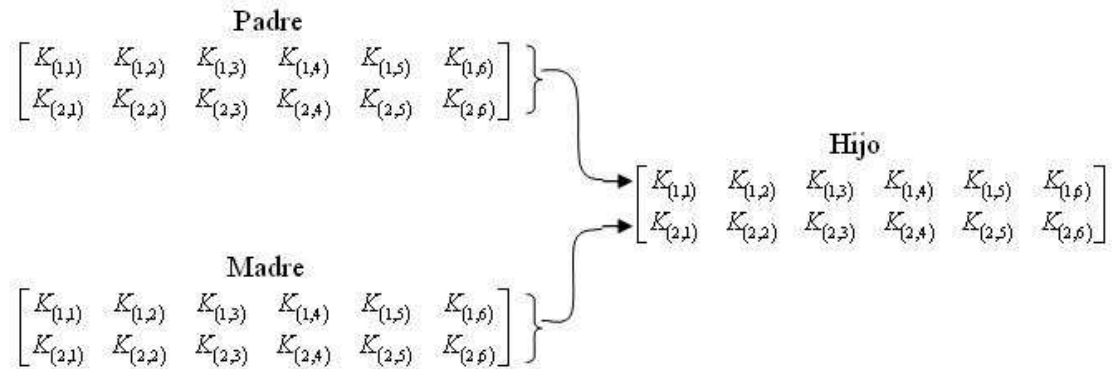


Figura 20. Reproducción por filas

En la reproducción por columnas se escogen dos padres al azar, el hijo adquiere en sus tres primeras columnas, tres columnas del padre escogidas al azar y en sus tres columnas restantes, tres columnas de la madre que también son escogidas al azar como se muestra en la Figura 21, repitiendo el proceso hasta completar la cantidad de hijos necesaria para mantener la población constante.

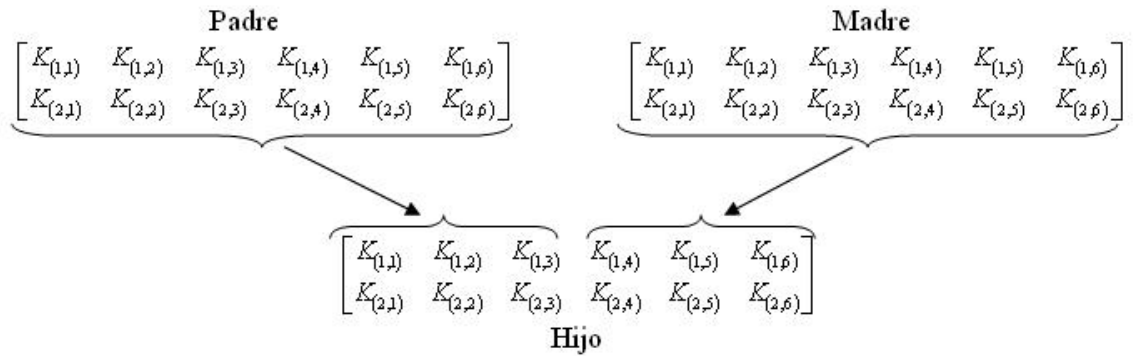


Figura 21. Reproducción por columnas

En la reproducción por elementos se escogen dos padres al azar, el hijo adquiere todos los genes del padre, luego se selecciona un gen del hijo al azar y se reemplaza por el gen de la madre que está en la misma posición como se muestra en la Figura 22, repitiendo el proceso hasta completar la cantidad de hijos necesaria para mantener la población constante.

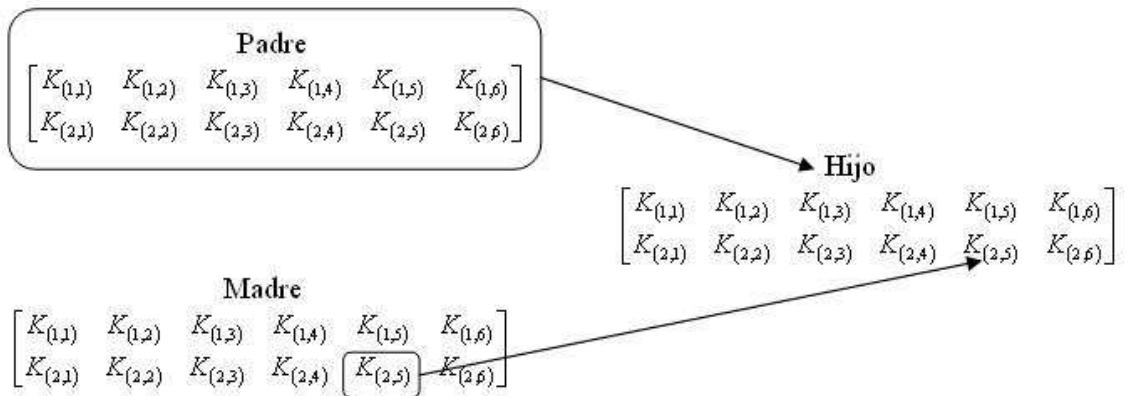


Figura 22. Reproducción por elementos

En la reproducción por producto de los elementos se escogen dos padres al azar, se multiplica el gen del padre que se encuentra en determinada posición por el gen de la madre que se encuentra en la misma posición y el resultado es adquirido por el hijo en la misma posición de los genes de los padres como se muestra en la Figura 23, repitiendo el proceso hasta completar la cantidad de

hijos necesaria para mantener la población constante. Este método de reproducción es equivalente a la multiplicación de elemento por elemento.

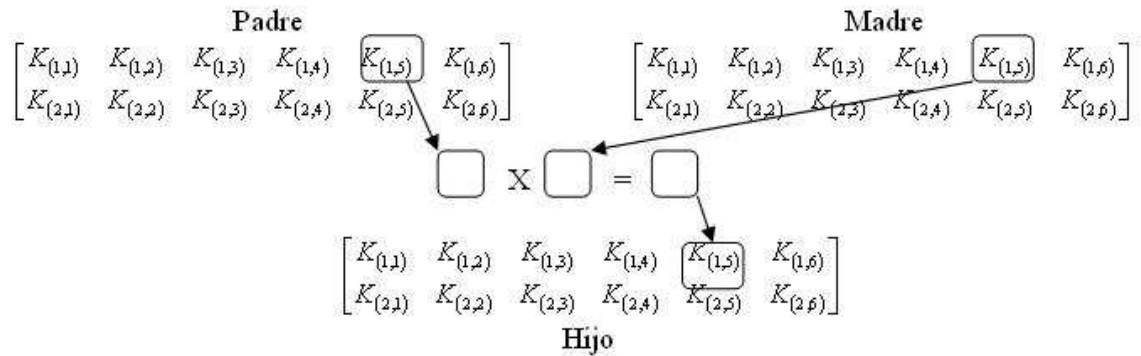


Figura 23. Reproducción por producto

4.4.8 MUTACIÓN

Para la etapa de mutación primero se concatenan los individuos que hasta el momento forman parte de la población que va a entrar a la siguiente generación, estos son, el veinte por ciento de la población inicial que sobrevivió a la etapa de evaluación, más el setenta y cinco por ciento que resultó de la etapa de reproducción, sumando así, el noventa y cinco por ciento de la población total que entrará a la etapa de mutación de donde saldrá el cinco por ciento restante. La mutación se puede realizar de dos formas, por mutación de signo o por mutación del elemento k-ésimo.

En la mutación de signo, se escoge un individuo al azar, se copia, luego se escoge un gen al azar del individuo copiado, y se le cambia el signo al gen escogido sin modificar su magnitud. Este individuo modificado es agregado al grupo de individuos mutados sin afectar al individuo original y se repite el proceso hasta que se complete el número de individuos mutados necesario para mantener una población constante.

En la mutación del elemento k-ésimo, se escoge un individuo al azar, se copia, luego se escoge un gen al azar del individuo copiado y se reemplaza por un valor aleatorio. Este individuo modificado es agregado al grupo de individuos mutados sin afectar al individuo original y se repite el proceso hasta que se complete el número de individuos mutados necesario para mantener una población constante.

El controlador seleccionado por el algoritmo genético va a ser el Kpocket de la última generación. En la Figura 24 se muestra un diagrama de flujo del algoritmo genético.

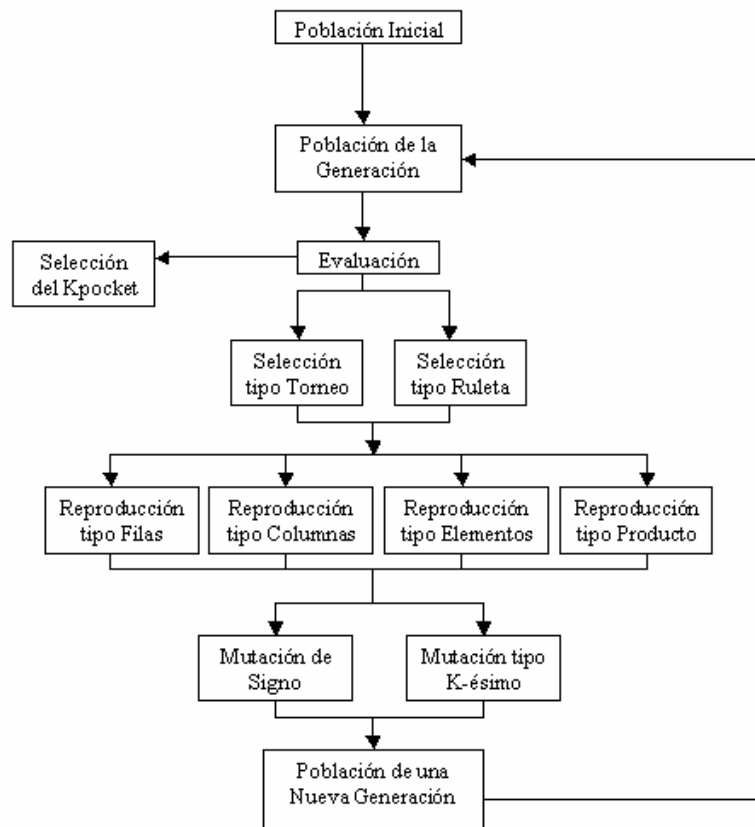


Figura 24. Diagrama de flujo del algoritmo genético

5 RESULTADOS Y ANÁLISIS

5.1 RESULTADOS OBTENIDOS CON LA IMPLEMENTACIÓN DEL MODELO COMPUTACIONAL

A continuación se presenta el desarrollo para validar el modelo matemático no lineal del helicóptero de dos grados de libertad. En este procedimiento se simula la respuesta a entrada paso del modelo no lineal implementado en el numeral 4.3.2 para compararla con la respuesta a entrada paso de los otros dos modelos desarrollados en los numerales 4.3.1 y 4.3.3, por último, se compara la respuesta a entrada paso del modelo no lineal con la respuesta a entrada paso real del helicóptero de pruebas de marca Quanser®.

5.1.1 RESPUESTA A ENTRADA PASO DE LOS TRES MODELOS IMPLEMENTADOS

En las siguientes gráficas se muestra la respuesta a entrada paso de los tres modelos implementados para hacer una validación del modelo no lineal con respecto a los otros dos, en ellas, la entrada de referencia es una secuencia que empieza en cero grados en los dos movimientos, después de diez segundos, la referencia del movimiento de *pitch* cambia a 25 grados positivos mientras la referencia del movimiento de *yaw* permanece constante, luego, en el segundo 20 la referencia del movimiento de *yaw* cambia a 90 grados positivos, en el segundo 30 la referencia del movimiento de *pitch* cambia a 25 grados negativos y por último en el segundo 40 la referencia del movimiento de *yaw* cambia a 90 grados negativos permaneciendo constante hasta el segundo 60, tiempo en el cual termina la simulación.

Las simulaciones se realizaron utilizando la matriz de realimentación de estados, k , que proporciona el fabricante del helicóptero, en cada una de las gráficas se indica la señal de referencia en color rojo y el valor medido (simulado) en azul (línea continua).

Modelo No Lineal

En la Figura 26 se muestra la respuesta a entrada paso en el movimiento de *pitch*, la cual presenta un porcentaje de sobrepico del 20% para entradas positivas o negativas y un tiempo de establecimiento de 5 segundos.

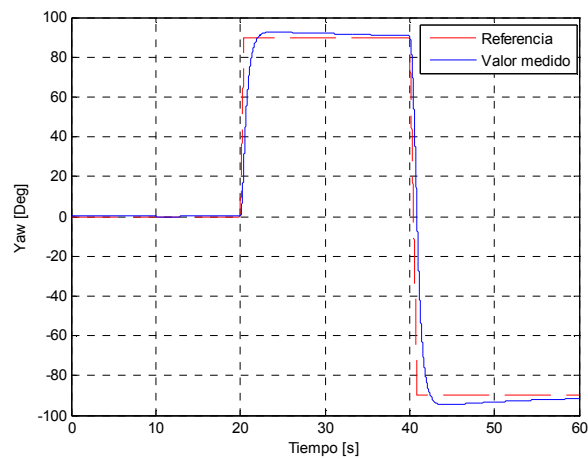


Figura 25. Respuesta a entrada paso en *yaw* del modelo no lineal

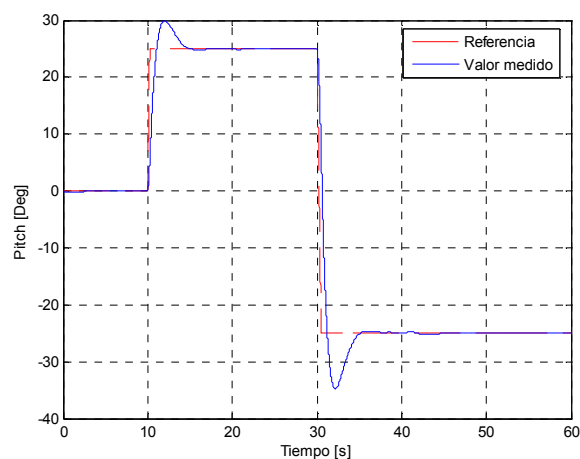


Figura 26. Respuesta a entrada paso en *pitch* del modelo no lineal

En la Figura 25 se muestra la respuesta a entrada paso en el movimiento de *yaw*, la cual presenta un porcentaje de sobrepico del 4.5% para entradas positivas o negativas y un tiempo de establecimiento mayor a 30 segundos.

En la Figura 27 y la Figura 28 se muestran los voltajes de los motores de *yaw* y de *pitch* respectivamente, correspondientes a las respuestas de entrada paso mostradas anteriormente.

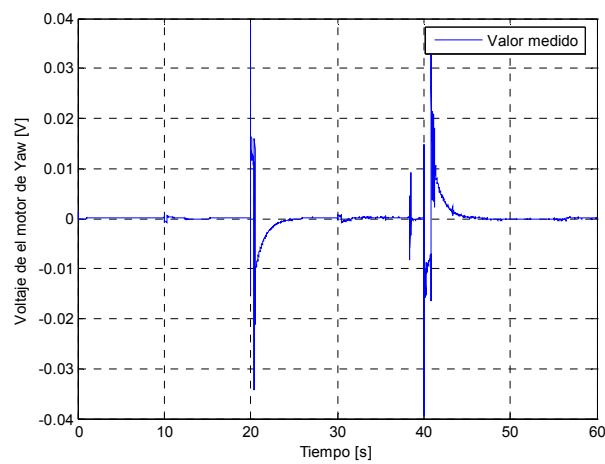


Figura 27. Voltaje en el motor de *yaw* del modelo no lineal

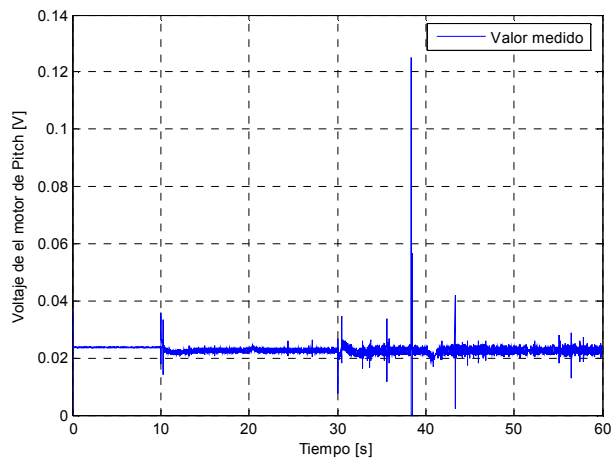


Figura 28. Voltaje en el motor de *pitch* del modelo no lineal

Modelo No Lineal Simplificado

En la Figura 29 y la Figura 30 se muestra la respuesta a entrada paso en el movimiento de *pitch* y de *yaw* respectivamente, sus trayectorias son similares a las presentadas en la Figura 25 y la Figura 26.

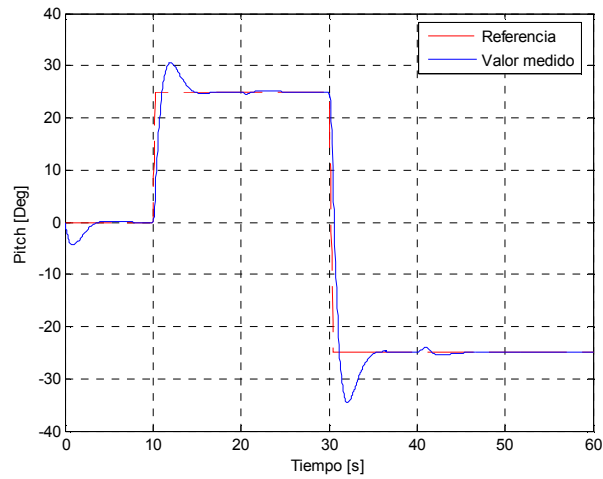


Figura 29. Respuesta a entrada paso en *pitch* del modelo no lineal simplificado

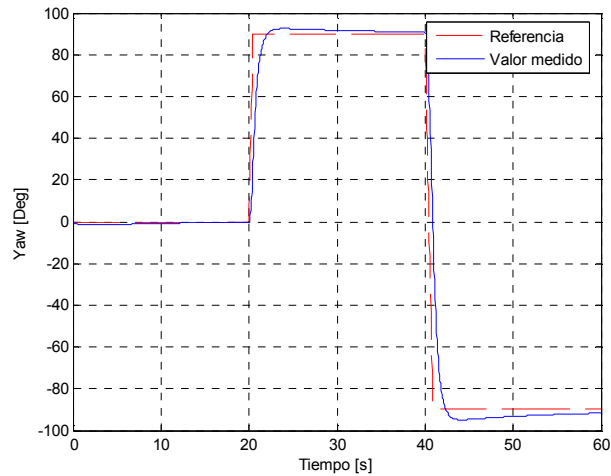


Figura 30. Respuesta a entrada paso en *yaw* del modelo no lineal simplificado

En la Figura 31 y la Figura 31 se muestran los voltajes de los motores de *yaw* y de *pitch* respectivamente, correspondientes a las respuestas de entrada paso mostradas anteriormente.

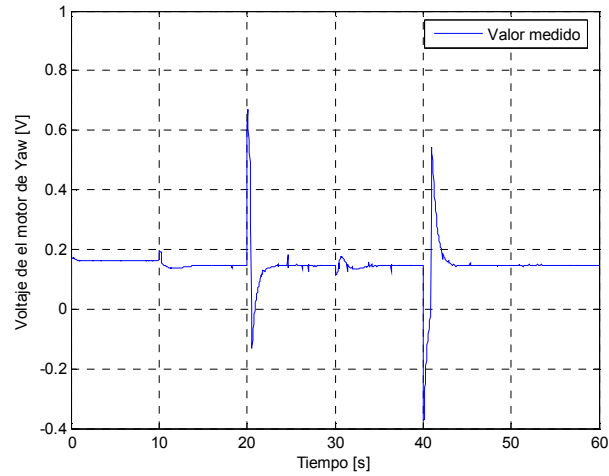


Figura 31. Voltaje en el motor de *yaw* del modelo no lineal simplificado

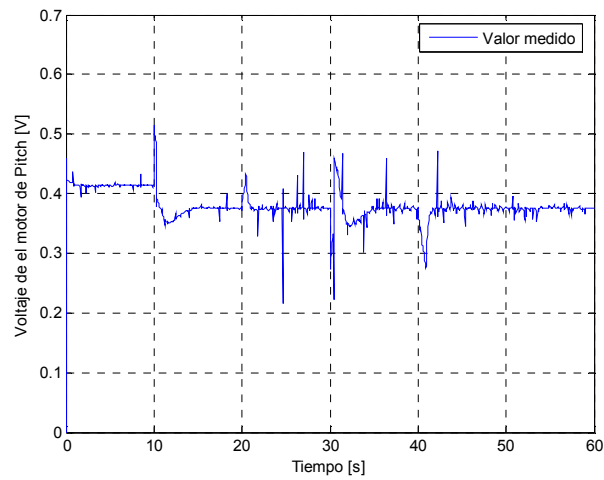


Figura 32. Voltaje en el motor de *pitch* del modelo no lineal simplificado

Modelo Lineal

En la Figura 33 y la Figura 34 se muestra la respuesta a entrada paso en el movimiento de *pitch* y de *yaw* respectivamente, sus trayectorias son similares a las presentadas en la Figura 25 y la Figura 26.

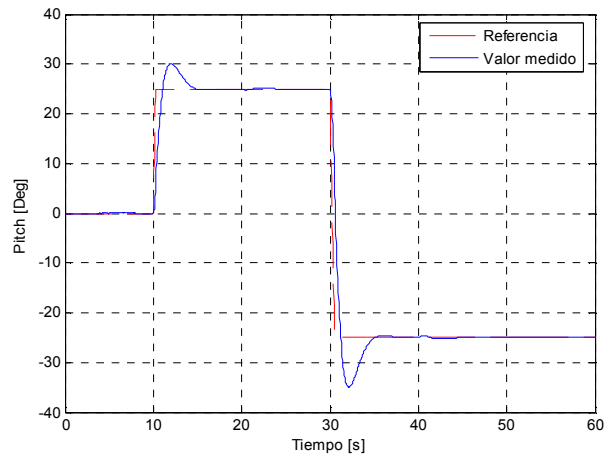


Figura 33. Respuesta a entrada paso en *pitch* del modelo lineal

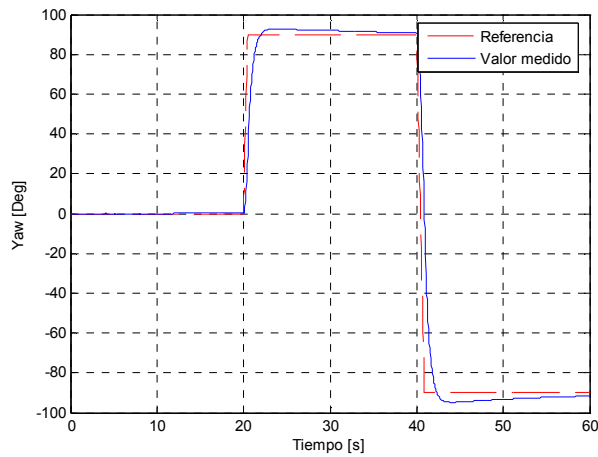


Figura 34. Respuesta a entrada paso en *yaw* del modelo lineal

En la Figura 35 y la Figura 36 se muestran los voltajes de los motores de *yaw* y de *pitch* respectivamente, correspondientes a las respuestas de entrada paso mostradas anteriormente.

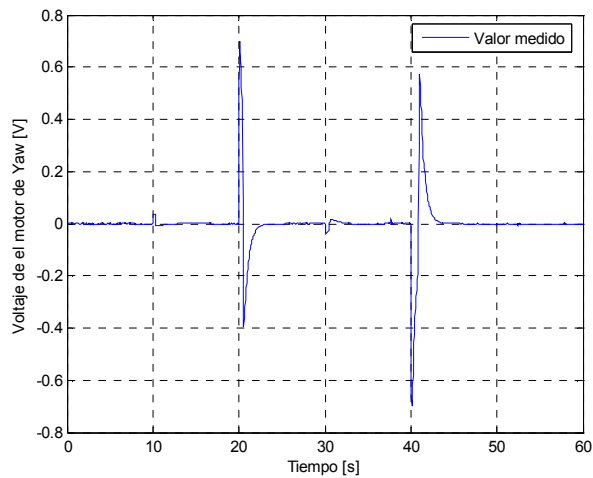


Figura 35. Voltaje en el motor de *yaw* del modelo lineal

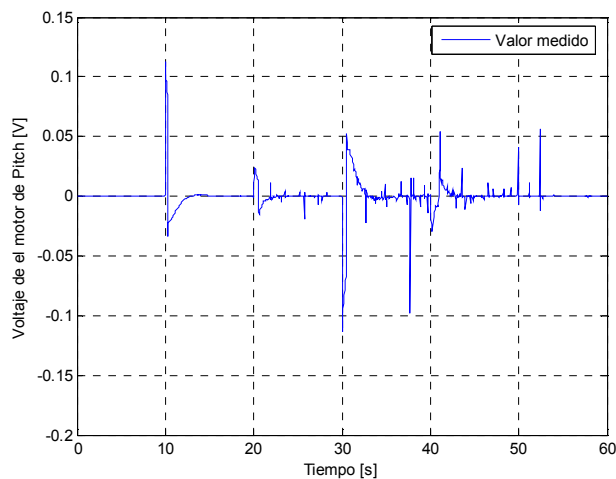


Figura 36. Voltaje en el motor de *pitch* del modelo lineal

A partir de las gráficas mostradas anteriormente se puede observar que los modelos no lineal y lineal no demuestran el acople existente en el movimiento contrario al que ocurrió el cambio de referencia, así mismo no se aprecia la caída que tendría la parte frontal del helicóptero cuando se suelta al empezar la simulación. Estos efectos comentados se pueden apreciar en la gráfica correspondiente al modelo no lineal simplificado en las que se ve una pequeña variación en el movimiento cuando actúa la referencia en el otro y se observa una pequeña caída de la parte frontal del helicóptero al comienzo de la simulación.

Las gráficas mostradas en el presente numeral indican que los modelos no lineal simplificado y no lineal tienen un comportamiento similar al que tiene el modelo lineal el cual fue tomado de las ecuaciones diferenciales dadas por el fabricante.

5.1.2 RESPUESTA A ENTRADA PASO DEL HELICÓPTERO DE PRUEBAS

En este numeral se valida el modelo no lineal con respecto a la respuesta a entrada paso del helicóptero de pruebas. Para esto, se establece como entrada de referencia para el helicóptero de Quanser® la misma secuencia establecida para la simulación obteniendo la respuesta a entrada paso en *pitch* y *yaw* que se observa en la Figura 37 y la Figura 38.

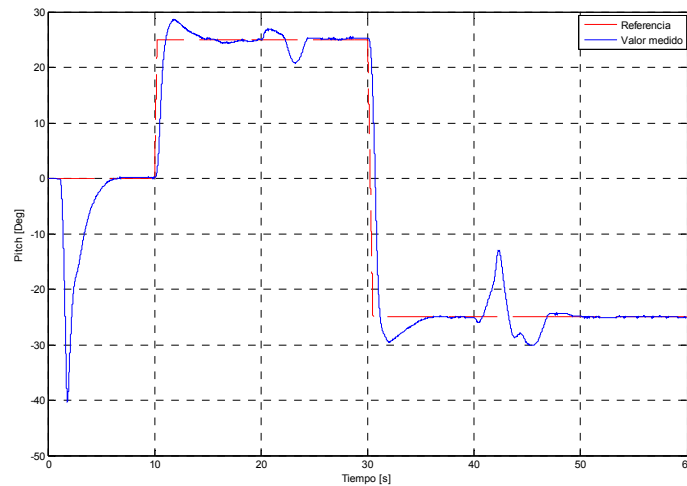


Figura 37. Respuesta a entrada paso en *pitch* sobre el helicóptero

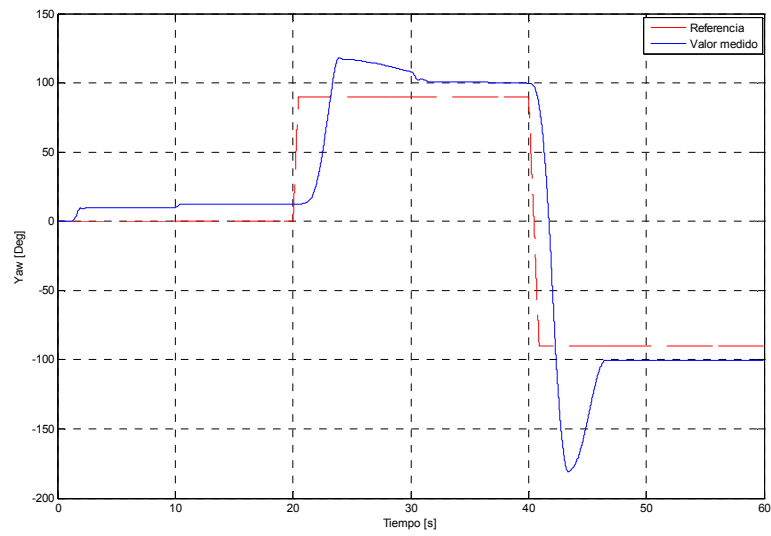


Figura 38. Respuesta a entrada paso en *yaw* sobre el helicóptero

En la Figura 39 y la Figura 40 se muestran los voltajes de los motores de *pitch* y de *yaw* respectivamente, correspondientes a las respuestas de entrada paso mostradas anteriormente.

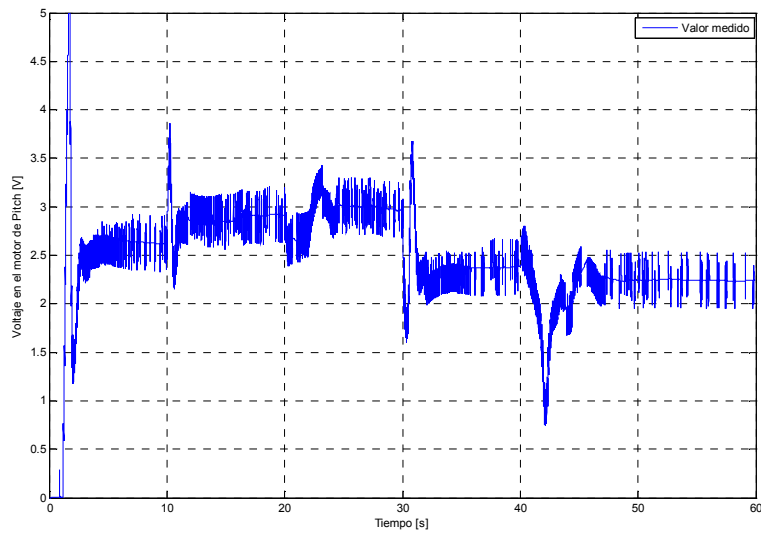


Figura 39. Voltaje en el motor de *pitch* sobre el helicóptero

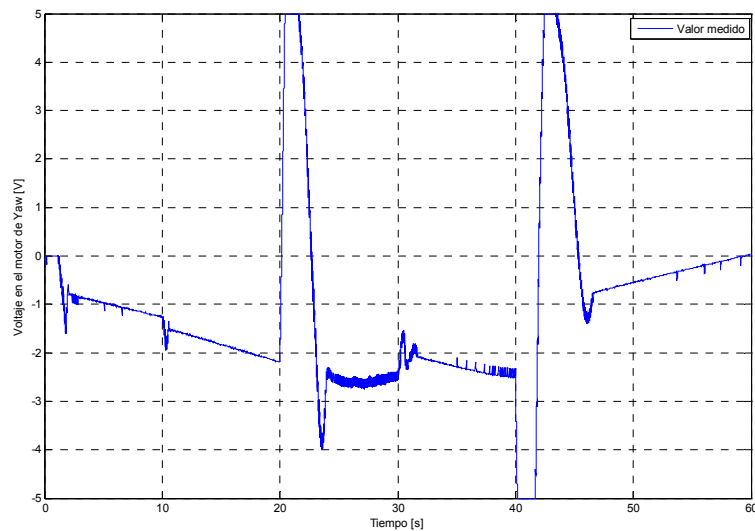


Figura 40. Voltaje en el motor de yaw sobre el helicóptero

Al comparar la respuesta del modelo no lineal y la respuesta del helicóptero de Quanser® se observa que existen muchas discrepancias entre las dos respuestas. Esto debido a que una de las constantes necesarias para la simulación (K_{mp} y K_{my}) no se puede obtener directamente de las especificaciones de la planta ni tampoco medirla directamente sobre el helicóptero. Como solución, el valor de esta constante se tomó de la referencia [8], presentando las discrepancias mencionadas anteriormente. Por esta razón se determinó una heurística para llegar a un valor aproximado de la constante y así, permitir que el modelo coincida con la planta Quanser®. A partir de esta modificación del modelo no lineal, se realizó de nuevo la simulación utilizando la matriz de realimentación dada por Quanser® indicada en la sección 3.5.3 y el resultado es analizado en la siguiente sección.

5.1.3 RESPUESTA A ENTRADA PASO DEL MODELO NO LINEAL MODIFICADO

Utilizando el método de heurística mencionando en la sección anterior se determinó que el valor de la constante K_{mp} y K_{my} es de $10^{-2.7} \left[\frac{N \cdot s^2}{rad^2} \right]$ y la respuesta a entrada paso del modelo no lineal con el nuevo valor de la constante modificada se observa en la Figura 41 y la Figura 42 para *pitch* y para *yaw* respectivamente.

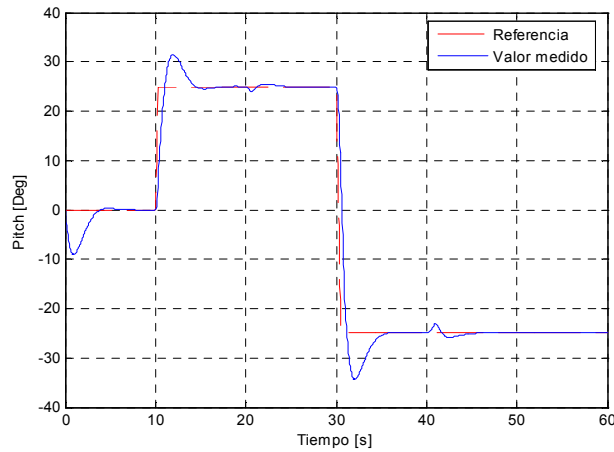


Figura 41. Respuesta a entrada paso en *pitch* del modelo no lineal modificado

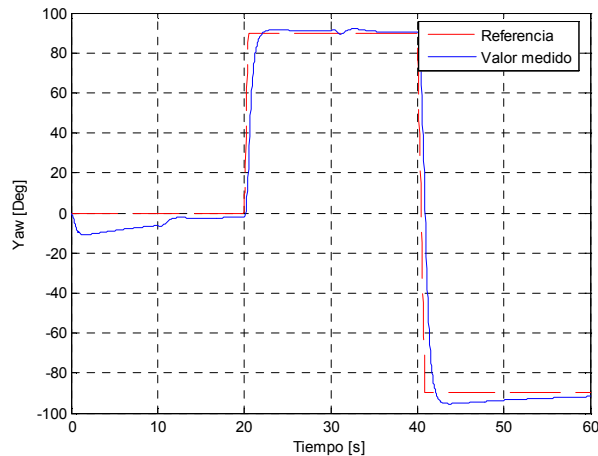


Figura 42. Respuesta a entrada paso en *yaw* del modelo no lineal modificado

En la Figura 43 y la Figura 44 se muestran los voltajes de los motores de *pitch* y de *yaw* respectivamente, correspondientes a las respuestas de entrada paso mostradas anteriormente.

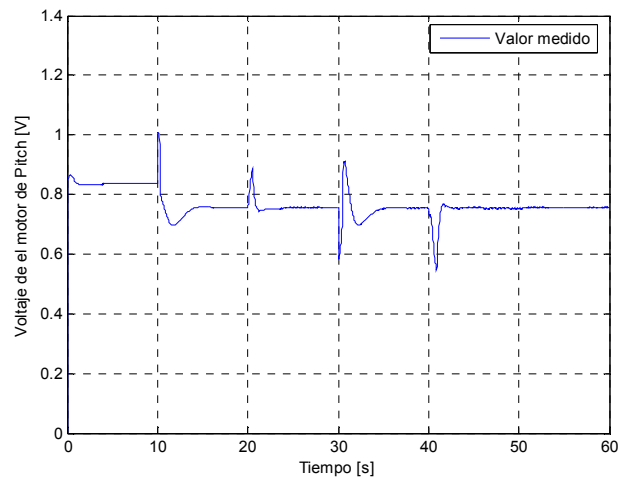


Figura 43. Voltaje en el motor de *pitch* del modelo no lineal modificado

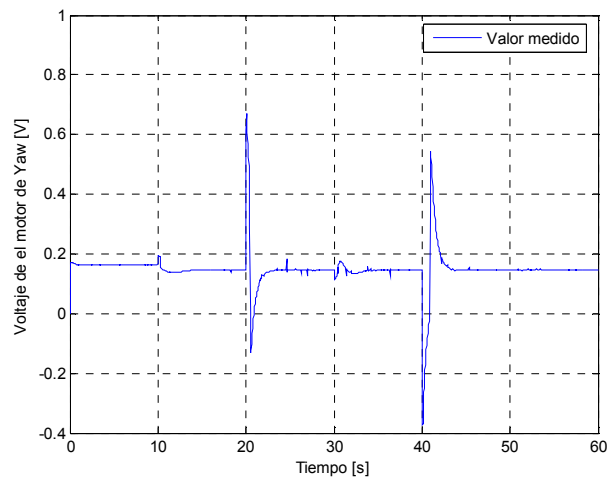


Figura 44. Voltaje en el motor de *yaw* del modelo no lineal modificado

Al analizar la respuesta del modelo no lineal con el nuevo valor de la constante K_{mp} y K_{my} se observa que tanto en *pitch* como en *yaw* es similar a la obtenida con el helicóptero de Quanser®, dando pie para asegurar que el modelo no lineal se aproxima a la planta real.

5.1.4 RESPUESTA A ENTRADA PASO DEL MODELO NO LINEAL CON LAS DIFERENTES MATRICES K HALLADAS UTILIZANDO EL ALGORITMO GENÉTICO.

En esta etapa utilizamos los algoritmos genéticos para encontrar una matriz k para el modelo no lineal. La configuración utilizada para correr los algoritmos se escogió al azar debido a que todavía no se ha realizado una evaluación de los parámetros del algoritmo, siendo estas constantes para todas las pruebas y simulaciones que se realizan a continuación. Estas pruebas se realizaron utilizando el modelo de la sección 4.3.2, en ellas se varían los parámetros de simulación los cuales son explicados en cada prueba.

La configuración del algoritmo genético utilizado en las pruebas siguientes es:

Selección : Torneo

Reproducción : Producto

Mutación : MutacionK

Prueba 1

El algoritmo es flexible ante variaciones del numero de generaciones para evolucionar y la población inicial de controladores. Dependiendo de la prueba que se realice estos parámetros pueden variar, en la prueba 1 los parámetros utilizados son:

Generaciones = 5

Población = 100

A continuación se definen los valores máximos permitidos de los parámetros de evaluación en cada generación. Para estas pruebas se usaron como parámetros de

evaluación el IAE del error en la posición de *pitch* y *yaw*, el IAE de los voltajes en los motores y el porcentaje de sobrepico de ambos movimientos. A partir de estos se definió la función de optimización que es la suma de todos los parámetros escalizados a un valor máximo permitido.

$$\text{IAE_Pch_Opt} = 120$$

$$\text{IAE_yaw_Opt} = 120$$

$$\text{IAE_V1_Opt} = 10$$

$$\text{IAE_V2_Opt} = 10$$

$$\text{OS_Pch_Opt} = 5$$

$$\text{OS_yaw_Opt} = 5$$

$$\text{Suma_optimal} = 6$$

El resultado de ejecutar el algoritmo es la matriz K de realimentación de estados que permite obtener la respuesta a entrada paso deseada sobre el sistema.

$$K = \begin{bmatrix} 0.9218 & -0.7382 & 0.1763 & -0.4057 & 0.9355 & -0.9169 \\ 0.4103 & 0.8936 & 0.0579 & 0.3529 & 0.8132 & 0.0099 \end{bmatrix}$$

En la Figura 45 y la Figura 46 se muestra la respuesta a entrada paso en *yaw* y *pitch* respectivamente.

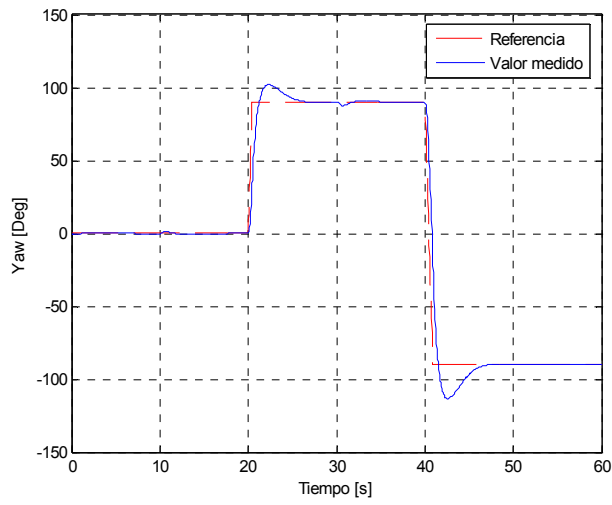


Figura 45. Respuesta a entrada paso en *yaw* (prueba 1)

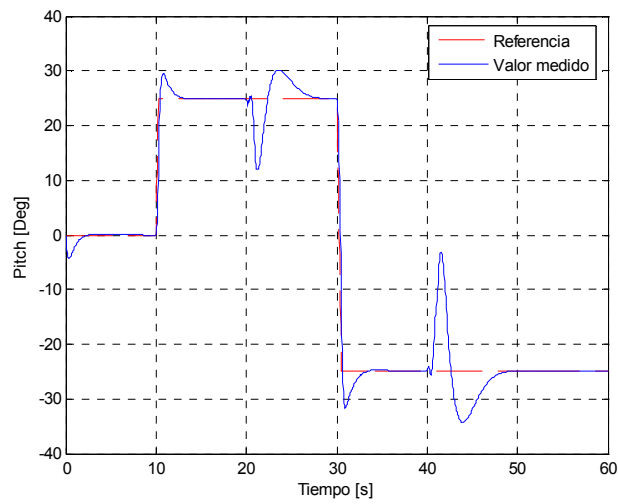


Figura 46. Respuesta a entrada paso en *pitch* (prueba 1)

En la Figura 47 y la Figura 48 se muestran los voltajes en cada uno de los motores correspondientes a las respuestas a entrada paso anteriores.

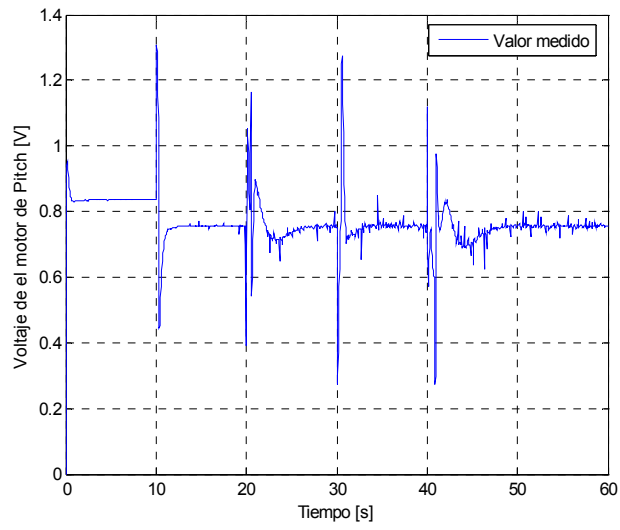


Figura 47. Voltaje en el motor de *pitch* (prueba 1)

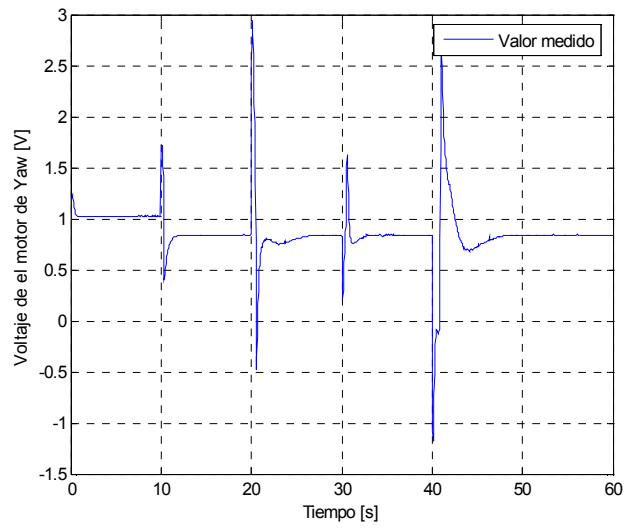


Figura 48. Voltaje en el motor de *yaw* (prueba 1)

Prueba 2

Generaciones = 30

Población = 100

IAE_Pch_Opt = 80

IAE_Yaw_Opt = 80

IAE_V1_Opt = 6

IAE_V2_Opt = 6

OS_Pch_Opt = 5

OS_Yaw_Opt = 5

Suma_optimal = 6

$$K = \begin{bmatrix} 0.4052 & -0.1285 & 0.1263 & -0.0094 & 0.0250 & -0.0039 \\ 0.0909 & 0.9285 & 0.0421 & 0.0644 & 0.0338 & 0.0776 \end{bmatrix}$$

En la Figura 49 y la Figura 50 se muestran la respuesta a entrada paso en *pitch* y *yaw* respectivamente.

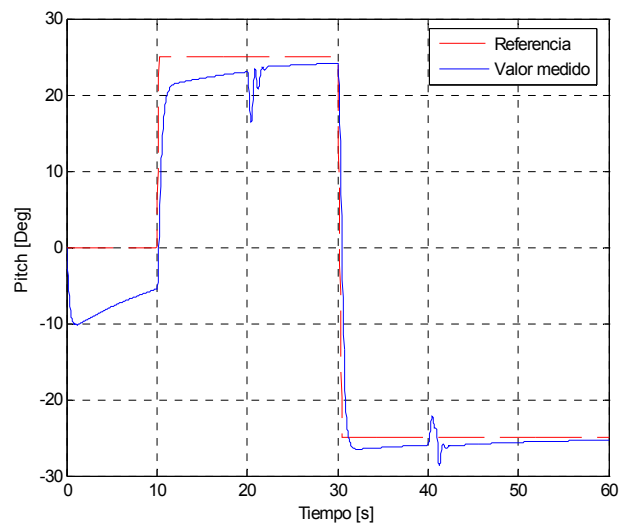


Figura 49. Respuesta a entrada paso en *pitch* (prueba 2)

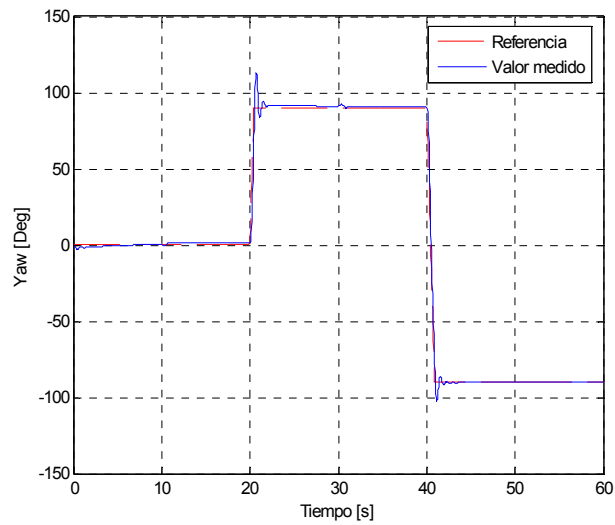


Figura 50. Respuesta a entrada paso en yaw (prueba 2)

En la Figura 51 y la Figura 52 se muestran los voltajes en cada uno de los motores correspondientes a las respuestas a entrada paso anteriores.

En la Figura 46 se puede observar que la respuesta del sistema tiene un sobrepico considerable en el movimiento de *pitch* cuando actúa la referencia de *yaw*, sin embargo el tiempo de establecimiento en las respuestas correspondientes a los dos movimientos es pequeño.

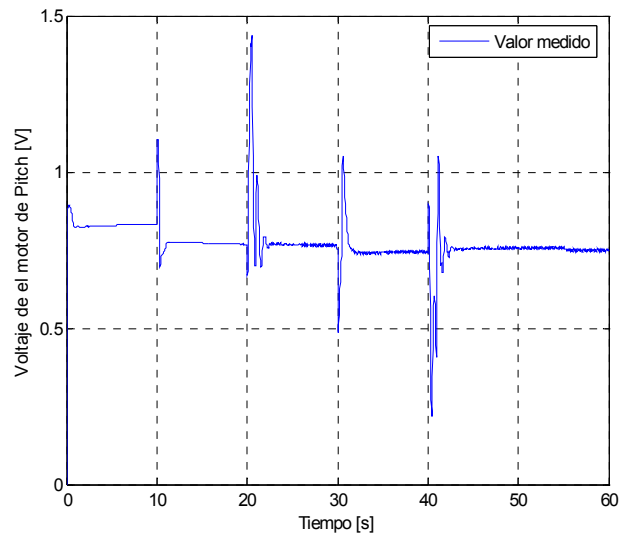


Figura 51. Voltaje en el motor de *pitch* (prueba 2)

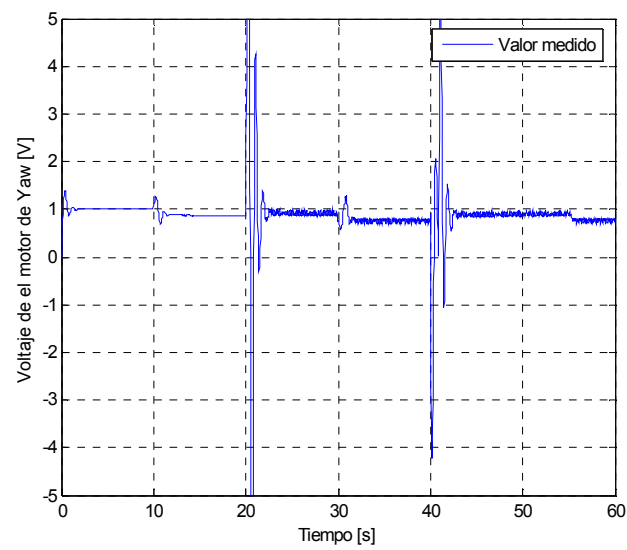


Figura 52. Voltaje en el motor de *yaw* (prueba 2)

En la Figura 49 el controlador resultante produjo una respuesta del sistema bastante lenta en llegar al valor final y de nuevo aparece el sobrepico en el movimiento de *pitch* cuando actúa la referencia de *yaw*.

5.1.5 RESPUESTA A ENTRADA PASO DEL HELICÓPTERO CON LAS MATRICES K HALLADAS EN EL PUNTO ANTERIOR.

Al encontrar un conjunto de controladores que según la simulación van a permitir que el sistema tenga la respuesta deseada, se procede a validar los mismos sobre el helicóptero de Quanser®, obteniendo las siguientes respuestas que están relacionadas con las pruebas realizadas en el numeral anterior. Esto permite tener un criterio de comparación entre la simulación y la respuesta sobre el helicóptero.

Prueba 1

En la Figura 53 y la Figura 54, se muestra la respuesta a entrada paso en *pitch* y *yaw* sobre el helicóptero correspondiente a la K obtenida en la prueba 1 del numeral anterior. Esta respuesta es completamente inestable en sus dos movimientos.

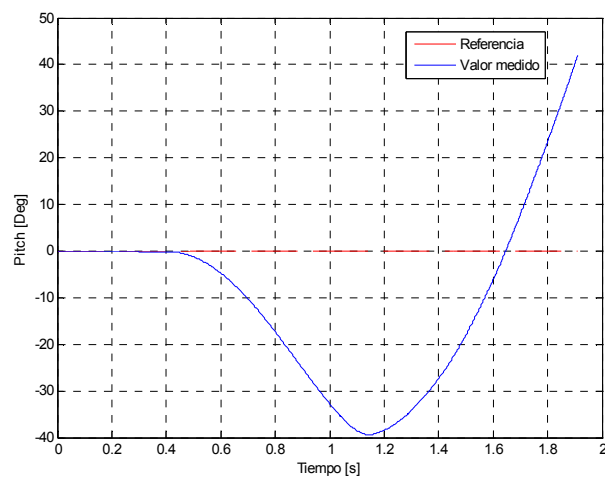


Figura 53. Respuesta a entrada paso en *pitch* del helicóptero (prueba 1)

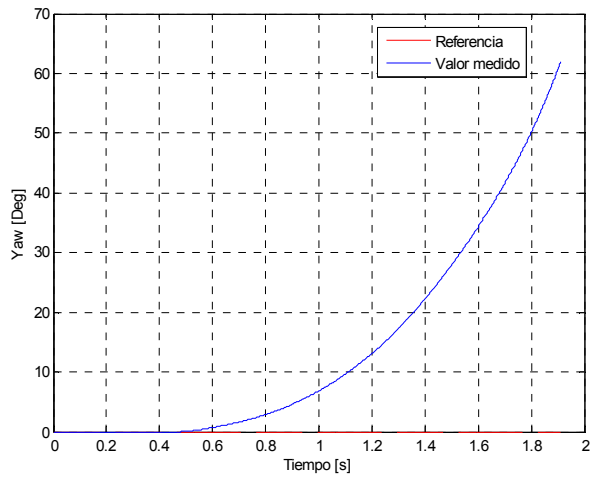


Figura 54. Respuesta a entrada paso en yaw del helicóptero (prueba 1)

En la Figura 55 y la Figura 56 se muestran los voltajes en cada uno de los motores correspondientes a las respuestas a entrada paso anteriores, en ellas se puede ver la relación directa entre el voltaje máximo del motor de *pitch* y la inestabilidad en el respectivo movimiento mostrado en la Figura 53.

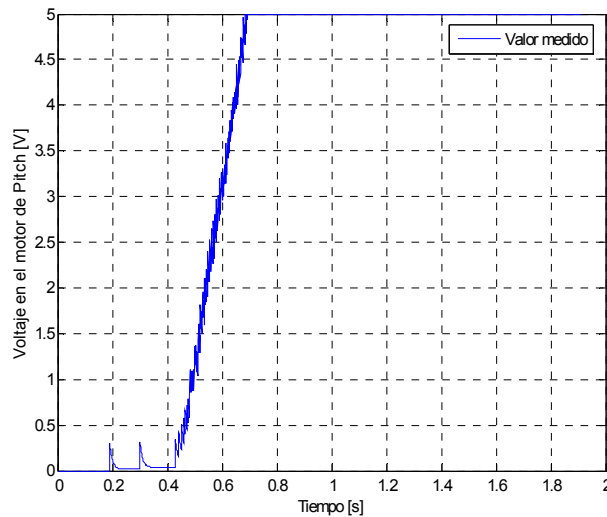


Figura 55. Voltaje en el motor de pitch del helicóptero (prueba 1)

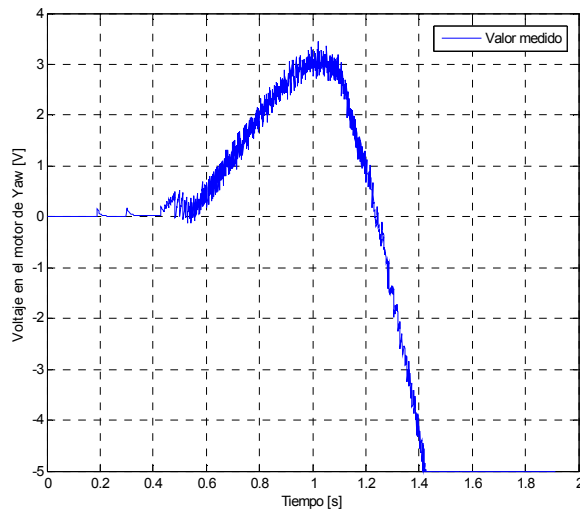


Figura 56. Voltaje en el motor de *yaw* del helicóptero (prueba 1)

Prueba 2

En la Figura 57 y la Figura 58 se muestra la respuesta a entrada paso en *yaw* y *pitch* sobre el helicóptero correspondiente a la *K* obtenida en la prueba 2 del numeral anterior. Esta prueba presentó inestabilidad en el movimiento de *yaw* y error en estado estable en *pitch*.

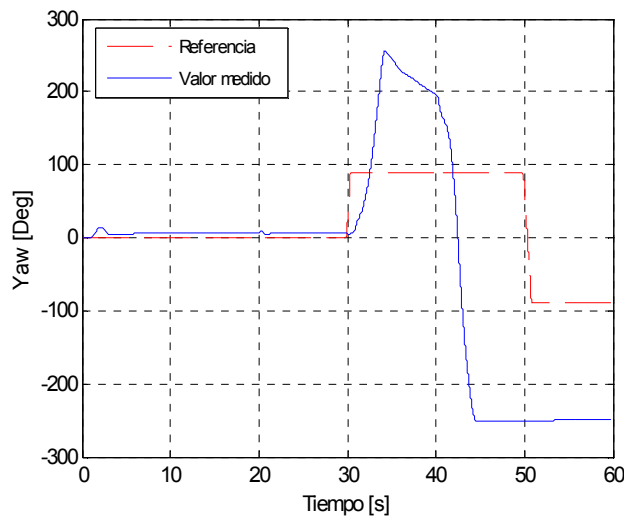


Figura 57. Respuesta a entrada paso en *yaw* del helicóptero (prueba 2)

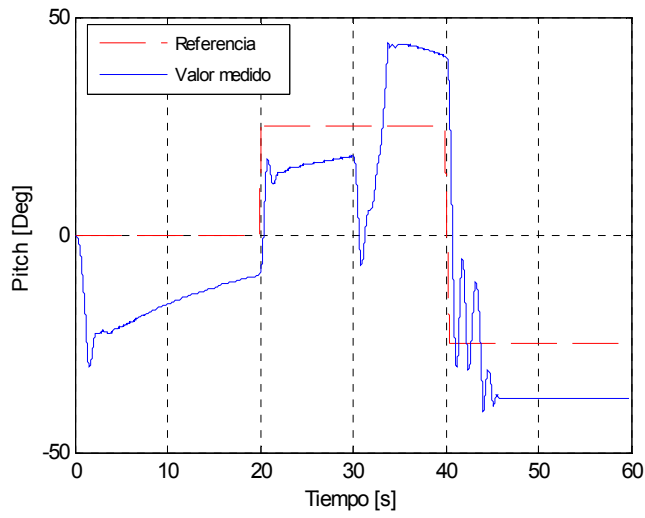


Figura 58. Respuesta a entrada paso en *pitch* del helicóptero (prueba 2)

En la Figura 59 y la Figura 60 se muestran los voltajes en cada uno de los motores correspondientes a las respuestas a entrada paso anteriores.

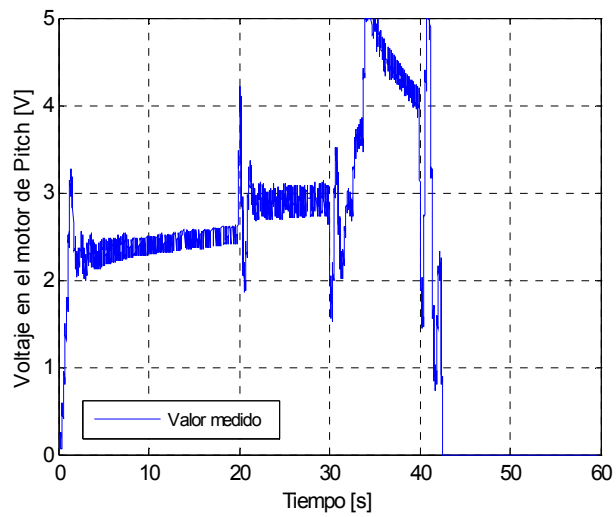


Figura 59. Voltaje en el motor de *pitch* del helicóptero (prueba 2)

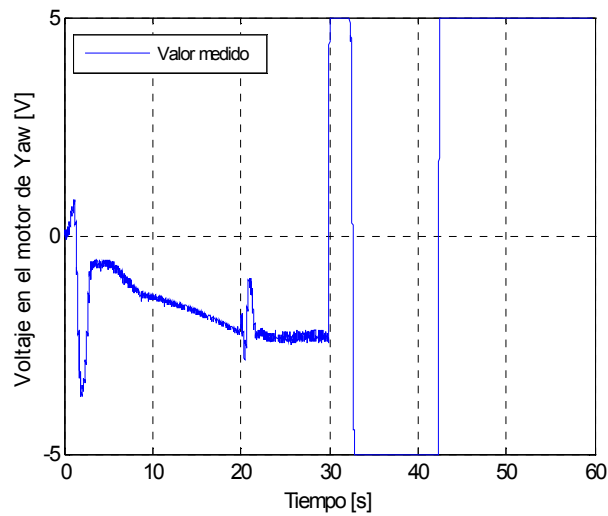


Figura 60. Voltaje en el motor de yaw del helicóptero (prueba 2)

Comparando la respuesta del modelo no lineal y la respuesta del helicóptero de Quanser® de las dos pruebas anteriores, se puede intuir que existe un acople excesivo en la malla de realimentación. Para confirmar o desechar el enunciado anterior, se realiza una prueba sobre el helicóptero de Quanser® sin entrada de referencia y en estado estable. La prueba consiste en introducir un disturbio en *pitch* y evaluar su influencia en el voltaje del motor de *yaw* y el mismo procedimiento pero introduciendo el disturbio en *yaw*.

En la Figura 61, Figura 62, Figura 63 y Figura 64 se muestra la respuesta frente a disturbios que pretende mostrar el exceso de acople existente en la malla de control como se mencionó anteriormente. Primero actúa un disturbio negativo en *pitch* en el segundo 17 (Figura 61), como es de esperarse el motor de *pitch* aumenta su voltaje en el mismo segundo y en la misma proporción con que se aleja de su referencia (Figura 63). Sin embargo, desde el segundo 17 y hasta 5 segundos después (Figura 64), el voltaje del motor de *yaw* aumenta para corregir

un supuesto error de posición que en realidad es muy pequeño para hacer una corrección tan grande (Figura 62).

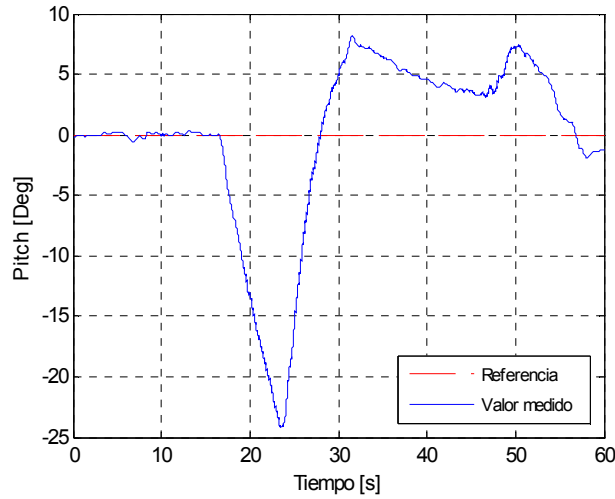


Figura 61. Respuesta a entrada paso en *pitch* frente a disturbios

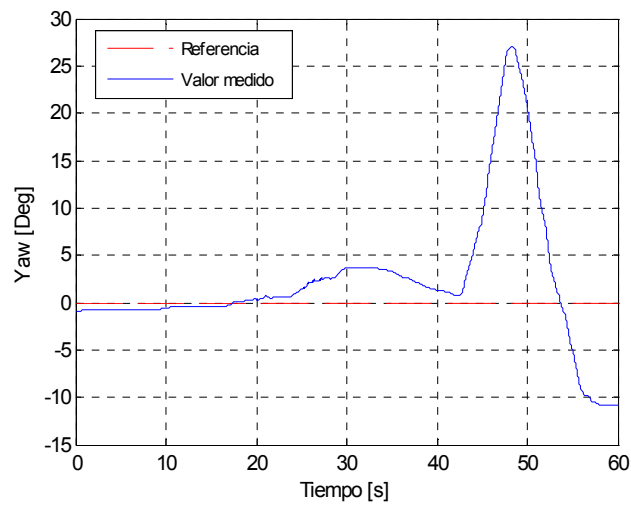


Figura 62. Respuesta a entrada paso en *yaw* frente a disturbios

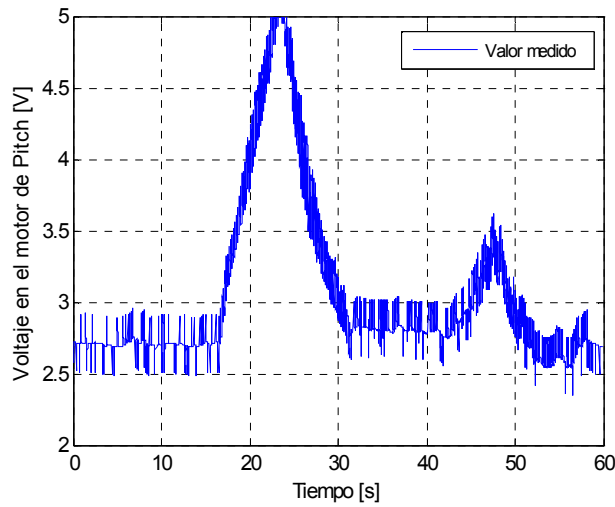


Figura 63. Voltaje en el motor de *pitch* frente a disturbios

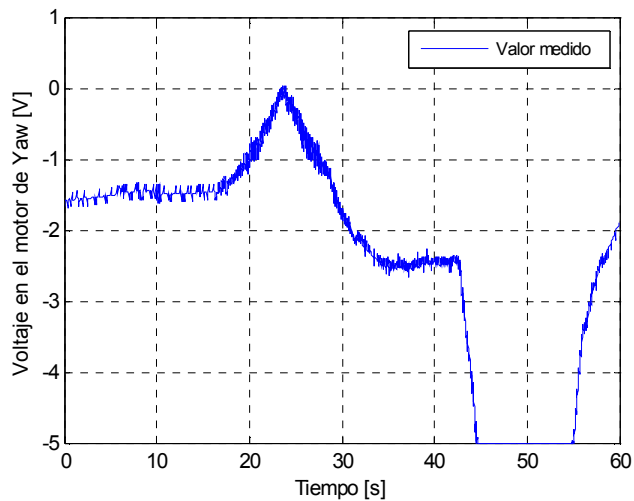


Figura 64. Voltaje en el motor de *yaw* frente a disturbios

5.1.6 COMPARACIÓN DE LAS DOS RESPUESTAS 5.1.4 Y 5.1.5. ANÁLISIS DE RESULTADOS.

En el numeral 5.1.4 se llegaron a diferentes matrices K de controladores que en la respuesta de simulación eran completamente estables, pero al validar estos controladores sobre el helicóptero se observó una inestabilidad en el sistema y excesivo acople entre los dos movimientos *pitch* y *yaw*. Después de un

minucioso análisis de las respuestas se llegó a la conclusión que la malla de control estaba demasiado acoplada entre sus dos variables y esto provocaba una inestabilidad en el movimiento. La solución que se le dio al problema fue desacoplar el controlador, resultando en dos mallas de control independientes, una para cada variable que describe el movimiento del helicóptero.

5.1.7 RESPUESTA A ENTRADA PASO DEL MODELO NO LINEAL CON UNA MATRIZ K HALLADA UTILIZANDO EL ALGORITMO GENÉTICO Y EL CONTROLADOR DESACOPLADO

Como resultado del análisis presentado anteriormente, se decidió desacoplar el controlador para estabilizar la respuesta del sistema, este controlador fue implementado en Simulink® y se encuentra en el anexo 8.3.1. Los resultados de esta implementación se muestran en las siguientes pruebas realizadas utilizando el algoritmo genético sobre el modelo no lineal con el controlador desacoplado.

Prueba 3

Generaciones = 30;

Población = 100;

IAE_Pch_Opt = 80;

IAE_Yaw_Opt = 80;

IAE_V1_Opt = 6;

IAE_V2_Opt = 6;

OS_Pch_Opt = 5;

OS_Yaw_Opt = 5;

Suma_optimal = 6;

$$K = \begin{bmatrix} 0.7837 & -0.3132 & 0.7201 & -0.9103 & 0.0542 & -0.8912 \\ 0.5033 & 0.6858 & 0.9395 & 0.3349 & 0.0696 & 0.1114 \end{bmatrix}$$

En la Figura 65 y la Figura 66 se muestra la respuesta a entrada paso en *yaw* y *pitch*, en ella se observan respuestas un poco más lentas, con sobrepico del 10% en el movimiento de *yaw*, con tiempos de estabilización mayores a 10s y lo más importante es la poca influencia del acople del sistema.

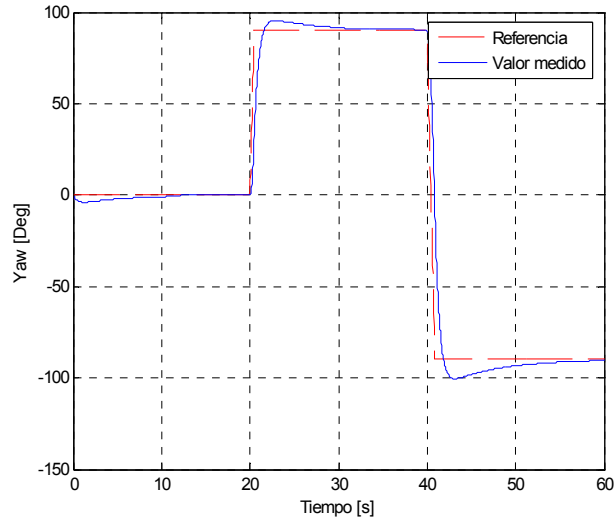


Figura 65. Respuesta a entrada paso en *yaw* (prueba 3)

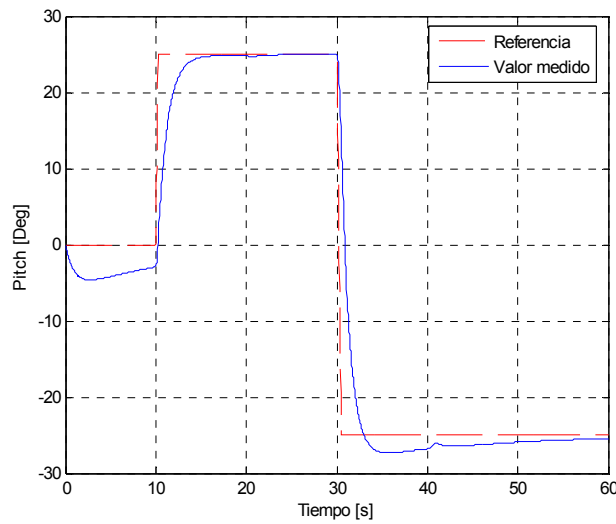


Figura 66. Respuesta a entrada paso en *pitch* (prueba 3)

En la Figura 67 y la Figura 68 se muestran los voltajes en cada uno de los motores correspondientes a las respuestas a entrada paso anteriores, en estas

gráficas se puede apreciar la disminución en el acople del sistema debido a los pequeños cambios de voltaje que aparecen cuando actúa la referencia del otro movimiento, al mismo tiempo se observa que los cambios de voltaje en el motor de *pitch* no son grandes, lo cual concuerda con una respuesta más lenta.

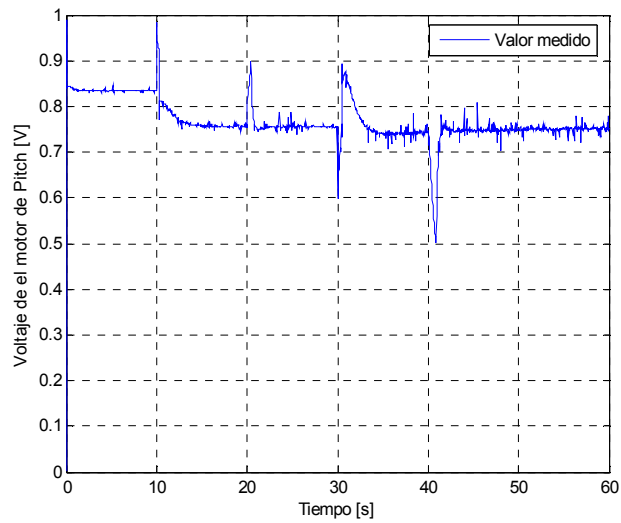


Figura 67. Voltaje en el motor de *pitch* (prueba 3)

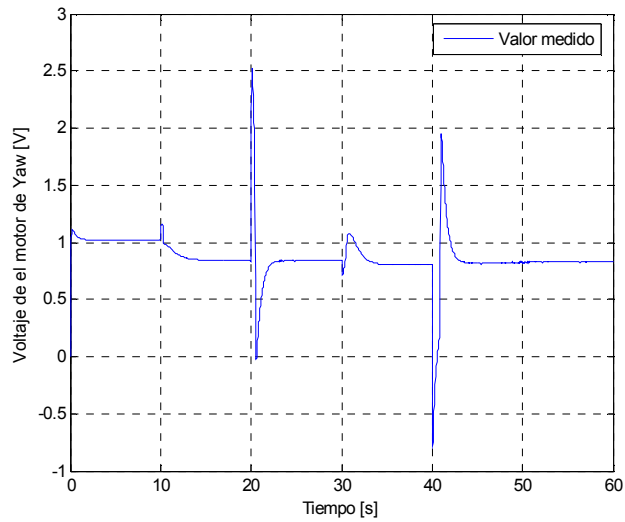


Figura 68. Voltaje en el motor de *yaw* (prueba 3)

5.1.8 RESPUESTA A ENTRADA PASO DEL HELICÓPTERO CON LA MATRIZ K HALLADA EN EL PUNTO ANTERIOR CON EL CONTROLADOR DESACOPLADO.

A continuación, se realizan las pruebas correspondientes al helicóptero utilizando el controlador desacoplado y la matriz encontrada en el punto anterior utilizando el algoritmo genético. Los resultados obtenidos en esta sección son para analizar el tipo de controlador que se debe implementar en la malla de realimentación para que el sistema sea estable.

Prueba 3

En la Figura 69 y la Figura 70 se muestra la respuesta a entrada paso en *pitch* y *yaw* sobre el helicóptero correspondiente a la K obtenida en la prueba 3 de la sección anterior.

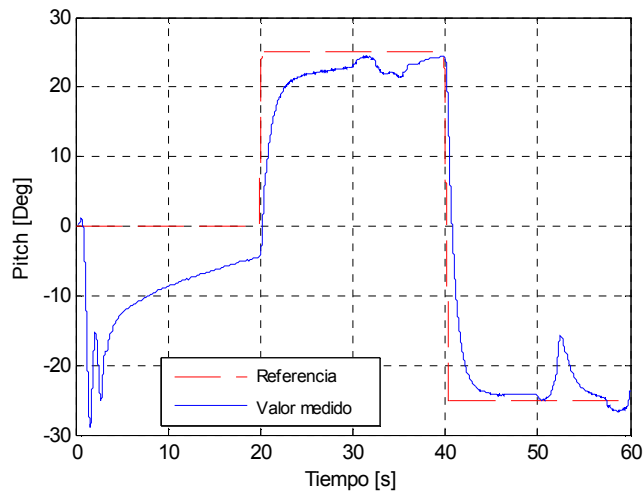


Figura 69. Respuesta a entrada paso en *pitch* sobre el helicóptero (prueba 3)

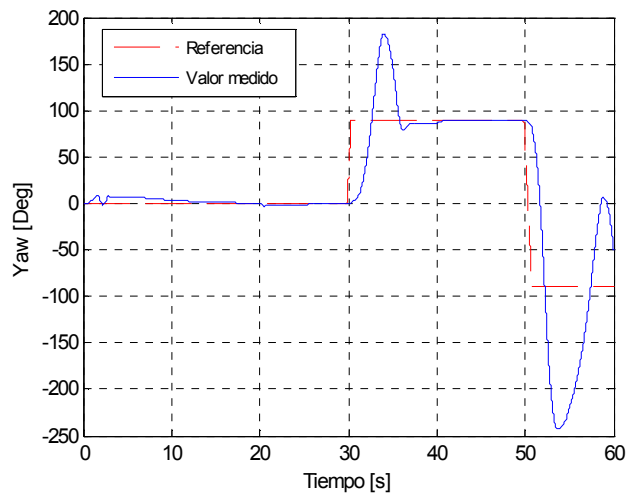


Figura 70. Respuesta a entrada paso en yaw sobre el helicóptero (prueba 3)

Se observa que el sistema tiene una mejor respuesta a la obtenida con el controlador acoplado y esto es debido a que en la simulación la respuesta es más lenta que la obtenida con controladores acoplados. De esto se puede intuir que la inercia de las hélices que debe ser vencida por los motores influye en el comportamiento de respuestas muy rápidas. El único inconveniente que presenta esta respuesta es un sobrepico muy alto en la respuesta de yaw.

En la Figura 71 y la Figura 72 se muestran los voltajes en cada uno de los motores correspondientes a las respuestas a entrada paso anteriores.

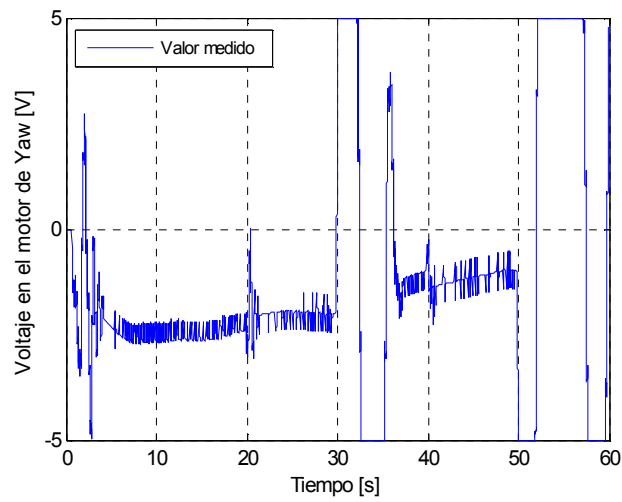


Figura 71. Voltaje en el motor de *yaw* sobre el helicóptero (prueba 3)

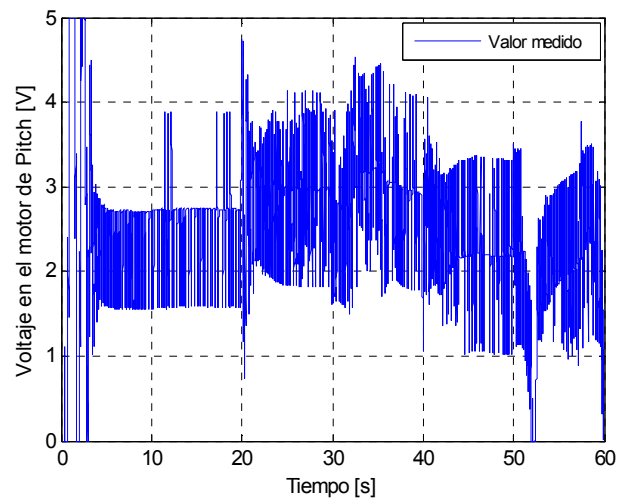


Figura 72. Voltaje en el motor de *pitch* sobre el helicóptero (prueba 3)

En la figura 72 se observa que el voltaje en el motor de *pitch* presenta unas variaciones constantes y de magnitud considerable debido a la restricción impuesta en el sistema sobre el consumo de energía, representado en los índices de desempeño.

5.1.9 RESPUESTA A ENTRADA PASO DEL MODELO NO LINEAL CON RETARDO DE LOS MOTORES UTILIZANDO EL ALGORITMO GENÉTICO.

Utilizando el análisis realizado en la sección anterior, se decidió agregar al modelo no lineal el efecto de la inercia del rotor acoplado con la hélice, este efecto fue modelado como un sistema de primer orden con un polo en 11rad/s para el motor de *pitch* y con un polo en 5rad/s para el motor de *yaw* los cuales fueron agregados al modelo de la sección 4.3.2. Utilizando el algoritmo genético se halló una matriz K de realimentación de estados con los siguientes parámetros de simulación:

Prueba 4

Generaciones = 30

Población = 100

IAE_Pch_Opt = 70

IAE_Yaw_Opt = 70

IAE_V1_Opt = 6

IAE_V2_Opt = 6

OS_Pch_Opt = 3

OS_Yaw_Opt = 3

Suma_optimal = 6

$$K = \begin{bmatrix} 0.9954 & -0.5495 & 0.8667 & -0.1658 & 0.0707 & -0.9094 \\ 0.4386 & 0.5703 & 0.0904 & 0.5726 & 0.1953 & 0.0257 \end{bmatrix}$$

En la Figura 73 y la Figura 74 se muestra la respuesta a entrada paso en *yaw* y *pitch*, en la cual se observan tiempos de establecimientos más lentos, porcentajes de sobrepico cercanos a cero y un mínimo error en estado estable.

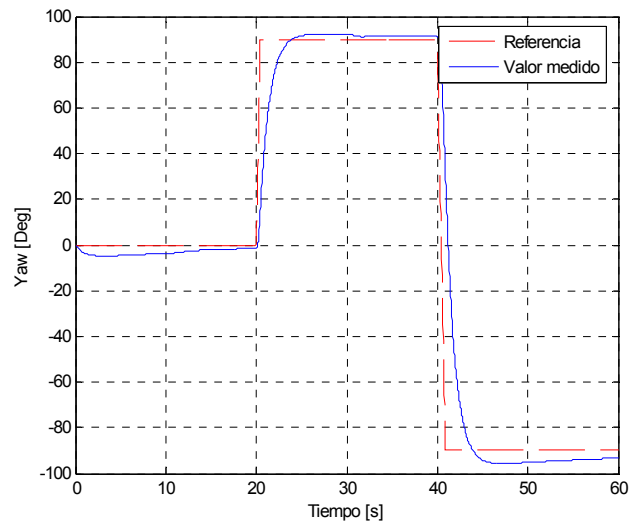


Figura 73. Respuesta a entrada paso en yaw (prueba 4)

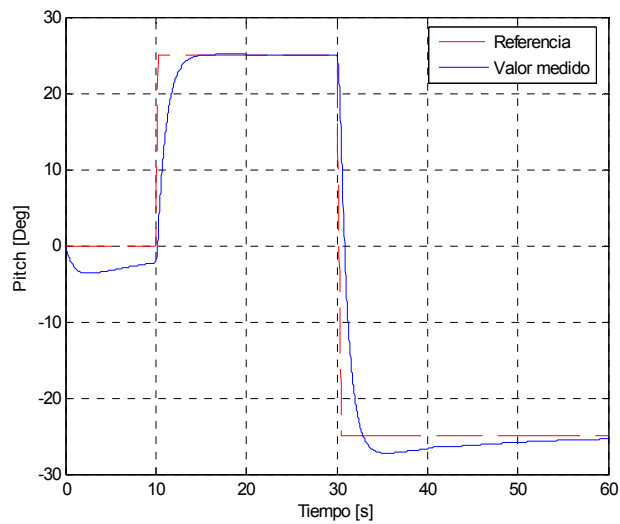


Figura 74. Respuesta a entrada paso en pitch (prueba 4)

En la Figura 75 y la Figura 76 se muestran los voltajes en cada uno de los motores correspondientes a las respuestas a entrada paso anteriores.

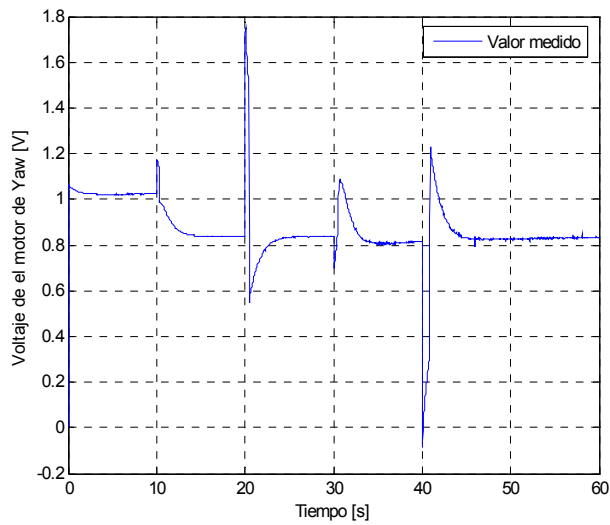


Figura 75. Voltaje en el motor de yaw (prueba 4)

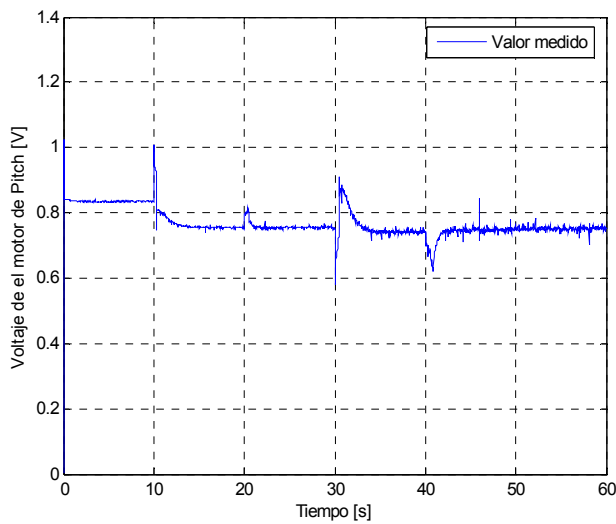


Figura 76. Voltaje en el motor de pitch (prueba 4)

5.1.10 RESPUESTA A ENTRADA PASO DEL HELICÓPTERO DE QUANSER CON LA MATRIZ K HALLADA EN EL PUNTO ANTERIOR.

En esta sección se valida el modelo no lineal con el retardo en los motores que fue agregado, con respecto a la respuesta en tiempo del helicóptero de Quanser®

utilizando la matriz de realimentación k hallada en el punto anterior utilizando el algoritmo genético.

Prueba 4

En la Figura 77 y la Figura 78 se muestra la respuesta a entrada paso en *pitch* y *yaw* sobre el helicóptero correspondiente a la k obtenida en la prueba 4, en ella se puede observar que existe una gran similitud con la respuesta obtenida de la simulación, con la diferencia que el movimiento de *pitch* tiene un tiempo de subida cercano a 20s y el sobrepico en *yaw* es levemente superior al de simulación

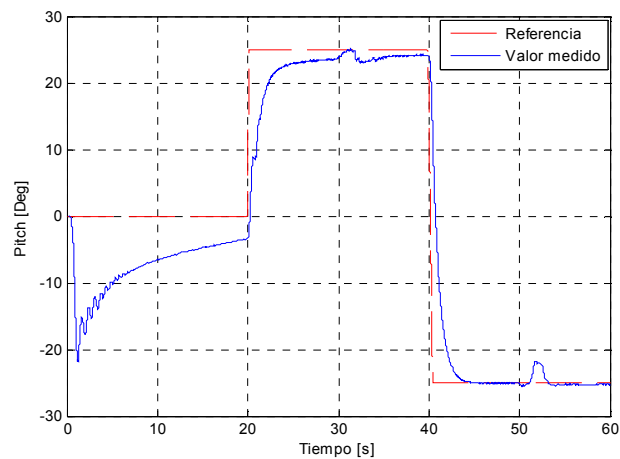


Figura 77. Respuesta a entrada paso en *pitch* sobre el helicóptero (prueba 4)

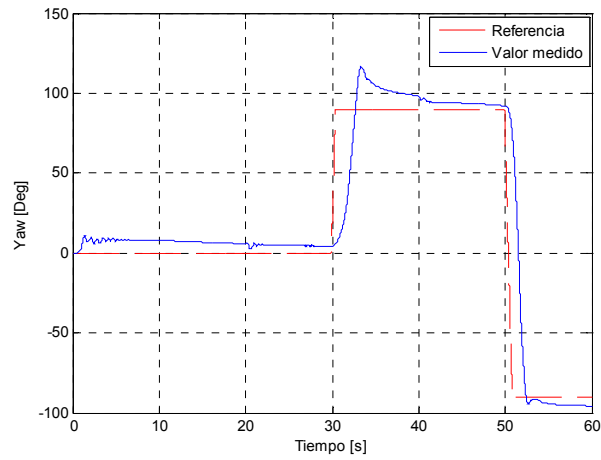


Figura 78. Respuesta a entrada paso en yaw sobre el helicóptero (prueba 4)

En la Figura 79 y la Figura 80 se muestran los voltajes en cada uno de los motores correspondientes a las respuestas a entrada paso anteriores.

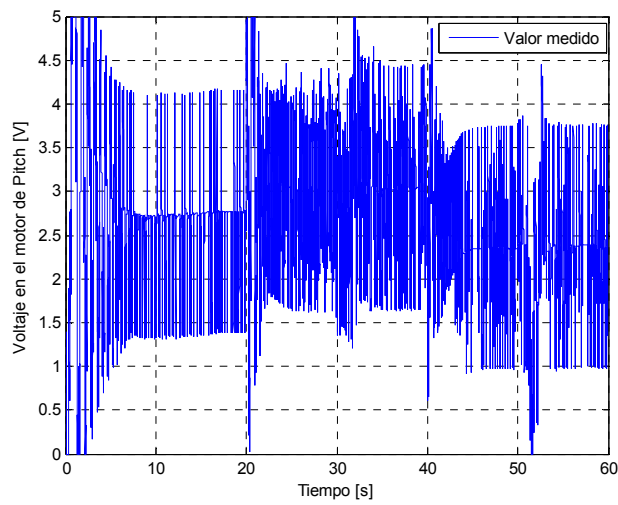


Figura 79. Voltaje en el motor de pitch sobre el helicóptero (prueba 4)

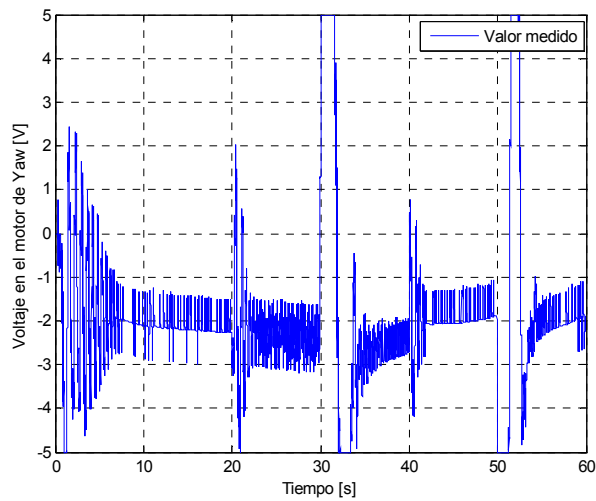


Figura 80. Voltaje en el motor de *yaw* sobre el helicóptero (prueba 4)

En la Figura 79 se aprecia las variaciones existentes en el voltaje del motor de *pitch* similares a las presentadas en la Figura 72 debido a las mismas restricciones de consumo de energía.

En las Figuras 77 y 78 se aprecia que la respuesta tiene un error en estado estable mayor al 5%, por esta razón se decide acoplar el controlador con una limitación en las ganancias correspondientes al movimiento contrario.

5.1.11 RESPUESTA A ENTRADA PASO DEL MODELO NO LINEAL CON RETARDO DE LOS MOTORES Y CONTROLADOR LIMITADO UTILIZANDO EL ALGORITMO GENÉTICO.

Como se comentó en el numeral anterior se decidió acoplar el controlador con una limitación en las ganancias, esta limitación se realiza saturando el aporte debido al error en el movimiento contrario al voltaje de salida de la respectiva ganancia.

Prueba 5

Saturación en *pitch* = ± 0.1

Saturación en *yaw* = ± 0.1

Generaciones = 5

Población = 100

ITAE_Pch_Opt = 70

ITAE_Yaw_Opt = 80

IAE_V1_Opt = 6

IAE_V2_Opt = 6

OS_Pch_Opt = 2

OS_Yaw_Opt = 2

Suma_optimal = 6

$$K = \begin{bmatrix} 0.7133 & -0.7135 & 0.2550 & -0.1150 & 0.1086 & -0.1159 \\ 0.3512 & 0.7272 & 0.3819 & 0.7047 & 0.3585 & 0.0147 \end{bmatrix}$$

En la Figura 81 y la Figura 82 se muestra la respuesta a entrada paso en *pitch* y *yaw* las cuales presentan buenas características en cuanto a porcentaje de sobrepico menor al 10%, tiempo de subida menor a 5s, tiempo de establecimiento menor a 15s y error en estado estable menor al 5%.

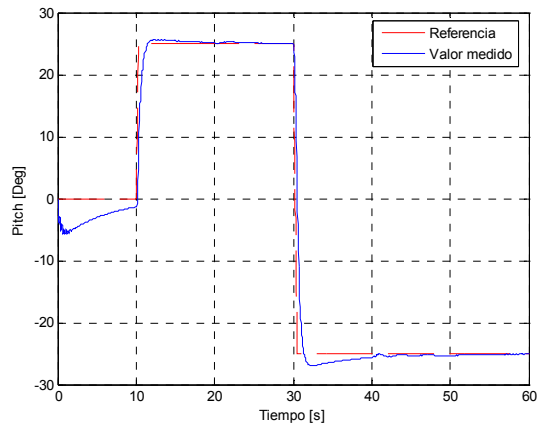


Figura 81. Respuesta a entrada paso en *pitch* (prueba 5)

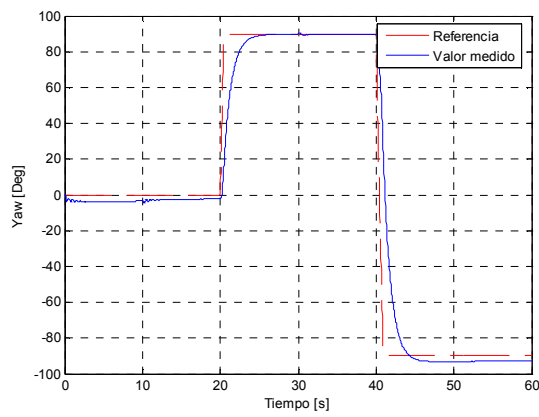


Figura 82. Respuesta a entrada paso en *yaw* (prueba 5)

En la Figura 83 y la Figura 84 se muestran los voltajes en cada uno de los motores correspondientes a las respuestas a entrada paso anteriores.

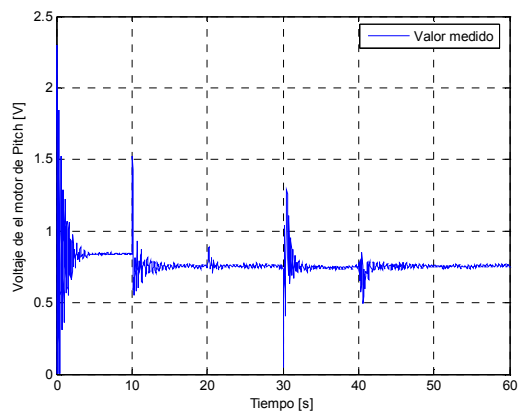


Figura 83. Voltaje en el motor de *pitch* (prueba 5)

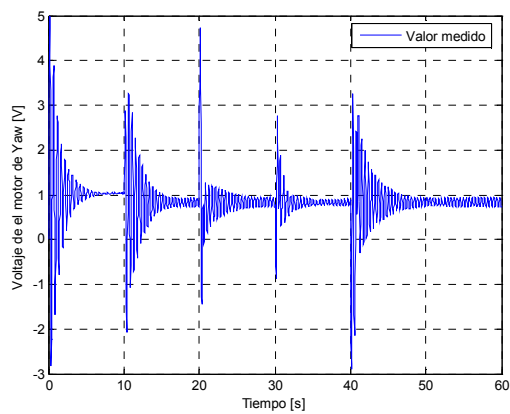


Figura 84. Voltaje en el motor de *yaw* (prueba 5)

La respuesta obtenida con el modelo no lineal que tiene en cuenta el retardo de los motores en la malla de realimentación que utiliza el controlador acoplado con limitación, mostró ser coherente y suficiente con el helicóptero de pruebas de Quanser, razón por la cual fue escogido como el sistema de control de este proyecto. Las pruebas realizadas sobre el helicóptero de pruebas son mostradas en la sección 5.3.

5.2 PRUEBAS Y RESULTADOS OBTENIDOS CON LOS ALGORITMOS GENÉTICOS

5.2.1 PRUEBAS REALIZADAS A LOS ALGORITMOS GENÉTICOS

Una parte importante en el desarrollo del presente trabajo de grado es evaluar los diferentes tipos de configuraciones sobre las cuales se puede correr el algoritmo. El objetivo final de la evaluación es llegar a una configuración que proporcione la mejor respuesta sobre el sistema. A continuación, se presentan una serie de pruebas que son la base para el análisis del algoritmo.

En la Figura 85 se observa el comportamiento de los algoritmos genéticos con diferentes configuraciones. Estas dependen del tipo de selección, reproducción, mutación e índice de desempeño. En la Tabla 1 se muestra la correspondencia de la configuración con sus respectivos parámetros.

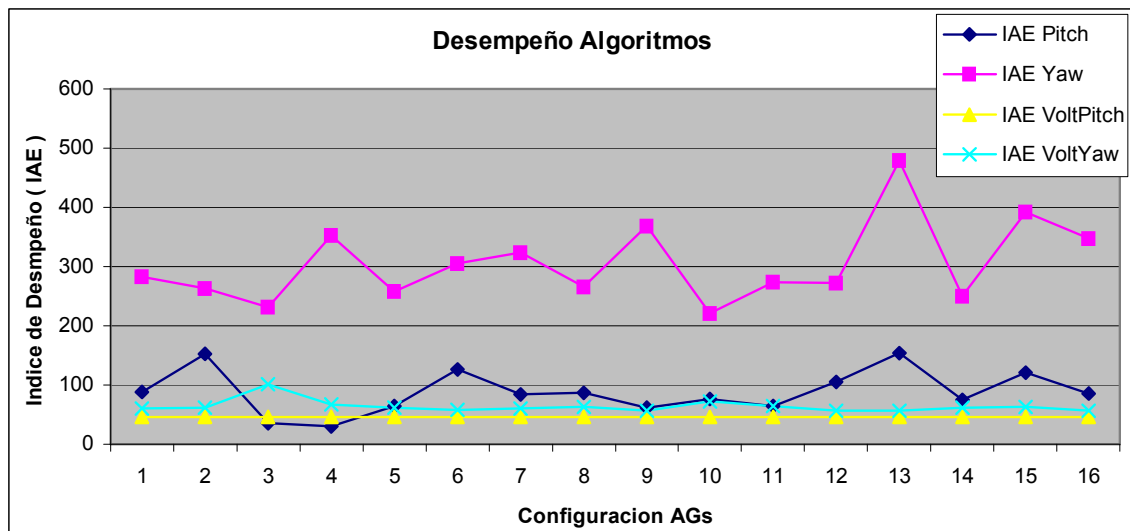


Figura 85. Índice de desempeño de los Algoritmos genéticos

Configuración	Selección	Reproducción	Mutación	Índice de desempeño
1	Torneo	Filas	Signo	IAE
2	Torneo	Filas	Kesima	IAE
3	Torneo	Columnas	Signo	IAE
4	Torneo	Columnas	Kesima	IAE
5	Torneo	Elementos	Signo	IAE
6	Torneo	Elementos	Kesima	IAE
7	Torneo	Producto	Signo	IAE
8	Torneo	Producto	Kesima	IAE
9	Ruleta	Filas	Signo	IAE
10	Ruleta	Filas	Kesima	IAE
11	Ruleta	Columnas	Signo	IAE
12	Ruleta	Columnas	Kesima	IAE
13	Ruleta	Elementos	Signo	IAE
14	Ruleta	Elementos	Kesima	IAE

15	Ruleta	Producto	Signo	IAE
16	Ruleta	Producto	Kesima	IAE

Tabla 1

Las pruebas realizadas con las diferentes configuraciones tienen el objetivo de generar una exploración amplia en el espacio de búsqueda, dando como resultado diferentes tipos de respuesta en la simulación.

A partir de la Figura 85 se puede inferir que el algoritmo con la configuración 3 presenta los valores mínimos de IAE, ya que tiene un índice de desempeño de 20 en *pitch* y de 220 en *yaw*. En contraparte el IAE de los voltajes en *pitch* y *yaw* no es el mejor comparado con las demás configuraciones, esto indica que el sistema debe consumir mayor energía para cumplir los valores óptimos de IAE en su respuesta.

A continuación se realizan las pruebas de desempeño del algoritmo manteniendo el índice IAE para todas las simulaciones y variando el número de generaciones sobre las cuales va a evolucionar el algoritmo. Hay que tener en cuenta que todas las pruebas se realizaron sobre máquinas Pentium 4 de 1.8GHz menos la de 50 generaciones que se realizó sobre un Pentium 4 de 2.4GHz.

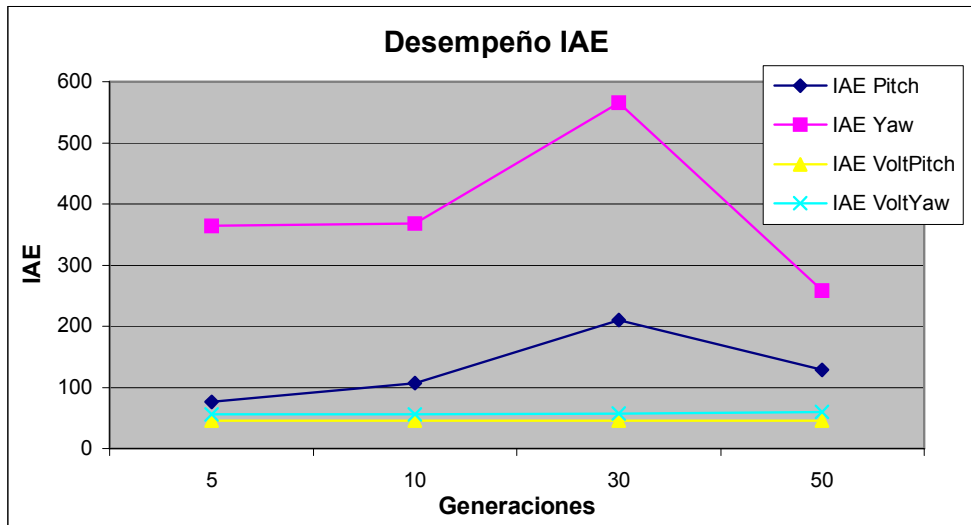


Figura 86. Desempeño IAE

En la Figura 86 se observa que el IAE de *pitch* y *yaw* aumenta en las primeras generaciones, pero al simular 50 generaciones baja su valor drásticamente sobre todo en el índice de *yaw* debido a que el algoritmo tiende a optimizar las funciones de desempeño a medida que evoluciona.

El tiempo de simulación va a ser mayor entre más generaciones se corran y el costo computacional aumenta. En la Figura 87 se observa como el tiempo aumenta linealmente, aunque no sea así en la generación 50 debido al uso de un equipo de mejores prestaciones.

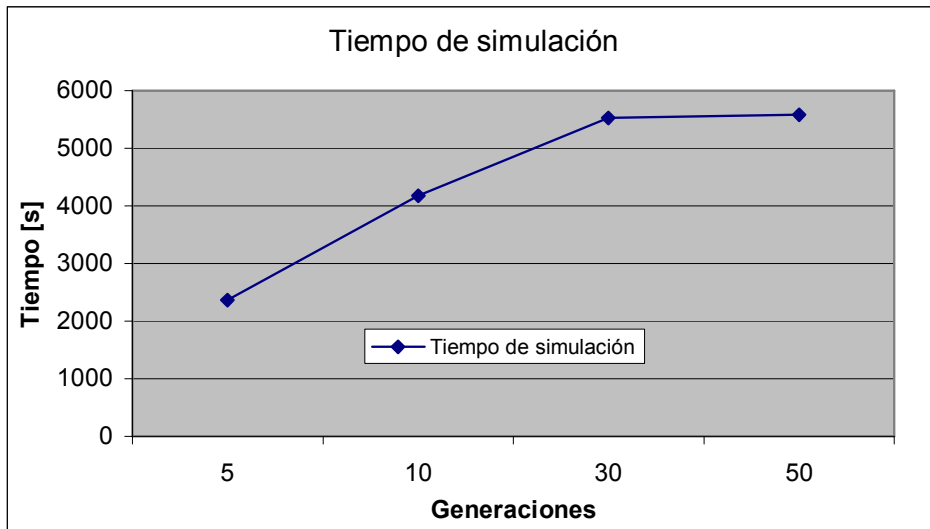


Figura 87. Tiempo de simulación.

5.2.2 RESPUESTA DEL MODELO NO LINEAL FRENTE A DIFERENTES ÍNDICES DE DESEMPEÑO EVALUADOS CON EL ALGORITMO

En estas pruebas el algoritmo se corre con una configuración fija, para poder evaluar los diferentes índices de desempeño. La configuración usada se presenta en la Tabla 2.

Configuración	Selección	Reproducción	Mutación
8	Torneo	Producto	Kesima

Tabla 2

Al obtener los resultados de la simulación del algoritmo como se muestra en la Tabla 3, se procede a evaluar la respuesta a entrada paso sobre el modelo para cada uno de los índices de desempeño.

Configuración	Selección	Reproducción	Mutación	Índice de desempeño
17	Torneo	Producto	Kesima	IAE
18	Torneo	Producto	Kesima	IATE
19	Torneo	Producto </td <td>Kesima</td> <td>ISE</td>	Kesima	ISE
20	Torneo	Producto	Kesima	ITSE

Tabla 3

En la Figura 88 se observa la respuesta a entrada paso para el modelo. Se puede notar que tiene un porcentaje de sobrepico menor al 3% y su tiempo de establecimiento es 6s aproximadamente, características típicas del índice de desempeño IAE como también se observa en la Figura 89.

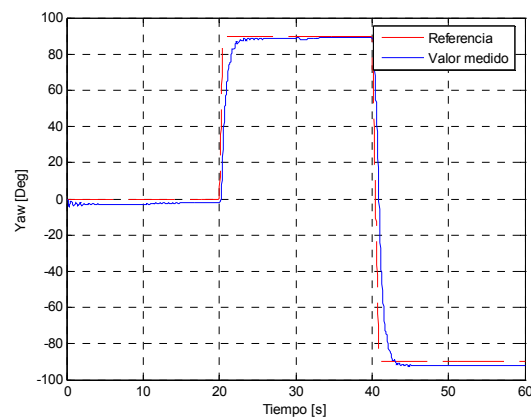


Figura 88. Respuesta a entrada paso en yaw IAE

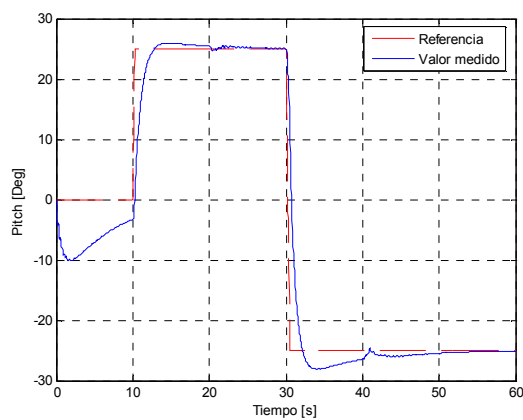


Figura 89. Respuesta a entrada paso en *pitch* IAE

El índice de desempeño ITAE tiene unas características muy parecidas al IAE pero permite encontrar respuestas más rápidas y con sobrepicos menores al 1% como se observa en las Figuras 90 y 91.

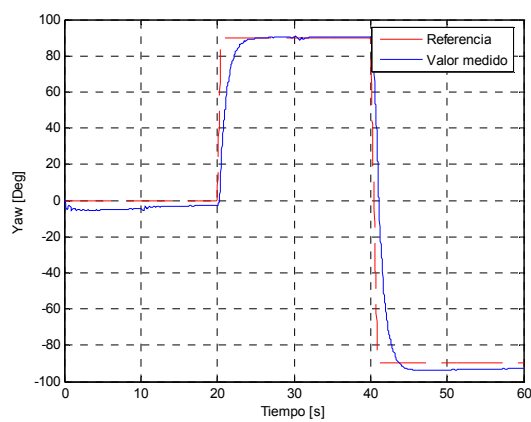


Figura 90. Respuesta a entrada paso en *yaw* ITAE

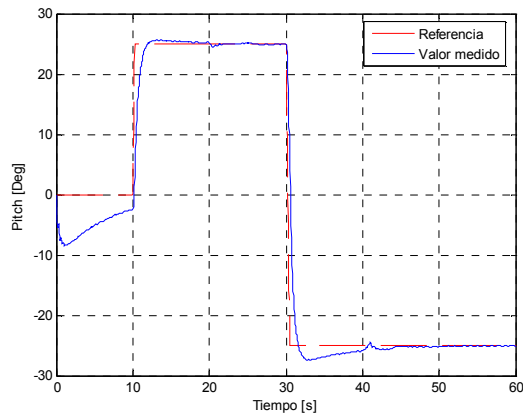


Figura 91. Respuesta a entrada paso en *pitch* ITAE

En las Figuras 92 y 93 se observa el ISE, otro índice de desempeño muy distinto a los dos anteriores ya que su respuesta tiende a tener un sobrepico mayor al 10% y tiempos de establecimiento más rápidos, pero un error en estado estable mayor que el IAE.

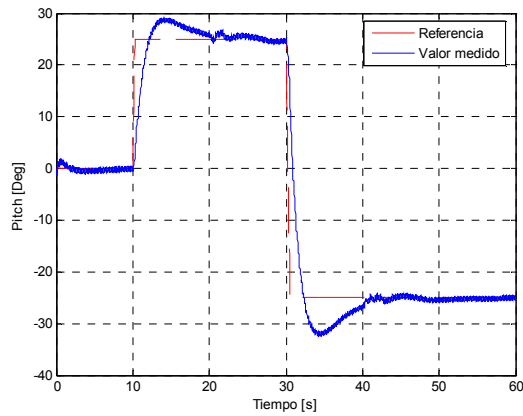


Figura 92. Respuesta a entrada paso en *pitch* ISE

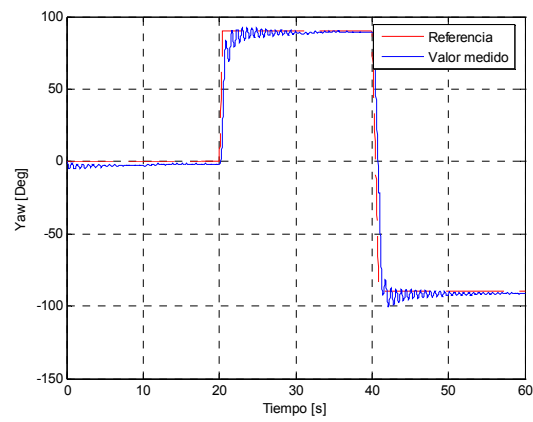


Figura 93. Respuesta a entrada paso en *yaw* ISE

En la Figura 94 se observa que la respuesta tiene un sobrepico mayor al 5% pero tiene un tiempo de subida cercano a 0.5s, obligándolo a ser un poco inestable. Este tipo de respuesta se debe a un criterio como ITSE donde se generan oscilaciones a pequeña señal como se denota en la Figura 95.

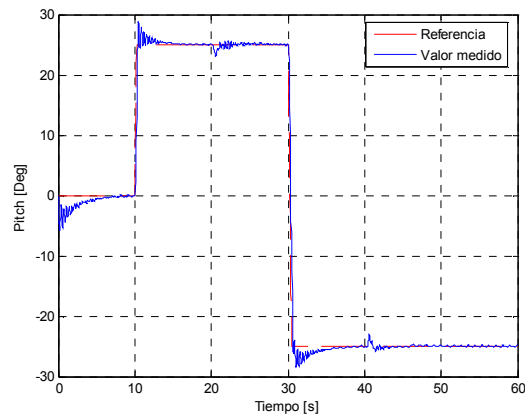


Figura 94. Respuesta a entrada paso en *pitch* ITSE

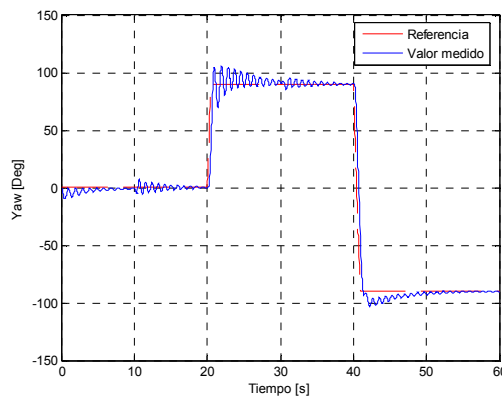


Figura 95. Respuesta a entrada paso en yaw ITSE

Después de tener las respuestas de los diferentes índices de desempeño se concluye que el más apropiado para usar en el algoritmo es el IAE, debido a que el sistema físico se vuelve muy inestable ante respuestas muy rápidas o con un sobrepico muy alto. Como conclusión final se tiene que el algoritmo se debe usar con la configuración 8 y un índice de desempeño IAE que va a entregar los mejores resultados para nuestro caso.

5.3 PRUEBAS Y RESULTADOS OBTENIDOS EN 10 SIMULACIONES CON LA MISMA CONFIGURACIÓN DE ALGORITMOS GENÉTICOS

En esta sección se presentan los resultados de 10 simulaciones utilizando la configuración de 10 generaciones, población constante de 100 individuos, selección tipo torneo, reproducción tipo producto y mutación K-ésima. Los controladores obtenidos se muestran a continuación:

K1 =

0.7049	0.5920	0.2428	0.0339	0.1010	0.0058
0.0185	0.3976	0.1503	0.2400	0.1169	0.0230

K2 =

0.2550	0.3655	0.1290	0.6813	0.0359	0.1716
0.7447	0.4186	0.1066	0.3610	-0.0819	0.0086

K3 =

0.5909	0.4363	0.1269	0.1236	0.1300	0.1079
0.0140	0.6989	0.7114	0.8963	0.4549	0.0277

K4 =

0.3989	0.0910	0.0840	0.5968	0.2105	0.1667
0.3613	0.1140	0.1706	0.0735	-0.2897	0.0155

K5 =

0.3373	-0.0046	0.2744	0.1572	0.2697	0.0696
-0.1639	0.2175	-0.1270	0.1378	-0.3983	0.0426

K6 =

0.2783	-0.0307	0.2447	-0.0022	0.0656	-0.0277
-0.0181	0.1696	0.0074	0.0983	-0.0098	0.1776

K7 =

0.5103	-0.0372	0.6289	-0.0010	0.0200	0.2845
0.0071	0.2156	0.0273	0.1775	-0.1267	0.0477

K8 =

0.8096	0.9604	0.2990	0.1027	0.4506	0.0012
0.8718	0.1639	0.3863	0.2084	0.5473	0.1560

K9 =

0.9446	0.0002	0.6915	0.2806	0.0503	0.0217
0.3849	0.9755	0.4406	0.7129	-0.6972	0.0000

K10 =

0.4367	0.0134	0.1118	0.1311	0.4808	0.0207
0.7654	0.9917	0.7986	0.9256	0.0105	0.0156

Ahora en la figura 96 se muestra la respuesta a entrada paso con los 10 controladores anteriores para una entrada paso de 0 a 25 grados en *pitch* y de 0 a 90 grados en *yaw* en la figura 97. En estas respuestas se observa que todos los controladores hacen que el sistema siempre converja al valor final. Sin embargo, unas respuestas son más rápidas que otras, algunas presentan un porcentaje de sobrepico mayor, pero todas cumplen con los requerimientos de la función de *fitness*.

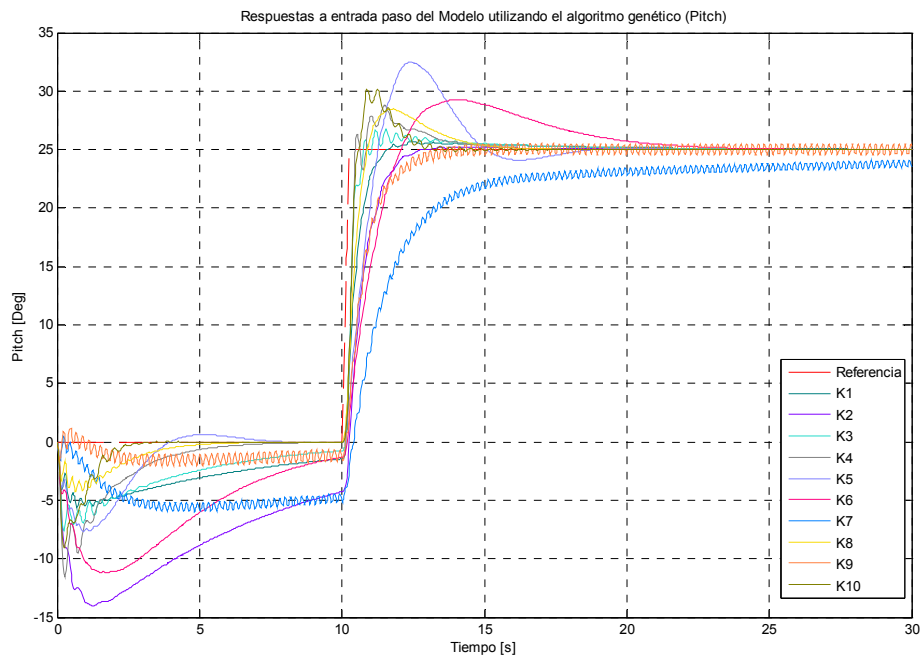


Figura 96. Respuesta a entrada paso con 10 controladores en *pitch*

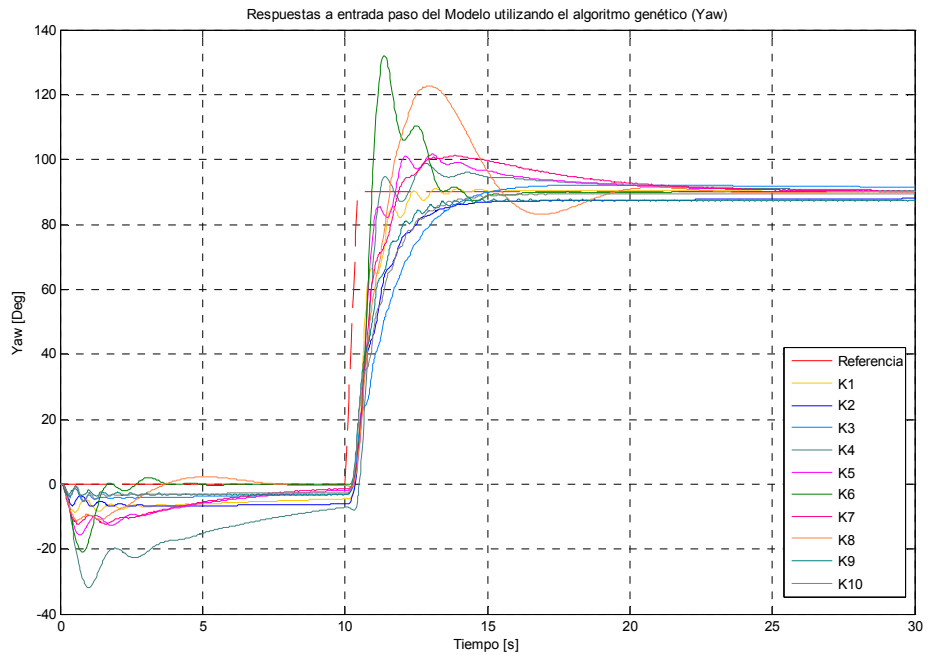


Figura 97. Respuesta a entrada paso con 10 controladores en yaw

Es importante mencionar que no todas las repuestas presentan el mejor desempeño. Por ejemplo las respuestas en *pitch* de K7 y K9 presentan oscilaciones de pequeña señal, características no deseables en el sistema.

5.4 VALIDACIÓN DEL MEJOR CONTROLADOR OBTENIDOS EN LAS SIMULACIONES, EN EL HELICÓPTERO DE QUANSER

Como se comento en la sección 5.1 la respuesta obtenida con el modelo no lineal que tiene en cuenta el retardo de los motores en la malla de realimentación que utiliza el controlador acoplado con limitación mostró tener el mejor desempeño para controlar el helicóptero de pruebas.

El protocolo de pruebas utilizado consistió en evaluar la respuesta del sistema ante entradas paso tanto positivas como negativas de la siguiente forma.

La primera entrada paso introducida fue un cambio en la referencia del movimiento de pitch desde 0 grados a 10 grados positivos como se muestra en la Figura 96.

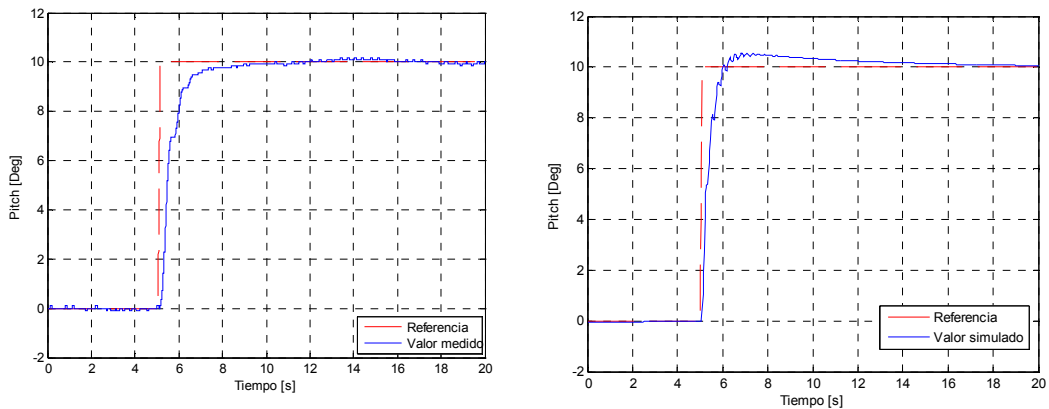


Figura 98. Respuesta a entrada paso en *pitch* – 0 a 10 grados en *pitch* en el helicóptero y simulada

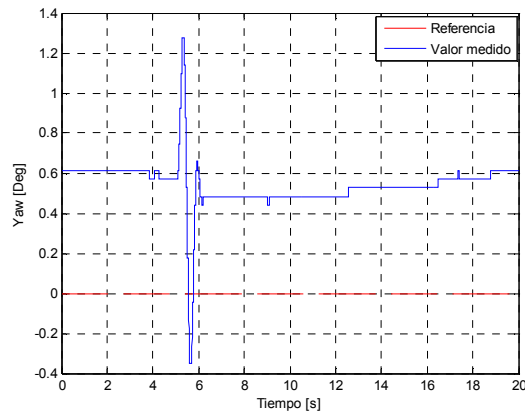


Figura 99. Respuesta a entrada paso en *yaw* – 0 a 10 grados en *pitch*

En la Figura 96 se observa que la respuesta en pitch es bastante buena, ya que el tiempo de establecimiento es menor a 5s, el porcentaje de sobrepico es cero y el error en estado estable es cercano a cero también.

En la Figura 97 se observa la presencia de un acople en el sistema, pero las influencias en el movimiento de *yaw* cuando hay un paso positivo en *pitch* son menores a un grado de variación.

En la Figura 98 y la Figura 99 se aprecian los voltajes de los motores de *pitch* y de *yaw* en ellos se puede observar el acople existente en el sistema.

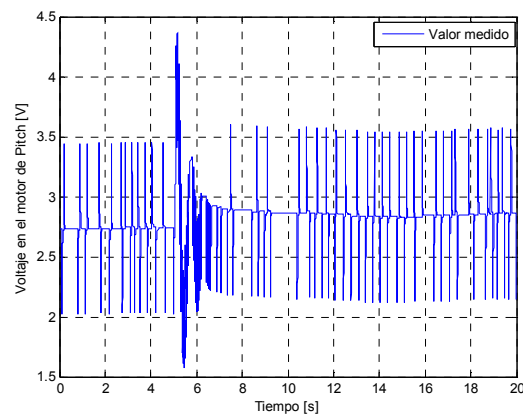


Figura 100. Voltaje en el motor de Pitch – 0 a 10 grados en *pitch*

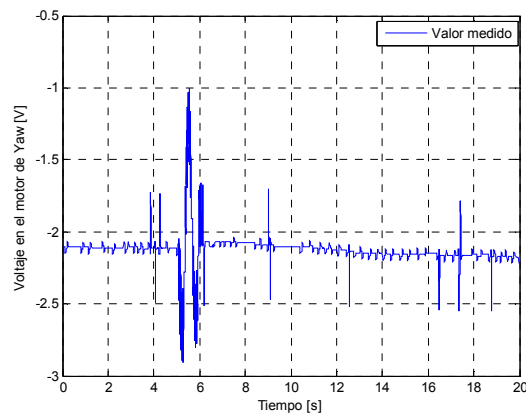


Figura 101. Voltaje en el motor de *yaw* – 0 a 10 grados en *pitch*

Luego se introdujo una entrada paso en el movimiento de *pitch* desde 0 grados hasta 30 grados positivos como se muestra en la Figura 100.

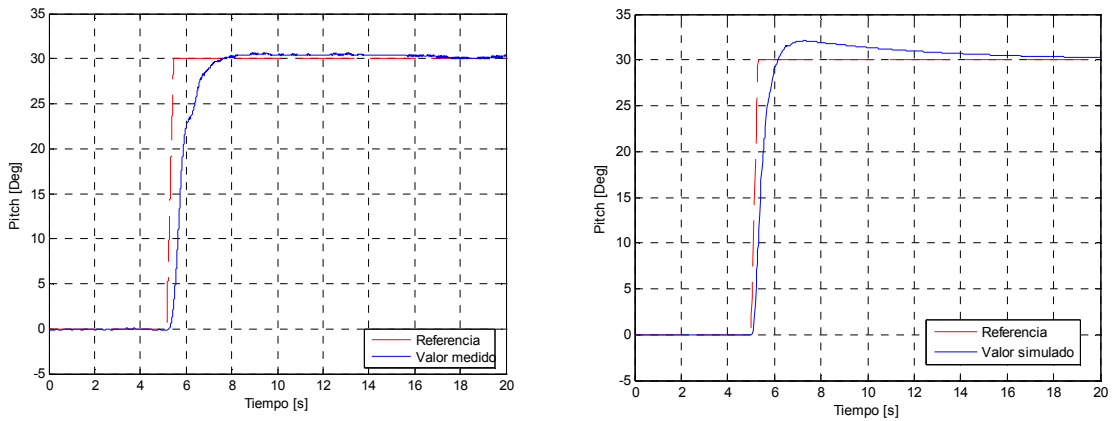


Figura 102. Respuesta a entrada paso en *pitch* – 0 a 30 grados en *pitch* en el helicóptero y simulada

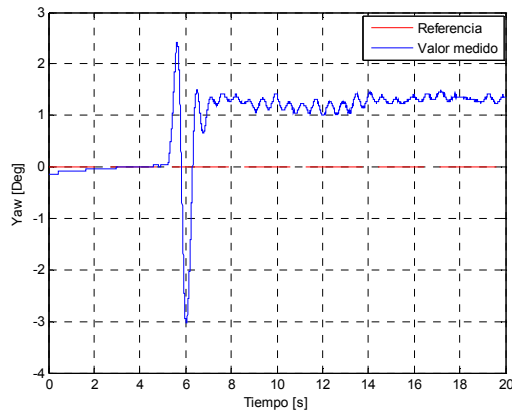


Figura 103. Respuesta a entrada paso en *yaw* – 0 a 30 grados en *pitch*

En la Figura 100 se observa que la respuesta en *pitch* sigue siendo bastante buena, el tiempo de establecimiento es menor a 5s, el porcentaje de sobrepico es cero y el error en estado estable es cercano a cero también.

En la Figura 101 se observa que la presencia del acople en el sistema es mayor que en el caso anterior, pero las influencias en el movimiento de *yaw* cuando hay un paso positivo en *pitch* siguen siendo pequeñas y son menores a dos grados de variación.

En la Figura 102 y la Figura 103 se aprecian los voltajes de los motores de *pitch* y de *yaw*, en ellos se puede observar un aumento en los niveles de voltaje con respecto al caso anterior debido a que el paso de entrada es mayor.

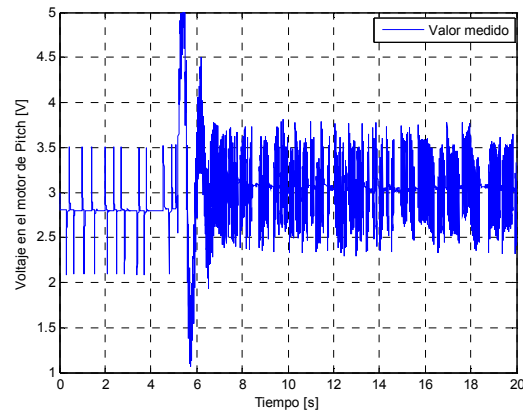


Figura 104. Voltaje en el motor de *pitch* – 0 a 30 grados en *pitch*

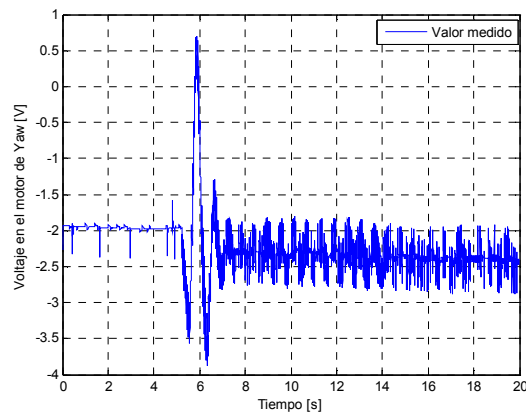


Figura 105. Voltaje en el motor de *yaw* – 0 a 30 grados en *pitch*

Después se introdujo una entrada paso negativa en el movimiento de *pitch* desde 0 grados hasta -10 grados como se muestra en la Figura 104.

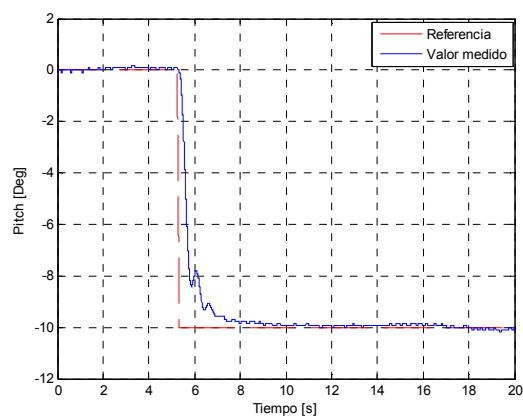


Figura 106. Respuesta a entrada paso en *pitch* - 0 a -10 grados en *pitch*

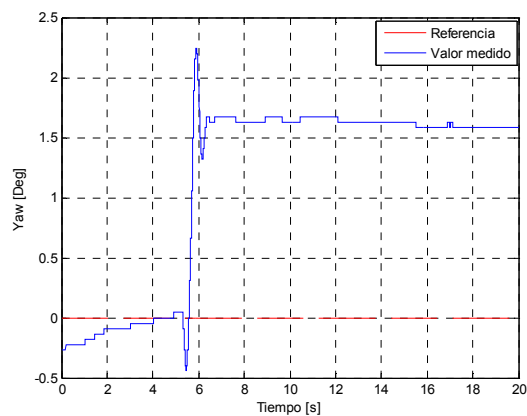


Figura 107. Respuesta a entrada paso en *yaw* - 0 a -10 grados en *pitch*

En la Figura 104 se observa que la respuesta en *pitch* tiene un tiempo de establecimiento mayor al que tiene con un paso positivo, el porcentaje de sobrepico sigue siendo cero y el error en estado estable tiene un leve aumento pero sigue siendo cercano a cero.

En la Figura 105 se observa que la influencia en el movimiento de *yaw* cuando hay un paso negativo en *pitch* de 0 a -10 se acerca a dos grados de variación.

En la Figura 106 y la Figura 107 se aprecian los voltajes de los motores de *pitch* y de *yaw*.

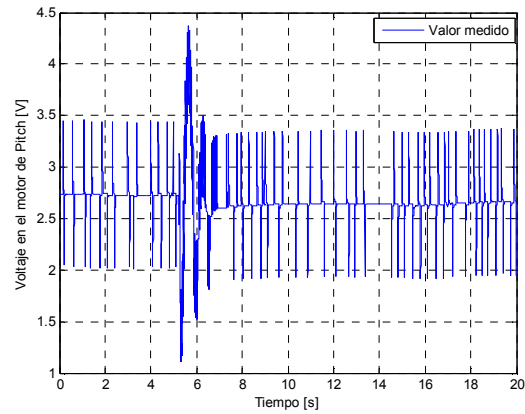


Figura 108. Voltaje en el motor de *pitch* - 0 a -10 grados en *pitch*

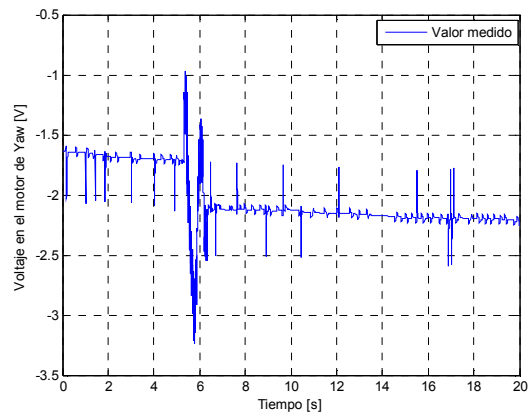


Figura 109. Voltaje en el motor de *yaw* - 0 a -10 grados en *pitch*

En otra prueba se introdujo una entrada paso negativa en el movimiento de *pitch* desde 30 grados hasta -30 grados como se muestra en la Figura 108, la cual es una de las situaciones más críticas en el comportamiento de un helicóptero.

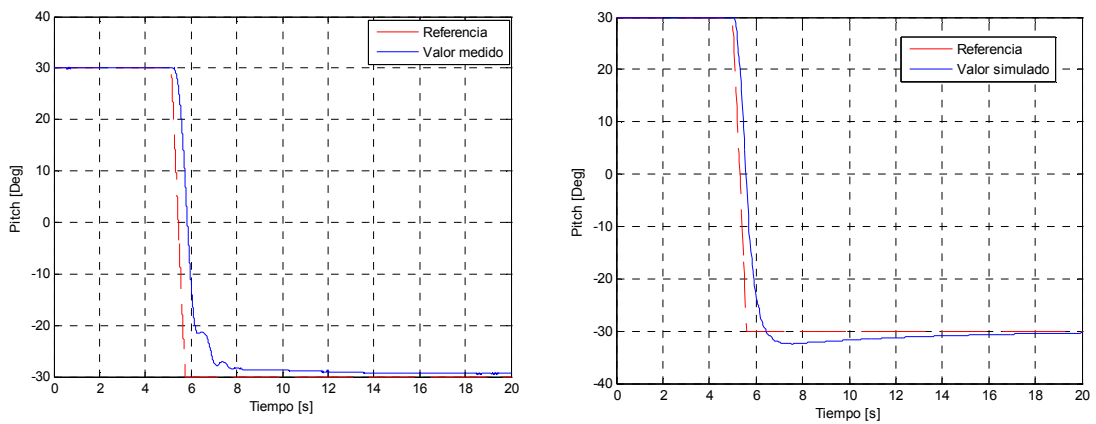


Figura 110. Respuesta a entrada paso en *pitch* – 30 a –30 grados en *pitch* en el helicóptero y en simulación

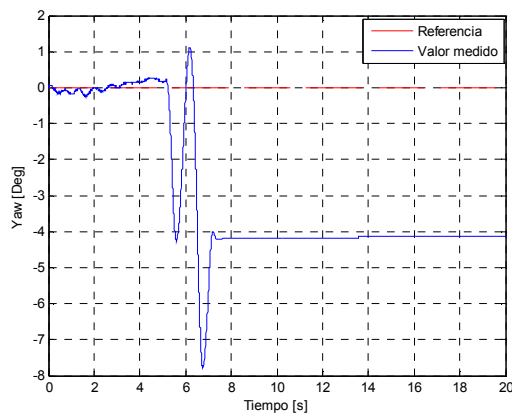


Figura 111. Respuesta a entrada paso en *yaw* – 30 a –30 grados en *pitch*

En la Figura 108 se observa que la respuesta en *pitch* tiene un tiempo de bajada cercano a los 2s, no tiene sobrepico lo cual es bueno para una caída tan abrupta, y tiene un error en estado estable menor al 4%.

En la Figura 109 se observa que la influencia en el movimiento de *yaw* cuando hay un paso negativo en *pitch* de 30 a -30 es del orden de cuatro grados de variación.

En la Figura 110 y la Figura 111 se aprecian los voltajes de los motores de *pitch* y de *yaw*, en los cuales se aprecia el aumento en el voltaje en el segundo seis para poder recuperar el helicóptero de la caída.

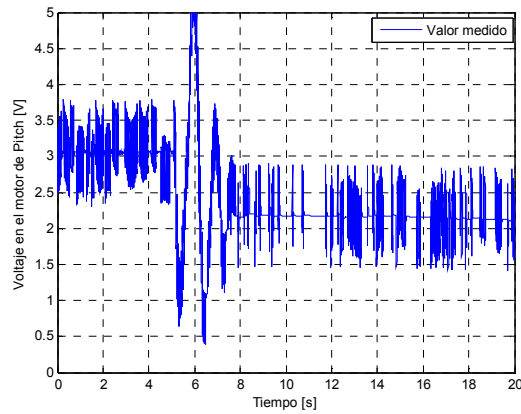


Figura 112. Voltaje en el motor de *pitch* – 30 a –30 grados en *pitch*

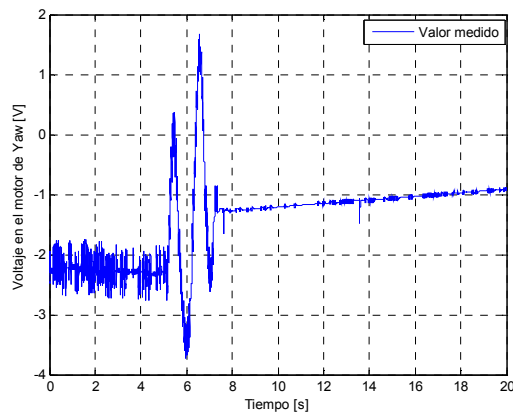


Figura 113. Voltaje en el motor de *pitch* – 30 a –30 grados en *pitch*

Para las pruebas en el movimiento de *yaw*, primero se cambió la referencia de *yaw* de 0 a 20 grados positivos como se muestra en la Figura 113.

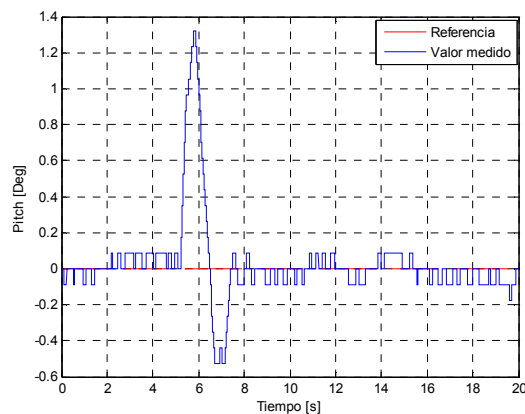


Figura 114. Respuesta a entrada paso en *pitch* – 0 a 20 grados en *yaw*

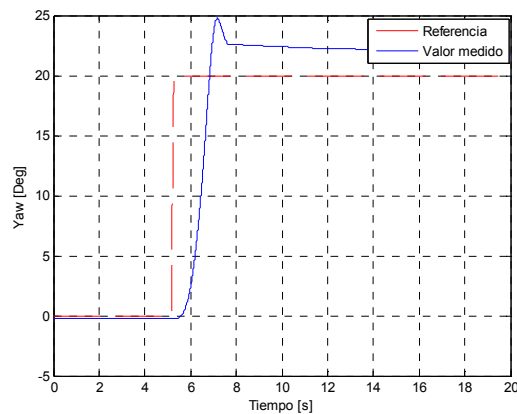


Figura 115. Respuesta a entrada paso en *yaw* – 0 a 20 grados en *yaw*

En la Figura 113 se observa que la respuesta en *yaw* tiene un tiempo de subida cercano a los 2s, tiene un sobrepico cercano al 20% y para llegar al valor final se demora cerca de 20s.

En la Figura 112 se observa que la influencia en el movimiento de *pitch* cuando hay un paso positivo en *yaw* de 0 a 20 grados es aproximadamente un grado de variación.

En la Figura 114 y la Figura 115 se aprecian los voltajes de los motores de *pitch* y de *yaw*.

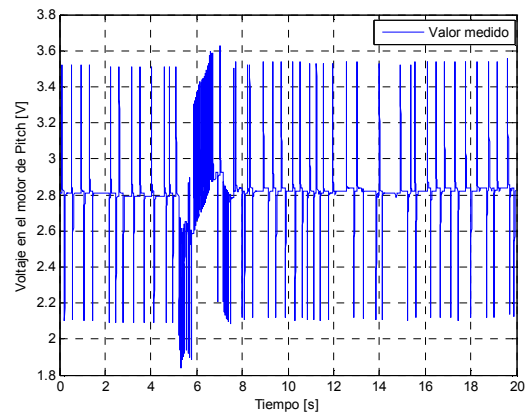


Figura 116. Voltaje en el motor de *pitch* – 0 a 20 grados en *yaw*

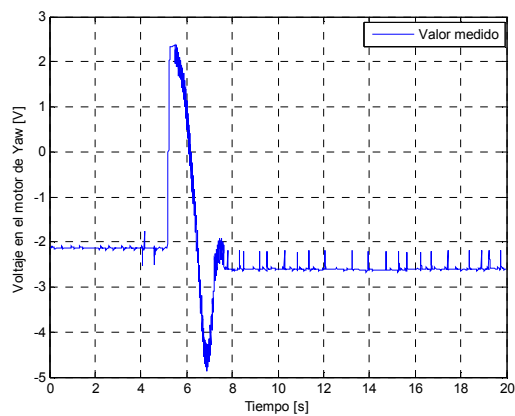


Figura 117. Voltaje en el motor de *pitch* – 0 a 20 grados en *yaw*

Luego se introdujo una entrada paso en el movimiento de *yaw* desde 0 grados hasta 70 grados positivos como se muestra en la Figura 117.

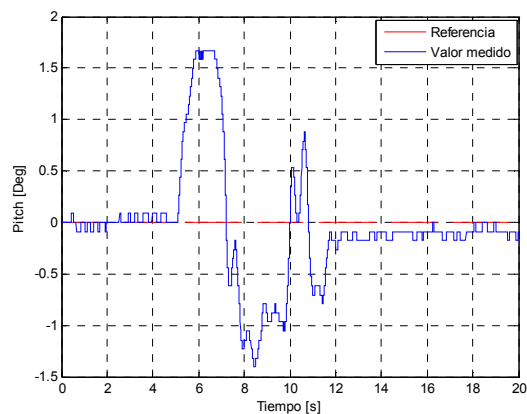


Figura 118. Respuesta a entrada paso en *pitch* – 0 a 70 grados en *yaw*

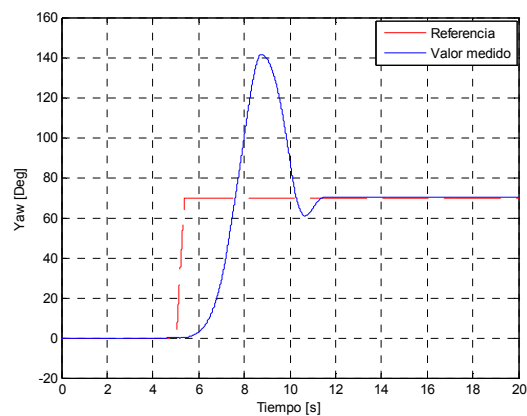


Figura 119. Respuesta a entrada paso en *yaw* – 0 a 70 grados en *yaw*

En la Figura 117 se observa que la respuesta en *yaw* tiene un tiempo de subida menor a 4s, tiene un sobrepico cercano al 100% y para llegar al valor final se demora cerca de 6s.

En la Figura 116 se observa que la influencia en el movimiento de *pitch* cuando hay un paso positivo en *yaw* de 0 a 70 grados es menor a dos grados de variación.

En la Figura 118 y la Figura 119 se aprecian los voltajes de los motores de *pitch* y de *yaw*, en ellos se puede ver que el motor de *yaw* sube el voltaje en el segundo seis.

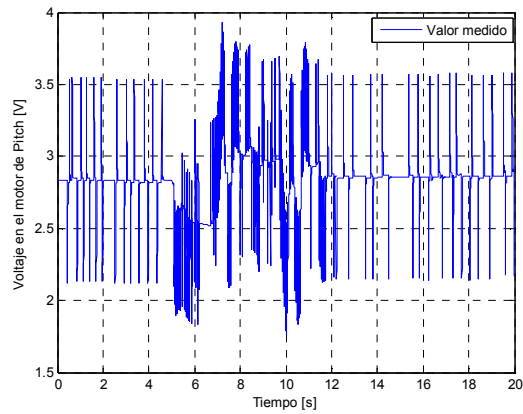


Figura 120. Voltaje en el motor de *pitch* – 0 a 70 grados en *yaw*

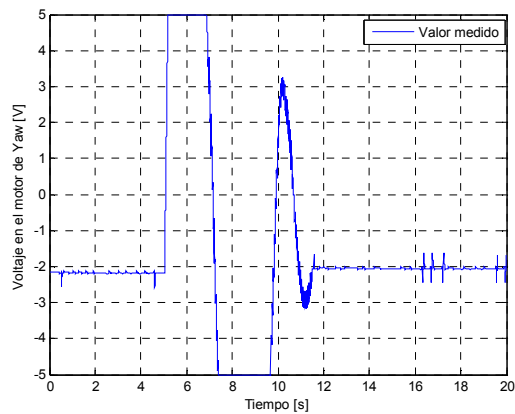


Figura 121. Voltaje en el motor de *yaw* – 0 a 70 grados en *yaw*

Después se introdujo una entrada paso en el movimiento de *yaw* desde 0 grados hasta -20 grados como se muestra en la Figura 121.

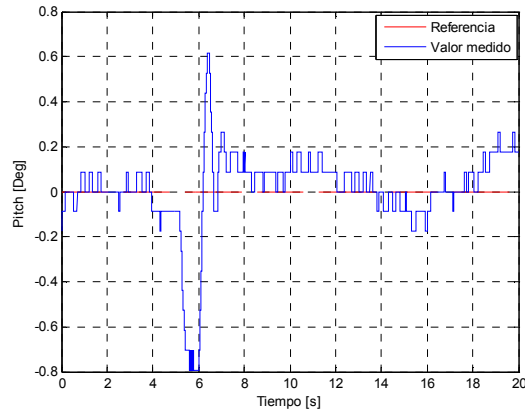


Figura 122. Respuesta a entrada paso en *pitch* – 0 a -20 grados en *yaw*

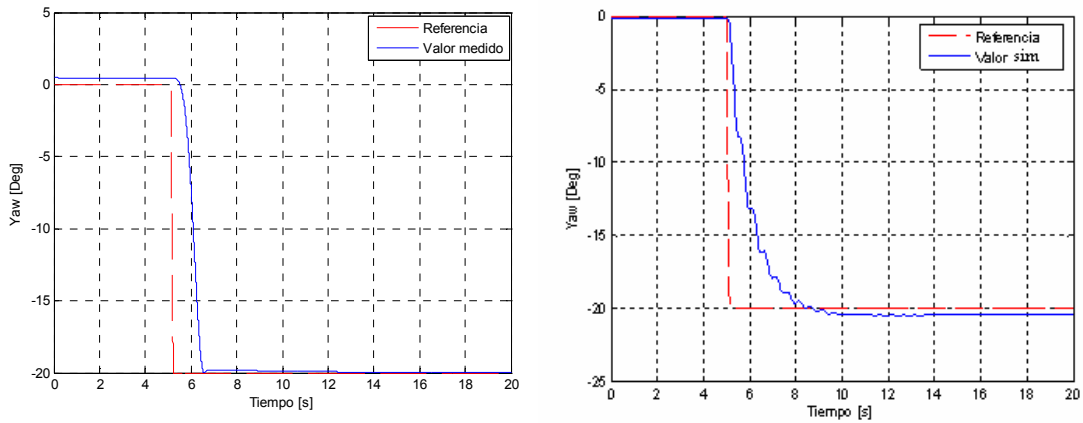


Figura 123. Respuesta a entrada paso en *yaw* – 0 a -20 grados en *yaw* en el helicóptero en simulación

En la Figura 121 se observa que la respuesta en *yaw* tiene un tiempo de bajada menor a 2s, no tiene sobrepico y un error en estado estable muy cercano a cero.

En la Figura 120 se observa que la influencia en el movimiento de *pitch* cuando hay un paso negativo en *yaw* de 0 a -20 grados es menor a 0.7 grados de variación.

En la Figura 122 y la Figura 123 se aprecian los voltajes de los motores de *pitch* y de *yaw*.

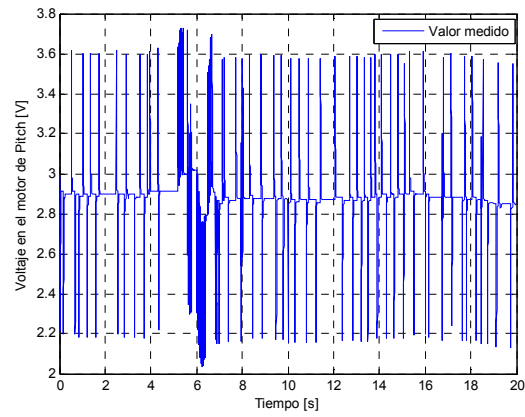


Figura 124. Voltaje en el motor de *pitch* – 0 a -20 grados en *yaw*

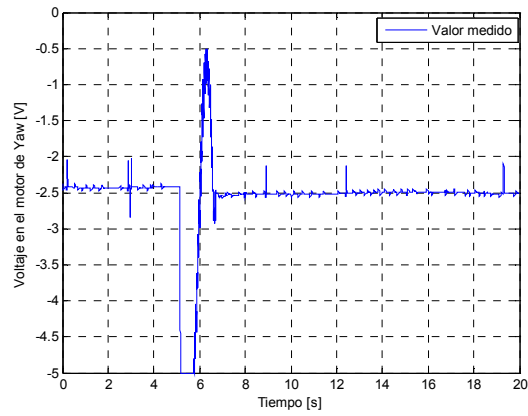


Figura 125. Voltaje en el motor de *yaw* – 0 a -20 grados en *yaw*

Por último se introdujo una entrada paso en el movimiento de *yaw* desde 70 grados hasta -70 grados como se muestra en la Figura 125.

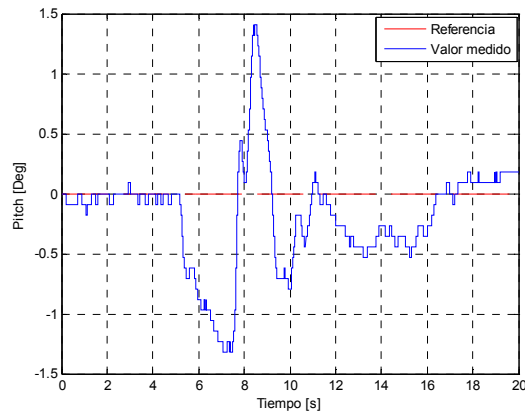


Figura 126. Respuesta a entrada paso en *pitch* – 70 a -70 grados en *yaw*

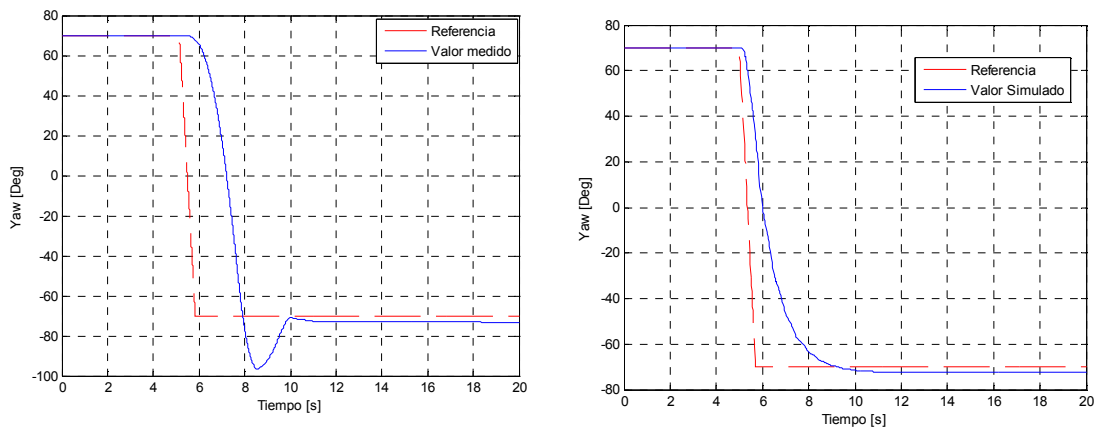


Figura 127. Respuesta a entrada paso en *yaw* – 70 a -70 grados en *yaw* y en simulación

En la Figura 125 se observa que la respuesta en *yaw* tiene un tiempo de bajada menor a 3s, tiene un sobrepico menor al 20% y un error en estado estable menor al 5%.

En la Figura 124 se observa que la influencia en el movimiento de *pitch* cuando hay un paso negativo en *yaw* de 70 a -70 grados es menor a 1.5 grados de variación.

En la Figura 126 y la Figura 127 se aprecian los voltajes de los motores de *pitch* y de *yaw*, en ellas se observa que el voltaje del motor de *yaw* llega a tener una variación de 10 voltios.

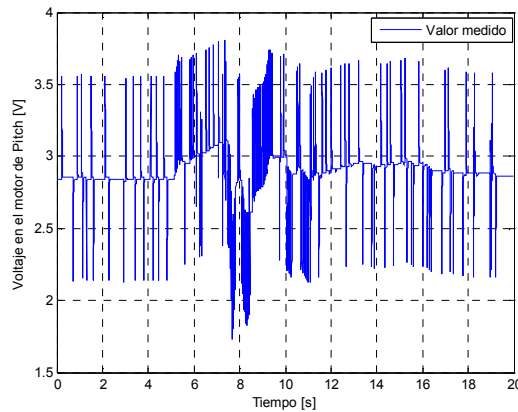


Figura 128. Voltaje en el motor de *pitch* – 70 a -70 grados en *yaw*

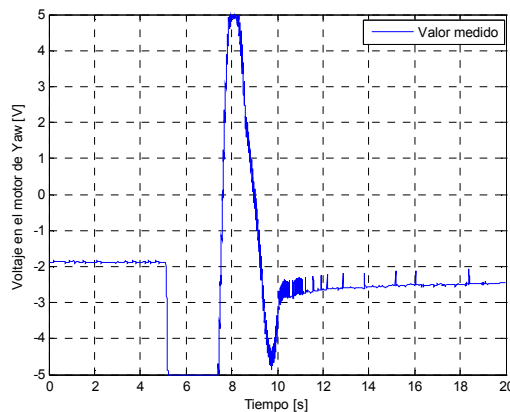


Figura 129. Voltaje en el motor de *yaw* – 70 a -70 grados en *yaw*

5.5 MÉTODO DE DISEÑO DE CONTROLADORES UTILIZANDO ALGORITMOS GENÉTICOS

Se plantea un método de diseño de controladores para sistemas dinámicos de una o más variables de entrada y salida, el método se describe a continuación:

- *Obtener un modelo matemático del sistema a controlar.*

Se sugiere utilizar las ecuaciones de movimiento de Lagrange para obtener las ecuaciones diferenciales que describen el sistema, estas pueden ser lineales o no lineales.

➤ *Escribir el modelo en variables de estado.*

Expresar las ecuaciones diferenciales obtenidas en el numeral primero como variables de estado, si es un sistema no lineal dejar expresadas las ecuaciones de estado en función de las variables de estado y las variables de entrada.

➤ *Implementar el modelo en Simulink®.*

Simulink® es un software que permite implementar ecuaciones matemáticas mediante bloques como las ecuaciones diferenciales no lineales de los sistemas dinámicos, y simular su respuesta ante una entrada específica.

➤ *Implementar la estrategia de control por realimentación de estados en Simulink®.*

Al igual que el modelo del sistema, la malla de realimentación de estados también puede ser construida mediante bloques en Simulink®, en ella deben estar las entradas del sistema que se van a utilizar en el sistema real, al igual que las medidas de los parámetros de la respuesta del sistema que se van a utilizar para evaluar el desempeño del mismo.

➤ *Programar el algoritmo genético.*

Utilizar MATLAB® para programar el algoritmo genético que hallará la matriz de realimentación de estados con base en el algoritmo implementado en este trabajo de grado. MATLAB® permite comunicarse con Simulink® para simular la malla

de control implementada en el numeral anterior y adquirir las medidas necesarias para evaluar el desempeño del mismo en MATLAB®.

- *Sintonizar el algoritmo con base en el resultado de las simulaciones de la respuesta del sistema.*

Utilizando la respuesta del sistema del controlador ganador determinar si es necesario modificar los parámetros del algoritmo, los índices de desempeño, los métodos de selección, reproducción y mutación, el modelo del sistema o el número de generaciones que debe tener el algoritmo.

- *Probar el controlador sobre el sistema real.*

Utilizando el o los controladores resultantes del algoritmo genético realizar pruebas sobre el sistema real.

- *Sintonizar el algoritmo con base en el resultado de las pruebas del sistema real.*

Utilizando los resultados de la respuesta del sistema real con el controlador ganador determinar si es necesario modificar los parámetros del algoritmo, o el modelo del sistema.

6 CONCLUSIONES

En este proyecto se propuso y se validó un método de control por realimentación de estados para sistemas no lineales.

El modelo matemático de un helicóptero de dos grados de libertad hallado utilizando las ecuaciones de movimiento de Lagrange, fue validado utilizando el helicóptero de pruebas de marca Quanser, demostrando ser un modelo suficiente para un helicóptero de dos grados de libertad.

Una gran ventaja de utilizar algoritmos genéticos en sistemas de control, es su aplicación a los sistemas no lineales. Su principal desventaja es el costo computacional requerido para simularlos, lo cual limita la complejidad del modelo del sistema a utilizar.

Es necesario limitar la acción del control multivariable sobre un helicóptero de dos grados de libertad. De lo contrario se presentará un acople excesivo que hará inestable al sistema tal y como se muestra en las gráficas de la respuesta a entrada paso en *pitch* y *yaw* del helicóptero y en las gráficas de voltajes de los motores presentadas en la sección 5.1.5.

Trabajos Futuros

Se deja abierto el tema para obtener un modelo más completo de un helicóptero de dos grados de libertad al que se obtuvo en éste trabajo, además se plantea hacer una identificación de los parámetros del helicóptero de pruebas de Quanser.

Una evolución al proyecto realizado, es la aplicación de los algoritmos genéticos a otras estrategias de control como control difuso o redes neurales.

7 BIBLIOGRAFÍA

- [1] BAY, John S., *Fundamentals of Linear State Space Systems*, Virginia Polytechnic Institute and State University, McGraw-Hill, International Editions 1999.
- [2] ZAK, Stanislaw H., *Systems and Control*, School of Electrical and Computer Engineering, Purdue University, Oxford University Press, New York, 2003.
- [3] A.M. Kuethe and C. Y. Chow, *Foundations of Aerodynamics*. Wiley and Sons, New York, 1986.
- [4] J. G. Leishman, *Principles of helicopter aerodynamics*. Cambridge University Press, New York, 2000.
- [5] BOTTARO, Gustavo C., Helicópteros “ The Site “, 2004 <http://www.geocities.com/CapeCanaveral/Launchpad/5249/>
- [6] E. Falkenauer, *Genetic Algorithms and Grouping Problems*. Editorial Wiley UK, 1998
- [7] VARÓN C, Felipe., *Sistema de control de equilibrio para plataforma voladora*, Pontificia Universidad Javeriana, Facultad de Ingeniería, Trabajo de Grado No. 0127, Bogotá DC, 2003.
- [8] KARI, Unneland., *Application of model predictive control to a helicopter model*, Norwegian University of science and technology, Department of Engineering Cybernetics.
- [9] DORF, Richard C., *Modern control systems*, 10th ed, Upper Saddle River, New Jersey, Prentice Hall, 2001.

8 ANEXOS

8.1 ANÁLISIS DE LA AERODINÁMICA DE UNA HÉLICE. (FUERZA DE EMPUJE DE UNA HÉLICE EN FUNCIÓN DE SUS R.P.M.)¹

El desarrollo de la aerodinámica de una hélice que se presenta a continuación fue tomado de la referencia [7] *sistema de control de equilibrio para una plataforma voladora* que se encuentra en la bibliografía al final del documento.

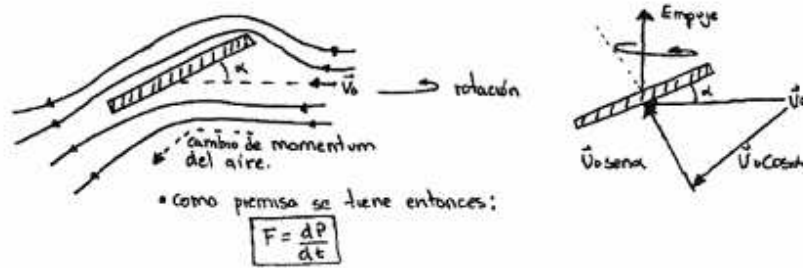
No se considerarán los efectos de la viscosidad - flujo ideal.

La hélice rota con energía de un motor, y por su forma produce una aceleración del aire, lo cual genera en reacción la fuerza de empuje. Puede verse entonces que esta fuerza produce un cambio en el momentum del aire debido a la forma de la hélice y su rotación



El flujo de aire puede considerarse con una velocidad \vec{V}_0 incidente sobre las aspas de la hélice.

¹ Desarrollo tomado de Felipe Barón. *Sistema de control de equilibrio para plataforma voladora*, Pontificia Universidad Javeriana, Facultad de Ingeniería, Bogotá DC, 2003



$$P = m\vec{v}$$

$$\dot{p} = \dot{m}\vec{v} \quad (\vec{v} \text{ constante})$$

$$\dot{p} = \dot{m}\vec{v}_0 \text{sen} \alpha$$

$$\dot{m} = \delta A \vec{v}_0 \text{sen} \alpha$$

donde

δ densidad del aire

A área de hélice

Ahora sólo serán consideradas las magnitudes de las fuerzas

$$\dot{p} = (\delta A \vec{v}_0 \text{sen} \alpha) \vec{v}_0 \text{sen} \alpha = \delta A \vec{v}_0^2 \text{sen}^2 \alpha$$

entonces,

$$F_0 = \delta A \vec{v}_0^2 \text{sen}^2 \alpha \cos \alpha \quad (\text{la fuerza resultante es perpendicular al plano de rotación})$$

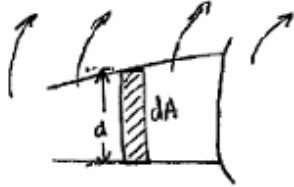
Suponiendo un grosor constante (d) del elemento de hélice, tenemos:

F_0 por unidad de área:

$$dF_0 = \delta \text{sen}^2 \alpha \cos^2 \alpha \vec{v}^2 dA$$

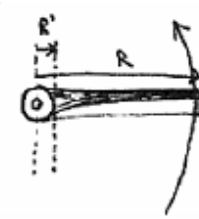
$$\alpha = \alpha(\text{radio})$$

$$\bar{v} = \bar{v}(\text{radio})$$



Se supone que todo dA es paralelo a la dirección del aire incidente.

Velocidad:

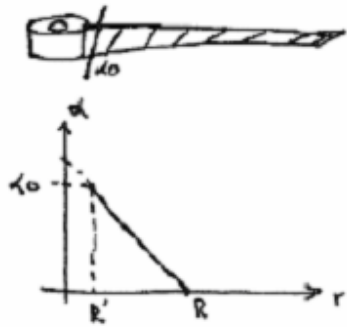


$$\bar{v} = \frac{2\pi r}{T} = 2\pi f$$

$$rps = \frac{rpm}{60} = f \text{ entonces, } \bar{v} = \frac{2\pi r}{60}$$

Angulo:

Se supone una variación lineal del ángulo desde α_0 hasta 0°

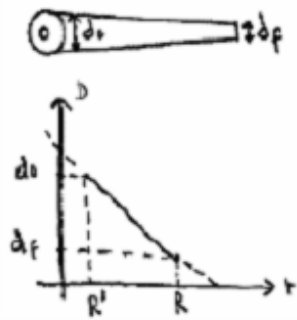


$$y = mx + b$$

$$\alpha = r \frac{-\alpha_0}{R - R'} + R' \frac{\alpha_0}{R - R'} + \alpha_0$$

Grosor:

Supongo variación lineal del grosor del aspa desde d_0 hasta d_f



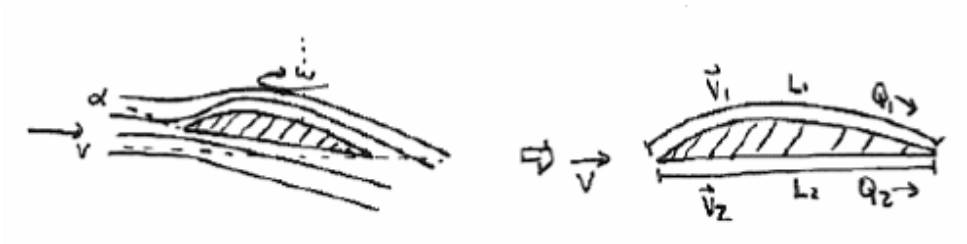
$$D = r \frac{d_0 - d_f}{R' - R} - R' \frac{d_0 - d_f}{R' - R} + d_0$$

Entonces,

$$dF_0 = \delta \sin^2 \alpha(r) \cos \alpha(r) \bar{v}(r)^2 D(r) dr$$

$$F_0 = 2 \int_R \delta \sin^2 \alpha(r) \cos \alpha(r) \bar{v}(r)^2 D(r) dr \text{ Son dos aspas}$$

A continuación se hace el cálculo de la fuerza ascendente resultante en los perfiles de las hélices debido al principio de Bernoulli.



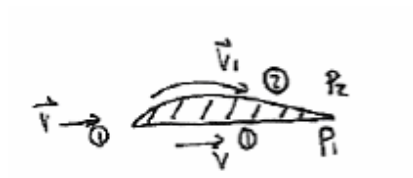
La forma del perfil dará origen a un diferencial de presión entre las dos superficies, la cual generará la fuerza ascendente.

Q: Caudal

L: Longitud de la superficie (paralela al flujo de aire)

Por simplicidad de las ecuaciones es posible aproximar $\bar{v}_2 \cong \bar{v}$

Entonces en términos de presión, tendremos:



Flujo de aire en (1) = Flujo de aire en (2)

$$\begin{aligned} \dot{m}_{(1)} &= \dot{m}_{(2)} \\ P_1 Q_1 &= P_2 Q_2 \\ Q_1 &= Q_2 \end{aligned}$$

De modo que el caudal es el mismo por arriba y abajo.

Si dos partículas se separan por acción del perfil, éstas deben volver a quedar juntas luego de que el perfil pase. Debido a que el caudal es el mismo,

$$\begin{aligned} \vec{V}_1 \cdot t_1 &= L_1 \\ \vec{V}_2 \cdot t_2 &= L_2 \end{aligned} \quad t_1 = t_2 \rightarrow \frac{V_1}{L_2} = \frac{V_2}{L_2} \rightarrow V_1 = \left[\frac{L_1}{L_2} \right] \cdot V_2$$

Debido a que el perfil separa en 2 una línea de flujo incidente, la energía de las partículas de aire debe ser igual en los puntos (1) y (2), y por tanto, según el principio de Bernoulli

$$P_1 + \frac{1}{2} P \cdot \vec{V}_1^2 = P_2 + \frac{1}{2} P \cdot \vec{V}_2^2$$

Esto se debe a que en el punto (1) y (2) se tiene el mismo potencial gravitatorio.

$$(P_2 - P_1) = \frac{1}{2} P (V_1^2 - V_2^2)$$

$$P = \frac{1}{2} P \left(\left[\frac{L_1}{L_2} \right]^2 V^2 - V^2 \right)$$

$$dP = \frac{1}{2} P \left(\left[\frac{L_1}{L_2} \right]^2 - 1 \right) V^2$$

$$F_1 = \frac{1}{2} P \left(\left[\frac{L_1}{L_2} \right] - 1 \right) \int_{R'}^R V^2 \cdot \cos(\alpha) dA$$

$\cos(\alpha)$ está en dirección ascendente y se supone la relación $\left[\frac{L_1}{L_2} \right]$ constante a lo largo de toda el aspa.

$$F_1 = \frac{3}{2} P \left(\left[\frac{L_1}{L_2} \right] - 1 \right) \int_{R'}^R \left[\frac{2\pi \cdot r \cdot (rpm)}{60} \right]^2 \cdot \cos(\alpha) \cdot D(r) dr$$

La ecuación anterior corresponde a una hélice de 3 aspas.

$$F_1 = \left[\frac{2\pi \cdot (rpm)}{60} \right]^2 \cdot \frac{3}{2} P \left(\left[\frac{L_1}{L_2} \right] - 1 \right) \cdot \int_{R'}^R r^2 \cos(\alpha(r)) \cdot D(r) dr$$

Y ahora,

$$F_{OT} = F_O + F_1$$

$$F_{OT} = \left[\frac{2\pi \cdot (rpm)}{60} \right]^2 \cdot 3 \cdot P \cdot \int_{R'}^R \operatorname{sen}^2 \left[r \left(\frac{-\alpha_0}{R-R'} \right) + R \left(\frac{\alpha_0}{R-R'} \right) + \alpha_0 \right] \cdot \cos \left[r \left(\frac{-\alpha_0}{R-R'} \right) + R \left(\frac{\alpha_0}{R-R'} \right) + \alpha_0 \right] \cdot \left[r \left(\frac{d_0 - d_f}{R-R'} \right) - R \left(\frac{d_0 - d_f}{R-R'} \right) + d_0 \right] \cdot r^2 \cdot dr + \left[\frac{2\pi \cdot (rpm)}{60} \right]^2 \cdot \frac{3}{2} \cdot P \cdot \left(\left[\frac{L_1}{L_2} \right] - 1 \right) \cdot \int_{R'}^R r^2 \cdot \left[r \left(\frac{d_0 - d_f}{R-R'} \right) - R \left(\frac{d_0 - d_f}{R-R'} \right) + d_0 \right] \cdot \cos \left[r \left(\frac{-\alpha_0}{R-R'} \right) + R \left(\frac{\alpha_0}{R-R'} \right) + \alpha_0 \right] dr$$

Que corresponde a la Fuerza total ascendente. Es decir, la Fuerza de Empuje.

8.2 CÓDIGO DE LOS ALGORITMOS GENÉTICOS EN MATLAB®

Ver anexo CD

8.3 CONTROLADORES EN Simulink®

8.3.1 CONTROLADOR DESACOPLADO

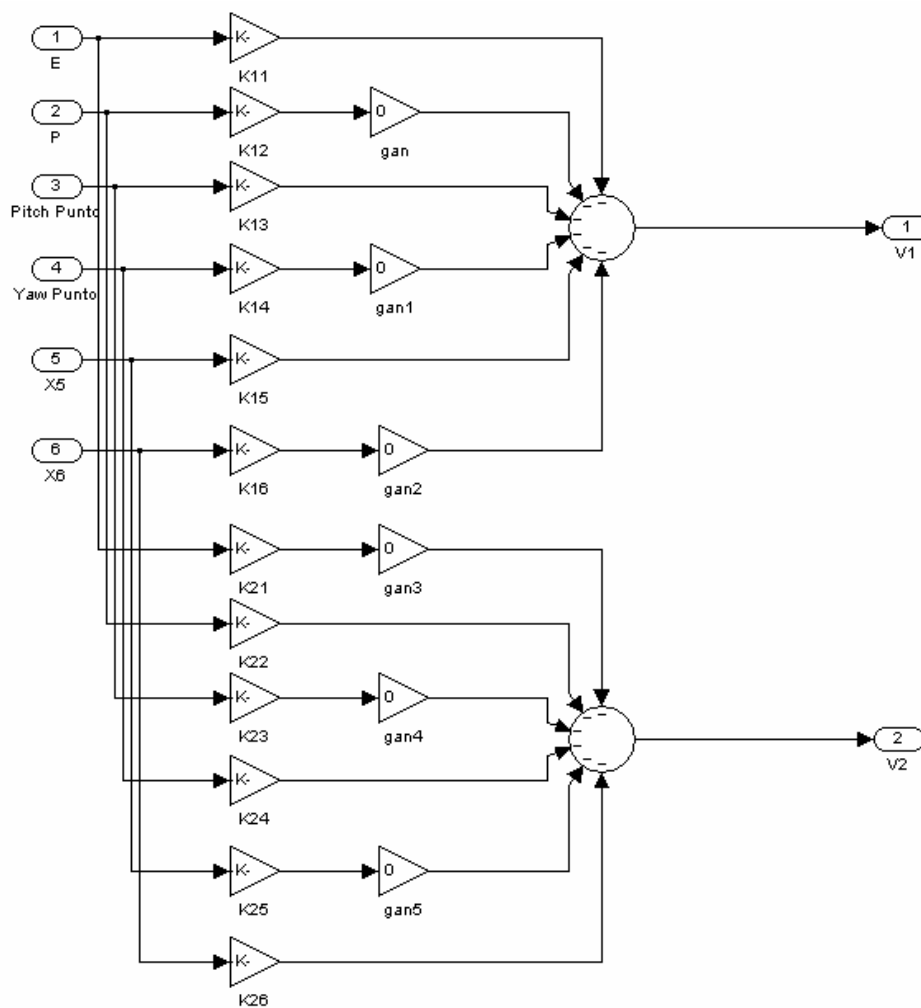


Figura 130. Controlador desacoplado

8.3.2 CONTROLADOR MODIFICADO

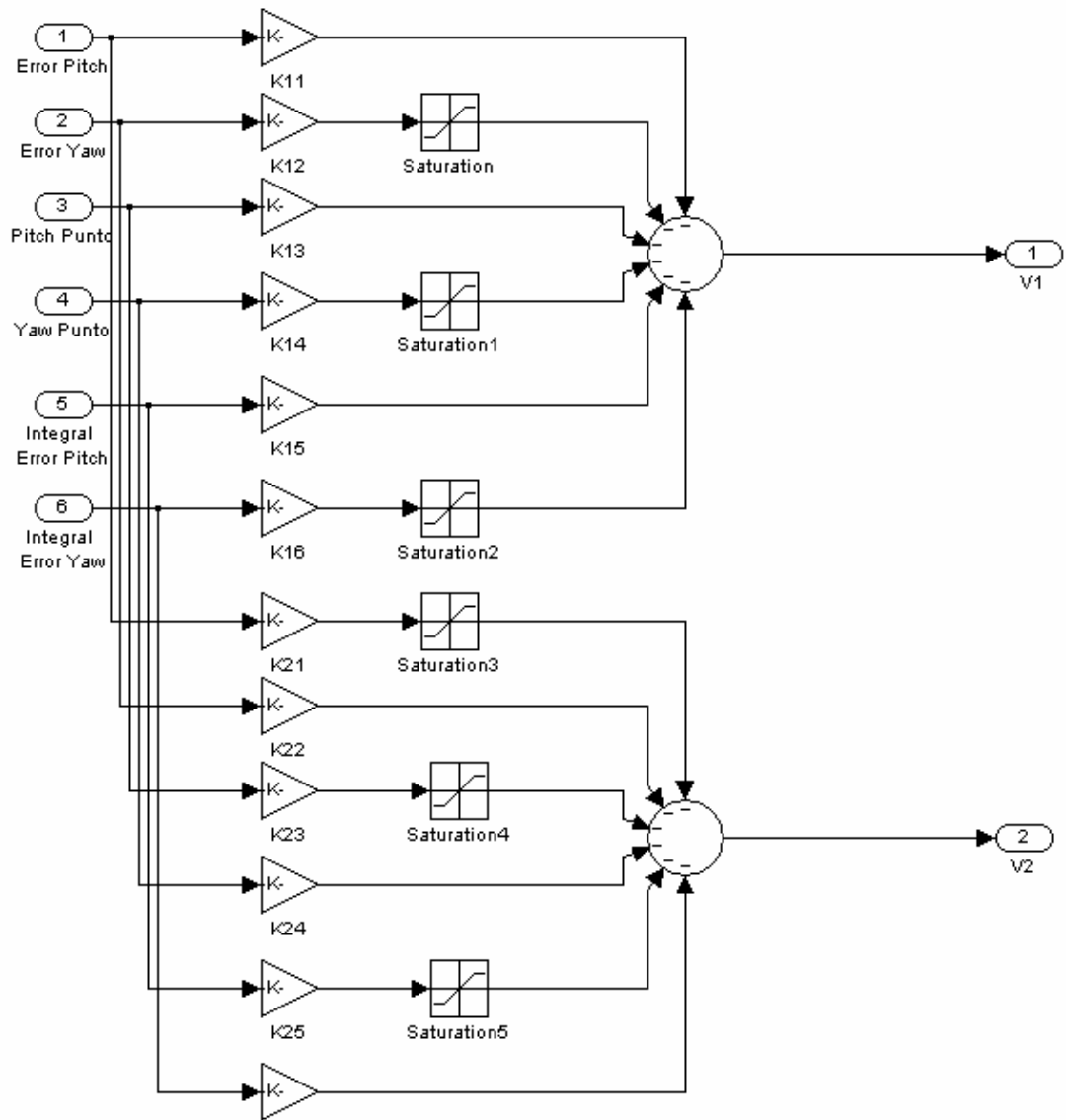


Figura 131. Controlador Modificado

8.3.3 CONTROLADOR QUANSER

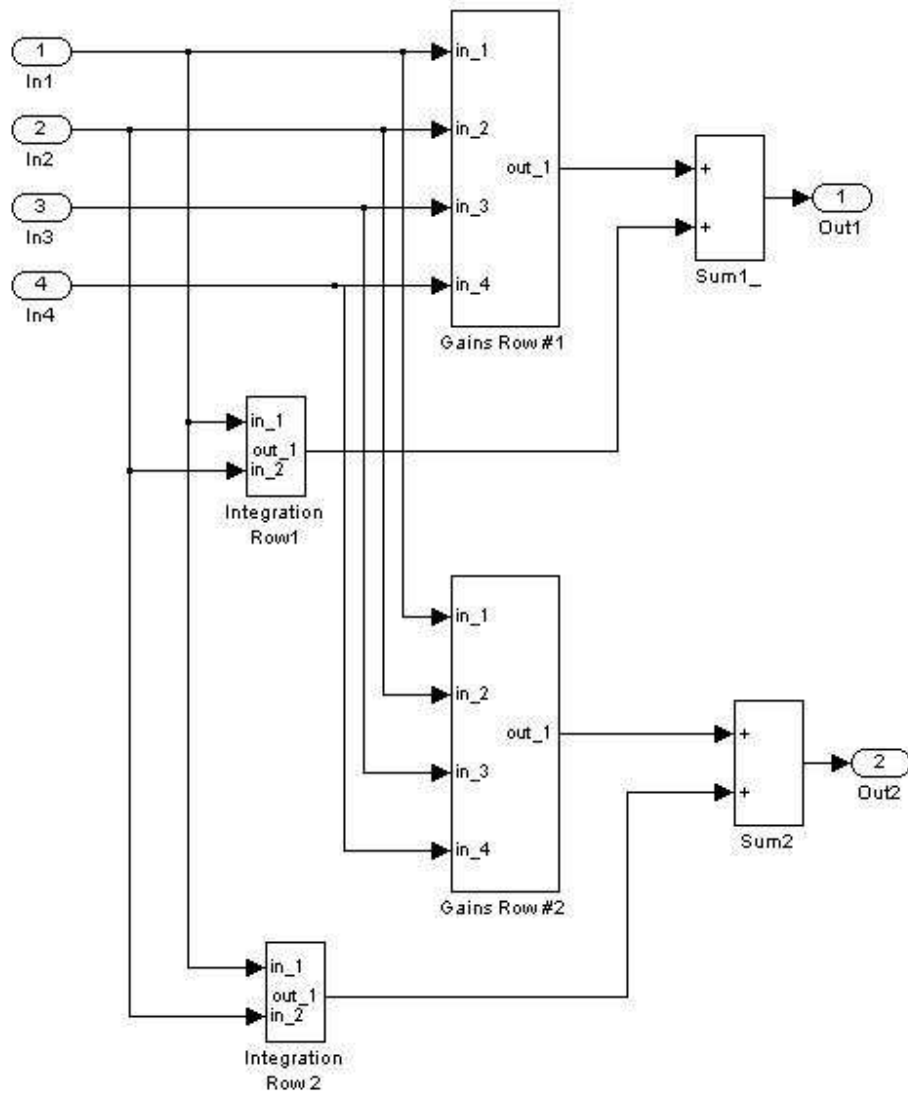


Figura 132. Controlador de Quanser®

8.4 HOJA DE ESPECIFICACIONES DEL HELICÓPTERO DE QUANSER

Ver anexo CD

8.5 FOTOS DEL HELICÓPTERO



Figura 133. Fotos del Helicóptero

8.6 LISTADO DE CONSTANTES UTILIZADAS EN EL DESARROLLO DEL MODELO NO LINEAL

$$U_y = 0;$$

$$U_p = 0;$$

$$g = 9.8; \% [m/(s^2)]$$

$$K_{tp} = 18.2e-3; \% [N*m/A]$$

$$K_{ty} = 10.9e-3; \% [N*m/A]$$

$$K_{mp} = 10^{-2.7}; \% [N*(s^2)/(rad^2)]$$

$$K_{my} = 10^{-2.7}; \% [N*(s^2)/(rad^2)]$$

$$l_1 = 0.203; \% [m]$$

$$l_2 = 0.203; \% [m]$$

$$M_1 = 0.414; \% [Kg]$$

$$M_2 = 0.232; \% [Kg]$$

$$R_p = 0.83; \% [ohm]$$

$$R_y = 1.6; \% [ohm]$$

$$K_p = 4.226e-2; \% [N*(s^2)/(rad^2)]$$

$$K_y = 4.226e-2; \% [N*(s^2)/(rad^2)]$$

8.7 LISTADO DE CONSTANTES UTILIZADAS EN EL DESARROLLO DEL MODELO NO LINEAL SIMPLIFICADO

$KF_f = 0.089 * 9.8$; % N per volty - front motor Pittman + 11-6 Zinger

$KF_b = 0.043 * 9.8$; % N per volt - back motor MicroMo + 8-6-3 Graupner

$KT_f = .02$; % Nm / volt

$KT_b = .01$; % Nm/volt, gain =3, micromo, 8x6x3 prop

$Kff = 0.089 * 9.8$; % N per volty - front motor Pittman + 11-6 Zinger

$Kfb = 0.043 * 9.8$; % N per volt - back motor MicroMo + 8-6-3 Graupner

$Ktf = .02$; % Nm / volt

$Ktb = .01$; % Nm/volt, gain =3, micromo, 8x6x3 prop