

FUNCIÓN DE REACCIÓN DEL BANCO
CENTRAL: UN ANÁLISIS DE EXPECTATIVAS
BACKWARD Y FORWARD LOOKING

Trabajo de Grado presentado por:

Patricia González Román

Juan Sebastián Martínez Ossa

a

PONTIFICIA UNIVERSIDAD JAVERIANA
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y
ADMINISTRATIVAS
MAESTRÍA EN ECONOMÍA

Bajo la dirección de

Martha Misas A.

En cumplimiento parcial de los requisitos
para optar por el grado de Magíster en Economía

Bogotá, Agosto de 2011

FUNCIÓN DE REACCIÓN DEL BANCO CENTRAL: UN ANÁLISIS DE EXPECTATIVAS BACKWARD Y FORWARD LOOKING

Patricia González Román, Autora

Juan Sebastián Martínez Ossa, Autor

Martha Misas A, Directora

RESUMEN

En este trabajo se analizan los cambios en una función de reacción del banco central a partir de dos escenarios: el primero, asumiendo expectativas adaptativas para los agentes de la economía (*backward looking*); y el segundo, expectativas racionales (*forward looking*). Para lograr dicho objetivo, se construyen dos modelos macroeconómicos que parten de una representación semi-estructural para una economía abierta. Para ambos modelos se utilizó un filtro de Kalman con el fin de estimar los parámetros de la economía y las funciones de reacción. Aunque no es el propósito central del trabajo, gracias a la representación estado – espacio del modelo *forward looking*, se recuperó una serie de expectativas de inflación y otra de brecha de producto. Los resultados evidencian que el modelo *forward looking* es coherente con la teoría y la evidencia empírica. En contraste, el modelo *backward looking* es poco robusto.¹

¹ Los autores agradecen la invaluable colaboración y comentarios de Martha Misas como asesora en el desarrollo de este trabajo. Las opiniones aquí expresadas son responsabilidad exclusiva de los autores y en ningún momento comprometen al asesor.

THE CENTRAL BANK REACTION FUNCTION: AN ANALYSIS OF FORWARD AND BACKWARD LOOKING EXPECTATIONS.

Patricia González Román, Author

Juan Sebastián Martínez Ossa, Author

Martha Misas A, Director

ABSTRACT

This paper analyzed the changes in the Monetary Policy Reaction Function (MPRF) when it incorporates the assumption of rationality (*forward looking*) against a scenario of adaptive expectations (*backward looking*). Two macroeconomic scenarios are based on a model semi-structural representation. For both models was used a Kalman filter to estimate the parameters of the economy and the reaction functions. Although is not the central purpose of the paper, thanks to state - space representation, we recovered a series of inflation expectations and the economic gap. The results showed that the reaction function under a *forward looking* fulfills the Taylor principle. In contrast, under *backward looking* expectations, the result is weak.

TABLA DE CONTENIDO

Introducción y planteamiento del problema	2
1. Marco teórico.....	4
La regla de Taylor	5
Reglas de política basadas en pronóstico de inflación - Inflation Forecast Based Rules (IFB)-.....	6
Revisión de la literatura en Colombia	7
2. Modelo.....	10
Modelo de expectativas adaptativas - <i>backward looking</i>	10
Modelo de expectativas racionales - <i>forward looking</i>	12
Hipótesis	15
3. Tratamiento empírico y método de estimación	16
Representación Estado Espacio.....	16
Estimación de un filtro de Kalman, Harvey (1989)	18
a. Información disponible.....	22
b. Resultados.....	22
Resultados del modelo Forward Looking	23
Regla de Taylor	23
La brecha de producto en un modelo con expectativas forward looking	24
¿Qué dicen las expectativas recuperadas con el modelo?	25
Resultados del modelo Backward Looking	26
Conclusiones	28

Anexo I: Parámetros estimados para el modelo <i>backward looking</i>	30
Anexo II: Parámetros estimados para el modelo <i>forward looking</i>	31

LISTA DE GRAFICOS

Gráfico 1. Brecha del producto del modelo Forward Looking	24
Gráfico 2. Brecha del producto del modelo Forward Looking y Brecha calculada por el Banco de la Republica con un filtro de Hodrick Prescott con <i>priors</i>	25
Gráfico 3. Expectativas de inflación del modelo Forward Looking y Expectativas de inflación capturadas por el Banco de la Republica en la encuesta de analistas.	26

LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Datos utilizados en el modelo	22
Tabla 2. Parámetros del modelo <i>backward looking</i>	30
Tabla 3. Parámetros del modelo <i>forward looking</i>	31

Introducción y planteamiento del problema

El debate sobre la conducción de la política monetaria a través de actuaciones discrecionales o reglas monetarias es de larga tradición. En años recientes ha cobrado especial relevancia con los aportes de Taylor (1993) y con la adopción del esquema de inflación objetivo en un gran número de países desarrollados y emergentes. En Colombia, la función de reacción de política monetaria también ha sido estudiada en los últimos años tras la independencia que le otorgó la constitución de 1991 al banco central y el posterior cumplimiento de las metas de inflación a partir del año 2000.

Este trabajo realiza un aporte para el amplio debate nacional sobre la conducción de la política monetaria, enmarcado en la estimación de una regla de Taylor para el banco central. En particular, se pretende analizar los cambios en dicha función cuando se incorpora el supuesto de racionalidad de los agentes en la economía (*forward looking*) frente a un escenario de expectativas adaptativas (*backward looking*). Un análisis de los parámetros de la función de reacción ante cambios en expectativas utilizando filtro de Kalman no se había desarrollado para Colombia.

Para lograr dicho objetivo se construyen dos escenarios macroeconómicos a escala que parten de una representación de un modelo semi-estructural para una economía abierta. En particular, en el primer modelo se supone que los agentes construyen los pronósticos utilizando información sobre la trayectoria pasada de las variables y por tal razón, la función de reacción del banco central sigue una regla de Taylor simple. De otro lado, para el segundo modelo, se construyen las ecuaciones partiendo del supuesto de racionalidad de los agentes y la regla de política monetaria es una simplificación de la propuesta presentada por Clarida, Galí y Gertler (1999) la cual incorpora las expectativas de inflación.

Para ambos modelos se utiliza un filtro de Kalman para estimar los parámetros de la economía, las funciones de reacción y la serie de la brecha de producto. Aunque no es el

propósito central del trabajo, gracias a la representación estado – espacio del modelo *forward looking*, se recupera una serie de expectativas de inflación.

El trabajo de investigación busca responder a la pregunta ¿Cómo se comporta una función de reacción del banco central frente a expectativas *backward* y *forward looking*? Adicional a lo anterior, el trabajo también responde de manera implícita ¿Cuáles son los parámetros de la regla de Taylor en Colombia? y ¿Cuál ha sido la trayectoria de la brecha de producto en la última década?

Este documento está dividido en cinco secciones, siendo esta la primera. En la segunda, se realiza un resumen de los principales artículos nacionales e internacionales relacionados con el tema a trabajar; en la tercera, se presentan las ecuaciones básicas de los escenarios macroeconómicos utilizados por los modelos *backward* y *forward looking*; en la cuarta se analiza la metodología de estimación de los modelos y los resultados de los parámetros obtenidos en las funciones de reacción, así como las expectativas de inflación y la brecha del producto recuperados a partir del modelo de expectativas racionales (*forward looking*). Finalmente, se presentan las conclusiones y la bibliografía.

1. Marco teórico

El debate sobre la conducción de política monetaria a través de actuaciones discrecionales o reglas instrumentales es de larga tradición. De acuerdo con McCallum (1997) este debate se inicia con las contribuciones de Thorton en el siglo XIX y de Fisher a principios del siglo XX. No obstante, adquiere especial relevancia con las publicaciones de Taylor (1993) y Clarida, Galí, Gertler (1999), y con la implementación del esquema de inflación objetivo en un gran número de países desarrollados y emergentes.

En general, varias razones son sustentadas en la literatura reciente para favorecer las reglas de política sobre la discrecionalidad. Primero, es reconocido ampliamente que las reglas describen de forma acertada y sencilla el comportamiento de los bancos centrales (Rudebusch y Svensson, 1998; Clarida, Galí, Gertler 1999). Segundo, promueven la credibilidad, la transparencia y son un instrumento de comunicación eficaz. Más importante aún es que evitan que las autoridades monetarias tengan sesgo inflacionario, es decir, que en la búsqueda de variables reales de corto plazo, inflen la economía y generen, de forma persistente, un incremento en el nivel general de precios (Giraldo, 2008). Tercero, en presencia del “bono de credibilidad” adquirido por las autoridades monetarias con el seguimiento de una regla de política, el costo de una reducción de la inflación, en términos de disminución de producto, es significativamente menor al de un banco central que adopta decisiones de forma discrecional (Kydland y Prescott, 1977; Barro y Gordon, 1983). En efecto, Rosende (2003) demuestra que en países donde la autoridad monetaria ha conquistado una reputación adversa a la inflación, la respuesta de la economía frente a una política monetaria expansiva será más lenta que cuando el “bono de credibilidad” no existe. A su vez, recientes artículos señalan que en presencia de reglas de política disminuye la incertidumbre, aumenta la estabilidad y el bienestar económico dado que para los agentes es más sencillo prever el comportamiento de las variables nominales y eventualmente reales.

Además de lo anterior, ha sido ampliamente reconocido que las sorpresas o la discrecionalidad en términos de política monetaria puede producir efectos contrarios a los

esperados y en general, es posible que se alcancen resultados subóptimos, así se cuente con mejores herramientas técnicas y de personal (Woodford, 2003). En este sentido, el trabajo de Kydland y Prescott (1977) muestra que si el banco central no puede comprometerse con una política de baja inflación, ésta puede aumentar considerablemente, pese a no existir una relación de largo plazo entre inflación y producción.

A pesar de los beneficios ampliamente reconocidos por la literatura reciente y los riesgos provenientes de la discrecionalidad, ningún banco central se ha comprometido formalmente con el seguimiento de una regla, esto dado que las autoridades monetarias realizan un elaborado proceso de decisión donde un gran número de información es compilada y procesada. Aún así, la evidencia empírica muestra que las reglas monetarias se han constituido en un elemento central para entender el comportamiento reciente de la política monetaria (Svensson, 2001).

A continuación se presentan las contribuciones más importantes en términos de reglas instrumentales:

La regla de Taylor

Esta regla, formulada por Taylor en 1993, muestra que en la conducción de política monetaria, la Reserva Federal (Fed) cambia el nivel de tasa de los *fed funds* (tasa de interés de intervención) ante choques en la brecha de producto y ante una desviación de la inflación frente a la meta de mediano plazo. Específicamente, Taylor (1993) describió el comportamiento de la Fed de la siguiente forma²:

$$r = p + 0.5y + 0.5(p - 2) + 2$$

Donde r es la tasa de interés de los fondos federales, p es la tasa de inflación de los últimos cuatro trimestres y y es la desviación del nivel de producto con respecto a una meta de producto real. La regla de política estima que la tasa de interés debe aumentar si

² Siguiendo la notación de Taylor (1993)

la inflación se encuentra por encima de 2 por ciento o si el producto real se desvía por encima de su tendencia. La regla además muestra que si la tasa de inflación y el PIB real están sobre el objetivo, entonces la tasa de interés de los fondos federales será igual a 4 por ciento, ó 2 por ciento en términos reales.

En general, la regla generó un importante impacto en la literatura dado que, además de seguir de cerca el comportamiento de los *fed funds*, podía ser fácilmente verificada y era robusta en términos empíricos (Batini y Haldane, 1998 y Svensson, 2001). Además, aunque fue considerada por algunos como una regla mecánica, posteriormente se demostró que puede ser derivada de un ejercicio de optimización del banco central, en el cual se incorporan los objetivos que busca alcanzar la autoridad monetaria.

Cuando se habla del principio de Taylor, se entiende que el parámetro de inflación es mayor que uno. Lo anterior significa que el banco central afecta la tasa de interés real en la búsqueda del cumplimiento de la meta de inflación.

Reglas de política basadas en pronóstico de inflación - Inflation Forecast Based Rules (IFB)-

Clarida, Galí and Gertler (1999) postulan una regla de política monetaria en la cual el objetivo de tasa de interés en cada período es una función de las brechas entre la inflación esperada y el producto frente a sus respectivos objetivos. En particular, se especifica una ecuación lineal de la siguiente forma³:

$$r_t^* = r^* + \beta(E\{\pi_{t,k} | \Omega_t\} - \pi^*) + \gamma E\{x_{t,q} | \Omega_t\}$$

Donde $\pi_{t,k}$ denota el cambio porcentual en el nivel de precios entre los períodos t y $t+k$, π^* es el objetivo de inflación. $x_{t,q}$ es una medida de la brecha del producto promedio entre t y $t+k$. E es el operador de expectativas y Ω_t es el conjunto de información disponible en el momento en el cual se establece la tasa de interés. Finalmente, r^* es el nivel de tasa nominal deseado cuando la inflación y el producto están en los niveles objetivos.

³ Siguiendo la notación de Clarida, Galí and Gertler (1999)

Dado que la IFB incorpora las expectativas de brecha y producto, y no los valores actuales de estas variables, en general, se entiende que esta regla anida la de Taylor cuando la inflación rezagada, o una combinación lineal de la inflación rezagada, es suficiente para predecir el comportamiento de la inflación futura.

Además de tener en cuenta el rezago del mecanismo de transmisión de política monetaria (un supuesto ciertamente más realista), una IFB es considerada menos restrictiva que una regla de Taylor tradicional, dado que incorpora implícitamente un gran número de variables económicas al responder al pronóstico de inflación (*Information encompassing*, Batini 1998). A su vez, la reciente evidencia empírica señala que la política monetaria en los países del G-7 parece dirigida más por futuros que por resultados rezagados (Clarida y Gertler, 1999; Clarida, Galí y Gertler, 1999; Orphanides, 2001; Rudebusch y Svensson, 1998).

Revisión de la literatura en Colombia

En Colombia también se han realizado diversos trabajos para estimar reglas instrumentales con el fin de conocer y analizar la función de reacción del banco central. Bajo un escenario construido con expectativas *backward looking*, se encuentran: Bernal y Táutica (2008) y Giraldo (2008); y para expectativas *forward looking* son de mencionar los trabajos de: López (2004), Bernal (2003) y Restrepo (1998, 1999)⁴.

Bernal y Táutica (2008), comparan las predicciones de la regla de Taylor utilizando datos en tiempo real (DTR) y datos revisados del PIB para el período comprendido entre el segundo trimestre de 2003 y el primer trimestre de 2008, con el fin de conocer el impacto de las actualizaciones en datos en el corto plazo. Del estudio se encuentra que la aversión al riesgo del banco central frente a la inflación podría ser subestimada si se utiliza información actualizada. En efecto, el parámetro de aversión es menor a 1 para datos actualizados y mayor a este valor para DTR. Dado lo anterior, se sugiere que la especificación, estimación y pronóstico podría mejorar significativamente si se utilizan DTR.

⁴ Dado que el objetivo de este trabajo se limita a reglas instrumentales, se excluyen de la literatura algunos estudios de relevancia relacionados con reglas óptimas como Rhenals y Saldarriaga (2008) y Amaya (2005).

Giraldo (2008) estima una regla de Taylor usando una estructura estado espacio y el método del filtro de Kalman, asumiendo variabilidad de los parámetros con el fin de explotar la naturaleza recursiva de las funciones de reacción. Para el período entre 1994 y 2005, se encuentra que el parámetro de aversión a la inflación cumple el principio de la regla de Taylor (es mayor que uno), mientras que el de la brecha del producto es no significativo.

López (2004) utiliza la técnica de simulaciones estocásticas para seleccionar una regla de política coherente con el marco de inflación objetivo en Colombia, teniendo en cuenta la minimización de la variabilidad del producto, la inflación y la tasa de interés en la economía. El modelo parte de la estimación de los parámetros para una economía abierta y pequeña utilizando método generalizado de momentos. En términos generales, López (2004) encuentra que en cuanto a pérdida de producto y variabilidad de inflación, las IFB se desempeñan mejor que las reglas simples de Taylor. Consecuentemente, una regla de política en Colombia debería incorporar expectativas *forward looking*.

Bernal (2003) reporta estimaciones de una función de reacción de política monetaria con método generalizado de momentos para Colombia durante el período 1991 a 1999. Los resultados indican que durante este período el Banco Central adoptó una regla implícita cuyo objetivo era la tasa de inflación y que respondió a la inflación esperada en contraposición a la inflación rezagada.

Restrepo (1999), utilizando el modelo de Clarida, Galí y Gertler (1999), estima una función de reacción prospectiva con método generalizado de momentos para los bancos centrales de Colombia y de Chile. Los resultados muestran que las autoridades monetarias de Chile, durante el período evaluado, respondieron más claramente ante la inflación que el banco central de Colombia. En efecto, con un aumento en las expectativas de inflación, las autoridades chilenas subieron la tasa de interés nominal lo suficiente para modificar la tasa real. En contraposición, en Colombia, en algunos períodos de aumento en expectativas, la tasa de interés real cayó.

Por último, Restrepo (1998) utiliza el modelo de ciclo de negocios propuesto por Clarida, Galí y Gertler (1999) y lo calibra para una economía abierta y pequeña con el fin de

analizar dos reglas monetarias tipo Taylor, así como los efectos de cuatro choques: (1) tecnológico; (2) de costos; (3) de demanda agregada; y (4) de factor de riesgo del país. Con el método de Blanchard y Kahn se encuentra que los resultados de las variables objetivo son mixtos y que, por tal razón, las autoridades deberían realizar seguimiento constante del tipo de choque que enfrenta la economía con el fin de utilizar la regla de política más apropiada.

2. Modelo

Con el objetivo de conocer los cambios en una función de reacción del banco central ante expectativas *backward* y *forward looking* se construyen dos escenarios macroeconómicos. A continuación se presentan las principales características de cada uno de los modelos:

Modelo de expectativas adaptativas - backward looking

El primer modelo se basa en expectativas adaptativas. Es decir, se supone que los agentes económicos realizan sus pronósticos teniendo en cuenta el comportamiento pasado de las variables. Aunque en la literatura son ampliamente reconocidas las cualidades empíricas de dichas ecuaciones, sin duda, la mayor restricción detrás de las expectativas adaptativas es la inconsistencia con los fundamentos microeconómicos de optimización de hogares y firmas.

Ahora bien, éste modelo *backward looking* se plantean a partir de tres ecuaciones: 1) Ecuación de oferta agregada o curva de Phillips, 2) Ecuación IS o de demanda agregada; y 3) Ecuación de reacción de política monetaria o regla de Taylor. De donde además de estimar los parámetros de la economía, se recupera la serie de brecha del producto.

En la curva de Phillips, cuya representación es la utilizada en la literatura sobre la tasa natural de desempleo⁵, la inflación básica (π_t), que excluye alimentos por su alta volatilidad, depende de un autorregresivo orden uno, el primer rezago de la brecha del producto (z_{t-1}), el efecto *pass trough* capturado a través de la inflación de importados (π_t^m) y un término de perturbación serialmente no correlacionado (ε_t^π).

$$(1) \pi_t = \beta_1 z_{t-1} + \alpha_1 \pi_{t-1} + \alpha_2 \pi_t^m + \varepsilon_t^\pi$$

⁵ La hipótesis natural de la tasa de desempleo asume que en el largo plazo la curva de Phillips es vertical. Representaciones de esta curva han sido utilizadas en trabajos como los de Svensson (2001,2003) y Rudebusch y Svensson (1998). En Colombia, la adaptación de esta curva de Phillips fue realizada por Echavarría et al (2007) y Torres (2007).

Por su parte, en la forma reducida de la curva IS, la brecha del producto (z_t) esta explicada por un autorregresivo de orden uno, la tasa de interés real *ex post* rezagada un periodo ($i_{t-1} - \pi_{t-1}$), la variación en el producto de Estados Unidos (ΔPIB_{USA_t}) - principal socio comercial del país⁶ - los términos de intercambio (Δti_t) y una perturbación serialmente no correlacionada (ε_t^z). La propuesta de la ecuación IS sigue fundamentalmente los trabajos realizados por Rudebusch y Svensson (1998) y Smets (1998) e incorpora las variables de crecimiento de Estados Unidos y términos de intercambio para hacer el modelo compatible con una economía abierta afectada por la dinámica de la economía mundial.

$$(2) \quad z_t = \phi z_{t-1} + \lambda(i_{t-1} - \pi_{t-1}) + \delta_1 \Delta PIB_{USA_t} + \delta_2 \Delta ti_t + \varepsilon_t^z$$

De otro lado, la regla de Taylor sigue la propuesta realizada inicialmente por Taylor (1993) y posteriormente simplificada por Smets (1998). En esta ecuación, la tasa de interés de intervención del banco central (i_t), aproximada a través de la tasa interbancaria (TIB), depende de las desviaciones de la brecha de inflación frente a su objetivo ($\pi_t - \pi_t^{obj}$) y de la brecha del producto (z_t). Adicional a lo anterior, se asume que el banco central suaviza el movimiento de la tasa de interés (i_{t-1}). Varias razones se han expuesto en la literatura para justificar este último supuesto: 1) Existe una amplia correlación serial entre las tasas de interés (Rudebusch, 1995); 2) El banco central prefiere evitar posibles choques en los mercados financieros (Goodfriend, 1991); 3) Existe una amplia incertidumbre sobre los efectos de la tasa de interés (Sack, 1997); 4) Cambios bruscos en política pueden generar pérdida de credibilidad (Clarida, Galí y Gertler, 1999); 5) La inercia de las tasa interés de corto plazo es una política óptima por parte del banco central porque así genera un mayor efecto en las tasas de interés de largo plazo y en la demanda agregada (Restrepo, 1999) y 6) Para Woodford (1999) el suavizamiento radica en causas técnicas y de costos. De hecho, este autor demostró que la suavización de tasa de interés

⁶ Estados Unidos representa cerca del 38% de las exportaciones totales del país y el 43% de las exportaciones tradicionales.

es óptima, en la medida que una baja varianza en tasa de interés reduce los costos de los ajustes de tasa en las hojas de balance de las empresas.

$$(3) \quad i_t = \theta_\pi(\pi_t - \pi_t^{obj}) + \theta_z z_t + \theta_i i_{t-1} + \varepsilon_t^i$$

Finalmente se incorpora la definición de la brecha del producto (z_t) y se supone que el PIB potencial (PIB_t^p) sigue un paseo aleatorio con *drift* constante (k_1). Este último supuesto implica que los choques al PIB potencial tienen efectos permanentes⁷.

$$(4) \quad PIB_t = PIB_t^p + z_t$$

$$(5) \quad PIB_t^p = k_1 + PIB_{t-1}^p + \varepsilon_t^{yp}$$

Las ecuaciones (4) y (5) se pueden simplificar en una sola, si además se tiene en cuenta que $\Delta PIB_t = PIB_t - PIB_{t-1}$. Por lo tanto, diferenciando (4) y reemplazando (5) en (4) obtenemos:

$$(6) \quad \Delta PIB_t = k_1 + z_t - z_{t-1} + \varepsilon_t^{yp}$$

Modelo de expectativas racionales - forward looking

Para el modelo con expectativas *forward looking* se parte del trabajo realizado por Clarída, Galí y Gertler (1999). Una diferencia fundamental de este modelo frente a la literatura tradicional es que implica optimización de hogares y firmas. En efecto, en la curva de demanda agregada, la brecha de producto depende no solamente de la tasa real y de los choques de demanda, sino adicionalmente, del comportamiento futuro de dichas variables. Por su parte, el establecimiento de los precios en la economía realizado por las firmas también es origen de una maximización de beneficios sujeto a costos. Lo anterior además supone que no existe inercia arbitraria o dependencia a los rezagos de la inflación

⁷ Este supuesto de la trayectoria del PIB potencial es utilizado en los trabajos de Smets (1998) y Rudebusch y Svensson (1998). En todo caso, el supuesto podría ser relajado para incorporar otras variables de orden estructural. Recientemente, este supuesto ha sido criticado dado que no incorpora el efecto de la tecnología.

y que, en términos generales, el establecimiento de precios de la firma depende fundamentalmente del costo marginal esperado.

Específicamente, en el modelo con expectativas *forward-looking*, se recuperan la brecha del producto y las expectativas de inflación⁸, a partir de cinco ecuaciones de forma reducida: 1) curva de Phillips; 2) demanda agregada; 3) regla de política; 4) dinámica de expectativas de inflación; y 5) comportamiento de la tasa de interés.

En la curva de Phillips, bajo el modelo de expectativas *forward looking*, la inflación básica (π_t) depende de un autorregresivo de orden 1, las expectativas de inflación estimadas dentro del modelo (π_t^e), el primer rezago de la brecha del producto (z_{t-1}), la inflación de importados (π_t^m) y un término de perturbación no correlacionado (ε_t^π).

$$(7) \quad \pi_t = \beta_1 z_{t-1} + \alpha_1 \pi_{t-1} + \alpha_2 \pi_t^m + \alpha_3 \pi_t^e + \varepsilon_t^\pi$$

De otro lado, en la ecuación de demanda agregada, además de las variables incorporadas en el modelo *backward looking*, se incluye la tasa de interés real *ex ante*, construida a partir de las expectativas de inflación obtenidas en el modelo ($i_{t-1} - \pi_{t-1}^e$), esto es:

$$(8) \quad z_t = \phi z_{t-1} + \lambda (i_{t-1} - \pi_{t-1}^e) + \delta_1 \Delta PIB_{USA_t} + \delta_2 \Delta t_t + \varepsilon_t^z$$

A su vez, dado que los agentes son racionales, la función de reacción del banco central incorpora expectativas (*IFB, inflation forecast based rules*). Específicamente, se utiliza una simplificación de la regla de Clarída, Galí y Gertler (1999):

$$(9) \quad i_t = \theta_\pi (\pi_t^e - \pi_t^{obj}) + \theta_z z_t + \theta_i i_{t-1} + \varepsilon_t^i$$

De otra parte, las expectativas de inflación siguen la representación utilizada por González, Melo, Rojas, Rojas (2010):

$$(10) \quad \pi_t^e = \pi_t^{obj} + a(\pi_{t-1} - \pi_{t-1}^{obj}) + \varepsilon_t^{\pi^e}$$

⁸ La encuesta de expectativas de inflación realizada por el Banco de la República es una serie reducida e insuficiente para estimar el modelo, por lo tanto no se incorpora esta variable como observada. El BR empezó a realizar encuesta de expectativas hasta finales de 2003.

Finalmente, al igual que bajo expectativas *backward - looking*, se incorpora la ecuación relacionada con la dinámica del producto potencial y la definición del mismo.

$$(11) \quad PIB_t = PIB_t^p + z_t$$

$$(12) \quad PIB_t^p = k_1 + PIB_{t-1}^p + \varepsilon_t^{yp}$$

Las cuales se simplifican en (13) de igual manera que se dedujo (6)

$$(13) \quad \Delta PIB_t = k_1 + z_t - z_{t-1} + \varepsilon_t^{yp}$$

Hipótesis

Se espera que los resultados obtenidos para una función de reacción del banco central sean diferentes en un escenario macroeconómico en el cual se supone formación de expectativas adaptativas *backward looking*, frente a una economía en la cual se asume racionalidad de los agentes económicos *forward looking*.

En particular, se espera que la regla de Taylor en un escenario *backward looking* sobreestime o subestime la respuesta del banco central a la inflación o a la brecha de producto, dado que no se incorpora toda la información disponible que realmente estarían utilizando los agentes económicos en la formación de expectativas. En contraposición, la función de reacción *forward looking* debería reflejar con mayor precisión la postura de política monetaria del banco central ante cambios en la inflación y al producto. Dado que el principal objetivo del banco central de Colombia es garantizar la estabilidad de precios, el parámetro de la inflación, por lo menos en el escenario *forward looking*, debería cumplir el principio de la regla de Taylor (tomar un valor mayor que uno).

Adicional a lo anterior, las expectativas de inflación deberían seguir de cerca la evolución de la inflación observada y además debería ser comparable a las expectativas de inflación realizada por el banco central desde finales de 2003. Por supuesto, la brecha de producto recuperada debería tener una amplia correlación con la dinámica de la actividad económica.

3. Tratamiento empírico y método de estimación

La metodología a partir de la cual se va a desarrollar este trabajo, se denomina filtro de Kalman; un algoritmo que a partir de una representación dinámica de un sistema en particular, denominada representación estado espacio, permite estimar el comportamiento de un grupo de variables a través de una serie de tiempo establecida, a la vez que recupera las series de variables no observadas directamente modeladas dentro del sistema. Para determinar el valor de los parámetros desconocidos en la representación de la economía, se realiza un procedimiento iterativo a partir de una ecuación de *Riccati* maximizando una función de verosimilitud. A través de ésta metodología se han realizado algunos trabajos en Colombia relacionados con la tasa de interés natural, la tasa natural de desempleo y la brecha del producto entre otros.

Representación Estado Espacio

El primer paso para el desarrollo del filtro es la representación estado espacio de una economía, modelada a partir de una serie de ecuaciones, que se representan matricialmente a partir de una ecuación de medida y una ecuación de transición. La primera, modela la situación de la economía en un momento del tiempo, explicando las variables dependientes por un vector, generalmente compuesto por variables no observadas directamente, denominado vector de estado, y un conjunto de variables explicativas que se consideran exógenas dentro de la ecuación más un error de medición; por su parte, la ecuación de transición modela el comportamiento del vector de estado a partir de sus propios rezagos y, de manera similar a la ecuación de medida, un conjunto de variables exógenas más una matriz de errores.

Ecuación de medida

Siguiendo a Harvey (1989), la ecuación de medida está definida de la siguiente forma:

$$y_t = Z_t \alpha_t + d_t + \varepsilon_t$$

Donde y_t es un vector de tamaño $(nx1)$ que contiene las variables que se definen como dependientes dentro del sistema, las cuales son observadas, α_t es el vector de estado a partir del cual podemos definir el estado en el que se encuentra el sistema en un momento del tiempo, de dimensión $(mx1)$ donde m es el número de variables de estado que contiene el modelo y explican a y_t . Z_t es el conjunto de parámetros que relaciona las variables dependientes con el vector de estado y tiene dimensión (nxm) , mientras que d_t , de dimensión $(nx1)$, corresponden al vector de variables que se consideran exógenas y sirven como explicativas de y_t . Finalmente ε_t , de dimensión $(nx1)$, es el vector de errores de medición, el cual es no correlacionado serialmente, su valor esperado es 0 y su matriz de varianzas y covarianzas es una matriz diagonal, denominada H_t de dimensión (nxn) .

Ecuación de transición

La ecuación de transición relaciona el vector de estado α_t a partir de su propio pasado en $t-1$ a través de un proceso de Markov de primer orden, de la siguiente forma:

$$\alpha_t = T\alpha_{t-1} + C + R_t\eta_t$$

Donde T_t , es de dimensión (mxm) y contiene los parámetros que relacionan las variables no observadas con su pasado. C_t , es un vector de dimensión $(mx1)$ y corresponde a las variables exógenas explicativas del vector de estado. Finalmente $R_t\eta_t$, es de dimensión $(mx1)$, donde R_t es una matriz de parámetros de dimensión (mxg) y η_t , de tamaño $(gx1)$, es el vector de perturbaciones no correlacionadas serialmente con media cero y varianza Q_t del vector de estado.

Matriz de varianza y covarianza

Finalmente, se determina la matriz de varianzas y covarianzas del sistema, el cual se puede expresar de la siguiente forma:

$$\Sigma_{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \sigma_{n.xm}^2 \end{bmatrix}$$

Estimación de un filtro de Kalman, Harvey (1989)

La estimación del filtro de Kalman se realiza con un proceso iterativo que busca obtener un estimador óptimo para el vector de estado definido en las ecuaciones de medida y transición, a partir de la información disponible hasta el momento t .

El procedimiento consta de dos ecuaciones: la ecuación de predicción y la ecuación de actualización.

La ecuación de predicción se utiliza para calcular el mejor estimador del vector de estado de la siguiente forma: sí denotamos a_{t-1} como el mejor estimador de α_{t-1} , y P_{t-1} como la matriz de covarianzas de los errores calculada de la siguiente forma:

$$P_{t-1} = E[(\alpha_{t-1} - a_{t-1})(\alpha_{t-1} - a_{t-1})']$$

Se puede obtener el estimador óptimo del vector de estado en el momento t y su matriz de covarianza de los errores, así:

$$a_{t|t-1} = T_t a_{t-1} + c_t$$

$$P_{t|t-1} = T_t P_{t-1} T_t' + R_t Q_t R_t \quad \text{para } t = 1, \dots, T$$

Cada vez que se tiene una nueva observación, el sistema se actualiza así:

$$a_t = a_{t|t-1} + P_{t|t-1} Z_t' F_t^{-1} (y_t - Z_t a_{t|t-1} - d_t)$$

$$P_t = P_{t|t-1} - P_{t|t-1} Z_t' F_t^{-1} Z_t P_{t|t-1}$$

Donde:

$$F_t = Z_t P_{t|t-1} Z_t' + H_t$$

Así, cada vez que llegue se tenga una nueva observación de la economía, el sistema se calibra ajustándose y optimizando los resultados del vector de estado.

Maximización de la función de verosimilitud

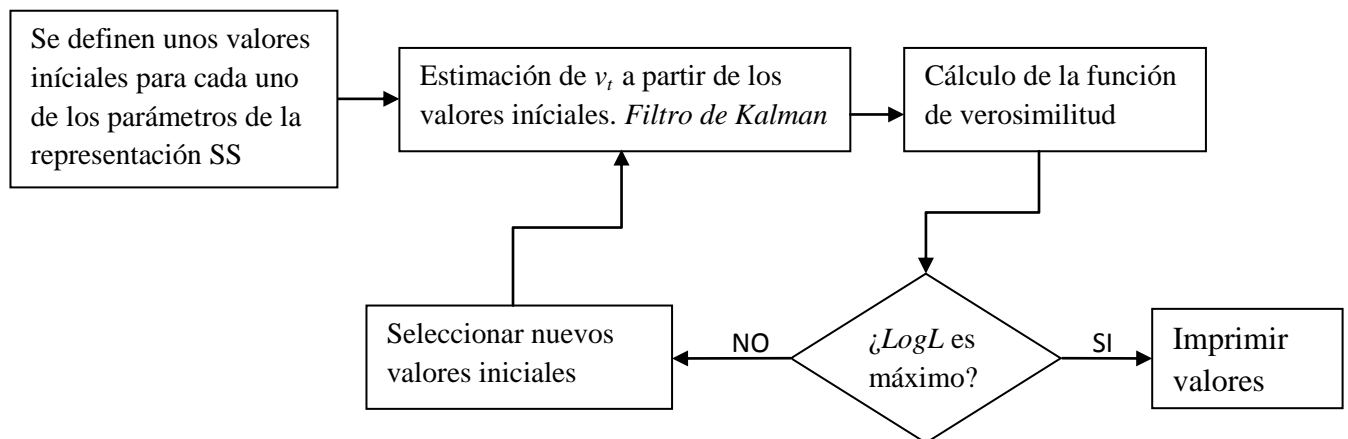
Las matrices Z , T y C no siempre se conocen. Por lo tanto, deben ser estimadas a partir de un proceso iterativo que lo busca es un conjunto de parámetros que maximicen una función de verosimilitud, definida de esta forma:

$$\text{Log}L = -\frac{NT}{2} \log 2\pi - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \log |F_t| - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T v_t' F_t^{-1} v_t$$

Donde N es el número de observaciones en el vector y_t , T la cantidad de observaciones y v_t es el vector de predicción de los errores, calculado como la diferencia entre el vector y_t y la estimación de y_t a partir de la información en $t-1$.

$$v_t = y_t - y_{t|t-1}$$

Este procedimiento se realiza para una serie de parámetros definidos como iniciales tantas veces se requiera hasta encontrar un valor máximo de la función de verosimilitud definida anteriormente. El algoritmo de optimización sigue el siguiente esquema:



Para el caso particular de este trabajo, la representación estado espacio del modelo *backward looking* descrito en las ecuaciones (1) – (6)⁹ puede escribirse de la siguiente manera:

Ecuación de medida (backward looking)

$$\begin{bmatrix} \Delta PIB \\ \pi_t \\ i_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & \beta_1 \\ \theta_z & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_t \\ z_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \kappa_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_1 & \alpha_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \theta_\pi & \theta_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \pi_{t-1} \\ \pi_t^m \\ \pi_t - \pi_t^{obj} \\ i_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_t^{yp} \\ \varepsilon_t^\pi \\ \varepsilon_t^i \end{bmatrix}$$

Ecuación de transición (backward looking)

$$\begin{bmatrix} z_t \\ z_{t-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{t-1} \\ z_{t-2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \lambda & \delta_1 & \delta_2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{t-1} - \pi_{t-1} \\ \Delta PIB_{USA_t} \\ \Delta ti_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_t^z \\ 0 \end{bmatrix}$$

Y la matriz de varianza covarianza del modelo *backward looking* es:

$$\Sigma_\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_t^{yp} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_t^\pi & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_t^i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \varepsilon_t^i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Mientras que la representación estado espacio del modelo *forward looking* descrito a partir de las ecuaciones (7) – (14), es la siguiente:

⁹ Las ecuaciones representadas en el modelo corresponden a la (1), (2), (3) y (6), ya que las ecuaciones (4) y (5) fueron sintetizadas en la (6).

Ecuación de medida (forward looking)

$$\begin{bmatrix} \Delta PIB \\ \pi_t \\ i_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & \beta_1 & \alpha_3 \\ \theta_z & 0 & \theta_\pi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_t \\ z_{t-1} \\ \pi_t^e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \kappa_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_1 & \alpha_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\theta_\pi & \theta_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \pi_{t-1} \\ \pi_t^m \\ \pi_t^{obj} \\ i_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_t^{yp} \\ \varepsilon_t^\pi \\ \varepsilon_t^i \end{bmatrix}$$

Ecuación de transición (forward looking)

$$\begin{bmatrix} z_t \\ z_{t-1} \\ \pi_t^e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_1 & 0 & -\lambda \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{t-1} \\ z_{t-2} \\ \pi_{t-1}^e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta_1 & \delta_2 & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & a & -a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta PIB_{USA} \\ \Delta ti_t \\ i_{t-1} \\ \pi_t^{obj} \\ \pi_{t-1} \\ \pi_{t-1}^{obj} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_t^z \\ 0 \\ \varepsilon_t^{\pi^e} \end{bmatrix}$$

En este caso la matriz de varianza covarianza puede escribirse como:

$$\Sigma_\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_t^{yp} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_t^\pi & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_t^{i^m} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \varepsilon_t^z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_t^{\pi^e} \end{bmatrix}$$

a. Información disponible

Para realizar el análisis se utilizará información del Banco de la República (BR), Departamento Administrativo Nacional de Estadística (DANE) y del Departamento de Comercio de Estados Unidos.

La serie utilizada corresponde a la información trimestral desde el primer trimestre del 2000 hasta el primer trimestre de 2011.

A continuación se presenta el detalle de las variables que serían utilizadas y su medición:

Tabla 1. Datos utilizados en el modelo

Variable	Medición		Fuente
PIB		$LN(t) - LN(t-1)$	DANE
		t = trimestre	
Inflación	Inflación sin alimentos	$(LN(t) - LN(t-1)) * 400$	DANE
		t = trimestre	
Inflación importados	IPP de importados	$LN(t) - LN(t-1)$	BR
		t = trimestre	
Objetivo de inflación			BR
Tasa de interés real	Tasa interbancaria	$((1+TIB)/(1+IPC))-1$	BR
PIB de US		$LN(t) - LN(t-1)$	Departamento de Comercio
		t = trimestre	
Términos de intercambio	IPP de exportados e importados	IPPX/IPPM	BR

Fuente: Elaboración y cálculos de los autores.

b. Resultados

Resultados del modelo forward Looking

Regla de Taylor

La ecuación 14, que muestra los resultados de una función de reacción bajo un escenario de expectativas *forward looking*, confirma que el banco central es averso a la inflación y que ante un incremento en el nivel de precios por encima del objetivo de inflación, el ajuste de la tasa de interés de referencia será de una magnitud suficiente para ajustar la tasa de interés real. En particular, la ecuación muestra que si la inflación se desvía 1% por encima del objetivo, la tasa de interés será ajustada cerca de 1.46%, lo cual respeta el principio de la regla de Taylor ($\theta_\pi > 1$).

En el caso de aversión a los ciclos, los resultados también son coherentes con la teoría y la evidencia empírica. Es decir, el banco central adopta una política monetaria restrictiva (expansiva) cuando la brecha del producto es positiva (negativa), pero la reacción en términos de política es más agresiva ante cambios en la inflación. Específicamente, la ecuación muestra que con una desviación de 1% del producto por encima del potencial, la tasa de interés será ajustada en 0.24%.

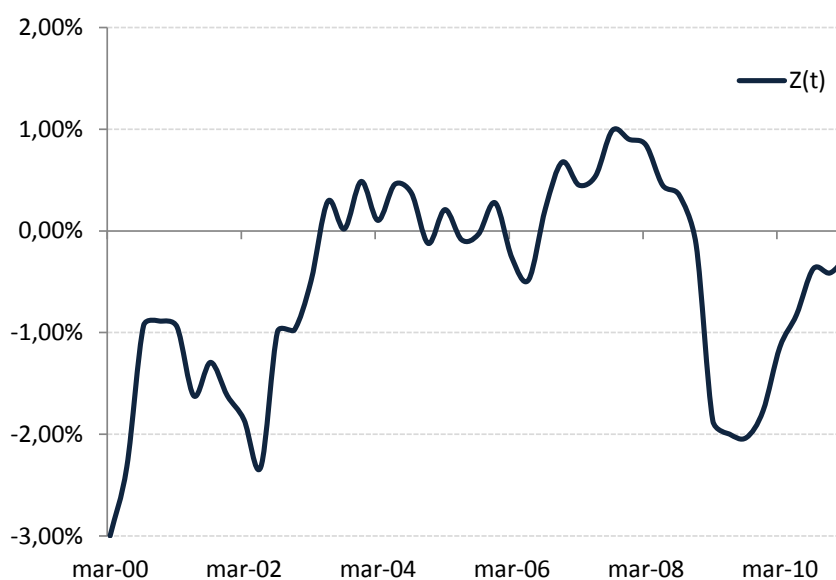
En cuanto al parámetro de la tasa de interés rezagada, se evidencia que el banco central efectivamente suaviza las decisiones de política monetaria. Como se mencionó previamente, esto sugiere, entre otras cosas, que el banco central prefiere evitar posibles choques en los mercados financieros y que existe una amplia incertidumbre de los efectos del cambio en la política monetaria (Sack, 1997; Goodfriend, 1991).

$$(14) \quad i_t = 1.46(\pi_{t+1}^e - \pi_{t+1}^{obj}) + 0.24z_t + 0.97i_{t-1}$$

La brecha de producto

La brecha de producto recuperada con el modelo *forward looking* refleja claramente el ciclo de actividad del país, el cual puede ser dividido en tres etapas: 1) La etapa de crisis financiera en Colombia de finales de la década de los noventa, la cual, de acuerdo a los resultados obtenidos en el modelo, dejó la economía con un crecimiento tres (3) puntos porcentuales por debajo del potencial hasta comienzos del año 2002; 2) Una etapa de sólido crecimiento impulsado por reformas económicas que, entre otros, permitieron la flotación de la tasa de cambio y la adopción de una política monetaria contra cíclica. Los resultados confirman que el auge económico se alcanzó hacia finales de 2007 con una brecha de producto de 1.5%; y 3) Una etapa de recaída de la actividad a partir de 2008 en medio de la crisis financiera mundial. Tal y como lo señala el Banco de la Republica en sus comunicados más recientes, la brecha de producto de la economía aún es negativa, pero continúa cerrándose en un contexto de fortalecimiento del consumo de los hogares y repunte de la inversión, lo que reafirma los resultados obtenidos hacia marzo de 2011, último dato modelado dentro de este trabajo.

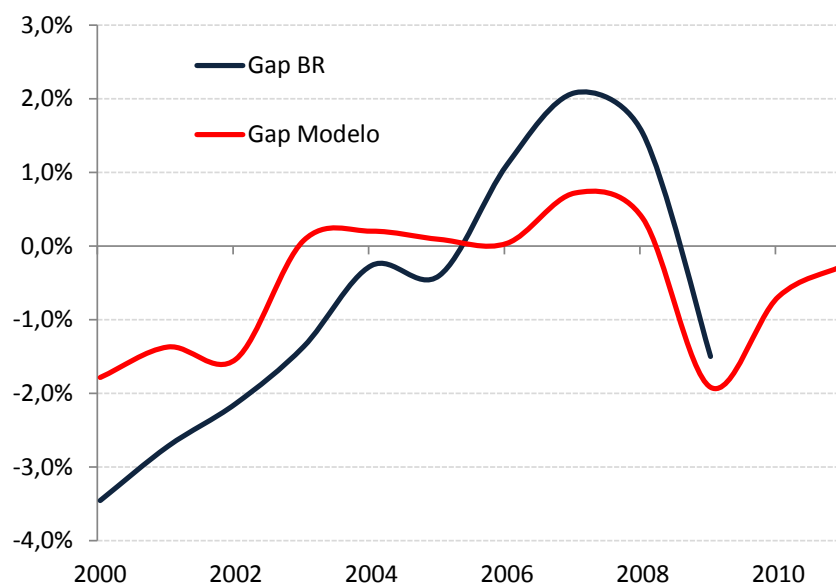
Gráfico 1. Brecha del producto del modelo Forward Looking



Fuente: Elaboración y cálculos de los autores.

Los resultados del modelo son interesantes en la medida que son comparables a los obtenidos a partir de otras metodologías. Por ejemplo, en el Grafico 2, se muestra el resultado del modelo frente el obtenido por el Banco de la Republica con un filtro de Hodrick – Prescott con *priors*¹⁰.

Gráfico 2. Brecha del producto del modelo Forward Looking y Brecha calculada por el Banco de la Republica con un filtro de Hodrick Prescott con *priors*



Fuente: Elaboración y cálculos de los autores.

¿Qué dicen las expectativas recuperadas con el modelo?

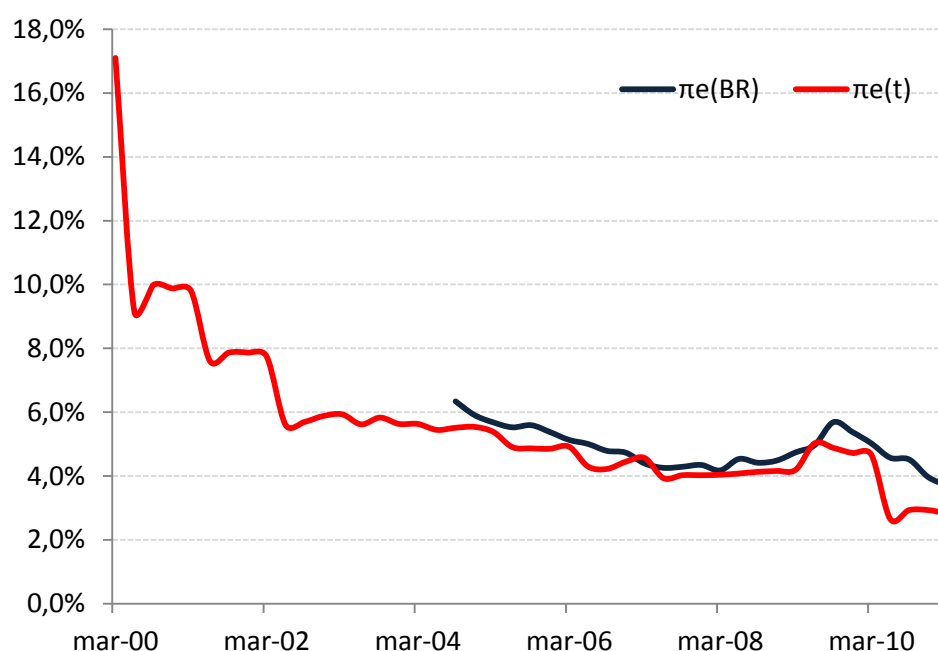
De las expectativas de inflación recuperadas con el modelo pueden esgrimirse dos resultados relevantes. Primero, las expectativas tienen una amplia similitud con la evolución de los precios: El proceso desinflacionario que vivió el país a finales de la década de los noventa hasta alcanzar una tasa de inflación de un solo dígito, la tendencia descendente hasta finales de 2008 con el cumplimiento de las metas de inflación, el repunte en 2009 por cuenta del choque de precios de alimentos y combustibles a nivel mundial y la estabilidad después de esta fecha en medio de una brecha de producto negativa e incertidumbre por la recuperación de la economía mundial. Actualmente, las

¹⁰ De acuerdo al Banco de la Republica, los *priors* del modelo se calculan con la metodología expuesta en el trabajo de Torres (2007)

expectativas y los precios se encuentran muy cerca del punto medio del objetivo de inflación.

Segundo, las expectativas de inflación del modelo tienen una amplia correlación con las capturadas por el BR a través de la encuesta de expectativas de analistas. En efecto, el coeficiente de correlación entre ambas series es de 0.85.

Gráfico 3. Expectativas de inflación del modelo Forward Looking y Expectativas de inflación capturadas por el Banco de la Republica en la encuesta de analistas.



Fuente: Elaboración y cálculos de los autores.

Resultados del modelo backward looking

La ecuación (15) evidencia que, en un escenario con expectativas adaptativas, el banco central es averso a los ciclos económicos. En particular, cuando el producto se desvía 1% por encima del potencial, la tasa de interés se ajusta 1.5%.

En materia de inflación, los resultados muestran que, a diferencia a lo observado en el modelo *forward looking*, en un escenario de expectativas adaptativas el parámetro de inflación no cumple con el principio de regla de Taylor. En este caso, con un aumento de

1% de las expectativas de inflación por encima del objetivo de inflación, el ajuste de tasa de interés de intervención es de tan sólo 0.06%.

$$(15) i_t = 0.06(\pi_{t+1}^e - \pi_{t+1}^{obj}) + 1.50z_t + i_{t-1}$$

Lo anterior evidencia que, en términos generales los resultados son poco coherentes con la teoría y la evidencia empírica, a la vez que ratifican las conclusiones de López (2004) y Bernal (2003), así como la tesis planteada por los autores, de que el modelo incluyendo expectativas tiene un mejor comportamiento frente a una regla simple de Taylor como la *backward looking* planteada en éste trabajo.

Conclusiones

En este trabajo se construyeron dos escenarios macroeconómicos que parten de la representación de un modelo semi-estructural para una economía abierta, con el objetivo de analizar los cambios en una función de reacción del banco central bajo expectativas racionales (*forward looking*) frente a un escenario de expectativas adaptativas (*backward looking*). Para ambos modelos se utilizó un filtro de Kalman para estimar los parámetros de la economía y las funciones de reacción. En particular, para el caso *backward looking* se estimó una regla de Taylor simple y para el *forward looking* se utilizó una función de reacción basada en la representación elaborada por Clarída, Galí y Gertler (1999).

El trabajo empírico realizado en este trabajo muestra lo siguiente:

- Los resultados del modelo *forward looking* son robustos en la medida que son coherentes con la teoría y la evidencia empírica. En particular, con la función de reacción estimada se encontró que el banco central es averso a la inflación y que suaviza los ajustes de tasa de interés para evitar posibles interrupciones en los mercados financieros. A su vez, los datos confirman que el banco ajusta la tasa frente a cambios en el ciclo. En todo caso, el ajuste de tasa por esta última variable es inferior al movimiento generado por brecha inflacionaria. Lo anterior es consistente con la adopción del esquema de inflación objetivo implementado por el banco central a partir del año 2000.
- En contraste, los resultados del modelo *backward looking* carecen de coherencia a la luz de la teoría. Específicamente, para el período analizado, la función de reacción del modelo estaría sobreestimando la reacción del Banco de la República a cambios en el ciclo y subestimando la reacción frente a la inflación.
- Ciertamente, lo anterior sugiere que el modelo de expectativas racionales *forward looking* es más apropiado para evaluar la función de reacción del banco central para Colombia, en gran parte, porque incorpora mayor información sobre la formación de expectativas de los agentes económicos.

Adicional a lo anterior, gracias a los resultados del modelo *forward looking* se recuperó una serie de expectativas de inflación y de brecha de producto desde el año 2000. La serie de expectativas de inflación tiene una amplia correlación con la inflación y con los resultados de la encuesta de expectativas realizada por el Banco de la República desde finales del año 2003. Por su parte, la serie de brecha de producto muestra claramente la dinámica de la actividad económica del país y es comparable con los resultados obtenidos por el banco central a través de otras metodologías como el filtro de Hodrick-Prescott con *priors*.

Anexo I: Parámetros estimados para el modelo *backward looking*

Tabla 2. Parámetros del modelo *backward looking*

Resultados modelo Backward Looking		
Parametro	Valor estimado	Gradiente
β_1	0	-0.703466
α_1	0.973901	-0.750802
α_2	0.026099	-0.750274
θ_z	1.502013	0.000102
θ_π	0.063748	-0.000060067
θ_i	1	0.858720
κ_1	0.039827	0.004003
ϕ_1	0.517832	-0.000059061
λ	-0.059500	0.000607
δ_1	0.083331	-0.000086271
δ_2	0.002065	-0.000583
ε_t^i	0.000031923	0.080729
ε_t^π	0.000338	1.090335
$\varepsilon_t^{y_p}$	0.000016737	0.416648
ε_t^z	0.000101	0.072859
$\iota = -70.64569339$		

Anexo II: Parámetros estimados para el modelo *forward looking*

Tabla 3. Parámetros del modelo *forward looking*

Resultados modelo Forward Looking		
Parametro	Valor estimado	Gradiente
β_1	0.617015	0.390508
α_1	0.557818	0.017801
α_2	0.032300	-0.001899
α_3	0.431617	0.314548
θ_z	0.237222	0.102439
θ_π	1.462895	-0.479231
θ_i	0.969865	-0.000306
κ_1	0.038744	-0.003377
ϕ_1	0.767105	0.179931
λ	-0.063664	0.057561
δ_1	0.176308	0.091183
δ_2	0.011479	-0.000272
a	0.132701	-0.164898
ε_t^i	0.000001186	0.113575
ε_t^π	0.000185	0.457140
$\varepsilon_t^{\pi^e}$	0.000192	0.057314
ε_t^{yp}	0.000048562	-0.630936
ε_t^z	0.000530	-0.147078
$\iota = -71.71297918$		

Bibliografía

Amaya, J. (2005). “Evaluación de Tasa de interés en un modelo de economía pequeña y abierta”, *borradores de economía*, Banco de la República.

Barro, R. y Gordon, D. (1983). “Rules, Discretion and Reputation in a Model of Monetary Policy”, *Journal of Monetary Economics*, 12 (1): 101–121.

Batini, N. y Haldane, A. (1998). “Forward looking rules for monetary policy”, *Bank of England*, 56p.

Bernal, R. (2003). “Monetary policy rules in Colombia”, *Desarrollo y sociedad*, 51: 37 -53.

Bernal, G y Táutica, J. (2008). “Relevancia de los datos en tiempo real en la estimación de la regla de Taylor para Colombia”. Tesis de maestría en economía. Pontificia Universidad Javeriana, 42p.

Burmeister, E, et al (1986). “Estimation of Unobserved Expected Monthly Inflation Using Kalman Filtering” *Journal of Business & Economic Statistics*, 4(2):147-160

Clarida R. y Gertler, M. (1999). “How the Bundesbank Conducts Monetary Policy”, *Chicago: University of Chicago Press*, (1): 363 - 412.

Clarida, R., Galí, J., y Gertler, M. (1999). “Monetary policy rules in practice: some international evidence”, *NBER Working Papers*, 47p.

_____. (1999a). “The Science of Monetary Policy: A New Keynesian Perspective”, *Journal of Economic Literature*, (48):1661-1707.

_____. (1999b). “Monetary policy rules and macroeconomic stability: evidence and some theory”, *The Quarterly Journal of economics*, (1): 147-180.

Echavarría, J. (2007). “La Tasa de interés natural en Colombia”, *borradores de economía*, Banco de la República, 51p.

Giraldo, A. (2008). “Aversión a la inflación y regla de Taylor en Colombia: 1994-2005”, *Cuadernos de economía*, 27 (49): 1–27.

González, E., Melo, L., Rojas, L., Rojas, B. (2010) “Estimation of the natural rate of interest in Colombia”, *Borradores de economía*, N° 626, 40p.

- Goodfriend, M. (1991) "Interest Rates and the Conduct of Monetary Policy" *Carnegie-Rochester Conf. Ser. Public Policy*, (34): 7–37.
- Hamilton, J. (1985) "Uncovering financial market expectations of inflation". *The Journal of Political Economy*, 93(6): 1224-1241.
- Hamilton, J (1994) "Time Series Analysis". Princeton University Press.
- Harvey, A (1989) "Forecasting, structural time series models and Kalman filter" Cambridge University Press.
- Kydland, F. y Prescott, E. (1977). "Rules rather than discretion: The inconsistency of optimal plans", *Journal of Political Economy*, 85(3): 473–492.
- López, M. (2004). "Efficient policy rule for inflation targeting in Colombia". *Revista ESPE*, (45): 80-115.
- McCallum, B. (1997). "Issues in the Design of Monetary Policy Rules", *NBER Working Papers*, 76p.
- Orphanides, A. (2001). "Monetary Policy Rules Based on Real-Time Data", *American Economic Review*, 91 (1): 964–985.
- Rosende, F. (2003). "¿El fin del monetarismo?", *Cuadernos de Economía*, 121 (1): 681–689.
- Rhenals, R y Saldarriaga J.P. (1998). "Una regla de Taylor óptima para Colombia, 1991 - 2006", *Lecturas de economía*, Universidad de Antioquia, 69 (1): 9–39.
- Restrepo, J. (1998). "Reglas monetarias en una economía pequeña y abierta", *Ensayos sobre política económica*, 33 (1): 61–84.
- Restrepo, J. (1999). "Reglas monetarias en Colombia y Chile", *Archivos de Economía (DNP)*, 99 (1): 1–30.
- Rudebusch, G. (1995). "Federal Reserve Interest Rate Targeting, Rational Expectations and the Term Structure," *J. Monet. Econ.* 35: pp. 245–74.
- Rudebush, G. y Svensson, L. (1998). "Policy Rules for Inflation Targeting", *NBER Working Paper*, 54p.

Sack, B. (1997). “Uncertainty and Gradual Monetary Policy,” mimeo, Federal Reserve Board.

Smets, F. (1998). “Output gap uncertainty: Does it matter for the Taylor rule?”, BIS Working papers, 60 (1): 27p

Svensson, L. (2001). “Inflation Targeting: Should it be modeled as an instrument rule or a targeting rule”, *Princeton University, CEPR and NBER*, 11p.

Svensson, L. (2003). “What is wrong with Taylor rules? Using judgment in monetary policy through Targeting Rules”, *Journal of Economic Literature*, 77p.

Taylor, J. (1993). “Discretion versus policy rules in practice”, in *Carnegie – Rochester Conference Series on Public Policy*, 39 (1): 195-214.

Torres, J (2007). “La estimación de la brecha en Colombia”. Borradores de economía, Banco de la República, 462: 33p.

Woodford, M. (1999). “Optimal monetary policy inertia”. *Seminar paper N° 666*. IIES – Stockholm University, pages 1-11

_____. (2003). “Interest and prices. Foundations of a theory of monetary policy”. *Princeton: Princeton University Press*.