



Pontificia Universidad Javeriana

Facultad de Ciencias Económicas y Administrativas

Trabajo de grado para optar por el título de Magister en Economía

Título:

Imperfecciones en el mercado de Deuda Pública y su efecto en la curva de rendimientos

Autor:

Jorge Esteban Lagos Suárez

Asesor:

Munir Jalil

Bogotá D.C.

Octubre, 2020



Imperfecciones en el mercado de deuda pública y su efecto en la curva de rendimientos

Autor: Jorge Esteban Lagos Suárez

Resumen

Este trabajo tiene por objetivo encontrar evidencia empírica del efecto que pueden tener los límites al arbitraje sobre la valoración de los Bonos TES en Colombia. Específicamente, centra la atención en el efecto de los precios formados en el mercado de préstamos de títulos (principalmente de operaciones simultáneas) sobre los precios spot de los bonos. Se parte de una base teórica sobre las restricciones a la venta en corto y su papel sobre el desarrollo eficiente de los precios en un mercado financiero. Se plantea un modelo autoregresivo que incluye la metodología de componentes principales para encontrar la relación que existe entre los mercados de simultáneas y el mercado spot. Los resultados del modelo permiten concluir que se encuentra evidencia significativa de la relación que existe entre estos dos mercados.

Palabras clave: Restricción a la venta en corto, arbitraje, Bonos, Deuda Pública

Clasificación JEL: G12, G14

Abstract

The objective of this work is to find empirical evidence of the effect that arbitrage constraints may have on the valuation of TES Bonds in Colombia. Specifically, it focuses on the effect of prices formed in the securities loan market (mainly from repo operations) on the spot prices of bonds. It starts from a theoretical basis of the short-sale constraints and its role on the efficient development of prices in a financial market. An autoregressive model is proposed that includes the principal components methodology to find the relationship that exists between the repo markets and the spot market. The results of the model allow to conclude that there is significant evidence of the relationship that exists between these two markets.

Key words: Short-sale constraints, arbitrage, bonds, Public debt

Classification JEL: G12, G14

Índice

1. Introducción.....	2
2. El mercado de bonos TES en Colombia.....	5
2.1 Concentración de la propiedad.....	6
2.2 Fricciones a la venta en corto.....	6
3. Revisión de literatura.....	11
4. Modelo teórico.....	13
4.1 Equilibrio de mercado.....	15
4.2 Estática comparativa.....	18
5. Datos.....	20
5.1 Tasas Mercado Spot.....	21
5.2 Tasas del mercado de simultáneas.....	21
5.3 Variables relacionadas con diferencias de opinión.....	22
5.4 Subastas de TES.....	22
5.5 Tenedores de TES.....	22
5.6 Curva SWAP y Curva genérica de TES.....	23
6. Metodología.....	23
6.1 Análisis de Componentes principales (PCA).....	24
6.2 Especificación.....	27
7. Resultados.....	30
8. Conclusiones.....	38
9. Referencias.....	39
10. Anexos.....	41

1. Introducción

Uno de los principales debates que se han desarrollado en el campo de la Economía Financiera es sobre la validez de la hipótesis de los Mercados Eficientes (HME). En términos generales, esta hipótesis plantea que la eficiencia en un mercado financiero implica dos cosas: primero, las oportunidades de arbitraje son casi nulas y, segundo, el precio de un activo refleja toda la información relevante disponible sobre este.

En finanzas, siguiendo lo planteado por Varian (1987, p. 55), arbitraje consiste en una estrategia mediante la cual un inversionista realiza una transacción que tiene una ganancia segura sin requerir el desembolso de dinero. Por ejemplo, existe el arbitraje por diferencia de precio en dos mercados; un inversionista que ve que en el mercado *A* el precio de un activo *X* es 10 y en el mercado *B* el precio de este mismo activo es 20, puede realizar la siguiente estrategia: comprar el activo en el mercado *A* y venderlo en el mercado *B*, obteniendo una ganancia de 10. Si suponemos que no existe ningún tipo de obstáculo o costo para realizar estas dos operaciones y que estas se cumplen en un mismo momento, el inversionista va a obtener esta ganancia sin asumir ningún riesgo.

Las operaciones de arbitraje se realizan en todo tipo de mercados financieros. Los defensores de la HME sostienen que, gracias a la labor de los agentes que realizan arbitraje y a la racionalidad de los inversionistas, el precio de un activo en el mercado siempre refleja su valor justo. Como existe un gran número de inversionistas dedicados a explotar oportunidades de arbitraje, las ventanas de tiempo donde se generan estas oportunidades son muy reducidas. Uno de los precursores de esta hipótesis es Eugene F. Fama, premio nobel de economía en 2013, quien en 1960 se interesa en estudiar el comportamiento de los precios y definir lo que se conoce como eficiencia.

Sin embargo, los precios de los activos en los mercados suelen presentar comportamientos que a veces resultan alejados de sus fundamentales. Por ejemplo, en la crisis de Estados Unidos en el 2007, donde el mayor precedente fue un fenómeno de sobrevaloración de activos con subyacente inmobiliario que resultó en implicaciones negativas en los mercados internacionales. Como bien menciona Hull (2012, p. 188), primó mucho más el optimismo sobre el sector inmobiliario que el análisis de productos estructurados, generando esto un fenómeno de sobrevaloración de las titularizaciones hipotecarias (MBS, por sus siglas en inglés), un incentivo para los bancos para relajar las condiciones crediticias sobre las cuales se otorgaban préstamos y un aumento en la exposición del sector financiero a condiciones del mercado inmobiliario. Guidolin y Ravazzolo (2014) utilizan un modelo de factores incluyendo variables macroeconómicas como las sorpresas inflacionarias, tasas de crecimiento de producción industrial, tasas de crecimiento real del consumo y tasas de interés a 1 mes, con datos de activos con contenidos inmobiliarios entre 2003 y 2006, encontrando evidencia de retornos mayores a los pronosticados por el modelo en un subgrupo de activos relacionados con hipotecas.

Se han hecho también aproximaciones al comportamiento de la eficiencia de los mercados ante crisis económicas. Rizvi y Arshad (2015) utilizan un análisis multifractal de fluctuación para construir una medida de eficiencia a partir de las series de los principales índices accionarios de Singapur, Korea, Indonesia y Malaysia durante los años anteriores y posteriores a la crisis asiática de 1997 y la crisis global del 2008. Los autores encuentran un deterioro en la eficiencia del

mercado en la mayoría de los países en estudio durante los periodos posteriores a la crisis. Por su parte, Choudhry & Jayasekera (2013) hacen una estimación de la eficiencia de mercado para acciones en los sectores de bancos, comercio, comida, construcción y petróleo en Gran Bretaña entre 2004 y 2010. Su estimación parte de la comparación de la reacción de los precios de las acciones ante noticias buenas y malas, antes y durante la crisis. La reacción ante noticias malas debería diferenciarse de la reacción ante noticias buenas ya que son efectos heterogéneos sobre el precio de la acción. Los autores encuentran que si bien en los dos periodos (antes de la crisis y durante la crisis) el efecto de noticias malas difiere del de noticias buenas, esta divergencia se redujo durante la crisis, lo cual puede ser evidencia de una reducción en la eficiencia de mercado.

Los críticos de la hipótesis de los mercados eficientes plantean que la eficiencia de mercado usa supuestos que distancian a los modelos económicos de la realidad. Campos de estudio de la Economía Conductual y los Límites al Arbitraje surgen de la necesidad de adaptar los modelos económicos a factores psicológicos de los agentes y a factores estructurales que explican los resultados ineficientes en los mercados. De acuerdo con lo planteado por Bodie, Alex y Marcus (2014), existen dos principales enfoques de estudio sobre ineficiencia de los mercados: primero, el enfoque que explica la ineficiencia de los mercados gracias a la irracionalidad de los agentes y, segundo, el enfoque que explica la ineficiencia debido a imperfecciones en el mercado financiero que dificultan la labor de los arbitrajeros para corregir los mercados.

Por un lado, bajo el primer enfoque, suponer que todos los agentes participantes en un mercado son racionales, o que todos llegan a la misma conclusión sobre el valor fundamental del activo dada la información existente, resulta difícil de conciliar en un mercado financiero. Los agentes a menudo presentan comportamientos contrarios a lo que dicta la teoría económica del agente racional. Varios estudios se han encargado de investigar el verdadero comportamiento de los agentes en un mercado. El ejemplo más destacable es el trabajo de Kahneman y Tversky (1979), quienes se encargan de desarrollar una teoría acerca de cómo los agentes toman decisiones bajo incertidumbre. A diferencia de los modelos tradicionales con agentes racionales, los autores plantean que el individuo es averso a pérdidas y por tanto la utilidad que le genera una unidad adicional de riqueza no es tan grande como la des-utilidad que le generaría perder una unidad de riqueza. En la misma línea, Coval y Shumway (2001) descubren comportamientos irracionales por parte de operadores en la mesa de derivados de Chicago en 1985 en la negociación de futuros de bonos, encontrando evidencia de aversión a las pérdidas. Existen también otro tipo de estudios que se han encargado de analizar otros factores del comportamiento humano como la sobreconfianza, los atajos mentales que hacen los agentes al evaluar situaciones y el agrado que estos les tienen a ciertos activos o emisores (Bodie, Alex, & Marcus, 2014).

Por otro lado, bajo el segundo enfoque, la explicación acerca de la ineficiencia del mercado toma una índole más estructural. La ineficiencia surge gracias a imperfecciones en la estructura del mercado. Estas imperfecciones pueden ser de todo tipo y limitan al agente que realiza arbitraje. Bodie, Alex y Marcus (2014, p. 394) plantean algunas imperfecciones que pueden presentarse en los mercados; (1) la oportunidad de arbitraje puede traer cierto riesgo fundamental el cual implica pérdidas en el corto plazo, que pueden estar en contra de los intereses del inversionista o de la institución que está haciendo el arbitraje, (2) los costos de montar la estrategia de arbitraje pueden resultar altos, por ejemplo las tarifas para pedir títulos prestados y (3) Las políticas que tienen

ciertas entidades que prohíben la toma de posiciones cortas o la compra de ciertos emisores. Un cuarto factor que puede resultar en un límite al arbitraje tiene que ver con las restricciones legales que se impongan en los países para realizar las operaciones. Por tanto, esta corriente busca estudiar los efectos que pueden tener dichas limitaciones al arbitraje en los precios de un mercado. Este trabajo se centra en este segundo enfoque.

Edward M. Miller (1977) es de los pioneros en investigar el tema de las restricciones al arbitraje. El autor plantea un modelo analítico para evaluar los efectos que tienen las restricciones a la venta en corto y las diferencias de opinión en el precio de un activo. Miller plantea que, con restricciones a la venta en corto como las que se mencionaron anteriormente, algunos agentes con una perspectiva pesimista sobre el activo son marginados del mercado ya que no pueden tomar posiciones cortas. Esto produce que el activo pueda presentar sobrevaloraciones debido a que únicamente es transado por agentes optimistas que están dispuestos a comprar en niveles altos de precios.

En adición, Miller plantea que la sobrevaloración será mayor en la medida en que las diferencias de opinión de los inversionistas sean más grandes. Si existen las restricciones a la venta en corto a la vez que hay inversionistas demasiado optimistas, estos se encargarán de operar el activo en niveles de precios muy altos, muy por encima de lo que un inversionista promedio estaría dispuesto a operar.

Estos resultados han sido ampliamente estudiados para los mercados de acciones. Por ejemplo, Boehme, Danielsen y Sorescu (2006) encuentran evidencia empírica sobre los planteamientos de Miller utilizando datos de precios de acciones entre 2001 y 2002, encontrando retornos más bajos en acciones que cuentan con mayores costos para la venta en corto. Otros como Hong y Stein (2003) han partido de los planteamientos de Miller para modelar matemáticamente situaciones en las que hay incrementos de precios que no se logran explicar gracias a noticias o fundamentales. Estos autores se enfocan en modelar por qué las acciones pueden resultar tan vulnerables ante caídas generalizadas en los mercados.

Como se explica en el desarrollo de este trabajo, el mercado de Deuda Pública en Colombia cuenta con ciertas características que se relacionan con el planteamiento acerca de los límites al arbitraje; (1) presenta concentración de la propiedad y (2) cuenta con fricciones para la venta en corto. Teniendo en cuenta esto, es propicio estudiar cómo estas características pueden afectar la dinámica de precios de los bonos. Numerosos estudios en el mundo se han realizado buscando evaluar limitaciones de este tipo en los mercados de acciones; por ejemplo, estudios como el de Hong y Stein (2003), el de D'Avolio (2002) o el de Hong, Scheinkman y Xiong (2004) plantean modelos teóricos y pruebas empíricas que sustentan estos temas. Sin embargo, es muy poco lo que se ha desarrollado en los mercados de renta fija.

Dadas las imperfecciones de mercado con las que cuenta el mercado de bonos TES y los modelos planteados por los autores antes mencionados, considero que explorar la aplicabilidad de teorías de restricción a la venta en corto puede resultar bastante útil a la hora de estudiar la curva de rendimientos. Al igual que las acciones, los bonos presentan fenómenos de valoración o desvalorización los cuales se pueden ver influenciados por una gran cantidad de factores fundamentales (por ejemplo, expectativas de crecimiento, las expectativas de inflación, las

expectativas de política monetaria) al igual que estructurales (condiciones del mercado, bonos en circulación, restricciones de operaciones, mandatos legales, etc.). Ahondar, desde una fundamentación microeconómica, en la influencia de las imperfecciones de este mercado sobre los precios de los bonos puede brindar resultados importantes que sirvan como insumo para la toma de decisiones de política monetaria.

A continuación, el trabajo se divide en ocho secciones; en la sección dos se hace una descripción detallada del funcionamiento del mercado de Deuda Pública en Colombia, la sección tres cuenta con la revisión de la literatura, la sección cuatro cuenta con el modelo teórico a partir del cual se van a plantear hipótesis que se van a evaluar, la sección cinco cuenta con la descripción de los datos que se van a utilizar, la sección seis cuenta con la metodología empírica, la sección siete cuenta con resultados y en la sección ocho se concluye.

2. El mercado de bonos TES en Colombia

El mercado de renta fija se puede dividir en dos clases principalmente: El mercado de deuda privada y el mercado de deuda pública. Por un lado, el mercado de deuda privada incluye todos los bonos, CDT, papeles comerciales y títulos de deuda que son emitidos por empresas que buscan alternativas de financiamiento y que están inscritas como emisores en la Bolsa de Valores de Colombia. Por otro lado, el mercado de deuda pública incluye todos los activos que emite el gobierno y que son negociados diariamente por un gran número de inversionistas, dentro de estos los de mayor relevancia son los Bonos TES. Estos bonos son los títulos de renta fija emitidos por el Gobierno Nacional que sirven al estado para financiarse. Actualmente existen tres tipos de TES; TES denominados en pesos con tasa fija, TES denominados en UVR (unidad de valor real) con tasa fija y TES cero cupón de corto plazo denominados en pesos (TCO).

El mercado de renta fija en Colombia se ha constituido como el de mayor liquidez en el país. Con base en cifras de la Bolsa de Valores de Colombia a diciembre de 2020, en el mercado de renta fija se tranzó entre compras y ventas un promedio mensual de 42.88 billones de pesos hasta agosto del 2020, mientras que en el mercado de derivados se tranzó un promedio mensual 20.29 billones de pesos y en el mercado de renta variable se tranzó un promedio mensual de 2.66 billones de pesos. Del total del volumen tranzado en el mercado de renta fija a lo largo del 2020 cerca del 90% fue en bonos TES, reflejando esto la importancia de este mercado en el país.

El mercado de bonos TES también ha logrado ganar liquidez a nivel internacional en los últimos años. En marzo de 2014 JP Morgan aumentó la participación de los bonos colombianos en sus índices GBI-EM Global Diversified y GBI-EM Global, que sirven a los inversionistas extranjeros como referencia para invertir en países emergentes (Cardozo, Hincapié, & Rojas, 2014). A partir de este año la participación de los agentes extranjeros en la tenencia de TES ha aumentado de manera considerable, pasando de una tenencia cercana al 8% del total de los TES a finales del 2013 a una tenencia de 23% del total de los TES a finales de agosto del 2020.

En contraste con lo anterior, el mercado de bonos TES en Colombia cuenta con dos aspectos que lo distancian de ser un mercado financiero eficiente: presenta una gran concentración de propiedad

y existen algunas fricciones y restricciones que dificultan las ventas en corto. A continuación, se procederá a explicar cada uno de estos aspectos.

2.1 Concentración de la propiedad

Con base en cifras del Ministerio de Hacienda a agosto del 2020, el 30.8% del total de los bonos TES emitidos pertenecen a los fondos de pensiones, 22.9% pertenece a Fondos de Capital extranjero, 14.7% pertenece a Bancos comerciales y 9.7% a fiducias públicas. El 21.9% restante pertenece al resto de inversionistas (Aseguradoras, entidades públicas, Personas Jurídicas, personas naturales, entre otros).

La concentración de la propiedad se hace mucho más evidente al revisar la tenencia por tipo de TES. Actualmente existen TES denominados en pesos (incluyendo todos los títulos TCO) y TES denominados en UVR. Por un lado, alrededor del 33% de los TES denominados en pesos pertenecen a los Fondos de capital extranjero, 18% pertenecen a los fondos de pensiones y cesantías, cerca del 16% son de bancos comerciales, otro 11% a fiducias públicas y el 22% restante se reparte entre el resto de los inversionistas (ver anexo 5). Por otro lado, el 56% de los TES denominados en UVR pertenecen a los fondos de pensiones, 12% a aseguradoras, 11% a los bancos comerciales, 7% a fiducias públicas y el 14% restante al resto de inversionistas. Los TES UVR presentan una concentración aún más pronunciada, siendo más de la mitad propiedad de los fondos de pensiones y siendo muy reducido el porcentaje de tenencia de entidades como los fondos de capital extranjero y bancos comerciales. Si bien la entrada de los flujos extranjeros en el mercado ha logrado reducir la concentración en la tenencia de los bonos, la preferencia de este tipo de agentes siempre ha sido por los TES denominados en pesos, dejando a los fondos de pensiones como grandes propietarios de los bonos en UVR.

2.2 Fricciones a la venta en corto

Costos asociados a las operaciones de venta en corto

Existen dos características en el mercado de deuda pública que desincentivan las ventas en corto: los costos asociados a realizar este tipo de operaciones con un bono TES y las restricciones de mandato con las que cuentan algunos agentes.

Por un lado, realizar operaciones de venta en corto de un bono TES puede resultar en la mayoría de los casos costoso. Una venta en corto es una operación financiera que permite a un inversionista vender un activo que no tiene. Para esto, el inversionista debe conseguir prestado el activo para así venderlo y después de un plazo recomprarlo para devolverlo al agente que le prestó el activo. Este tipo de operaciones son usadas por arbitadores o especuladores cuando se espera una caída en el precio del activo.

Las anteriores operaciones son rentables cuando el activo se desvaloriza en el periodo del préstamo. Cuando un inversionista piensa que un activo está sobrevalorado, este puede tomar una posición en corto (pedir prestado el activo y venderlo), esperar a que el precio del activo caiga lo suficiente, y después recomprarlo y entregarlo devuelta para obtener una ganancia. Este

mecanismo contribuye al desarrollo del mercado ya que permite que hasta los inversionistas más pesimistas sobre un activo participen del mercado.

En Colombia, las operaciones con la cuales un inversionista puede pedir un bono TES prestado para realizar una venta en corto son la operación simultánea, la operación repo y la operación de transferencia temporal de valores (TTV). De manera general, la lógica en los tres tipos de operaciones es la misma, sin embargo, aquí se hará énfasis únicamente en el primer tipo de operaciones ya que estas son las más usadas en el mercado; según información de la Bolsa de Valores de Colombia, con cifras a corte de agosto del 2020 el volumen de operaciones simultáneas en títulos de renta fija alcanzó cerca de los 287.9 billones de pesos a lo largo del año mientras que las operaciones repo alcanzaron los 3.29 billones de pesos y las operaciones TTV alcanzaron los 1.6 billones de pesos.

Una operación simultánea se compone de dos partes; la operación de salida y la operación de regreso (ver figura 1). En la operación de salida, un agente presta el bono al inversionista a cambio de una suma de dinero equivalente al valor del papel prestado, así mismo se define una tasa de interés por el dinero intercambiado y el plazo de la operación. En la operación de regreso, una vez se cumpla el plazo pactado, el inversionista devuelve el bono y a cambio recibe la suma de dinero entregado en la operación de salida más los intereses acordados. Estas operaciones se desarrollan en un mercado independiente conocido como el mercado de las simultáneas de bonos TES. Las tasas que se negocian en el mercado de simultáneas suelen ser muy cercanas a la tasa de intervención del Banco de la República, esto porque los inversionistas que quieran obtener recursos a cambio de un bono TES pueden participar de las operaciones de expansión del Banco, por tanto, este es su costo de oportunidad sobre el cual se ofrecen bonos en el mercado de simultáneas. (ver figura 2).

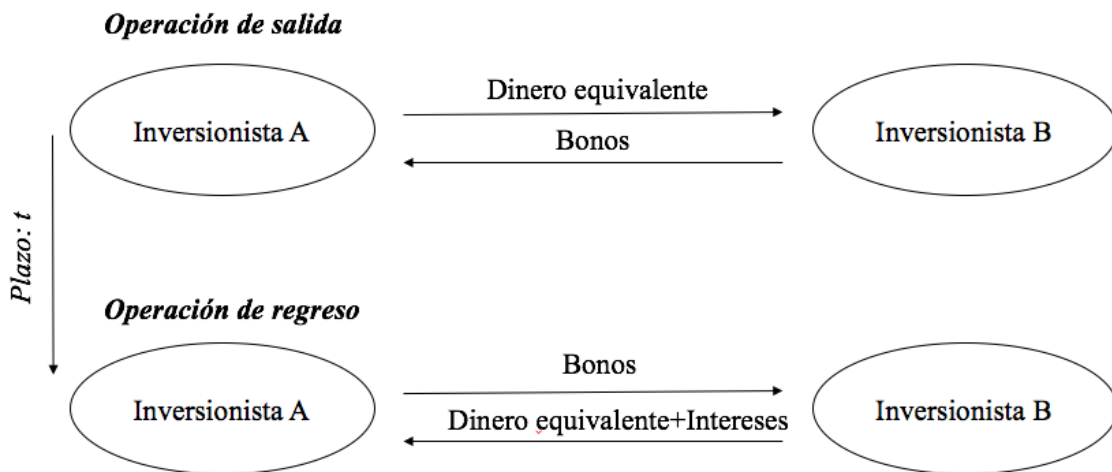


Figura 1. Esquema de una operación simultánea. Fuente BVC. Elaboración propia

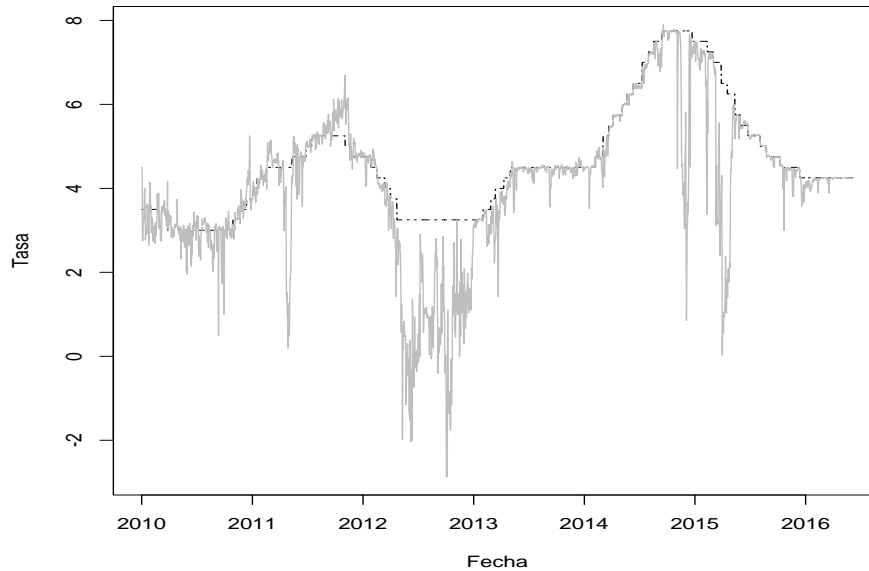


Figura 2. Evolución de la tasa de cierre de operaciones simultáneas de un plazo máximo T+7 para el bono TES tasa fija con vencimiento en Julio de 2024 vs tasa de intervención del Banco de la Republica. La línea punteada es la tasa del banco y la línea gris es la tasa de simultáneas.
Fuente: cierres SEN.

Para evaluar si la operación de venta en corto de un bono fue rentable hay que tener en cuenta tres aspectos. Primero, el cambio en el valor del bono en el periodo en el que se realizó la operación; entre más se desvalorice el bono, mayor es la ganancia para el inversionista. Segundo, la tasa de interés pactada en la operación simultánea que determina la cantidad de intereses que el inversionista obtiene por entregar el dinero a cambio del bono; entre más alta sea la tasa, mayores son los intereses que percibe el inversionista en la operación. Tercero, los intereses acumulados del bono, ya que cuando el inversionista vende en corto está obligado a pagar los intereses que acumula el bono al momento de recomprarlo. La ecuación (1) resume la utilidad de la operación:

$$Utilidad\ de\ la\ operación = (Px_0 - Px_t) * M + D * ((1 + r_s)^{\frac{t}{365}} - 1) \quad (1)$$

Donde Px_0 representa el precio sucio del bono cuando $t=0$, Px_t es el precio sucio del bono en el momento que $t=t$, M es el monto nominal del bono, D es el dinero equivalente que hay que entregar para pedir prestado el monto nominal M del bono y r_s es la tasa de la operación simultánea. Para evaluar la rentabilidad de vender en corto un bono TES indexado a la UVR a la ecuación (1) hay que agregarle un término adicional:

$$Utilidad\ de\ la\ operación = (Px_0 * UVR_0 - Px_t * UVR_t) * M + D * ((1 + r_s)^{\frac{t}{365}} - 1) \quad (2)$$

Donde UVR_0 se refiere al valor de la unidad UVR en el periodo $t=0$ y UVR_t es el valor de la unidad de UVR en el periodo $t=t$. Podemos detallar aún más (1) y (2) si descomponemos los precios sucios de los bonos en precio limpio e intereses acumulados:

$$Px_t = Plx_t + IC_t \quad (3)$$

Donde Plx_t es el precio limpio del bono en el momento $t=t$ y IC_t son los intereses acumulados por el bono desde el pago del último cupón hasta la fecha $t=t$. Reemplazando (3) en (1) y (2), tenemos que:

$$Utilidad\ de\ la\ operación = (Plx_0 + IC_0 - Plx_t - IC_t) * M + D * ((1 + r_s)^{\frac{t}{365}} - 1) \quad (4)$$

$$Utilidad\ de\ la\ operación = ((Plx_0 + IC_0) * UVR_0 - (Plx_t + IC_t) * UVR_t) * M + D * ((1 + r_s)^{\frac{t}{365}} - 1) \quad (5)$$

Con (4) y (5) se puede entender más a detalle por qué una operación de este tipo puede resultar costosa. Si suponemos que entre $t=0$ y $t=t$ no hay diferencias significativas en la valoración del bono (es decir $Px_t \approx Px_0$), entonces (4) puede ser reescrita de la siguiente manera:

$$Carry\ de\ la\ operación = (IC_0 - IC_t) * M + D * ((1 + r_s)^{\frac{t}{365}} - 1) \quad (6)$$

La utilidad de realizar una venta en corto de un bono en pesos depende entonces de los intereses acumulados del bono y de los intereses obtenidos en una operación de simultánea. A (6) se le conoce como el 'Carry' de la operación y refleja el costo en el que se incurre al realizar la venta en corto sin importar la valoración del bono. Entre $t=0$ y $t=t$ el bono acumula intereses, por tanto, siempre se debe cumplir que $IC_0 - IC_t < 0$, haciendo que el primer término de (6) sea negativo siempre. De manera similar, si suponemos $Px_t \approx Px_0$, entonces (5) puede ser reescrita:

$$Carry\ de\ la\ operación = (IC_0 * UVR_0 - IC_t * UVR_t) * M + D * ((1 + r_s)^{\frac{t}{365}} - 1) \quad (7)$$

La ecuación (7) refleja el 'Carry' de realizar una venta en corto de un bono indexado a la UVR. Como se puede ver, a diferencia de (6) aquí existe una variable adicional que es el cambio en la UVR entre $t=0$ y $t=t$, la cual depende de la variación mensual en el IPC. Como lo explica el banco de la República (2000), la variación de la UVR depende en gran medida del cambio mensual del índice IPC del periodo anterior. De manera general, y con excepción de algunos meses particulares, el cambio mensual en el IPC siempre es positivo (ver figura 3). Por tanto $UVR_t > UVR_0$, lo cual hará el primer término de (7) aún más negativo.

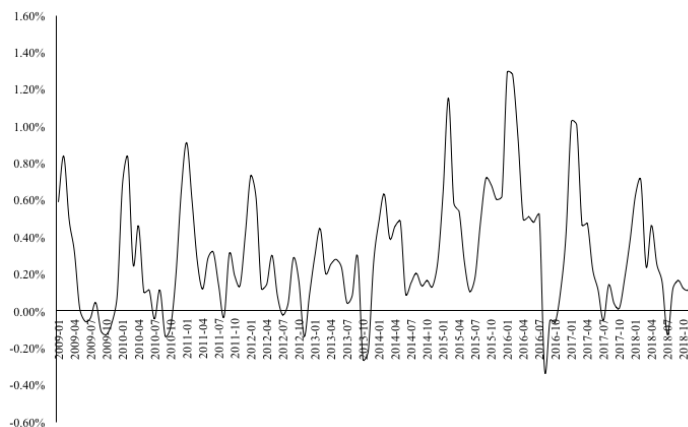


Figura 3. Evolución de la variación mensual porcentual del IPC en Colombia. Fuente: DANE.

Tanto (6) como (7) reflejan la importancia de la tasa de la operación simultánea (r_s) en la venta en corto; si esta tasa no es lo suficientemente alta, los intereses obtenidos en la operación simultánea no alcanzan a compensar los intereses que acumula el bono y que el inversionista debe pagar. En ese caso, el ‘Carry’ de la operación será negativo y la única forma de obtener utilidad en toda la operación será una desvalorización en el bono lo suficientemente grande ($Plx_o - Plx_t > 0$).

Como en general los bonos TES de mediano y largo plazo se negocian a tasas por encima de las tasas que se negocian en el mercado de las simultáneas (ver figura 4), es usual que se incurra en costos al realizar una venta en corto. Por tanto, el ‘Carry’ o costo de la operación es negativo para la mayoría de las referencias.

Restricciones a la venta en corto

Por otro lado, en el mercado de deuda pública algunos agentes cuentan con restricciones legales o de mandato para realizar operaciones como la venta en corto. Por ejemplo, con base en el artículo 3.1.1.5.1 del decreto 2555 de 2010, en Colombia los fondos de inversión colectiva tienen permitido realizar este tipo de operaciones siempre y cuando sean clasificados como de naturaleza ‘apalancada’. En el decreto también se especifica que es necesario que en su nombre incluyan la denominación “Apalancado”. Al revisar los nombres de los fondos de inversión colectiva que reportan a la Superintendencia Financiera de Colombia, con corte a enero de 2019, de los más de 37.000 fondos ninguno se define como de naturaleza apalancada.

Los fondos de pensiones también cuentan con restricciones legales para realizar una operación de venta en corto. En el artículo 2.6.12.1.1 del decreto 2555 de 2010, donde se describe el régimen de inversión de un fondo de pensiones en Colombia, se especifica que un fondo de pensiones no puede transferir de forma temporal o permanente títulos obtenidos en una operación simultánea, por tanto, no puede vender en corto. Así mismo, se les prohíbe invertir en fondos de inversión colectiva que tengan una naturaleza apalancada y sólo se les permite realizar operaciones con derivados con fin de cobertura.

3. Revisión de literatura

Uno de los grandes temas tratados en el campo de la Economía Financiera es el de la Eficiencia de Mercado. Fama (1970) fue uno de los pioneros en establecer el tema definiendo tres hipótesis de eficiencia; eficiencia débil, eficiencia semi-fuerte y eficiencia fuerte. La eficiencia débil implica que los precios de los activos contienen la información de precios pasados, la hipótesis de la eficiencia semi-fuerte implica que los precios incluyen tanto precios pasados como información pública, y la hipótesis de la eficiencia fuerte implica que el precio del activo incluye tanta información privada como información pública sobre este (p. 383). Así mismo definió ciertas condiciones de mercado que deben ser suficientes, pero no necesarias para que exista eficiencia: (i) no hay costos de transacción, (ii) toda la información está disponible sin costo para todos los inversionistas (iii) todos los inversionistas están de acuerdo en las implicaciones que tiene la información sobre el activo en el precio actual de este, en su precio futuro y sus posibles distribuciones (p. 387). Como bien especifica Fama (1970), si bien la falta de cualquiera de estas tres condiciones no necesariamente implica ineficiencias en el mercado, puede traducirse en fuentes potenciales de ineficiencia.

Miller (1977) fue uno de los primeros en discutir acerca de la posible falta de alguna de las tres condiciones preguntándose acerca del rol que juegan las restricciones a la venta en corto en los mercados financieros. Una operación de venta en corto resulta esencial para un arbitrador en los mercados; cuando este ve que un activo está sobrevalorado, puede realizar una venta en corto esperando que el precio del activo caiga. Según plantea, cuando en un mercado existen restricciones a la venta en corto se excluye a un grupo de inversionistas que tienen una perspectiva negativa sobre el activo y por tanto solo participan el grupo de inversionistas que tienen una perspectiva positiva sobre este. El resultado de estas condiciones es que el precio del activo en cuestión puede presentar sobrevaloraciones, gracias a que solo el grupo de inversionistas optimistas que va a demandarlo, traduciéndose esto en que el precio puede ser mayor al que habría si todos participaran.

La intuición de Miller (1977) es sencilla, pero sustenta un posible escenario que puede presentar cualquier mercado financiero que cuente con restricciones a la venta en corto. Suponiendo una gran cantidad de inversionistas buscando únicamente maximizar el valor presente de su inversión, cada uno con diferentes perspectivas sobre el retorno futuro del activo, y suponiendo una oferta inelástica del activo, cuando el mercado alcance el precio P van a existir dos grupos de inversionistas; los que piensan que el activo vale menos que P y por tanto quedan fuera del mercado ya que deciden no participar o no pueden vender en corto, y los que piensan que el activo vale P o más y por tanto deciden comprarlo esperando una valorización de este. Esto se traduce en que, en la mayoría de los casos, el total del activo va a ser adquirido por una minoría de inversionistas que cuentan con las perspectivas más optimistas de este, causando esto que el precio P esté por encima del precio promedio de todos los inversionistas (p.1153). El autor encuentra una fuente de posibles ineficiencias en el mercado que va a depender en gran medida de las diferencias de opinión. Entre más grandes sean las diferencias de opinión, mayor será la valoración de los optimistas sobre el activo comparado contra los demás, y por tanto mayor puede ser la distorsión del precio.

D'Avolio (2002) ahonda en el tema de las restricciones a la venta en corto enfocándose en los precios que se forman en los mercados de préstamos de acciones en los Estados Unidos por medio de operaciones repo. El autor parte de un marco económico en el que sustenta que los precios del mercado spot se determinan conjuntamente con los precios del mercado de préstamos de títulos y con el mercado de derivados. Como plantea, las tarifas que se establecen en el mercado de préstamo de títulos, además de ser costos de transacción, son precios de mercado y por tanto suministran información acerca de las preferencias y proyecciones de los inversionistas sobre los títulos (p. 274).

Además, D'Avolio (2002) analiza dos posibles escenarios que pueden darse en un mercado de préstamo de títulos; (i) el escenario en donde no resulta costoso pedir el título y por tanto no existen restricciones a la venta en corto y (ii) el escenario en el que las tarifas para pedir prestado un título son muy bajas y por tanto se empiezan a generar restricciones a la venta en corto en este título, lo que se conoce como un título “especial” (p. 278). Bajo el segundo escenario donde el título es “especial”, es costoso tomar una posición en corto sobre este ya que, tal y como se explica en la sección 2.2, la remuneración por el dinero entregado a cambio del título resulta muy baja, haciendo que el inversionista pueda enfrentar un mayor costo de toda la operación. D'Avolio (2002) encuentra evidencia empírica para afirmar que entre mayores sean las diferencias de opinión entre los arbitadores y los agentes que prestan los títulos, más caras serán las tarifas en el mercado de préstamo de títulos para los arbitadores, lo que se traduce en que el título pueda categorizarse como “especial”.

La “especialidad” de un título fue inicialmente estudiada por Duffie (1994), quien plantea un modelo formal de determinación de precios del mercado spot y el mercado de operaciones repo en bonos soberanos de Estados Unidos. Duffie(1994) ahonda en la determinación de la tasa de las operaciones repo sobre bonos, basado en que los inversionistas que toman posiciones cortas sobre estos requieren utilizar operaciones repo para poder obtener estos títulos y cumplir así la operación en el mercado spot. Al mismo tiempo, la oferta de títulos en el mercado repo viene determinada por inversionistas con posiciones largas en los bonos, que están autorizados a prestar estos por motivos de liquidez (p. 508). La especialidad en un título, definida como la diferencia entre la tasa general de préstamos colateralizados (por ejemplo, la tasa del banco central) y la tasa del mercado repo particular (por ejemplo, un bono específico) , surge cuando la demanda por parte de los inversionistas con posiciones cortas excede en gran medida la cantidad de títulos disponibles para operaciones repo, provocando esto que las tasas de los repos se reduzcan. Para un inversionista que está largo en el título y decide prestarlo una tasa repo baja resulta muy beneficiosa ya que permite obtener una fuente de fondeo de costo menor, en cambio, para un inversionista que está corto en título esto es una fuente de remuneración que se ve reducida. Duffie(1994) encuentra también que esta “especialidad” en el repo puede reflejar las diferentes fricciones que tiene un mercado, bien sea por costos transaccionales o por restricciones legales o institucionales que no permiten el arbitraje, en especial la venta en corto (p.522).

4. Modelo teórico

El modelo teórico en el que se basa este trabajo es el modelo desarrollado por Anufriev y Tuinstra (2013), que busca explicar el equilibrio en un mercado financiero que cuenta con agentes heterogéneos y costos para realizar operaciones de venta en corto. A diferencia de modelos como el de Cheng, Hong y Stein (2001), este modelo es dinámico y no estático. Y a diferencia de modelos como el de Brock y Hommes (1998), este modelo incluye costos por vender un activo en corto.

Partimos de la existencia de dos tipos de activos en los cuales los inversionistas pueden invertir; un activo riesgoso con oferta inelástica (en este caso son los bonos TES del gobierno) y un activo libre de riesgo (por ejemplo, cuentas de ahorros, certificados de depósito a corto plazo, etc.). Vale la pena aclarar que para efectos de este trabajo se tendrá en cuenta la denominación de activo riesgoso como un activo que posee riesgo de mercado, es decir, su precio puede variar causando pérdidas al inversionista que posee el activo en un periodo tiempo definido. Esto ya que, aunque los bonos TES son títulos de renta fija, sus precios presentan volatilidades dependiendo de las dinámicas de los mercados. En adición, hay que resaltar que la mayoría de los inversionistas que participan en el mercado son inversionistas activos, que pueden estar comprando y vendiendo diferentes referencias específicas de TES dependiendo de sus perspectivas. Como se mencionó en la sección 2, gran parte de los bonos TES los tienen inversionistas como fiduciarias públicas, fondos de capital extranjero y bancos comerciales, que son agentes que no tienen como estrategia comprar los bonos TES para tenerlos hasta vencimiento, sino más bien para estrategias de tenencia cortas. Esta divergencia con respecto al entendimiento clásico de un activo libre de riesgo no presenta ninguna afectación en términos matemáticos y ayuda en la posterior especificación del modelo.

Por un lado, el activo libre de riesgo tiene una oferta completamente elástica y trae un retorno bruto de $R = 1 + r_f$ y se supone de precio igual 1. Por otro lado, el activo riesgoso tiene un precio p_t y ofrece una ganancia aleatoria, en dinero, de valor y_t . Se supone que esta ganancia aleatoria es i.i.d a lo largo del tiempo con media \bar{y} y varianza σ^2 . La oferta de este activo riesgoso es una constante no negativa igual a S (Anufriev y Tuinstra, 2013, p. 7).

Se supone además que todos los inversionistas se guían por el enfoque de media-varianza y tienen un parámetro de penalización del riesgo a . Todos tienen el conocimiento del proceso aleatorio que sigue el activo riesgoso (\bar{y} y σ^2), pero difieren en el precio que esperan que tenga el activo en el siguiente periodo. Teniendo en cuenta lo anterior, hay que suponer H perspectivas sobre el precio del activo de la forma $h \in \mathcal{H}\{1, \dots, H\}$, por tanto, para denotar el valor esperado por el inversionista h del precio del activo riesgoso se utiliza la siguiente notación $E_{h,t}[p_{t+1}]$ (Anufriev y Tuinstra, 2013, p. 7).

Cada inversionista debe decidir la cantidad que quiere invertir en el activo riesgoso (en este caso, un bono TES) y qué cantidad desea invertir en el activo libre de riesgo. Denotemos $A_{h,t}$ como la cantidad de unidades de un bono TES que el inversionista h decide comprar. Si $A_{h,t} > 0$ entonces el inversionista h espera una valorización sobre el bono y por tanto decide comprar $A_{h,t}$ unidades de este, en cambio si $A_{h,t} < 0$ entonces el inversionista h tiene una perspectiva negativa sobre el

activo y por tanto decide vender $A_{h,t}$ unidades del bono en corto. Por consiguiente, cada inversionista escoge el nivel de $A_{h,t}$ buscando maximizar:

$$\max_{A_{h,t}} (E_{h,t}[W_{h,t+1}] - \frac{a}{2} V_{h,t}[W_{h,t+1}]) \quad (8)$$

Donde $W_{h,t+1}$ denota la riqueza del inversionista h en el periodo $t+1$, $E_{h,t}[W_{h,t+1}]$ denota el valor esperado de esta riqueza y $V_{h,t}[W_{h,t+1}]$ denota la varianza de esta riqueza. En adición, cada inversionista se enfrenta a la siguiente restricción presupuestal intertemporal:

$$W_{h,t+1} = RW_{h,t} + (p_{t+1} + y_{t+1} - Rp_t)A_{h,t} - R\tau(A_{h,t}) \quad (9)$$

Donde el termino $\tau(A_{h,t})$ denota el costo adicional en el que incurriría el inversionista si decide irse en corto en el bono, es decir cuando $A_{h,t} < 0$. Por tanto, la variable se define como:

$$\tau(A_{h,t}) = \begin{cases} 0 & \text{si } A_{h,t} \geq 0 \\ T|A_{h,t}| & \text{si } A_{h,t} < 0 \end{cases} \quad (10)$$

T es una constante no negativa que representa el costo adicional por unidad al realizar una venta en corto. Con este nuevo costo, la ganancia que un inversionista puede obtener al vender una unidad de un bono en corto es $Rp_t - p_{t+1} - y_{t+1} - RT$, mientras que la ganancia que puede obtener al comprar una unidad de un bono es $p_{t+1} - Rp_t + y_{t+1}$. Si suponemos un T lo suficientemente alto, podemos llegar a un mercado en el que los costos de transacción son tan altos que las operaciones de venta en corto quedan descartadas. Este escenario en el que son completamente descartadas las operaciones de venta en corto es el que suponen Cheng, Hong y Stein (2001) en su modelo para una parte de los inversionistas. Relacionándolo con el modelo de D'Avolio (2002) antes planteado, aquí T se puede entender como el nivel de 'especialidad' del título. Entre más alto sea T , más se puede hablar del escenario (ii) en el cual la remuneración obtenida a cambio de pedir prestado el título es muy baja y por consiguiente resulta costoso tomar una posición en corto. Esta adición del costo T para las ventas en corto es la principal variante que distancia el modelo de Anufriev y Tuinstra (2013) del desarrollado por Brock y Hommes (1998).

Si reemplazamos (9) en (8), teniendo en cuenta los dos casos planteados en (10), la función objetivo para el inversionista es:

$$\Phi(A_{h,t}) = \begin{cases} RW_{h,t} + (E_{h,t}[p_{t+1}] + y_{t+1} - Rp_t)A_{h,t} - \frac{a}{2}\sigma^2 A_{h,t}^2 & \text{si } A_{h,t} \geq 0 \\ RW_{h,t} + (E_{h,t}[p_{t+1}] + y_{t+1} - Rp_t)A_{h,t} - RT|A_{h,t}| - \frac{a}{2}\sigma^2 A_{h,t}^2 & \text{si } A_{h,t} < 0 \end{cases} \quad (11)$$

Cuando $T=0$, el proceso de maximización llevará al inversionista a realizar la siguiente demanda:

$$A^*_{h,t}(p_t) = \frac{E_{h,t}[p_{t+1}] + y_{t+1} - Rp_t}{a\sigma^2} \quad (12)$$

Tal y como plantean Anufriev y Tuinstra (2013), cuando un inversionista decide irse largo en el activo, se cumple la siguiente equivalencia:

$$p_t \leq p_t^h \equiv \frac{E_{h,t}[p_{t+1}] + \bar{y}}{R} \quad (13)$$

Esta expresión refleja que el inversionista espera un precio por encima del precio actual, por tanto, tiene una visión optimista sobre el bono y decide comprarlo ($A^*_{h,t} > 0$).

Si (13) no se cumple esto quiere decir que el inversionista espera una caída del precio en el activo y por tanto tendrá que evaluar si decide tomar una posición en corto o no. La demanda en este caso se define como:

$$A^*_{h,t}(p_t) = \frac{E_{h,t}[p_{t+1}] + \bar{y} - R(p_t - T)}{a\sigma^2} \quad (14)$$

Al existir costos asociados a la venta en corto ($T > 0$), el inversionista se irá en corto si considera que la caída en el precio del activo es lo suficientemente grande para compensar al menos los costos asociados a la operación (T). Si T es más grande que la desvalorización que espera el inversionista del bono entonces su demanda va a ser 0 (escenario antes mencionado en el que los costos de la venta en corto son tan grandes que no existen operaciones a la venta en corto). En definitiva, la demanda del inversionista se resume de la siguiente forma:

$$A^*_{h,t}(p_t) = \begin{cases} \frac{E_{h,t}[p_{t+1}] + \bar{y} - Rp_t}{a\sigma^2} & \text{si } p_t \leq p_t^h \\ 0 & \text{si } p_t^h \leq p_t \leq p_t^h + T \\ \frac{E_{h,t}[p_{t+1}] + \bar{y} - R(p_t - T)}{a\sigma^2} & \text{si } p_t \geq p_t^h + T \end{cases} \quad (15)$$

4. 1 Equilibrio de mercado

Supongamos que hay una oferta S constante no negativa y en el mercado hay una proporción de inversionistas tipo h denotada por $\eta_{h,t} > 0$. Por simplicidad se asume que $\sum_{h=1}^H \eta_{h,t} = 1$. Entonces el mercado está en equilibrio cuando:

$$\sum_{h=1}^H \eta_{h,t} A^*_{h,t}(p_t) = S \quad (16)$$

Si suponemos un escenario en el que todos los inversionistas son racionales y tienen las mismas perspectivas sobre el activo, entonces:

$$p_t^* = \frac{E_t[p_{t+1}] + \bar{y}}{R} - \frac{Sa\sigma^2}{R} = S \quad (17)$$

Al igual que Brock y Hommes (1998, p. 1239), vamos a tener en cuenta el equilibrio en estado estacionario, cuando el precio converge a una constante p_f :

$$\bar{p} = \frac{(\bar{p} + \bar{y})}{R} - \frac{Sa\sigma^2}{R}$$

$$p_f = \frac{(\bar{y})}{r_f} - \frac{Sa\sigma^2}{r_f} \quad (18)$$

Donde p_f es conocido como el *precio fundamental* y se compone de los flujos futuros del bono descontados y una prima de riesgo que depende de la oferta del activo, el coeficiente de aversión de los inversionistas y la volatilidad del activo. Al igual que en los modelos que plantean Cheng, Hong y Stein (2001) y Brock y Hommes (1998), la expresión (17) refleja el escenario base a partir del cual se evalúan las distorsiones de precios en los mercados. En este caso, no existen ventas en corto ya que cada inversionista adquiere una proporción igual de S .

Como resaltan Anufriev y Tuinstra (2013), podemos plantear (15) en términos de la desviación del precio de su fundamental. Esto es $x_t = p_t - p_f$ (p. 11):

$$A^*_{h,t}(x_t) = \begin{cases} \frac{E_{h,t}[x_{t+1}] - Rx_t}{a\sigma^2} + S & \text{si } x_t \leq x_t^h \\ 0 & \text{si } x_t^h \leq x_t \leq x_t^h + T \\ \frac{E_{h,t}[x_{t+1}] - R(x_t - T)}{a\sigma^2} + S & \text{si } x_t \geq x_t^h + T \end{cases} \quad (19)$$

donde $x_t^h = \frac{E_{h,t}[x_{t+1}] + a\sigma^2 S}{R}$. Resulta entonces evidente que, la demanda de cada individuo se puede expresar en términos de su desviación frente al precio fundamental. La demanda de un individuo será mayor en la medida en que encuentre el activo muy por debajo de su valor fundamental, y será nula o negativa en la medida en que encuentre el activo con un valor por encima del valor fundamental.

Supongamos ahora que existen dos tipos de inversionistas en el mercado de bonos y que cada uno cuenta con perspectivas sobre el valor esperado del activo diferentes $h \in \{1,2\}$, de manera que $E_{1,t}[x_{t+1}] > E_{2,t}[x_{t+1}]$. Entonces, el equilibrio de mercado dependerá de qué tan grandes son las diferencias de opinión de los dos grupos. Siguiendo lo planteado por Anufriev y Tuinstra (2013), hay que evaluar tres escenarios principales. Primero, si los dos grupos de inversionistas deciden tomar una posición en el bono dependiendo de sus perspectivas y no existen costos relacionados con la venta en corto ($T=0$). Entonces siguiendo (15) el equilibrio de mercado viene dado por:

$$S = \eta_{1,t} \left[\frac{E_{1,t}[x_{t+1}] - Rx_t}{a\sigma^2} + S \right] + \eta_{2,t} \left[\frac{E_{2,t}[x_{t+1}] - Rx_t}{a\sigma^2} + S \right]$$

Al despejar x_t , obtenemos:

$$x_t^* = \frac{1}{R} (\eta_{1,t} E_{1,t}[x_{t+1}] + \eta_{2,t} E_{2,t}[x_{t+1}]) \quad (20)$$

Bajo este escenario es necesario que $x_t^* < x_t^2$, de manera que el grupo de inversionistas más pesimista decida tener una posición corta en el bono. En adición, no existen costos relacionados a la venta en corto. Teniendo en cuenta que $x_t^2 = \frac{E_{2,t}[x_{t+1}] + a\sigma^2 S}{R}$, y utilizando (20), la condición que se tiene que cumplir en este escenario puede ser reescrita de la siguiente manera:

$$\Delta E = E_{1,t}[x_{t+1}] - E_{2,t}[x_{t+1}] < \frac{a\sigma^2 S}{\eta_{1,t}}$$

El segundo caso que se puede presentar es cuando los inversionistas tipo 1 tienen perspectivas positivas sobre el activo mientras que los inversionistas tipo 2 tienen perspectivas negativas sobre este. Suponemos en este escenario que si existen costos al realizar operaciones de venta en corto ($T \neq 0$). Bajo esta situación, un grupo de inversionistas tomará una posición larga y otro grupo tomará una posición corta, el equilibrio viene dado por:

$$S = \eta_{1,t} \left[\frac{E_{1,t}[x_{t+1}] - Rx_t}{a\sigma^2} + S \right] + \eta_{2,t} \left[\frac{E_{2,t}[x_{t+1}] - R(x_t - T)}{a\sigma^2} + S \right]$$

Al despejar x_t , obtenemos:

$$x_t^{**} = \frac{1}{R} (\eta_{1,t} E_{1,t}[x_{t+1}] + \eta_{2,t} (E_{2,t}[x_{t+1}] + RT)) \quad (21)$$

Bajo este escenario el precio de equilibrio resulta mayor en $\eta_{2,t}(RT)$. Entre más grande sea T , mayor será la desviación del precio contra el primer escenario. La condición que se debe cumplir aquí es que $x_t^{**} > x_t^2 + T$ o en términos de diferencias de opinión:

$$\Delta E_t = E_{1,t}[x_{t+1}] - E_{2,t}[x_{t+1}] > \frac{a\sigma^2 S}{\eta_{1,t}} + RT$$

Con esta condición se garantiza que el grupo de inversionistas tipo 2 decida tomar una posición corta en el bono ya que encuentra la desviación del precio por encima de sus perspectivas.

El tercer caso que se puede presentar es cuando un inversionista decide no participar en el mercado dado que la perspectiva de valoración del bono no es lo suficientemente atractiva para tomar algún

tipo de posición. Si suponemos que solo participa el grupo de inversionistas tipo 1, entonces el equilibrio viene dado por:

$$S = \eta_{1,t} \left[\frac{E_{1,t}[x_{t+1}] - Rx_t}{a\sigma^2} + S \right]$$

Al despejar x_t se obtiene:

$$x_t^{***} = \frac{1}{R} \left[E_{1,t}[x_{t+1}] - \left(\frac{\eta_{2,t}}{\eta_{1,t}} \right) Sa\sigma^2 \right] \quad (22)$$

En este escenario se cumple que $x_t^2 \leq x_t^{***} \leq x_t^2 + T$, lo que significa que el precio de equilibrio resulta más alto de lo que esperan los inversionistas del grupo 2, sin embargo, este no es lo suficientemente alto para que estos inversionistas encuentren rentable tomar una posición en corto. En términos de diferencias de opinión la condición que se debe cumplir en este escenario es la siguiente:

$$\frac{a\sigma^2 S}{\eta_{1,t}} \leq \Delta E_t \leq \frac{a\sigma^2 S}{\eta_{1,t}} + RT$$

En suma, al utilizar (20), (21) y (22) el precio que se determina en equilibrio, asumiendo dos tipos de agentes inversionistas con diferencias de opinión, viene definido por:

$$x_t = \begin{cases} \frac{1}{R} (\eta_{1,t} E_{1,t}[x_{t+1}] + \eta_{2,t} E_{2,t}[x_{t+1}]) & \text{si } \Delta E_t < \frac{a\sigma^2 S}{\eta_{1,t}} \\ \frac{1}{R} \left[E_{1,t}[x_{t+1}] - \left(\frac{\eta_{2,t}}{\eta_{1,t}} \right) Sa\sigma^2 \right] & \text{si } \frac{a\sigma^2 S}{\eta_{1,t}} \leq \Delta E_t \leq \frac{a\sigma^2 S}{\eta_{1,t}} + RT \\ \frac{1}{R} (\eta_{1,t} E_{1,t}[x_{t+1}] + \eta_{2,t} (E_{2,t}[x_{t+1}] + RT)) & \text{si } \Delta E_t > \frac{a\sigma^2 S}{\eta_{1,t}} + RT \end{cases} \quad (23)$$

4. 2 Estática comparativa

Del modelo teórico planteado por Anufriev y Tuinstra (2013) se puede ahondar en las cuestiones que Miller (1977) planteó en su trabajo. La mayor parte de la literatura argumenta que las restricciones a la venta en corto pueden llevar sobrevaloraciones en los activos, y este efecto puede ser aún más fuerte cuando en el mercado existen diferencias de opinión grandes. Con la expresión (23) se puede evaluar los factores que pueden generar un cambio en la dinámica del precio del activo con la presencia de costos en las operaciones de venta en corto.

Lo primero es comparar el precio x_t^* , en el que no existen restricciones a la venta en corto, con x_t^{**} , en el que si existen restricciones a la venta en corto para un tipo de inversionistas. Como se mencionó antes, la diferencia entre estos dos precios radica en el termino $\eta_{2,t}(RT)$, y refleja ese

valor adicional que obtiene el precio de equilibrio dado que ahora existen costos al realizar la venta en corto lo que obliga a los vendedores a subir sus precios para que esta operación resulte rentable, traduciéndose esto en menores retornos. De ahí surge la primera hipótesis que se puede evaluar empíricamente:

Hipótesis 1: Cuando existen costos para realizar operaciones de venta en corto, los precios de los bonos serán mayores. Entre mayor sea el costo, manteniendo todo lo demás constante, mayores serán los precios.

La otra comparación que se puede realizar resulta un poco más compleja. Al comprar x_t^{***} , el precio de equilibrio de un bono cuando los costos de realizar una venta en corto no permiten participar a un grupo de inversionistas en el mercado, con x_t^* , obtenemos que:

$$\Delta X = x_t^{***} - x_t^* = \frac{\eta_{2,t}}{R} \left(\Delta E_t - \frac{Sa\sigma^2}{1 - \eta_{2,t}} \right) \quad (24)$$

De (24) se puede obtener ciertas conclusiones que pueden ser evaluadas empíricamente. Primero, la sobrevaloración del activo (ΔX) es creciente con respecto a las diferencias de opinión (ΔE_t), lo cual está muy en línea con lo planteado por Miller (1977). Como se ha mencionado antes, ante mayores diferencias de opinión es más probable que el bono presente sobrevaloraciones dadas las demandas a precios muy altos de los inversionistas optimistas. Por tanto:

Hipótesis 2: En un mercado en el que existen restricciones a la venta en corto, un incremento en las diferencias de opinión de los inversionistas, manteniendo todo lo demás constante, trae consigo un aumento en el precio del bono.

Segundo, de (24) podemos observar como la oferta del bono puede ayudar a reducir la sobrevaloración que presenta este gracias a las restricciones de venta en corto. Por tanto, teniendo en cuenta que algunos de los títulos TES son *on-the-run*, vale la pena preguntarse si las subastas primarias tienen algún efecto en la valoración de los bonos:

Hipótesis 3: Dadas las restricciones a la venta en corto, las Subastas primarias de TES tienen un impacto negativo en los precios de los bonos.

Por último, en (24) se puede ver que la fracción de agentes que no pueden participar del mercado dadas las restricciones en corto ($\eta_{2,t}$) tiene un efecto ambiguo en el cambio de precio. Tal y como plantean Anufriev y Tuinstra (2013, p.15) un aumento en la fracción ($\eta_{2,t}$) implica un incremento en el precio, sin embargo, con la expresión que está dentro del paréntesis el efecto de la fracción es el contrario. El efecto que pueda tener esta fracción va a depender del nivel de esta y del resto de parámetros de la ecuación. Cheng, Hong y Stein (2001) encuentran que una mayor concentración de propiedad del activo puede traer consigo sobrevaloraciones y por tanto menores retornos (p. 201). Hay que recordar que $\eta_{2,t}$ es la fracción de inversionistas que no pueden participar del mercado dado que cuentan con restricciones a la venta en corto, por tanto, entre menor sea esta fracción mayor será la concentración de propiedad del bono. Esto dentro de los

parámetros del modelo implicaría que ΔX es decreciente en $\eta_{2,t}$, llevándonos a la siguiente hipótesis:

Hipótesis 4: Dadas las restricciones a la venta en corto, un aumento en la concentración de la propiedad de los bonos TES trae consigo precios más altos.

5. Datos

Para el desarrollo de la estimación empírica, se utilizaron las series de tasas de bonos TES de referencia específica que estaban vigentes para los años 2017 y 2018. Así mismo se utilizaron las tasas de operaciones simultáneas para todas las referencias en el mismo periodo en cuestión. La razón de no usar tasas de plazos genéricos (por ejemplo, 1 año, 2 años, 3 años, etc.) es que no se cuenta con tasas genéricas respectivas del mercado de simultáneas para cada uno de estos plazos. Por tanto, para encontrar la relación entre estos dos mercados es necesario trabajar con los datos de cada una de las referencias específicas. Las referencias específicas de TES utilizadas son las siguientes:

Tabla 1.

Bonos TES escogidos para realización de análisis

<u>Vencimiento</u>	<u>Cupón</u>
24/07/20	11%
04/05/22	7%
24/07/24	10%
26/08/26	7.50%
28/04/28	6%
18/09/30	7.75%
30/06/32	7%

La ventana de tiempo escogida permite tomar un periodo en el cual ninguna de estas referencias de TES era considerada como la de más corto plazo. Usualmente las referencias más cortas son las más influenciadas por la política monetaria y, por tanto, puede llegar a restar el efecto que tenga la especialidad de la referencia en el mercado de simultáneas sobre la valoración del título.

Estas referencias son de bonos en tasa fija, no indexados. A pesar de existir datos sobre TES indexados a la unidad UVR, estos no son muy completos, lo cual puede resultar en sesgos al realizar el análisis. Como se puede ver en el anexo 2, los volúmenes de operaciones simultáneas sobre bonos TES UVR son reducidos y en varios días estas referencias no operan, lo que resulta en una dificultad para la construcción de los datos y el posterior análisis.

Los bonos que dentro del periodo de estudio están en estado *on-the-run* son las referencias con vencimiento en el 2022, 2026, 2028 y 2032. Las referencias con vencimiento en el 2024 y 2030 no se encontraban dentro del programa de subastas del gobierno entre 2017 y 2018.

5. 1 Tasas Mercado Spot

La muestra obtenida cuenta con las tasas de cierre y volumen operado de cada una de las referencias específicas durante los días bursátiles, entre el 13 de enero del 2017 y el 31 de diciembre de 2018. Los datos provienen del Sistema Electrónico de Negociación (SEN) del Banco de la República, al cual tienen acceso los agentes que están dentro del programa de creadores de Mercado del Ministerio de Hacienda. Bajo este programa, los agentes participantes están obligados a cotizar puntas de venta y compra lo que hace este mercado más líquido en cuanto a operaciones de bonos TES se refiere. Estos datos fueron descargados de la plataforma Bloomberg. En el anexo 1 se encuentran las estadísticas descriptivas de estas series.

5. 2 Tasas del mercado de simultáneas

Para la obtención de estas tasas fue necesario la construcción de una base de datos de todos los cierres en SEN publicados por el Banco de la Republica mensualmente entre 2017 y 2018. Se descartaron simultáneas de plazos de más de siete días teniendo en cuenta que busca enfocarse en operaciones que puedan surgir de la necesidad de arbitadores o inversionistas de pedir prestados los títulos para aprovechar oportunidades de arbitraje en ventanas cortas de tiempo. Las simultáneas que tienen un plazo mayor a 7 días pueden representar operaciones de fondeo o manejo de tesorería y por tanto no se tuvieron en cuenta. Como se explica en la sección 2, el mercado de renta fija cuenta con volúmenes de negociación muy altos, y la participación de extranjeros es cada vez más alta (desde 2014 ha venido aumentando). Por consiguiente, no considero que el ajuste en precios se demore, siendo un mercado que se afecta de manera directa por temas nacionales (temas políticos, económicos y fiscales) e internacionales (flujos de inversión extranjera directa, tasas de interés internacionales).

Para cada referencia, se promediaron por volumen las tasas de cierre del día para los plazos menores o iguales a 7 días. Con este promedio se construyó las series de las tasas simultáneas que se utilizaron para realizar las regresiones. En el anexo 2 se puede encontrar el resumen de estos datos, con información desde el 2010, el cual muestra tres cosas importantes: primero, los años 2017 y 2018 son en los que ha habido un mayor volumen de simultáneas de TES, lo cual ayuda a soportar la elección de estos dos años para realizar el estudio. Segundo, como se mencionó antes, la cantidad de datos faltantes en las series de los TES indexados a UVR es bastante grande, reflejándose esto en un alto porcentaje de *Missing Values*, y soportando la idea de no utilizar este tipo de bonos para realizar el análisis. Tercero, el volumen de simultáneas de plazo menor a 7 días representa cerca del 96% del volumen de simultáneas totales realizadas entre 2017 y 2018 sobre los bonos que se estudian en el trabajo. Así mismo, del total de operaciones cerradas entre 2017 y 2018 el 97% fueron en plazos menores a 7 días.

En adición, en el anexo 2 se puede evidenciar que para varias de las referencias existe un porcentaje alto de días en los que no hay operaciones simultáneas. Para manejar este inconveniente, en cada uno de los días en los que no hay operaciones, se optó por tomar el nivel de cierre del día hábil anterior. Dado que el enfoque de esta investigación es en operaciones simultáneas de plazos no mayores a una semana, se considera prudente tomar las tasas de cierre más recientes como referencia más utilizada por los inversionistas para realizar operaciones.

5.3 Variables relacionadas con diferencias de opinión

Partiendo de lo planteado por Boehme et al. (2006), medir las diferencias de opinión resulta una tarea que requiere de varios tipos de datos que sirvan como *proxy*. Dado que las diferencias de opinión es una variable no observada, se ha tomado dos proxys en línea con las utilizadas por Boehme et al. (2006); el volumen transado en el día de negociación y la desviación estándar en los pronósticos de los analistas acerca de la inflación.

El volumen de negociación, como cita por Boehme et al. (2006), ha sido utilizado en varios estudios como proxy de las diferencias de opinión, esto porque un mayor volumen de negociación está relacionado con una alta volatilidad, lo cual muestra el mayor desacuerdo que puede existir entre inversionistas en el mercado (citado por Boehme et al., 2006, p 465). Para esto, se tomó las series de volumen de negociación diaria del SEN por referencia (ver anexo 1).

En cuanto a los pronósticos de analistas sobre la inflación, se construyó una serie a partir de las proyecciones mensuales publicadas por el Banco de la Republica, de las principales entidades financieras; Bancos Comerciales, Fondos de pensiones y Comisionistas de bolsa (ver anexo 3).

Estos datos se encuentran de manera mensual y vienen agregados por tipo de entidad, lo cual limita un poco la utilidad de estos, dado que el resto de las series son diarias. En adición, con este tipo de datos hay que hacer una suposición importante y es que los operadores les creen a los analistas en sus pronósticos, lo cual puede sonar obvio, pero, como se mencionó anteriormente sobre Kahneman y Tversky (1979), pueden existir otros factores como la sobre confianza o la malinterpretación por parte de los operadores que resulte en comportamientos en contra de lo que pronostican los analistas. Sin embargo, el hecho de que se encuentre estadísticas descriptivas de las proyecciones de inflación por cada tipo de entidad puede ayudar en la profundización del análisis ya que, como se explicó en la sección 2, algunas de estas entidades cuentan con restricciones legales para tomar posiciones en corto.

5.4 Subastas de TES

De la página Investor Relations Colombia (IRC), del Ministerio de Hacienda y Crédito Público, se tomó el histórico de subastas de bonos TES y se construyó una serie para cada referencia *on-the-run*, con el acumulado subastado por día. Dentro del periodo de estudio, se subastaron todos los títulos de la tabla 1 exceptuando los bonos con vencimiento el 24 de Julio de 2024 y los bonos con vencimiento el 18 de septiembre del 2030 (ver Anexo 4).

5.5 Tenedores de TES

La información más aproximada acerca de los principales tenedores de TES se puede conseguir en la página Investor Relations Colombia (IRC), del Ministerio de Hacienda y Crédito Público. Se tomó la información mes a mes de la tenencia de TES tasa fija en pesos dentro del periodo de estudio y se construyeron series de tenencia de los principales agentes en el mercado. Así, siguiendo los grupos de inversionistas que define el Ministerio de Hacienda, se construyeron las

series de participación de Fondos de pensiones y cesantías, Inversionistas extranjeros, Sector público y Bancos (ver Anexo 5).

5.6 Curva SWAP y Curva genérica de TES

Por medio de la plataforma de Bloomberg se obtuvo la curva genérica de swap para plazos de 3 meses, 6 meses, 1 año, 18 meses, 2 años, 3 años, 5 años, 10 años, 15 años y 20 años, que se construye a partir de las negociaciones que hay en el mercado. En adición, se obtuvo de Bloomberg la curva genérica de rendimientos, para los plazos de 1 año, 3 años, 5 años, 7 años, 8 años, 10 años y 13 años, que se construye a partir de las tasas de negociación de bonos TES, sus cupones y sus principales. Todas estas series tienen frecuencia diaria y se utilizaron para construir los componentes principales, a partir de la metodología que se explica en la sección 6.

6. Metodología

Gran cantidad de trabajos han utilizado regresiones lineales con datos tipo panel o cortes transversales, buscando evaluar los efectos de imperfecciones de mercado sobre los precios a la luz de los planteamientos de Miller (1977). Por ejemplo, Chen, Hong y Stein (2001) utilizan las posiciones trimestrales en acciones de fondos mutuos de Estados Unidos entre 1979 y 1998 para determinar la influencia que tiene la concentración de la propiedad en los retornos de los activos, esto por medio de la simulación de los retornos de portafolios con acciones de compañías de tamaños similares. Sustentan que una mayor concentración de la propiedad está asociada con mayores diferencias de opinión y por tanto con sobrevaloraciones y menores retornos. Giannikos y Gousgounis (2012) utilizan datos de varios índices y derivados del mercado accionario indio entre 2001 y 2008, cuando existieron restricciones legales a la venta en corto en este país, para evaluar sobrevaloraciones. Aissia y Hallara (2011) parten de datos de posiciones de 17 fondos de inversión de renta variable en el mercado de Túnez entre 1998 y 2004, encontrando una influencia negativa de las diferencias de opinión y las restricciones a la venta en corto sobre los retornos. En general, el mercado de renta variable es propicio para estudiar imperfecciones de mercado dada la cantidad de emisores, lo cual permite obtener gran cantidad de datos.

Para los mercados de deuda se han hecho estudios tanto de bonos corporativos como de bonos soberanos. Por ejemplo, Hendershott et al. (2019), utilizan información de bonos corporativos en Estados Unidos entre 2006 2011 que incluye, precios, interés en corto, tasas de préstamo de títulos, cantidad total de transacciones tanto en mercado spot y mercado de préstamo de títulos. Creando varios portafolios con títulos con cantidades de interés en corto similares, encuentran evidencia de que las ventas en corto ayudan a la correcta formación de precios en este mercado. Por su parte, Zaremba y Szczygielski (2019), se enfocan en bonos soberanos de 25 países, en el periodo entre 1992 y 2015, buscando estimar el efecto de los límites al arbitraje a nivel mundial en los rendimientos de diferentes canastas de bonos soberanos. Para esto, utiliza como proxy de límites al arbitraje dos variables; primero, la diferencia entre la tasa LIBOR de tres meses y la tasa del tesoro de tres meses, argumentando que en periodos en los que se reduce la liquidez en los

mercados esta diferencia entre tasas aumenta. Segundo, utilizan como proxy el índice VIX que refleja la volatilidad implícita que reflejan las opciones del S&P 500 en sus precios, argumentando que en periodos de alta volatilidad llevan siempre a condiciones de liquidez reducidas para diferentes inversionistas. Los autores encuentran que, con límites al arbitraje, estrategias defensivas (bonos soberanos de menor riesgo) pueden resultar más rentables.

A diferencia de los estudios anteriormente mencionados, el análisis aquí planteado no cuenta con una gran cantidad de activos sobre los cuales realizar el estudio. Como se mencionó en la sección 5, varios de los bonos TES que estaban vigentes durante el periodo de estudio no son líquidos, tanto en el mercado spot como en el mercado de simultáneas. Por tanto, se encuentra necesario realizar las regresiones correspondientes para cada una de las referencias específicas seleccionadas en la sección 5.

Jordan y Jordan (1997) realizan un estudio que incluye tan solo 6 plazos genéricos de bonos del Tesoro de Estados Unidos, buscando probar los planteamientos del modelo de Duffie (1994). Los autores construyen, para cada una de los plazos de bonos que presentaron un comportamiento “especial” en el mercado de repos, un precio de referencia con el cual comparar el precio actual del bono. Para construir los niveles de referencia con cuales comparar, los autores utilizaron dos metodologías; Primero, interpolación lineal con títulos con condiciones faciales parecidas, de esta manera se obtiene el precio de un bono de referencia que no se ve afectado por la “especialidad” en el mercado de repos y que puede ser comparable (p. 2061). Segundo, los autores toman una metodología usada por Cox, Ingersoll y Ross (1984) y Jordan y Kuipers (1997), que utiliza los precios de las negociaciones de los cupones de los bonos para obtener unos precios de referencia.

Al igual que en Jordan y Jordan (1997), este estudio se concentra en pocas referencias de bonos y busca establecer la relación que existe entre los precios en el mercado spot y variables como tasas de simultáneas, concentración de propiedad, subastas y diferencias de opinión. Sin embargo, a diferencia del estudio Jordan y Jordan (1997), no se cuenta con la suficiente información para construir comparables de cada una de las referencias específicas con las metodologías planteadas por Jordan y Jordan (1997). Se hace necesario buscar otra manera de controlar por factores comunes de la curva de rendimientos a la hora de probar las hipótesis planteadas en la sección 4. Por esto, se decidió utilizar la metodología de componentes principales (PCA).

6.1 Análisis de Componentes principales (PCA)

Siguiendo lo explicado por Ceballos (2014) en su estudio de la curva de rendimientos de Chile, la metodología de componentes principales busca maximizar la varianza de un conjunto de datos en un número de factores de dimensión menor al conjunto de datos originales (p. 11). El resultado de esta metodología es la obtención de un grupo de variables, más pequeño que el grupo de datos originales, compuesto con variables no correlacionadas y que explica una gran proporción de la dinámica de las variables originales.

Se parte una matriz X de dimensión $n \times k$, donde n es el número de observaciones y k es el número de variables. En este caso, la matriz viene compuesta por todas las observaciones entre 2017 y 2018 de los diferentes plazos curva genérica de TES (o de la curva genérica de swaps). La metodología de PCA busca maximizar la varianza de la relación lineal de las variables, para así

construir las variables que expliquen mejor los movimientos de las tasas. Por ejemplo, tal como evidencia Ceballos (2014), para obtener un primer componente se parte de la matriz de varianzas y covarianzas de X :

$$S = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(x_i - \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_j \right) \left(x_i - \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_j \right)^T \quad (25)$$

Donde S denota la matriz de varianzas y covarianzas de la muestra X , esta matriz es de dimensión $k \times k$. Lo que se busca es maximizar la varianza proyectada de una relación lineal entre las variables, definida como:

$$Z = Xa_1$$

Donde a_1 es el vector de coeficientes de cada una de las variables y Z es el resultado de la combinación lineal de las variables. Como se mencionó antes, la metodología requiere maximizar la varianza de Z , por tanto, por propiedades de matrices:

$$V = a_1^T S a_1 \quad (26)$$

Donde V es la varianza de la combinación lineal Z y tiene dimensiones $n \times k$. El objetivo es maximizar V por medio de la obtención de a_1 . Tal y como menciona Peña (2002), V puede tomar cualquier valor a menos que se ponga una restricción sobre a_1 al maximizar (26). Por esto se impone la restricción de que el vector a_1 tenga modulo igual a 1, lo cual no representa ninguna pérdida de generalidad ya que, como se verá adelante, el vector resulta ser un vector propio y, por tanto, solo se ve enfrentado a cambios en el escalar cuando se le aplica cualquier transformación lineal (p.12). La solución al problema se obtiene de maximizar:

$$\max M = a_1^T S a_1 - \lambda (a_1^T a_1 - 1)$$

Al derivador con respecto a a_1 , igualar a 0 y despejar:

$$S a_1 = \lambda a_1 \quad (27)$$

Donde, en línea con lo que identifica Peña (2002), a la descomposición (27) corresponde a la descomposición de la matriz S en sus respectivos valores propios y vectores propios (p.138). Al multiplicar ambos lados de la expresión (27) por a_1^T , entonces:

$$a_1^T S a_1 = \lambda$$

Por lo que se puede concluir que la máxima varianza de la combinación lineal de las variables de X debe ser igual al mayor valor propio λ de la matriz S y por tanto su vector propio asociado a_1 contendrá los coeficientes de cada variable de X para construir Z . De esta manera se debe partir obteniendo los valores propios de la matriz S por medio de:

$$|S - I\lambda| = 0 \quad (28)$$

Y al obtener los valores propios se debe tomar el mayor valor propio (λ_1) para retomar la expresión (27) y encontrar su vector propio respectivo (a_1).

El mismo procedimiento se puede generalizar para obtener r componentes principales. Tal y como plantea Peña (2002), basta con obtener los r valores propios (λ_r) por medio de la expresión (28) y así proceder a encontrar sus respectivos vectores propios (a_r) por medio de la expresión (27). Se pueden obtener casi tantos componentes principales como variables originales de la muestra, es decir $r < k$ (p 143).

Cabe resaltar que los primeros valores propios son los que tienen un λ mayor, por tanto, la varianza de la combinación lineal respectiva de sus vectores propios es mayor y por consiguiente los componentes principales respectivos lograrán explicar el comportamiento de los datos en una mayor proporción. A medida que se seleccionan más componentes, los últimos valores propios tendrán valores muy bajos, lo que se traduce en una varianza baja y por tanto un porcentaje de explicación de los datos reducido.

Ceballos (2002) plantea una serie de criterios que pueden ser utilizados para elegir el número apropiado de componentes principales. Primero, se puede graficar λ_i para seleccionar los componentes principales de manera que los restantes no seleccionados tengan valores muy parecidos que sean muy pequeños. Segundo, se puede seleccionar el número de componentes principales que expliquen el 90% de la variabilidad de los datos. Para saber la proporción de la variabilidad explicada con cada componente basta con dividir su valor propio sobre el total de la varianza de las variables originales. Por último, el número de componentes principales se puede obtener descartando los valores propios que tengan un valor por debajo de un umbral establecido (Ceballos, 2002, p. 155).

En adición, vale la pena resaltar que Peña (2002) demuestra una serie de propiedades con las que cuentan los componentes principales entre las cuales se encuentra que estos proporcionan una predicción lineal óptima con r variables del conjunto de variables X .

La metodología de PCA ha sido utilizada como herramienta para modelar el comportamiento de las curvas de rendimientos. Estudios como el de Zhou et al (2017), utilizan esta técnica para identificar posibles oportunidades de arbitraje en la curva de rendimientos de los bonos del estado de China. Los autores modelan la curva de rendimientos resumiendo el comportamiento de los tres factores principales; que usualmente se conocen con los nombres de nivel, pendiente y curvatura. Así, encuentran que el componente principal asociado a la curvatura tiene la propiedad de volver siempre a su media y por tanto resulta un indicador útil para tomar posiciones cuando presenta cambios drásticos (p. 1380). Ceballos (2002) utiliza la metodología PCA para modelar la estructura de tasas en Chile y así evaluar el impacto que tienen sorpresas macroeconómicas sobre la curva de rendimientos. Los autores toman datos de inflación, producción, desempleo y tasas de interés de política monetaria y construyen series de la diferencia entre lo pronosticado y lo real. Con esto, al correr regresiones contra tres componentes principales obtenidos a través de la curva de rendimientos, encuentran que, por ejemplo, las sorpresas inflacionarias tienen un choque positivo y significativo sobre el nivel de las tasas del país. Por su parte Patel et al. (2018) tienen el objetivo de evaluar el efecto que puede tener el cambio de tasas en Estados Unidos en las tasas de Sur África. Para esto construyen los tres principales componentes de cada una de las curvas y corren

regresiones de los componentes surafricanos contra los componentes americanos y variables como tasa de cambio y tasas de la FED, encontrando efectos diversos para diferentes periodos de tiempo y efectos insignificantes en el largo plazo (Patel et al., 2018, p. 12).

Para propósitos de este estudio, la construcción de componentes principales se va a hacer a partir de 2 variables: la curva genérica de rendimientos de bonos TES tasa fija y la curva genérica de tasas swap (ver sección 5 para más detalles). Esto con el objetivo de evaluar la robustez de los resultados y dado que estos mercados están fuertemente relacionados (ver anexo 6). Siguiendo a Ceballos (2002), al revisar el porcentaje de variabilidad explicada con cada uno de los componentes principales, se considera conveniente usar un máximo de dos componentes las regresiones planteadas en el apartado 6.2. En las tablas 2 y 3 se puede observar que solo el primer componente explica en su gran mayoría el comportamiento de las curvas genéricas.

Tabla 2.

Análisis de componentes principales para la curva genérica de TES

	Componente 1	Componente 2	Componente 3
Proporción de la varianza	0.9994	0.0006	0.00001
Proporción acumulada	0.9994	10000,000	0.99998

Tabla 3.

Análisis de componentes principales para la curva genérica de SWAP

	Componente 1	Componente 2	Componente 3
Proporción de la varianza	1,00	0,0046	0,0002
Proporción acumulada	0,995	1,000	1,000

6.2 Especificación

Siguiendo la estructura de la regresión de Jordan y Jordan (1997), se busca explicar las tasas de los bonos por medio de las variables mencionadas en la sección 5. Teniendo en cuenta que la teoría desarrollada en la sección 4 plantea cuatro factores que pueden influir en el precio de equilibrio del mercado de bonos, para cada referencia específica que no es *on-the-run* se corrió la regresión de tipo:

$$\begin{aligned}
TIR_{referencia\ especifica_t} &= \beta_1 TIR_{referencia\ especifica_{t-1}} + \beta_2 TIR_{referencia\ especifica_{t-2}} + \beta_3 PC_t \\
&+ \beta_4 Especial_{Referencia\ Especifica_t} + \beta_5 DO_t + \beta_6 FPyPub_t + \beta_7 Subasta_t \\
&+ \varepsilon_t \quad (29)
\end{aligned}$$

Para cada referencia off-the-run se corrió la regresión de tipo:

$$\begin{aligned}
TIR_{referencia\ especifica_t} &= \beta_1 TIR_{referencia\ especifica_{t-1}} + \beta_2 TIR_{referencia\ especifica_{t-2}} + \beta_3 PC_t \\
&+ \beta_4 Especial_{Referencia\ Especifica_t} + \beta_5 DO_t + \beta_6 FPyPub_t + \varepsilon_t \quad (30)
\end{aligned}$$

Donde PC_t son los componentes principales utilizados. DO hace referencia a la variable que intenta aproximar las diferencias de opinión. Como se mencionó en la sección 5, esta variable puede ser el volumen diario o las dispersiones en las encuestas de los analistas. $FPyPub$ es el porcentaje de tenencia de los fondos de pensiones y el sector público de bonos TES tasa fija en pesos. $Subasta$ indica el volumen acumulado al día t en colocaciones en subastas de la referencia específica desde el inicio del periodo de estudio. Por último, la variable $Especial$ se define como:

$$Especial_{Referencia\ Especifica_t} = Tasa\ Banrep_t - Tasa\ Simultanea_{Referencia\ Especifica_t} \quad (31)$$

Podemos observar por la expresión (29) y la expresión (30) que a diferencia de Jordan y Jordan (1997) no se utilizó bonos comparables para transformar la variable endógena en la diferencia entre el bono y su comparable. Por el contrario, aquí la variable endógena es en nivel de tasa del bono. Con el ánimo de explicar movimientos no usuales de la tasa del bono se incluyó las variables obtenidas por PCA como variables exógenas, para así controlar esta regresión por movimientos comunes en la curva y dejar solo para explicar los movimientos inusuales que la metodología del PCA no logra capturar. Esto está muy en línea con lo desarrollado por Patel et al. (2018), quienes utilizan los componentes principales de la curva de rendimientos de Estados Unidos como variable exógena que explica la curva de rendimientos sudafricana.

Los componentes principales obtenidos de la curva de rendimientos por esta metodología tienen interpretación económica. Siguiendo lo planteado por Cámara Suárez, Casas Henao, y Méndez Jiménez (2005), normalmente se le puede dar interpretación a los tres primeros componentes; el primer componente es el nivel, el segundo componente es la pendiente y el tercer componente es la curvatura (p. 127). El primer componente permite obtener los desplazamientos que son paralelos en la curva y se relaciona con temas como la tasa de intervención, expectativas de inflación y variaciones en la percepción de riesgo del Emisor (Cámara Suárez, Casas Henao, y Méndez Jiménez, 2005, p. 129). El segundo componente captura los movimientos en los que la parte larga de la curva se comporta en dirección opuesta a la parte corta generando esto un empinamiento o aplanamiento de la curva según sea el caso y está relacionado con teorías como la hipótesis de las expectativas o la teoría de preferencia por liquidez que ayudan a explicar la estructura de las tasas

de interés a lo largo de la curva. El tercer componente, en línea con lo planteado por Redferm y Mclean (2014), se refiere a movimientos en los que la parte media de la curva contrarios a movimientos de la parte corta y la parte larga de la curva.

Adicionalmente, en esta regresión se optó por incluir rezagos de la tasa del bono, de hasta dos periodos. Al observar los correlogramas de las series de bonos escogidos, se puede evidenciar la existencia de autocorrelación serial en el comportamiento de la función de autocorrelación que se asemeja a la de un proceso autoregresivo. Mas aún, al observar los diagramas de autocorrelación parcial, se puede ver la fuerte correlación que existe contra el primer rezago y el segundo rezago en todas las series (ver anexo 7).

Es de esperar que en línea con Miller (1977) y siguiendo las expresiones (20) y (21), la variable especial, que refleja el costo de oportunidad que enfrentan los inversionistas que piden prestado un título se relacione de manera negativa con la tasa del bono. Con un mayor costo de oportunidad al pedir prestado un bono, la operación de venta en corto se hace más costosa. Esto se traduce en menores incentivos a realizar ventas en corto y por tanto mayor participación relativa de agentes optimistas sobre el bono en el mercado, haciendo que el precio sea más alto y tu tasa menor. Por tanto, β_4 debe ser negativa lo cual soportaría la hipótesis 1.

Se espera que β_5 tenga un coeficiente negativo, independientemente de la variable usada, gracias que por la expresión (24). Ante restricciones a la venta en corto, como las explicadas en la sección 2, el mercado de bonos de deuda pública debería mostrar precios más altos cuando existen diferencias de opinión gracias a que los inversionistas más pesimistas no podrán participar del mercado. Ante mayores diferencias de opinión debe haber mayores precios y por tanto una menor tasa. Con un β_5 negativo se encontraría evidencia empírica de la hipótesis 2.

Por su parte, es de esperar que β_6 tenga un coeficiente negativo. Aunque el efecto de $\eta_{2,t}$ sea ambiguo en (24), Cheng, Hong y Stein (2001) encuentran que una mayor concentración de la propiedad está asociada con mayores precios. Teniendo en cuenta la alta participación de inversionistas extranjeros en la tenencia de los bonos y teniendo en cuenta que se está tomando el porcentaje de tenencia de Fondos de Pensiones y Entidades Públicas, inversionistas que de manera general no pueden tomar posiciones en corto, un aumento de su porcentaje debería reflejar un aumento en la concentración de tenencia en los bonos y un posible aumento de las diferencias de opinión, llevando esto a mayores precios y por tanto menores tasas. Con un β_6 negativo se encontraría evidencia empírica de la hipótesis 3.

Por último, para los bonos *on-the-run*, se plantea la variable adicional de subastas, con coeficiente β_7 . Siguiendo la expresión (24), un aumento en la oferta del bono debería traer consigo un menor precio y por tanto una mayor tasa. En definitiva β_7 debe ser positivo y así se encontraría evidencia empírica de la hipótesis 4.

7. Resultados

Inicialmente se corrieron las regresiones utilizando los componentes principales obtenidos de la curva genérica de TES . Los resultados se pueden encontrar en las tablas 4,5,6,7,8,9 y 10.

Tabla 4. Regresión sobre referencia con vencimiento el 2020

	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4	Modelo 5	Modelo 6
Intercepto	2.6418 *** (0.4618)	-0.1345 * (0.0637)	-0.1233 (0.0637)	0.2397 *** (0.0399)	0.1547 *** (0.0350)	0.1543 *** (0.0351)
Especial	-0.0350 (0.1346)	-0.0086 (0.0123)	-0.0088 (0.0122)	-0.0040 (0.0076)	-0.0060 (0.0066)	-0.0058 (0.0066)
FPyPub	17.8594 *** (3.0026)	-0.0475 (0.2831)	-0.0292 (0.2828)	-0.4531 * (0.1754)	-0.3510 * (0.1518)	-0.3360 * (0.1521)
Volumen	0.0001 (0.0001)	0.0000 (0.0000)	0.0000 (0.0000)	0.0000 (0.0000)	0.0000 (0.0000)	0.0000 (0.0000)
$T20_{t-1}$		0.9888 *** (0.0054)	1.0933 *** (0.0450)		0.2691 *** (0.0206)	0.2879 *** (0.0333)
PC_1		-0.0119 ** (0.0043)	-0.0111 ** (0.0043)	-0.3110 *** (0.0021)	-0.2287 *** (0.0065)	-0.2284 *** (0.0066)
$T20_{t-2}$			-0.1046 * (0.0447)			-0.0182 (0.0241)
PC_2				0.7730 *** (0.0026)	0.5658 *** (0.0160)	0.5653 *** (0.0161)
N	509	508	507	509	508	507
R2	0.0812	0.9926	0.9927	0.9971	0.9979	0.9979

*** $p < 0.001$; ** $p < 0.01$; * $p < 0.05$. Los modelos (1), (2), (3) corresponden a las regresiones incluyendo solo un componente (PC_1). (4), (5) y (6) incluyen dos componentes principales (PC_1 y PC_2).

Tabla 5. Regresión sobre referencia con vencimiento el 2022

	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4	Modelo 5	Modelo 6
Intercepto	5.0994 *** (0.1970)	-0.0770 (0.0689)	-0.0603 (0.0690)	-0.1955 *** (0.0483)	-0.1858 *** (0.0402)	-0.1778 *** (0.0404)
Especial	-0.0671 *** (0.0150)	-0.0019 (0.0033)	-0.0016 (0.0033)	-0.0097 *** (0.0023)	-0.0063 ** (0.0019)	-0.0062 ** (0.0019)
FPyPub	8.1769 *** (1.2504)	0.3998 (0.2840)	0.4131 (0.2834)	1.0815 *** (0.1960)	0.6926 *** (0.1654)	0.6844 *** (0.1653)
Volumen	0.0001 * (0.0000)	0.0000 (0.0000)	0.0000 (0.0000)	-0.0000 * (0.0000)	-0.0000 ** (0.0000)	-0.0000 ** (0.0000)
<i>Subasta</i>	-0.0001 *** (0.0000)	-0.0000 *** (0.0000)	-0.0000 *** (0.0000)	0.0000 *** (0.0000)	0.0000 *** (0.0000)	0.0000 *** (0.0000)
$T22_{t-1}$		0.8166 *** (0.0185)	0.9170 *** (0.0446)		0.2944 *** (0.0198)	0.3292 *** (0.0321)
PC_1		-0.0674 *** (0.0068)	-0.0665 *** (0.0067)	-0.3454 *** (0.0025)	-0.2471 *** (0.0069)	-0.2464 *** (0.0070)
$T22_{t-2}$			-0.1011 * (0.0408)			-0.0339 (0.0239)
PC_2				0.4138 *** (0.0062)	0.2959 *** (0.0094)	0.2951 *** (0.0095)
N	509	508	507	509	508	507
R2	0.6475	0.9834	0.9836	0.9919	0.9944	0.9944

*** p < 0.001; ** p < 0.01; * p < 0.05. Los modelos (1), (2), (3) corresponden a las regresiones incluyendo solo un componente (*PCI*). (4), (5) y (6) incluyen dos componentes principales (*PCI* y *PC2*).

Tabla 6. Regresión sobre referencia con vencimiento el 2024

	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4	Modelo 5	Modelo 6
Intercepto	4.9586 *** (0.2395)	-0.3123 *** (0.0510)	-0.3038 *** (0.0511)	-0.2213 ** (0.0688)	-0.1726 *** (0.0517)	-0.1638 ** (0.0517)
Especial	-0.0173 * (0.0072)	0.0015 (0.0010)	0.0015 (0.0010)	-0.0069 *** (0.0014)	-0.0022 * (0.0011)	-0.0023 * (0.0011)
FPyPub	7.8833 *** (1.5649)	-0.1599 (0.2299)	-0.1359 (0.2302)	-0.4654 (0.2919)	-0.3665 (0.2194)	-0.3401 (0.2194)
Volumen	0.0002 *** (0.0001)	-0.0000 (0.0000)	-0.0000 (0.0000)	-0.0000 (0.0000)	-0.0000 (0.0000)	-0.0000 (0.0000)
$T24_{t-1}$		0.5551 *** (0.0233)	0.6265 *** (0.0419)		0.4795 *** (0.0242)	0.5527 *** (0.0408)
PC_1		-0.1831 *** (0.0095)	-0.1818 *** (0.0095)	-0.3847 *** (0.0035)	-0.2047 *** (0.0095)	-0.2034 *** (0.0095)
$T24_{t-2}$			-0.0698 * (0.0341)			-0.0717 * (0.0322)
PC_2				0.0610 *** (0.0047)	0.0297 *** (0.0039)	0.0297 *** (0.0039)
Intercepto						
N	509	508	507	509	508	507
R2	0.1019	0.9818	0.9819	0.9709	0.9837	0.9838

*** $p < 0.001$; ** $p < 0.01$; * $p < 0.05$. Los modelos (1), (2), (3) corresponden a las regresiones incluyendo solo un componente (PC_1). (4), (5) y (6) incluyen dos componentes principales (PC_1 y PC_2).

Tabla 7. Regresión sobre referencia con vencimiento el 2026

	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4	Modelo 5	Modelo 6
Intercepto	5.7269 *** (0.2313)	-0.5899 *** (0.0481)	-0.5848 *** (0.0485)	-0.6333 *** (0.0464)	-0.5369 *** (0.0425)	-0.5322 *** (0.0428)
Especial	-0.0605 *** (0.0085)	-0.0047 *** (0.0011)	-0.0048 *** (0.0011)	-0.0091 *** (0.0011)	-0.0065 *** (0.0010)	-0.0065 *** (0.0010)
FPyPub	6.7431 *** (1.4683)	-0.2792 (0.1887)	-0.2703 (0.1895)	-0.0461 (0.1848)	-0.1274 (0.1661)	-0.1227 (0.1668)
Volumen	-0.0001 ** (0.0000)	-0.0000 *** (0.0000)	-0.0000 *** (0.0000)	0.0000 (0.0000)	0.0000 (0.0000)	0.0000 (0.0000)
<i>Subasta</i>	-0.0000 *** (0.0000)	0.0000 *** (0.0000)	0.0000 *** (0.0000)	0.0000 *** (0.0000)	0.0000 *** (0.0000)	0.0000 *** (0.0000)
$T26_{t-1}$		0.2773 *** (0.0206)	0.3006 *** (0.0323)		0.2112 *** (0.0189)	0.2312 *** (0.0289)
PC_1		-0.3118 *** (0.0088)	-0.3112 *** (0.0089)	-0.4217 *** (0.0024)	-0.3356 *** (0.0080)	-0.3350 *** (0.0080)
$T26_{t-2}$			-0.0227 (0.0242)			-0.0194 (0.0212)
PC_2				-0.0863 ***	-0.0685 ***	-0.0684 ***
Intercepto				(0.0060)	(0.0056)	(0.0056)
N	509	508	507	509	508	507
R2	0.1807	0.9872	0.9872	0.9877	0.9902	0.9902

*** p < 0.001; ** p < 0.01; * p < 0.05. Los modelos (1), (2), (3) corresponden a las regresiones incluyendo solo un componente (*PCI*). (4), (5) y (6) incluyen dos componentes principales (*PCI* y *PC2*).

Tabla 8. Regresión sobre referencia con vencimiento el 2028

	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4	Modelo 5	Modelo 6
Intercepto	5.8952 *** (0.2165)	0.3816 *** (0.0715)	0.4105 *** (0.0716)	0.0746 (0.1038)	-0.0386 (0.0804)	-0.0116 (0.0805)
Especial	-0.0077 (0.0056)	-0.0048 *** (0.0012)	-0.0049 *** (0.0012)	-0.0066 *** (0.0014)	-0.0032 ** (0.0011)	-0.0033 ** (0.0011)
FPyPub	5.2776 *** (1.3900)	-1.2065 *** (0.3028)	-1.2129 *** (0.3014)	-1.0953 ** (0.3714)	-0.6093 * (0.2877)	-0.6037 * (0.2867)
Volumen	-0.0000 (0.0000)	0.0000 (0.0000)	0.0000 (0.0000)	-0.0000 (0.0000)	0.0000 (0.0000)	0.0000 (0.0000)
<i>Subasta</i>	0.0000 *** (0.0000)	0.0000 *** (0.0000)	0.0000 *** (0.0000)	-0.0000 (0.0000)	-0.0000 (0.0000)	-0.0000 (0.0000)
$T28_{t-1}$		0.6495 *** (0.0269)	0.7599 *** (0.0439)		0.5284 *** (0.0281)	0.6361 *** (0.0428)
PC_1		-0.1272 *** (0.0099)	-0.1307 *** (0.0098)	-0.4028 *** (0.0052)	-0.1953 *** (0.0117)	-0.1979 *** (0.0117)
$T28_{t-2}$			-0.1235 ** (0.0386)			-0.1187 *** (0.0357)
PC_2				-0.1650 *** (0.0105)	-0.0843 *** (0.0092)	-0.0837 *** (0.0091)
N	509	508	507	509	508	507
R2	0.1508	0.9649	0.9656	0.9488	0.9700	0.9706

*** $p < 0.001$; ** $p < 0.01$; * $p < 0.05$. Los modelos (1), (2), (3) corresponden a las regresiones incluyendo solo un componente (PC_1). (4), (5) y (6) incluyen dos componentes principales (PC_1 y PC_2).

Tabla 9. Regresión sobre referencia con vencimiento el 2030

	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4	Modelo 5	Modelo 6
Intercepto	6.2245 *** (0.2455)	0.0692 (0.0704)	0.0769 (0.0706)	0.0876 (0.0508)	0.0382 (0.0459)	0.0438 (0.0460)
Especial	-0.0156 ** (0.0052)	-0.0048 *** (0.0011)	-0.0048 *** (0.0011)	-0.0029 *** (0.0008)	-0.0025 *** (0.0007)	-0.0025 *** (0.0007)
FPyPub	4.2866 ** (1.5885)	-0.5118 (0.3109)	-0.4830 (0.3118)	-1.6241 *** (0.2239)	-1.2323 *** (0.2046)	-1.2069 *** (0.2050)
Volumen	-0.0003 (0.0002)	-0.0001 *** (0.0000)	-0.0001 *** (0.0000)	0.0000 (0.0000)	-0.0000 (0.0000)	-0.0000 (0.0000)
$T30_{t-1}$		0.8715 *** (0.0152)	0.9391 *** (0.0444)		0.2754 *** (0.0249)	0.3277 *** (0.0372)
PC_1		-0.0530 *** (0.0063)	-0.0523 *** (0.0063)	-0.4129 *** (0.0026)	-0.3012 *** (0.0104)	-0.3003 *** (0.0103)
$T30_{t-2}$			-0.0676 (0.0417)			-0.0514 (0.0272)
PC_2				-0.3163 *** (0.0039)	-0.2278 *** (0.0087)	-0.2275 *** (0.0087)
N	512	511	510	512	511	510
R2	0.0337	0.9656	0.9658	0.9819	0.9854	0.9855

*** $p < 0.001$; ** $p < 0.01$; * $p < 0.05$. Los modelos (1), (2), (3) corresponden a las regresiones incluyendo solo un componente (PCI). (4), (5) y (6) incluyen dos componentes principales (PCI y $PC2$).

Tabla 10. Regresión sobre referencia con vencimiento el 2032

	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4	Modelo 5	Modelo 6
Intercepto	5.6053 *** (0.1980)	0.5739 *** (0.0604)	0.5933 *** (0.0602)	0.6387 *** (0.0578)	0.3763 *** (0.0521)	0.3877 *** (0.0525)
Especial	0.0368 *** (0.0106)	0.0049 * (0.0019)	0.0049 * (0.0019)	0.0001 (0.0020)	0.0005 (0.0016)	0.0006 (0.0016)
FPyPub	7.8437 *** (1.2565)	-0.0149 (0.2376)	-0.0058 (0.2362)	1.6512 *** (0.2460)	1.0845 *** (0.2114)	1.0808 *** (0.2121)
Volumen	-0.0001 * (0.0000)	-0.0000 * (0.0000)	-0.0000 * (0.0000)	-0.0000 *** (0.0000)	-0.0000 *** (0.0000)	-0.0000 ** (0.0000)
<i>Subasta</i>	0.0000 *** (0.0000)	0.0000 *** (0.0000)	0.0000 *** (0.0000)	0.0000 *** (0.0000)	0.0000 *** (0.0000)	0.0000 *** (0.0000)
$T32_{t-1}$		0.4676 *** (0.0243)	0.5599 *** (0.0399)		0.3253 *** (0.0224)	0.3783 *** (0.0358)
PC_1		-0.1777 *** (0.0082)	-0.1773 *** (0.0081)	-0.3571 *** (0.0031)	-0.2447 *** (0.0082)	-0.2432 *** (0.0082)
$T32_{t-2}$			-0.0945 ** (0.0318)			-0.0510 (0.0269)
PC_2				-0.2471 *** (0.0125)	-0.1742 *** (0.0117)	-0.1714 *** (0.0118)
N	512	511	510	512	511	510
R2	0.3029	0.9771	0.9776	0.9775	0.9841	0.9842

*** p < 0.001; ** p < 0.01; * p < 0.05. Los modelos (1), (2), (3) corresponden a las regresiones incluyendo solo un componente ($PC1$). (4), (5) y (6) incluyen dos componentes principales ($PC1$ y $PC2$).

Así mismo, se corrieron las regresiones a partir de los componentes principales que se obtienen a partir de los datos obtenidos de la curva genérica de SWAP. Estos resultados no se incluyen dentro del trabajo ya que no se diferencian en gran medida de los que aquí ya se presentan.

Es importante destacar que se corrieron varias regresiones para cada una de las referencias con motivo de probar la robustez en los resultados. Si bien el objetivo del trabajo no es encontrar el modelo econométrico que explique de manera perfecta el comportamiento de los bonos TES, se busca evaluar las variables en cuestión utilizando varias especificaciones que permitan dar un análisis más amplio acerca de la relación entre variables. El objeto de estudio de este trabajo se centra en las variables *Especial*, *FPyPub* y *Volumen* que en definitiva son con las que se busca probar las hipótesis planteadas en la sección 4.

Como se puede ver para todas las referencias, los rezagos y los componentes principales permiten explicar una gran parte del comportamiento de la variable dependiente. Al revisar los valores de R^2 en cada una de las regresiones, hay que destacar el hecho de que incluir un componente principal y un rezago permite aumentar este estadístico por niveles encima del 0.90. Tiene todo el sentido que los datos reflejen este comportamiento a la luz del modelo de Anufriev y Tuinstra (2013) visto en la sección 4. La expresión $E_{1,t}[x_{t+1}]$ describe la expectativa de los agentes acerca del precio futuro del título la cual depende de toda la información disponible en el presente; el comportamiento de la curva antes (que incluye todas las variables macroeconómicas y coyunturales y se refleja de manera resumida en los componentes principales) y los niveles anteriores de precios (reflejados en los rezagos) son dos de las herramientas más importantes para un inversionista a la hora de tomar una decisión de invertir en TES. De ahí que en los resultados los componentes principales y las variables de rezago resulten significativas en todas las regresiones.

El resultado más importante se encuentra al revisar la primera hipótesis. En línea a lo que se planteó en la sección anterior, el coeficiente negativo de la variable *Especial* (β_4) da un indicio muy importante a raíz de la teoría estudiada. Para casi todas las referencias este coeficiente fue negativo y para casi todas fue significativo. Esto da evidencia empírica de que, manteniendo todo lo demás constante, un aumento en la diferencia entre la tasa en el mercado de simultáneas del bono y la tasa de política monetaria está relacionado con mayores valoraciones del bono en el mercado spot. Este resultado resulta acorde con lo antes planteado por Miller (1977) y Duffie (1996), en el sentido de que un aumento de la ‘especialidad’ del bono hace más difícil para los inversionistas tomar posiciones cortas y por tanto excluye a cierto grupo de participantes dejando únicamente los a aquellos optimistas sobre el bono y trayendo consigo sobrevaloraciones sin razón aparente. Se puede ver que el efecto de esta variable es aún más fuerte en las referencias de la parte mediana de la curva (2022, 2024, 2026 y 2028). Cabe aclarar que estos resultados se fundamentan sobre la construcción de la variable *Especial*, la cual contiene el promedio ponderado por volumen de las tasas de operaciones simultáneas hasta 7 días, lo cual sugiere que este resultado puede estar relacionado con estrategias de arbitraje de máximo una semana.

En cuanto a la segunda hipótesis, representada por medio de la variable *Volumen*, los resultados no son concluyentes. Si bien la variable resulta significativa en varias de las referencias, el coeficiente es 0. Como se puede ver en Boehme et al. (2006), la definición de *proxys* sobre las

diferencias de opinión es una tarea que requiere de un conjunto de datos muy completo que permita hacer las inferencias más acertadas. Con los datos de volumen obtenidos para cada una de las referencias no basta para detectar una dispersión de opiniones en el mercado. A pesar de que se planteó la posibilidad de usar como variable alternativa las dispersiones en las proyecciones de inflación de los analistas, no se encontró ningún patrón significativo. Los resultados con esta variable no distan en nada de los obtenidos con la variable *Volumen*. Los resultados incluyendo esta variable no se incluyeron en el trabajo dado que no se consideraron relevantes.

No hay evidencia empírica para sustentar la tercera hipótesis. Las subastas de TES al parecer no muestran una relación evidente con los precios de los bonos en los modelos planteados. De manera complementaria, se corrieron las regresiones incluyendo una variable dummy donde 1 es el día de la subasta del bono TES y 0 el resto de los días. Los resultados no mostraron diferencias significativas.

La variable *FPyPub* permite evaluar la cuarta hipótesis. Un aumento en la concentración de la propiedad puede deberse a una situación donde existen restricciones a la venta en corto y donde hay grandes diferencias de opinión que hacen que un grupo de inversionistas concentre un porcentaje alto de la emisión de un bono. Con base en los datos, un aumento en el porcentaje de tenencia de bonos TES por parte de los Fondos de Pensiones y Entidades Públicas está relacionado con tasas menores de los bonos. Este resultado se dio para todas las referencias excepto para los bonos con vencimiento en el 2032. Son resultados muy dicentes que refuerzan la evidencia empírica de los resultados derivados del modelo de Anufriev y Tuinstra (2013). Sin embargo, hay que resaltar que este porcentaje es un proxy dado que no se cuenta con el porcentaje de tenencia específico de cada referencia lo cual resultaría aún más útil y podría dar resultados más acertados.

8. Conclusiones

Por medio de este trabajo se buscó ahondar en los límites al arbitraje que se pueden presentar en el mercado de deuda pública en Colombia. A partir del planteamiento teórico de Miller (1977), Anufriev y Tuinstra (2013) y otros autores, se planteó un marco teórico sólido que permitió derivar hipótesis acerca de un mercado con restricciones a la venta en corto.

Este trabajo logra encontrar evidencia empírica para sustentar dos hipótesis. Por un lado, se encuentra evidencia empírica de la relación directa que existe entre altos precios de los bonos TES y tasas en el mercado de simultáneas comparativamente bajas con respecto a la tasa de intervención. Por otro lado, se encuentra evidencia empírica de la relación directa que existe entre una mayor concentración de la propiedad y mayores precios en los bonos TES.

Son grandes las limitaciones que existen en términos de datos para evaluar las imperfecciones de mercado en Colombia. Sin embargo, con este trabajo se busca hacer una primera aproximación al tema, con el ánimo de que sirva de insumo para futuras investigaciones.

9. Referencias

- Anufriev, M., & Tuinstra, J. (2013). The impact of short-selling constraints on financial market stability in a heterogeneous agents model. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 37, 1523-1543.
- Asissia, D. B., & Hallara, S. (2011). Differences of Opinion, Short Sale Constraints and Market Inefficiency: An Empirical Study on Tunisian Stock Market. *Indian Institute of Finance*, XXV, 1297-1306.
- Bodie, Z., Alex, K., & Marcus, A. J. (2014). *Investments*. New York: McGraw-Hill Education.
- Boehme, R. D., Danielsen, B. R., & Sorescu, S. M. (2006). Short-Sale Constraints, Differences of Opinion, and Overvaluation. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 455-487.
- Brock, W. A., & Hommes, C. H. (1998). Heterogeneous Beliefs and routes to chaos in a simple asset pricing model. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 22, 1235-1274.
- Cámaro Suárez, A. A., Casas Henao, A., & Méndez Jiménez, E. R. (2005). Movimientos de la curva de rendimientos de TES tasa fija en Colombia. *INNOVAR*, 122-123.
- Cardozo, N., Hincapié, A., & Rojas, K. (2014). *Análisis del impacto en Colombia de la recomposición de los índices de JP Morgan de deuda local de países emergentes*. Bogotá.
- Ceballos, L. (2014). The yield curve factors and economic surprises in the Chilean bond market. *Revista de Análisis Económico*, 29, 3-23.
- Chen, J., Hong, H., & Stein, J. C. (2002). Breadth of ownership and stock returns. *Journal of Financial Economics*, 66, 171-205.
- Choudhry, T., & Jayasekera, R. (2013). Level of efficiency in the UK equity market: empirical study of the effects of the global financial crisis. *Review of quantitative finance & Accounting*, 213-242.
- Coval, J. D., & Shumway, T. (2001). Do Behavioral Biases Affect Prices? *University of Michigan Business School*.
- D'Avolio, G. (2002). The market for borrowing stock. *Journal of Financial Economics*, 271-306.
- Duffie, D. (1996). Special Repo Rates. *The Journal of Finance*, 51(2), 493-526.
- Fama, E. F. (1970). Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work. *The Journal of Finance*, 25(2), 383-417.
- Giannikos, C. I., & Gousgounis, E. (2012). Short Sale Constraints and Dispersion of Opinion. *The Financial Review*, 115-143.

- Guidolin, M., & Ravazzolo, F. (2014). Myths and Facts about the Alleged Over-Pricing of U.S. Real Estate. *Journal of Real Estate Finance & Economics*, 477-523.
- Hendershott, T., Kozhan, R., & Raman, V. (2019). Short Selling and Price Discovery in Corporate Bonds. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 1-39.
- Hong, H., & Stein, J. C. (2003). Differences of Opinion, Short Sales Constraints and Market Crashes. *The Review of Financial Studies*, 487-525.
- Hong, H., Scheinkman, J., & Xiong, W. (2004). Asset Float and Speculative Bubbles. *Priceton University*.
- Hull, J. C. (2012). *Options, Futures, and Other Derivates* (Vol. 8). Pearson.
- Jordan, B., & Jordan, S. D. (1997). Special Repo Rates: An empirical Analysis. *The Journal of Finance*, 52, 2051-2072.
- Kahneman, D., & Tversky, A. (1979). Prospect Theory: An Analysis of Decision under Risk. *Econometrica* , 263-292.
- Miller, M. E. (1977). Risk, Uncertainty, and Divergence of Opinion. *The Journal of Finance*, 1151-1168.
- Ministerio de Hacienda y Crédito Público. (03 de Marzo de 2019). *Deuda Pública*. Obtenido de Investor Relations Colombia: <http://www.irc.gov.co>
- Patel, K., Mohamed, A., & van Vuuren, G. W. (2018). A regression and comparative study of United States and South African yield curves using principal components analysis. *South African Journal of Economic and Management Sciences*, 21, 1-15.
- Peña, D. (2002). *Análisis de Datos Multivariantes*. Madrid: McGraw Hill.
- Redferm, D., & Mclean, D. (2014). *Principal Component Analysis for Yield Curve Modelling*. Moodys, Moodys's Analytics Research. Moodys Analytics.
- Rizvi, S. A., & Arshad, S. (2016). How does crisis affect efficiency? An empirical study of East Asian markets. *Borsa Istanbul Review*, 1-8.
- Superintendencia Financiera de Colombia. (15 de Julio de 2010). Decreto 2555. *Decreto 2555*.
- Varian, H. R. (1987). The Arbitrage Principle in Financial Economics. *Economic Perspectives*, 1(2), 55-72.
- Zaremba, A., & Szczygielski, J. J. (2019). Limits to arbitrage, investor sentiment, and factor returns in international government bond markets. *Economic Research-Ekonomiska Istrazivanja*, 1727-1743.
- Zhou, X. M., Qian, H., & Liu, L. C. (2017). An analysis of arbitrage strategies in Chinese treasury bond market. *Journal of Interdisciplinary Mathematics*, 1377-1382.

10. Anexos

Anexo 1- Estadística descriptiva de las tasas spot de los bonos TES

Tabla 1-1

Estadísticas descriptivas de los bonos TES seleccionados.

	T20	T22	T24	T26	T28	T30	T32
Min	4,844	5,35	5,761	6,12	6,37	6,346	6,61
Cuartil 1	5,156	5,72	6,091	6,452	6,59	6,7	5,917
Mediana	5,298	5,831	6,208	6,58	6,744	6,85	7,055
Media	5,461	5,902	6,248	6,594	6,754	6,863	7,066
Cuartil 3	5,720	6,002	6,38	6,74	6,91	7,019	7,206
Máximo	6,580	6,737	6,939	7,2	7,308	7,398	7,585

Nota. Datos de 2017 a 2018. Los cálculos fueron realizados por el autor con el uso del programa Rstudio.

Tabla 1-2

Matriz de varianza-covarianza de los bonos TES seleccionados

	T20	T22	T24	T26	T28	T30	T32
T20	0,1700	0,1089	0,0652	0,0401	0,0334	0,0093	0,0016
T22	0,1089	0,0771	0,0532	0,0401	0,0342	0,0212	0,0161
T24	0,0652	0,0532	0,0471	0,0418	0,0379	0,0328	0,0280
T26	0,0401	0,0401	0,0418	0,0439	0,0404	0,0398	0,0362
T28	0,0334	0,0342	0,0379	0,0404	0,0410	0,0390	0,0348
T30	0,0093	0,0212	0,0328	0,0398	0,0390	0,0448	0,0409
T32	0,0016	0,0161	0,0280	0,0362	0,0348	0,0409	0,0400

Nota. Datos de 2017 a 2018. Los cálculos fueron realizados por el autor con el uso del programa RStudio.

Anexo 2- Estadística descriptiva de las tasas de operaciones simultáneas con los bonos TES

Tabla 2-2

Volúmenes anuales operados en operaciones simultáneas por referencia específica.

	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	Total
TFIT06110919					45.652.479.354.700	79.296.968.759.282	82.089.070.147.000	220.779.035.876.500	107.937.290.012.500	535.754.844.149.982
TFIT06211118				35.753.701.391.200	61.632.355.584.040	92.199.120.601.500	106.236.674.172.500	122.708.163.886.500	59.107.172.911.500	477.637.188.547.240
TFIT08261125									82.006.586.857.000	82.006.586.857.000
TFIT10040522			7.381.551.801.500	33.808.387.460.100	44.089.619.305.500	29.398.741.794.900	62.040.603.264.500	101.576.991.378.500	138.225.987.589.500	416.521.882.594.500
TFIT11241018	60.061.613.000	7.572.556.759.100	29.165.571.067.400	18.562.795.625.400	9.947.116.387.320	5.185.688.024.500	10.773.491.512.000	18.342.986.245.500	684.619.516.000	100.294.886.750.220
TFIT15240720	35.434.870.076.100	19.314.156.010.000	22.029.474.381.100	19.782.346.779.000	19.889.009.187.118	109.753.690.848.000	191.567.414.000.500	278.859.908.629.000	314.114.735.734.000	1.010.745.605.644.820
TFIT15260826		7.837.064.000	10.797.790.238.400	14.859.283.504.500	5.066.016.108.000	27.026.654.183.500	43.143.642.037.000	51.222.929.197.500	66.193.928.689.000	218.318.081.021.900
TFIT16180930						26.150.491.123.000	32.780.923.117.500	17.855.633.653.500	13.357.973.844.000	90.145.021.738.000
TFIT16240724	14.111.448.777.783	33.650.847.945.744	56.311.875.145.300	35.126.630.484.000	79.352.516.824.050	144.711.789.819.500	155.764.622.365.500	122.823.463.684.000	157.189.772.420.500	799.042.967.466.377
TFIT16280428				18.297.217.481.000	27.671.820.241.950	23.718.411.694.500	9.618.540.666.500	11.605.025.256.000	29.425.906.220.500	120.336.921.560.450
TFIT16300632								27.583.976.859.500	48.034.668.921.500	75.618.645.781.000
TUVT06170419					8.443.533.529.484	21.655.223.383.924	43.036.255.164.338	36.438.721.835.079	63.321.235.394.330	172.894.969.307.155
TUVT10100321			249.338.919.500	1.314.160.570.922	6.024.548.060.527	14.784.225.587.502	9.822.898.538.747	37.409.387.242.780	69.986.709.828.525	139.591.268.748.503
TUVT11070525						1.698.771.607.545	3.231.759.700.330	2.696.079.247.599	4.923.237.320.142	12.549.847.875.616
TUVT11170327								2.748.846.517.936	15.752.918.002.723	18.501.764.520.659
TUVT12250215	7.253.943.057.726	3.488.175.558.776	5.367.157.381.059	21.068.963.801.581	14.668.068.223.185	524.864.687.129				52.371.172.709.456
TUVT17230223	1.047.470.591.899	1.714.550.051.064	624.521.408.324	391.317.095.870	210.163.090.674	87.874.651.633	700.481.557.917	767.904.393.981	37.929.381.057.181	43.473.663.898.543
TUVT20040435								1.467.057.885.302	3.904.863.968.524	16.417.525.095.083
TUVT20250333				434.530.452.532	940.216.299.939	1.719.709.051.555	1.506.069.115.967	1.425.047.242.145	5.579.132.498.598	11.604.704.660.736
TUVT32160649									180.251.744.850	180.251.744.850
Total	57.907.794.116.508	65.748.123.388.684	131.927.280.342.583	199.399.334.646.105	323.587.462.196.487	577.912.225.817.970	753.779.503.245.601	1.058.748.965.114.540	1.230.369.033.657.430	4.399.379.722.525.910

Nota. Datos obtenidos de los reportes mensuales de cierres de operaciones SEN del Banco de la Republica, cifras en pesos colombianos. Estas operaciones corresponden a simultáneas con plazos de máximo 7 días.

Tabla 2-3

Descripción de datos de operaciones simultáneas.

Tes tasa fija en pesos

Obs	Tasa Banrep	TFIT06110919	TFIT06211118	TFIT08261125	TFIT10040522	TFIT11241018	TFIT15240720	TFIT15260826	TFIT16180930	TFIT16240724	TFIT16280428	TFIT16300632
Obs	2347	1201	1387	238	1594	1389	2130	1516	949	2186	1439	477
NA	0	1146	960	2109	753	958	217	831	1398	161	908	1870
% NAs	0,00%	48,83%	40,90%	89,86%	32,08%	40,82%	9,25%	35,41%	59,57%	6,86%	38,69%	79,68%
No Os	0	230	226	44	292	397	363	286	210	313	279	113
% Os	0%	10%	10%	2%	12%	17%	15%	12%	9%	13%	12%	5%

Tes tasa fija en UVR

Obs	TUVT06170419	TUVT10100321	TUVT11070525	TUVT11170327	TUVT12250215	TUVT17230223	TUVT20040435	TUVT20250333	TUVT32160649
Obs	1127	1334	692	422	838	961	602	925	24
NA	1220	1013	1655	1925	1509	1386	1745	1422	2323
% NAs	51,98%	43,16%	70,52%	82,02%	64,29%	59,05%	74,35%	60,59%	98,98%
No Os	350	260	124	49	208	194	117	212	8
% Os	15%	11%	5%	2%	9%	8%	5%	9%	0%

Nota. Resumen de datos de simultáneas desde el 2010. Simultáneas con plazo máximo de 7 días. Obs es el número de observaciones. NA es el número de Missing value en cada serie, que se traducen en días en los que no operó la simultánea. No Os es la cantidad de días en los que la tasa simultánea es igual a la tasa de intervención del Banco de la Republica.

Tabla 2-4 Volumen de Simultaneas realizadas en referencias tasa fija 2020,2022,2024,2026,2028,2030 y 2032. Cifras de SEN

Plazo	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	Total general	Total 2017-2018	% 2017-2018
1	23.797.064.378.073	31.648.330.307.791	51.479.208.631.711	68.301.288.790.712	88.787.519.324.925	187.461.354.141.392	321.396.188.930.713	370.958.416.721.811	455.877.786.299.696	1.599.707.157.526.820	826.836.203.021.507	57,89%
2	2.132.088.384.392	1.550.537.040.538	5.555.640.785.290	7.089.702.866.393	9.711.517.236.839	18.985.511.769.625	23.346.416.897.217	41.316.324.398.356	59.298.966.302.009	168.986.705.680.659	100.615.290.700.365	7,04%
3	8.598.889.676.738	10.850.784.986.257	16.086.250.479.212	20.984.029.131.655	32.210.027.633.596	57.828.743.325.372	76.112.393.755.698	85.576.111.711.363	110.728.364.432.413	418.975.595.132.304	196.304.476.143.776	13,74%
4	3.226.010.085.445	3.053.782.339.440	7.992.711.537.848	9.896.234.347.255	14.220.745.916.246	31.270.056.320.133	31.143.002.690.369	54.239.822.906.867	67.193.540.620.695	222.235.906.764.298	121.433.363.527.562	8,50%
5	2.964.576.391.777	2.846.899.591.847	7.835.651.734.075	5.611.567.630.741	12.217.848.987.152	25.270.908.256.532	16.327.703.376.419	27.030.579.801.996	35.438.284.139.540	135.544.019.910.079	62.468.863.941.536	4,37%
6	1.380.432.987.828	882.745.200.478	2.520.300.970.183	4.573.422.639.731	6.909.340.812.993	15.856.456.873.435	8.740.669.420.301	16.437.402.794.742	17.841.846.806.560	75.142.618.506.251	34.279.249.601.302	2,40%
7	7.457.807.086.714	2.150.986.954.737	5.033.080.278.049	5.395.620.112.089	11.974.945.129.592	24.082.744.444.477	17.831.990.298.868	15.932.801.505.924	20.093.692.896.823	109.933.668.707.273	36.006.494.020.747	2,52%
8	1.151.554.240.476	330.742.738.831	940.592.554.751	647.591.761.986	2.967.206.063.744	7.191.386.852.530	6.183.554.933.924	5.741.253.446.948	10.174.600.100.995	35.328.482.694.185	15.915.853.547.943	1,11%
9	422.014.815.152	26.378.634.424	137.015.916.348	213.809.782.784	693.562.400.348	2.739.975.255.606	2.111.356.349.097	1.215.146.888.502	4.845.083.788.373	12.404.343.830.634	6.060.230.676.875	0,42%
10	483.045.498.652	250.133.120.043	350.277.177.958	193.792.253.085	1.111.803.993.240	1.453.058.427.478	1.641.233.108.026	770.068.490.042	1.671.254.073.767	7.924.666.142.291	2.441.322.653.809	0,17%
11	207.255.930.355	138.327.643.046	13.755.835.517	21.008.065.930	905.244.429.166	2.052.708.559.122	1.400.635.677.212	1.836.718.056.735	2.322.225.503.211	8.897.879.700.294	4.158.943.559.946	0,29%
12	400.788.568.546	66.447.524.342	65.895.080.039		387.313.149.076	2.286.813.691.970	1.757.766.426.533	1.146.542.232.699	3.488.863.134.166	9.600.429.807.171	4.635.405.366.865	0,32%
13	174.568.265.361	63.945.397.870		68.637.946.351	179.416.596.937	1.832.595.432.140	857.665.026.236	1.609.686.676.906	2.698.467.849.973	7.594.983.191.794	4.308.154.526.879	0,30%
14	2.742.500.715.175	129.656.374.711	137.677.893.379	23.740.627.460	226.121.542.289	2.618.823.158.629	2.393.357.314.485	2.223.505.302.375	3.417.186.890.794	13.912.569.819.297	5.640.692.193.169	0,39%
15	174.257.133.501	129.056.168.769	319.206.148.011	52.814.642.943	230.668.333.426	1.339.145.775.388	857.192.225.414	896.265.525.613	999.497.141.259	5.547.103.094.324	1.895.762.666.872	0,13%
16	47.939.750.694	111.625.344.177		12.814.201.288	37.329.020.946	123.438.731.299	531.470.351.854	117.452.421.842	562.548.181.416	1.544.618.003.516	680.000.603.258	0,05%
17	15.952.366.693	50.782.284.937	75.656.245.893	3.941.045.903	61.472.281.235	298.596.554.685	389.041.013.728	88.067.364.490	146.709.011.219	1.396.277.122.880	504.776.375.709	0,04%
18	16.135.039.028				85.839.696.794	198.831.912.528	548.431.973.612	150.287.065.269	476.494.917.300	1.479.961.650.434	626.781.982.569	0,04%
19	12.203.263.551	159.192.028.511				75.478.521.429	216.426.834.312	128.484.033.712	814.665.289.238	2.186.449.970.753	1.033.149.322.950	0,07%
20	762.463.264.568	75.370.687.833	147.002.907.130	6.382.565.089	138.698.882.097	336.691.002.806	113.628.395.899	260.724.176.648	435.373.823.572	2.276.355.705.642	696.098.000.220	0,05%
21	1.169.226.917.568		25.869.556.742			436.030.381.201	224.316.292.441	304.836.560.881	445.019.895.171	2.605.299.604.004	749.856.456.052	0,05%
22	86.450.242.242					20.088.132.685	50.197.644.957	70.048.655.391	172.841.589.658	528.771.021.230	242.890.245.049	0,02%
23			31.336.437.192	37.771.257.622		17.634.316.460	61.153.318.234		69.009.341.467	216.904.670.975	69.009.341.467	0,00%
24	73.270.404.606	114.239.813.518		64.751.899.029	219.132.098.291	10.858.612.221	111.865.227.869	63.618.789.819	27.915.286.538	685.651.920.891	27.915.286.538	0,00%
25			64.116.020.430				23.897.370.556	117.386.343.958	70.354.682.404	275.754.417.348	187.741.026.362	0,01%
26				30.763.484.458		188.963.616.618		81.134.287.316	83.826.423.025	384.687.811.417	164.960.710.341	0,01%
27	166.278.535.661	79.002.285.335	53.996.312.156	166.423.247.757		69.618.789.977	28.554.623.044		78.346.919.271	642.220.713.201	78.346.919.271	0,01%
28	178.927.026.077	69.722.030.309	71.587.189.294	65.397.462.665	141.571.326.031			38.414.936.892	25.122.603.935	590.742.575.203	63.537.540.827	0,00%
29	164.850.017.702	24.874.359.267	32.829.143.510	286.964.570.818	67.179.752.757	86.059.870.662	4.587.378.607			667.345.093.323	0	0,00%
30	386.491.494.916	145.852.019.266	243.603.725.052		13.505.784.119		5.154.903.973		37.181.068.607	831.788.995.933	37.181.068.607	0,00%
31	35.300.693.190	62.435.845.525	33.735.329.352	272.550.101.679		46.527.213.562	24.049.243.789			474.598.427.097	0	0,00%
32	381.160.584.373	201.094.747.570	308.559.540.470	520.657.069.057	10.400.069.755		20.254.451.604			1.442.126.462.829	0	0,00%
33			77.305.823.021						22.499.568.020	99.805.391.041	22.499.568.020	0,00%
34		25.001.347.174	47.319.135.861						16.914.468.959	89.234.951.994	16.914.468.959	0,00%
35		50.363.415.138	198.767.476.972	116.804.832.616	53.890.646.145					419.826.370.871	0	0,00%
36		45.791.667.096	32.727.712.984	22.958.882.729						101.478.262.809	0	0,00%
37				116.047.724.996	27.022.923.701					143.070.648.697	0	0,00%
38		165.327.440.386	162.089.643.897							327.417.084.283	0	0,00%
39			32.717.554.518	144.952.848.770						177.670.403.288	0	0,00%
40				145.203.378.685						145.203.378.685	0	0,00%
41					20.270.673.193					20.270.673.193	0	0,00%
42										41.114.022.474	0	0,00%
44		41.114.022.474								21.815.276.348	21.815.276.348	0,00%
50								21.815.276.348		169.781.818.364	0	0,00%
51	169.781.818.364									61.624.047.758	0	0,00%
56				61.624.047.758						5.188.724.100	0	0,00%
60										12.979.435.749	0	0,00%
66	631.454.932.895									19.430.230.825	19.430.230.825	0,00%
84			12.979.435.749							13.051.905.736	0	0,00%
92										70.765.616.292	0	0,00%
95			13.051.905.736							70.765.616.292	0	0,00%
96										71.651.489.974	0	0,00%
97										130.119.223.000	0	0,00%
105												0,00%
Total general	60.150.740.510.313	55.540.543.361.440	100.473.765.392.528	125.299.708.373.393	183.430.409.351.248	385.199.417.630.826	514.390.843.078.457	628.379.297.583.626	799.863.913.280.899	2.852.728.638.562.730	1.428.243.210.864.520	100,00%

Tabla 2-5 Cantidad de operaciones de Simultaneas realizadas en referencias tasa fija 2020,2022,2024,2026,2028,2030 y 2032. Cifras de SEN.

Plazo (Días)	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	Total general	Total 2017-2018	% 2017-2018	
1		3.578	3.972	5.093	5.303	6.788	10.546	12.510	23.292	22.916	93.998	46.208	62,26%
2		189	159	377	451	623	923	764	1.629	2.301	7.416	3.930	5,30%
3		1.036	1.284	1.419	1.517	2.237	3.055	2.958	5.100	5.306	23.912	10.406	14,02%
4		357	324	632	653	906	1.603	1.181	2.856	2.930	11.442	5.786	7,80%
5		311	319	527	393	705	1.182	620	1.274	1.455	6.786	2.729	3,68%
6		125	62	159	252	372	749	330	725	731	3.505	1.456	1,96%
7		330	116	234	275	619	1.085	681	798	780	4.918	1.578	2,13%
8		61	14	39	31	142	319	231	268	402	1.507	670	0,90%
9		19	1	7	10	36	123	89	59	174	518	233	0,31%
10		24	8	15	13	56	66	59	37	71	349	108	0,15%
11		10	4	2	1	45	90	58	88	92	390	180	0,24%
12		18	3	5		21	100	74	54	139	414	193	0,26%
13		8	3		2	12	84	37	72	105	323	177	0,24%
14		87	4	5	2	13	123	82	104	141	561	245	0,33%
15		24	8	14	2	12	58	33	42	42	236	84	0,11%
16		2	4		1	2	5	19	6	22	61	28	0,04%
17		1	2	4		3	12	12	5	18	57	23	0,03%
18		1		1		5	9	20	9	20	65	29	0,04%
19		1	9				35	8	11	36	100	47	0,06%
20		32	3	4	1	9	13	4	11	20	97	31	0,04%
21		28		1			19	10	13	15	86	28	0,04%
22		2				1	6	2	4	6	21	10	0,01%
23				3	2		1	4		3	13	3	0,00%
24		1	4	1	7	1	6	4		2	26	2	0,00%
25				1				1	4	4	10	8	0,01%
26					1		8		4	4	17	8	0,01%
27		6	3	4	5		3	1		4	26	4	0,01%
28		7	3	4	3	4			3	1	25	4	0,01%
29		7	1	1	14	2	3	1			29	0	0,00%
30		16	6	15	3	1		1		3	42	3	0,00%
31		2	3	3	19		2	1			30	0	0,00%
32		14	8	24	36	1	1				84	0	0,00%
33				6						1	7	1	0,00%
34			1	4						1	6	1	0,00%
35			2	16	8	3					29	0	0,00%
36			2	4	1						7	0	0,00%
37					8	1					9	0	0,00%
38			6	12							18	0	0,00%
39				3	10						13	0	0,00%
41					10						10	0	0,00%
42						2					2	0	0,00%
44			2								2	0	0,00%
50									1		6	1	0,00%
51		6									6	0	0,00%
56					2						2	0	0,00%
60								1			1	0	0,00%
66		26									26	0	0,00%
84				1							1	0	0,00%
92										1	1	0	0,00%
95				1							1	0	0,00%
96				2							2	0	0,00%
97				2							2	0	0,00%
105				2							2	0	0,00%
Total general	6.329	6.340	8.647	9.033	12.622	20.229	19.796	36.469	37.746	157.211	74.215	100,00%	

Anexo 3- Estadísticas descriptivas de proyecciones de inflación en la encuesta del Banco de la Republica

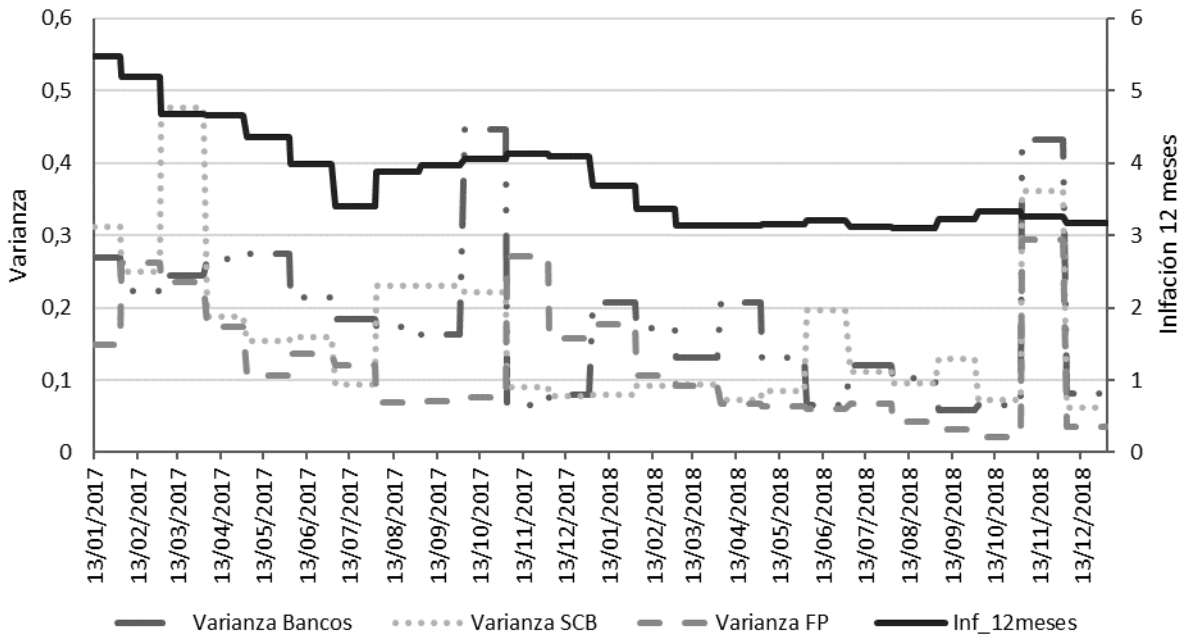


Figura 4. Evolución de la varianza en los pronósticos del IPC a 2 años por diferente tipo de entidad (eje izquierdo) vs Evolución del IPC 12 meses (Eje derecho). Datos obtenidos de la Encuesta Mensual de Expectativas de Analistas Económicos (EME).

Anexo 4- Subastas de bonos TES tasa fija en pesos entre 2017 y 2018

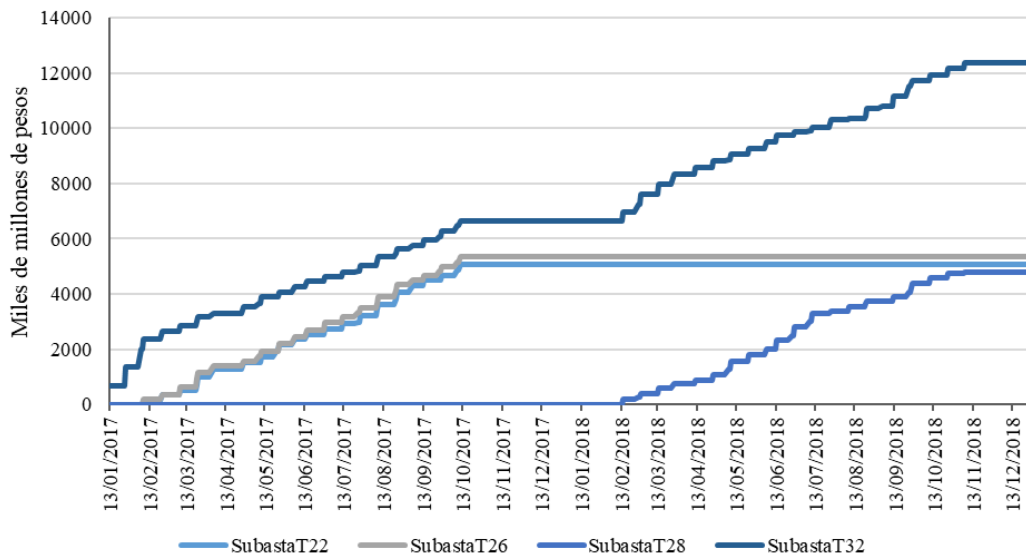


Figura 5. Series del monto subastado acumulado por referencia entre 2017 y 2018. Como se puede ver, los títulos *on-the-run* entre el periodo de estudio son los de los años 2022, 2026, 2028 y 2032. Tanto 2022 como 2026 salieron del

programa de emisiones en el último trimestre del 2017. El título con vencimiento el 2032 fue el único en mantenerse *on-the-run* durante todo el periodo. Datos obtenidos a través de IRC.gov.co, página del Ministerio de Hacienda y Crédito Público.

Anexo 5- Tenedores de bonos TES denominados en pesos entre 2017 y 2018

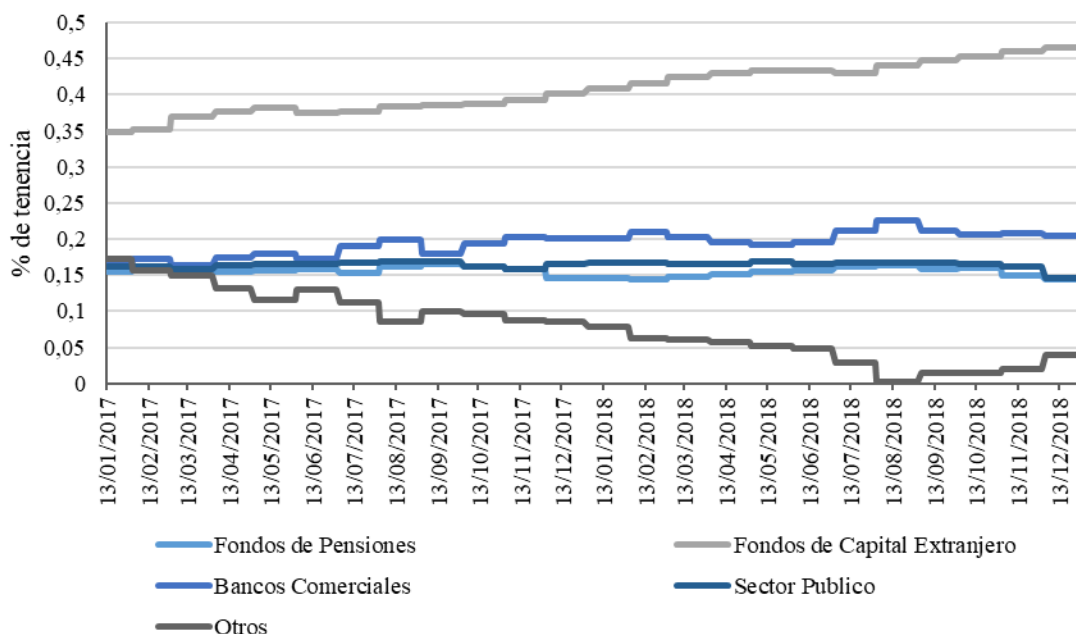


Figura 6. Principales tenedores de TES tasa fija denominados en pesos. La tendencia más clara es la concentración que se ha visto en agentes extranjero, pasando del 35% a principios del 2017 a cerca de un 45% a finales del 2018, haciendo este mercado más vulnerable ante flujos internacionales. Datos obtenidos a través de IRC.gov.co, página del Ministerio de Hacienda y Crédito Público.

Anexo 6- Curva genérica de TES y de SWAPS

Tabla 6-1. Matriz e varianza-covarianza de la curva genérica de TES tasa fija denominados en pesos

	1Y	3Y	5Y	7Y	8Y	10Y	13Y
1Y	0,1700	0,1089	0,0652	0,0401	0,0334	0,0093	0,0016
3Y	0,1089	0,0771	0,0532	0,0401	0,0342	0,0212	0,0161
5Y	0,0652	0,0532	0,0471	0,0418	0,0379	0,0328	0,0280
7Y	0,0401	0,0401	0,0418	0,0439	0,0404	0,0398	0,0362
8Y	0,0334	0,0342	0,0379	0,0404	0,0410	0,0390	0,0348
10Y	0,0093	0,0212	0,0328	0,0398	0,0390	0,0448	0,0409
13Y	0,0016	0,0161	0,0280	0,0362	0,0348	0,0409	0,0400

Nota. Datos de 2017 a 2018. Los cálculos fueron realizados por el autor con el uso del programa RStudio. Fuente: Bloomberg

Tabla 6-2. Matriz e varianza-covarianza de la curva genérica de tasas swap tasa fija en pesos

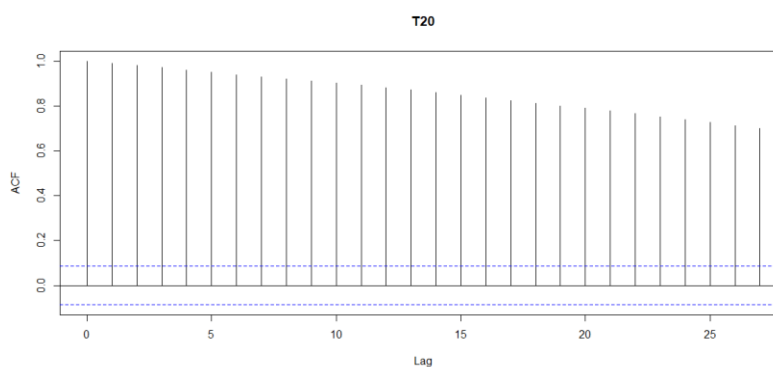
	3m	6m	1	18m	2	3	5	10	15	20
3m	0,788	0,702	0,545	0,399	0,267	0,144	0,055	0,018	-0,050	-0,081
6m	0,702	0,630	0,496	0,366	0,249	0,139	0,060	0,023	-0,038	-0,065
1	0,545	0,496	0,406	0,310	0,218	0,132	0,069	0,032	-0,018	-0,035
18m	0,399	0,366	0,310	0,243	0,175	0,112	0,066	0,034	-0,004	-0,015
2	0,267	0,249	0,218	0,175	0,131	0,089	0,057	0,031	0,006	0,000
3	0,144	0,139	0,132	0,112	0,089	0,067	0,049	0,031	0,016	0,015
5	0,055	0,060	0,069	0,066	0,057	0,049	0,044	0,031	0,023	0,026
10	0,018	0,023	0,032	0,034	0,031	0,031	0,031	0,028	0,024	0,028
15	-0,050	-0,038	-0,018	-0,004	0,006	0,016	0,023	0,024	0,029	0,035
20	-0,081	-0,065	-0,035	-0,015	0,000	0,015	0,026	0,028	0,035	0,046

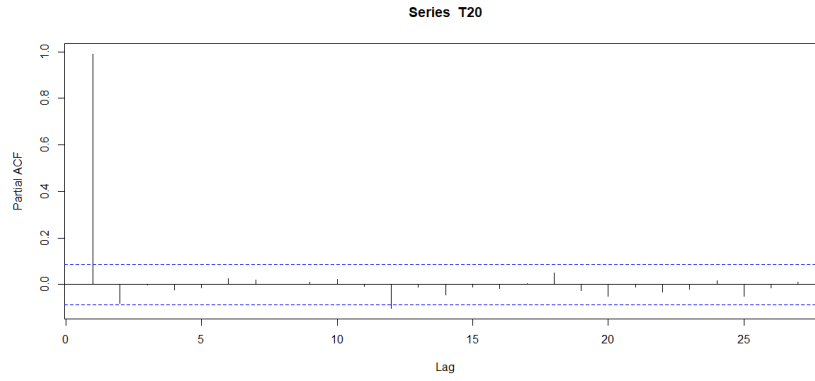
Nota. Datos de 2017 a 2018. Los cálculos fueron realizados por el autor con el uso del programa RStudio. Fuente: Bloomberg

Anexo 7- Correlogramas de las series de tasas de los bonos

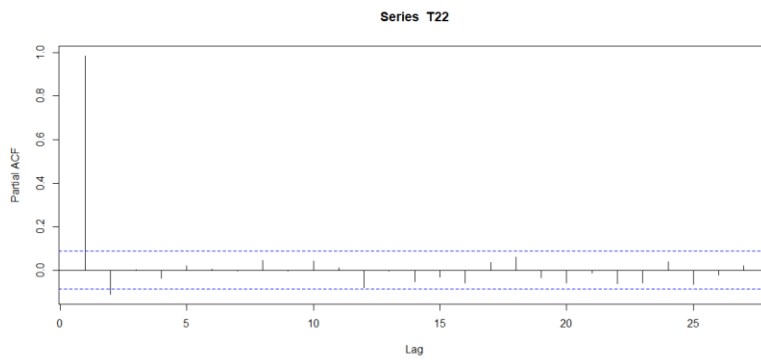
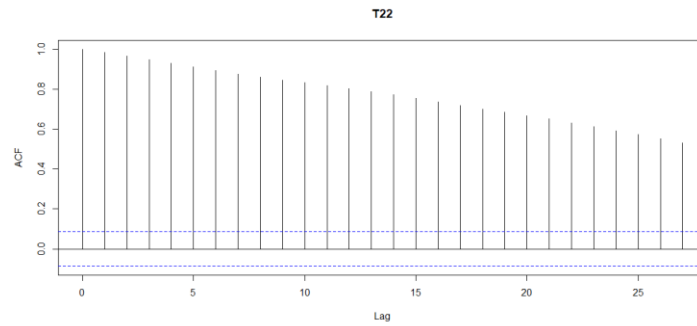
Para cada uno de las series de datos, se graficaron los respectivos del correlogramas. Cada serie contiene 512 datos.

T20

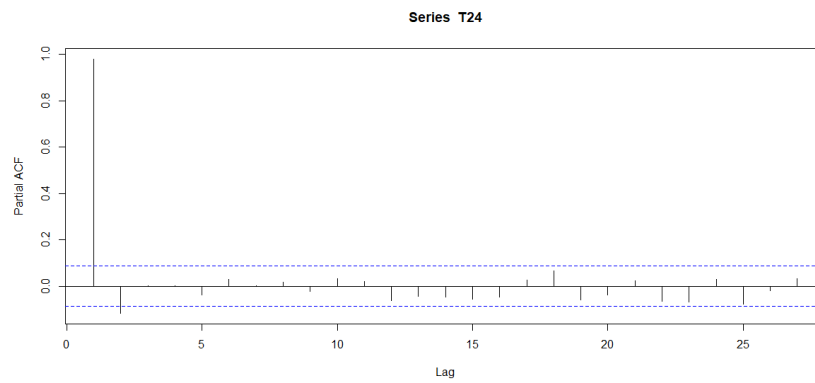
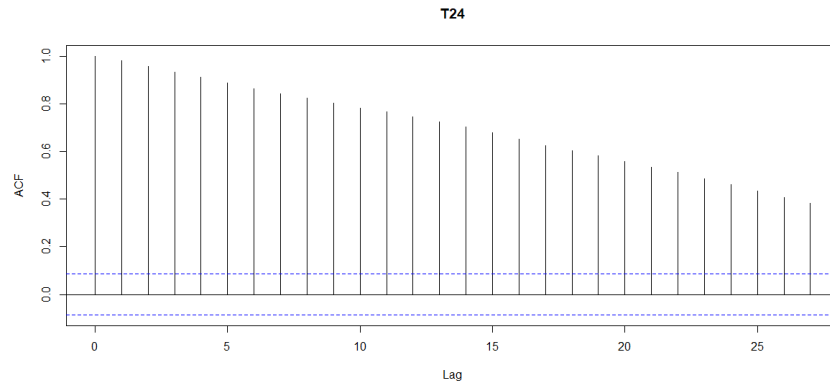




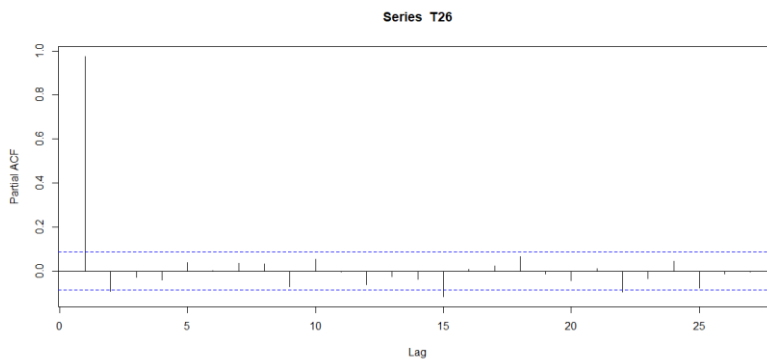
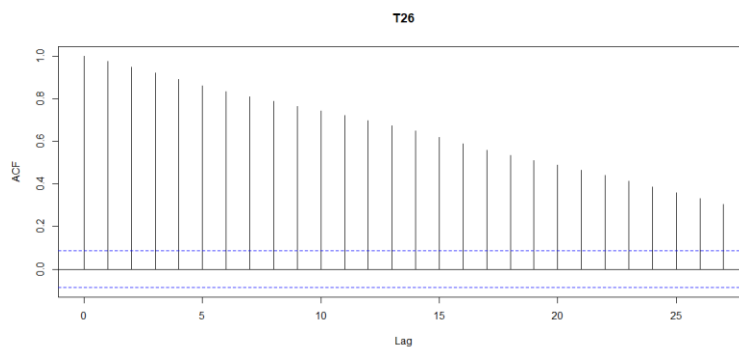
T22



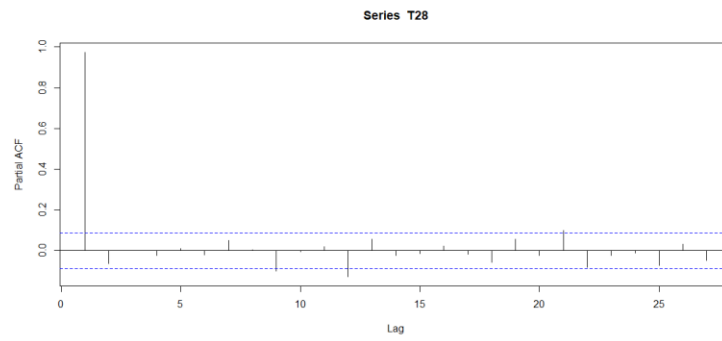
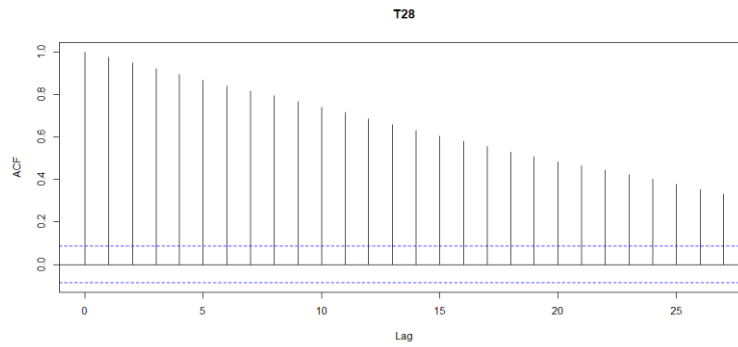
T24



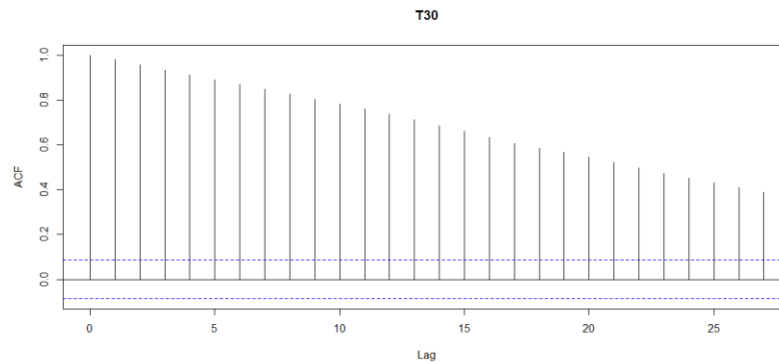
T26

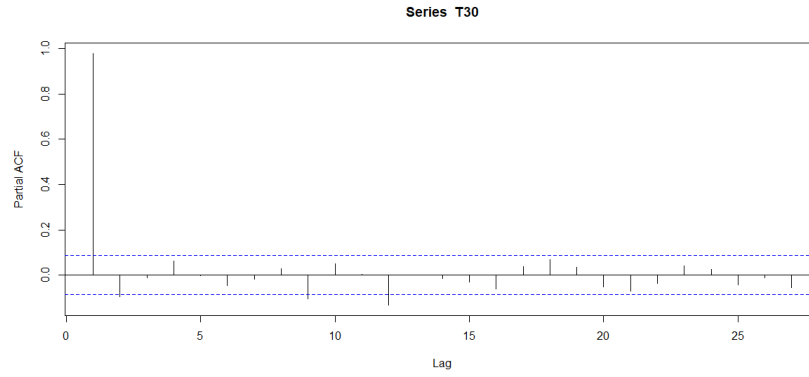


T28



T30





T32

