

[203031] Modelo de scheduling bajo efecto de aprendizaje humano en un sistema flow-shop con operaciones manualmente intensivas

Diego Alejandro Niño Preciado ^{1^{a,c}}, Lorena Pardo Urbano ^{2^{a,c}}, Juan Camilo Ramirez Briñez ^{3^{a,c}}

Yenny Alexandra Paredes Astudillo ^{b,c}

^aEstudiante de Ingeniería Industrial

^bProfesor, Director del Proyecto de Grado, Departamento de Ingeniería Industrial

^cPontificia Universidad Javeriana, Bogotá, Colombia

Abstract

Over time, scheduling models have been highly appropriate in the manufacturing industry to optimize outcomes in the goals established through decisions to allocate resources and activities. These models have helped organizations to appropriately structure their production processes, including fully automated procedures within modeling, simplifying human factors by considering their behavior as stationary and constant. The models based on these assumptions ignore, among other things, the learning and acquisition of experience by humans and therefore, their improvement in a particular activity. For this reason, it is necessary to incorporate these aspects into the model because of their direct impact on the improvement of internal relations, quality, and productivity of a system.

This document proposes the incorporation of the learning effect of the human factor within a scheduling model that minimizes the makespan under a flow-shop framework with highly intensive manual operations. In addition to the design of a simheuristic that allows finding a feasible arrangement assignment to the problem, raised in a reasonable execution of time, the stochastic behavior of the processing times was taking into account. This technique is based on the Monte Carlo simulation application and the GRASP metaheuristic, constituted by the constructive and the local search phase. In the first phase, the NEH heuristic is used to build an initial solution by increasing the exploration of the solution space, and therefor diversifying it. As for the second phase, the improvement of the solution is sought through a local search with the 2OPT operator.

The problem based on stochastic processing times was solved, and a variation to the FSP problem with learning was proposed, considering said variation in the learning rates of each operator. The results obtained for an example data set were analyzed to better characterize and understand the solutions obtained. Finally, the technique was applied under different scenarios, such as classical deterministic, deterministic with learning, stochastic processing times, and stochastic learning rates to evaluate the performance of the proposed tool, and measure the impact of their inclusion factors in different data sets or instances found in the literature.

Keywords: Human factors, scheduling, learning effect, stochastic, Flow Shop (FS), GRASP, makespan, uncertainty.

1. Justificación y planteamiento del problema

El tiempo es un recurso valioso dentro de las organizaciones que limita sus actividades u operaciones cotidianas. Lo anterior conlleva a que las organizaciones se enfrenten constantemente a un escenario en el cual los recursos como maquinaria, equipo y mano de obra deban gestionarse a lo largo del tiempo de manera adecuada. Este problema se ha tratado a lo largo de los años y tradicionalmente se conoce como scheduling, el

cual puede definirse como un problema de programación que da lugar a decisiones de asignación y a la secuencia que siguen dichas decisiones (Baker y Trietsch, 2009).

El scheduling aborda distintos tipos de problemas de asignación de recursos bajo diferentes condiciones. Dentro de los modelos clásicos se encuentran los problemas de *single machine*, *parallel machine*, *flow shop*, *job shop* y *open shop*. Cada una de estas configuraciones aborda un contexto diferente considerando algunas restricciones tales como: el número de máquinas existentes, la secuencia de las actividades a realizar y la capacidad de la máquina para realizar dichas actividades, entre otras restricciones que se pueden presentar en el flujo de trabajo (Baker y Trietsch, 2009).

Los problemas tradicionales de scheduling consideran únicamente a las máquinas como recurso principal en sus modelos. No obstante, de acuerdo a la revisión de literatura, se ha evidenciado la necesidad de considerar la intervención humana, la cual ha sido simplificada a lo largo del tiempo dentro de estos modelos (Lodree, Geiger y Jiang, 2009). Boudreau, Hopp, McClain y Thomas (2003) manifiestan que aunque las simplificaciones facilitan la modelación matemática, también distorsionan la realidad y sesgan las conclusiones del ejercicio. Una de las simplificaciones que se ha hecho respecto a este tema consiste en asumir que el hombre es estacionario y constante, lo que supone que no existe, por ejemplo, un proceso de aprendizaje (Azzouz, Ennigrou y Ben, 2017), en el cual la experiencia conduzca al mejoramiento de habilidades y del desempeño a lo largo del tiempo (Janiak y Rudek, 2010).

Según Elyasi y Salmasi (2013), suponer que todos los parámetros relacionados con los trabajos y las máquinas son conocidos y constantes, hace que el modelo ignore que en el mundo real los sistemas de fabricación están sujetos a la intervención humana. Dicha intervención presenta variaciones que desde la ingeniería podrían tratarse como fenómenos estocásticos y, no como aleatoriedad o variación de error como comúnmente se hace en los modelos tradicionales de investigación de operaciones.

Considerar la variabilidad o comportamiento de un parámetro estocástico representa una dificultad mayor a cuando estos parámetros se consideran determinísticos en los modelos tradicionales. Esta variación no solo afecta el modelado, pues debe hacerse una descripción del parámetro bajo incertidumbre, sino que además hace que el costo de tiempo computacional sea uno de los desafíos más grandes al momento de considerar este tipo de problemas combinatorios (Li y Lerapetritou, 2008). Por tal motivo, diferentes autores han hecho uso de metaheurísticas, semi-heurísticas, análisis de dominancia, cadenas de Markov, programación lineal difusa y programación lineal de enteros mixtos, entre otras técnicas para hacer frente a dichos problemas (González, Montoya y Barrera, 2017).

Considerar factores humanos y su naturaleza estocástica dentro de los modelos de scheduling es un tema que ha generado gran interés por parte de diferentes autores. Jaber, Givi y Neumann (2013) tratan la fatiga de los trabajadores como un factor que aumenta los tiempos de producción y disminuye el rendimiento del sistema. No obstante, muestran como la inclusión del proceso de aprendizaje conduce a una disminución de dicha fatiga. Por otro lado, Dawal, Taha e Ismail (2009) afirman que la inclusión del factor humano en el diseño del trabajo aumenta los niveles de satisfacción de los operarios y estos a su vez impactan en el desempeño operativo y en la productividad de la organización.

Este tema de estudio es de gran relevancia para la práctica industrial, puesto que estos factores influyen en la toma de decisiones no sólo sobre la fuerza de trabajo sino también sobre el sistema en su conjunto (Montoya-Torres, Sánchez y Moreno-Camacho, 2019). Lo anteriormente mencionado, impactando sobre la calidad, la productividad y la aplicación de nuevas tecnologías, así como otros efectos intangibles como la mejora de las comunicaciones internas y externas, la mejora de la moral, la actitud y salud de los empleados y la mejora de las relaciones industriales.

Actualmente no hay muchos trabajos que aborden el scheduling considerando factores humanos y su variación estocástica. Por lo anterior, este documento tiene como objetivo investigar y proponer un modelo de scheduling que tenga en cuenta factores humanos y las variaciones estocásticas naturales de dichos factores. Específicamente, el presente trabajo busca responder a la pregunta de investigación: ¿Cómo incluir el proceso

de aprendizaje en un problema de scheduling, en el marco de un sistema flow shop con operaciones manuales altamente intensivas?

La importancia de este estudio se fundamenta además en el objetivo 9, *Industria, innovación e infraestructura*, de la agenda 2030 de la ONU (Organización de las Naciones Unidas) para el desarrollo sostenible. En este objetivo se busca aumentar la investigación científica y mejorar la capacidad tecnológica de los sectores industriales, especialmente en los países en desarrollo en las pequeñas y medianas empresas que se dedican al procesamiento industrial y la producción manufactura con el fin de mejorar la capacidad tecnológica e investigación científica, fomentando así la innovación y el desarrollo de las mismas.

2. Antecedentes

Los problemas de scheduling pueden ser definidos como programaciones de asignación de recursos limitados entre actividades a lo largo del tiempo para optimizar uno o más objetivos (Georgiadis, Elekidis y Georgiadis, 2019). El estudio de los mismos se ha enfocado especialmente en desarrollar modelos y técnicas de soluciones eficientes haciendo uso de métodos Mixed Integer Programming (MIP) o algoritmos genéticos, heurísticos y metaheurísticos, entre otros, principalmente para la minimización del makespan, tardanza, tiempos de procesamientos en distintas configuraciones del sistema, como las referentes a problemas de scheduling de single-machine (SMSP), parallel-machine (PMSP), job shop (JSP), open shop (OSSP) y flow shop (FSSP).

De manera aplicada, Unlu y Mason (2010) formulan distintos modelos de MIP en PMSP para la minimización del makespan, tardanza máxima y tardanza ponderada total, dando como resultado que los modelos de red de programación son recomendados para trabajos con tiempos de procesamientos largos y cortos. Por otra parte, Maleck (2018) encuentra que para la minimización del makespan, el modelo de programación de restricciones supera, en términos de tiempo, al MIP en JSP de gran tamaño. Mientras que, Alharkan et al. (2019) demuestra que el algoritmo de búsqueda Tabú supera al algoritmo *Particle swarm optimization*, dado que su secuencia resultante reduce los tiempos de inactividad de la máquina y tiempos de espera del operario en PMSP minimizando makespan.

Específicamente, FSSP ha sido ampliamente analizado dada su importancia en la producción, comunicación, distribución y transporte, entre otros campos. Lo anterior, con el objetivo de desarrollar algoritmos y métodos que logren minimizar el makespan y reducir los costos, entre otros fines (Abdel-Basset, 2018). Por ejemplo, Nawaz, Enscore y Ham (1983) plantean Nawaz-Enscore-Ham, un algoritmo heurístico para abordar FSSP secuenciales en entornos estáticos y dinámicos para minimizar el makespan. Por otra parte, Govindan, Balasundaram, Baskar y Asokan (2017) combinan un algoritmo de árbol de decisión con el método Scatter Search resultando estadísticamente más eficiente y competente para la resolución de FSSP, modelando solo datos relacionados con el número de máquinas, trabajos, y los tiempos de procesamiento.

Como se puede apreciar, en los modelos clásicos de scheduling existe una priorización de los factores técnicos sobre el factor humano. Estos modelos ignoran consideraciones del comportamiento humano, sus características y tasas de productividad (Montoya-Torres et al., 2019). Dichos factores tienen un impacto considerable en la productividad de los operarios y por ende en la organización en general (Berti, Artigues, Battaía, Guillaume y Battini, 2019). A causa de esto, diversos autores han investigado este tema con mayor detenimiento buscando mejorar los niveles de productividad y disminuir los costos causados por entrenamiento, contratación y despido (Othman, Gouw y Bhuiyan, 2012).

Berti et al. (2019) proponen un modelo de scheduling para minimizar la duración y el acumulado máximo de fatiga en los operarios considerando diferentes niveles de complejidad en las tareas y por ende diferentes niveles de impacto. Por otro lado, Marichelvam, Geetha y Tosun (2020) abordan el problema de programación del taller de flujo híbrido de múltiples etapas con máquinas paralelas idénticas en cada una, considerando la habilidad, el factor de aprendizaje dado por el nivel de experiencia y el factor de olvido sustentado en la edad de cada operario.

Por un lado, la inclusión del aprendizaje en el scheduling inicia cuando Wright (1936) considera el concepto basándose en operaciones de fabricación. Posteriormente, Biskup (1999) y Cheng y Wang (2000) introducen el tema de la curva de aprendizaje en el campo de la programación y desde entonces ha tenido una gran trayectoria como herramienta para el monitoreo y análisis efectivo del rendimiento de los trabajadores acorde a lo mencionado por Anzanello y Fogliatto (2011).

Como parte de dicha trayectoria, Mosheiov (2001) propone un algoritmo de tiempo polinomial para minimizar el flujo de producción considerando el aprendizaje en máquinas idénticas. Yusriski, Sukoyo, Samadhi, y Halim (2013) analizan el problema de la programación por lotes en una sola máquina considerando el aprendizaje de estas para disminuir la duración del proceso. Paralelamente, Rudek (2013) basa su investigación en el número de procesos completados en un solo procesador e incluye el aprendizaje con el fin de minimizar el número de trabajos tardíos.

En el modelamiento del aprendizaje en los modelos de programación de la producción se pueden identificar dos enfoques principales; el efecto de aprendizaje basado en la suma de tiempo de procesamiento y el efecto de aprendizaje basado en la posición. El primero de ellos, fue introducido por Biskup (1999) y propone que existe un mayor desempeño de un operario a medida que aumenta el tiempo acumulado que dicha persona lleva realizando la misma tarea. Según Azzouz, Ennigrou y Ben Said (2017), este enfoque es adecuado para aquellos entornos en los que la interacción humana tiene un impacto significativo a través de la toma de decisiones en procesos operativos cuyas actividades son diferentes y poco repetitivas.

Adicionalmente, el segundo enfoque, basado en la posición, surge bajo la premisa de que el tiempo de la tarea disminuye a medida que se realizan actividades similares, es decir, el tiempo de procesamiento de dicha tarea se reduce a medida que esta se encuentra más atrás en la secuencia u orden de realización. Por otro lado, existe un tercer enfoque que plantea una combinación del efecto de aprendizaje causado por la suma de tiempo de procesamiento y el efecto de aprendizaje basado en la posición. Este último enfoque tiene como finalidad aproximarse mejor a la realidad de diferentes sistemas de fabricación desde diferentes y simultáneas observaciones.

Análogamente, estos dos enfoques principales pueden ser abordados desde una perspectiva de función exponencial o de función truncada. Dichos enfoques buscan una aproximación más realista al considerar que el efecto de aprendizaje no disminuye de manera continua durante todo el proceso productivo, sino que llega a un límite en donde puede mantenerse constante o variar sin reducir los tiempos de procesamiento aceleradamente y tender a cero.

El primer modelo, basado en el aprendizaje truncado, fue introducido por Cheng Cheng, Lai, Wu, y Lee (2009) con el fin de representar el efecto del aprendizaje limitado en el que los tiempos de procesamiento no tiendan a cero de manera acelerada por medio de una función logarítmica. En cuanto al modelo exponencial, fue propuesto por Wang y Xia (2005) y se fundamenta en parámetros que permiten extraer información adicional del proceso de aprendizaje de los trabajadores, estimando con mayor precisión la tasa de producción comparado al proporcionado por el modelo logarítmico tradicional propuesto por Anzanello y Fogliatto (2011).

En el siguiente diagrama se muestran los diferentes enfoques mencionados anteriormente.

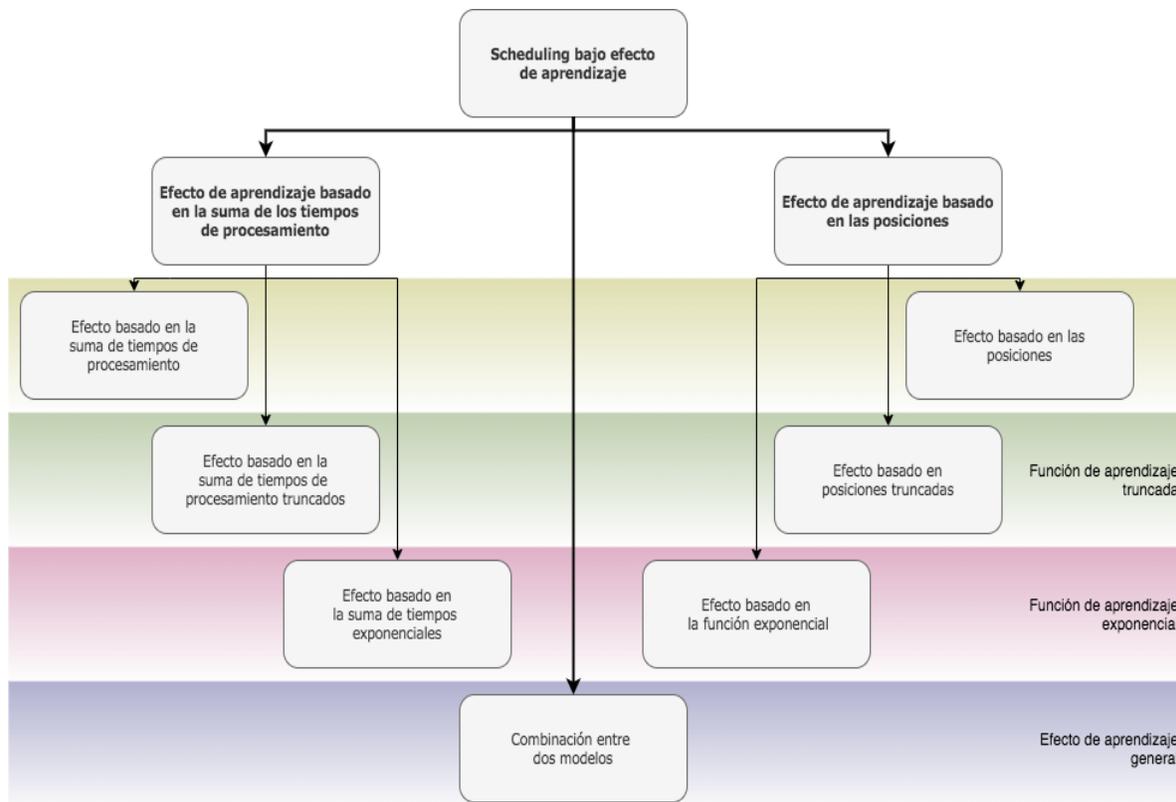


Ilustración 1. Esquema de las funciones de aprendizaje principales utilizadas en el scheduling. Adaptado de (Azzouz, Ennigrou y Ben Said, 2017).

Otro aspecto relevante al considerar el aprendizaje en el scheduling es el efecto de des-aprendizaje y el efecto de envejecimiento. El primero ha sido un fenómeno tratado desde hace varios años atrás. Dar-El, Ayas y Gilad (1995) definieron el efecto de des-aprendizaje u olvido para productos especializados y con tiempos de ciclo cortos en donde los trabajadores, cada vez que fabrican uno de estos, llevan una secuencia y técnicas diferentes. Contradictoriamente, el caso del efecto de envejecimiento es un tema tratado recientemente. Li (2017) define el efecto de envejecimiento como el desgaste de las herramientas o habilidades durante la producción, lo cual conlleva a un aumento en el tiempo de procesamiento.

Por otro lado, el efecto de aprendizaje y olvido se han tratado conjuntamente en algunos modelos. Según Yang y Chand (2008), modelar estos efectos simultáneamente para determinar distintos tiempos de procesamiento resulta mucho más práctico y cercano a la realidad. De igual manera, Li, Jiang y Ruiz (2018) modelan el efecto de aprendizaje combinando el enfoque basado en la posición y la experiencia del operario. Además, incluyen el fenómeno de olvido en un sistema flow shop de dos máquinas, definiendo el tiempo de inactividad de la segunda máquina como oportunidad para generar olvido. En dicho trabajo, se usaron los algoritmos heurísticos *Johnson and Insert*, *Greedy and Insert*, *Greedy and Swap* y *Johnson and Swap* obteniendo como resultado un mejor desempeño de este último para problemas de gran y pequeña escala.

Dado que el proceso de aprendizaje tiene un carácter aleatorio, los modelos de scheduling que integran este aspecto tienden a hacerlo desde una perspectiva estocástica. Según Li y Lerapetritou (2008), ciertas técnicas tales como forma limitada o acotada, descripción difusa y funciones de probabilidad sirven para describir parámetros inciertos y se implementan dependiendo de la información disponible de dicho parámetro. Por ejemplo, Alcaide, Rodriguez-Gonzalez y Sicilia, (2002) describen las averías de las máquinas, haciendo referencia a la no disponibilidad del operario, como una variable aleatoria que puede ser modelada mediante una distribución de probabilidad. De esta manera, por medio de una programación dinámica, dividen el modelo de scheduling con averías aleatorias en distintos modelos estocásticos sin averías.

Por otro lado, existen otras técnicas tales como las cadenas de Markov que son de gran utilidad dentro de los procesos estocásticos. Esta se basa en la propiedad de Markov, la cual sugiere que al conocer el estado actual de un proceso, el estado futuro del mismo no está condicionado a los eventos pasados (Rausand y Hoyland, 2004). Kiassat, Safaei y Banjevic (2014) hacen uso de una cadena de Markov para pronosticar la producción en un sistema hombre-máquina considerando los efectos del aprendizaje tales como la mejora de habilidades y disminución del error humano, entre otros. Estos efectos influyen en las probabilidades de transición de la cadena de Markov y por ende en el pronóstico de la producción.

Aunque implementar el enfoque estocástico dentro de los modelos de scheduling mejora y permite considerar incertidumbres de los modelos clásicos, también hace que sean modelos mucho más complejos de resolver (Li y Lerapetritou, 2008). Según González et al. (2017), en la revisión literaria sobre este aspecto estocástico en FSSP comprendida entre los años 2001 y 2016, se ha hecho uso de distintos métodos de optimización tales como análisis de dominancia, cadenas de Markov, programación lineal de enteros mixtos, modelos de programación lineal difusa, programación de restricción de azar, algoritmos heurísticos y metaheurísticas para hacer frente a dichos modelos.

Heydari, Mahdavi Mazdeh y Bayat, (2013) abordan un FSSP de dos máquinas con tiempos de procesamiento distribuidos normalmente. Este trabajo busca minimizar el *makespan* mediante tres métodos: *Johnson's Heuristic*, *Talwar's method* y un algoritmo desarrollado por los autores denominado *algoritmo HMB*, el cual tuvo un mejor desempeño con respecto a los demás. Gourgand, Grangeon y Norre, (2003) abordan la minimización del *makespan* en FSSP con tiempos de procesamiento estocásticos y distribuidos de manera exponencial, combinando heurísticas (RA, CDS) y metaheurísticas (descenso estocástico) con modelos de simulación estocástica y modelos de Markov. Los resultados muestran que, dependiendo del número de máquinas, la combinación de descenso estocástico con modelos de Markov podría permitir un mejor desempeño en comparación a la combinación de descenso estocástico con modelos de simulación.

En síntesis, es de gran importancia considerar los factores humanos dentro de los modelos de scheduling tradicionales. Por esta razón, valdría la pena diseñar un modelo de scheduling, bajo un marco flow shop, que involucre el efecto del aprendizaje de los operarios y su naturaleza estocástica en operaciones manuales altamente intensivas, logrando así que dicho modelo pueda acercarse cada vez más a la realidad y sus resultados sean más acertados.

3. Objetivos

Desarrollar un modelo y una técnica de solución al problema de scheduling que minimice el makespan, en el marco de un sistema Flow Shop con operaciones manuales altamente intensivas.

- Definir la función del aprendizaje del factor humano en operaciones manuales altamente intensivas considerando su comportamiento estocástico.
- Diseñar un modelo de scheduling que considere el efecto de aprendizaje del factor humano.
- Proponer una técnica de solución al problema de scheduling anteriormente planteado.
- Evaluar el desempeño del modelo propuesto considerando la curva de aprendizaje con comportamiento estocástico, con respecto a un modelo convencional con tasas de aprendizaje determinísticas.

4. Metodología

Este capítulo se divide en tres secciones las cuales abordan los tres primeros objetivos específicos del trabajo. En la primera sección, se define la función del aprendizaje teniendo en cuenta el comportamiento estocástico derivado de las operaciones manuales. En la segunda sección, se aborda el diseño del modelo matemático de un FSSP considerando el efecto del aprendizaje humano. Por último, la tercera sección describe la técnica de solución planteada para este problema compuesta por la simheurística y la metaheurística GRASP.

4.1. Función de aprendizaje

Teniendo en cuenta los enfoques de aprendizaje mencionados anteriormente y con base en la utilización de estos en los problemas de scheduling, se hace la elección del modelo basado en la posición. Dicho enfoque permite hacer uso de tasas de aprendizaje que dependen de cada trabajador, factor importante en el marco de una configuración con operaciones manualmente intensivas, donde el aprendizaje tiene una repercusión directa sobre la productividad, las variaciones de costos y la calidad del producto.

Dado lo anterior, se propone el uso de la Ecuación 1 la cual es tomada del trabajo de Li (2017) e incluye el efecto de aprendizaje basado en la posición.

$$P_{ijr} = P_{ij} \cdot r^{-\beta_{ij}}$$

Ecuación 1. Función de aprendizaje basado en la posición. Tomado de Li (2017).

Este modelo describe que el tiempo actual de procesamiento del trabajo i en la máquina j , P_{ijr} , es modelado en función de la posición r del trabajo en la secuencia y una tasa de aprendizaje $0 < \beta < 1$ la cual puede ser configurada para controlar la rapidez con la que el trabajador adquiere conocimiento. Además, P_{ij} es el tiempo nominal del trabajo i en la máquina j sin considerar el efecto de aprendizaje.

Sin embargo, dada la necesidad de implementar el enfoque estocástico dentro de los modelos de scheduling con el fin de mejorar y permitir considerar incertidumbres de los modelos clásicos se hace uso de las ecuaciones 2 y 3 propuestas por Li (2017). En la Ecuación 2, el tiempo de procesamiento nominal del trabajo i en la máquina j (\hat{P}_{ij}) es un valor estocástico que proviene de una distribución de probabilidad conocida.

$$\hat{P}_{ijr} = \hat{P}_{ij} \cdot r^{-\beta_{ij}}$$

Ecuación 2. Función de aprendizaje basado en la posición con tiempos de procesamiento estocásticos. Tomado de Li (2017).

Por otro lado, en la Ecuación 3, el tiempo de procesamiento nominal del trabajo i en la máquina j será nuevamente un parámetro conocido y determinístico mientras que el valor de beta (β) será una variable aleatoria proveniente de una distribución conocida.

$$\hat{P}_{ijr} = P_{ij} \cdot r^{-\hat{\beta}_{ij}}$$

Ecuación 3. Función de aprendizaje basado en la posición con tasas de aprendizaje estocásticas. Tomado de Li (2017).

4.2. Modelo matemático del FSSP considerando efecto de aprendizaje humano

Con el fin de diseñar un modelo de scheduling que considere el efecto de aprendizaje del factor humano, se presenta el siguiente modelo de programación lineal entera mixta (MILP) del FSSP determinístico considerando los tiempos de procesamiento conocidos para la minimización del makespan. En este modelo hombre-máquina, se asume la disponibilidad permanente de todas las estaciones de trabajo, sin considerar la avería de máquinas, ausencia de operarios, tiempos de mantenimiento o alistamiento.

Conjuntos:

I : Trabajos $\{1, \dots, |I|\}$

J : Operaciones $\{1, \dots, |J|\}$

K : Posiciones $\{1, \dots, |K|\}$

Parámetros:

- P_{ij} : Tiempo de procesamiento del trabajo $i \in I$ en la operación $j \in J$
- $k^{-\beta_{ij}}$: Efecto de aprendizaje causado al realizar la operación $j \in J$ en el trabajo $i \in I$ ubicado en la posición $k \in K$ de la secuencia

Variables:

- x_{ik} : 1 si el trabajo $i \in I$ está asignado a la posición $k \in K$ de la secuencia. 0 de lo contrario
- y_{kj} : Tiempo de inicio del trabajo ubicado en la posición $k \in K$ de la secuencia en la operación $j \in J$
- w_{kj} : Tiempo de finalización del trabajo ubicado en la posición $k \in K$ de la secuencia en la operación $j \in J$
- mk : Makespan
- b_{kj} : Tiempo real de procesamiento del trabajo ubicado en la posición $k \in K$ en la operación $j \in J$

Función objetivo:

$$\text{Min } Z = mk \quad (1)$$

Sujeto a:

$$y_{11} = 0 \quad (2)$$

$$\sum_{k \in K} x_{ik} = 1 \quad \forall i \in I \quad (3)$$

$$\sum_{i \in I} x_{ik} = 1 \quad \forall k \in K \quad (4)$$

$$y_{k1} = w_{(k-1)1} \quad \forall k \in K, k \geq 2 \quad (5)$$

$$y_{1j} = w_{1(j-1)} \quad \forall j \in J, j \geq 2 \quad (6)$$

$$y_{kj} \geq w_{(k-1)j} \quad \forall j \in J, \forall k \in K, k \geq 2 \quad (7)$$

$$y_{kj} \geq w_{k(j-1)} \quad \forall k \in K, \forall j \in J, j \geq 2 \quad (8)$$

$$w_{kj} \geq b_{kj} + y_{kj} \quad \forall k \in K, \forall j \in J \quad (9)$$

$$mk \geq w_{kj} \quad \forall k \in K, \forall j \in J \quad (10)$$

$$b_{kj} = k^{-\beta_{ij}} \cdot \sum_{i \in I} x_{ik} \cdot P_{ij} \quad \forall k \in K, \forall j \in J \quad (11)$$

$$w_{kj} \geq 0 \quad \forall k \in K, \forall j \in J \quad (12)$$

$$x_{ik} \in \{0,1\} \quad \forall i \in I, \forall k \in K \quad (13)$$

La función objetivo (1) busca la minimización del makespan en el FSSP. La restricción (2) permite que el tiempo de la secuencia inicie en cero. La ecuación (3) asegura que cada trabajo esté asignado a una posición en la secuencia y la ecuación (4) asegura que en cada posición de la secuencia haya un único trabajo asignado. El conjunto de restricciones (5) permite que el tiempo de inicio de cada trabajo en la operación 1 sea igual al tiempo de finalización del trabajo anterior en la misma operación. La restricción (6) especifica que el primer trabajo de la secuencia empezará en la siguiente operación al acabar la operación actual.

El conjunto de ecuaciones (7) y (8) describe que para realizar operaciones distintas a la inicial en un trabajo se debe cumplir que la estación que realiza la operación esté libre y que el trabajo a procesar esté en espera. La restricción (9) calcula el tiempo de finalización de un trabajo ubicado en la posición k de la secuencia en una operación dada, como la suma del tiempo de inicio más el tiempo real de procesamiento de dicho trabajo en la respectiva operación. La restricción (10) calcula el makespan para que sea mayor o igual al tiempo de finalización del último trabajo de la secuencia. El conjunto (11) calcula el tiempo real de procesamiento del trabajo i en la operación j teniendo en cuenta el efecto de aprendizaje causado por la posición en la secuencia y la tasa de aprendizaje del operario. Finalmente, la ecuación (12) asegura la no negatividad de los tiempos y la ecuación (13) la naturaleza de la variable binaria.

4.3. Técnica de solución al problema

Ahora bien, teniendo en cuenta que los modelos clásicos de FSSP buscan la programación de n trabajos que deben pasar por m máquinas de manera secuencial, la mayoría de la extensión de estos problemas es conocida como NP-hard (Garey, Johnson y Stockmeyer, 1976). Lo anterior, significa que el proceso de toma de decisiones sea complejo y que sea poco probable llegar a una solución general por medio de técnicas de soluciones polinomiales y en tiempos razonables, siendo necesario la implementación de algoritmos heurísticos o metaheurísticos para resolver el problema en cuestión (Xu, Sun y Gong, 2008).

De igual manera, dada la aplicación del FSSP en distintos procesos industriales, manufactureros y de servicios, considerar el comportamiento estocástico de los parámetros como tiempos de procesamiento aleatorios asociados a la intervención del factor humano permite representar un escenario más realista (Juan, Barrios, Vallada, Riera y Jorba, 2014). Este escenario presenta el problema de permutación de trabajos dentro de un FSSP con tiempos de procesamiento estocásticos (PFSPST) que puede ser entendido como una generalización del PFSP (Permutation Flow-shop Scheduling Problem) donde la duración del trabajo i en cada máquina no es un valor constante, sino una variable aleatoria que sigue una distribución no negativa. Dicha salvedad, permite representar un escenario basado en la implementación de simulaciones y suposiciones, no sólo circunstanciales, sino de la distribución que sigue el tiempo de procesamiento de un trabajo, con el objetivo de tener datos realistas que representen estocásticamente el comportamiento de dicho tiempo (Juan, Barrios, Vallada, Riera y Jorba, 2014).

Más aún, como el PFSPST es una generalización del PFSP, entonces las heurísticas que se han usado para solucionar PFSP pueden ser usadas para PFSPST, pero buscando que los datos estocásticos sean transformados en un valor determinista, como, por ejemplo, el tiempo medio o esperado de la variable aleatoria. Estos datos provienen de la simulación y son responsables de que, al hacer permutaciones entre ellos, es posible generar una muestra aleatoria de observaciones de makespan asociados a una misma solución y por ende diferentes estadísticos para el makespan estocástico (Juan, Barrios, Vallada, Riera y Jorba, 2014).

Después de las anteriores aclaraciones se denota que, para poder dar una solución al PFSPST, se puede sugerir un algoritmo que combine las metaheurísticas usadas para solucionar PFSP y el generador de la simulación, dicha hibridación es mejor conocida como sim-heurística (Juan, Faulin, Grasman, Rabe y Figueira, 2015). Para la solución, Ruiz y Stützle (2007), encontraron que, en el marco de búsqueda local iterada, el algoritmo Greedy ha superado a algoritmos genéticos y listas de búsqueda Tabú en la solución de PFSP.

4.3.1. Simheurística

Para dar solución al problema planteado en este documento considerando las variaciones estocásticas de los tiempos de procesamiento y las tasas de aprendizaje, se propone el uso de una simheurística que combina la metaheurística GRASP con un componente de simulación de montecarlo. Esta simheurística fue adaptada de Juan, et al., (2015) y su lógica se muestra en la Ilustración 2.

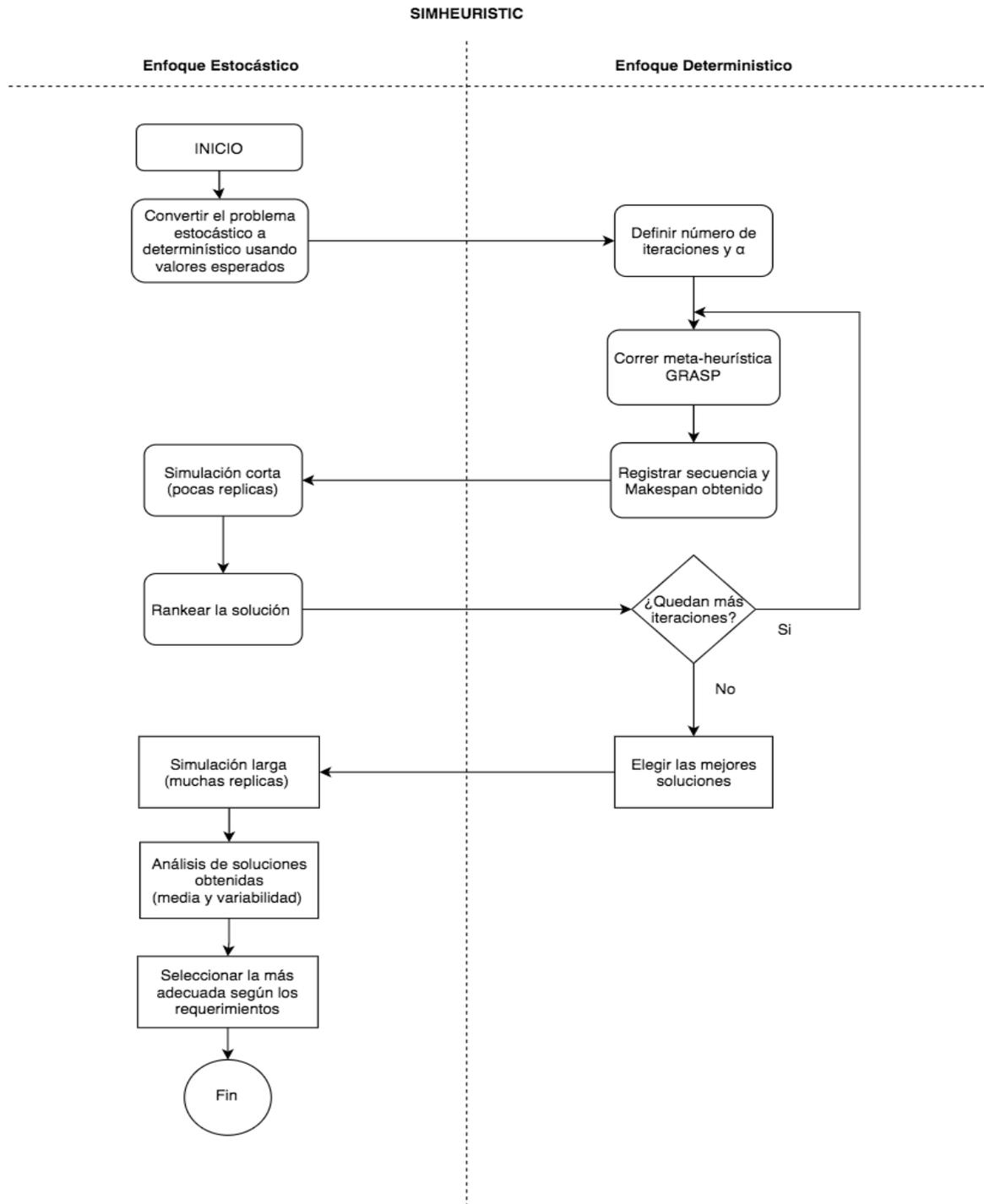


Ilustración 2. Esquema de simheurística. Tomado de Juan, et al., (2015).

Bajo este enfoque, el problema estocástico se convierte en un problema determinístico haciendo uso de los valores esperados de las distribuciones de probabilidad. El problema determinístico es abordado con la metaheurística GRASP y la solución obtenida en cada una de las iteraciones del algoritmo es sometida a una simulación corta de Montecarlo. Posteriormente, las soluciones son rankeadas de acuerdo con el valor promedio de makespan obtenido durante dicha simulación y las mejores soluciones pasarán a una simulación más larga o

con mayor número de réplicas con el fin de tener una mayor confianza sobre los resultados. Es importante mencionar que este enfoque asume que las mejores soluciones del problema determinístico representarán soluciones prometedoras para el problema estocástico Juan, et al., (2015).

4.3.2. Metaheurística GRASP

En la práctica industrial se prefiere el uso de algoritmos simples debido a la complejidad de implementación de diversas metaheurísticas (Juan, Lourenço, Mateo, Luo y Castella, 2014). Una de las metaheurísticas más simples de implementar que han demostrado ser eficientes y efectivas para resolver varios problemas de optimización es Greedy Randomised Adaptive Search Procedure (GRASP) (González y Montoya, 2017). Por otro lado, no necesita una solución inicial ya que la construye en cada iteración.

La metaheurística GRASP fue propuesta por Feo y Resende (1995) y desde entonces se ha utilizado para resolver diferentes problemas de optimización combinatoria como enrutamiento, lógica, localización y scheduling obteniendo muy buenos resultados (Festa y Resende, 2009). GRASP consta de dos fases: construcción y búsqueda local. En la primera, un procedimiento basado en la función greedy es ejecutado para construir una solución inicial. En la segunda, esta solución es mejorada a través de un proceso de búsqueda local en el vecindario de la solución (González y Montoya, 2017). Estas dos fases se realizan de manera iterativa hasta que se cumpla un criterio de parada asociado comúnmente al número de iteraciones, tiempo de ejecución o número de iteraciones sin mejorar la solución.

Fase constructiva

La lógica de esta fase se ilustra en el siguiente diagrama con el fin de facilitar su comprensión.

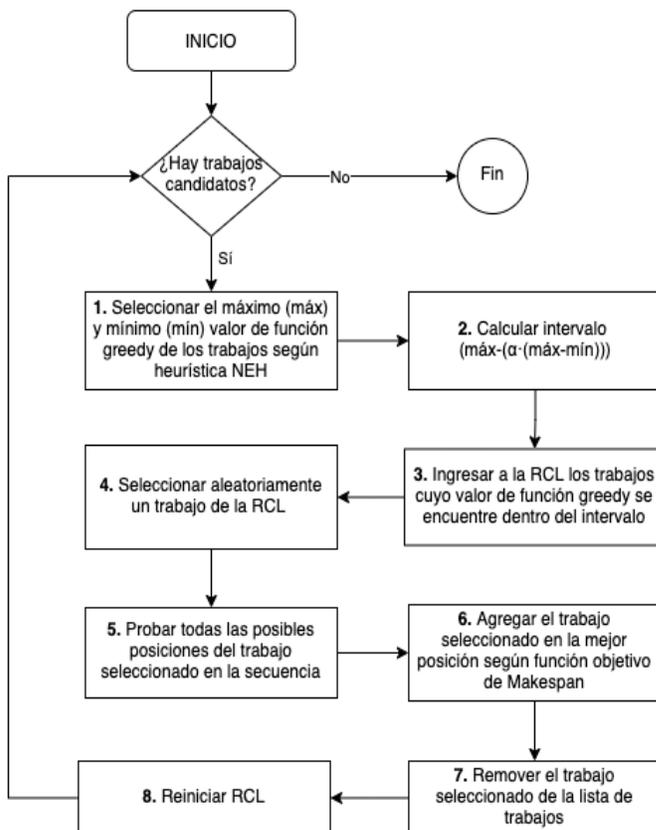


Ilustración 3. Esquema del proceso constructivo de la metaheurística GRASP. Autoría propia

En esta fase, y tomando como referencia el trabajo de Juan, Barrios, Vallada, Riera y Jorba, 2014, se hace uso de la heurística NEH propuesta por Nawaz, Ensore y Ham (1983) en donde se afirma que esta logra aumentar la exploración del espacio de soluciones mediante la diversificación de la solución inicial. Esta heurística ordena de manera descendente los trabajos candidatos a ser asignados en términos de tiempo total de procesamiento, removiendo así el primer candidato de la lista y ubicándolo en la posición cuyo valor parcial de función objetivo sea más beneficioso. Este proceso se repite iterativamente hasta que todos los trabajos hayan sido asignados.

Dado lo anterior, el tiempo total de procesamiento representa la función greedy dentro del algoritmo GRASP. En el primer paso se selecciona el candidato con mejor y peor valor de función greedy, siendo estos Máx y Mín respectivamente. A Partir de estos, se calcula el tamaño de la lista restringida de candidatos (RCL por sus siglas en inglés) el cual estará determinado por el valor de un parámetro alpha (α), el cual permitirá la construcción de un intervalo o criterio de aceptación tal como se muestra en el paso 2. Tomando como referencia el trabajo de Caballero y Alvarado (2010), la expresión usada para la construcción de dicho intervalo en este caso será la Ecuación 4:

$$[Max - (\alpha * (Max - Min)), Max]$$

Ecuación 4. Cálculo tamaño RCL. Tomado de Caballero y Alvarado (2010).

Aquellos trabajos cuyos valores de función greedy se encuentren dentro del intervalo calculado en cada iteración, pasarán a la RCL en dicha iteración, como se observa en el paso 3. Dentro de este algoritmo no se seleccionará el primer candidato de la lista como suele hacerse en la clásica heurística NEH sino que se seleccionará aleatoriamente un candidato de la RCL para ser parte de la solución como se ilustra en el paso 4. Posteriormente en el paso 5, se probarán todas las posibles posiciones de dicho candidato seleccionado en la secuencia de solución construida hasta el momento y en el paso 6, se posicionará en la cual se obtenga un mejor valor de función objetivo.

Finalmente, en el paso 7, se remueve el trabajo asignado de la lista de trabajos y en el paso 8, se reinicia la RCL. Esta fase termina cuando no quedan trabajos candidatos para asignar a la secuencia.

Fase de búsqueda local

En esta fase se toma como referencia el trabajo realizado por Molina y González (2016) en el cual se usó una búsqueda local basada en intercambios óptimos y propuesta originalmente para el problema del agente viajero como 2-optimal por Croes (1958).

Esta búsqueda local consiste en intercambiar dos posiciones en la secuencia y evaluar el cambio en la función objetivo con respecto a la secuencia original. Si el cambio no es favorable, se dejará la secuencia original y se continuará intercambiando otras posiciones. Por el contrario, si la nueva secuencia presenta un mejor resultado en términos de función objetivo, se guardará esta secuencia y se iniciará nuevamente el proceso. Esta fase se repite hasta que se hayan intercambiado todos los trabajos en la secuencia y se obtenga el mejor valor de función objetivo.

Para facilitar la comprensión de este proceso se presenta a continuación en la Ilustración 4 el pseudocódigo del proceso de búsqueda local el cual fue adaptado de Molina y González (2016).

```

Sea SQ la solución resultante de la fase constructiva del GRASP
Cont1 = 1
while cont1 < número de trabajos
  Cont2 = cont1 + 1
  while cont2 ≤ número de trabajos
    Copiar SQ en SQ'
    Intercambiar posiciones cont1 y cont2 de la secuencia SQ'
    if Función objetivo de SQ' ≤ Función objetivo de SQ then
      SQ = SQ'
      Cont1 = 1
      Cont2 = cont1 + 1
    else
      Cont2 = cont2 + 1
    end if
  end while
  Cont1 = Cont1 + 1
end While
return Secuencia y función objetivo SQ

```

Ilustración 4. Esquema del proceso de búsqueda local de la metaheurística GRASP. Tomado de Molina y González (2016).

5. Experimentación computacional

Este capítulo está dividido en dos secciones. La primera de ellas presenta un conjunto de datos utilizado para probar la herramienta de solución descrita anteriormente y la segunda presenta la experimentación utilizada para la parametrización de la misma.

5.1. Datos de prueba

Con el fin de llevar a cabo la evaluación de la metaheurística planteada se hace uso del benchmark de instancias disponibles de problemas de FSSP propuestas por Taillard (1993). Dichas instancias se componen de la generación de tiempos de procesamientos resultantes de una distribución uniforme entre 1 y 99; además, se calcula el límite inferior del makespan de cada instancia al tener en cuenta el mínimo tiempo de que la máquina puede iniciar su trabajo, la mínima cantidad de tiempo de inactividad de la máquina y la suma de los distintos tiempos de procesamiento (Taillard, 1993). De manera específica, la evaluación se hace con base a una instancia compuesta por 5 máquinas y 20 trabajos en la que el 35% de los problemas propuestos obtuvieron una solución con el makespan igual al límite inferior anteriormente nombrado por medio de una búsqueda tabú con máximo 100.000 iteraciones.

5.2. Parametrización

GRASP

La parametrización del GRASP se basa en la realización de un diseño experimental compuesto por un factor de bloque el cual representa el número de trabajos (20, 50, 80) y dos factores de interés, alpha (α) y número de búsquedas. En cuanto al factor alpha (α), se consideraron los niveles 0.2, 0.5, 0.7 y 0.9; mientras que para el factor número de búsquedas, se plantean los niveles 50, 100 y 200. Este experimento busca minimizar el makespan de cada una de las instancias dadas por la combinación de los factores nombrados en un marco donde las operaciones manuales son altamente intensivas.

En este experimento se realiza un modelo ANOVA en el que se obtiene un efecto significativo por el bloque, el alpha (α) y el número de búsqueda con un nivel de confianza del 95%, como se puede observar en la Ilustración 5. Posteriormente, al realizar las pruebas de cumplimiento de los supuestos principales de

normalidad, independencia y homocedasticidad del modelo, se cumplen todas las anteriores al obtenerse un valor-p mayor a la significancia utilizada de 0.05.

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)	
Alpha	3	356.67	118.89	10.94126	3.1437e-06	***
Busq	2	132.51	66.26	6.09758	0.0032366	**
Bloq	2	12386574.96	6193287.48	569959.40036	< 2.22e-16	***
Alpha:Busq	6	21.62	3.60	0.33155	0.9187721	
Residuals	94	1021.42	10.87			

Ilustración 5. ANOVA parametrización metaheurística GRASP. Autoría propia

Además, se realiza la prueba de homocedasticidad por cada bloque de manera independiente, aceptando así el cumplimiento de este supuesto como se aprecia en la Ilustración 6.

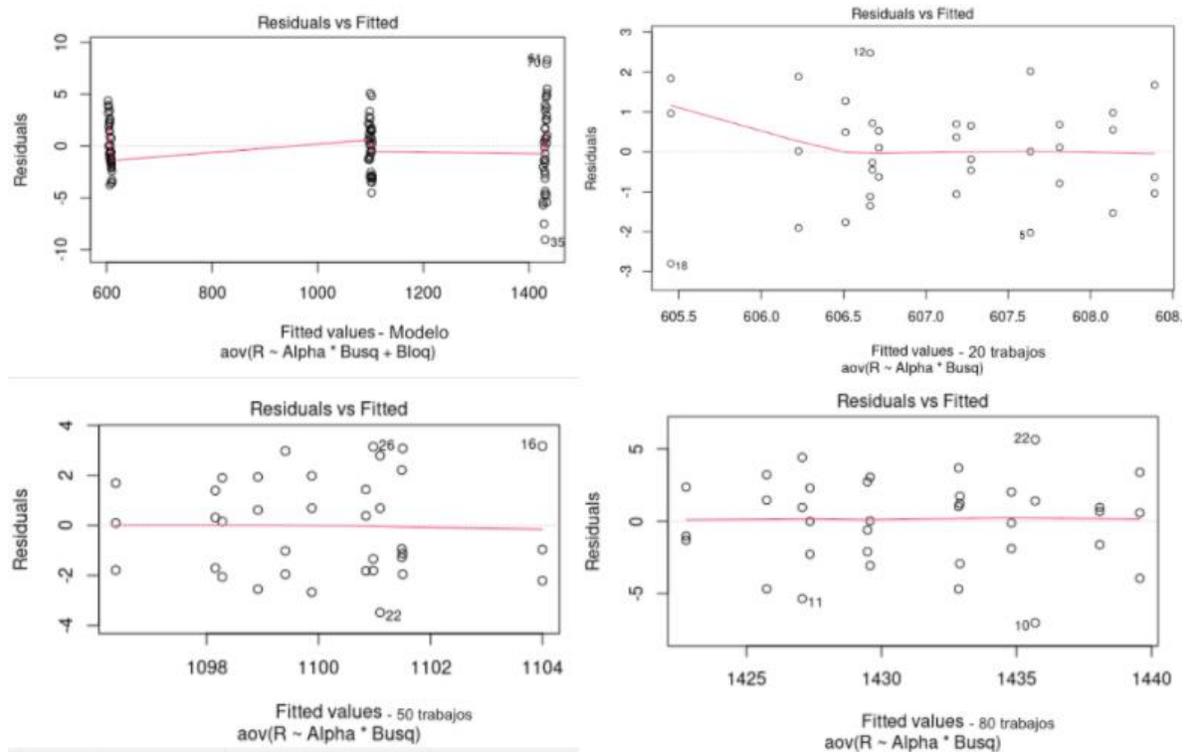


Ilustración 6. Gráficos de homocedasticidad para el modelo y cada factor de manera independiente. Autoría propia

Posteriormente, con el fin de identificar los niveles de cada factor que mejor influyan sobre la función objetivo, se hace uso de un método de comparación múltiple. Por medio de este método, se observa en la Ilustración 7, que el número de búsquedas de 100 y 200 no presentan una diferencia significativa en la minimización de la variable de interés; por lo cual, se hace la elección de 100 como número de búsquedas con

el fin de disminuir el uso computacional del equipo. Para el caso del alpha o parámetro en la metaheurística GRASP, se selecciona un valor de 0.7 dado que es el que minimiza los valores obtenidos de makespan.

Número de búsquedas	R groups	Alpha	R groups
50	1047.65963889	a	0.2 1048.38518519
100	1045.76958333	b	0.9 1046.48807407
200	1045.02872222	b	0.5 1046.42044444
			0.7 1043.31688889

Ilustración 7. Resultados de comparación múltiple de los factores de interés. Autoría propia

Simheurística

Para el caso de la simheurística es necesario parametrizar la cantidad de réplicas que debe tener la simulación corta y la simulación larga planteadas dentro del diseño de la misma. Para la primera de ellas, y tomando como referencia el trabajo realizado por Juan, et al., (2014), se toma un valor de 200 réplicas para la simulación corta. Para la simulación larga, se hace una prueba piloto con 500 réplicas con el fin de calcular el N necesario para garantizar una confianza del 95% y una precisión de 0.5 unidades de makespan. La Ecuación 5 presenta la fórmula utilizada para dicho cálculo.

$$N = \left(\frac{Z \cdot S}{\text{Unidades de makespan}} \right)^2$$

Ecuación 5. Número de réplicas dada las unidades de makespan.

Se obtiene un valor de N de 296 réplicas para el problema con tiempos de procesamiento estocásticos y un N de 160 réplicas para el problema con tasas de aprendizaje estocásticas. Dado que los valores son relativamente pequeños comparados con la prueba piloto y teniendo en cuenta que se tiene una mayor capacidad del algoritmo, se decide parametrizar la simulación larga en 1000 réplicas para ambos casos logrando así aumentar el nivel de precisión de makespan esperado. En el caso del problema con tiempos de procesamiento estocástico se logró una precisión de 0.28 unidades de makespan y para el caso del problema con tasas de aprendizaje estocásticas se logró una precisión de 0.2 unidades de makespan.

Es importante mencionar que la simulación larga es una herramienta que tiene como objetivo validar las mejores soluciones rankeadas en la simulación corta, pero a su vez sirve como un método de selección ya que este ranking no siempre es el mismo para ambas simulaciones.

6. Resultados

Este capítulo está compuesto de tres secciones y da cumplimiento al último objetivo específico del trabajo. La primera de ellas muestra los resultados al implementar la herramienta propuesta en los datos de prueba de la sección 5.1. La segunda sección usa diferentes instancias con el fin de evaluar el desempeño del modelo propuesto y conocer el impacto que tiene considerar el efecto del aprendizaje en escenarios estocásticos con respecto a los modelos clásicos determinísticos. Por último, la tercera sección busca realizar un análisis cuando el número de estaciones que presentan un efecto de aprendizaje humano varía.

6.1. Resultados del conjunto de datos de prueba

Se hace uso de la simheurística desarrollada en este documento para resolver el problema anteriormente planteado.

Ahora bien, dado que usualmente es común encontrar en la industria sistemas de producción que mezclan máquinas y talento humano dentro de sus procesos, es necesario enfatizar que para este trabajo una operación o estación será manualmente intensiva si el 75% o más de las actividades son realizadas por el talento humano.

El efecto de aprendizaje de las estaciones es modelado tal y como se muestra en la Ecuación 2 y el valor de la tasa de aprendizaje es parametrizado en 80% que representa un beta de 0.3219 el cual es tomado de Yelle (1979).

Para este caso en particular, de las 5 estaciones que se escogieron para hacer la prueba numérica de la técnica propuesta, solo el 40% tienen una alta intervención humana y por ende tienen un efecto de aprendizaje humano.

6.1.1. Tiempos de procesamiento estocásticos

Dado que este es un FSP con tiempos estocásticos (FSPSTP), es necesario considerar las variaciones de los tiempos de procesamiento. Los valores de dichos tiempos son tomados de una instancia elegida aleatoriamente de Taillard (1993) de 20 trabajos a ser procesados en 5 máquinas. Con base en Li (2017), se asume que el tiempo que demora la máquina en realizar cada trabajo sigue una distribución normal con media igual a su tiempo nominal en la instancia y desviación calculada a través de la Ecuación 6 la cual es adaptada de Juan, Barrios, Vallada, Riera y Jorba (2014) para representar escenarios de tiempos de procesamiento con variación media.

$$Var P_{ij} = 0.5 \cdot E[P_{ij}]$$

Ecuación 6. Desviación de tiempos de procesamiento estocásticos

En la ilustración 7 se presenta un diagrama de cajas para poder apreciar el comportamiento del makespan esperado en las 5 mejores soluciones obtenidas por el algoritmo. En este caso se puede apreciar que las soluciones parecen ser muy similares en términos de makespan y variación.

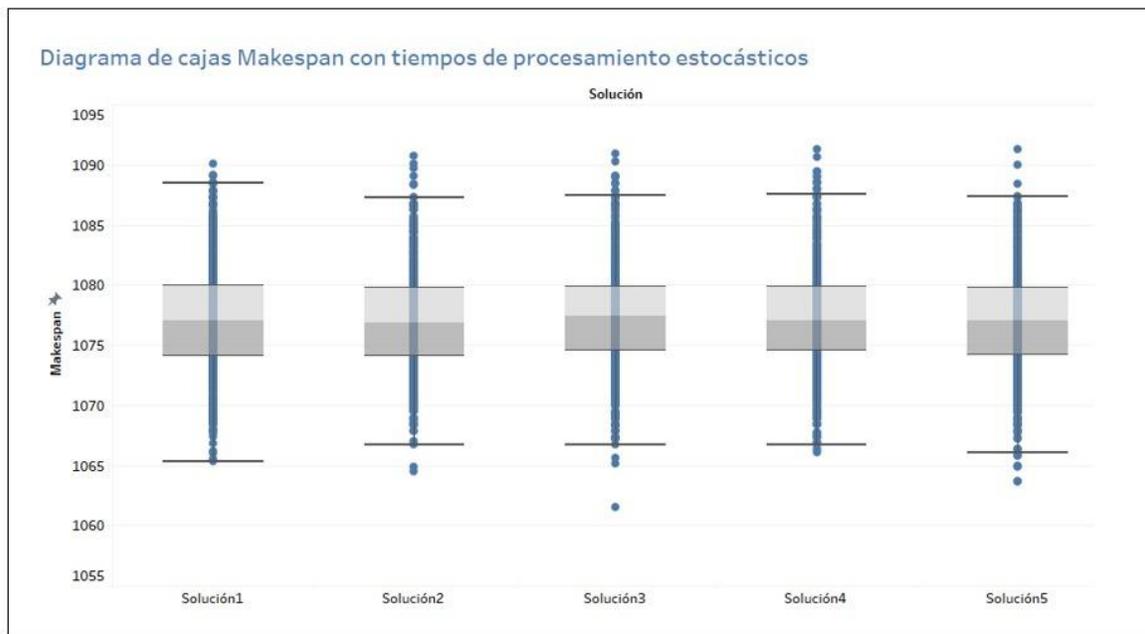


Ilustración 7. Diagrama de cajas tiempos de procesamiento estocásticos. Autoría propia

No obstante, estas soluciones fueron sometidas a una prueba de bondad de ajuste KS (Kolmogorov-Smirnov) cuyos resultados se presentan en la Tabla 3. Para este caso en particular todas las soluciones y sus valores de makespan siguen una distribución normal con media y desviación especificadas en la misma tabla.

Este análisis es de gran ayuda cuando se debe elegir una de las soluciones para ser implementada en el ambiente productivo. Al manejar soluciones estocásticas es probable que existan varios factores que afectan la decisión al momento de seleccionar una única opción. Por ejemplo, para este caso en particular, la mejor solución en términos de valor esperado de makespan es la solución dos según los resultados de la Tabla 3 y a

su vez dicha solución presenta una menor desviación que las demás lo cual la hace la candidata idónea a ser implementada.

Lo anterior no es una generalidad y cada caso debe ser analizado de manera individual con el fin de que la decisión o selección de la solución esté basado en el criterio que más se ajuste a las necesidades de cada situación en particular, ya sea que se busque la solución con mejor valor esperado o aquella que tengo un menor nivel de variación y por ende sea más fácil de predecir y controlar.

Tabla No. 3. Resultados pruebas de bondad de ajuste KS en problemas de tiempos de procesamiento estocástico.

	Distribución ajustada	Media	Desviación
Solución 1	Normal	1077.178	4.31
Solución 2	Normal	1077.025	4.08
Solución 3	Normal	1077.264	4.20
Solución 4	Normal	1077.252	4.09
Solución 5	Normal	1077.050	4.22

Por otro lado, se realizaron intervalos de confianza del 95% para el makespan esperado de cada solución y los resultados se presentan en la Tabla 4. Esta herramienta permite ver los valores en los que oscila el makespan y puede ser usada como herramienta de control o selección de la solución a implementar. Por ejemplo, para el caso específico de la Tabla 4, si se quisiera una solución cuyo valor de makespan estuviese por debajo de 1077.4 en el 95% de los casos, las soluciones uno, tres y cuatro no serían tenidas en cuenta. Estos criterios de decisión no son únicos y además, pueden ser analizados de manera simultánea según las necesidades de cada situación.

Tabla No. 4. Intervalos de confianza problemas de tiempos de procesamiento estocástico.

	Límite inferior	Límite superior
Solución 1	1076.911	1077.446
Solución 2	1076.771	1077.278
Solución 3	1077.004	1077.525
Solución 4	1076.998	1077.507
Solución 5	1076.789	1077.312

6.1.2. Tasas de aprendizaje estocásticas

Igualmente, la simheurística se emplea para dar soluciones al problema con tasas de aprendizaje estocásticas con las características del problema de alta intervención humana anteriormente planteado. Dado el comportamiento estocástico de las tasas de aprendizaje se asume con base en Li (2017) que el beta (β) sigue una distribución normal cuya media es un valor aleatorio entre [0.3 , 0.35] y cuya desviación es un valor proveniente de una distribución uniforme con límite inferior 0.09 y límite superior 0.11.

Con la prueba de la técnica se obtienen las 5 mejores soluciones, las cuales son sometidas a un tratamiento de datos atípicos que excluye las observaciones que estén fuera del rango entre los cuartiles [0.05 , 0.95]. En la ilustración 8 se presenta un diagrama de cajas para poder apreciar el comportamiento del makespan esperado en las 5 mejores soluciones obtenidas por el algoritmo. En este caso se puede apreciar que las soluciones no

son tan similares como en el caso anterior y el valor esperado del makespan varía significativamente en cada solución.

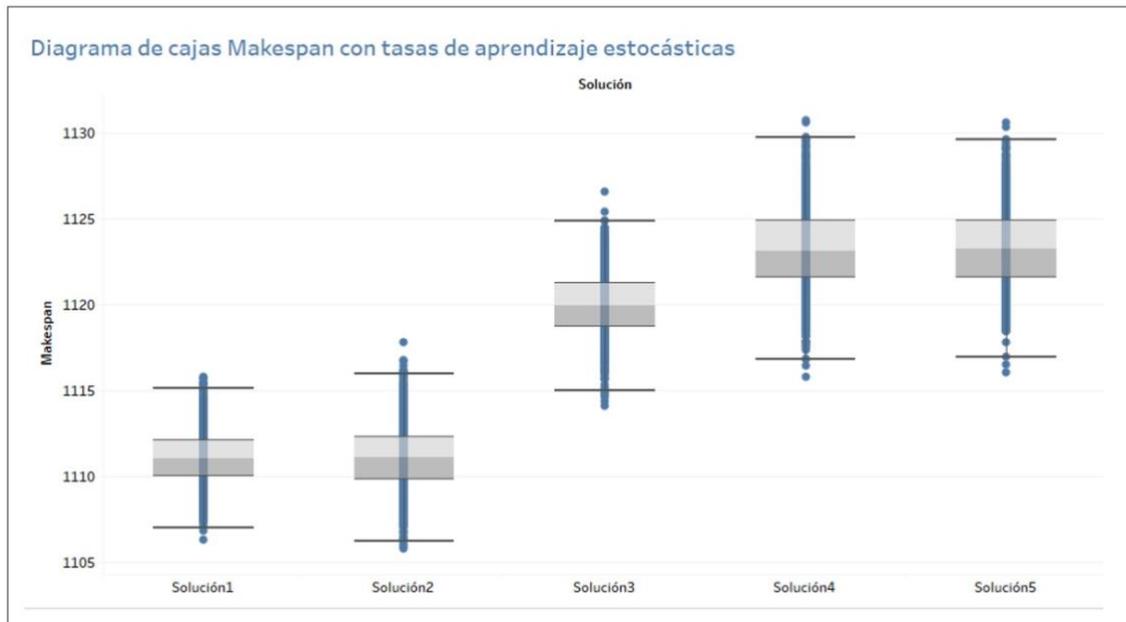


Ilustración 8. Diagrama de cajas tasas de aprendizaje estocásticas. Autoría propia

Además, estas soluciones fueron sometidas a una prueba de bondad de ajuste KS cuyos resultados se presentan en la Tabla 5. Para este caso en particular todas las soluciones y sus valores de makespan siguen una distribución normal con media y desviación especificadas en la misma tabla. Para complementar este análisis se realizaron además los intervalos de confianza del makespan para cada solución con una confianza del 95%.

Como se mencionó anteriormente este análisis es de gran ayuda cuando se debe elegir una de las soluciones para ser implementada en el ambiente productivo. Para este caso específico la mejor solución es el número uno ya que es la que presenta un menor valor esperado de makespan y una menor desviación tal y como se ve en la Ilustración 8 y la Tabla 5.

Tabla No. 5. Resultados pruebas de bondad de ajuste KS en problemas de tasas de aprendizaje estocásticas.

	Distribución ajustada	Media	Desviación
Solución 1	Normal	1111.086	1.5828
Solución 2	Normal	1111.116	1.8784
Solución 3	Normal	1119.953	1.8381
Solución 4	Normal	1123.211	2.4503
Solución 5	Normal	1123.307	2.3313

Tabla No. 6. Intervalos de confianza problemas de tasas de aprendizaje estocásticas.

	Límite inferior	Límite superior
Solución 1	1110.988	1111.184
Solución 2	1111.000	1111.233
Solución 3	1119.839	1120.067

Solución 4	1123.059	1123.363
Solución 5	1123.163	1123.452

Dado que se escoge en este caso a la primera solución como ganadora, con base a la Tabla 6, se espera que en el 95% de los casos el makespan se encuentre entre los valores 1110.988 y 1111.184. Cabe resaltar que pueden existir casos en los que la decisión no sea evidente o no sea la misma con cada criterio de decisión por lo que para esas situaciones se debe analizar más a detalle y darles una prioridad mayor a ciertos criterios en particular.

6.2. Experimentación computacional en diferentes instancias

Se hace uso de la simheurística para resolver cinco instancias distintas del benchmark disponible de problemas de FSSP propuestas por Taillard (1993). La notación de estas instancias es adaptada del benchmark mencionado anteriormente y un ejemplo se presenta a continuación para facilitar su entendimiento:

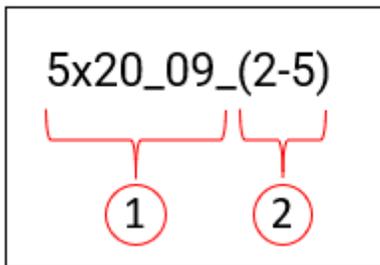


Ilustración 9. Notación de instancias utilizadas. Autoría propia

El nombre de la instancia se divide en dos partes tal y como se aprecia en la Ilustración 9. En la primera de ellas se presenta la notación original propuesta por Taillard (1993) la cual hace referencia al tamaño propio de la instancia. En esta parte se indica primero el número de operaciones o recursos del ejercicio seguido por el signo “X” que lo separa del número de trabajos. Posteriormente, un indicador de identificación el cual puede ser usado para encontrar el set de datos correcto dentro del benchmark. Para el ejemplo usado se tiene una instancia compuesta por 5 operaciones, 20 trabajos y la cual se encuentra en novena posición dentro de las instancias de su mismo tamaño en el benchmark para flow shop.

Dado que usualmente es común encontrar en la industria sistemas de producción que mezclan máquinas y talento humano dentro de sus procesos, surge la necesidad de identificar en qué parte de dicho proceso se dan estos casos. La segunda parte de la notación, dentro de un paréntesis y separadas por un guion, se encuentran los números que identifican las posiciones de las estaciones que tienen un alto nivel de intervención humana y por ende en las cuales se desea modelar el efecto de aprendizaje humano. Para el ejemplo presentado, las estaciones 2 y 5 representan las estaciones anteriormente descritas.

Las instancias que fueron seleccionadas de manera aleatoria para ser probadas en la simheurística desarrollada en este trabajo son de tamaño 5x20, 5x50, 10x5, 10x50 y 20x20. Estas a su vez fueron probadas en diferentes escenarios con el fin de medir el impacto de la inclusión del efecto del aprendizaje, así como el comportamiento estocástico asociado a los tiempos de procesamiento y las tasas de aprendizaje de cada frente a modelos que representen escenarios clásicos en los que estas variaciones no son consideradas. Los resultados de estos escenarios se encuentran en las Tablas 7, 8 y 9 mostradas a continuación.

Tabla No. 7. Resultados del escenario determinista (con y sin aprendizaje).

Instancia	Determinístico sin aprendizaje				Determinístico con aprendizaje		
	Mejor makespan en 10 corridas de 1000 iteraciones cada una (A)	Promedio del mejor makespan en 10 corridas de 1000 iteraciones cada una	Mejor makespan conocido E. Taillard (B)	GAP (A-B)	Mejor makespan en 10 corridas de 1000 iteraciones cada una (C)	Promedio del mejor makespan en 10 corridas de 1000 iteraciones cada una	GAP (C-A)
5x20_09_(2-5)	1230	1236,00	1230	0,00%	1161,04	1162,57	-5,94%
5x50_37_(2-5)	2725	2727,10	2725	0,00%	2659,22	2659,22	-2,47%
10x20_18_(2-5-7-9)	1548	1554,70	1538	0,65%	1390,65	1396,18	-11,31%
10x50_50_(2-5-7-9)	3144	3161,20	3065	2,51%	2972,00	2974,29	-5,79%
20x20_29_(2-5-7-9-11-14-17-19)	2240	2250,60	2237	0,13%	2009,06	2012,42	-11,49%
				0,66%			

Tabla No. 8. Resultados del escenario con aprendizaje con tiempos de procesamiento estocásticos.

Instancia	Tiempos estocásticos				
	Distribución Ajustada	Makespan esperado (D)	Límite inferior confianza del 95%	Límite superior confianza del 95%	GAP (D-C)
5x20_09_(2-5)	Normal	1169,8750	1169,4130	1170,3370	0,76%
5x50_37_(2-5)	Normal	2659,6410	2659,3760	2659,9060	0,02%
10x20_18_(2-5-7-9)	Normal	1404,9652	1404,3410	1405,5900	1,02%
10x50_50_(2-5-7-9)	Normal	2981,3711	2980,5720	2982,1700	0,31%
20x20_29_(2-5-7-9-11-14-17-19)	Normal	2038,9018	2037,9820	2039,8220	1,46%

Tabla No. 9. Resultados del escenario con con aprendizaje considerando tasas de aprendizaje estocásticas con variabilidad baja y alta.

Instancia	Tasas estocásticas (Variabilidad baja)					Tasas estocásticas (Variabilidad media)				
	Distribución Ajustada	Makespan esperado (E)	Límite inferior confianza del 95%	Límite superior confianza del 95%	GAP (E-C)	Media (F)	Mediana	Desviación	CV	GAP (F-C)
5x20_09_(2-5)	Normal	1231,4340	1231,3930	1231,4750	5,72%	1264,6500	1263,1300	5,4851	0,43%	8,19%
5x50_37_(2-5)	Normal	2659,1170	2658,9800	2659,2540	0,00%	2681,1441	2675,0200	19,0523	0,71%	0,82%
10x20_18_(2-5-7-9)	Normal	1416,7338	1416,4840	1416,9840	1,84%	1460,5745	1457,4300	24,4780	1,68%	4,79%
10x50_50_(2-5-7-9)	Normal	3002,0790	3001,8310	3002,3260	1,00%	3043,2067	3037,5550	35,2718	1,16%	2,34%
20x20_29_(2-5-7-9-11-14-17-19)	Normal	2032,3790	2032,1240	2032,6340	1,15%	2108,0952	2103,0800	33,0903	1,57%	4,70%

Escenario determinista (con y sin aprendizaje)

El primer escenario a considerar es el escenario determinista o modelo clásico del problema FSSP. Para la solución de este se hace uso de la metaheurística GRASP planteada anteriormente con el fin de evaluar los resultados obtenidos frente a un modelo que considere el efecto del aprendizaje de los operarios del proceso. Cabe resaltar que se hace uso de la metaheurística GRASP y no de la simheurística desarrollada en el trabajo dada la naturaleza determinística del escenario abordado.

En la Tabla 7, se pueden observar los diferentes resultados del mejor makespan obtenido y el promedio del mismo para cada instancia luego de 10 corridas del algoritmo, tanto para el modelo determinístico clásico como para el modelo que incorpora el aprendizaje humano, con el fin de analizar los respectivos indicadores para cada instancia.

Dado que se asume que las buenas soluciones del problema FSSP representarán buenas soluciones para el problema SFSSP, tal como fue planteado por Juan, Faulin, Grasman, Rabe y Figueira, (2015), es necesario garantizar que la técnica propuesta en este documento sea capaz de encontrar soluciones de calidad al problema FSSP. Por tal razón, se evalúa el desempeño obtenido de la técnica propuesta para el caso determinístico, algoritmo GRASP, frente a los mejores valores de makespan conocidos por la literatura sobre cada instancia según Taillard (1993).

En la Tabla 7, se puede apreciar en la primera columna, el mejor valor de makespan conocido luego de correr la metaheurística 10 veces (A), seguido por el promedio de dichas soluciones obtenidas, el mejor resultado conocido en la literatura (B) y un valor GAP de la diferencia entre estos valores (A y B), con el fin de determinar la dispersión de dichos valores. De manera específica, para cada instancia evaluada el GAP calculado es menor al 3% y se obtiene un GAP promedio de 0.66%, siendo este un indicador positivo de que la metaheurística GRASP desarrollada a lo largo de este documento calcula buenas soluciones para cada instancia del problema considerado.

El mismo procedimiento fue aplicado para el escenario determinista que considera el efecto del aprendizaje humano. En este escenario también se presenta el mejor valor obtenido de makespan luego de 10 corridas del algoritmo (C) así como el promedio de makespan obtenido en estas. Finalmente, se calcula un GAP entre A y C (mejor valor de makespan obtenido por el algoritmo propuesto en el modelo clásico y el mejor valor de makespan encontrado para el modelo que considera el efecto de aprendizaje humano respectivamente). Como resultado se obtuvieron valores negativos que varían dependiendo de cada instancia y que representan las

disminuciones en los tiempos de procesamiento ante la adquisición de experiencia y habilidades provenientes del aprendizaje propio del operario al realizar repetidas veces la misma tarea.

Dicha adquisición de habilidades se puede observar de manera específica para la instancia 5x20_09, por medio de la Ilustración 10, en la cual se representa el efecto del aprendizaje humano basado en la posición para las operaciones 2 y 5.

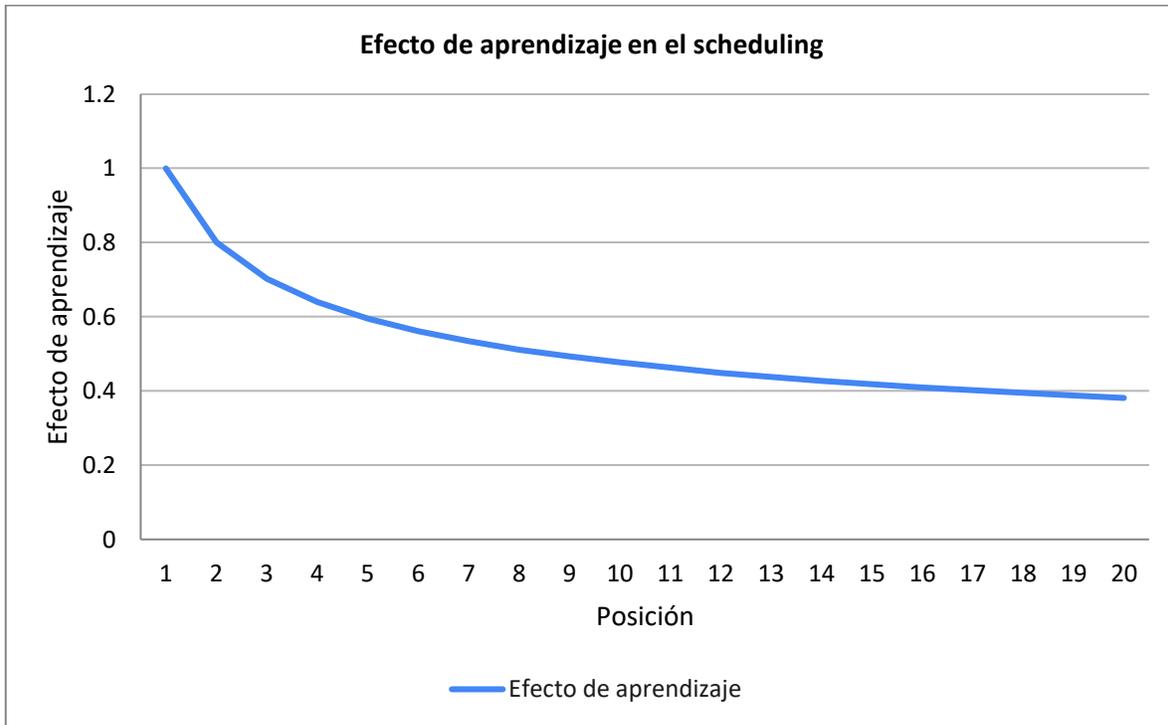


Ilustración 10. Efecto del aprendizaje basado en posición. Autoría propia

Escenario con aprendizaje con tiempos de procesamiento estocásticos

El segundo escenario a considerar es el escenario FSPSTP el cual es abordado a través de la simheurística desarrollada en este documento dada la naturaleza variable o estocástica del ejercicio. Los resultados obtenidos en cada instancia fueron sometidos a pruebas de bondad de ajuste con el fin de identificar la distribución que siguen los valores de makespan obtenidos una confianza del 95% en cada instancia.

En la Tabla 8, se puede apreciar en la primera columna, la distribución con la que se ajustan los valores obteniendo para este caso en particular que el makespan sigue una distribución normal en cada instancia. Además de esto, se presenta el valor esperado del makespan (D) en cada instancia, así como un intervalo de confianza al 95%.

El valor esperado de makespan para cada instancia es contrastado con el mejor valor del makespan obtenido para el caso determinístico con aprendizaje (C) abordado en el escenario anterior. De manera específica, para cada instancia evaluada el GAP calculado es menor al 2% y representa la variación obtenida al considerar el comportamiento estocástico de los tiempos de procesamiento frente a un modelo determinístico, ambos bajo el efecto de aprendizaje. Por otro lado, se puede notar que estos valores obtenidos representan un aumento en los valores de makespan obtenidos ya que el GAP es mayor a cero.

Para finalizar, es necesario mencionar que tal y como se definió anteriormente en la sección 6.1 los valores de desviación de los tiempos de procesamiento son obtenidos considerando una variabilidad media según Juan, Barrios, Vallada, Riera y Jorba, 2014. Cabe resaltar que se espera que estos GAP o efectos entre los modelos

comparados sean mayores cuando los niveles de variabilidad sean más altos. Sin embargo, el nivel de variabilidad dependerá de los casos en particular que se aborden en cada ambiente de trabajo o manufactura.

Escenario con aprendizaje considerando tasas de aprendizaje estocásticas

Ahora bien, dado que no todas las personas tienen el mismo nivel de aprendizaje frente a diferentes tareas, es necesario considerar la variación de dichos efectos de aprendizaje en la programación de la producción o scheduling. Bajo este escenario se contempla el problema FSP con aprendizaje humano considerando además el comportamiento estocástico de las tasas de aprendizaje de cada operario.

Para lo anterior se hace uso de la función de aprendizaje expresada en la Ecuación 3 en donde las tasas de aprendizaje de cada operario para realizar un trabajo son una variable aleatoria que sigue una distribución conocida. Dado que las tasas pueden tener diferentes niveles de variación, para este caso se analizan los resultados obtenidos definiendo la variación de las tasas de aprendizaje tal como se mencionó en el capítulo 6.1 **Resultados del conjunto de datos de prueba** (lo que se ha denominado variabilidad baja) y un caso adicional con un nivel de variación más alto.

Variabilidad baja

En este primer sub-escenario, los resultados obtenidos en cada instancia fueron sometidos a pruebas de bondad de ajuste con el fin de identificar la distribución que siguen los valores de makespan obtenidos una confianza del 95% en cada instancia.

En la primera columna de la Tabla 9, se puede apreciar la distribución a la que se ajustan los valores obtenidos, para este caso en particular el makespan sigue una distribución normal en cada instancia. Además, se presenta el valor esperado del makespan (E) en cada instancia, así como un intervalo de confianza al 95%. Para analizar el impacto que tiene la inclusión de las tasas de aprendizaje estocásticas con respecto a un modelo que considere las tasas de aprendizaje determinísticas, se calcula un GAP entre el valor esperado del makespan bajo ese escenario abordado (E) y el mejor valor obtenido en el FSP con aprendizaje y tasas de aprendizaje determinísticas (C).

Cabe resaltar que los valores de GAP indican que el makespan bajo este escenario son mayores y estas variaciones deberían ser tenidas en cuenta en los modelos de programación de la producción con el fin de realizar proyecciones más realistas y acertadas. Además, cabe mencionar que para el caso de las instancias de tamaño 5x20, 10x20 y 10x50, el efecto que tiene incluir tasas de aprendizaje estocásticas frente a un modelo convencional determinístico es mucho mayor al de incluir tiempos de procesamiento estocástico frente al mismo modelo convencional determinístico. Esto, sin embargo, no se cumple para las instancias de tamaño 5x50 y 20x20. Sería pertinente en futuros trabajos evaluar este mismo análisis en diferentes conjuntos de datos que representen el mismo tamaño de instancia con el fin de encontrar si existe un patrón evidente en el comportamiento del makespan bajo los diferentes escenarios planteados.

Variabilidad media

En este segundo sub-escenario, se hace uso de una desviación de las tasas de aprendizaje comprendidas entre [0.09, 0.11]. Se considera este rango dado que al ser la tasa de aprendizaje un exponente, su variación representa cambios mucho más significativos en el tiempo de procesamiento real del trabajo realizado por el humano.

Con el fin de analizar los resultados obtenidos, es necesario realizar un análisis descriptivo en el que se pueda identificar el comportamiento de las soluciones. Este análisis descriptivo surge como respuesta a la no adaptación de los datos a una distribución de probabilidad luego de las pruebas de bondad de ajuste al 95% de confianza realizadas en los escenarios anteriores. No obstante, es necesario resaltar que estos datos fueron

tratados excluyendo las observaciones que estén fuera del rango entre los cuartiles [0.05 , 0.95] con el fin de no incluir datos atípicos en el análisis.

En la Tabla 9, se presenta el valor de la media y mediana para instancia como medida de tendencia central, y se presenta la desviación del makespan obtenido en cada instancia. Se puede apreciar que, en instancias de mayor tamaño, la desviación del makespan tiende a aumentar.

Por otro lado, se calcula el coeficiente de variación en cada instancia obteniendo valores menores al 2% en cada una de ellas. Lo anterior permite inferir que el conjunto de datos es homogéneo y que, por ende, la media aritmética es representativa de dicho conjunto de datos. Para los casos en los que este coeficiente de variación no sea bajo, en la Tabla 9 se propone el uso de otras medidas de tendencia central tales como la mediana.

Por otro lado, para analizar el impacto que tiene la inclusión de las tasas de aprendizaje estocásticas, con variación media, con respecto a un modelo que considere las tasas de aprendizaje determinísticas, se calcula un GAP entre el valor de la media aritmética del makespan bajo el presente escenario (F) y el mejor valor obtenido en el FSP con aprendizaje y tasas de aprendizaje determinísticas (C). Se puede apreciar que el impacto que tiene la inclusión de las tasas de aprendizaje con variabilidad media es mayor al impacto que se obtiene al incluir el efecto de aprendizaje con tasas determinísticas lo que ratifica además la importancia de considerar este factor estocástico dentro de la construcción de modelos de programación de la producción.

Para finalizar, aunque estas variaciones obtenidas a través de los diferentes GAP o indicadores presentados a lo largo de esta sección pueden parecer relativamente pequeños, sus valores son realmente significativos e impactan directamente en los tiempos ociosos del sistema, así como en los indicadores financieros y operativos de los sistemas productivos de cada compañía o planta en particular.

6.3. Experimentación computacional variando el porcentaje de estaciones manualmente intensivas

Ahora bien, dado que en la industria existen variaciones de la intervención humana en las estaciones, es necesario contemplar la diferencia que existe entre un sistema que este compuesta por pocas estaciones con interferencia humana a sistemas donde la mayoría de sus estaciones sean manuales altamente intensivas. Bajo este escenario se contempla el problema FSPSTP con aprendizaje humano considerando variaciones en los porcentajes de estaciones con aprendizaje humano.

Para este caso, se hace uso de la instancia 5x20_09 del benchmark propuesto, con la cual se busca analizar el makespan al variar el porcentaje de estaciones con aprendizaje humano desde el 20% hasta el 100%. Dichos resultados obtenidos fueron sometidos a pruebas de bondad de ajuste KS con el fin de identificar que los valores de makespan obtenidos siguen una distribución normal con una confianza del 95% en cada escenario. Además, se calcula el valor de makespan esperado y su desviación respectiva. Lo anterior, se muestra en la Tabla 10

Tabla No. 10. Resultados del escenario con aprendizaje con tiempos de procesamiento estocástico y variaciones el el porcentaje de estaciones con aprendizaje humano.

Porcentaje de estaciones con aprendizaje humano	Instancia 5x20_09		
	Distribución ajustada	Makespan esperado	Desviación
20%	Normal	1190,0890	2,0823
40%	Normal	1155,6420	4,2745
60%	Normal	1091,4930	4,4557
80%	Normal	1085,9839	4,6952
100%	Normal	689,7102	18,1604

De manera específica, en la Tabla 10, se puede apreciar como a medida que aumenta el porcentaje de estaciones que tienen intervención humana o que son compuestas por operaciones manuales altamente intensivas, disminuye el valor esperado del makespan. Lo anterior podría estar justificado en la adquisición de

experiencia de los operarios dentro de cada una de las estaciones, lo cual reduce los tiempos de procesamiento conforme avanza la posición en la secuencia.

Por otro lado, es necesario resaltar que aunque los valores esperados del makespan disminuyen, la variabilidad de estos aumentan dada la inclusión de la incertidumbre del factor humano. Aunque estos escenarios con mayor variabilidad puedan parecer mas complejos y difíciles de controlar, es necesario considerarlos para llegar a conclusiones realistas y que permitan una toma de decisiones que no este sesgada al omitir el comportamiento humano y su capacidad de aprendizaje para este caso en particular.

7. Limitaciones, conclusiones y recomendaciones

Este proyecto resuelve el problema de programación de la producción en un ambiente Flow Shop estocástico con operaciones altamente manuales para minimizar el makespan. Este problema, al ser una extensión de los modelos clásicos de FSSP es considerado NP-hard y usualmente el proceso de toma de decisiones y de obtención de soluciones en tiempos razonables es poco probable y complejo. Por lo cual, se desarrolla una técnica de solución basada en la aplicación de simulación de Montecarlo y la metaheurística GRASP, la cual permite abordar el comportamiento estocástico del problema.

En primera instancia, se define la función del aprendizaje teniendo en cuenta el comportamiento estocástico derivado de las operaciones manuales y se propone el diseño del modelo matemático de un FSSP considerando el efecto del aprendizaje humano. Posteriormente, se describe la técnica de solución planteada, así como su parametrización para abordar los escenarios en los cuales los tiempos de procesamiento y las tasas de aprendizaje de cada operario son valores estocásticos que siguen una distribución conocida.

En el presente trabajo se evalúan diferentes escenarios del mismo problema de programación de la producción. En el primero de ellos, el escenario determinista, se hizo uso de la metaheurística GRASP para resolver diferentes instancias de diferentes tamaños bajo el modelo clásico en el que el aprendizaje no es considerado. Como resultado se encuentra una diferencia promedio de 0.66% en las soluciones encontradas con respecto a las mejores reportadas por la literatura, lo que indica un buen desempeño de la metaheurística GRASP y de la herramienta propuesta.

En el caso determinista se observa el efecto que tiene el aprendizaje humano basado en la posición sobre los valores de makespan. En cuatro de las cinco instancias evaluadas se encuentra una disminución mayor al 5% y en dos de estas, dichas disminuciones fueron mayores al 10%. Lo anterior, representa el impacto asociado a la experiencia y adquisición de habilidades de cada operario en los tiempos de procesamiento.

En un segundo escenario, el escenario estocástico, se hace uso de la simheurística para cuando los tiempos de procesamiento son estocásticos. En este caso, se encuentra un aumento entre 0,02% y 1,46% en el valor esperado del makespan en cada una de las instancias evaluadas frente el escenario determinístico con aprendizaje. Sin embargo, es importante aclarar que los tiempos de procesamiento usados en cada una de las instancias evaluadas en este documento siguen una distribución con variabilidad media; por lo cual, es pertinente considerar la utilización de esta herramienta en contextos en los cuales la variabilidad sea mayor.

De igual manera, se aplica la simheurística para escenarios con tasas de aprendizaje estocásticas. En este caso, se evalúan escenarios de variabilidad baja y media. En el primero de ellos, se presentan aumentos en el valor esperado del makespan entre 1,00% y 5,72% en cuatro de las cinco instancias evaluadas con respecto al escenario determinístico con aprendizaje. Para el caso de la variabilidad media, se encuentra un aumento entre 0,82% y 8,19% para la totalidad de las instancias evaluadas.

En un tercer escenario, se varía el porcentaje de estaciones con aprendizaje humano desde un 20% hasta el 100%, siendo este último un contexto con todas sus operaciones manuales altamente intensivas. En este caso, se encuentra una disminución de los valores esperados de makespan; sin embargo, las desviaciones de dichos

valores aumenta, siendo esta diferencia causada principalmente por la inclusión de incertidumbre dado el factor humano.

Lo anterior, se realizó para determinar el efecto que tiene la inclusión de estas consideraciones sobre los resultados de modelos clásicos que asumen estos parámetros como conocidos y constantes. Todos los valores de variaciones mostrados anteriormente tienen una repercusión directa sobre el makespan, los tiempos ociosos de las máquinas u operarios y del funcionamiento del sistema en general. Estos factores, a su vez, influyen en los indicadores económicos, de rendimiento, calidad y productividad de la operación.

Por todo lo anterior, es importante investigar y dar solución a problemas de scheduling que integren factores humanos y las variaciones estocásticas naturales de los mismos con el fin de tener pronósticos más acertados y soluciones no sesgadas a los problemas de programación de la producción. Los anteriores modelos no solo permiten abordar el comportamiento de parámetros que anteriormente se asumían conocidos y constantes, sino que, además, permiten que la toma de decisiones esté basada en escenarios más realistas que consideren la influencia de la fuerza laboral sobre el sistema como conjunto, impactando directamente en la productividad, calidad y desempeño operativo del mismo.

En la modelación planteada, se considera que los tiempos de preparación o alistamiento se encuentran incluidos en los tiempos de procesamiento y son independientes de la secuencia. Además, se asume la disponibilidad permanente de todas las estaciones de trabajo. Es decir, el modelo no considera ausencia de operarios, tiempos de mantenimiento o avería de máquinas. De igual manera, se recomienda que futuros trabajos estudien la inclusión de diferentes factores humanos paralelamente, así como la inclusión de tiempos de procesamiento estocásticos al mismo tiempo que las tasas de aprendizaje de los operarios sean las que sigan dicha variación.

Finalmente, se recomienda la evaluación del método de solución en diferentes conjuntos de datos que representen el mismo tamaño de instancia con el fin de encontrar si existe un patrón evidente en el comportamiento del makespan bajo los diferentes escenarios planteados. Es pertinente, además, poder evaluar este modelo en casos reales con el fin de hacer un estudio de tiempos más detallado sobre las distribuciones de los tiempos de procesamiento y la velocidad de aprendizaje de los operarios, así como poder determinar el impacto financiero, económico y social de implementar estos modelos.

8. Glosario

- **Scheduling:** La programación de la producción o scheduling consiste en asignar, en un intervalo de tiempo dado, un conjunto de recursos disponibles y limitados a una serie de actividades necesarias para el proceso productivo. Esta asignación se realiza de tal manera que se cumplan los requerimientos planteados mediante soluciones factibles que permitan optimizar los objetivos planteados (González et al., 2017).
- **Flow shop:** Sistema productivo en el que un grupo de estaciones, compuestas por una sola máquina, las cuales deben procesar un conjunto de tareas siguiendo un flujo unidireccional. (Tibaduiza, Hernández, Figueredo y Chimenty, 2017).
- **Makespan:** Tiempo de finalización de un conjunto completo de tareas (Sugavanam et al., 2007).
- **Efecto de aprendizaje:** Se refiere a la adquisición de habilidades que se obtienen a partir de la continua repetición de actividades en un ambiente productivo. Dichas habilidades pueden ser evidenciadas en una disminución de los tiempos de procesamiento (Sun, Yu y Wu, 2020).
- **Curva de aprendizaje:** Línea que representa el efecto de aprendizaje por una tarea repetitiva y relaciona la experiencia con la productividad. Dicha relación se ve reflejada en la disminución del tiempo necesario para fabricar una unidad debido al aumento de la producción (Krajewski y Ritzman, 2000, p. 201).
- **Efecto del olvido:** Se refiere a la pérdida de conocimientos y habilidades al no realizar una tarea particular durante un período de tiempo determinado, teniendo impacto sobre la productividad y los costos de producción (Hoedt, Claeys, Schamp, Landeghem y Cottyn, 2018).
- **Modelo determinístico:** Los modelos determinísticos interpretan la realidad de los sistemas bajo el principio de que todos los datos pertinentes se conocen con certeza (Eppen, Gould, Schmidt, Moore y Weatherford, 2000, p.18).

- **Proceso estocástico:** Es un conjunto de variables aleatorias que describen el comportamiento de un proceso a través del tiempo (Ross, 2009, p.84).

9. Referencias

- Abdel-Basset, M., Manogaran, G., El-Shahat, D., y Mirjalili, S. (2018). A hybrid whale optimization algorithm based on local search strategy for the permutation flow shop scheduling problem. *Future Generation Computer Systems*, 85, 129–145. <https://doi.org/10.1016/j.future.2018.03.020>
- Alcaide, D., Rodriguez-Gonzalez, A., y Sicilia, J. (2002). An approach to solve the minimum expected makespan flow-shop problem subject to breakdowns. *European Journal of Operational Research*, 140(2), 384–398. [https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(02\)00077-2](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(02)00077-2)
- Alharkan, I., Saleh, M., Ghaleb, M. A., Kaid, H., Farhan, A., y Almarfadi, A. (2019). Tabu search and particle swarm optimization algorithms for two identical parallel machines scheduling problem with a single server. *Journal of King Saud University - Engineering Sciences*, 32(5), 330-338. <https://doi.org/10.1016/j.jksues.2019.03.006>
- Anzanello, M. J., & Fogliatto, F. S. (2011). Selecting the best clustering variables for grouping mass-customized products involving workers' learning. *International Journal of Production Economics*, 130(2), 268-276. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2011.01.009>
- Azzouz, A., Ennigrou, M., y Ben Said, L. (2017). Scheduling problems under learning effects: Classification and cartography. *International Journal of Production Research*, 56(4), 1642-1661. <https://doi.org/10.1080/00207543.2017.1355576>
- Baker, K. R., y Trietsch, D. (2009) *Principles of sequencing and scheduling*. Hoboken: Wiley. Recuperado de <https://n9.cl/gyub>
- Berti, N., Artigues, C., Battaia, O., Guillaume, R., y Battini, D. (2019). Heuristic approaches for scheduling manufacturing tasks while taking into account accumulated human fatigue. *IFAC-PapersOnLine*, 52(13), 963-968. <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2019.11.319>
- Biskup, D. (1999). Single-machine scheduling with learning considerations. *European Journal of Operational Research*, 115(1), 173-178. [https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(98\)00246-X](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(98)00246-X)
- Biskup, D. (2008). A state-of-the-art review on scheduling with learning effects. *European Journal of Operational Research*, 188(2), 315-329. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2007.05.040>
- Boudreau, J., Hopp, W., McClain, J. O., y Thomas, L. J. (2003). On the Interface Between Operations and Human Resources Management. *Manufacturing & Service Operations Management*, 5(3), 179–202. <https://doi.org/10.1287/msom.5.3.179.16032>
- Caballero-Villalobos, J., & Alvarado-Valencia, J.A. (2010). Greedy Randomized Adaptive Search Procedure (GRASP), una alternativa valiosa en la minimización de la tardanza total ponderada en una máquina: A Valuable Alternative for Minimizing Machine Total Weighted Tardiness. <http://www.scielo.org.co/pdf/inun/v14n2/v14n2a04.pdf>
- Cheng, T. C. E., Lai, P.-J., Wu, C.-C., & Lee, W.-C. (2009). Single-machine scheduling with sum-of-logarithm-processing-times-based learning considerations. *Information Sciences*, 179(18), 3127-3135. <https://doi.org/10.1016/j.ins.2009.05.002>
- Croes, G. A. (1958). A method for solving traveling-salesman problems. *Operations Research*, 6, 791–812. <https://doi.org/10.1287/opre.6.6.791>

- Dar-El, E. M., Ayas, K., y Gilad, I. (1995). Predicting performance times for long cycle time tasks. *IIE Transactions*, 27(3), 272-281. <https://doi.org/10.1080/07408179508936741>
- Dawal, S. Z., Taha, Z., e Ismail, Z. (2009). Effect of job organization on job satisfaction among shop floor employees in automotive industries in Malaysia. *International Journal of Industrial Ergonomics*, 39(1), 1-6. <https://doi.org/10.1016/j.ergon.2008.06.005>
- Elyasi, A., y Salmasi, N. (2013). Stochastic flow-shop scheduling with minimizing the expected number of tardy jobs. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 66(1-4), 337-346. <https://doi.org/10.1007/s00170-012-4328-4>
- Eppen, G. D., Gould, F. J., Schmidt, C. P., Moore, J. H. y Weatherford, L. R. (2000). *Investigación de operaciones en la ciencia administrativa*. México: Prentice-Hall. Recuperado de <https://n9.cl/zn76>
- Feo, T. A., & Resende, M. G. C. (1995). Greedy randomized adaptive search procedures. *Journal of Global Optimization*, 6, 109–133. <https://doi.org/10.1007/BF01096763>
- Festa, P., & Resende, M. G. C. (2009). An annotated bibliography of GRASP-Part II: Applications. *International Transactions in Operational Research*, 16, 131–172. <https://doi.org/10.1111/j.1475-3995.2009.00664.x>
- Garey, M. R., Johnson, D. S., & Stockmeyer, L. (1976). Some simplified NP-complete graph problems. *Theoretical Computer Science*, 1(3), 237-267. [https://doi.org/10.1016/0304-3975\(76\)90059-1](https://doi.org/10.1016/0304-3975(76)90059-1)
- Georgiadis, G. P., Elekidis, A. P., y Georgiadis, M. C. (2019). Optimization-based scheduling for the process industries: From theory to real-life industrial applications. *Processes*, 7(7), 438. <https://doi.org/10.3390/pr7070438>
- González-Neira, E. M., Montoya-Torres, J. R. (2017) A GRASP metaheuristic for the hybrid flowshop scheduling problem, *Journal of Decision Systems*, 26:3, 294-306, <https://doi.org/10.1080/12460125.2017.1351863>
- González-Neira, E. M., Montoya-Torres, J. R., y Barrera, D. (2017). Flow-shop scheduling problem under uncertainties: Review and trends. *International Journal of Industrial Engineering Computations*, 399–426. <https://doi.org/10.5267/j.ijiec.2017.2.001>
- Gourgand, M., Grangeon, N., y Norre, S. (2003). A contribution to the stochastic flow shop scheduling problem. *European Journal of Operational Research*, 151(2), 415–433. [https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(02\)00835-4](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(02)00835-4)
- Govindan, K., Balasundaram, R., Baskar, N., y Asokan, P. (2017). A hybrid approach for minimizing makespan in permutation flowshop scheduling. *Journal of Systems Science and Systems Engineering*, 26(1), 50-76. <https://doi.org/10.1007/s11518-016-5297-1>
- Heydari, M., Mahdavi Mazdeh, M., y Bayat, M. (2013). Scheduling stochastic two-machine flow shop problems to minimize expected makespan. *Decision Science Letters*, 2(3), 163–174. <https://doi.org/10.5267/j.dsl.2013.04.005>
- Hoedt, S., Claeys, A., Schamp, M., Landeghem, H. V., y Cottyn, J. (2018). Countering the forgetting effect in mixed-model manual assembly. *IFAC-PapersOnLine*, 51(11), 856-861. <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2018.08.446>
- Jaber, M. Y., Givi, Z. S., y Neumann, W. P. (2013). Incorporating human fatigue and recovery into the learning–forgetting process. *Applied Mathematical Modelling*, 37(12-13), 7287-7299. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2013.02.028>

- Janiak, A., y Rudek, R. (2010). A note on a makespan minimization problem with a multi-ability learning effect. *Omega*, 38(3-4), 213–217. <https://doi.org/10.1016/j.omega.2009.09.004>
- Juan, A. A., Barrios, B. B., Vallada, E., Riera, D., y Jorba, J. (2014). A simheuristic algorithm for solving the permutation flow shop problem with stochastic processing times. *Simulation Modelling Practice and Theory*, 46, 101-117. <https://doi.org/10.1016/j.simpat.2014.02.005>
- Juan, A. A., Faulin, J., Grasman, S. E., Rabe, M., y Figueira, G. (2015). A review of simheuristics: Extending metaheuristics to deal with stochastic combinatorial optimization problems. *Operations Research Perspectives*, 2, 62-72. <https://doi.org/10.1016/j.orp.2015.03.001>
- Juan, A. A., Lourenço, H. R., Mateo, M., Luo, R., y Castella, Q. (2014). Using iterated local search for solving the flow-shop problem: Parallelization, parametrization, and randomization issues. *International Transactions in Operational Research*, 21(1), 103-126. <https://doi.org/10.1111/itor.12028>
- Kiassat, C., Safaei, N., y Banjevic, D. (2014). Effects of operator learning on production output: A Markov chain approach. *Journal of the Operational Research Society*, 65(12), 1814-1823. <https://doi.org/10.1057/jors.2013.98>
- Krajewski, L. J., y Ritzman, L. P. (2000). *Administración de operaciones: Estrategia y análisis*. México: Pearson Educación. Recuperado de <https://n9.cl/8szap>
- Li, H. (2017). Stochastic Single-Machine Scheduling With Learning Effect. *IEEE Transactions on Engineering Management*, 64(1), 94–102. <https://doi.org/10.1109/TEM.2016.2618764>
- Li, X., Jiang, Y., y Ruiz, R. (2018). Methods for scheduling problems considering experience, learning, and forgetting effects. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 48(5), 743-754. <https://doi.org/10.1109/TSMC.2016.2616158>
- Li, Z., y Lerapetritou, M. (2008). Process scheduling under uncertainty: Review and challenges. *Computers & Chemical Engineering*, 32(4–5), 715–727. <https://doi.org/10.1016/j.compchemeng.2007.03.001>
- Lodree, E. J., Geiger, C. D., y Jiang, X. (2009). Taxonomy for integrating scheduling theory and human factors: Review and research opportunities. *International Journal of Industrial Ergonomics*, 39(1), 39–51. <https://doi.org/10.1016/j.ergon.2008.05.001>
- Maleck, C., Nieke, G., Bock, K., Pabst, D., y Stehli, M. (2018). A comparison of an cp and mip approach for scheduling jobs in production areas with time constraints and uncertainties. *2018 Winter Simulation Conference (WSC)*, 3526-3537. <https://doi.org/10.1109/WSC.2018.8632404>
- Marichelvam, M. K., Geetha, M., y Tosun, Ö. (2020). An improved particle swarm optimization algorithm to solve hybrid flowshop scheduling problems with the effect of human factors – A case study. *Computers & Operations Research*, 114, 104812. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2019.104812>
- Molina-Sánchez, L. P., & González-Neira, E. M. (2016). GRASP to minimize total weighted tardiness in a permutation flow shop environment. *International Journal of Industrial Engineering Computations*, 7, 161–176. <https://doi.org/10.5267/j.ijiec.2015.6.004>
- Montoya-Torres, J. R., Sánchez, S., y Moreno-Camacho, C. (2019). A literature-based assessment of human factors in shop scheduling problems. *IFAC-PapersOnLine*, 52(10), 49-54. <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2019.10.025>
- Mosheiov, G. (2001). Parallel machine scheduling with learning effect. *Journal of the Operational Research Society*, 52(10), 1165–1169. <https://doi.org/10.1057/palgrave.jors.2601215>

- Nawaz, M., Enscore, E. E., y Ham, I. (1983). A heuristic algorithm for the m-machine, n-job flowshop sequencing problem. *Omega*, 11(1), 91-95. [https://doi.org/10.1016/0305-0483\(83\)90088-9](https://doi.org/10.1016/0305-0483(83)90088-9)
- Othman, M., Gouw, G. J., y Bhuiyan, N. (2012). Workforce scheduling: A new model incorporating human factors. *Journal of Industrial Engineering and Management*, 5(2). <http://dx.doi.org/10.3926/jiem.451>
- Rausand, M., y Høyland, A. (2004). *System reliability theory: Models, statistical methods, and applications* (2nd ed). Wiley-Interscience. Recuperado de <https://n9.cl/l6drp>
- Ross, S. M. (2009). *Introduction to probability models* (10th ed). Florida: Academic Press. Recuperado de <https://n9.cl/c9v2>
- Rudek, R. (2013). On single processor scheduling problems with learning dependent on the number of processed jobs. *Applied Mathematical Modelling*, 37(3), 1523-1536. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2012.04.019>
- Ruiz, R., y Stützle, T. (2007). A simple and effective iterated greedy algorithm for the permutation flowshop scheduling problem. *European Journal of Operational Research*, 177(3), 2033-2049. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2005.12.009>
- Sugavanam, P., Siegel, H. J., Maciejewski, A. A., Oltikar, M., Mehta, A., Pichel, R., Horiuchi, A., Shestak, V., Al-Otaibi, M., Krishnamurthy, Y., Ali, S., Zhang, J., Aydin, M., Lee, P., Guru, K., Raskey, M., y Pippin, A. (2007). Robust static allocation of resources for independent tasks under makespan and dollar cost constraints. *Journal of Parallel and Distributed Computing*, 67(4), 400-416. <https://doi.org/10.1016/j.jpdc.2005.12.006>
- Sun, L., Yu, A. J., y Wu, B. (2020). Single machine common flow allowance group scheduling with learning effect and resource allocation. *Computers & Industrial Engineering*, 139, 106126. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2019.106126>
- Taillard, E. (1993). Benchmarks for basic scheduling problems. *European Journal of Operational Research*, 64(2), 278-285. [https://doi.org/10.1016/0377-2217\(93\)90182-M](https://doi.org/10.1016/0377-2217(93)90182-M)
- Tibaduiza, E. M. P., Hernández, E. A. G., Figueredo, L. E. P., y Chimenty, E. M. (2017). Revisión de la Literatura sobre el Problema de Programación de “Flow Shop” Híbrido con Máquinas Paralelas no Relacionadas. *Ingeniería*, 22(1), 46-64. <https://doi.org/10.14483/udistrital.jour.reving.2017.1.a03>
- Unlu, Y., y Mason, S. J. (2010). Evaluation of mixed integer programming formulations for non-preemptive parallel machine scheduling problems. *Computers & Industrial Engineering*, 58(4), 785-800. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2010.02.012>
- Wang, J.-B., & Xia, Z.-Q. (2005). Flow-shop scheduling with a learning effect. *The Journal of the Operational Research Society*, 56(11), 1325-1330.
- Wright, T. P. (1936). Factors affecting the cost of airplanes. *Journal of the Aeronautical Sciences*, 3(4), 122-128. <https://doi.org/10.2514/8.155>
- Xu, Z., Sun, L., & Gong, J. (2008). Worst-case analysis for flow shop scheduling with a learning effect. *International Journal of Production Economics*, 113(2), 748-753. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2007.11.002>
- Yang, W.-H., y Chand, S. (2008). Learning and forgetting effects on a group scheduling problem. *European Journal of Operational Research*, 187(3), 1033-1044. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2006.03.065>

Yelle, L. E. (1979). The learning curve: Historical review and comprehensive survey. *Decision Sciences*, 10(2), 302-328. <https://doi.org/10.1111/j.1540-5915.1979.tb00026.x>

Yusriski, R., Sukoyo, S., Samadhi, A., y Halim, A. H. (2013). Batch scheduling for a single machine with learning effect to minimize total actual flow time. <https://doi.org/10.13140/2.1.2815.8409>