



**DISEÑO DE CONTROLADORES A PARTIR DE DATOS PARA  
SISTEMAS LINEALES**

Por

Freddy Fernando Valderrama Gutiérrez

Trabajo de grado sometido en cumplimiento parcial de los requerimientos para  
obtener el grado de

MAGISTER

en

INGENIERÍA ELECTRÓNICA

PONTIFICIA UNIVERSIDAD JAVERIANA

Mayo, 2013

Aprobada por:

---

Nombre1  
Jurado 1

---

Fecha

---

Nombre2,  
Jurado 2

---

Fecha

Resumen de Trabajo de Grado Presentado a la facultad de Ingeniería  
de la Pontificia Universidad Javeriana como requisito parcial para  
obtener el grado de Magister

## **DISEÑO DE CONTROLADORES A PARTIR DE DATOS PARA SISTEMAS LINEALES**

Por

Freddy Fernando Valderrama Gutiérrez

Mayo 2013

Director: Ph.D Fredy Ruiz  
Departamento: Ingeniería Electrónica

En este trabajo se usa la teoría de identificación Set Membership para sintonizar controladores de sistemas LTI a partir de datos, el enfoque aquí propuesto solo necesita los datos generados en un experimento de la planta, no requiere el modelo matemático de la misma, y permite hallar un conjunto factible de parámetros del controlador usando una base de controladores previamente seleccionada. De forma análoga a la teoría de identificación de plantas mediante conjuntos de membresía (SMIT) en la cual que se definen conjuntos factibles de sistemas (FSS), en este trabajo se define un conjunto factible de controladores (FCS) y se determina que dicho conjunto resulta convexo cuando la parametrización de la clase de controladores es lineal, lo cual lleva a plantear la técnica que ha sido llamada DDCCSM resumida a manera de algoritmo. Se describe detalladamente el desarrollo matemático de la técnica DDCCSM y se evalúa con un ejemplo numérico, finalmente se aplica DDCCSM para un problema práctico de control en la suspensión activa y se compara con los resultados de controles  $H_2$  y  $H_\infty$  los cuales son basados en modelo.

A Sebastián, mi hijo, mi motivo. A Catalina, por su amor incontrolable. A Luz Marina, mi madre, por su apoyo incondicional. A mi padre, por su ejemplo de trabajo. A mi hermano, por su amistad. A Hector Manuel, por su ejemplo. A mis sobrinas. A todos quienes confiaron, confían y confiarán en mí.

## Índice general

	<u>Página</u>
RESUMEN EN ESPAÑOL . . . . .	II
Índice de tablas . . . . .	VI
Índice de figuras . . . . .	VII
LISTA DE ABREVIATURAS . . . . .	IX
1. INTRODUCCION . . . . .	1
2. Marco teórico . . . . .	3
2.1. Control basado en datos (DDC) . . . . .	3
2.1.1. Sintonización mediante referencia virtual (VRFT) . . . . .	4
2.1.2. Control basado en datos mediante no falsificación (UC) . . . . .	7
2.1.3. Control mediante correlación (CbT) . . . . .	8
2.2. Teoría de identificación mediante conjuntos de membresía (SMIT) . . . . .	9
2.2.1. Norma Dos . . . . .	9
2.2.2. Norma infinito . . . . .	10
3. Desarrollo teórico de la técnica DDCSM . . . . .	12
3.1. Formulación del problema . . . . .	12
3.2. Hipótesis . . . . .	13
3.3. Conjunto factible de controladores . . . . .	13
3.3.1. Conjunto factible de controladores y convexidad . . . . .	16
3.4. Solución mediante optimización . . . . .	18
4. Evaluación en simulación . . . . .	20
4.1. Problema tratado . . . . .	20
4.1.1. Experimentos con Norma Infinito . . . . .	21
4.1.2. Experimentos con norma dos . . . . .	23
4.1.3. Cuando el controlador ideal no pertenece a $\beta(\rho, z)$ . . . . .	26
5. DDCSM para suspensión activa . . . . .	28
5.1. Descripción de la planta . . . . .	28
5.2. Descripción del problema . . . . .	29
5.3. Experimentos . . . . .	31
5.3.1. Experimento 1: Entrada $u$ PRBS . . . . .	31

5.3.2.	Experimento 2: Entrada $u$ ruido blanco . . . . .	33
5.4.	Diseño controladores $H_2$ y $H_\infty$ . . . . .	35
5.5.	Análisis comparativo . . . . .	36
6.	CONCLUSIONES . . . . .	38
A.	Controladores $H_2$ y $H_\infty$ . . . . .	40

## Índice de tablas

<u>Tabla</u>		<u>Página</u>
4-1.	Desviaciones de parámetros ideales caso 1, norma infinito . . . . .	21
4-2.	Desviaciones de parámetros ideales caso 2, norma infinito . . . . .	22
4-3.	Desviaciones de parámetros ideales caso 3, norma infinito . . . . .	23
4-4.	Desviaciones de parámetros ideales caso 1, norma dos . . . . .	23
4-5.	Desviaciones de parámetros ideales caso 2, norma dos . . . . .	24
4-6.	Desviaciones de parámetros ideales caso 3, norma dos . . . . .	25
5-1.	Parámetros de la suspensión activa . . . . .	29
5-2.	Desviaciones del modelo de referencia . . . . .	36

<u>Figura</u>	Índice de figuras	<u>Página</u>
2-1. Control basado en Modelo de Referencia . . . . .		4
2-2. Control no falsificado . . . . .		7
2-3. UC realimentado . . . . .		8
2-4. Técnica Basada en Correlación con un solo experimento . . . . .		8
2-5. Norma 2 . . . . .		10
2-6. Norma Infinito . . . . .		10
3-1. Seguimiento a un modelo de referencia . . . . .		13
3-2. Diagrama control basado en datos mediante conjuntos de membresía .		14
3-3. Ruido a la entrada con conjuntos de membresía . . . . .		15
4-1. Límites de los parámetros para el caso 1 con norma infinito . . . . .		21
4-2. Límites de los parámetros para el caso 2 con norma infinito . . . . .		22
4-3. Límites de los parámetros para el caso 3 con norma infinito . . . . .		23
4-4. Límites de los parámetros para el caso 1 con norma dos . . . . .		24
4-5. Límites de los parámetros para el caso 2 con norma dos . . . . .		25
4-6. Límites de los parámetros para el caso 3 con norma dos . . . . .		25
4-7. Respuesta escalón de los controladores caso 2 . . . . .		26
4-8. Respuesta escalón cuando controlador ideal no pertenece a $\beta(\rho, z)$ . .		27
4-9. Límites de los parámetros para el caso 3 con norma infinito cuando el controlador ideal no pertenece a $\beta(\rho, z)$ . . . . .		27
5-1. Suspensión activa . . . . .		28
5-2. Respuesta escalón en lazo abierto de la suspensión . . . . .		29
5-3. Respuesta en frecuencia de la suspensión . . . . .		30
5-4. Respuesta a escalón y respuesta en frecuencia del modelo de referencia		30

5-5. Datos obtenidos en el experimento 1 . . . . .	31
5-6. Esquema para adquirir datos . . . . .	32
5-7. Parámetros hallados con DDCCSM experimento 1 norma infinito . . . . .	32
5-8. Parámetros hallados con DDCCSM experimento 1 norma 2 . . . . .	33
5-9. Datos obtenidos en el experimento 2 . . . . .	33
5-10. Parámetros hallados con DDCCSM experimento 2 norma infinito . . . . .	34
5-11. Parámetros hallados con DDCCSM experimento 2 norma dos . . . . .	35
5-12. Planta aumentada para controladores $H_2$ y $H_\infty$ . . . . .	35
5-13. Respuesta al escalón para diferentes controladores en la suspensión activa . . . . .	36
5-14. Diagrama de Bode para los controladores de la suspensión activa . . . . .	37

## LISTA DE ABREVIATURAS

DDC	Data driven Control (control basado en datos).
SMIT	Set Membership Identification Theory (Teoría de identificación mediante conjuntos de membresía).
DDCSM	Data driven Control with Set Membership(control basado en datos mediante conjuntos de membresía).
IFT	Iterative feddback tuning(Sintonización mediante realimentación iterativa).
ICbT	Iterative Correlation Based Tuning (Sintonización iterativa basada en correlación)
CbT	Correlation Based Tuning (Sintonización basada en correlación)
VRFT	Virtual Reference Feedback Tuning (Sintonización mediante referencia virtual)
CbT-Gs	Correlation Based Tuning with guarantee stability (Sintonización basada en correlación con garantia de estabilidad)
UBB	Unknow but bounded (Desconocido pero limitado)
SeDuMi	Self Dual minimization (Auto minimización Dual)
Wdif	Weigth difference (Peso de la diferencia, mascara)

# Capítulo 1

## INTRODUCCION

El proceso clásico de diseño de controladores para sistemas dinámicos depende altamente de la calidad del modelo matemático de la planta. A nivel industrial los modelos confiables de sistemas dinámicos resultan altamente complejos o su construcción implica costos excesivos [1]. La necesidad de modelos confiables y simples usados con el fin de diseñar controladores llevó a plantear la teoría de identificación de sistemas [2], en ella no se requiere conocer exactamente las leyes que rigen el sistema dinámico, a cambio de ello, se realizan experimentos adecuados en la planta y cuyos resultados se usan para inferir las propiedades del sistema que los produjo [2].

En el enfoque clásico el diseño de controladores basados en modelo se deben resolver dos problemas de optimización, la solución al primero permite identificar el modelo matemático de la planta, y la solución del problema restante ayuda a sintonizar el controlador adecuado; cabe mencionar que en problemas reales se requieren reducciones de orden de los controladores hallados [1]. La identificación de modelos matemáticos de plantas industriales mediante datos (IT) inspiró la sintonización directa de controladores a partir de datos (DDC), en la cual se plantea resolver en un solo paso el problema de control usando diferentes enfoques tales como los descritos en el primer capítulo de este trabajo.

Este trabajo esta enfocado en el diseño y evaluación de una técnica novedosa para resolver el problema DDC usando la Teoría de Identificación Mediante Conjuntos de

Membresía (SMIT) descrita detalladamente en [3], la técnica sugerida aquí es llamada Conjuntos de Membresía para Identificación Directa de controladores (DDCSM) y está descrita detalladamente en el capítulo 3. En el capítulo 2 se resumen algunas de las técnicas DDC más recientes, y se introduce brevemente SMIT. En el capítulo 4 se muestra una evaluación de DDCSM en un problema teórico simulado, y finalmente en el Capítulo 5 se realiza la evaluación de DDCSM en un problema de control de seguimiento en la suspensión activa, donde se hace una comparación con controladores  $H_2$  y  $H_\infty$ .

**Nota aclaratoria:** Debido a que en la bibliografía estudiada los diferentes métodos y técnicas se describen con siglas en idioma inglés, y se considera que el lector puede necesitar referirse con relativa facilidad a tales métodos, entonces a pesar de que este informe se encuentra en idioma español se mantiene el uso de las siglas en su idioma original, inglés.

## Capítulo 2

# MARCO TEÓRICO

En este capítulo se encuentran las principales técnicas de identificación directa de controladores basados en datos, y un resumen de la teoría SMIT; cabe mencionar que existen otras técnicas DDC pero aquí se habla de las más cercanas al enfoque DDSCM en cuanto a la forma de recolectar la información, el procedimiento aplicado, y el tipo de controladores usados. Un resumen interesante y amplio de varias técnicas puede ser encontrado en [4].

### 2.1. Control basado en datos (DDC)

Como se mencionó anteriormente DDC pretende resolver el problema básico de control, la solución a este contiene los parámetros óptimos (en algún sentido) de un controlador diseñado de acuerdo a los objetivos de desempeño; a groso modo existen dos pasos en las técnicas DDC, el primero consiste en aplicar señales adecuadas a la planta y medir su salida en lazo abierto, la idea es no usar suposiciones o modelos numéricos de la planta identificados previamente; en el paso final los datos obtenidos ingresan a un algoritmo cuya salida es un vector de parámetros del controlador. La realización del experimento implica una limitante y es que las plantas deben ser estables, en las siguientes secciones se verá que algunas de las técnicas permiten tomar los datos en lazo cerrado, sin embargo se hace necesario verificar estabilidad en lazo cerrado o identificar un controlador estabilizante, esto último produce un círculo vicioso del problema principal.

Algunos métodos para el diseño directo de controladores basados en datos se han propuesto recientemente en [5],[6],[7] y [8]. Los métodos se pueden clasificar en dos grupos: los que necesitan de una serie de experimentos para ajustar progresivamente los parámetros del controlador, y en los que basta un experimento para calcular el controlador.

La sintonización iterativa de realimentación (IFT) [5] y la sintonización iterativa basada en correlación (ICbT) [6] hacen parte del primer grupo, y dada su naturaleza pertenecen a las técnicas de control adaptativo, mientras que VRFT [7], la sintonización basada en correlación con garantía de estabilidad (CbT-GS) [1] y el control no falsificado (UC) [9] hacen parte del segundo grupo; las últimas son más apropiadas para resolver problemas industriales de control, debido a que la realización de múltiples experimentos resulta costosa, y generalmente se deben generar paradas de producción. Como se describirá en las secciones siguientes los enfoques mencionados se basan en procesos estocásticos, y solucionan el problema del ruido (incertidumbre en la medida) usando *variables instrumentales*, considerando distribuciones de ruido parcialmente conocidas, y los resultados de convergencia y estabilidad solo son válidos para conjuntos de datos infinitamente largos. Se describen a continuación 3 de las técnicas no iterativas.

### 2.1.1. Sintonización mediante referencia virtual (VRFT)

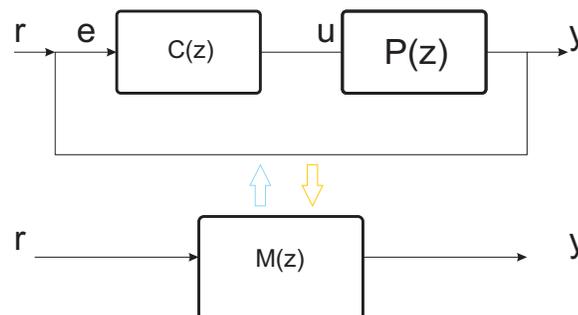


Figura 2–1: Control basado en Modelo de Referencia

Dada una planta lineal SISO desconocida y un problema de control donde las especificaciones en lazo cerrado están descritas por un modelo de referencia estrictamente propio, el objetivo es diseñar un controlador lineal parametrizado de orden fijo para el cual el lazo cerrado se comporte de manera similar al modelo de referencia, tal y como se observa en la Figura 2-1. En VRFT se intenta minimizar (2.1):

$$J_{mr}(\rho) = \left\| \left( \frac{P(z)C(z)}{1 + P(z)C(z)} - M(z) \right) W(z) \right\|_2^2 \quad (2.1)$$

El algoritmo propuesto en [7] para solucionar el problema se describe a continuación:

---

**Algorithm 1** VRFT

---

**Entrada:**  $u(t), y(t), M(z), \beta(z)$

Calcular lo siguiente:  $\bar{r}(t) = M^{-1}(z)y(t)$   
 $e(t) = y(t) - \bar{r}(t)$

Filtrar las señales de error y la entrada así:

$$e_l(t) = L(z)e(t)$$

$$u_l(t) = L(z)u(t)$$

Seleccionar el vector de parámetros del controlador que minimice la siguiente función objetivo

$$J_{vr}(\rho) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (u_l(t) - C(z, \rho)e_l(t))^2 \quad (2.2)$$

**Salida:**  $\rho$

---

Donde:  $M(z)$  es el modelo de referencia seleccionado de acuerdo a los objetivos de desempeño,  $P(z)$  representa la planta a controlar,  $\beta(z)$  es la base seleccionada para describir el controlador,  $C(z)$  es el controlador a diseñar y  $W(z)$  es un filtro de ponderación que el diseñador del control puede usar para afinar el ajuste en determinado conjunto de frecuencias. Cuando el controlador se parametriza de manera lineal el cálculo de  $\rho$  se reduce la clásica solución con métodos de error de predicción (PEM) en [2]. Cabe mencionar que el algoritmo funciona con  $u(t)$  suficientemente informativa y persistentemente excitante [2]. Aunque el mínimo de (2.1) y (2.2) no coinciden, en [7] se demuestra que al aplicar un filtro  $L$  a los datos, los argumentos

de (2.1) y (2.2) son cercanos y con ello la solución a (2.2) es sub-óptima, y puede ser una solución viable para el problema de seguimiento a un modelo de referencia; El filtro mencionado es  $L(z) = (1 - M(z))M(z)$ , y su deducción se detalla en [7].

Para atacar el problema con ruido en VRFT se plantean dos opciones, ambas basadas en la técnica de variables instrumentales. La primera requiere realizar un nuevo experimento en la planta cuya entrada  $u$  sea la misma aplicada en el experimento anterior, lo cual resulta improcedente y difícil de lograr en un ambiente industrial. El segundo enfoque requiere de la estimación del modelo de la planta. En el ámbito de variables instrumentales los parámetros se obtienen mediante (2.3) :

$$\rho_N^{IV} = \left[ \sum_{t=1}^N \xi(t) \tilde{\varphi}_L(t)^T \right]^{-1} \left[ \sum_{t=1}^N \xi(t) u_L(t) \right] \quad (2.3)$$

Si el controlador se parametriza linealmente con  $\rho$  como parámetro:  $C(z) = \beta(Z)\rho$ , y se usa un segundo experimento para eliminar el efecto del ruido, entonces las variables instrumentales se describen como en (2.3).

$$\zeta(t) = \beta(Z)L(z)(M(z)^{-1} - 1)y'(t) \quad (2.4)$$

Donde  $y'(t)$  es la secuencia obtenida en el segundo experimento. Cuando se usa la identificación de la planta las variables instrumentales son:

$$\zeta(t) = \beta(Z)L(z)(M(z)^{-1} - 1)\hat{y}(t) \quad (2.5)$$

Donde  $\hat{y}(t)$  es la secuencia estimada al simular el modelo obtenido de la planta.

En (2.3) el regresor se describe así:

$$\tilde{\varphi}_L(t) = \beta(z)L(z)(M(z)^{-1} - 1)\tilde{y}(t) \quad (2.6)$$

La técnica VRFT ha sido usada en varias configuraciones de control, incluso resulta funcional para controladores con dos grados de libertad como se explica en [10], y permite la toma de datos en lazo cerrado, claro esta que el lazo debe ser estable.

### 2.1.2. Control basado en datos mediante no falsificación (UC)

El objetivo principal de este método es identificar leyes de control consistentes con los objetivos de desempeño y coherentes con los datos experimentales. Gran parte de los descubrimientos científicos se basan en hipótesis determinar que una hipótesis es falsa usando para ello datos experimentales, en el ámbito de UC se busca a partir de una familia inicial de controladores eliminar paulatinamente los que no cumplan con los objetivos de desempeño, o que falsifiquen los datos experimentales, obteniendo así un conjunto de controladores que explican los datos como se observa en 2-2.

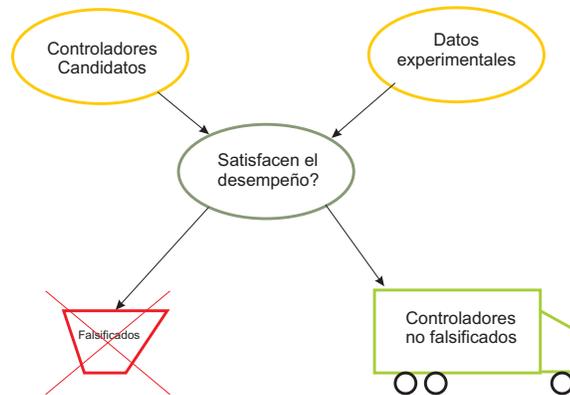


Figura 2-2: Control no falsificado

En términos matemáticos teniendo en cuenta los términos de la figura 2-3, el proceso para obtener el controlador no falsificado se describe a continuación: Un controlador es falsificado si existe información suficiente para deducir que las especificaciones de desempeño  $T_{spec}$  para  $(r, y, u) \in T_{spec}$  son violadas si tal controlador está conectado en lazo de realimentación como en la figura 2-3. En otro caso la ley de control  $K$  se dice que no es falsificada.

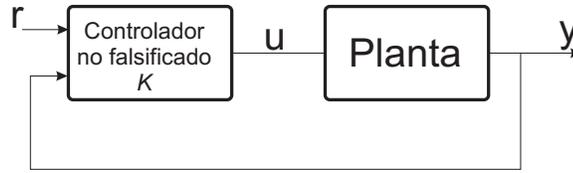


Figura 2-3: UC realimentado

### 2.1.3. Control mediante correlación (CbT)

Al igual que en VRFT en esta técnica la búsqueda del controlador se realiza teniendo en cuenta un modelo de referencia que encapsula las especificaciones de desempeño, tal y como se observa en la figura 2-1.

En CbT descrita en [1] se convexifica el problema de control mediante diferentes aproximaciones y modificaciones al diagrama de bloques de la figura 2-1, lo cual lleva a plantear el criterio de optimización como se muestra en la Figura 2-4 de la cual se puede representar la señal de error en términos del vector de parámetros del controlador  $\rho$  como se muestra en (2.7).

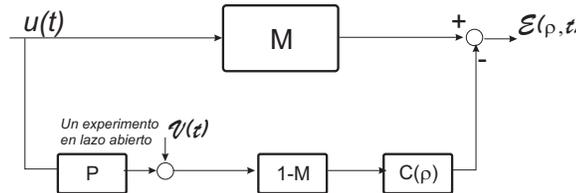


Figura 2-4: Técnica Basada en Correlación con un solo experimento

$$\varepsilon(\rho, t) = [M - P(1 - M)C(\rho)] r(t) - (1 - M)C(\rho)v(t) \quad (2.7)$$

Donde los sistemas M,P y C son el modelo de referencia, la planta y el controlador respectivamente, y las variables  $u$  es la entrada del experimento que se requiere para obtener los datos, y  $v$  es el ruido en la medida obtenido en dicho experimento. Al observar (2.7) se puede concluir que el controlador ideal se debe seleccionar de manera que el error no se encuentre correlacionado con la señal de referencia, para ello se necesita minimizar la función de correlación de la Ecuación (2.8):

$$f(\rho) = E \{ \zeta_w(t) \varepsilon(\rho, t) \} \quad (2.8)$$

Donde  $\zeta_w(t)$  es un vector de variables instrumentales correlacionado con la señal de referencia y no correlacionado con el ruido  $v(t)$ , como el que se muestra en la Ecuación (2.9)

$$\zeta_w(t) = [r_w(t+l), r_w(t+l-1), \dots, r_w(t-l)]^T \quad (2.9)$$

Con  $l$  siendo un entero suficientemente grande. Con todo lo anterior los parámetros que sintonizan el controlador se calculan al solucionar lo siguiente:

$$\hat{\rho} = \arg \min_{\rho} J_c(\rho) = f^T(\rho) f(\rho) = \sum_{\tau=-l}^l R_{\varepsilon r_w}^2(\tau) \quad (2.10)$$

Los detalles para la solución están descritos en [1]. Finalmente cabe anotar que existen técnicas recursivas (adaptativas) que usan los resultados de varios experimentos para sintonizar el controlador tales como IFT e ICbT tratadas en [11] y [12] respectivamente.

## 2.2. Teoría de identificación mediante conjuntos de membresía (SMIT)

En muchos contextos hacer una hipótesis estocástica del ruido es cuestionable, una alternativa interesante conocida como aproximación Set Membership o UBB (Desconocido pero limitado) se propuso a finales de los 60. En esta formulación la incertidumbre se describe como un ruido aditivo del cual solamente son conocidos sus límites inferiores y superiores, medidos con alguna norma. En general, las técnicas Set Membership permiten solucionar problemas de estimación con ruido de amplitud limitada, energía limitada o ruido limitado en alguna norma, como las descritas a continuación.

### 2.2.1. Norma Dos

Esta norma se describe así:  $e \in B_e$  tal que:

$$B_e^2 = \left\{ \tilde{e} \in \mathbf{R}^n : \|\tilde{e}\|_2 = \sqrt{\sum_{i=1}^N \tilde{e}_i^2} \leq \varepsilon \right\}$$

Gráficamente se muestra en la Figura 2-5.

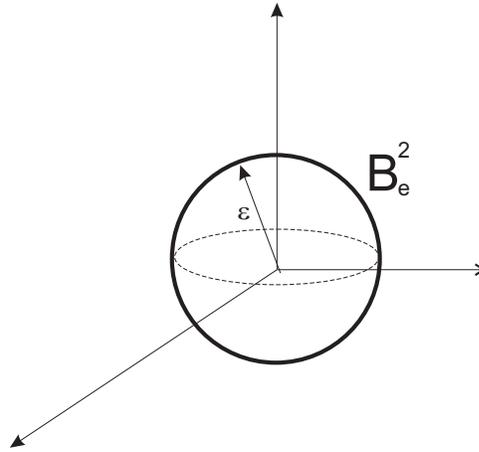


Figura 2-5: Norma 2

### 2.2.2. Norma infinito

Esta norma se describe así:  $e \in B_e$  tal que:

$$B_e^\infty = \{\tilde{e} \in \mathbf{R}^n : \|\tilde{e}\|_\infty = \text{máx}_{i=1,2,3,\dots,N} |\tilde{e}_i| \leq \varepsilon\}$$

Gráficamente se muestra en la Figura 2-6.

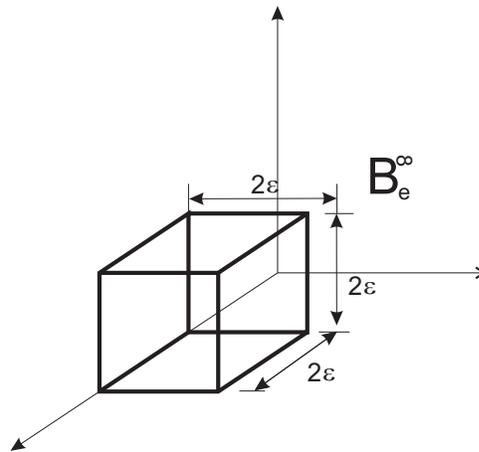


Figura 2-6: Norma Infinito

El problema Set Membership planteado en [13] en el contexto de identificación de sistemas se describe a continuación: Dado:

$$y^N = F_N(S^o) + e^N \quad (2.11)$$

Con  $y^N$  siendo un vector n-dimensional de medidas,  $F_N$  es el operador de información que indica como las medidas dependen del sistema  $S^0$ , y  $e^N$  es el error de cada una de las medidas. Asumiendo  $K$  como un conjunto compacto de sistemas dinámicos, y  $e^N \in B_e$  donde  $B_e$  es un conjunto acotado como los descritos en las secciones anteriores, el objetivo es derivar un modelo y evaluar el error de identificación que se garantiza con base en el número finito de medidas adquirido, teniendo en cuenta el ruido de las mismas. La clave de este enfoque se encuentra en identificar el FSS (Conjunto factible de sistemas), definido como el conjunto de sistemas coherente con la información a-priori y las medidas, el FSS se describe en la Ecuación (2.12):

$$FSS(K, \mathbf{B}e, F_N, y^N) \triangleq \{S \in K : y^N = F_N(S^o) + \tilde{e}^N, \tilde{e}^N \in \mathbf{B}e\} \quad (2.12)$$

Dado que el objetivo principal de este trabajo es diseñar un controlador mediante el uso de datos experimentales, el lector podrá observar en el capítulo siguiente que el problema de diseño se ataca definiendo previamente el conjunto factible de controladores de manera similar al conjunto factible de sistemas ya descrito.

# Capítulo 3

## DESARROLLO TEÓRICO DE LA TÉCNICA DDCSM

Las técnicas mencionadas para identificar controladores a partir de datos, solucionan el problema de ruido aditivo en la medida desde un punto de vista estocástico, lo cual es adecuado cuando dicho ruido es blanco y de media cero, en muchos contextos hacer tal hipótesis resulta cuestionable, por ello resulta interesante plantear y solucionar el problema de síntesis directa de controladores usando la técnica Set Membership, la cuál ha sido usada satisfactoriamente para la identificación de plantas y de observadores a partir de datos [14] y [15].

### 3.1. Formulación del problema

Dada una planta  $P$  cuya función de transferencia es desconocida, pero lineal y estable, establecidos también una serie de criterios de desempeño que se pueden traducir en un modelo de referencia ( $M$ ) en lazo cerrado, y una familia de controladores descritos mediante una base  $\beta(z)$  linealmente parametrizados con un vector  $\rho$ , se requiere encontrar  $\rho$  tal que el lazo cerrado se comporte tal y como el modelo de referencia seleccionado. Para subsanar el problema de tener una planta cuyo modelo es desconocido se cuenta con una base de datos proveniente de un experimento ( $u$  como entrada, y  $y$  salida) en lazo abierto. En consecuencia se requiere un algoritmo  $\phi$  descrito como sigue:

$$\phi(M, \beta, u, y) = \hat{\rho} \tag{3.1}$$

Donde el algoritmo debe minimizar la siguiente función:

$$J_{MR} = \left\| \left( \frac{P(z)C(z, \rho)}{1 + P(z)C(z, \rho)} - M(z) \right) \right\|_P \quad (3.2)$$

Para alguna norma  $P$ . En este trabajo se usa la norma 2 y la norma infinito.

### 3.2. Hipótesis

En esta investigación se considera que la solución al problema no es única, y que existe un conjunto de controladores coherentes con los datos del experimento y adecuados para hacer un seguimiento del modelo de referencia (minimiza (3.2)), lo anterior basado en la teoría SMIT en la cual se muestra que existe un conjunto factible de sistemas coherente con los datos y las hipótesis sobre la familia de sistemas.

Las principales hipótesis en la técnica DDSCM son:

- La planta a controlar es LTI.
- La base seleccionada para expandir el controlador genera un conjunto no vacío de controladores
- El modelo de referencia seleccionado es alcanzable.
- Los datos del experimento no presentan saturaciones.
- El ruido en la medida es limitado en alguna norma.

### 3.3. Conjunto factible de controladores

El problema de control de seguimiento a un modelo de referencia se resume en la Figura 3-1.

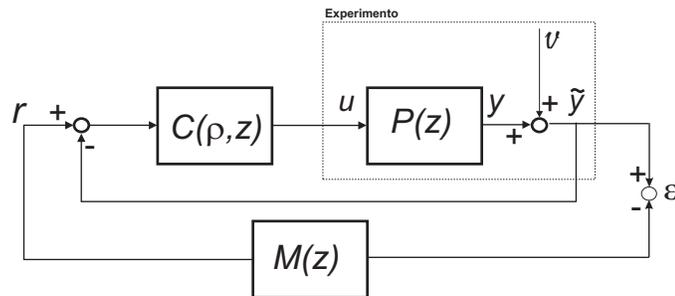


Figura 3-1: Seguimiento a un modelo de referencia

El objetivo es que el error  $\varepsilon$  tienda a cero, si se asume  $\varepsilon = 0$  el diagrama de bloques se puede reacomodar tal y como se muestra en la Figura 3-2.

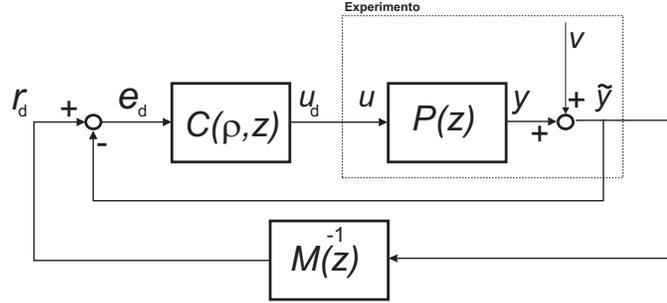


Figura 3-2: Diagrama control basado en datos mediante conjuntos de membresía. En las Figuras 3-2 y 3-1  $C, P$  y  $M$  son el controlador, la planta, y el modelo de referencia respectivamente,  $u$  es la entrada aplicada e  $\tilde{y}$  es la salida ruidosa obtenida en el experimento,  $r_d, e_d$  y  $u_d$  son la referencia, el error y la entrada generadas por los datos del experimento y la aplicación del modelo de referencia a los mismos. Por lo tanto si se realiza una búsqueda de los parámetros  $\rho$  tales que  $u_d$  obtenida con los datos y  $u$  sean exactamente iguales (o que difieran en una distancia mínima producida posiblemente por el ruido en la medida o redondeo en los datos por cuantificación), esta nos puede llevar a encontrar un conjunto adecuado de controladores.

De la Figura 3-2 se puede plantear la relación (3.3):

$$e_d = r_d - (y + v) \quad (3.3)$$

La cual se puede escribir en términos de  $y$  dado que  $r_d = M^{-1}(y+v)$ . Esto se observa en 3.4.

$$e_d = (M^{-1} - 1)y + (M^{-1} - 1)v \quad (3.4)$$

Además, se puede ver el efecto del controlador en la Ecuación (3.5)

$$u_d = (M^{-1} - 1)C(\rho, z)y + (M^{-1} - 1)C(\rho, z)v \quad (3.5)$$

En el caso ideal (sin ruido)  $r_d$  debería depender únicamente del modelo de referencia, y con ello los términos  $u$  y la  $u_d$  producida por los datos deberían ser iguales cuando el controlador es ideal también, no obstante el término del ruido  $v$  debe tenerse en cuenta para aplicaciones reales. Con lo anterior se obtiene entonces un problema de conjuntos de membresía (SM) con ruido a la entrada como el mostrado en la Figura 3-3.

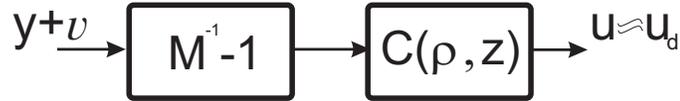


Figura 3-3: Ruido a la entrada con conjuntos de membresía

En la bibliografía estudiada el problema SM con ruido en la entrada aún no ha sido solucionado, por ello en este trabajo se supone que el ruido  $v$  acotado atraviesa el sistema  $M^{-1} - 1$  y el controlador (desconocido), y esto produce una diferencia entre  $u$  y  $u_d$ , a esta diferencia se le llamará  $d_u$ , con esto se definen las bolas de error de la Ecuación 3.6:

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_{d_u}^2 &= \left\{ \tilde{d}_u \in \mathbf{R}^n : \left\| \tilde{d}_u \right\|_2 = \sqrt{\sum_{i=1}^N \tilde{d}_{ui}^2} \leq B_u \right\} \\ \mathbf{B}_{d_u}^\infty &= \left\{ \tilde{d}_u \in \mathbf{R}^n : \left\| \tilde{d}_u \right\|_\infty = \max_{i=1,2,3,\dots,N} \left| \tilde{d}_{ui} \right| \leq B_u \right\} \end{aligned} \quad (3.6)$$

¿Cuál es la mínima diferencia? ¿Cuál norma usar? ¿Cómo se comporta el conjunto resultante de acuerdo con valor usado para tal diferencia? Todas estas preguntas se intentan responder de manera experimental en la sección y capítulos siguientes.

Por otra parte, usando  $m$  parámetros lineales se define la familia de controladores en la Ecuación 3.7:

$$C(\rho, z) = \sum_{i=1}^m \beta_i(\rho, z) \cdot \rho_i \quad (3.7)$$

La búsqueda de  $C(\rho, z)$  ideal se puede hacer en diferentes clases linealmente parametrizadas, tales como FIR, y modelos de Laguerre expuestos en [16]. De acuerdo

con SMIT es posible definir un conjunto factible de controladores que sean coherentes con los datos, el modelo de referencia y el ruido limitado en alguna norma. Se destaca que en la técnica DDCSM que se planteará el ruido no se encuentra necesariamente modelado en forma estocástica. Algunos ejemplos se expondrán en los capítulos siguientes.

### 3.3.1. Conjunto factible de controladores y convexidad

Teniendo en cuenta las hipótesis a-priori y los datos experimentales es posible describir el conjunto factible de controladores así:

$$FCS(u, y, \beta(\rho, z), M(z), \mathbf{B}e, \rho_{\text{máx}}) \triangleq \{C(\rho, z) \in \beta(\rho, z) : u_d = u, v(t) \in \mathbf{B}e, \rho < \rho_{\text{máx}}\} \quad (3.8)$$

Debido lo expuesto en la Figura 3-3, el conjunto factible de controladores es:

$$FCS(u, \tilde{y}, u_d, \beta(\rho, z), M(z), \mathbf{B}_{d_u}, \rho_{\text{máx}}) \triangleq \{C(\rho, z) \in \beta(\rho, z) : d_u \in \mathbf{B}_{d_u}, \rho < \rho_{\text{máx}}\} \quad (3.9)$$

Lo cual usando la definición de  $\mathbf{B}_{d_u}$  se puede reescribir como muestra la Ecuación 3.10:

$$FCS(u, \tilde{y}, u_d, \beta(\rho, z), M(z), B_u, \rho_{\text{máx}}) \triangleq \left\{ C(\rho, z) \in \beta(\rho, z) : \|u - u_d\|_p \leq B_u, \rho < \rho_{\text{máx}} \right\} \quad (3.10)$$

En SMIT se usa la representación matricial para describir los conjuntos factibles, se recurre a dicha representación para tratar el controlador como un sistema dinámico (planta) a identificar. Dado que el sistema a identificar (controlador) tiene como entrada la señal de error  $e_d$ , el operador información es el que se muestra:

$$\mathbf{F}^N = \mathbf{E}^N \mathbf{C}^N \quad (3.11)$$

Con:

$$\mathbf{E}^N = \begin{bmatrix} e_0 & 0 & \cdots & 0 \\ e_1 & e_0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ e_{N-1} & e_{N-2} & \cdots & e_0 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

La matriz  $\mathbf{E}$  se obtiene con los datos obtenidos de la Ecuación (3.3),  $C^N$  encapsula en cada columna la respuesta al impulso de cada uno de los términos de la base seleccionada para modelar el controlador ( $\beta(\rho, z)$ ), con ello y asumiendo que el controlador se parametriza en forma lineal, se puede enunciar que:

$$\mathbf{U}_d^N = \mathbf{F}^N \rho + d_u^N \quad (3.13)$$

Donde se asume que  $d_u^N$  representa el efecto explicado en la sección anterior, y  $U_d^N$  es el arreglo de N muestras de entrada a la planta. En concordancia con todo lo anterior el FCS se puede reescribir así:

$$FCS(u, \tilde{y}, \beta(\rho, z), M(z), B_u, \rho_{\text{máx}}) = \left\{ C(\rho, z) \in \beta(\rho, z) : \|\mathbf{U}_d^N - \mathbf{F}^N \rho\|_p \leq B_u, |\rho| < \rho_{\text{máx}} \right\}$$

Asumiendo un controlador con  $m$  grados de libertad, se concluye que las restricciones que describen el conjunto de controladores buscado son:

- $\|\mathbf{U}_d^N - \mathbf{F}^N \rho\|_p \leq B_u$
- $|\rho_k| < \rho_{\text{máx}}$  para  $k = 1, 2, \dots, m$

Se define que un controlador parametrizado por  $\rho$  que cumpla con estas restricciones es factible para solucionar el problema. Finalmente se observa que la primera condición es lineal para los parámetros  $\rho$  por lo tanto es convexa, lo mismo sucede con la última condición por ser un cono.

### 3.4. Solución mediante optimización

El conjunto de controladores se puede hallar determinando los límites para los parámetros del controlador. Los límites inferiores del conjunto acotado de parámetros factibles para el controlador se describen así:

$$\begin{aligned} & \underset{\rho}{\text{mín}} \rho_k \\ \text{s.t. } & \left\| \mathbf{U}_d^N - \mathbf{F}^N \rho \right\|_p \leq B_u \\ & |\rho_k| < \rho_{\text{máx}} \end{aligned} \quad (3.15)$$

Los límites superiores del conjunto acotado de parámetros factibles para el controlador se determinan solucionando el siguiente problema de optimización:

$$\begin{aligned} & \underset{\rho}{\text{máx}} \rho_k \\ \text{s.t. } & \left\| \mathbf{U}_d^N - \mathbf{F}^N \rho \right\|_p \leq B_u \\ & |\rho_k| < \rho_{\text{máx}} \end{aligned} \quad (3.16)$$

Debido a que  $B_u$  es desconocido se realiza una búsqueda incremental del punto desde el cuál el problema es factible, para ello se propone la siguiente rutina:

---

#### Algorithm 2 DDCSM

---

**Entrada:**  $u(t), y(t), M(z), \beta(z), \max B_u, \delta, \rho_{\max}$

$$B_u = 0$$

**mientras**  $B_u < \max B_u$  **hacer**

Resolver (3.15) y (3.16) y Calcular  $\hat{\rho} = \frac{\rho_{\text{máx}} + \rho_{\text{mín}}}{2}$

$$B_u = B_u + \delta$$

**fin mientras**

**Salida:**  $\hat{\rho}$

---

El valor de  $\max B_u$  es seleccionado por el usuario, lo mismo que el incremento de búsqueda  $\delta$ , la solución de (3.15) y (3.16) se puede realizar con cualquier solver de optimización convexa, en particular para este trabajo se usó SEDUMI junto con la

toolbox CVX de Matlab. A medida que el algoritmo avanza resuelve el problema de optimización indicando si resulta o no factible, cuando es factible informa los límites de  $\rho$  y la media entre estos límites, algunos ejemplos de esto se muestran en el siguiente capítulo.

## Capítulo 4

# EVALUACIÓN EN SIMULACIÓN

La técnica DDCSM se somete a prueba en este apartado, se estudian diferentes casos de acuerdo con el tipo de ruido y normas consideradas.

### 4.1. Problema tratado

Dada la planta y modelo de referencia siguientes:

$$P(z) = \frac{z^{-1}}{1 - 0,6z^{-1}}, M(z) = \frac{0,6z^{-1}}{1 - 0,4z^{-1}}$$

Se requiere calcular un controlador que realice un seguimiento perfecto al modelo de referencia, este problema se puede resolver algebraicamente y el resultado es:

$$C(z) = \frac{0,6 - 0,36z^{-1}}{1 - z^{-1}} \quad (4.1)$$

En los experimentos siguientes se asumirá que la clase de controladores es conocida, por ello se parte de la siguiente clase:

$$\beta(\rho, z) = \frac{\rho_1 - \rho_2 z^{-1}}{1 - z^{-1}}$$

El objetivo es determinar  $\rho_1$  y  $\rho_2$ , para ello se aplica como entrada ruido blanco de varianza 0.1 y se usan 512 muestras con un periodo de 0.05. En seguida se estudian 3 casos para cada norma para lo cual el problema de optimización convexo se resuelve con Matlab usando la toolbox CVX desarrollada por Boyd, y el solver SeDuMi, la precisión usada para cvx es  $1,49e - 008$ .

#### 4.1.1. Experimentos con Norma Infinito

En el primer caso el ruido en la medida es nulo. La búsqueda de  $\rho_1$  y  $\rho_2$  se realiza con el algoritmo DDCCSM descrito en el capítulo anterior, para  $0 < B_u < 2$  y se obtiene el resultado de la Figura 4-1, en la cual se observa que la solución es factible para casi todo el rango considerado (a partir de 0.2), esto resulta natural por que este término corresponde al efecto del ruido. La tabla 4-1 muestra las desviaciones porcentuales de  $\rho_1$  y  $\rho_2$  respecto a los valores ideales:

Tabla 4-1: Desviaciones de parámetros ideales caso 1, norma infinito

Parámetro	Valor
$MD_{\rho_1}$	0.050 %
$MD_{\rho_2}$	0.007 %
$\bar{D}_{\rho_1}$	0.05 %
$\bar{D}_{\rho_2}$	0.08 %
$D_{ss\rho_1}$	0.05 %
$D_{ss\rho_2}$	0.08 %

Donde:  $MD_{\rho_i}$ ,  $\bar{D}_{\rho_i}$  y  $D_{ss\rho_i}$  son la máxima desviación, el promedio de la desviación y la desviación en estado estable para  $\rho_i$ , a partir de que la solución es factible. De la Tabla 4-1 se concluye que se realiza una estima muy precisa para los parámetros.

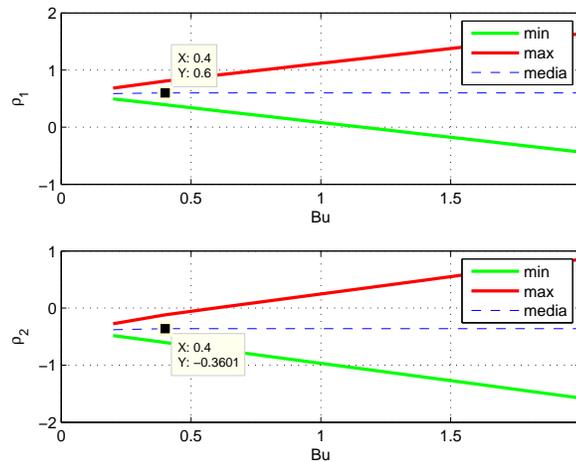


Figura 4-1: Límites de los parámetros para el caso 1 con norma infinito

Para el segundo caso (4-2): se considera ruido blanco en la medida ( $v$  en la Figura 3-2) con una varianza 10 veces menor a la entrada ( $u$ ), se observa que el límite de

factibilidad aumenta (0.4), por otra parte se observa que el valor de los parámetros se estabiliza después de  $B_u = 1,8$ . Un resumen de los resultados se muestra en la Tabla 4-2

Tabla 4-2: Desviaciones de parámetros ideales caso 2, norma infinito

Parámetro	Valor
$MD_{\rho_1}$	6.6 %
$MD_{\rho_2}$	1.2 %
$\bar{D}_{\rho_1}$	9.15 %
$\bar{D}_{\rho_2}$	5 %
$D_{ss\rho_1}$	6.6 %
$D_{ss\rho_2}$	2.7 %

Se observa que las desviaciones estudiadas son considerables, y consecuentemente el sistema en lazo cerrado no se comportará de manera similar al modelo de referencia.

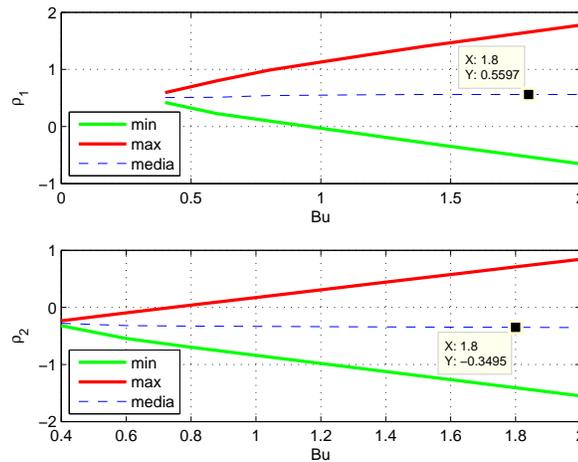


Figura 4-2: Límites de los parámetros para el caso 2 con norma infinito

Para el último caso: Se usa ruido tipo offset en la medida ( $v$ ) y con amplitud 3 veces menor a la varianza de la señal de entrada  $u$ . En la Figura (4-3) se muestra que el límite de factibilidad es el mismo del caso 2, sin embargo el valor de los parámetros se estabiliza después de  $B_u = 1$  y tales parámetros son adecuados para seguimiento de acuerdo a la tabla 4-3

Tabla 4-3: Desviaciones de parámetros ideales caso 3, norma infinito

Parámetro	Valor
$MD_{\rho_1}$	0.12 %
$MD_{\rho_2}$	0.05 %
$\bar{D}_{\rho_1}$	0.12 %
$\bar{D}_{\rho_2}$	0.05 %
$D_{ss\rho_1}$	0.12 %
$D_{ss\rho_2}$	0.05 %

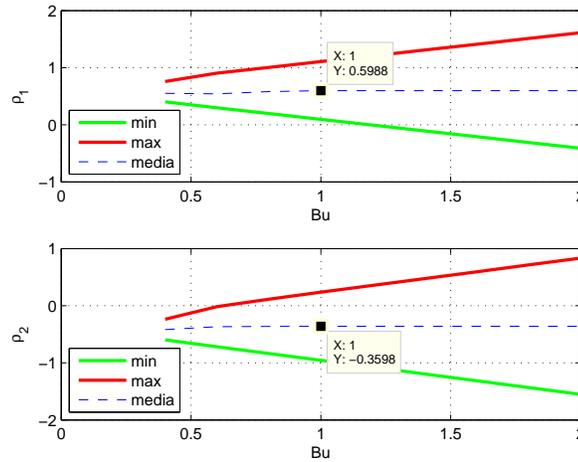


Figura 4-3: Límites de los parámetros para el caso 3 con norma infinito

#### 4.1.2. Experimentos con norma dos

En el primer caso el ruido en la medida es nulo. Al resolver el problema de optimización para  $0 < B_u < 2$  se obtiene el resultado de la Figura 4-4, en la cual se observa que la solución es factible a partir de  $B_u = 0,6$  y la media se mantiene estable a partir de dicho valor, se resalta también que la media coincide con los parámetros óptimos, esto se tabula en 4-4.

Tabla 4-4: Desviaciones de parámetros ideales caso 1, norma dos

Parámetro	Valor
$MD_{\rho_1}$	0.03 %
$MD_{\rho_2}$	0.03 %
$\bar{D}_{\rho_1}$	0.03 %
$\bar{D}_{\rho_2}$	0.03 %
$D_{ss\rho_1}$	0.03 %
$D_{ss\rho_2}$	0.03 %

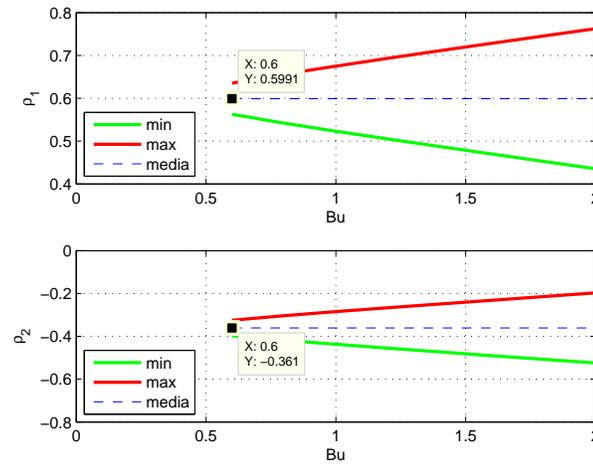


Figura 4-4: Límites de los parámetros para el caso 1 con norma dos

En el segundo caso se usa ruido blanco ( $v$ ) en la medida con una varianza 10 veces menor a la entrada  $u$ , se observa que el límite de factibilidad aumenta (Véase Figura 4-5, por otra parte se observa que el valor de los parámetros presenta estabilidad a partir de límite de factibilidad  $B_u = 2,7$ . Los valores alcanzados para las desviaciones se muestran en la tabla 4-5.

Tabla 4-5: Desviaciones de parámetros ideales caso 2, norma dos

Parámetro	Valor
$MD_{\rho_1}$	14 %
$MD_{\rho_2}$	13 %
$\bar{D}_{\rho_1}$	14 %
$\bar{D}_{\rho_2}$	13 %
$D_{ss\rho_1}$	14 %
$D_{ss\rho_2}$	13 %

Finalmente en el caso 3 se usa ruido tipo offset en la medida ( $v$ ) y con amplitud 3 veces menor a la varianza de la entrada ( $u$ ). La Figura 4-6 muestra que el límite de factibilidad es menor al caso 2, se destaca que los valores obtenidos son ideales, y permanecen constantes a lo largo del intervalo estudiado, como se puede concluir de la tabla 4-6.

Hasta el momento los experimentos de simulación indican que el enfoque DDCSM puede ser usado para sintonizar controladores de sistemas lineales, al menos cuando

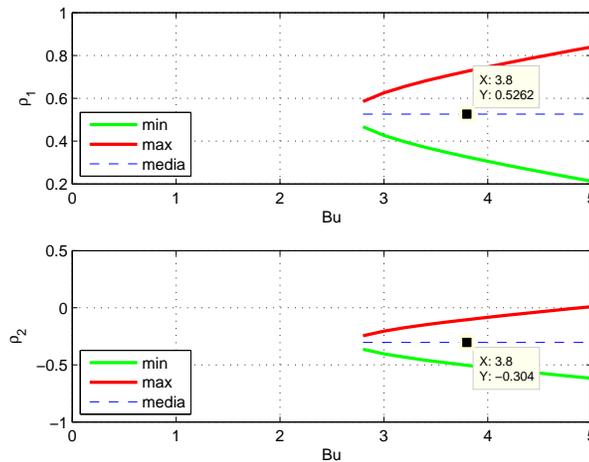


Figura 4-5: Límites de los parámetros para el caso 2 con norma dos  
Tabla 4-6: Desviaciones de parámetros ideales caso 3, norma dos

Parámetro	Valor
$MD_{\rho_1}$	0.08 %
$MD_{\rho_2}$	0.16 %
$\bar{D}_{\rho_1}$	0.08 %
$\bar{D}_{\rho_2}$	0.16 %
$D_{ss\rho_1}$	0.08 %
$D_{ss\rho_2}$	0.16 %

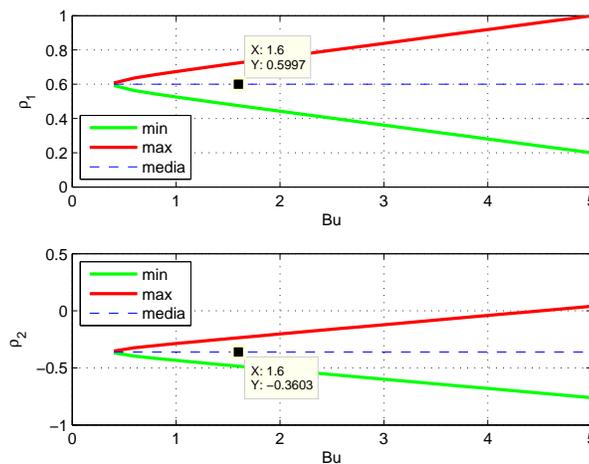


Figura 4-6: Límites de los parámetros para el caso 3 con norma dos  
la estructura del controlador es totalmente conocida. En los experimentos con norma 2 se resalta el hecho de que la media de los parámetros permanece constante a partir del límite de factibilidad. Se observa también que si el ruido es tipo offset ambas normas entregan valores adecuados para los parámetros, pero si el ruido es blanco

DDCSM presenta desviaciones considerables en los parámetros.

Como conclusión para esta sección se puede observar una comparación en la Figura 4-7 de las respuestas escalón de los controladores obtenidos en el caso 2 (norma infinito y norma 2) con el modelo de referencia seleccionado. Los controladores seleccionados corresponden a los valores de los parámetros en estado estable.

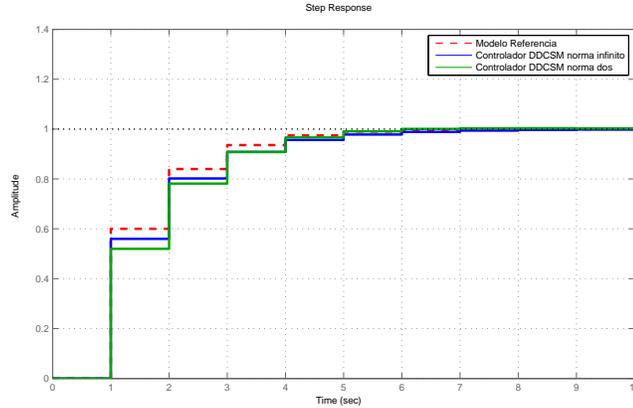


Figura 4-7: Respuesta escalón de los controladores caso 2

Se puede observar que ambos controladores son estables y hacen un seguimiento aceptable del modelo de referencia seleccionado pues la máxima desviación del modelo de referencia es 0,1.

#### 4.1.3. Cuando el controlador ideal no pertenece a $\beta(\rho, z)$

Se estudian los casos con ruido blanco y tipo offset, usando:

$$\beta(\rho, z) = \frac{\rho_1}{1 - z^{-1}}$$

La figura 4-8 muestra la respuesta escalón de los controladores estimados cuando existe ruido blanco ( $v$ ) de iguales características a las mencionadas en la sección anterior.

La máxima desviación del modelo de referencia es 0,34 la cual se presenta con el controlador hallado con DDCSM norma infinito. No obstante ambos controladores hallados estabilizan el lazo cerrado y el error en estado estable es menor al 2%. Finalmente se dibuja en la Figura 4-9 el conjunto factible del parámetro  $\rho_1$  para

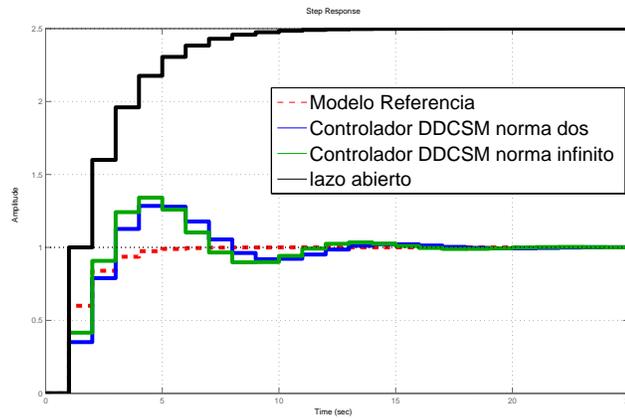


Figura 4–8: Respuesta escalón cuando controlador ideal no pertenece a  $\beta(\rho, z)$  el caso donde el ruido es tipo offset y se usa la norma infinito para el algoritmo DDCSM, en dicha figura se resalta que el valor mínimo de  $B_u$  para el cual la solución resulta factible es cinco veces mayor a lo logrado cuando la clase  $\beta(\rho, z)$  contiene al controlador ideal, además la incertidumbre para tal valor de  $B_u$  es también cinco veces mayor. Esta última observación lleva a plantear que DDCSM puede ser usado con el fin de evaluar la calidad de la clase usada para la búsqueda del controlador. En otras palabras, incertidumbres grandes en los parámetros indican que la familia de controladores no es adecuada.

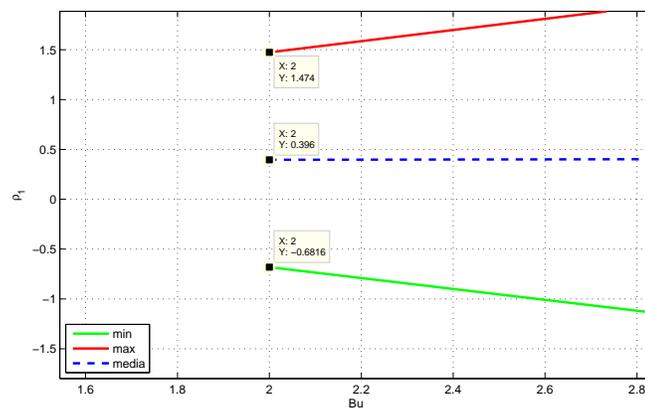


Figura 4–9: Límites de los parámetros para el caso 3 con norma infinito cuando el controlador ideal no pertenece a  $\beta(\rho, z)$

# Capítulo 5

## DDCSM PARA SUSPENSIÓN ACTIVA

La técnica DDCSM se somete a prueba en la suspensión activa fabricada por Quanser (Modelo de un cuarto de carro), aunque el reto principal de esta planta consiste en diseñar un controlador por realimentación de estados con observador, para este trabajo se plantea resolver el problema de seguimiento a un modelo de referencia.

### 5.1. Descripción de la planta

La Figura 5-1 muestra una foto de la suspensión activa y en la parte derecha el modelo masa-resorte usado. Los parámetros son: la masa superior  $M_s$  representa la masa del carro, la masa inferior  $M_{us}$  es la masa de la llanta, el resorte  $K_{us}$  y el amortiguador  $B_{us}$  modelan la rigidez de la llanta en contacto con la carretera,  $K_s$  y  $B_s$  soportan el peso del carro, y  $F_c$  es la fuerza aplicada para contrarrestar el movimiento vertical del carro. Este sistema resulta ser de cuarto orden debido a la cantidad de elementos almacenadores de energía (Dos masas y dos resortes).

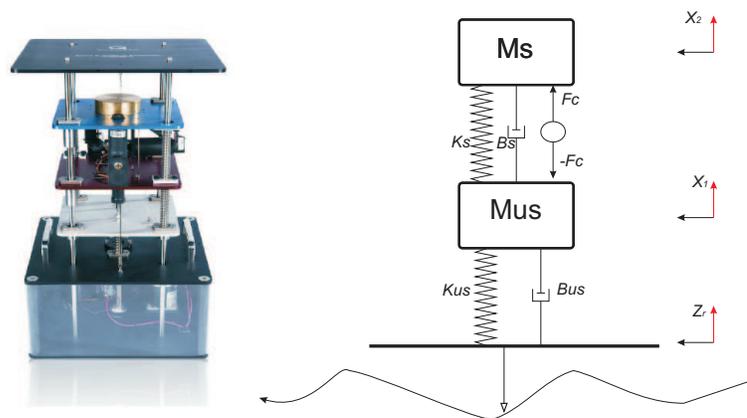


Figura 5-1: Suspensión activa

Los parámetros obtenidos por el fabricante de la suspensión se muestran en la Tabla 5-1:

Tabla 5-1: Parámetros de la suspensión activa

Parámetro	Valor
$M_s$	2.45 Kg
$K_s$	960 N/m
$B_s$	7.5 N.s/m
$M_{us}$	1 Kg
$B_{us}$	0.01 N.s/m
$K_{us}$	2500 N/m

## 5.2. Descripción del problema

Debido a que la técnica DDSCM no admite condiciones de perturbación, se plantea resolver el problema de control de seguimiento de la distancia entre placas ( $X_2 - X_1$  de la Figura 5-1). Considerando que la única entrada es la fuerza (Newtons) y la salida es la distancia entre placas medida en centímetros. Se muestra en la Figura 5-2 la respuesta escalón en lazo abierto, de la cuál se concluye que el sistema es altamente oscilante, esto se confirma con los picos de resonancia mostrados en el diagrama de Bode de la Figura 5-3.

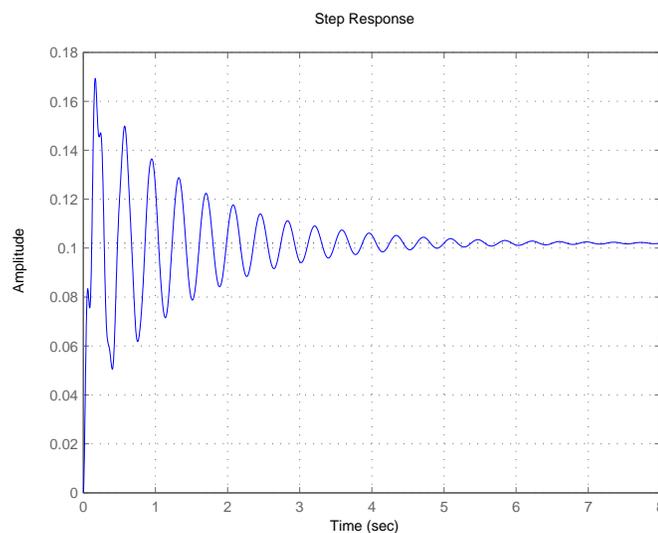


Figura 5-2: Respuesta escalón en lazo abierto de la suspensión

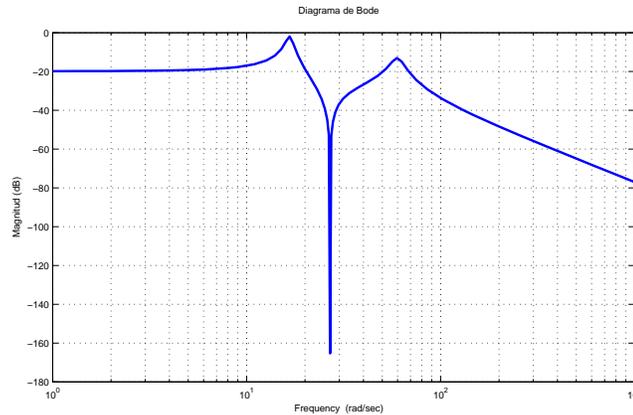


Figura 5–3: Respuesta en frecuencia de la suspensión

El reto consiste en obtener un controlador que permita que el sistema en lazo cerrado se comporte como un modelo de referencia seleccionado. Se espera que el controlador a sintonizar permita un tiempo de establecimiento del sistema de 1 segundo, por ello se selecciona una frecuencia de muestreo  $F_s = 30$  muestras por segundo, además, se quiere eliminar el sobreimpulso, por esto el modelo de referencia se muestra en la expresión (5.1), cuya respuesta al escalón se muestra en la Figura 5–4, en dicha figura también se observa que si el controlador se sintoniza adecuadamente los picos de resonancia de la planta son atenuados.

$$M = \frac{0,05479z^{-1}}{1 - 1,532z^{-1} + 0,5866z^{-2}} \quad (5.1)$$

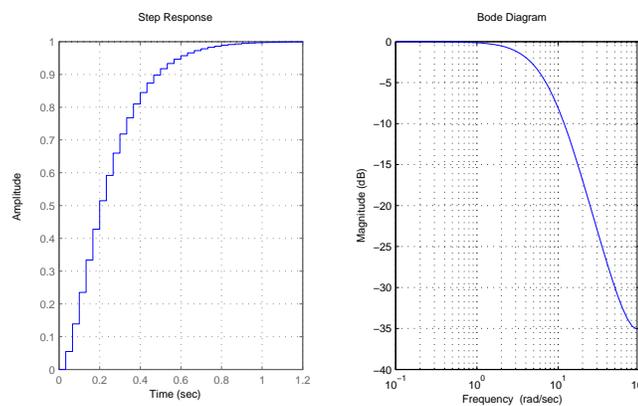


Figura 5–4: Respuesta a escalón y respuesta en frecuencia del modelo de referencia

Debido a que la planta es de cuarto orden y se quiere garantizar error nulo en estado estable se usa un controlador de orden 5 como el mostrado en la (5.2), el cual resulta ser un FIR con integrador. Lo anterior también está de acuerdo a trabajos previos de control basado en datos como el expuesto en [17].

$$C(\rho, z) = \frac{\rho_1 + \rho_2 z^{-1} + \rho_3 z^{-2} + \rho_4 z^{-3} + \rho_5 z^{-4} + \rho_6 z^{-5}}{1 - z^{-1}} \quad (5.2)$$

### 5.3. Experimentos

Con el fin de revisar la incidencia de la selección del tipo de entrada se realizan 2 experimentos para calcular seis controladores diferentes usando las normas dos e infinito.

#### 5.3.1. Experimento 1: Entrada $u$ PRBS

Para capturar los datos de la planta se usa el esquema de la Figura 5-6 sin filtro digital, la señal  $u$  de 1066 muestras es enviada a través de la tarjeta de adquisición de Quanser, las señales  $x_2$  y  $x_1$  son tomadas mediante la misma tarjeta, y se restan por software para obtener la salida  $y$  que es usada en DDSCM. En la Figura 5-5 se encuentra la entrada diseñada  $u$  y salida obtenida  $y$ , los valores han sido escalados para poder observar los detalles.

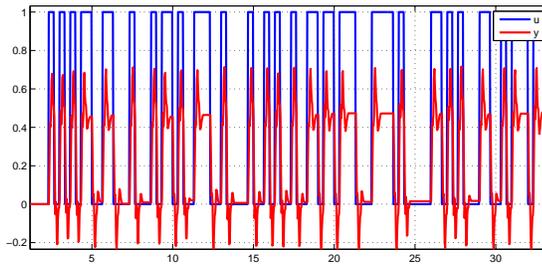


Figura 5-5: Datos obtenidos en el experimento 1

El resultado de aplicar DDSCM con norma infinito se muestra en la Figura 5-7, los parámetros seleccionados son los de estado estable

$$\hat{\rho}^{e1} = \begin{bmatrix} 1,88 & -1,1257 & -0,09 & 0,41 & 0,23 & 0,6056 \end{bmatrix}^T$$

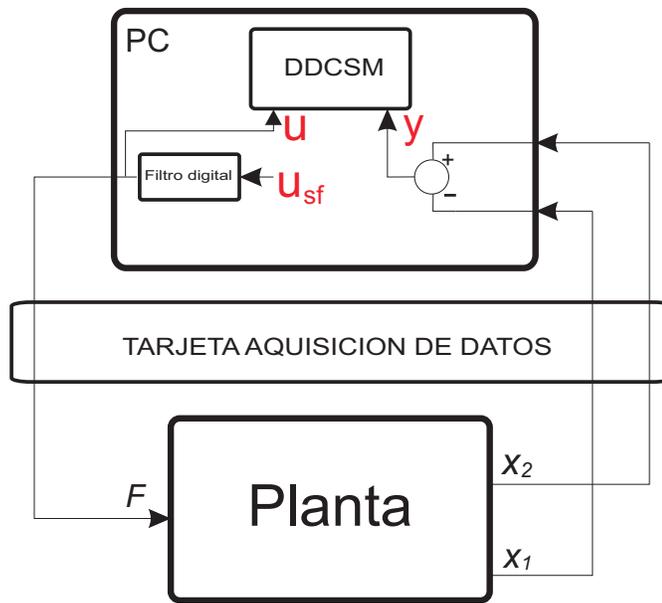


Figura 5-6: Esquema para adquirir datos

. Los cuales permanecen constantes a partir de  $B_u = 130$ .

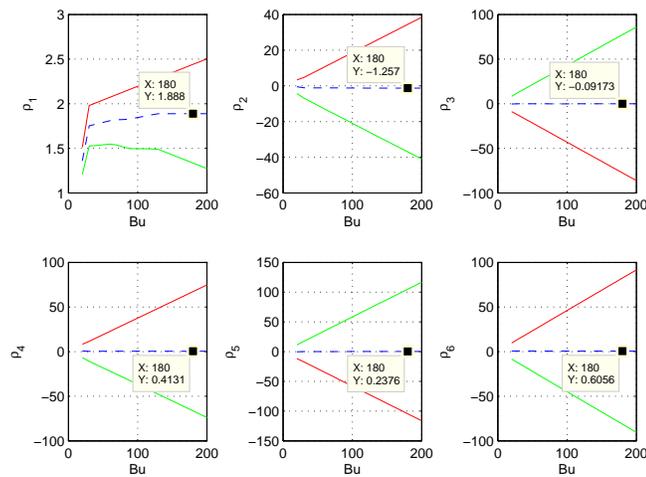


Figura 5-7: Parámetros hallados con DDCSM experimento 1 norma infinito

El resultado de aplicar DDCSM con norma dos se muestra en la Figura 5-8, en este caso no es necesario hallar el punto de estabilidad, pues al igual que en la evaluación por simulación los parámetros permanecen constantes a partir del valor de  $B_u$  para el cual la solución es factible, los parámetros hallados son:

$$\hat{\rho}^{e2} = \left[ 1,2483 \quad -0,483 \quad 0,7704 \quad -0,4199 \quad 0,0762 \quad 0,3491 \right]^T$$

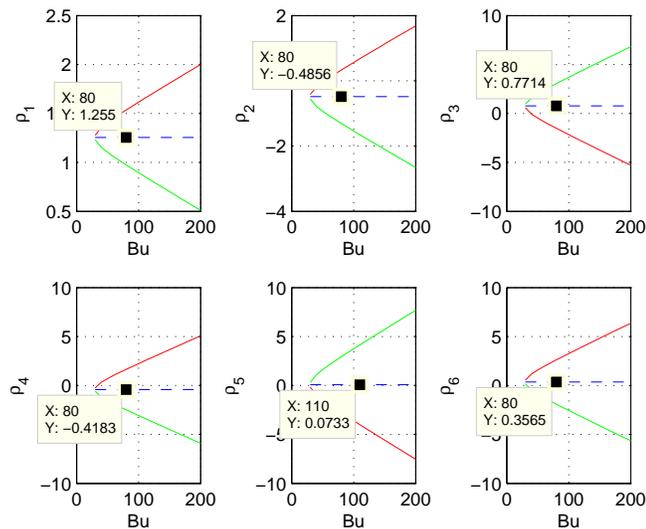


Figura 5–8: Parámetros hallados con DDSCM experimento 1 norma 2

### 5.3.2. Experimento 2: Entrada $u$ ruido blanco

Se usa también el esquema de la Figura 5–6, con filtro digital pasa bajas con frecuencia de corte de 1 Hz, la señal  $u$  es enviada a través de la tarjeta de adquisición de Quanser, las señales  $x_2$  y  $x_1$  son tomadas mediante la misma tarjeta, y se restan por software para obtener la salida  $y$  que es usada en DDSCM. En la Figura 5–9 se encuentra la entrada diseñada  $u$  y salida obtenida  $y$ , los valores han sido escalados para poder observar los detalles.

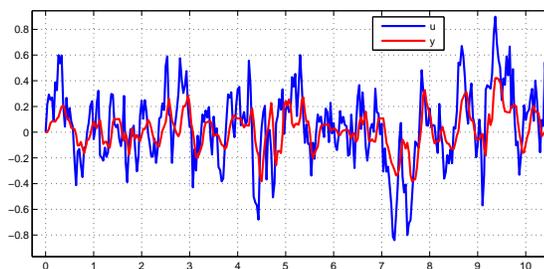


Figura 5–9: Datos obtenidos en el experimento 2

El resultado de aplicar DDCSM con norma infinito se muestra en la Figura 5–10, los parámetros seleccionados son los de estado estable

$$\hat{\rho}^{e3} = \begin{bmatrix} 1,683 & -2,19 & 2,949 & -2,976 & 0,2711 & 0,4625 \end{bmatrix}^T$$

. Los cuales permanecen constantes a partir de  $B_u = 130$ .

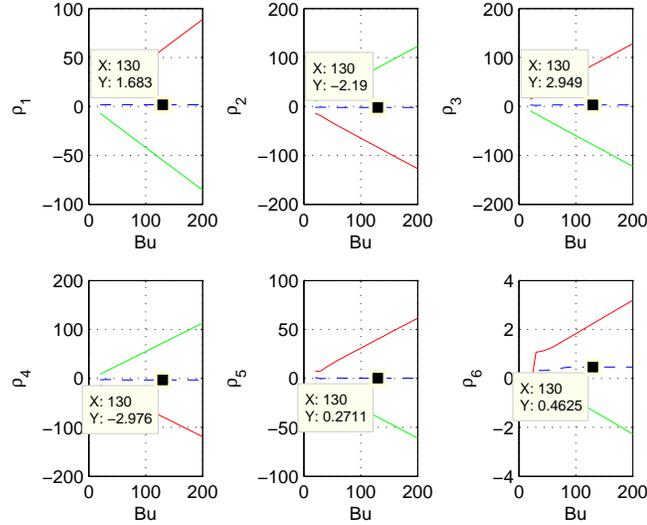


Figura 5–10: Parámetros hallados con DDCSM experimento 2 norma infinito

El resultado de aplicar DDCSM con norma dos para este nuevo experimento se muestra en la Figura 5–11, en este caso no es necesario hallar el punto de estabilidad, pues al igual que en la evaluación por simulación los parámetros permanecen constantes a partir del valor de  $B_u$  para el cual la solución es factible, los parámetros hallados son:

$$\hat{\rho}^{e4} = \begin{bmatrix} 1,477 & -0,6279 & 0,675 & -0,5285 & 0,022 & 0,4339 \end{bmatrix}^T$$

El mejor de los cuatro controladores DDCSM hallados se compara con los controladores  $H_2$  y  $H_\infty$  en la sección final de este capítulo.

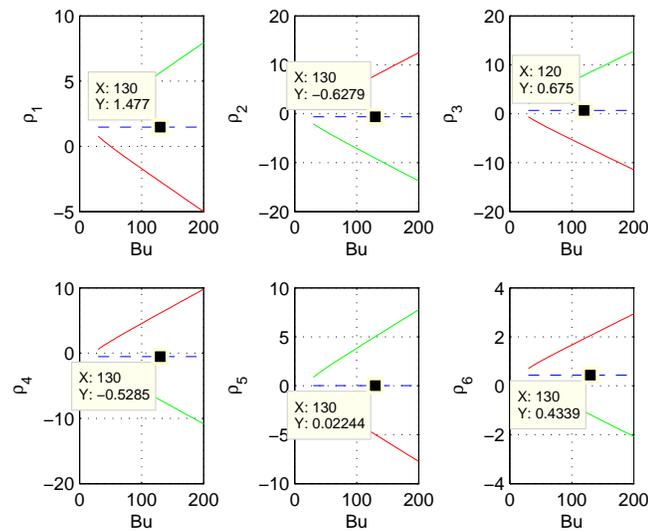


Figura 5–11: Parámetros hallados con DDCSM experimento 2 norma dos

#### 5.4. Diseño controladores $H_2$ y $H_\infty$

La planta aumentada para diseñar los controladores se realiza en Simulink de Matlab y se muestra en la Figura 5–12, el filtro  $Wdif$  es la mascara de desempeño para la diferencia entre el modelo de referencia y el lazo cerrado formado por el controlador y la planta, se usa un filtró pasa bajas con frecuencia de corte de 10 Hz,  $K$  es el peso de la señal de entrada (límite para la fuerza aplicada para lograr el control), finalmente  $M$  es el modelo de referencia (5.1).

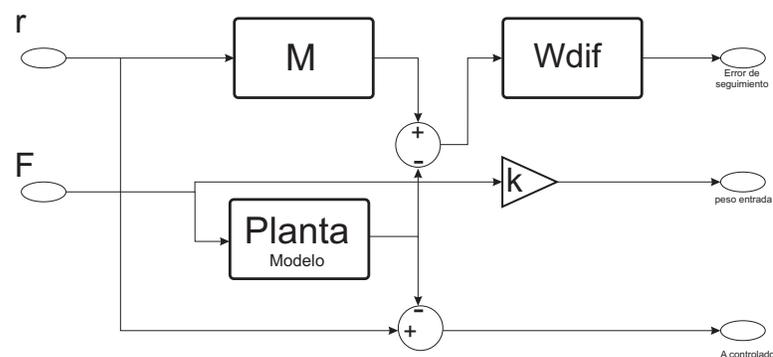


Figura 5–12: Planta aumentada para controladores  $H_2$  y  $H_\infty$

Para diseñar los controladores se usan los comandos  $dlinmod$ ,  $hinfsyn$  y  $h2syn$ , los resultados para  $H_2$  en variables de estado se muestran en la expresiones (A) detalladas en el Apéndice A:

### 5.5. Análisis comparativo

Finalmente se realiza un análisis comparativo entre los controladores basados en modelo hallados en la sección anterior y los controladores DDCSM, para esto, en la respuesta al escalón se miden la desviación máxima del modelo de referencia, y la media de la desviación, estos resultados se resumen en la tabla 5-2.

Tabla 5-2: Desviaciones del modelo de referencia

Parámetro	$\rho^{e1}$	$\rho^{e2}$	$\rho^{e3}$	$\rho^{e4}$	$H_2$	$H_\infty$
$M_D$	0.17	0.23	0.25	0.35	0.28	0.22
$\bar{D}$	0.5542	0.7245	0.63	0.42	0.6071	0.7612

En la Figura 5-13 se muestra la respuesta al escalón del mejor de los resultados DDCSM, y las respuestas de los controladores  $H_2$  y  $H_\infty$ .

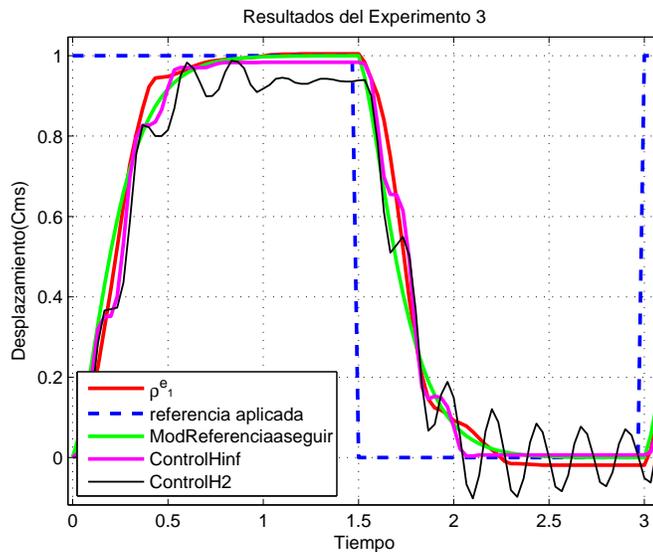


Figura 5-13: Respuesta al escalón para diferentes controladores en la suspensión activa

Se observa que el mejor controlador diseñado con la técnica DDCSM se desempeña mejor que los controladores basados en modelo  $H_2$  y  $H_\infty$ , se debe resaltar también que la complejidad computacional del controlador DDCSM diseñado es menor a los controladores basados en modelo. Finalmente en la Figura 5-14 se observa una comparación de la respuesta en frecuencia de los tres controladores, todos agregan una ganancia en DC para disminuir el error en estado estable, y todos se comportan

como un filtro muesca en la primera frecuencia de resonancia de la planta, notándose una ubicación diferente de la frecuencia de muesca y una mayor atenuación por parte del controlador con parámetros  $\rho^{e1}$  (posiblemente esta ubicación es la adecuada, y coincide con la verdadera frecuencia de resonancia de la planta), en la segunda frecuencia de resonancia dicho controlador presenta menor atenuación posiblemente debido a la menor cantidad de grados de libertad que los controladores  $H_2$  y  $H_\infty$ .

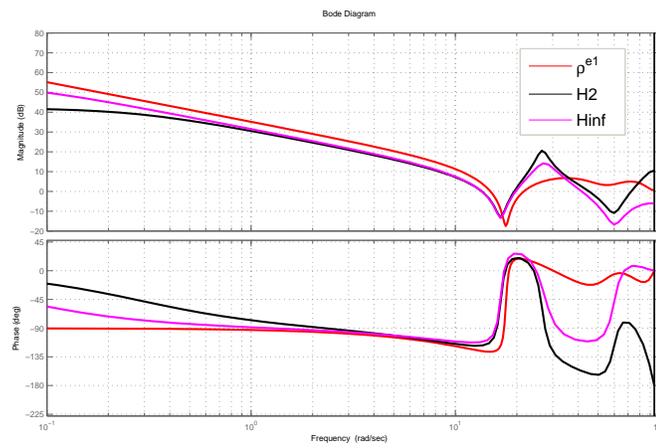


Figura 5–14: Diagrama de Bode para los controladores de la suspensión activa

## Capítulo 6

# CONCLUSIONES

La definición propuesta para el conjunto factible de controladores, la aplicación de la teoría de estimación mediante conjuntos de membresía y el uso de técnicas de optimización permitieron plantear la técnica DDCCSM propuesta en este trabajo, dicha técnica permite sintonizar controladores a partir de datos en sistemas LTI estables.

Se desarrollan ejemplos de simulación donde se encuentra que a partir de la cota máxima de error donde se encuentran intervalos factibles de parámetros, la media del intervalo resulta constante cuando se usa norma dos, en este caso se selecciona dicha media como el vector de parámetros estimado; cuando se usa norma infinito la selección de los parámetros estimados se hace a partir del punto en el cual la media de los intervalos se hace constante (estabilidad). Los ejemplos muestran también que cuando la clase usada para la búsqueda del controlador no contiene el controlador ideal, la técnica DDCCSM permite minimizar el error en estado estable, e intenta seguir el comportamiento del modelo de referencia; tal ejemplo también indica que la técnica DDCCSM puede ser usada para evaluar la calidad de la clase en la cuál se realiza la búsqueda del controlador. En una de las simulaciones realizada donde no se considera ruido en la medida, se encuentra que las desviaciones de los parámetros estimados respecto de los ideales es prácticamente nula, esto le da validez a la definición propuesta para el conjunto factible de parámetros

Se desarrolla la evaluación de la técnica DDCCSM en la suspensión activa, allí se encuentra que las señales PRBS como entrada resultan más eficientes que el ruido blanco por dos motivos: el primero es que PRBS no necesita del diseño de filtros que se requerirían si se usa ruido blanco pues este puede afectar el actuador, y el segundo es que la señal PRBS resulta ser más informativa dado que el controlador hallado tiene mejor comportamiento que el calculado con ruido blanco filtrado, por otra parte, se observa que la complejidad computacional del controlador hallado con DDCCSM es menor que los controladores basados en modelo, lo cual permitiría que el controlador DDCCSM sea implementado con mayor facilidad en sistemas embebidos, finalmente se resalta que el mejor de los controladores hallados con DDCCSM supera el desempeño de los controladores basados en modelo al comparar sus respuestas a escalón.

Los controladores hallados con la técnica DDCCSM no garantizan estabilidad del lazo cerrado, este es un posible trabajo futuro, por otra parte dado que la estabilidad de la planta en lazo abierto es una condición fuerte para DDCCSM, resultaría interesante trabajar en la toma de datos en lazo cerrado.

2spage

# Apéndice A

## CONTROLADORES $H_2$ Y $H_\infty$

$$\begin{aligned}
 A_{H_2} &= \begin{bmatrix} 0,1231 & -0,2094 & 0,0787 & 0,0207 & -0,1833 & 0,2192 & 0 & 0 & 0 \\ 0,05577 & 0,3235 & 0,029 & -0,6283 & -0,1085 & 1,561 & -0,6015 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,05 & -0,019 & -0,0051 & 0,045 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \\
 B_{H_2} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0,25 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, C_{H_2} = \begin{bmatrix} 0,2231 & -2,54 & 2,232 & -4,734 & 2,379 & 6,242 & -2,406 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
 D_{H_2} &= 0
 \end{aligned}$$

(A.1)

$$\begin{aligned}
 A_{H_\infty} &= \begin{bmatrix} 0,1231 & -0,2094 & 0,0787 & 0,0207 & -0,1833 & 0,2192 & 0 & 0 & 0 \\ 0,05577 & 0,3235 & 0,029 & -0,6283 & -0,1085 & 1,561 & -0,6015 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,05 & -0,019 & -0,0051 & 0,045 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \\
 B_{H_\infty} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0,1333 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0,1591 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, C_{H_\infty} = [ 0,315 \quad -4,219 \quad 3,534 \quad -7,04 \quad 4,063 \quad 10,28 \quad -4,278 \quad 0 \quad 0 ] \\
 D_{H_\infty} &= 0,8379
 \end{aligned}$$

(A.2)

## Bibliografía

- [1] K. V. Heusden, A. Karimi, and S. Torsten, “On identification methods for direct data-driven controller tuning,” no. October 2010, pp. 448–465, 2011.
- [2] L. Ljung, *System Identification: Theory for the User*, ser. Prentice-Hall information and system sciences series, T. Kailath, Ed. Prentice Hall, 1987, vol. 11, no. 3. [Online]. Available: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/0005109889900198>
- [3] M. Milanese and A. Vicino, “Optimal estimation theory for dynamic systems with set membership uncertainty: An overview,” *Automatica*, vol. 27, no. 6, pp. 997–1009, 1991. [Online]. Available: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/000510989190134N>
- [4] Z.-S. Hou and Z. Wang, “From model-based control to data-driven control: survey, classification and perspective,” *Information Sciences*, Aug. 2012. [Online]. Available: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0020025512004781>
- [5] H. Hjalmarsson, “Iterative feedback tuning?an overview,” *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, vol. 16, no. 5, pp. 373–395, 2002. [Online]. Available: <http://doi.wiley.com/10.1002/acs.714>
- [6] A. Karimi, L. Miskovic, and D. Bonvin, “Iterative correlation-based controller tuning: frequency-domain analysis,” pp. 4215–4220, 2002. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=1185031>
- [7] M. Campi, a. Lecchini, and S. Savaresi, “Virtual reference feedback tuning: a direct method for the design of feedback controllers,” *Automatica*, vol. 38, no. 8, pp. 1337–1346, Aug. 2002. [Online]. Available: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0005109802000328>

- [8] J. Van Helvoort, B. De Jager, and M. Steinbuch, "Direct data-driven recursive controller unfalsification with analytic update," *Automatica*, vol. 43, no. 12, pp. 2034–2046, 2007. [Online]. Available: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0005109807002658>
- [9] M. G. Safonov, "The unfalsified control concept and learning," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 42, no. 6, pp. 843–847, 1997. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=587340>
- [10] a. Lecchini, M. Campi, and S. Savaresi, "Virtual reference feedback tuning for two degree of freedom controllers," *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, vol. 16, no. 5, pp. 355–371, Jun. 2002. [Online]. Available: <http://doi.wiley.com/10.1002/acs.711>
- [11] H. Hjalmarsson, "Iterative feedback tuning?an overview," *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, vol. 16, no. 5, pp. 373–395, 2002. [Online]. Available: <http://doi.wiley.com/10.1002/acs.714>
- [12] A. Karimi, L. Miskovic, and D. Bonvin, "Iterative correlation-based controller tuning: frequency-domain analysis," pp. 4215–4220, 2002. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=1185031>
- [13] M. Milanese and M. Taragna, "set membership identification: A survey," *Automatica*, vol. 41, no. 12, pp. 2019–2032, Dec. 2005. [Online]. Available: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0005109805002773>
- [14] C. Novara, F. Ruiz, and M. Milanese, "Direct identification of optimal filters for LPV systems," pp. 4503–4508, 2008.
- [15] C. Novara, F. Ruiz, M. Milanese, and S. Member, "Direct Identification of Optimal SM-LPV Filters and Application to Vehicle Yaw Rate Estimation," vol. 19, no. 1, pp. 5–17, 2011.
- [16] L. Giarr, M. Milanese, and M. Taragna, "Identification and Model Quality Evaluation," vol. 42, no. 2, pp. 188–199, 1997.

- [17] M. C. Campi, A. Lecchini, and S. M. Savaresi, “An application of the Virtual Reference Feedback Tuning ( VRFT ) method to a benchmark active suspension.”