



FACULTAD DE INGENIERÍA Maestría en Ingeniería Civil

Trabajo de Grado

Metodología de calibración de un modelo numérico de flujo bifásico para una estructura de control de caudales, a partir de un análisis de sensibilidad de los parámetros de turbulencia del modelo $k - \varepsilon$ – Caso de estudio La Vegona.

Presentado por:

Nelson Felipe Moreno Cardona
Víctor Alfonso García Eraso

Director

Jorge Alberto Escobar Vargas, PhD

Co-Director

Giovanni Salazar, MSc

Bogotá D.C.

Enero de 2016

APROBACIÓN

El Trabajo de grado con título “**Metodología de calibración de un modelo numérico de flujo bifásico para una estructura de control de caudales, a partir de un análisis de sensibilidad de los parámetros de turbulencia del modelo $k - \varepsilon$ – Caso de estudio La Vegona.**”, desarrollado por los estudiantes Nelson Felipe Moreno y Víctor Alfonso García, en cumplimiento de uno de los requisitos dispuestos por la Pontificia Universidad Javeriana, Facultad de Ingeniería, Departamento de Ingeniería civil, para optar el Título de Magister en ingeniería Civil, fue aprobado por:

Director

PhD. Jorge Alberto Escobar Vargas

Profesor departamento de ingeniería civil

Pontificia Universidad Javeriana, Bogotá D.C., Colombia

Correo electrónico: Jorge-escobar@javeriana.edu.co

Teléfono: 3 208 320 Ext 2719

Co-Director

Msc, Giovanni Salazar

Profesor de cátedra departamento de ingeniería civil

Pontificia Universidad Javeriana, Bogotá D.C., Colombia

Correo electrónico: giovannisalazar@ingetec.com.co

Teléfono: 3 208 320 Ext 2719

Jurado 1

Jurado 2

Aprobada en Bogotá D.C, el día 27 de enero de 2016

Metodología de calibración de un modelo numérico de flujo bifásico para una estructura de control de caudales, a partir de un análisis de sensibilidad de los parámetros de turbulencia del modelo $k - \varepsilon$ – Caso de estudio La Vegona.

Nelson Felipe Moreno Cardona
Víctor Alfonso García Eraso

Artículo 23. “La Pontificia Universidad Javeriana no se hace responsable por los conceptos emitidos por sus alumnos en sus trabajos de tesis. Sólo velará porque no se publique nada contrario al dogma y la moral católica y porque la tesis no contenga ataques personales contra persona alguna, antes bien se vea en ellas el anhelo de buscar la verdad y la justicia”.

Resolución N°13 de Julio de 1946

DEDICATORIA

FELIPE

A la memoria de mi padre

A mi madre por su apoyo incondicional y paciencia en todo este camino

Y mis hermanas por su apoyo moral y entusiasmo

VÍCTOR

A quienes dieron todo por mí, por su dedicación y sacrificio gracias padres mis mentores,

Gracias Dios por tú infinita generosidad

AGRADECIMIENTOS

Al ingeniero Jorge Alberto Escobar por su apoyo incondicional en cada una de las etapas de este proyecto y al ingeniero Luis Felipe Prada y a la Universidad Javeriana por el apoyo moral, técnico y económico.

A la empresa consultora INGETEC S.A y en especial al Ingeniero Giovanni Salazar por su apoyo técnico y por suministrarnos la información del modelo físico realizado para el cumplimiento de los objetivos de los objetivos del presente proyecto.

A todos nuestros compañeros de la clase de Mecánica de Fluidos Computacional por su amistad y aportes en la parte técnica del presente proyecto.

RESUMEN

En la planeación y desarrollo de centrales hidroeléctricas, las obras de regulación son importantes para la regulación de los niveles del embalse y control en eventuales crecientes. Este trabajo se centra en la comprensión hidrodinámica del vertedero de descarga de fondo de la hidroeléctrica la Vegona localizada en Honduras, a partir de la modelación numérica con la herramienta computacional de uso libre OpenFOAM, cuyos resultados son comparados con datos parametrizados el modelo físico a escala reducida 1:45. El entendimiento hidrodinámico de este tipo de vertederos tiene un papel económico importante dentro de los costos de una hidroeléctrica, permitiendo mantener un equilibrio en el transporte de los sedimentos, control en las descargas, y adicional cuentan con mejores coeficientes de descarga que optimizan los costos de la central. Para la construcción del modelo numérico se implementó método VOF para hacer seguimiento de la superficie libre del agua dividiendo el flujo en dos fases, para el cierre turbulento se dio uso del modelo de dos ecuaciones $k - \epsilon$. Posteriormente se realizó un análisis de sensibilidad a las constantes del modelo de turbulencia para dos aperturas de compuerta (10% y 100%), donde se encontró que la velocidad y la presión son sensibles a la modificación de las constantes $C_{2\epsilon}$ y C_{μ} . Adicionalmente, se desarrolló un proceso de calibración con los resultados obtenido del análisis de sensibilidad, donde se encontró reducciones aceptables del error entre las salidas del modelo numérico y los datos del modelo físico para un punto de interés, concluyendo que para realizar un buen ejercicio de calibración, es necesario tener mediciones del modelo a escala lo largo de toda la estructura, evaluando el desempeño del modelo numérico a lo largo de todo el dominio computacional. No obstante, mediante el ajuste de los parámetros del modelo de turbulencia es posible obtener mejores resultados en zonas de interés a lo largo del canal de descarga.

ABSTRACT

In the planning and development of hydroelectric plant, the spillways are important for regulation level of reservoir and growing's control. This work talks about of understand spillway's hydrodynamic with bottom's discharge of Vegona hydroelectric locate in Honduras, since numerical simulation with free Software OpenFOAM, whole results are compared with parameterized data physical scale model 1:45. The hydrodynamic understanding of this type of spillways has an important economic role within the costs of a hydroelectric plant, allowing to maintain a balance in the sediments transport, discharge control, and further it has a better discharge coefficients that optimize the costs of the plant. For the construction of the numerical model, VOF method was implemented to track the free surface of the water dividing flow in two-phases, for the turbulent closure two equations $k - \epsilon$. Model was used Subsequently, a sensitivity analysis was performed using the parameters of the turbulence model for two gates opening (10% and 100%), where was found that the velocity and pressure are sensitive to changes of the parameters $C_{2\epsilon}$ and C_{μ} . Additionally, a calibration process is developed with the results obtained from the sensitivity analysis, Where, the reduction acceptable error was found between the outputs of the numerical model and physical data model for a point of interest, Concluding that for a good calibration exercise, is necessary having model scale measurements throughout the whole structure, evaluating the performance of the numerical model along of the whole computational domain. However, by adjusting the model parameters of turbulence is possible to obtain better results in areas of interest along the discharge channel.F

TABLA DE CONTENIDO

1. INTRODUCCIÓN, OBJETIVOS Y SÍNTESIS	15
1.1 INTRODUCCIÓN	15
1.2 OBJETIVOS	16
1.2.1 <i>Objetivo general.</i>	16
1.2.2 <i>Objetivos específicos.</i>	16
1.3 SÍNTESIS	16
2. MARCO CONCEPTUAL	18
2.1 VERTEDERO	18
2.2 NIVELES CARACTERÍSTICOS DE UN EMBALSE	18
2.3 TURBULENCIA	20
2.3.1 <i>RANS (Reynolds Averaged Navier Stokes)</i>	21
2.4 MODELO NUMÉRICO	21
2.5 MÉTODO VOLUMEN DE FLUIDO - VOF (<i>VOLUMEN OF FLUID</i>)	21
3. MARCO TEÓRICO	22
3.1 DESCRIPCIÓN EULERIANA Y LAGRANGIANA	22
3.2 TEOREMA DE TRANSPORTE DE REYNOLDS	22
3.3 TEOREMA DE LA DIVERGENCIA O DE GAUSS	22
3.4 LEYES DE LA CONSERVACIÓN	23
3.4.1 <i>Conservación de la masa</i>	24
3.4.1.1 Ecuación de transporte	24
3.4.2 <i>Conservación de la cantidad de movimiento</i>	26
3.4.2.1 Fuerzas de cuerpo	26
3.4.2.2 Fuerzas de superficie	27
3.4.2.3 Forma integral y diferencial de la ecuación de cantidad de movimiento	28
3.4.2.4 Ecuación constitutiva para un fluido newtoniano	29
3.4.2.5 Ecuaciones de Navier-Stokes	31
3.5 ECUACIONES DE NAVIER-STOKES PROMEDIADAS EN EL TIEMPO (RANS)	31
3.5.1 <i>Tensor de esfuerzos de Reynolds</i>	33
3.5.2 <i>Hipótesis de la Viscosidad turbulenta</i>	34
3.5.2.1 Modelo de turbulencia k- ϵ	35
3.6 ESQUEMAS NUMÉRICOS DE SOLUCIÓN - ECUACIONES RANS	38
3.6.1 <i>Método de los volúmenes finitos</i>	38
3.6.2 <i>Método para el tratamiento del término no lineal</i>	39
3.6.2.1 Método Upwind	39
3.6.2.2 Método Upwind de segundo orden	39
3.6.2.3 Método Van Leer	39
3.7 MÉTODO VOF (VOLUMEN OF FLUID)	40
3.8 SOLUCIÓN DEL SISTEMA DE ECUACIONES ALGEBRAICO - PRE-CONDICIONADOR	42
3.9 SOLUCIÓN MÉTODOS ITERATIVOS ESTACIONARIOS SUAVIZADOR (<i>SMOOTHER</i>)	43
3.10 DISCRETIZACIÓN DEL DOMINIO COMPUTACIONAL	44
3.10.1 <i>Clasificación de malla basada en la conectividad</i>	46
3.10.1.1 Mallados estructurados	46
3.10.1.2 Mallados no estructurados	46
3.10.2 <i>Clasificación de malla basada la forma de generación.</i>	47
3.10.2.1 Métodos de Delaunay-Voronoi	47
3.10.2.2 Métodos de Frente de Avance	48

3.11	MÉTRICAS DE DESEMPEÑO	49
3.11.1	<i>Criterio del Centro Hidrometeorológico de Rusia ($S/\sigma\Delta$)</i>	49
3.11.2	<i>Criterio de evaluación RSMSO</i>	50
4.	MARCO DE ANTECEDENTES	51
4.1	ANTECEDENTE DINÁMICA DE FLUIDOS COMPUTACIONAL	51
4.2	ANTECEDENTE ECUACIONES RANS	51
4.3	ANTECEDENTE MODELO DE TURBULENCIA K - E	52
4.4	ANTECEDENTE MÉTODO VOF	53
4.5	ANTECEDENTE SIMULACIÓN NUMÉRICA EN ALIVIADEROS	54
5.	DESCRIPCIÓN EL MODELO FÍSICO	62
5.1.1	<i>Generalidades del proyecto</i>	62
5.1.2	<i>Generalidades del modelo físico</i>	63
5.1.3	<i>Materiales del modelo físico</i>	64
5.1.4	<i>Instrumentos de medición</i>	64
5.1.4.1	Vertedero rectangular suprimido para caudales	64
5.1.4.2	Piezómetros para medición de presión	65
5.1.4.3	Minimolinete para la medición de velocidad	66
5.1.4.4	Medidor de niveles por ultrasonido	67
5.1.5	<i>Ensayos realizado para la descarga de fondo</i>	67
5.1.6	<i>Resultados descargas de fondo del modelo físico</i>	68
5.1.6.1	Caudales	68
5.1.6.2	Velocidades:	70
5.1.6.3	Presiones:	71
6.	PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	74
6.1	CALIBRACIÓN Y ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD	77
7.	CONFIGURACIÓN DEL MODELO NUMÉRICO	78
7.1	DEFINICIÓN DEL DOMINIO COMPUTACIONAL	78
7.2	MALLADO	88
7.2.1	Calidad de malla	93
7.2.2	Definición de fronteras del dominio computacional	98
7.3	ESTRUCTURA DE EJECUCIÓN DE SIMULACIÓN - OPENFOAM	99
7.4	TIPO DE CONTORNOS GLOBALES - OPENFOAM	100
7.5	EXPORTAR MALLA A OPENFOAM	101
7.6	CONDICIONES DE CONTORNO	102
7.6.1	<i>Condiciones de contorno $k-\epsilon$</i>	102
7.6.4	<i>Condiciones de contorno para el método VOF</i>	105
7.7	CONDICIONES INICIALES	105
7.7.1	<i>Condiciones iniciales para la velocidad</i>	106
7.7.2	<i>Condiciones iniciales para la presión</i>	106
7.7.3	<i>Condiciones iniciales para $k-\epsilon$</i>	106
7.7.4	<i>Condiciones iniciales para el método VOF</i>	106
7.7.5	<i>Selección del método de solución</i>	107
7.7.5.1	Parámetro numéricos del modelo	108
7.7.5.2	Parámetro intrínsecos del fluido	109
8.	ENSAYO DE INDEPENDENCIA DE MALLA	109

9.	ANÁLISIS DE RESULTADOS	115
9.1	METODOLOGÍA DE CALIBRACIÓN.	115
9.1.1	<i>Primera Etapa - configuración del modelo numérico</i>	115
9.1.2	<i>Segunda etapa - pre-proceso de información y simulación inicial.</i>	116
9.1.3	<i>Tercera etapa - pre-proceso de información y simulación inicial.</i>	117
9.2	RESULTADOS MODELO NUMÉRICO CON APERTURA DE COMPUERTA DEL 10% CON PARÁMETROS ESTÁNDAR DEL MODELO DE TURBULENCIA K-E.	120
9.2.1	<i>Resultados de la velocidad modelo con apertura de compuerta del 10%</i>	121
9.2.2	<i>Resultados de la presión modelo con apertura de compuerta del 10%</i>	122
9.2.3	<i>Resultados de la superficie libre del agua, modelo con apertura de compuerta del 10%.</i>	123
9.2.4	<i>Resultados modelo de turbulencia k-ε, modelo con apertura de compuerta del 10%</i>	123
9.3	RESULTADOS MODELO NUMÉRICO CON APERTURA DE COMPUERTA DEL 100% CON PARÁMETROS ESTÁNDAR DEL MODELO DE TURBULENCIA K-E.	125
9.3.3	<i>Resultados de la velocidad de descarga por búsqueda exhaustiva</i>	128
9.3.4	<i>Resultados obtenidos búsqueda exhaustiva</i>	131
9.3.5	<i>Análisis de sensibilidad de los coeficientes del modelo de cierre turbulento con apertura de compuerta del 10%</i>	133
9.3.5.1	Resultados de los parámetro $C_{1\varepsilon}$, σ_ε y σ_k , con apertura de compuerta del 10%	134
9.3.5.2	Resultados del parámetro $C_{2\varepsilon}$, con apertura de compuerta del 10%	138
9.3.5.3	Resultados del parámetro C_μ , con apertura de compuerta del 10%	140
9.3.6	<i>Análisis de sensibilidad de los coeficientes del modelo de cierre turbulento con apertura de compuerta al 100%</i>	143
9.3.6.1	Resultados del parámetro $C_{2\varepsilon}$ con apertura de compuerta del 100%	144
9.3.6.2	Resultados del parámetro C_μ , con apertura de compuerta del 100%	145
9.3.7	<i>Comparación del análisis de sensibilidad con aperturas del 10% y 100%</i>	147
9.3.7.1	Resultados del parámetro C_μ .	147
9.3.7.2	Resultados del parámetro $C_{2\varepsilon}$.	149
9.3.8	<i>Comparación de resultados del modelo numérico con apertura de compuerta del 100% y parámetros estándar del modelo de turbulencia contra mediciones del modelo físico</i>	151
9.3.8.1	Calibración del modelo numérico	154
9.3.8.2	Análisis de calibración de la presión	156
10.	DISCUSIÓN	159
10.1	CONDICIONES DE CONTORNO	159
10.2	CONDICIONES INICIALES	160
10.3	ESQUEMAS NUMÉRICOS	161
10.4	ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD Y CALIBRACIÓN	162
11.	CONCLUSIONES	165
12.	TRABAJO FUTURO	168
14.	REFERENCIAS	170

LISTADO DE TABLAS

Tabla 1.	Explicación ecuación de transporte.....	25
Tabla 2.	Constantes del modelo $k-\epsilon$	37
Tabla 3.	Modificación parámetros modelo de turbulencia $k - \epsilon$	52
Tabla 4.	Comparativo entre modelación física y numérica	55
Tabla 5.	Comparativo entre modelación física y numérica para dos tipos de malla - Wuskwatim	56
Tabla 6.	Comparativo entre modelación física y numérica para dos tipos de malla - Limestone	57
Tabla 7.	Comparativo entre modelación física y numérica para dos tipos de malla - Conawapa.....	57
Tabla 8.	Resultados caso dos comparados con el modelo físico en la descarga.....	60
Tabla 9.	Ensayos realizados para la descarga de fondo	68
Tabla 10.	Registro de caudales a partir de la ecuación de la SIAS	70
Tabla 11.	Escenarios para la lectura de velocidades	70
Tabla 12.	Escenarios para la lectura de velocidades	71
Tabla 13.	Escenarios para la lectura de presiones.....	71
Tabla 14.	Presiones para cada vano con aperturas de 100%.....	73
Tabla 15.	Dimensiones generales del aliviadero de la hidroeléctrica la Vegona.....	79
Tabla 16.	Especificaciones del número de celdas empleadas para cada malla, su tamaño y costo.	91
Tabla 17.	Métricas de calidad de malla.....	97
Tabla 18.	Tipos de contornos globales asignados para cada frontera.	101
Tabla 19.	Propiedades de los fluidos para simulación bifásica	109
Tabla 20.	Las magnitudes resultantes de velocidad y los errores correspondientes a la descarga con las diferentes densidades de malla.	112
Tabla 21.	Evaluación del desempeño de los mallados mediante el criterio S/σ_{Δ}	113
Tabla 22.	Tiempo de ejecución para diferentes mallados con un total de 800 simulaciones en promedio por nivel.	114
Tabla 23.	Resultados simulación con parámetros estándar	120
Tabla 24.	Resultados simulación con parámetros estándar	125
Tabla 25.	Comparación presiones modelo numérico vs modelo físico.....	128
Tabla 26.	Umbral definido para el análisis de sensibilidad con apertura de compuerta del 10%.....	134
Tabla 27.	Resultados de las variables, producto de la variación de $C_{1\epsilon}$, σ_k y σ_{ϵ} con apertura del 10%.....	135
Tabla 28.	Resultados de las variables, producto de la variación de $C_{2\epsilon}$, con apertura de compuerta del 10%.....	138
Tabla 29.	Resultados de las variables, producto de la variación de C_{μ} , con apertura de compuerta del 10%.....	141
Tabla 30.	Umbral definido para el análisis de sensibilidad	143
Tabla 31.	Resultados de las variables, producto de la variación de $C_{2\epsilon}$, con apertura del 100%.....	144
Tabla 32.	Resultados de las variables, producto de la variación de C_{μ} , con apertura del 100%.....	146
Tabla 33.	Error relativo acorde al caso de estudio.....	152
Tabla 34.	Comparación velocidades modelo numérico con apertura de compuerta del 100% y parámetros estándar contra mediciones del modelo físico.....	153
Tabla 35.	Comparación presiones del modelo numérico con apertura de compuerta del 100% y parámetros estándar contra mediciones del modelo físico.....	153
Tabla 36.	Comparación velocidades modelo numérico calibrado contra mediciones modelo físico.	154
Tabla 37.	Comparación velocidades modelo numérico calibrado contra mediciones modelo físico.....	158
Tabla 38.	Condiciones de contorno implementadas modelo numérico hidroeléctrica la Vegona	159
Tabla 39.	Mejores esquemas numéricos para la velocidad	162

LISTADO DE FIGURAS

Figura 1.	Niveles característicos y volúmenes de un embalse con descarga de fondo.	19
Figura 2.	Ubicación del nivel mínimo de operación N.M.O con respecto al valor de la sugerencia (S).	20
Figura 3.	Teorema de la divergencia.	23
Figura 4.	Estado de esfuerzos en el volumen de control	27
Figura 5.	Descomposición de Reynolds.	32
Figura 6.	Perfil de $\vartheta T \varepsilon k^2$ de las DNS para un flujo en un canal con $Re=13.750$	37
Figura 7.	a) Comportamiento del campo de información con método de Volumen de Fluido (VOF), cuando interactúa en los subdominio o celdas, para capturar la interfase de aire y agua, b) distribución de las fases aire y aguas e el dominio computacional donde el agua se representa por el color rojo, el azul es el aire y la gama de colore represente la interfase.	41
Figura 8.	Mallas bidimensionales estructuradas, a) formulación centrada en los vértices, b) formulación centrada en la celda.	46
Figura 9.	Mallas bidimensionales no estructuradas, a) formulación centrada en la celda, b) formulación centrada en los vértices.	47
Figura 10.	Evolución de una triangulación de Delaunay.	48
Figura 11.	Evolución de la malla en el método de frente de avance.	48
Figura 12.	Error relativo con base en el modelo físico	54
Figura 13.	Geometría bidimensional vertedero tipo Ogee y malla implementada	54
Figura 14.	Vertedero caso A	55
Figura 15.	Vertedero caso B	55
Figura 16.	Vertedero Wuskwatim	56
Figura 17.	Vertedero Limestone	56
Figura 18.	Comparación modelo numérico y físico en la descarga con dos modelos de turbulencia	58
Figura 19.	Geometría del vertedero	58
Figura 20.	Comparativo de coeficiente de contracción para descarga libre (a) y descarga sumergida contra apertura de compuerta con RNG $k - \varepsilon$ (b)	58
Figura 21.	Comparativo entre los esfuerzos normales turbulentos y cortantes con base en las mediciones del modelo físico.	59
Figura 22.	Geometría implementada	60
Figura 23.	Resultados de la velocidad caso 2 para una profundidad de 115 mm	60
Figura 24.	Geometría compuerta radial	61
Figura 25.	Variación de las descargas en el tiempo con la apertura de la compuerta.	61
Figura 26.	a) División política de Honduras, b) Localización departamento de Yoro, c) Localización Imagen hidroeléctrica la Vegona	62
Figura 27.	Modelo físico de la central hidroeléctrica la Vegona vista frontal	64
Figura 28.	Modelo físico de la central hidroeléctrica la Vegona vista posterior	64
Figura 29.	Vertedero rectangular suprimido	65
Figura 30.	Vaso limnimétrico	65
Figura 31.	Piezómetros descarga de fondo	66
Figura 32.	Tableros de medición	66
Figura 33.	Minimolinete A. OTT Kempton	66
Figura 34.	Medidor de niveles por ultrasonido	67
Figura 35.	Miras para medición de niveles	67
Figura 36.	Caudales descargados vs nivel del embalse para diferentes aperturas de compuerta	69
Figura 37.	Piezómetros instalados y abscisas del canal	72
Figura 38.	Hidroeléctrica La Vegona –Honduras; a) Vista Panorámica; b) Vista frontal.	77

Figura 39.	a) Corte transversal de la descarga de fondo del aliviadero de la hidroeléctrica La Vegona, dimensiones de los vanos, pilas o estribos y corte teórico de los taludes de la ladera, b) Corte longitudinal del aliviadero representación geométrica del muro frontal, canal de descarga con deflector de 15°, geometría de la compuerta radial y abocinamientos en las aristas del orificio de descarga.	80
Figura 40.	Asignación de unidades del archivo dwg para la generación del dominio computacional de aliviadero con descarga de fondo	81
Figura 41.	a) Geometría de diseño del aliviadero con detalles constructivos de las guías de los tablonces, muros tabique, guías de la compuerta radial y estribos o pilas con la configuración de la viga muños. ,b) Simplificación de la geometría del aliviadero y conformación de superficies planas mediante estructuras alámbricas.	82
Figura 42.	a) Configuración simplificada del aliviadero mediante estructuras alámbricas, b) Configuración simplificada del aliviadero en dos dimensiones mediante estructuras superficiales asociativas	83
Figura 43.	a) Volúmenes sólidos tridimensionales del aliviadero sin aristas redondeadas, b) Configuración de sólidos 3D de corrección para los estribos, c) geometría de los estribos en planta	84
Figura 44.	a) Volumen sólidos tridimensionales monolítico del aliviadero con aristas redondeadas, b) Representación de la compuerta radial con una apertura al 10%.	84
Figura 45.	a) Superficies o caras que conforman la casa de máquinas, muros de acompañamiento de cierre, muros de relleno y ladera simplificada, b) Representación del dominio computacional que representa los muros del problema.	85
Figura 46.	a), b), c) Dominio computacional definitivo en 3D del aliviadero La Vegona, d) eje de corte para el rebanado del modelo en dos dimensiones del caso de estudio.	86
Figura 47.	Dominio computacional definitivo en 2D del aliviadero La Vegona	86
Figura 48.	Representación del dominio computacional en 2D en el módulo DesignModeler, con las correcciones de las caras y aristas.	87
Figura 49.	a) Representación del dominio computacional y las superficies a discretizar por el método Sweep, b) Corrección en la Discretización con tetraedros en el eje z, con espesor continuo de los volúmenes finitos.	90
Figura 50.	Representación del dominio computacional discretizando uniforme y con refinamiento en la zona de desarrollo del perfil de la lámina de agua y la interfase aire-agua	91
Figura 51.	Refinamientos de la malla en la descarga del aliviadero domino computacional 2D, con órdenes de MT2, MT4 y MT6 elementos.	92
Figura 52.	Costos computacionales y rendimiento en generación de mallas bidimensionales.	93
Figura 53.	Relación de aspecto máximo de los elementos de discretización.	95
Figura 54.	a) Vectores utilizados para calcular Calidad ortogonal para 3D, b) Vectores utilizados para calcular Calidad ortogonal para 2D	96
Figura 55.	Condiciones de contorno del modelo bidimensional, caso de estudio con apertura de compuerta del 10%	99
Figura 56.	Distribución de la velocidad cerca a los muros	103
Figura 57.	Simulación estándar a diferentes pasos de tiempo, a) tiempo 5 s, b) tiempo 10 s, c) tiempo 10 s, d) tiempo 17.	105
Figura 58.	Condición inicial ϵ	106
Figura 59.	Condición inicial k	106
Figura 60.	Condición inicial de las fases aire - agua	107
Figura 61.	Solucionador "Solver" InterFOAM	108
Figura 62.	Perfiles de lámina de agua con diferentes refinamiento de malla y comparado con los datos parametrizados.	113
Figura 63.	Relación del costo computacional y la disminución del error relativo de la velocidad.	114
Figura 64.	Perfil de presiones compuertas 100% abiertas	116
Figura 65.	Protocolo de modelación etapa 1 y 2.	118

Figura 66.	Protocolo de modelación etapa 3.	119
Figura 67.	Sección de selección de resultados modelo estándar	121
Figura 68.	Perfil de velocidades simulación estándar	121
Figura 69.	Perfil de presiones simulación estándar	122
Figura 70.	Perfil de la superficie libre del agua simulación estándar	123
Figura 71.	Perfil energía cinética turbulenta simulación estándar	124
Figura 72.	Perfil tasa de disipación energía cinética turbulenta simulación estándar	124
Figura 73.	Perfil superficie libre del agua con apertura de compuerta del 100%.	125
Figura 74.	Perfil de velocidad compuerta 100%	126
Figura 75.	Sección de medición de velocidades con minimolinete	126
Figura 76.	Perfil de presiones compuertas 100% abiertas	128
Figura 77.	Búsqueda exhaustiva σ_ε	131
Figura 78.	Búsqueda exhaustiva $C_{\varepsilon 1}$	132
Figura 79.	Búsqueda exhaustiva $C_{\varepsilon 2}$	132
Figura 80.	Resultados de la velocidad, según la variación de $C_{1\varepsilon}$, con apertura del 10%	135
Figura 81.	Resultados de la presión, acorde a el análisis de sensibilidad del coeficiente $C_{1\varepsilon}$, con apertura de compuerta del 10%	136
Figura 82.	Resultados con apertura de compuerta del 10%, a) Resultados de la presión, acorde al análisis de sensibilidad del coeficiente σ_k , b) Resultados de la presión, acorde al análisis de sensibilidad del coeficiente σ_ε .	137
Figura 83.	Resultados de la velocidad, acorde a el análisis de sensibilidad del coeficiente $C_{2\varepsilon}$, con apertura de compuerta del 10%	138
Figura 84.	Resultados de la presión, acorde a el análisis de sensibilidad del coeficiente $C_{2\varepsilon}$, con apertura de compuerta del 10%	139
Figura 85.	Resultados de k^2/ε , acorde a el análisis de sensibilidad del coeficiente $C_{2\varepsilon}$ y línea de tendencia del comportamiento, con apertura de compuerta del 10%.	140
Figura 86.	Resultados de la velocidad, acorde a el análisis de sensibilidad del coeficiente C_μ , con apertura de compuerta del 10%	141
Figura 87.	Resultados de la presión, acorde a el análisis de sensibilidad del coeficiente C_μ , con apertura de compuerta del 10%.	142
Figura 88.	Resultados de la k^2/ε , acorde a el análisis de sensibilidad del coeficiente C_μ , con apertura de compuerta del 10%.	142
Figura 89.	Resultados de la velocidad, acorde a el análisis de sensibilidad del coeficiente $C_{2\varepsilon}$, con apertura del 100%	144
Figura 90.	Resultados de la presión, acorde a el análisis de sensibilidad del coeficiente $C_{2\varepsilon}$, con apertura del 100%	145
Figura 91.	Resultados de la velocidad, acorde a el análisis de sensibilidad del coeficiente C_μ , con apertura del 100%	146
Figura 92.	Resultados de la presión, acorde a el análisis de sensibilidad del coeficiente C_μ .	146
Figura 93.	Comparativo velocidades con aperturas de compuerta del 10% y 100% - C_μ .	148
Figura 94.	Comparativo presiones con aperturas de compuerta del 10% y 100% - C_μ .	148
Figura 95.	Comparativo velocidades con aperturas de compuerta del 10% y 100%	149
Figura 96.	Resultados de la presión, acorde a el análisis de sensibilidad del coeficiente C_μ .	150
Figura 97.	Nomenclatura de vanos vertedero	151
Figura 98.	Velocidad antes de la calibración	155
Figura 99.	Velocidad después de la calibración.	155
Figura 100.	Perfil lámina de agua antes de la calibración.	156
Figura 101.	Perfil lámina de agua después de la calibración	156

<i>Figura 102.</i>	<i>Perfil presiones antes de la calibración.</i>	<i>157</i>
<i>Figura 103.</i>	<i>Perfil presiones después de la calibración</i>	<i>157</i>
<i>Figura 104.</i>	<i>Perfil lámina de agua condición de contorno Dirchlet</i>	<i>160</i>
<i>Figura 105.</i>	<i>Perfil lámina de agua condición de contorno Neumann</i>	<i>160</i>
<i>Figura 106.</i>	<i>Condición inicial antes de la compuerta</i>	<i>161</i>
<i>Figura 107.</i>	<i>Condición inicial después de la compuerta</i>	<i>161</i>

1. INTRODUCCIÓN, OBJETIVOS Y SÍNTESIS

1.1 Introducción

Las presas son estructuras que se proyectan sobre los cauces fluviales con el fin de generar un embalsamiento manteniendo un nivel de operación. Dependiendo de la hidrología de la zona y la capacidad de almacenamiento de la presa, se hace necesario adecuar estructuras de control de caudal, para mantener los niveles de agua almacenados a la altura estipulada por el diseño. Para poder conocer la hidrodinámica en la descarga del aliviadero se puede recurrir a formulaciones semi-empíricas, modelación física y modelación numérica. Sin embargo, cada una de éstas presenta limitaciones que no las hacen del todo precisas comparándolas con las descargas que se presentan en el prototipo.

La mejor representación que se puede hacer de las descargas en una estructura de control de caudales es la modelación física. Sin embargo, la modelación numérica es otra opción que se puede contemplar al momento de diseñar aliviaderos. Sin embargo, una gran limitación de ésta son los errores numéricos que se producen debido a los términos advectivos no lineales que contienen las ecuaciones de gobierno y sobre todo cuando las aperturas de compuertas son menor, lo que define que hay presencia de mayores velocidades. (Akoz et al., 2009a);(Andersson et al., 2013a);(Cassan and Belaud, 2012);(Javan and Eghbalzadeh, 2013).

Para el caso de estudios se cuenta con los resultados obtenidos del modelo físico en la descarga de fondo del aliviadero con compuertas radiales de velocidad medida con minimolinete, de presión obtenida con piezómetro y de caudales calculada con un vertedero rectangular suprimido. El presente trabajo muestra los avances de un modelo numérico bidimensional resolviendo las ecuaciones promediadas de Reynolds y Navier - Stokes o RANS para flujo incompresible o puntualmente las de cantidad de movimiento y continuidad luego de realizada la descomposición de Reynolds, se cierran con el modelo de turbulencia $k - \epsilon$ que resuelve una ecuación para k y otra para ϵ ambas no conservativas donde éstas cuentan con 5 constantes, donde de estas constantes son parámetros de Prandtl σ_k y σ_ϵ , otras dos constantes son calibradas a partir del experimento de la malla turbulenta para un flujo turbulento homogéneo $C_{\epsilon 1}$ y $C_{\epsilon 2}$, el último parámetro es la constante de proporcionalidad de la viscosidad turbulenta C_μ donde los parámetros estándar fueron definidos por (Launder and Sharma, 1974). (Pope, 2000), menciona que los parámetros fueron calibrados en condiciones específicas de laboratorio, motivo por el cual es posible su modificación para casos específico como es el vertedero de descarga de fondo de la central hidroeléctrica la Vegona. Adicional se realiza un seguimiento a las superficie libre del agua a partir de método VOF (Volume of Fluid). Con el objetivo de realizar una calibración a partir de un análisis de sensibilidad de los parámetros del modelo de turbulencia. El análisis de sensibilidad permite conocer el comportamiento de cada una de las variables que hacen parte de las ecuaciones de gobierno al momento de variar cada uno de los parámetros del modelo de turbulencia $k - \epsilon$, obteniendo una tendencia definida que relaciona la presión, la velocidad y $k - \epsilon$ con los parámetros C_μ y $C_{\epsilon 2}$ permitiendo su

calibración y obteniendo una ecuaciones de calibración que permiten desarrollar una metodología de calibración para este tipo de estructuras.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo general.

Desarrollar una metodología de calibración de un modelo numérico en flujo bifásico de una estructura de control de caudales a partir de un análisis de sensibilidad de los parámetros de un modelo de turbulencia ($k - \epsilon$).

1.2.2 Objetivos específicos.

- ❖ Determinar el efecto que presentan los parámetros del modelo de turbulencia $k - \epsilon$, sobre los resultados hidrodinámicos obtenidos del modelo numérico.
- ❖ Determinar el desempeño de la metodología de calibración del modelo numérico, a partir de los parámetros del modelo de turbulencia $k - \epsilon$.

1.3 Síntesis

El presente documento se compone de las siguientes secciones:

- ❖ Capítulo 1: Introducción, objetivos y síntesis
- ❖ Capítulo 2: Marco de conceptual
- ❖ Capítulo 3: Marco Teórico
- ❖ Capítulo 4: Marco de antecedentes
- ❖ Capítulo 5: Descripción del modelo físico
- ❖ Capítulo 6: Planteamiento del problema
- ❖ Capítulo 7: Configuración del modelo numérico
- ❖ Capítulo 8: Ensayo de independencia de malla
- ❖ Capítulo 9: Análisis de resultados
- ❖ Capítulo 10: Discusión
- ❖ Capítulo 11: Conclusiones
- ❖ Capítulo 12: Trabajo futuro

El primer capítulo contiene una breve introducción del trabajo realizado, sus objetivos y la síntesis del mismo

El segundo capítulo contiene conceptos menesteres previos a la parte gruesa del documento, con el fin de centrar al lector en conceptos utilizados a lo largo del documento.

El tercer capítulo presenta la deducción de cada una de las ecuaciones de gobierno, posteriormente implementadas en la configuración del modelo numérico, sus conceptos y adicional cuenta con la teoría de los aspectos numéricos, como es el tratamiento al término no lineal de las ecuaciones.

El cuarto capítulo presenta, los antecedentes de diferentes modelaciones numéricas que se han desarrollado para diferentes tipos de vertederos, a partir de la solución numérica de las ecuaciones de gobierno con programas de Mecánica de Fluidos Computacional, y adicional se presenta las distintas variaciones que se han realizado a los parámetros del modelo de turbulencia $k-\epsilon$ a través del tiempo. Por otra parte, se presenta como se desarrolló la evolución de los métodos para el seguimiento de la superficie libre del agua de un plano de descripción de Lagrange a uno de Euler, siendo este último el método VOF o "*Volumen of Fluid*".

El quinto capítulo presenta los equipos implementados para el registro de mediciones de la velocidad y presión, a lo largo del canal de descarga, presentando los resultados que se obtuvieron de dichas variables.

El Sexto capítulo se justifica la brecha de investigación a resolver en el presente proyecto, basándose en los resultados y criterios encontrados en el marco de antecedentes.

El séptimo capítulo muestra la metodología implementada para la configuración del modelo numérico, donde se debe presenta el criterio con el que se imponen condiciones de contorno o de frontera, iniciales, discretización espacial y parámetros numéricos.

En el octavo capítulo se presenta la independencia de malla, mostrando como es la disminución del error mediante diferentes discretizaciones del dominio computacional y así mismo los tiempos de ejecución de los modelos bidimensionales.

El noveno capítulo muestra los resultados obtenidos de las descargas del vertedero del caso de estudio con los parámetros estándar del modelo de turbulencia, luego se realiza el análisis de sensibilidad de dichos parámetros para dos aperturas de compuerta diferentes (10% y 100%) obteniendo curvas de tendencias definidas que relacionan la variabilidad de la velocidad y presión con la modificación de cada uno de los parámetros del modelo de turbulencia y así poder realizar su calibración correspondiente con base en la disminución del error relativo entre las salidas del modelo numérico y los registros del modelo físico.

En el décimo capítulo se hace una discusión general donde se muestran los problemas encontrados durante el desarrollo del proyecto, y se muestran las formas como se mitigaron dichos problemas, y adicional se discute sobre los resultados obtenidos.

En el décimo primero capítulo se muestra las principales conclusiones del proyecto desarrollado.

El décimo segundo capítulo muestra los posibles trabajos futuros que se pueden desarrollar con base en los criterios y resultados estudiados en este proyecto.

2. MARCO CONCEPTUAL

2.1 Vertedero

El vertedero se implementa en el diseño de presas y embalses principalmente, con el fin de controlar el Nivel de Aguas Máximo permitido. Según la definición expuesta por la USBR, (1960), la estructura de control puede ser de descarga controlada y de descarga sin controlar, puntualmente la descarga controlada contiene compuertas y sin compuertas la descarga sin control.

2.2 Niveles característicos de un embalse

Acorde a los caudales de agua aportados por un río y los requeridos por la característica de la demanda a atender, como los requeridos por turbinas para generación de energía, un embalse puede tener diferentes niveles de lámina de agua que delimitan los volúmenes del mismo, que cuyo significado adquiere un carácter especial según sea la demanda que va a satisfacer y en la operación intrínseca del embalse, dichos niveles se mencionan a continuación:

- ❖ **Nivel máximo normal (N.M.N):** Hace referencia al máximo nivel de lámina de agua que puede alcanzar un embalse en condiciones normales de operación el cual se presenta con cierta regularidad y por un determinado lapso de tiempo, producto de los caudales medios de un cauce con variaciones en la altura poco representativas, tal como se muestra en la Figura 1, (Ochoa, 2002);(Suarez Villar, 1982); (USBR, 1987), este es conocido también nivel de aguas máximo de operación (NAMO).
- ❖ **Nivel máximo de creciente (N.M.C):** Corresponde al nivel de aguas máximo extraordinario en el cuerpo de agua, es decir el nivel que se presenta cuando en el embalse se transita la creciente máxima esperada de diseño, correspondiente a un periodo de diseño, concerniente a un evento extraordinario. Este evento se presenta con una regularidad y un frecuencia baja, por lo tanto la importancia de este nivel se central al momento de diseñar el aliviadero y la altura de la presa, (Ochoa, 2002), otros autores le denominan nivel de aguas máximas extraordinarias (NAME), lo anterior se aprecia en la Figura 1.
- ❖ **Nivel mínimo de Operación (N.M.O):** Obedece al nivel mínimo de operación de un embalse antes de presentar problemas con el suministro generado por la presa, es decir corresponde a la altura de lámina de agua mínima que se puede alcanzar producto del desembalse que se genera por la operación normal de la estructura, en el caso de una hidroeléctrica hace referencia a la producción anual de energía. Así mismo el nivel depende del volumen de sedimentación que se presente y estas estructuras no operan cuando el nivel está por debajo del N.M.O por no ser productivo. con referencia a la ubicación de las captaciones estas se ubican por debajo de este nivel, en proporción a la sugerencia S, para evitar el ingreso de burbujas de aire, pérdida de la capacidad hidráulica, vibraciones y cargas dinámicas elevadas, (Tomas, 2002). Este nivel es conocido también como el nivel de agua

mínimo de operación ordinaria (NAMÍNO), (Suarez Villar, 1982); (USBR, 1987). Lo anterior se observa en la Figura 2.

- ❖ **Nivel de sedimentación (N. Sed):** Se conoce como el nivel alcanzado por los sólidos en la inmediaciones de la captación, producto del depósito de materiales pétreos a lo largo del embalse, cuya distribución es considerada uniforme en los estudios preliminares, pese a la variación que pueda ocurrir acorde al tamaño de las partículas. (Ochoa, 2002), este se puede ver en la Figura 1. Este se calcula al final de la vida útil del proyecto la cual varía entre 50 y 70 años.
- ❖ **Nivel nominal de operación (N.N.O):** Representa el nivel donde se puede garantizar la potencia instalada de la central o la captación idónea según sea el uso del recurso al cual se valla a destinar. (Ochoa, 2002). (Ochoa, 2002) menciona que este nivel se localiza cerca del centro de gravedad del embalse, siendo en cálculos preliminares como la mitad inferior entre N.M.O y e N.M.N, este nivel se calcula por medio de la ecuación (1)

$$N.N.O = \frac{\frac{N.M.N+N.M.O}{2} + N.M.O}{2} \quad (1)$$

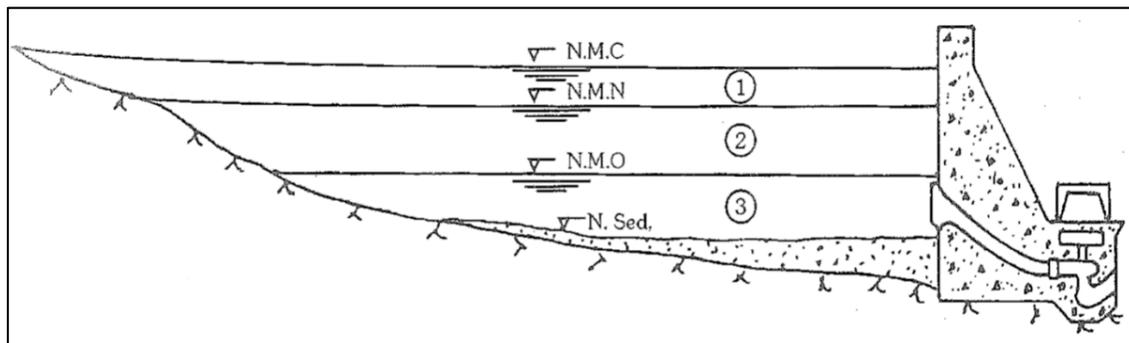


Figura 1. 1) Volumen e amortiguación, 2) Volumen útil, 3) Volumen muerto. Niveles característicos y volúmenes de un embalse con descarga de fondo.

Fuente: (Ochoa, 2002)

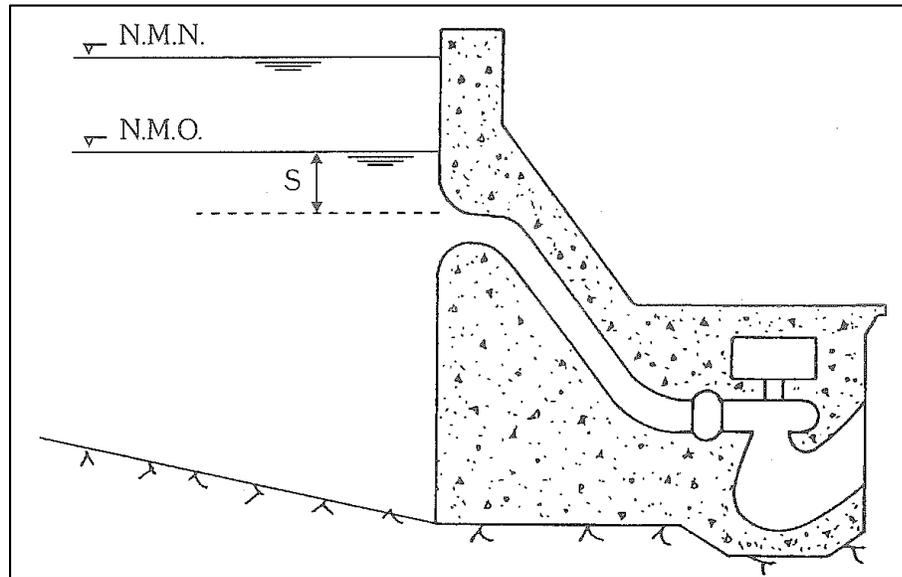


Figura 2. Ubicación del nivel mínimo de operación N.M.O con respecto al valor de la sugerencia (S).

Fuente: (Ochoa, 2002)

- ❖ **Volumen útil:** Es aquel volumen del embalse que se puede utilizar para la generación de energía, riego o abastecimiento, durante desembalses generados, en especial cuando hay periodos de déficit de agua en el cauce. No comprende la sobre carga. Este se encuentra confinado entre el N.M.O y el N.M.N (Ochoa, 2002); (Suarez Villar, 1982); (USBR, 1987), en la Figura 1.se puede apreciar.
- ❖ **Volumen de Amortiguamiento:** Este permite alojar parte del volumen generado cuando se presenta el tránsito de un crecente dentro del embalse. (Ochoa, 2002). Este no tiene mayor importancia en la explotación normal de las actividades de la presa. Este está comprendido entre N.M.N y el N.M.C, o anterior se observa en la Figura 1.
- ❖ **Volumen muerto:** Este se establece desde el N.M.O y el fondo del embalse, este no participa en ninguna de las actividades de la presa y en los desembalses de escorrentía del cauce. Su volumen está previsto para el almacenamiento de los sedimentos arrastrados por el río. (Ochoa, 2002). En alternativas de diseño, es común la localización de descargas por debajo del N.M.O, es decir dentro del volumen muerto con el fin de generar evacuaciones rápidas del embalse para reparaciones, arrastres de sedientos para lavado del embalse o para mantener caudales ecológicos o sanitarios aguas abajo de la estructura emplazada, en la Figura 1 se encuentra esquematizado lo anterior.

2.3 Turbulencia

Movimiento fluido turbulento es una condición irregular de flujo en el que las diversas cantidades muestran una variación al azar con las coordenadas de tiempo y espacio, de

modo que los valores promedio estadísticamente diferentes se pueden distinguir. (Hinze, 1959)

2.3.1 RANS (Reynolds Averaged Navier Stokes)

Las ecuaciones RANS son una modificación de las ecuaciones de Navier-Stokes no permanentes (transitorias) mediante la introducción de promedios y cantidades fluctuantes. Estas ecuaciones representan únicamente las cantidades de flujo medias, modelando los efectos de la turbulencia sin necesidad de resolver las fluctuaciones turbulentas. Los modelos de turbulencia basados en las ecuaciones RANS son conocidos como modelos de turbulencia estadística, debido a que para obtener las ecuaciones se realizan promediados estadísticos, (Carrillo, 2014)

2.4 Modelo numérico

Es una representación en forma discreta de una ecuación diferencial parcial que sigue un comportamiento de un fenómeno físico, a partir de funciones de aproximación. Para realizar la discretización existen tres tópicos principalmente, diferencias finitas, elementos finitos y volúmenes finitos, este último el más versátil para la discretización de las ecuaciones fundamentales de la mecánica de fluidos.

2.5 Método Volumen de Fluido - VOF (*Volumen of fluid*)

El método VOF es utilizado en Mecánica de Fluidos Computacional cuya finalidad es poder seguir las variaciones de la superficie libre del agua, y observar los cambios en la topología de la interfaz aire-agua (Hirt and Nichols, 1981).

3. MARCO TEÓRICO

3.1 Descripción Euleriana y Lagrangiana

La mecánica de fluidos cuenta con dos planos de descripción: El campo de descripción de Euler y el campo de descripción de Lagrange, lo anterior se atribuye a los físicos Leonhard Euler (1707-1783) y Joseph Louis, Comte de Lagrange (1736-1813). En el campo de descripción de Lagrange esencialmente se hace seguimiento a la historia de una partícula individual, por otro lado el campo de descripción de Euler se concentra en qué sucede en un espacio determinado, puntualmente se puede hablar de un volumen de control, (Kundu and Cohen, 2008). Consecuentemente para poder entender desde el plano matemático estos dos campos de descripción del movimiento de los fluidos, el teorema de transporte de Reynolds los relaciona.

3.2 Teorema de transporte de Reynolds

Como se mencionó en la sección anterior, el Teorema de Transporte de Reynolds relaciona los conceptos del campo de descripción de Lagrange con los del sistema de Euler a través del plano matemático, como se presenta en la ecuación (2):

$$\frac{DF_s}{Dt} = \frac{d}{dt} \int_{V_c} F\rho \cdot dV + \int_{S_c} F\rho u_j \cdot dA_i \quad (2)$$

Donde:

F_s Propiedad del sistema

F Propiedad del sistema por unidad de masa

ρ Densidad del fluido

u Vector de velocidad del fluido

V_c Volumen de control

S_c Superficie de control

3.3 Teorema de la divergencia o de Gauss

A través del Teorema de la Divergencia o de Gauss se puede relacionar las integrales de volumen V con las integrales de superficie A , siendo V un volumen limitado por una superficie cerrada denominada A , tal y como se muestra en la Figura 3, donde se considera una superficie de control infinitesimal dA y el vector unitario normal a la superficie es n se conoce que todos los vectores tienen una dirección y una magnitud, el vector ndA tiene una magnitud dA y una dirección n , (Kundu and Cohen, 2008).

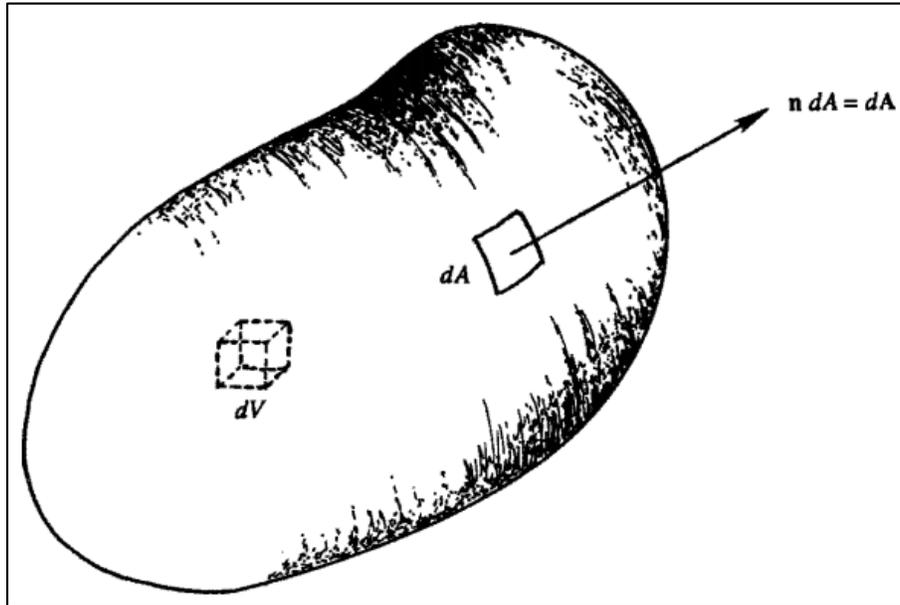


Figura 3. Teorema de la divergencia.
Fuente: (Kundu and Cohen, 2008)

El término Q puede ser un campo escalar, vectorial o tensorial de cualquier orden. Para poder relacionar las integrales de superficie con las integrales de volumen se emplea la siguiente ecuación (3) .

$$\int_V \frac{\partial Q}{\partial x_i} \cdot dV = \int_A Q \cdot dA_i \quad (3)$$

Donde:

Q Puede ser un campo escalar, vectorial o tensorial de cualquier orden

V Volumen de control

A Superficie de control

3.4 Leyes de la conservación

Toda la mecánica de los fluidos están basadas en tres leyes fundamentales de la conservación; la primera ley es la conservación de la masa, la cual menciona que la masa no se puede destruir ni generar solo se transforma pero eso su variación temporal deberá ser igual a cero, la siguiente ley de la conservación es la de cantidad de movimiento, la cual parte de la segunda ley de Newton donde la fuerza es directamente proporcional a la aceleración siendo la constante de proporcionalidad la masa, y la tercer ley de la conservación es la de la energía (Kundu and Cohen, 2008). Todas las expresiones matemáticas de las leyes de conservación se pueden representar de manera diferencial y de forma integral, siendo las de forma diferencial las que solo se centran en un volumen de control infinitesimal y la forma integral son las que tienen en cuenta todo el volumen de control.

3.4.1 Conservación de la masa

La ley de la conservación de la masa parte del concepto que la variación de la masa respecto al tiempo deberá ser igual a cero, debido a que ésta se conserva. Por lo tanto, se representa a través de la expresión (4), desde la descripción de Lagrange:

$$\frac{Dm}{Dt} = 0 \quad (4)$$

Para relacionar la descripción de Lagrange con la descripción de Euler se emplea el Teorema de Transporte de Reynolds, por lo tanto la expresión (5) queda de la siguiente forma:

$$\frac{Dm}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{V_c} \rho dV + \int_{S_c} \rho u_i \cdot dA_i \quad (5)$$

A continuación para relacionar las integrales de volumen con las de superficie se emplea el Teorema de la Divergencia o de Gauss, y adicional la variación parcial temporal entra a la integral, ya que el volumen de control no varía en el tiempo, por consiguiente la ecuación (6) queda de la siguiente forma:

$$\frac{Dm}{Dt} = \int_{V_c} \frac{\partial \rho}{\partial t} dV + \int_{V_c} \frac{\partial \rho u_i}{\partial x_j} \cdot dV \quad (6)$$

La ecuación (7) es la forma integral de la ecuación de continuidad; para dejar la ecuación de continuidad en forma diferencial se quitan las integrales y la ecuación de continuidad en su forma diferencial queda de la siguiente forma:

$$\frac{Dm}{Dt} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i}{\partial x_j} = 0 \quad (7)$$

Teniendo en cuenta que el fluido es incompresible, lo cual indica que la densidad no varía en el espacio, ni en el tiempo, la forma diferencial de la ecuación de continuidad se reduce a la expresión (8):

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_j} = 0 \quad (8)$$

3.4.1.1 Ecuación de transporte

Aunque para el presente proyecto no se emplea la ecuación de transporte su esencia es apropiada para el entendimiento de las Ecuaciones Diferenciales Parciales (EDP), como lo son las ecuaciones de Navier-Stokes, las del modelo de turbulencia k-ε etc.

La ecuación de transporte tiene como variable principal la concentración C y tiene una variación temporal, un término advectivo y un término difusivo. La ecuación completa es la siguiente:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u_j \frac{\partial C_j}{\partial x_i} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x_i \partial x_j} \quad (9)$$

Donde:

$\frac{\partial C}{\partial t}$ Variación temporal de la concentración

$u_j \frac{\partial C_j}{\partial x_i}$ Transporte por advección de la concentración

$D \frac{\partial^2 C}{\partial x_i \partial x_j}$ Transporte por difusión de la concentración

Para entender la ecuación (9) es menester entender cada término por separado, como se presenta en la Tabla 1 :

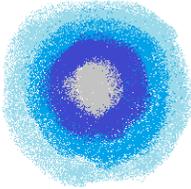
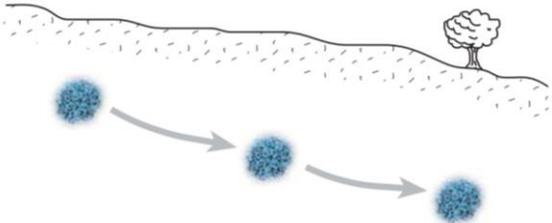
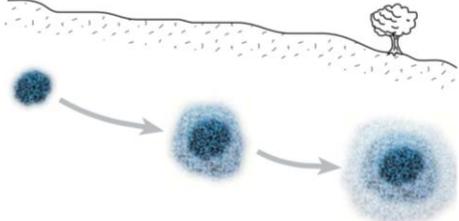
Transporte	Ecuación	Esquema
Difusión	$\frac{\partial C}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x_i \partial x_j}$	
Advección	$\frac{\partial C}{\partial t} + u_j \frac{\partial C_j}{\partial x_i} = 0$	
Advección-Difusión	$\frac{\partial C}{\partial t} + u_j \frac{\partial C_j}{\partial x_i} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x_i \partial x_j}$	

Tabla 1. Explicación ecuación de transporte.

Fuente: (Propia, 2016).

El esquema de difusión que se presenta en la Tabla 1 significa que cada uno de los aros es un valor de concentración en un instante de tiempo, donde el aro del centro tiene mayor concentración que los externos, ya que dicha concentración se difunde a una tasa D que se llamará difusividad y su homólogo en las ecuaciones de Navier-Stokes, sería la

viscosidad molecular, la cual difunde la velocidad, puntualmente sería la pérdida de la cantidad de movimiento.

El esquema advectivo en la Tabla 1 significa que la concentración del primer paso de tiempo está siendo transportada a una velocidad u_j . Sin embargo ésta jamás se difunde, la advección explica muy bien las leyes de la conservación. Su homólogo en las ecuaciones de Navier-Stokes sería una velocidad que transporta otra velocidad, el cual es identificable ya que es una derivada de primer orden.

Por último el esquema de advección-difusión es una combinación de advección y la difusión explicada anteriormente.

3.4.2 Conservación de la cantidad de movimiento

La conservación de la cantidad de movimiento menciona que si una partícula choca con otra ésta le transmitirá su cantidad de movimiento. Esta ley, fue mencionada por primera vez por Galileo Galilei, posteriormente perfeccionada por Rene Descartes. Sin embargo, solo pudo ser explicada por Newton, a partir de su segunda ley, como se expresa a continuación en la ecuación (10) :

$$F_i = ma_i \quad (10)$$

Se conoce por la cinemática que la variación de la velocidad respecto al tiempo es igual a la aceleración y adicional si se deja la fuerza F por unidad de volumen F_* . La segunda ley de Newton quedaría de la siguiente forma (11):

$$F_{*i} = \frac{D\rho u_i}{Dt} \quad (11)$$

Aplicando el Teorema de Transporte de Reynolds, para pasar de un plano de descripción de Lagrange a un plano de descripción de Euler la ecuación (12) queda de la siguiente forma:

$$F_{*i} = \frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (12)$$

Las fuerzas por unidad de volumen que actúan en cada diferencial de volumen son las fuerzas de cuerpo y las fuerzas de superficie.

3.4.2.1 Fuerzas de cuerpo

Las fuerzas de cuerpo son las aquellas que no están en contacto directo con el volumen de control. Sin embargo, éstas ejercen una fuerza que influyen en la dinámica de los fluidos. Las fuerzas de cuerpo pueden ser gravitacionales, magnéticas, electroestáticas o electromagnéticas. Para el caso de la dinámica de los fluidos la fuerza que actúa sobre el volumen de control es la ejercida por la gravedad se define por la expresión

$$F_{*i} = \frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (13)$$

$$F_c = \rho g_i \quad (14)$$

Donde:

ρ Densidad del fluido

g_i Aceleración de la gravedad

3.4.2.2 Fuerzas de superficie

Las fuerzas de superficie son las que hacen contacto directo con un elemento de área. Por lo tanto, se clasifican en fuerzas tangenciales y fuerzas normales. Las fuerzas normales se representan en un fluido por la presión, y las fuerzas tangenciales por la viscosidad o fuerzas viscosas. Los esfuerzos positivos son aquellos que por convención van orientados en la dirección positiva de los ejes.

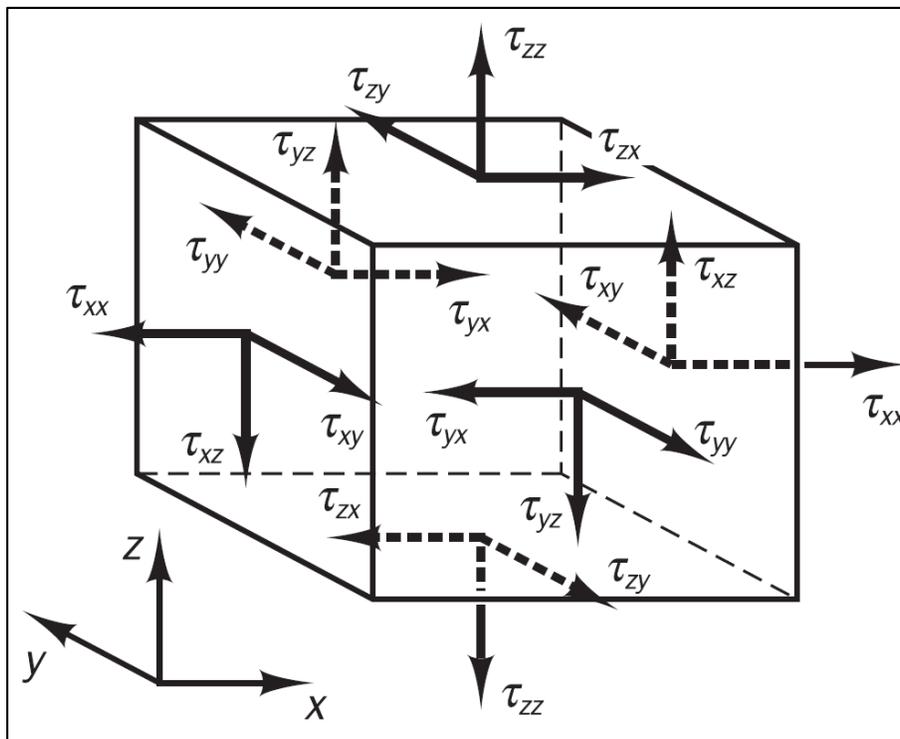


Figura 4. Estado de esfuerzos en el volumen de control
Fuente: (Versteeg and Malalasekera, 2007).

El estado de esfuerzos que se muestra en la Figura 4 se representa por un tensor de segundo orden τ_{ij} , en el cual, el primer término i es la dirección normal a la superficie y el segundo término j es la dirección en la que el esfuerzo actúa.

$$\tau_{ij} = \begin{bmatrix} \tau_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \tau_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \tau_{zz} \end{bmatrix} \quad (15)$$

El tensor de esfuerzos τ_{ij} es simétrico, lo que indica que $\tau_{ij} = \tau_{ji}$ cuando i y j son diferentes.

3.4.2.3 Forma integral y diferencial de la ecuación de cantidad de movimiento

Desde un plano de descripción de Lagrange se conocer que la segunda ley de Newton, aplicada para un volumen de control es:

$$\frac{D}{Dt} \int_{V_c} \rho u_i \cdot dV = F_c + F_s \quad (16)$$

Donde:

F_s Son fuerzas de superficie

F_c Son fuerzas de cuerpo

Por lo tanto la forma integral de la ecuación de cantidad de movimiento quedaría expresada de la siguiente forma:

$$\frac{D}{Dt} \int_{V_c} \rho u_i \cdot dV = \int_{V_c} \rho g_i \cdot dV + \int_{S_c} \tau_{ij} \cdot dA_i \quad (17)$$

Aplicando el Teorema de la divergencia o de Gauss y teniendo en cuenta que el volumen de control no varía con el tiempo, la variación temporal quedaría adentro de la integral y la ecuación de cantidad de movimiento en su forma integral quedaría de la siguiente forma:

$$\int_{V_c} \frac{D\rho u_i}{Dt} \cdot dV = \int_{V_c} \left[\rho g_i + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \right] \cdot dV \quad (18)$$

La ecuación (19) se debe cumplir para cada volumen de control infinitesimal por lo cual se eliminan las integrales, y adicional se aplica el Teorema de Transporte de Reynolds para dejar la ecuación en el plano de descripción de Euler, por lo tanto, la ecuación de cantidad de movimiento en su forma diferencial y descripción de Euler sería:

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \rho g_i + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (19)$$

Donde:

$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t}$	Aceleración local
$u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$	Advección no lineal
ρg_i	Peso del volumen de control
$\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}$	Gradiente del tensor de esfuerzos

3.4.2.4 Ecuación constitutiva para un fluido newtoniano

Cuando un fluido está en reposo, no hay esfuerzos cortantes y además el esfuerzo no depende de la orientación, puntualmente se le denomina isotrópico. El único tensor isotrópico de segundo orden que existe es el delta de Kronecker δ_{ij} , el cual se representa de la siguiente forma:

$$\delta_{ij} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (20)$$

Por lo tanto el tensor de esfuerzos τ_{ij} debe ser proporcional a δ_{ij} . Para este caso solo se tiene en cuenta los esfuerzos normales, puntualmente la presión, siendo ésta de signo negativo, debido a que siempre está a compresión, como se presenta en la expresión siguiente:

$$\tau_{ij} = -P\delta_{ij} \quad (21)$$

Cuando el fluido está en movimiento actúan los esfuerzos cortantes, motivo por el cual la ecuación (21) se representa de la siguiente manera:

$$\tau_{ij} = -P\delta_{ij} + \sigma_{ij} \quad (22)$$

Donde:

$-P\delta_{ij}$	Parte isotrópica
σ_{ij}	Parte desviadora

Como se puede ver el tensor de esfuerzos se descompuso en una parte isotrópica, la cual se relaciona con los esfuerzos normales o la presión, y una parte desviadora que contiene los esfuerzos cortantes o viscosos (Kundu and Cohen, 2008). La parte desviadora según la experimentación se ha encontrado que es directamente proporcional al tensor gradiente de velocidad, por lo tanto ese esfuerzo desviador se puede expresar de la siguiente forma:

$$\sigma_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (23)$$

Donde el gradiente de velocidad $\frac{\partial u_i}{\partial x_j}$ a su vez contiene una parte simétrica y otra parte antisimétrica y se expresan así:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (24)$$

La parte antisimétrica de la ecuación **(24)** representa la rotación sin deformación, motivo por el cual no puede generar esfuerzos. Por lo tanto solo se centra en la parte asimétrica denominada tensor tasa deformación e_{ij} .

$$e_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (25)$$

Posteriormente, se puede asumir una relación lineal de este tipo:

$$\sigma_{ij} = K_{ijmn} e_{mn} \quad (26)$$

Donde K_{ijmn} es un tensor de cuarto orden con 81 componentes asumiendo que es simétrico, motivo por el cual, solo 2 componentes resultan, ya que el tensor σ_{ij} también es simétrico (Kundu and Cohen, 2008). Todos los tensores de orden par se componen de δ_{ij} , por lo tanto el tensor de cuarto orden queda de la siguiente forma:

$$K_{ijmn} = \lambda \delta_{ij} \delta_{mn} + \mu \delta_{im} \delta_{jn} + \gamma \delta_{in} \delta_{jm} \quad (27)$$

Donde λ , μ y γ son escalares que dependen del estado termodinámico. Dado que σ_{ij} es simétrico y K_{ijmn} también debería ser simétrico en i y j (Kundu and Cohen, 2008). Esto solo será consistente si:

$$\mu = \gamma \quad (28)$$

Conociendo lo presentado en las ecuaciones (27) y (28) se puede llegar a que la parte desviadora σ_{ij} del tensor de esfuerzos τ_{ij} es:

$$\sigma_{ij} = \lambda \delta_{ij} e_{mm} + 2\mu e_{ij} \quad (29)$$

Donde el tensor e_{mm} es igual a cero, ya que el gradiente de velocidad es igual a cero para fluidos incompresibles como se muestra en la sección 3.4.1, por lo tanto el tensor de esfuerzo quedaría de la siguiente forma:

$$\tau_{ij} = -P\delta_{ij} + 2\mu e_{ij} \quad (30)$$

Donde:

P	Presión
δ_{ij}	Delta de Kronecker
μ	Viscosidad absoluta del fluido
e_{ij}	Tensor tasa deformación

3.4.2.5 Ecuaciones de Navier-Stokes

Las ecuaciones de Navier-Stokes se componen de la ley de la conservación de la cantidad de movimiento y la ley de la conservación de la masa.

Una vez determinado el tensor de esfuerzos explicado en la sección 3.4.2.4, se reemplaza en la ecuación (31) de la conservación de la cantidad de movimiento y como resultado se obtiene la ecuación de la cantidad de movimiento para un fluido Newtoniano e incompresible en tres dimensiones, como se muestra a continuación:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_j} + \nu \frac{\partial u_i}{\partial x_j \partial x_i} + g_i \quad (31)$$

Donde:

u_i	Vector de velocidad
$\frac{\partial u_i}{\partial t}$	Aceleración local
$u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$	Advección no lineal
$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_j}$	Gradiente de presión, donde ρ es la densidad del fluido
$\nu \frac{\partial u_i}{\partial x_j \partial x_i}$	Difusión de la cantidad de movimiento, donde ν es la viscosidad cinemática del fluido
g_i	Aceleración de la gravedad

Como se mencionó anteriormente las ecuaciones de Navier- Stokes se componen de la ley de la conservación de la cantidad de movimiento y la ley de la conservación de la masa, por lo tanto, para completar las ecuaciones faltaría la divergencia de la velocidad, la cual representa que el fluido es incompresible:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_j} = 0 \quad (32)$$

3.5 Ecuaciones de Navier-Stokes promediadas en el tiempo (RANS)

Las ecuaciones RANS, son altamente aplicadas en ingeniería por sus costos computacionales óptimos, para realizar la simulación de flujos turbulentos. Sin embargo, la

mejor modelación numérica de las escalas turbulentas se realiza con la solución directa de las ecuaciones de Navier-Stokes (DNS), el problema consiste en para poder capturar la turbulencia es necesario contar con un refinamiento de malla por debajo del milímetro y un refinamiento del tiempo por debajo del milisegundo, con el fin de capturar las escalas de Kolmogorov (Versteeg and Malalasekera, 2007), por tal razón los costos computacionales son muy altos y se sale del plano de la ingeniería.

Las ecuaciones RANS parten de la descomposición de Reynolds. La descomposición de Reynolds se basa en descomponer la velocidad de un fluido localizada en un punto en el espacio en una velocidad media U más las perturbaciones de ésta u'_i como se presenta en la ecuación (33), (Versteeg and Malalasekera, 2007). Para entender mejor este concepto se tiene como apoyo la Figura 5.

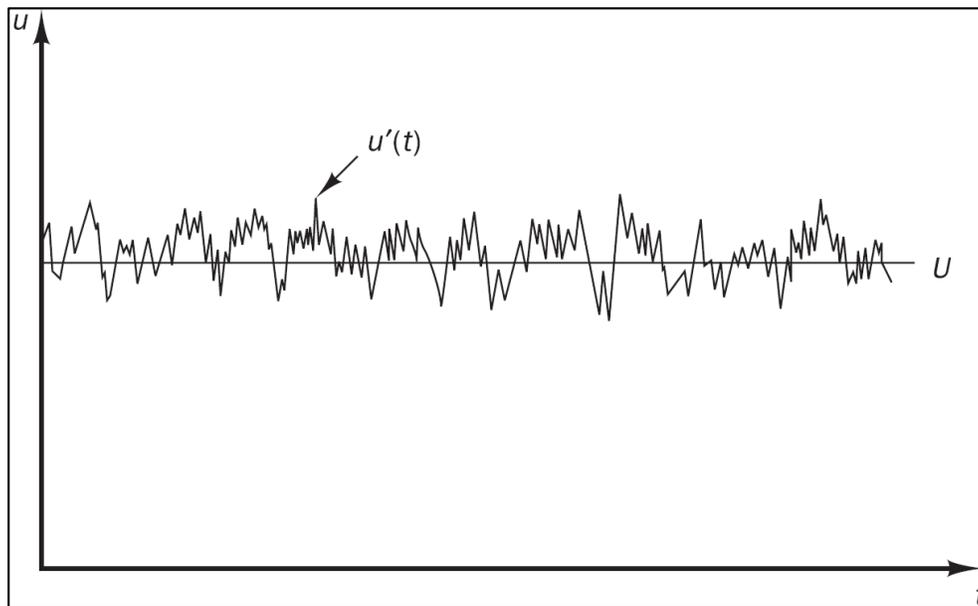


Figura 5. Descomposición de Reynolds.
Fuente: (Versteeg and Malalasekera, 2007)

Por lo tanto, la descomposición de Reynolds se expresa de la siguiente forma:

$$u_i(t) = U_i + u'_i(t) \quad (33)$$

Una vez realizada la descomposición de Reynolds para la velocidad, se introduce en las ecuaciones de Navier- Stokes, dando como resultado la siguiente expresión para la ecuación de continuidad:

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_j} = 0 \quad (34)$$

Donde:

$\frac{\partial U_i}{\partial x_j}$ Gradiente del vector de velocidad media del fluido

Igual que en la ecuación de continuidad se introduce la descomposición de Reynolds en las ecuaciones de cantidad de movimiento para un fluido Newtoniano e incompresible y luego de desarrollar el álgebra correspondiente, para más detalle se puede observar en el libro de flujos turbulentos de (Pope, 2000), se obtiene la ecuación siguiente:

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_j} + \nu \frac{\partial U_i}{\partial x_j \partial x_i} - \frac{\partial(\overline{u'_i u'_j})}{\partial x_j} + g_i \quad (35)$$

Donde:

U_i Vector de velocidad media

$\frac{\partial U_i}{\partial t}$ Aceleración local

$U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j}$ Advección no lineal

$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_j}$ Gradiente de presión, donde ρ es la densidad del fluido

$\nu \frac{\partial U_i}{\partial x_j \partial x_i}$ Difusión de la cantidad de movimiento, donde ν es la viscosidad cinemática del fluido

g_i Aceleración de la gravedad

$(\overline{u'_i u'_j})$ Tensor de esfuerzos de Reynolds

3.5.1 Tensor de esfuerzos de Reynolds

El modelo de turbulencia k- ϵ , junto con el de longitud de mezcla son los más utilizados y validados hasta el momento, por su costo computacional. Están basados en la hipótesis de la viscosidad turbulenta, en la cual, existe una relación entre los esfuerzos viscosos y los esfuerzos de Reynolds (Versteeg and Malalasekera, 2007). Se parte de la ley de la viscosidad de Newton, donde los esfuerzos viscosos son directamente proporcionales al tensor tasa de formación de un fluido, como se presenta en la siguiente expresión:

$$\beta_{ij} = \mu S_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (36)$$

Donde:

μ Viscosidad absoluta del fluido

S_{ij} Tensor tasa deformación

β_{ij} Tensor de esfuerzos de Reynolds

Se ha encontrado que entre mayor sea la tasa media de deformación de un fluido, mayores serán los esfuerzos turbulentos, por lo tanto Boussinesq en 1877, menciona que el tensor de esfuerzos de Reynolds podría ser proporcional al tensor tasa deformación medio (Versteeg and Malalasekera, 2007), como se presenta a continuación:

$$\beta_{ij} = -\overline{\rho u'_i u'_j} = \mu_T \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (37)$$

El primer término de la expresión es la parte desviadora $\mu_T \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)$ y el segundo término es la parte isotrópica $-\frac{2}{3} \rho k \delta_{ij}$

Donde:

$k = \frac{1}{2} (u'_i u'_j)$ Energía cinética turbulenta por unidad de masa

δ_{ij} Delta de Kronecker

μ_T Viscosidad absoluta turbulenta

ρ Densidad del fluido

$\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)$ Tensor tasa deformación medio

3.5.2 Hipótesis de la Viscosidad turbulenta

La hipótesis de la viscosidad cinética turbulenta es muy sencilla, simplemente dice que la viscosidad cinemática turbulenta es directamente proporcional a una escala de velocidad característica u_* por una escala de longitud característica l_* . Por lo tanto la viscosidad cinemática turbulenta es igual a:

$$\nu_T = C u_* l_* \quad (38)$$

Donde C es la constante de proporcionalidad.

Kolmogorov (1942) y Prandlt (1945) sugieren que la velocidad característica u_* sea directamente proporcional a la energía cinética turbulenta k , por consiguiente la velocidad característica sería:

$$u_* = c k^{1/2} \quad (39)$$

Si la longitud característica l_* es igual a la longitud de mezcla l_m , la ecuación de la viscosidad cinemática turbulenta es igual a:

$$\vartheta_T = ck^{1/2}l_m \quad (40)$$

3.5.2.1 Modelo de turbulencia k-ε

El modelo de turbulencia de dos ecuaciones k - ε es el más implementado para representar la turbulencia y resolver las ecuaciones RANS que se basan en la hipótesis de la viscosidad turbulenta. Este modelo se compone de dos ecuaciones de transporte una para k que es la energía cinética turbulenta y otra para ε , que es la tasa de disipación de la energía cinética turbulenta. (Tu et al., 2007).

Para determinar el valor de k se emplea una ecuación de transporte no conservativa, como se presenta a continuación:

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j k) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + \mathcal{P}_k - \rho \varepsilon \quad (41)$$

Donde:

$\frac{\partial \rho k}{\partial t}$ Variación temporal de la energía cinética turbulenta

$\frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j k)$ Transporte de k por advección

$\frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right]$ Transporte de k por difusión de esfuerzos viscosos moleculares y turbulentos.

\mathcal{P}_k Producción de energía cinética turbulenta

$\rho \varepsilon$ Destrucción de la energía cinética turbulenta

Cuando existen números de Reynolds altos la tasa de disipación de la energía cinética turbulenta es proporcional a una longitud característica l_* , y a una velocidad característica u_* , donde la escala de ε es proporcional:

$$\varepsilon = \frac{u_o^3}{l_o} \quad (42)$$

Por lo tanto la tasa de disipación de la energía cinética turbulenta sería de la siguiente forma:

$$\varepsilon = C_D \frac{k^{3/2}}{l_m} \quad (43)$$

Donde $C_D = c^3$, por consiguiente la viscosidad cinemática turbulenta es igual a:

$$\vartheta_T = c C_D \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (44)$$

Para determinar el valor de ε es necesario utilizar una ecuación de transporte para la tasa de disipación de la energía cinética turbulenta no conservativa, como se presenta a continuación:

$$\frac{\partial(\rho\varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j \varepsilon) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + \frac{\varepsilon}{k} (C_{1\varepsilon} \mathcal{P}_k - C_{2\varepsilon} \rho \varepsilon + C_{1\varepsilon} \mathcal{P}_{\varepsilon b}) \quad (45)$$

Donde:

$\frac{\partial(\rho\varepsilon)}{\partial t}$ Variación temporal de la tasa de disipación de la energía cinética turbulenta

$\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j \varepsilon)$ Transporte de ε por advección

$\frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right]$ Transporte de ε por difusión de esfuerzos viscosos moleculares y turbulentos.

$\frac{\varepsilon}{k} (C_{1\varepsilon} \mathcal{P}_k - C_{2\varepsilon} \rho \varepsilon + C_{1\varepsilon} \mathcal{P}_{\varepsilon b})$ Producción y destrucción de la tasa de disipación de la energía cinética turbulenta

Ahora volviendo a la ecuación (44) y se despeja las constantes de proporcionalidad cC_D , queda algo de la siguiente forma

$$cC_D = \vartheta_T \frac{\varepsilon}{k^2} \quad (46)$$

El término del lado derecho de la ecuación (46) puede ser medido. El perfil de la lámina de agua que se presenta en la Figura 6, se realizó para una canal con flujo turbulento, a partir de la solución directa de las ecuaciones de Navier-Stokes o DNS; allí se muestra que excepto cerca a los muros ($y < 50$), el valor de la constante $cC_D = C_\mu$ es constante con un valor cercano a 0.09.

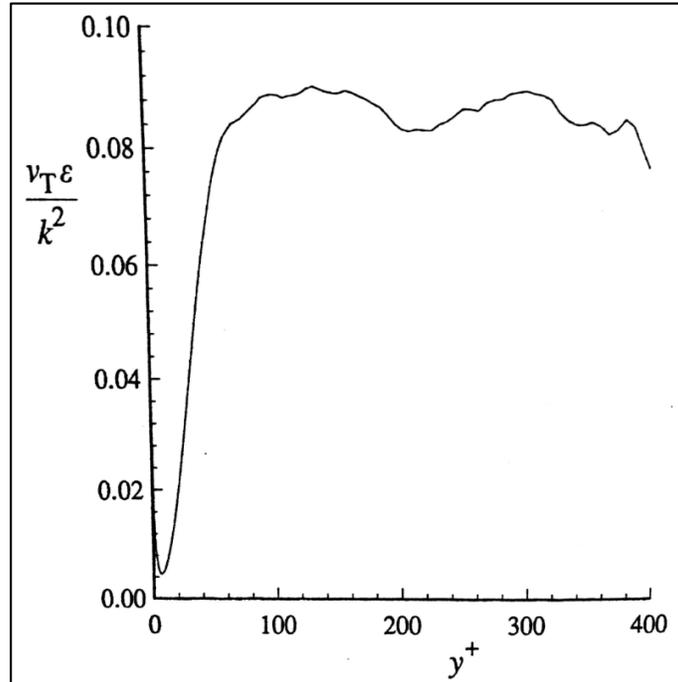


Figura 6. Perfil de $\frac{v_T \varepsilon}{k^2}$ de las DNS para un flujo en un canal con $Re=13.750$
Fuente: (Pope, 2000)

Los valores de las constantes del modelo de turbulencia $k-\varepsilon$, dadas por (Launder and Sharma, 1974), son:

c_u	σ_k	σ_ε	$c_{\varepsilon 1}$	$c_{\varepsilon 2}$
0.09	1	1.3	1.44	1.92

Tabla 2. Constantes del modelo $k-\varepsilon$

Fuente: (Propia, 2016)

Las constantes del modelo de turbulencia $k-\varepsilon$ $c_{\varepsilon 1}$ y $c_{\varepsilon 2}$, son determinadas a partir del experimento de la malla turbulenta (*grid turbulence*) en un túnel de viento, el cual aplica para flujos turbulentos homogéneos, donde el exponente de abatimiento n (decay exponent) se encuentra generalmente en un rango de 1.15 a 1.45 (Pope, 2000), siendo la constante $c_{\varepsilon 2}$ representada por la siguiente expresión:

$$c_{\varepsilon 2} = \frac{n + 1}{n} \tag{47}$$

Por lo tanto el valor de $c_{\varepsilon 2}$ propuesto por (Launder and Sharma, 1974) es de 1.92

En flujos turbulentos homogéneos las ecuaciones de k y ε no tendrían los componentes de variación espacial, puntualmente la advección y la difusión. La experimentación en flujos turbulentos homogéneos, ha llevado a la siguiente relación entre la producción y la disipación de la energía cinética turbulenta (Pope, 2000).

$$\left(\frac{\mathcal{P}}{\varepsilon}\right) = \frac{C_{\varepsilon 2} - 1}{C_{\varepsilon 1} - 1} \approx 2.1 \quad (48)$$

Por lo tanto el valor de $C_{\varepsilon 1}$ propuesto por (Launder and Sharma, 1974) es de 1.44

Aunque el modelo de turbulencia k- ε se utiliza bastante por lo simple y puede llegar a tener muy buenos resultados en flujos simples, también puede llegar a ser bastante impreciso en flujos complejos. Por otra parte, los valores de las constantes del modelo de turbulencia k- ε probablemente pueden ser ajustados para algún flujo en particular (Pope, 2000).

3.6 Esquemas numéricos de solución - ecuaciones RANS

3.6.1 Método de los volúmenes finitos

Los volúmenes finitos son un método matemático utilizado para discretizar Ecuaciones Diferenciales Parciales (EDP), que en pocas palabras significa llevar de una EDP a una ecuación algebraica, con el fin de hacer uso de la computación para su solución, a partir de algoritmos. Hay que tener en cuenta que los volúmenes finitos son un método que solo aplica para la discretización de la variación espacial de las EDP, puntualmente los términos advectivos de primer orden y los términos difusivos de segundo orden.

El método de los volúmenes finitos está basado en el método de los residuos ponderados, el cual se puede expresar, a partir de la siguiente forma:

$$\int_{\Omega} R W d\Omega = 0 \quad (49)$$

Donde:

R Residual de la EDP

W Función de ponderación, que para el caso de volúmenes finitos es igual a 1

Se puede escribir la ecuación (49) en forma discreta de la siguiente forma:

$$C^k = \sum_{i=1}^{NN} C_i^k \phi_i(x) \quad (50)$$

Donde:

C^k Variable de las EDP

$\phi_i(x)$ Función base, que para volúmenes finitos es igual a 1

$\sum_{i=1}^{NN}$ Sumatoria de i igual a 1 hasta el número de nodos que tenga la malla

k Superíndice que representa el tiempo

i Subíndice que representa el espacio

3.6.2 Método para el tratamiento del término no lineal

3.6.2.1 Método Upwind

Uno de los problemas de los esquemas centrados en el espacio, es que no pueden reconocer la dirección del flujo, motivo por el cual existen esquemas que reconocen la dirección de éste (Versteeg and Malalasekera, 2007). El esquema Upwind es un esquema de primer orden que reconoce la dirección del flujo. Sin embargo, debido a que es de primer orden la difusión numérica es bastante alta. El esquema es el siguiente para una ecuación advectiva unidimensional:

$$\frac{\partial F}{\partial t} + u \frac{\partial F}{\partial x_1} = 0 \quad (51)$$

Aplicando el esquema Upwind de forma implícita, con el esquema de discretización temporal de primer orden de Euler para la ecuación (51), la forma discreta de ésta sería:

$$\frac{F_i^{k+1} - F_i^k}{\Delta t} + u \frac{F_i^{k+1} - F_{i-1}^{k+1}}{\Delta x} = 0 \quad (52)$$

Donde el CFL que es un parámetro de estabilidad numérica (ver ecuación (53)), el cual significa físicamente que no se puede andar más del espacio que hay para recorrer, motivo por el cual el CFL deberá ser igual o menor a 1:

$$CFL = u \frac{\Delta t}{\Delta x} \quad (53)$$

3.6.2.2 Método Upwind de segundo orden

El método Upwind de segundo orden en esencia es similar al de primer orden presentado en la sección 3.6.2.1. Sin embargo, se diferencia en que cuenta con un término más de la serie de Taylor al momento de discretizar la ecuación, el esquema de segundo orden en la dirección positiva de x es:

$$\frac{F_i^{k+1} - F_i^k}{\Delta t} + u \frac{3F_i^{k+1} - 4F_{i-1}^{k+1} + 4F_{i-2}^{k+1}}{2\Delta x} = 0 \quad (54)$$

3.6.2.3 Método Van Leer

Los esquemas TVD (Total Variation Diminishing) se han desarrollado para mejorar la eficiencia de los métodos de discretización de ecuaciones hiperbólicas, las cuales generan un frente de onda, como lo son las ecuaciones advectivas no lineales (Versteeg and Malalasekera, 2007). Por lo tanto, la idea de este método es poder disminuir los errores que aparecen en los métodos clásicos como los presentados en las secciones 3.6.2.1 y 3.6.2.2.

En conclusión los esquemas TVD eliminan las oscilaciones indeseadas, adicionando un fragmento de difusión artificial implementando un limitador de flujo $\psi(r)$ donde r es la relación de gradientes aguas arriba y aguas abajo:

$$r = \frac{F_i^{k+1} - F_{i-1}^{k+1}}{F_{i+1}^{k+1} - F_i^{k+1}} \quad (55)$$

Por lo tanto el limitador de flujo Van Leer es de la siguiente forma, (Versteeg and Malalasekera, 2007):

$$\psi(r) = \frac{r + |r|}{1 + r} \quad (56)$$

3.7 Método VOF (Volume of fluid)

El volumen de fluido (VOF) representa los cambios de los perfiles de la interfaz entre aire y el agua, partiendo de la suposición de que los dos fluidos son inmiscibles, rastreando la fracción de volumen de cada uno de los fluidos en el dominio a partir de celdas computacionales definidas, consiguiendo realizar un seguimiento a los cambios en la topología de la superficie libre del agua con una ecuación advectiva de transporte de fase (Ferziger and Perić, 2002). El sistemas de ecuaciones se plantea para un sistema de dos fluidos Newtonianos e incompresibles, dicha ecuación de transporte de fase, en cada paso de tiempo soluciona las ecuación de continuidad y cantidad de movimiento incorporando la hipótesis de viscosidad turbulenta de Boussinesq, por tanto una ecuación de cierre turbulento tiene que ser incorporada, (Hirt and Nichols, 1981), la ecuación () que define el comportamiento de los fluidos en un modelo.

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_j} = 0 \quad (57)$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + u_i \frac{\partial \alpha}{\partial x_i} = 0 \quad (58)$$

$$\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial t} + \bar{U}_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_j} + \rho g_i + (v + \nu_t) \left[\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \sum_{k=1}^2 \frac{\partial \bar{U}_k}{\partial x_k} \right] + \sigma K \frac{\partial \alpha_i}{\partial x_j} \quad (59)$$

Donde, U representa el campo de velocidades compartido por los dos fluidos, α la fracción de Volumen de cada fase, P el campo de presiones, ν la viscosidad dinámica, ν_t la viscosidad turbulenta, ρ densidad del fluido, g la aceleración de la gravedad, k la energía cinética turbulenta e $\mathbb{E} dij$. Los últimos términos anexados en la ecuación (59), son los que describen la tensión superficial, donde K define el promedio de la superficie libre. (Brackbill et al., 1992).

Las ecuaciones trasportan un único fluido en el dominio computacional, resolviendo las ecuaciones (60) y (61). Por lo anterior y para poder definir la fracción que representa un fluido y otro α_a aire y α_w agua, se pondera la distribución de la fase del agua del volumen líquido calculando en cada subdominio las viscosidad dinámica y la densidad del fluido (agua), (Berberović et al., 2009), las ecuaciones consecuentes () y (), explican la restricción de la fase de aire.

$$\rho = \alpha\rho_w(1 - \alpha)\rho_a \tag{60}$$

$$\nu = \alpha\nu_w(1 - \alpha)\nu_a \tag{61}$$

Básicamente una celda del dominio contiene agua cuando $\alpha_w = 1$ y $\alpha_a = 0$, por el contrario si $\alpha_a = 1$, $\alpha_w = 0$, significa que el subdominio estará contenido de aire. Este argumento es discontinuo y su valor para cada fase estará entre 0 y 1 cuando el argumento se transporta en la interfaz entre el agua y el aire. De esta manera las propiedades físicas de este fluido único son iguales a las propiedades de cada fluido en las zonas que cada fluido ocupa, cuya variación se dará en la interfase. (Berberović et al., 2009).

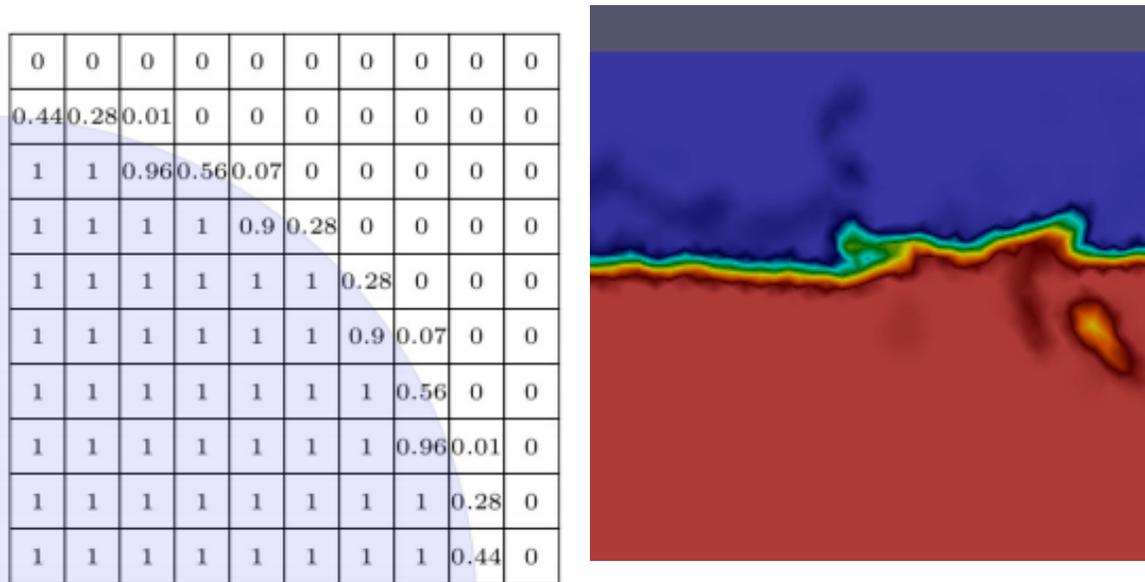


Figura 7. a) Comportamiento del campo de información con método de Volumen de Fluido (VOF), cuando interactúa en los subdominio o celdas, para capturar la interfase de aire y agua, b)

distribución de las fases aire y aguas e el dominio computacional donde el agua se representa por el color rojo, el azul es el aire y la gama de colore represente la interfase.

Fuente: (Bohórquez and Parras, 2010);(Propia, 2016).

3.8 Solución del sistema de ecuaciones algebraico - pre-condicionador

Un pre-condicionador o *preconditioner*, permite generar una aceleración de a la hora de dar soluciones a los sistema de ecuaciones generados por una simulación, donde $Ax = b$, con A matriz no singular de $R^{n \times n}$ y $b \in R^n$, donde la utilidad de estos métodos dependerás si la matriz A en la mayor parte de sus elementos tiene valores de cero, donde A es una matriz simétrica de dimensión $N \times N$ obtenido por discretización, x, que es el vector de solución de longitud N y b es el vector de lado de mano derecha. Este tipo de matrices se recomienda que sean estructuradas o simétricas, es decir que los elementos diferentes a cero están localizados en las diagonales o bandas, esto permite que el método implementado solucione eficientemente las matrices sin necesidad de almacenar la matriz en la memoria (Cervantes and Mejía, 2004);(Muller and Hughes, 1986); (Versteeg and Malalasekera, 2007); (Fernández Oro, 2012)

Esto dependerá de la condición de la matriz donde $K(A) = \lambda_{\max} / \lambda_{\min}$, cuyo valor adecuado se establece cuando $K(A) \approx 1$ y mala cuando el valor es $\gg 1$, donde pequeños cambios en b, representan grandes cambios en x.

La idea del pre-condicionamiento es la reducción del número de iteraciones requerido para la convergencia, transformando el sistema original $Ax = b$ por un sistema $\tilde{A}x = \tilde{b}$, de tal forma que se satisfagan las siguientes propiedades, (Cervantes and Mejía, 2004);(Muller and Hughes, 1986):

- ❖ Resolver $\tilde{A}x = \tilde{b}$ no debe incrementar demasiado el número de iteraciones para resolver el sistema origina
- ❖ El sistema de ecuaciones original y el sistema trasformado, tiene la misma solución, es decir que $\tilde{A}^{-1}\tilde{b} = A^{-1}b$

La idea del pre-condicionador es generar una pre multiplicación o pos multiplicación a ambos lados de la igualdad el sistema original $Ax = b$ por un matriz M, $Max = Mb$, la cual debe ser fácilmente invertible a A, donde m debe ser fácil de solucionar, es factible que M se asemeje a A.

Por medio del pre-condicionador se transforma el sistema de ecuaciones inicial $Ax = b$ en otro equivalente con condiciones más favorables y que permita reducir el número de iteraciones requeridas para la convergencia, sin generar un aumento significativo en la cantidad de cálculo por iteración. Cabe mencionar que hay que alcanzar un estado de equilibrio entre la ganancia de velocidad en la convergencia y el costo que genere en los

cálculos el pre-condicionador en las iteraciones. (Cervantes and Mejía, 2004);(Muller and Hughes, 1986).

Acorde con lo mencionado por (Cervantes and Mejía, 2004); (Jasak et al., 2007), existen varios tipos de pre-condicionadores que dan solución al sistema de ecuaciones algebraico que se presente en un problema, los cuales pueden ser directos como la regla de Clamer, matriz inversa o la eliminación de Gauss, que permite dar una solución a sistemas de ecuaciones que no son tan voluminosos.

Por otro lado existen los pre-condicionadores iterativos estacionarios, que si se manejan solos presenta una mala eficiencia, es por ese motivo que son pre-condicionados es decir, es la combinación está dada por el solucionador y pre-condicionador, estos métodos son conocidos como indirectos, que con la solución de un algoritmo simplificado, permite la convergencia de un cálculo mediante múltiples iteración, resolviendo solo los valores de la matriz que son diferentes de cero, mejorando costos computacionales (Versteeg and Malalasekera, 2007); (Jasak et al., 2007)

El pre-acondicionador M es una matriz que se aproxima, como se muestra en la ecuación (62), (Jasak et al., 2007); (Cervantes and Mejía, 2004);(Muller and Hughes, 1986).

$$Mx = b \tag{62}$$

Lo anterior puede ser muy costoso de solucionar. Entonces, el siguiente sistema podría resolverse mediante las ecuaciones (63) y (64)

$$M^{-1}Ax = M^{-1}b \tag{63}$$

$$AM^{-1}u = b, x = M^{-1}u \tag{64}$$

El procedimiento de iteración tiene como propósito conducir el residual a cero.

3.9 Solución métodos iterativos estacionarios Suavizador (*Smoother*)

Aunque los pre-condicionadores pueden reducir considerablemente el número de iteraciones, normalmente no reducen la dependencia de malla de los números de iteraciones, los métodos iterativos estacionarios se pueden obtener mediante la ecuación (62), donde M es la matriz pre-condicionada u el residual, como se defina esta matriz se puede establecer el método iterativo que mejor se acople estos solucionador permitirán en mayor medida disminuir la tasa del error de alta frecuencia de la solución, cuya velocidad varía dependiendo el método de suavizado usado. (Jasak et al., 2007).

Esta aceleración de cálculo por suavizado se debe a una condición de jerarquía que se aplica en los sistemas de ecuaciones lineales, que transforman las componentes del error situadas en los rangos de discretización menos exigente de la malla a frecuencias del espectro de un operador cuando se hace la discretización espacial de las zonas de mayor refinamiento a los niveles más gruesos, lo anterior tiene como fin general amortiguar el ritmo (más lento) de los procesos iterativos para llegar a la solución de un sistema de ecuaciones.

Por otra parte, las componentes a las frecuencias más altas son las primeras en reducirse, de forma que tras unas pocas iteraciones la mayor parte de las componentes del error a las frecuencias altas se habrán amortiguado. Como consecuencia de estas características un método iterativo actuará como “suavizador” del error, de modo que después de una o más iteraciones de los barridos a través del mallado (llamados también barridos de relajación), el comportamiento del error será lo suficientemente suave para que pueda ser representado adecuadamente en un mallado más grueso. Wagner, 1998).

Acorde a la investigación realizada por (Argüelles Díaz and Santolaria Morros, 2005); (Wagner, 1999), plasma la idea básica del método *multigrid* algebraico (AMG), este describe a continuación:

- ❖ Se aplica uno o más barridos en el dominio de un método iterativo con buenas propiedades de suavizado de las componentes del error de frecuencia alta.
- ❖ Transferir el problema a un mallado menos denso, donde se obtiene una aproximación a la corrección de la solución con un coste computacional menor puesto que existen menos volúmenes finitos con que esta discretizada la zona.
- ❖ Transferir las correcciones obtenidas nuevamente al mallado fino original, con la meta de generar una nueva aproximación de la solución.

Por tanto un método *multigrid* consta de dos procesos básicos: un método iterativo suavizador que puede ser Jacobi, Gauss–Seidel, ILU y un método de corrección de mallado con menos número de elementos, por tal motivo son recomendados para mallados no estructurados. Este método tiene complicaciones ligadas a la tasa de reducción del error existente, ya que demasiados barridos previos y posteriores de corrección pueden aumentar el costo computacional de la CPU, (Jasak et al., 2007), normalmente los costos se generan en los pre barridos, por reevaluar los residuales aumentando los tiempos de cómputo.

3.10 Discretización del dominio computacional

Las ecuaciones que gobiernan el flujo por lo general, no son susceptibles de soluciones analíticas, cuyos planteamientos por lo general son ecuaciones diferenciales parciales.

Por lo tanto, por ser modelo que se centran en el plano Euleriano se debe realizar la discretización del dominio en pequeños subdominios denominados celdas o superficies, cuyas geometrías por lo general son formas geométricas primitivas como hexaedros y tetraedros o cuadriláteros y triángulos que conforman la malla dependiendo de la

dimensionalidad del modelo numérico. Las ecuaciones son discretizadas, se resuelven encada uno de los subdominios, esta soluciones pueden realizarse por medio de método que aproximan la solución de los sistemas de ecuaciones algebraicos, dichos métodos pueden ser volúmenes finitos, elementos finitos o diferencias finitas. El tipo de discretización espacial depende del tipo de discretización de las ecuaciones empleado. En el caso de os volúmenes finitos los subdominios se llaman igual que el método y se definen en puntos de control en los bordes del subdominio donde se almacenan las variables de campo en cada volumen. El flujo de la información es transportado en los puntos medio de cada volumen finito e interpolan el campo con los nodos adyacentes para mejorar el resultado de la variable calculada. En estos métodos se debe asegurar la continuidad del dominio y la solución entre volúmenes y las interfaces comunes entre otras geometrías, lo anterior y mediante un método de interpolación adecuado permiten trasportar y generar la imagen del dominio. Dependiendo de la calidad de la malla y el nivel de refinamiento del dominio computacional se va propiciar una reducción del error intrínseca del modelo, por tal motivo se entran estudios en definir la mejor calidad de malla y algoritmos que describen la topografía e la malla, discretiza el dominio con nodos previos al mallado, cabio de dirección del crecimiento de la malla, ente otros

Las clasificaciones usuales de mallados se basan en la conectividad o en el tipo de elementos que las conforman, autores como, (Thacker, 1980);(Thompson and Weatherill, 1991);(Morcillo and Fernández, 2000), mencionan el criterio de selección como el tipo de malla y su conexión, la forma y el tipo del elemento y el algoritmo de generación. Según sean las técnicas implementadas los mallados se pueden dividir en:

- ❖ Métodos de generación de malla estructurada
 - Algebraicos.
 - Basados en EDPs.
 - Superposición-deformación de retícula.
 - Crecimiento estructurado.
- ❖ Métodos de generación de malla no estructurada:
 - Inserción de nodos y posterior conexión: Delaunay.
 - Generación simultánea de nodos y conectividad: Frente de avance.
- ❖ • Métodos Multibloque

A continuación sedara una breve descripción de los tipos de malla más usada en CFD, en la discretización del dominio computacional, por su conectividad y la generación de las mismas.

3.10.1 Clasificación de malla basada en la conectividad

3.10.1.1 Mallados estructurados

Las mallas estructuradas son aquellas en las que cada elemento de la malla se puede identificar mediante un par de índices (i,j) en un problema de dos dimensiones, mientras que en un problema tridimensional de la malla está inequívocamente identificado por los índices (i, j, k) , k en coordenadas cartesianas. La regularidad de la conectividad permite ahorrar espacio ya que las relaciones entre elementos son definidas por la disposición de almacenamiento. Una clasificación adicional puede ser considerada en función de si el mallado es cartesiano o curvilíneo (malla levemente deformada), lo anterior facilita la transferencia de información el Acceso a las celdas vecinas a una dada resulta muy rápido y fácil. También pueden clasificarse en mallas ortogonales y no ortogonales. Las mallas ortogonales son aquellas en las que todas las líneas que la configuran se cortan entre sí con un ángulo de 90° . Las celdas de la malla son cuadriláteros en 2-D y hexaedros en 3-D, (Thacker, 1980);(Thompson and Weatherill, 1991);(Morcillo and Fernández, 2000).

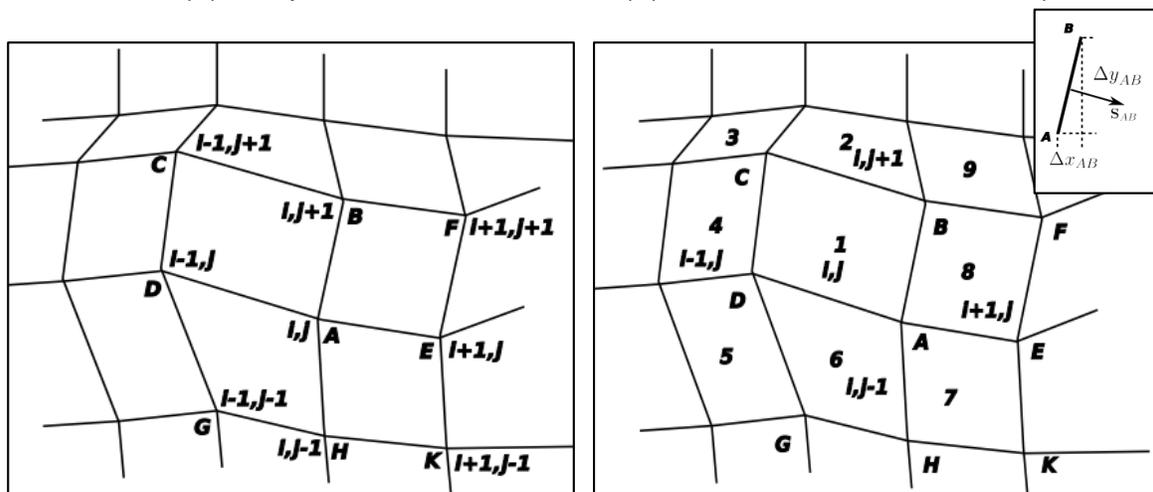


Figura 8. Mallas bidimensionales estructuradas, a) formulación centrada en los vértices, b) formulación centrada en la celda.

Fuente: (Nigro and Storti, 2005).

3.10.1.2 Mallados no estructurados

Las mallas no estructuras son aquellas en las que los elementos no están ordenados entre sí pueden estar formadas por elementos de cualquier número de lados, pues la falta de un patrón definido se debe a que estas dependen del contorno del problema, como se establecen los nodos en el interior del dominio y la discretización usada. Por eso en problemas de 2D están formadas por elementos de 3 o 4 lados como triángulos y los tetraedros. Se caracterizan por una conectividad irregular que no es fácilmente expresable en forma de matriz. Ofrece gran flexibilidad en el tratamiento de geometrías complejas. La principal ventaja es que los elementos se pueden generar automáticamente independientemente de la complejidad del dominio, aunque en la práctica se deben determinar unos parámetros adecuados para obtener una malla de buena calidad. En

comparación con los mallados estructurados, los requisitos de almacenamiento suelen ser mucho mayores ya que la conectividad entre elementos vecinos debe ser explícitamente almacenada, por otro lado suelen ser más costosas, con la ventaja que los refinamientos permiten aproximar mejor los resultados. (Thacker, 1980);(Thompson and Weatherill, 1991);

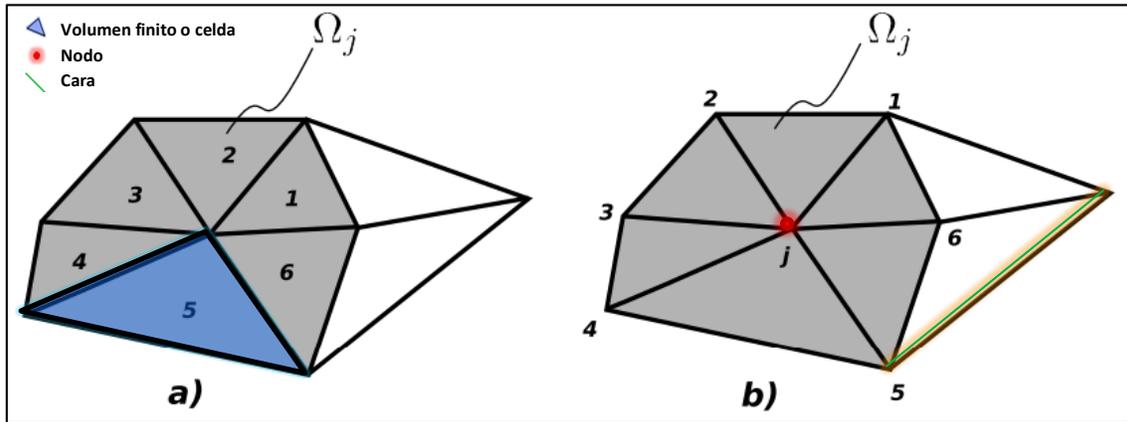


Figura 9. Mallas bidimensionales no estructuradas, a) formulación centrada en la celda, b) formulación centrada en los vértices.

Fuente: (Nigro and Storti, 2005).

3.10.2 Clasificación de malla basada la forma de generación.

La discretización de dominios complejos se pueden efectuar por este tipo de mallados, las cuales se generan de forma arbitraria. (Morcillo and Fernández, 2000), deja expuesta que la generación de malla parten de los métodos que inician de una distribución determinada de nodos y únicamente se ocupan de obtener una conectividad adecuada, y aquellos otros en los que nodos, aristas, elementos y se generan conforme la malla va creciendo. Los anteriores se describen a continuación.

3.10.2.1 Métodos de Delaunay-Voronoi

En el primer caso, se busca una conexión óptima de modo que los elementos presenten una buena relación de aspecto; esta triangulación óptima está garantizada si se emplea el método de Delaunay-Voronoi, siendo una de las primeras técnicas de discretización espacial, propuesta por Dirichlet, (1985), donde, la metodología consiste en la generación de puntos P_i sobre el dominio y luego conectarlos con regiones poligonales o poliédricas V_i según sea la dimensionalidad del modelo, para formar una triangulación, donde cada V_i está asociada a un punto cercano P_i . Cada región es conocido como región de Voronoi y el conjunto de ellas es un mosaico de Dirichlet o diagrama de Voronoi (Morcillo and Fernández, 2000), cada lado del elemento se encuentra equidistante de los dos puntos que separa ya que el ángulo mínimo es equivalente a la de círculo circunscrito que pasa por los tres vértices de cada región V_i , no contiene a otros puntos de la triangulación, esta discretización del dominio, conocida como triangulación de Delaunay, que posee una

característica en las mallas por garantizar en cierta medida la regularidad de ángulos en los triángulos. Cada V_i , se establece acorde a la siguiente expresión:

$$V_i = \{p: \|p - P_i\| < \|p - P_j\|\}; \forall j \neq i \quad (65)$$

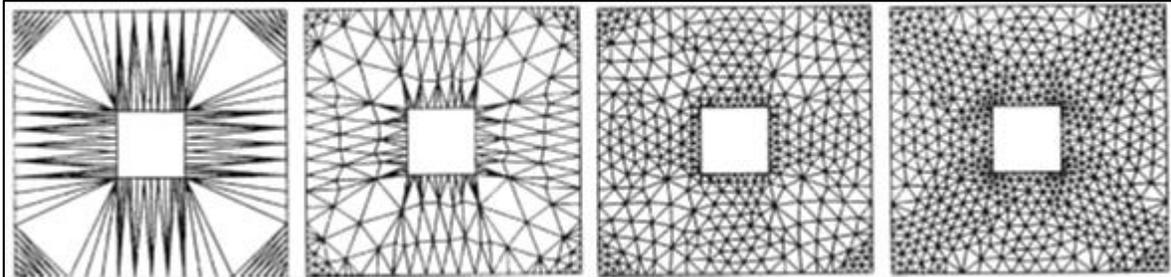


Figura 10. Evolución de una triangulación de Delaunay.
Fuente: (Morcillo and Fernández, 2000)

3.10.2.2 Métodos de Frente de Avance

Esta técnica que se adapta mejor a ciertas geometrías originando mallados más robustos y de mayor calidad, pero no permite la generación de malla en caras cerradas de Delaunay. La malla se realiza desde el contorno hacia el interior del dominio por la remoción sucesiva de triángulos a partir de su borde, los elementos usados son triángulos o tetraedros. Los datos iniciales para la discretización del dominio parten de los nodos de las aristas y caras del problema, por medio de una discretización para definir el espaciamiento entre nodos y la inclusión de nodos, a partir de una función de densidad (tamaño definido). Este proceso es iterativo se analiza un frente, inicializado con los datos del contorno, para determinar una zona de partida desde la que se crean uno o varios elementos internos, junto con los correspondientes nodos, aristas y caras. Consecutivamente se actualiza el frente con los nuevos nodos, aristas y caras generadas, generando procesos sucesivos que finaliza hasta que el dominio quede discretizando completamente. (Thacker, 1980);(Thompson and Weatherill, 1991).

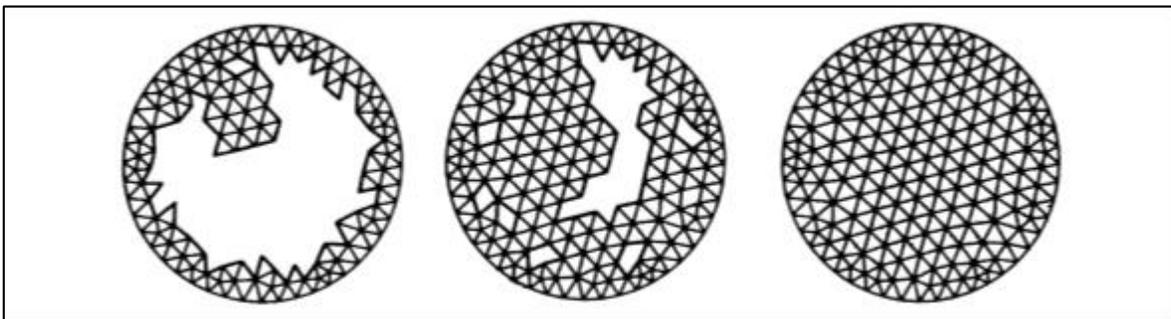


Figura 11. Evolución de la malla en el método de frente de avance.
Fuente: (Morcillo and Fernández, 2000)

3.11 Métricas de desempeño

Las métricas de desempeño establecen criterios objetivos de la bondad de ajuste de los datos simulados y los datos parametrizados, permitiendo evaluar el desempeño de un modelo (Domínguez, 2013); (Roldán Taborda and others, 2009), en CFD se centra en los datos obtenidos por modelo numérico y los datos obtenidos de un proceso de experimentación. La objetividad de estos criterios consiste en que permiten tener rangos admisibles y críticos que definen la bondad de ajuste de las salidas del modelo frente a las observadas, siendo cuantificables y herramientas útiles para la toma de una decisión de la calidad de un modelo numérico. (Domínguez, 2013).

Acorde con las investigaciones realizadas por (Domínguez et al., 2011), (Ritter et al., 2011), definen las métricas del error más apropiadas donde se analizaron una amplia gama de parámetro de rendimiento aplicables a la hidrología, los cuales se pueden ajustar a protocolos de calibración y cuando un modelo puede ser o no sometido a una evaluación de rendimiento, proporcionando conclusiones sobre métricas que puedan ser transparentes y objetivas, a la hora de la evaluación del desempeño de un modelo.

Según lo mencionado se establecen las métricas a utilizar en la investigación presente:

3.11.1 Criterio del Centro Hidrometeorológico de Rusia ($S/\sigma\Delta$)

Este simboliza los valores de los datos parametrizados o reales como H^r_i y las salidas del modelo como los datos H^s_i , permitiendo representar los incrementos de los valores reales en la ecuación (66).

$$\Delta_i = H^r_i - H^s_i \quad (66)$$

Los cuales establecen el incremento medio, en la ecuación (67)

$$\bar{\Delta} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta_i \quad (67)$$

Siendo n el número de pronósticos evaluados, con lo anterior se plantea el cálculo de la desviación estándar de los incrementos de los datos parametrizados, determinado por la ecuación (68).

$$\sigma_{\Delta} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta_i - \bar{\Delta})^2}{n - 1}} \quad (68)$$

Con el fin de relacionar los errores de los pronósticos se establece la desviación estándar de los mismo, por medio de la ecuación (69).

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (H^r_i - H^s_i)^2}{n - 1}} \quad (69)$$

Donde H^r_i , se establece como el dato real observado de profundidad de agua en la posición con información, mientras que H^s_i es el dato producto de la simulación numérica. En la ubicación de interés y n es el tamaño de la muestra de datos utilizados.

A partir de las ecuaciones (68) y (69) se deduce que el criterio S/σ_{Δ} , el cual relaciona la desviación estándar de los incrementos de la magnitud pronosticada con la desviación de los errores de pronóstico, exigiendo que la variabilidad de los errores cometidos en los pronósticos no supere la variabilidad de los incrementos de las afluencias, (Domínguez, 2013); (Domínguez et al., 2011).

Esta métrica tiene el criterio de evaluar la habilidad que tiene el modelo numérico de superar la inercia de los datos que tiene el fenómeno evaluado, de ningún modo describe el nivel de error que se pueda cometer en el pronóstico. Por lo anterior, adicionalmente se evalúa el porcentaje de pronósticos acertados, el cual en caso de ser igual o menor al 80% demostraría una bondad de ajuste aceptable, mientras que si el porcentaje de aciertos se encuentra entre el 60 y 79% esta se cataloga como buena y para los casos en que es menor del 60% aceptable. Si esta se encuentra entre el 80 y 90%, se establece como regular, mayor a este rango se establece como inaceptable, (Domínguez, 2013).

3.11.2 Criterio de evaluación RSMSO

Por otro lado, (Moriasi et al., 2007), permite determinar el nivel de desempeño de un modelo mediante la relación de del error medio cuadrático y la desviación estándar de las observaciones (RSMSO), lo anterior se ve en la ecuación (70).

$$RSMSO = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (H^r_i - H^s_i)^2}{\sum_{i=1}^n (H^r_i - H^m)^2}} \quad (70)$$

Donde H^m es la profundidad promedio de los datos observados, esta métrica define bondad de ajuste de los datos simulados como excelentes si están por debajo de 0.50, buenos si se encuentran entre $0.50 \leq RSMSO < 0.60$, satisfactorios si están entre $0.60 \leq RSMSO < 0.70$, siendo insuficiente la información producida por el modelo cuando estos superan el 0.70.

4. MARCO DE ANTECEDENTES

4.1 Antecedente Dinámica de Fluidos Computacional

Durante los últimos 30 años las técnicas de simulación numérica, se han desarrollado paulatinamente, con los avances de las herramientas computacionales permitiendo dar soluciones a los problemas de la dinámica de fluidos de manera numérica. Las primeras aproximaciones para el entendimiento de la hidrodinámica de los aliviaderos, fue a partir de simplificaciones de las ecuaciones de Navier Stokes, conocidas como ecuaciones de aguas someras, cuyas soluciones partían de procesos manuales repetitivos, que posteriormente fueron incluidas en herramientas computacionales para el diseño, como es el caso del HEC RAS desarrollado por la USACE. Por otra parte, los estudios de los aliviaderos se han desarrollado principalmente por modelación física a escala reducida apoyada de ecuaciones semi-empíricas que parten de las ecuaciones fundamentales de la mecánica de fluidos y se ajustan con mediciones realizadas en laboratorio y el prototipo a partir de la estadística. (USBR, 1960), (USACE, 1992) y (Hager and Bremen, 1988)

Partiendo de lo anterior, desde los años 70, se ha venido desarrollando una rama conocida como dinámica de fluidos computacional (CFD), la cual permite dar soluciones a problemas de flujo en lámina libre a partir del uso de la computación (Balairón et al., 2014), solucionando los diferentes comportamientos del flujo representados por las ecuaciones de Navier-Stokes, que en resumen son la ley de la conservación de la masa y la segunda ley del movimiento de Newton, asumiendo que el fluido es incompresible y newtoniano (ver sección 3.4.2.5). Las ecuaciones de Navier Stokes tienen una forma diferencial parcial que se solucionan a partir de métodos numéricos que las discretizan (ver sección 3.6.1), dejándolas en una forma algebraica para poder solucionarlas a partir de herramientas computacionales (ver secciones 3.6.2.1, 3.6.2.2 y 3.6.2.3).

4.2 Antecedente ecuaciones RANS

Las ecuaciones de Navier-Stokes se solucionan de manera precisa y con tiempos computacionales prudentes cuando los números de Reynolds son bajos; sin embargo, los flujos que se presentan en un aliviadero cuentan con números de Reynolds (fuerzas inerciales/fuerzas viscosas) altos, del orden de 1.5×10^5 , para el mínimo y máximo caudal específico estudiados (Estrella Toral and others, 2013), complicando la solución de las ecuaciones debido al fenómeno de la turbulencia. Aunque las ecuaciones de Navier-Stokes alcanzan a capturar la turbulencia, su costo computacional es muy alto, debido a que para capturar la turbulencia es necesario conservar una escala de tiempo por debajo del milisegundo y una escala de espacio por debajo del milímetro, puntualmente las escalas de Kolmogorov; por lo tanto, para poder mejorar los tiempos computacionales y poder simular la turbulencia se emplea las ecuaciones RANS (Ver sección 3.5), que son las ecuaciones de Navier Stokes luego de incluir la descomposición de Reynolds, siendo esta descomposición la suma de la velocidad media y las de perturbación dejando un término adicional, al cual se le denomina tensor de esfuerzos de Reynolds (ver sección 3.5.1).

La simulación de las ecuaciones RANS reduce considerablemente los esfuerzos computacionales y ofrecen una buena precisión numérica; sin embargo, el tensor de Reynolds genera incógnitas adicionales que superan el número de ecuaciones, motivo por el cual es necesario cerrar el sistema, por medio de un modelo de turbulencia basado en la hipótesis de la viscosidad turbulenta (Ver sección 3.5.2) que permite solucionar numéricamente el problema (Marqués, 2005). Dicho cierre se logra por medio un modelo de dos ecuaciones, que permiten solucionar la energía cinética turbulenta k y la tasa de disipación de dicha energía ϵ usando ecuaciones diferenciales parciales independientes (ver sección 3.5.2.1).

4.3 Antecedente modelo de turbulencia $k - \epsilon$

Uno de los modelos de turbulencia más representativos de dos ecuaciones es el $k - \epsilon$, este tuvo su primera aproximación por Chou en 1945, (Marqués, 2005), luego por Davidov en 1961 y Harlow and Nakayama en 1968 (Wilcox and others, 1998). Sin embargo, el artículo principal lo publicaron (Jones and Launder, 1972), dando origen al modelo de turbulencia $k - \epsilon$ estándar, cuyo propósito era estudiar el comportamiento de la turbulencia cuando sus valores son bajos y así analizar los flujos en la capa límite. Dos años después los parámetros fueron ajustados por (Launder and Sharma, 1974), siendo éste, el modelo más aplicado en la Dinámica de Fluido Computacional CFD (ver sección 3.5.2.1), el cual utiliza cinco parámetros por defecto, los cuales han sido modificados también por (Savage and Johnson, 2001), teniendo en cuenta las funciones de muro empíricas o “Wall Functions” y por Chien en 1982 disminuyendo los errores cerca a los muros empleando esquemas de alto orden en una canal de flujo turbulento. Yakhot and Orszag en 1992 eliminaron las pequeñas escalas de la turbulencia de las ecuaciones de gobierno para posteriormente expresar sus efectos en términos de las grandes escalas, lo que conlleva a modificar la viscosidad turbulenta en un flujo turbulento homogéneo (Versteeg and Malalasekera, 2007). Las modificaciones a los parámetros del modelo de turbulencia $k - \epsilon$ se presentan en la Tabla 3.

Autores	Año	C_μ	$C_{\epsilon 1}$	$C_{\epsilon 2}$	σ_k	σ_ϵ
Jones and Launder	1972	0.09	1.45	2.00	1.00	1.30
Launder and Sharman	1974	0.09	1.44	1.92	1.00	1.30
Lam and Bremhorst	1981	0.09	1.45	2.00	1.00	1.30
Chien	1982	0.09	1.35	1.80	1.00	1.30
RNG o Yakhot and Orszag	1992	0.0845	1.42	1.68	0.7194	0.7194

Tabla 3. Modificación parámetros modelo de turbulencia $k - \epsilon$
Fuente: (Wilcox and others, 1998)

4.4 Antecedente método VOF

Para profundizar más en el comportamiento de los flujos en lámina libre, cuando estos presentan cabos de régimen o interactúan con estructuras que generan deformaciones en la superficie libre de la lámina de agua, fenómeno que se presenta en las estructuras de alivio cuando se generan descargas, se proponen métodos de seguimientos de interfaz (*Interface tracking methods*), los cuales describen la lámina a partir de mallas donde el límite se ajusta según el problema y avanzan cada vez que la superficie libre se mueve dentro de un dominio definido, generalmente se discretizan de una forma explícita e implícita, donde este último recomienda usar pequeños pasos de tiempo para minimizar los errores. (Ferziger and Perić, 2002). En 1965 se emplearon distribuciones de partículas sin masa para definir el dominio del fluido desde un plano de descripción de Lagrange, en el movimiento inicial y durante el mismo, estableciendo las presiones de la superficie en los centro de las celdas definidas mediante el esquema MAC (*the marker and cell*) (Amsden and Harlow, 1970) sin tener en cuenta la presión en las condiciones de contorno. El método anterior fue la base para la investigación realizada por (Hirt and Nichols, 1981), quien propuso rastrear las variaciones de la interfaz de flujo bifásico desde un plano de descripción de Euler dando solución a una ecuación de transporte advectiva que permite transportar las fases aire-agua en el dominio, este método es conocido como "*Volume of Fluid*" (VOF) desarrollado por, Hirt and Nichols, (1981), siendo este el implementado por las herramientas computacionales CFD. Otro ejemplo es el "*Enhanced-Discretization Interface-Capturing Technique* (EDICT) de, (Tezduyar et al., 1998), según los autores evolucionado a partir de VOF, que recurre a mallas refinadas dentro de la grilla original. Detalles de la advección de la fase de fluido para esquemas tipo acoplados al método de Volúmenes Finitos, como lo expresan autores como Scardovelli y Zaleski (Battaglia, 2009), (Aulisa et al., 2004), (Aulisa et al., 2003).

Por otro lado, para casos de malla no estructuradas de triángulos o tetraedros, donde de formas analíticas con algoritmos rápidos para realizar la reconstrucción de la interfase, incluso con extensiones a adaptabilidad de mallas. (Yang and James, 2006);(Battaglia, 2009).

Existe una variante del método tradicional de VOF, conocida como el modelo "*two-fluid*", que parte de las ecuaciones de conservación de Euler. Por lo tanto, el modelo también se conoce como el modelo de Euler-Euler, donde (Rusche, 2003), hizo la primera propuesta a este método, donde las ecuaciones de fracción de volumen son resueltas de forma separada para cada fase (Rusche, 2003); (Bohórquez, 2008); (OpenFOAM®, 2007). El modelo asume que las contribuciones de las velocidades de agua y aire a la evolución de la superficie libre son proporcionales a sus correspondientes fracciones de volumen, y definiendo la velocidad del fluido único en un modelo VOF convencional como una media ponderada, la combinación entre el método VOF tradicional y el modelo "*two-fluid*" es lograda (Berberović et al., 2009). El término convectivo adicional actúa solamente en la interfaz, debido a que está multiplicado por el factor $\alpha(1-\alpha)$ contribuyendo significativamente para una mejor resolución (Rusche, 2003).

El modelo VOF, se acopla mejor a los problemas de frontera libre y donde el comportamiento del flujo es netamente turbulento y se generan cambios de régimen y disipación de energía, como es el caso de un resalto hidráulico, donde la mezcla de aire y pérdida de continuidad de la superficie libre son latentes,– (Chow, 2000); (Montoya et al., 1999).

4.5 Antecedente simulación numérica en aliviaderos

Los modelos numéricos que se han desarrollado para aliviaderos hasta la actualidad, se han comparado con los resultados obtenidos de los modelos físicos a escala, para poder dar su validación (Balairón et al., 2014) y consecuentemente con lo mencionado en , donde estos últimos realizaron la comparación entre un modelo numérico bidimensional desarrollado con el programa Flow-3D, el correspondiente modelo físico construido en plexiglás y las formulaciones semi-empíricas, recomendadas por los manuales de diseño del USACE, (1992) y USBR, (1960), para un aliviadero hidrodinámico tipo Ogee (ver Figura 12), dando solución a las ecuaciones RANS (Reynolds Averaged Navier Stokes), adicional utilizan el método VOF para realizar seguimiento a la superficie libre del agua. De dicho comparativo, se analizó la relación de la carga total sobre el vertedero y la carga de diseño del perfil hidrodinámico del aliviadero (H_e/H_d), donde H_e es la carga total aguas arriba y H_d es la carga total sobre el vertederos incluyendo la cabeza de velocidad, por lo tanto, cuando dicha relación varía entre 0.20 y 0.70, se obtienen diferencias entre la simulación numérica y física del orden del 1.00% al 6.00% aumentando cuando dicha relación disminuye. Adicional, se contó con un mallado estructurado donde su convergencia se encontró con celdas de tamaño aproximado de 12.2 mm teniendo un dominio computacional de 3.9 m de largo por 1.2 de alto. Se concluye que cuando las relaciones H_e/H_d son menores a 0.1 a 0.07 los errores incrementa hasta un porcentaje del 12.00%, es decir hay un aumento en el error relativo con el incremento de la cabeza de velocidad en la descarga como se puede observar en la Figura 12.

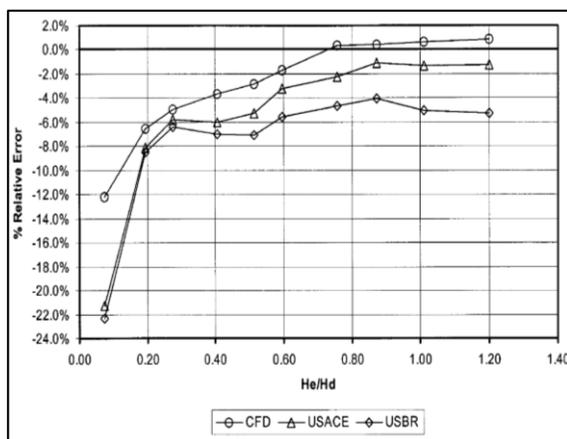


Figura 12. Error relativo con base en el modelo físico
Fuente: (Savage and Johnson, 2001)

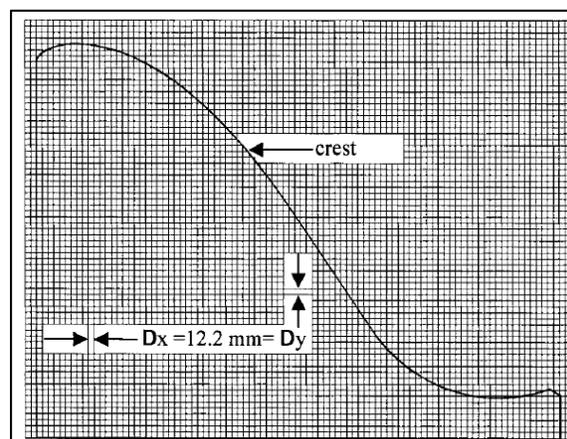


Figura 13. Geometría bidimensional vertedero tipo Ogee y malla implementada
Fuente: (Savage and Johnson, 2001)

Nuevamente (Johnson and Savage, 2006), realizaron la comparación de las mediciones de los modelos físicos de dos vertederos tipo Ogee (ver Figura 14 y Figura 15), donde sus diferencias se encuentran en la geometría implementada, siendo el caso A un vertedero de 103 cm de largo por 81 cm de alto y el caso B es de 136 cm de largo por 79 cm de alto. Para ambos casos se realizaron mediciones para 5 niveles de embalse, los cuales posteriormente fueron simulados numéricamente.

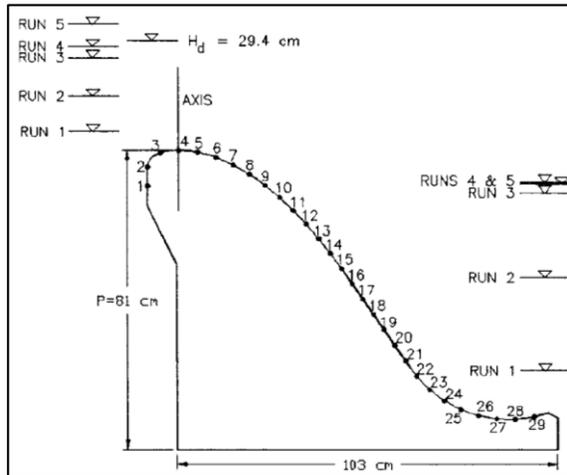


Figura 14. Vertedero caso A
Fuente: (Johnson and Savage, 2006)

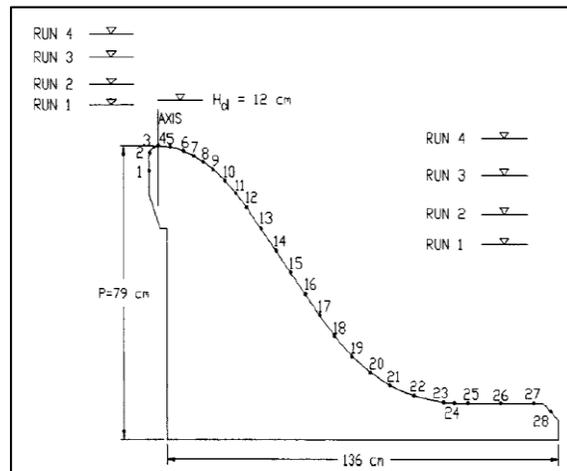


Figura 15. Vertedero caso B
Fuente: (Johnson and Savage, 2006)

La configuración del modelo numérico realizado por (Johnson and Savage, 2006), solucionó con ayuda del programa Flow-3D las ecuaciones denominadas RANS (ver sección 3.5). Para realizar seguimiento a la superficie libre del agua se usó el método VOF (ver sección 3.7) y para cerrar el sistema se utilizó el modelo de turbulencia RNG k - ϵ propuesto por (Yakhot and Smith, 1992), (ver sección 4.3). Los resultados obtenidos en las descargas muestran umbrales muy pequeños entre la simulación numérica y las mediciones del modelo físico (ver Tabla 4) cuando las descargas del vertedero tipo Ogee son confinadas, siendo éstas las que arrinconan el resalto hidráulico contra la presa.

Simulación	Caso A			Caso B		
	Modelo físico	Modelo numérico	Diferencia	Modelo físico	Modelo numérico	Diferencia
	L/s	L/s	%	L/s	L/s	%
1	22.80	22.40	1.80	334.50	34.30	0.60
2	46.60	45.30	2.80	83.20	83.50	-0.40
3	87.10	85.60	1.70	101.60	101.20	0.40
4	125.40	124.20	1.00	139.70	140.30	-0.40
5	132.70	131.10	1.20	---	---	---

Tabla 4. Comparativo entre modelación física y numérica
Fuente: (Johnson and Savage, 2006).

Por otro lado (Chanel, 2008), realizó un proyecto donde comparó los modelos numéricos de tres vertederos, puntualmente los de las centrales hidroeléctricas de Wuskwatim, Limestone y Conawapa. El estudio contó con sus respectivos modelos físicos; sin embargo,

a diferencia del estudio realizado por (Savage and Johnson, 2001) y (Johnson and Savage, 2006); la modelación fue tridimensional y los aliviaderos tipo Ogee con descarga controlada (Ver Figura 16 y Figura 17). Para el desarrollo del modelo numérico se empleó el programa Flow-3D, en el cual se resuelven las ecuaciones RANS y el método VOF utilizando el modelo de cierre de turbulencia RNG $k - \epsilon$ propuesto por (Yakhot and Smith, 1992),

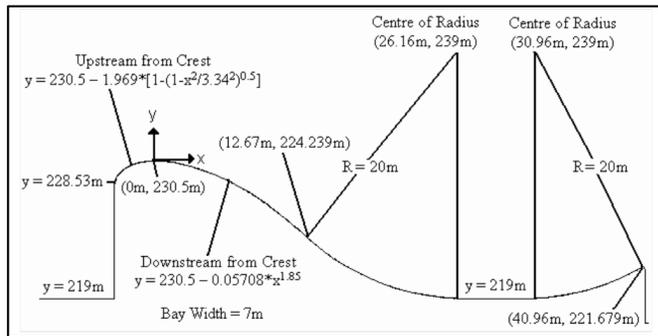


Figura 16. Vertedero Wuskwatim
Fuente: (Chanel, 2008).

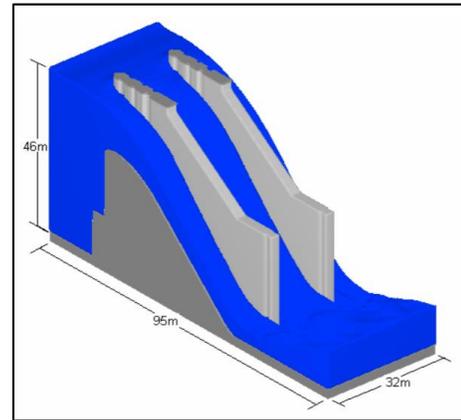


Figura 17. Vertedero Limestone
Fuente: (Chanel, 2008).

Las diferencias en la estimación de la descarga presentadas para los vertederos tipo Ogee con control en la descarga oscilan entre un 3.00% al 10.00% para el caso de Wuskwatim, entre un 2.10% al 7.80% para Limestone y entre 0.30% al 24.4 % para el caso de Conawapa donde la disminución de los umbrales de error disminuyen con el aumento de la cabeza de diseño sobre el vertedero, puntualmente se puede relacionar con la depreciación de la velocidad y con la disminución del espaciamiento de la malla, (Chanel, 2008), tal y como se puede observar en las Tabla 5, Tabla 6 y Tabla 7 que se presentan a continuación:

H_d	Elevación de nivel de agua	Descarga modelo físico	Malla 1 m		Malla 0.5 m	
			Descarga modelo numérico	Diferencia	Descarga modelo numérico	Diferencia
m	m	m^3/s	m^3/s	%	m^3/s	%
0.28	234.00	240.00	264.00	10.00	262.00	9.00
0.43	236.00	495.00	530.00	7.00	529.00	6.90
0.59	238.00	815.00	870.00	6.70	867.00	6.40
0.75	240.00	1200.00	1260.00	5.00	1250.00	4.20
0.91	242.00	1625.00	1692.00	4.10	1673.00	2.90
1.00	243.20	1900.00	1979.00	4.10	1946.00	2.40
1.12	244.70	2240.00	2325.00	3.80	2307.00	3.00

Tabla 5. Comparativo entre modelación física y numérica para dos tipos de malla - Wuskwatim
Fuente: (Chanel, 2008).

H _d	Elevación de nivel de agua	Descarga modelo físico	Malla 1 m		Malla 0.5 m	
			Descarga modelo numérico	Diferencia	Descarga modelo numérico	Diferencia
m	m	m ³ /s	m ³ /s	%	m ³ /s	%
0.08	72.40	189.00	204.00	7.80	194.00	2.80
2.27	74.95	1176.00	1246.00	6.00	1208.00	2.70
0.46	77.55	2765.00	2890.00	4.50	2833.00	2.40
0.61	79.65	4398.00	4571.00	3.90	4471.00	1.70
0.70	8.90	5460.00	5683.00	4.10	5607.00	2.70
0.81	82.40	6860.00	7156.00	4.30	7014.00	2.20
0.99	84.93	9520.00	9814.00	3.10	9695.00	1.80
1.06	85.83	10500.00	10889.00	3.70	10721.00	2.10

Tabla 6. Comparativo entre modelación física y numérica para dos tipos de malla - Limestone

Fuente: (Chanel, 2008).

H _d	Elevación de nivel de agua	Descarga modelo físico	Malla 1 m		Malla 0.5 m	
			Descarga modelo numérico	Diferencia	Descarga modelo numérico	Diferencia
m	m	m ³ /s	m ³ /s	%	m ³ /s	%
0.15	45.00	735.00	574.00	-21.90	555.00	-24.40
0.29	47.00	1680.00	1548.00	-7.90	1514.00	-9.90
0.42	49.00	2905.00	2832.00	-2.50	2798.00	-3.70
0.56	51.00	4480.00	4425.00	-1.20	4348.00	-2.90
0.70	53.00	6370.00	6244.00	-2.00	6137.00	-3.60
0.84	55.00	8260.00	8283.00	0.30	8150.00	-1.30
0.97	57.00	10500.00	10553.00	0.50	10369.00	-1.20
1.04	58.00	11550.00	11748.00	1.70	11559.00	0.10
1.08	58.50	12145.00	12369.00	1.80	12182.00	0.30

Tabla 7. Comparativo entre modelación física y numérica para dos tipos de malla - Conawapa

Fuente: (Chanel, 2008).

Otro tipo de vertederos que se utilizan por lo general para controlar los niveles de los embalses en proyectos hidroeléctricos son los de descarga de fondo, cuya modelación numérica es más complicada debido a las altas velocidades que éstos en la mayoría de los casos presentan. Este tipo de estructuras pueden tener dos tipos de comportamiento de descarga a flujo libre que encuentran la profundidad normal aguas debajo de la presa y por descarga sumergida o confinada, que arrinconan el resalto contra la presa (Sauida, 2014);(Belaud et al., 2009);(Chanson and Brattberg, 2000);(Savage and Johnson, 2001).

Modelaciones bidimensionales se han desarrollado para representar el comportamiento de aliviaderos con compuerta deslizante, los cuales realizan sus descargas de forma confinada, como es el caso de (Akoz et al., 2009b), en el cual utilizaron un método de discretización conocido como elementos finitos para un flujo permanente, mediante el

programa Ansys 2005. Se manejaron ocho diferentes tipos de malla estructurada, dos modelos de turbulencia $k - \epsilon$ y $k - \omega$ para cerrar las ecuaciones RANS e implementando el método VOF, concluyendo que el modelo de turbulencia $k - \epsilon$ presenta mejores aproximaciones y tiene de 3 a 4 veces menor tiempo computacional que el modelo de turbulencia $k - \omega$ (ver Figura 18), (Akoz et al., 2009b)

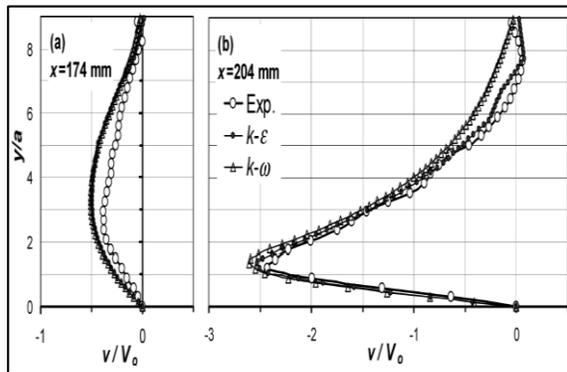


Figura 18. Comparación modelo numérico y físico en la descarga con dos modelos de turbulencia
Fuente: (Akoz et al., 2009b)

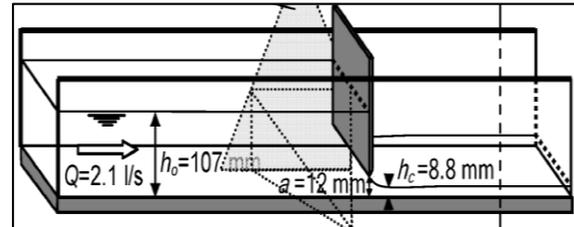


Figura 19. Geometría del vertedero
Fuente: (Akoz et al., 2009b)

(Cassan and Belaud, 2012), extendieron el estudio realizado por, (Akoz et al., 2009b) investigando el comportamiento hidráulico de una compuerta deslizante, a partir de un modelo numérico bidimensional realizado en el programa Fluent, implementan dos modelos de turbulencia el RNG $k - \epsilon$ y el Reynolds Stress Model o RSM, resolviendo así las ecuaciones RANS e implementando el método de VOF para determinar la superficie libre del agua. Para realizar el estudio tuvieron en cuenta dos casos principalmente, cuando el flujo se comporta en lámina libre, y cuando el flujo es sumergido o confinado, concluyendo que se tiene mejor convergencia entre la simulación numérica y las mediciones del modelo físico cuando las descargas son sumergidas (Cassan and Belaud, 2012).

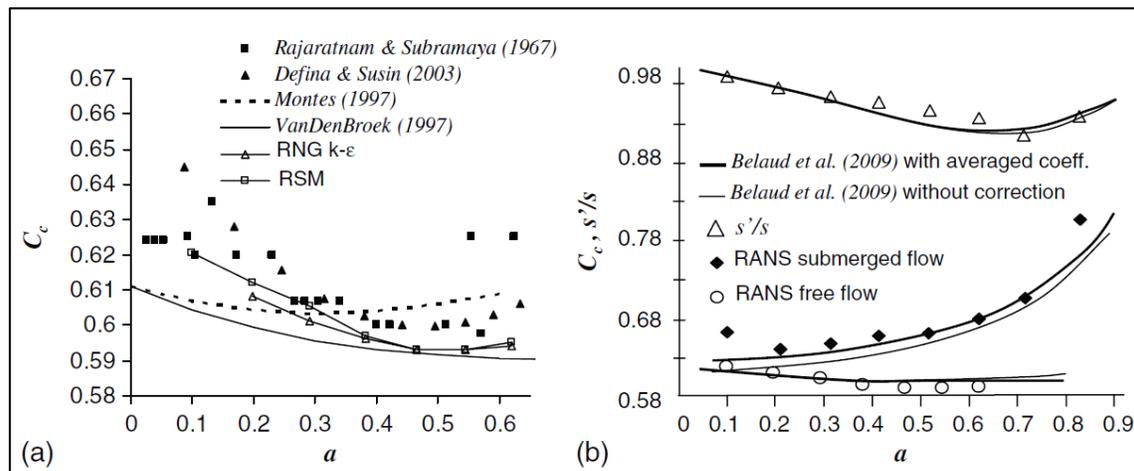


Figura 20. Comparativo de coeficiente de contracción para descarga libre (a) y descarga sumergida contra apertura de compuerta con RNG $k - \epsilon$ (b)
Fuente: (Cassan and Belaud, 2012).

En el estudio realizado por (Javan and Eghbalzadeh, 2013), se enfocó en la construcción de un modelo numérico bidimensional para el caso de un aliviadero con compuerta deslizante que presenta un tipo de descarga sumergida, del cual se estudiaron tres diferentes tipos de resalto que dependen de la apertura de la compuerta y a su vez del número de Froude en la descarga, usando las ecuaciones RANS y cerrando éstas con un modelo de turbulencia $k - \epsilon$ estándar (ver sección 3.5.2.1). Adicional a esto, para hacer el seguimiento a la superficie libre, se recurre al “*Lagrangian moving grid method*”, el cual disminuye el costo computacional comparado con el método VOF (Javan y Eghbalzadeh, 2013).

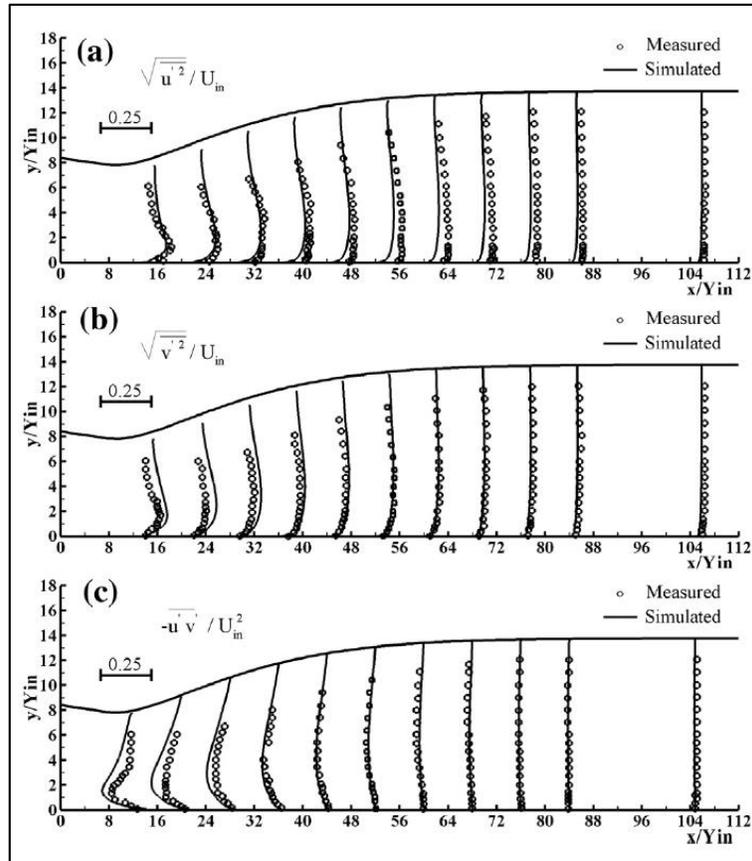


Figura 21. Comparativo entre los esfuerzos normales turbulentos y cortantes con base en las mediciones del modelo físico.

Fuente: (Javan y Eghbalzadeh, 2013).

Para tener un nivel de detalle en la investigación del flujo a través de un vertederos con descarga sumergida, en donde el comportamiento del resalto hidráulico presenta un comportamiento tridimensional debido a la naturaleza inestable de la corriente por causa de la turbulencia y las velocidades en que se realizan las descargas, se concluye que se puede hacer una mejor representación de la realidad a partir de una modelación numérica tridimensional (Javan y Eghbalzadeh, 2013).

Por lo anterior Andersson et al., (2013), realizaron un modelo numérico tridimensional para un vertedero con tres compuertas (ver Figura 22), implementando dos modelos de turbulencia, el $k - \epsilon$ estándar (ver sección 3.5.2.1) y el SSG (Speziale, Sarkar, Gatski) el

cual cuenta con 10 constantes (Andersson et al., 2013b), por medio de la herramienta computacional CFX de Ansys. En la modelación realizada se desarrollaron dos casos puntualmente, el primero con dos compuertas cerradas y una parcialmente abierta, el segundo caso las tres compuertas fueron abiertas en su totalidad. Posteriormente los resultados fueron comparados con el modelo físico. Los resultados obtenidos presentan diferencias en la estimación de la descarga en un rango que oscila entre el 0.96% y el 7.90%, con base en las mediciones realizadas en el modelo físico (ver Tabla 8) (Andersson et al., 2013). Según lo expuesto por (Andersson et al., 2013), el modelo de turbulencia $k - \epsilon$ presenta mejor convergencia conforme al modelo físico, ya que menciona que donde hay divisiones el SSG presenta mayor separación (ver Figura 23).

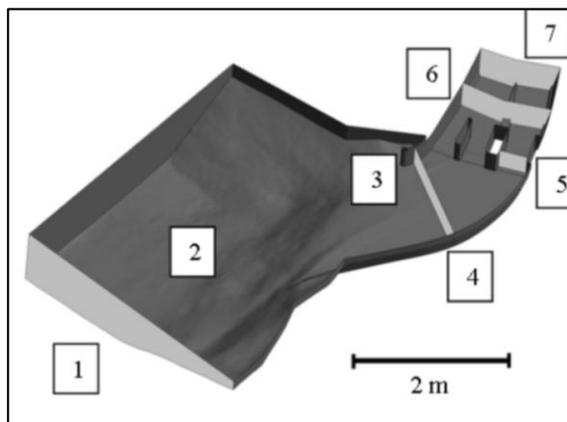


Figura 22. Geometría implementada
Fuente: (Andersson et al., 2013)

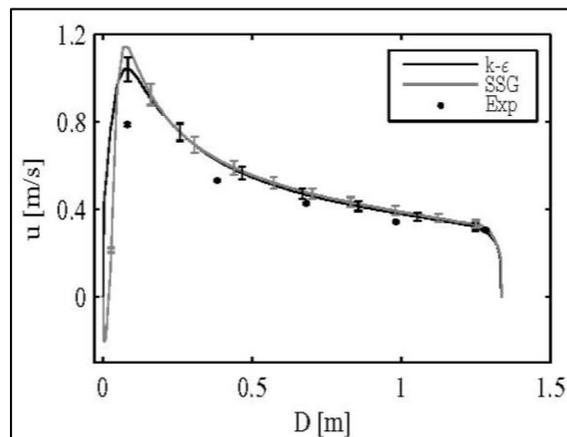


Figura 23. Resultados de la velocidad caso 2 para una profundidad de 115 mm
Fuente: (Akoz et al., 2009b)

Tipo	Compuerta izquierda	Error	Compuerta central	Error	Compuerta derecha	Error
	m ³ /s	%	m ³ /s	%	m ³ /s	%
Modelo físico	0.0312	---	0.0291	---	0.0365	---
k-ε	0.0305	-2.24	0.0314	7.90	0.0349	-4.38
SSG	0.0309	-0.96	0.0311	6.87	0.0347	-4.93

Tabla 8. Resultados caso dos comparados con el modelo físico en la descarga
Fuente: (Andersson et al., 2013)

El estudio más recientes y cercanos al tipo de vertedero que se simula numéricamente en el presente trabajo es el propuesto por (Xiao et al., 2015), quien construyó un modelo numérico en programa comercial de Ansys Fluent, resolviendo las ecuaciones RANS (ver sección 3.5), haciendo un seguimiento a la superficie libre del agua con el método VOF, y usando un modelo de turbulencia $k - \epsilon$ para cerrar el sistema. El vertedero simulado por (Xiao et al., 2015) cuenta con 14 compuertas radiales (ver Figura 24) que realizan sus descargas a superficie libre, aunque el trabajo no se centra en la descarga de fondo, sino, en el chorro que se genera por el esquí que golpea el tanque de confinamiento, la similitud geométrica con el caso de estudio del presente proyecto hacen que ésta sea el único homólogo encontrado hasta la fecha. Lo que realizó (Xiao et al., 2015), es determinar el comportamiento en el tiempo en la descarga a medida que se va abriendo la compuerta, a

partir del método de la malla dinámica y posteriormente se comparó con las mediciones del modelo físico (ver Figura 25)

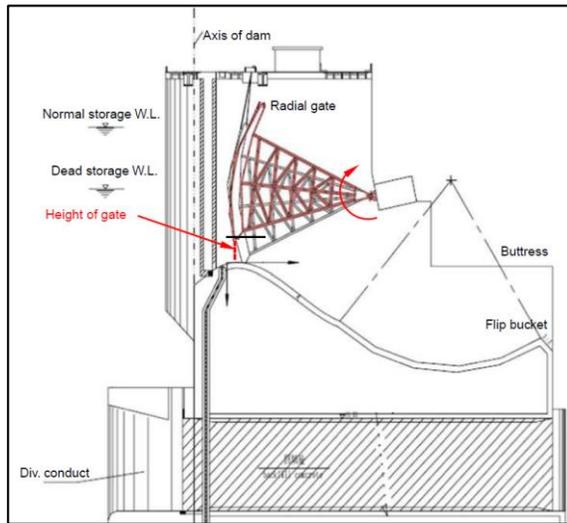


Figura 24. Geometría compuerta radial
Fuente: (Xiao et al., 2015)

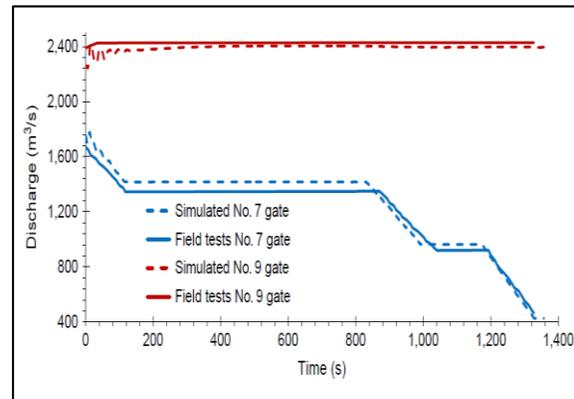


Figura 25. Variación de las descargas en el tiempo con la apertura de la compuerta.
Fuente: (Xiao et al., 2015).

Según lo expuesto por (Xiao et al., 2015), la diferencia encontrada entre la simulación numérica y las mediciones del modelo físico presentan diferencias promedio de 1.4%.

5. DESCRIPCIÓN EL MODELO FÍSICO

5.1.1 Generalidades del proyecto

El proyecto hidroeléctrico la Vegona se localiza sobre el río Humuya o Comayagua el cual se encuentra en el departamento de Yoro (ver Figura 26), éste hace parte del Sistema Interconectado Nacional de Honduras, que se realizó para la generación de energía eléctrica renovable, entregando energía a más de 46.000 hondureños generando aproximadamente 38.5 MW (INGETEC S.A., 2010) Este proyecto se encuentra aguas abajo de la central hidroeléctrica el Cajón, motivo por el cual, la Vegona mantiene una regulación controlada en su embalse, debido a que ésta depende directamente de las descargas de la hidroeléctrica el Cajón y de la hidrología de su cuenca.

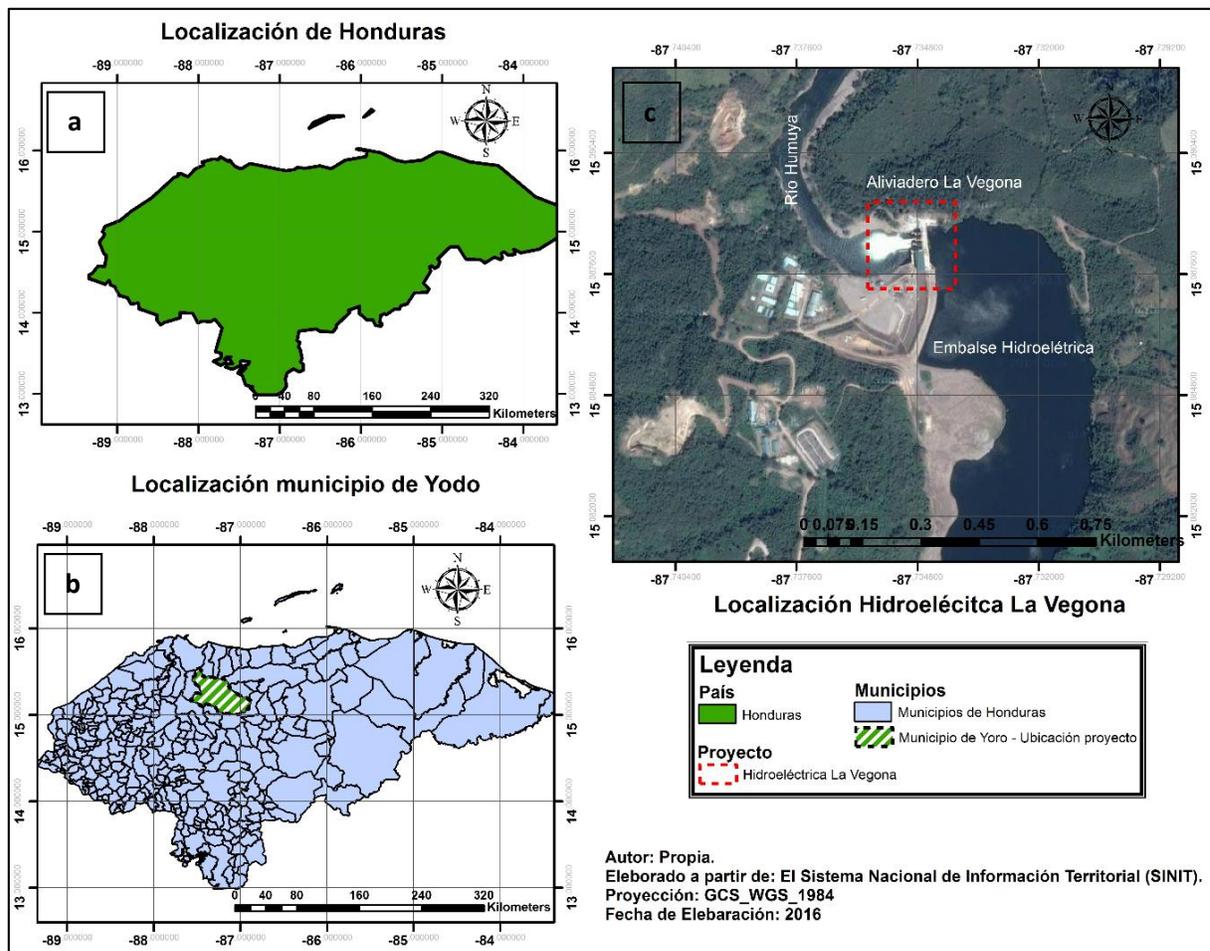


Figura 26. a) División política de Honduras, b) Localización departamento de Yoro, c) Localización Imagen hidroeléctrica la Vegona

Fuente: (Propia, 2016)

Para la realización de los diseños definitivos de la central hidroeléctrica la Vegona, la Compañía Hondureña de Energía Renovable (COHERSA) contrató a la consultora colombiana INGETEC S.A para realizar los diseños definitivos de dicho proyecto. Para realizar los diseños INGETEC S.A sub-contrató a la Universidad Nacional de Manizales

para que ésta desarrollara un modelo físico a escala, información con la que se cuenta para el presente proyecto.

Las descargas de fondo del vertedero de la hidroeléctrica la Vegona cuentan con tres vanos con dimensiones de 9.3 m de ancho por 13.0 m de alto permitiendo descargar un caudal de 5164 m³/s para un NMC (Nivel Máximo de Creciente) de 107 msnm (INGETEC S.A, 2011), lo anterior dado a que el presente proyecto se centra en el análisis hidrodinámico del vertedero, motivo por el cual, es menester contar con las mediciones del modelo físico y el entendimiento del mismo.

5.1.2 Generalidades del modelo físico

El modelo físico se construyó en la Universidad Nacional de Colombia sede Manizales. Este modelo se escaló teniendo en cuenta el parámetro adimensional de Froude parámetro que relaciona las fuerzas gravitacionales sobre las fuerzas inerciales, obteniendo como resultado una relación modelo – prototipo con una escala de 1:45, a partir de las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned}L_p &= L_m \lambda \\U_p &= U_m \lambda^{1/2} \\Q_p &= Q_m \lambda^{5/2} \\T_p &= T_m \lambda^{1/2}\end{aligned}\tag{71}$$

Donde:

L_p Longitud prototipo

L_m Longitud modelo físico

U_p Velocidad prototipo

U_m Velocidad modelo físico

Q_p Caudal prototipo

Q_m Caudal modelo físico

T_p Tiempo prototipo

T_m Tiempo modelo físico

λ Constante de relación de escalas que para el modelo de la Vegona es 45

La escala del modelo físico se determinó teniendo en cuenta la capacidad de bombeo del laboratorio y el parámetro de similitud de Froude. El modelo físico a escala 1:45 exigía un caudal de 328 l/s y el laboratorio disponía con 500 l/s, y adicional el espacio de laboratorio era suficiente para la construcción del mismo, lo que satisfacía plenamente las necesidades del modelo (INGETEC S.A, 2011).

5.1.3 Materiales del modelo físico

Para la construcción de las pilas, compuertas y demás elementos del modelo físico (ver Figura 27) de la central hidroeléctrica la Vegona, se implementó lámina de acrílico transparente con un espesor de 5 mm, donde se pegaron las piezas con silicona acrílica, todo lo anterior con el fin de escalar la rugosidad del prototipo (INGETEC S.A, 2011).



Figura 27. Modelo físico de la central hidroeléctrica la Vegona vista frontal
Fuente: (INGETEC S.A, 2011).



Figura 28. Modelo físico de la central hidroeléctrica la Vegona vista posterior
Fuente: (INGETEC S.A, 2011).

5.1.4 Instrumentos de medición

5.1.4.1 Vertedero rectangular suprimido para caudales

El laboratorio de la Universidad Nacional de Manizales cuenta con un vertedero rectangular suprimido en lámina metálica (ver Figura 29), que permite la medición de caudales, a partir de la ecuación experimental desarrollada por la Sociedad de Ingenieros y Arquitectos Suizos o SIAS (ver ecuación (72)), donde ésta depende directamente de la altura de la lámina de agua que para su medición se cuenta con un vaso de medición limnimétrico (ver Figura 30) (INGETEC S.A, 2011)



Figura 29. Vertedero rectangular
suprimido
Fuente: (INGETEC S.A, 2011)



Figura 30. Vaso limnimétrico
Fuente: (INGETEC S.A, 2011)

$$Q = \frac{2}{3} \sqrt{2g} \left(0.615 + \frac{0.615}{100H_i + 1.6} \right) \left[1 + 0.5 \left(\frac{H_i}{H_i + W} \right)^2 \right] BH_i^{3/2} \quad (72)$$

Donde:

Q Caudal en m³/s

B Ancho del vertedero igual a 1.797 m

H_i Altura de la lámina de agua sobre el vertedero que varía entre 0.025 m a 0.300 m

W Altura desde el fondo del canal hasta la cresta del vertedero igual a 0.597 m

g Aceleración de la gravedad igual a 9.81 m/s²

5.1.4.2 Piezómetros para medición de presión

Los piezómetros se construyeron en lámina de acrílico y tubería de cobre de ¼". Se realizó la instalación de los piezómetros en las pilas, los estribos y el fondo de las descargas como se observa en la Figura 31, posteriormente se elaboró tres tableros uno para cada zona de medición con lamina de madera prensada de 9 mm, papel milimetrado tipo bond y mangueras plásticas de ¼" como se muestra en la Figura 32 con el fin de poder realizar las lecturas correspondientes. Para realizar el almacenamiento de datos se contó con un medidor de presiones ADPRES el cual cuenta con unidad de almacenamiento de datos, que a su vez tiene un sensor de presión PXA19 de alta precisión, otro sensor vegabar 14 que realiza mediciones de sobrepresión, presión absoluta o vacío.

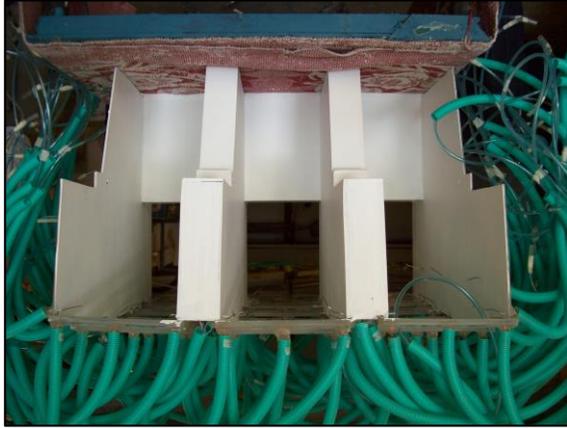


Figura 31. Piezómetros descarga de fondo
Fuente: (INGETEC S.A, 2011)



Figura 32. Tableros de medición
Fuente: (INGETEC S.A, 2011)

5.1.4.3 Minimolinete para la medición de velocidad

Para realizar la medición de las velocidades se utilizó un minimolinete de laboratorio marca A.OTT Kempten (ver Figura 33). Para realizar la lectura de las velocidades, para dichas mediciones se implementaron dos hélices, donde se escoge una u otra, dependiendo del tipo de flujo. Siendo en general un minimolinete para mayores velocidades que el otro. Los minimolinetes se pueden caracterizar conforme a su referencia, puntualmente uno es 4-123232 y el otro 5-141793.



Figura 33. Minimolinete A.OTT Kempten
Fuente: (INGETEC S.A, 2011)

Las hélices miden la velocidad a través del número de revoluciones por minuto n que alcance a registrar el minimolinete en un intervalo de tiempo dado y se convierte a velocidad con las siguientes ecuaciones de calibración:

❖ **Ecuación hélice 5-141793**

$$\begin{aligned} \eta < 10 \quad U &= 0.0562\eta + 0.038 \\ 10 < \eta < 17.35 \quad U &= 0.0544\eta + 0.056 \end{aligned} \quad (73)$$

❖ **Ecuación hélice 5-141793**

$$\begin{aligned} \eta < 0.29 \quad U &= 0.4049\eta + 0.039 \\ 0.29 < \eta < 0.85 \quad U &= 0.4931\eta + 0.013 \\ \eta > 0.85 \quad U &= 0.5073\eta + 0.001 \end{aligned} \quad (74)$$

5.1.4.4 Medidor de niveles por ultrasonido

Para verificar los niveles del embalse de las miras se implementó un medidor de niveles de ultrasonido, el cual está acompañado de una unidad inteligente UIP que permite monitorear el valor de los niveles en tiempo real (ver Figura 34 y Figura 35) (INGETEC S.A, 2011).

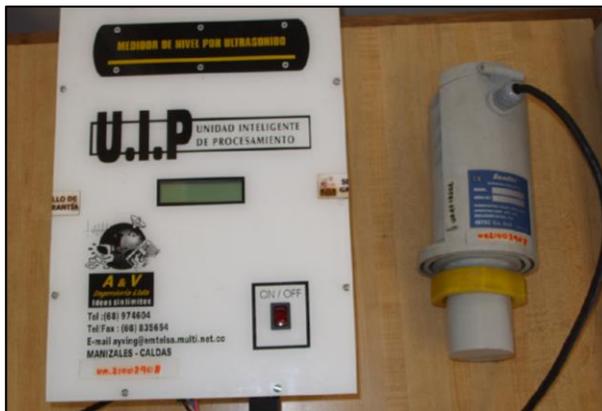


Figura 34. Medidor de niveles por ultrasonido
Fuente: (INGETEC S.A, 2011)



Figura 35. Miras para medición de niveles
Fuente: (INGETEC S.A, 2011)

5.1.5 Ensayos realizado para la descarga de fondo

Para determinar las curvas de calibración del vertedero con descarga de fondo de la hidroeléctrica la Vegona, se realizó una serie de ensayos, en los cuales para diferentes niveles de embalse se determinaba la magnitud del caudal descargado, y de esa manera se fueron elaborando dichas curvas, las cuales relacionan el caudal descargado para diferentes niveles de embalse para cada tipo de apertura de compuerta que se muestra en la Tabla 9. Adicional también se registraron lecturas de presiones y velocidades.

Nivel del agua en el embalse (m.s.n.m)				Apertura de compuertas			Deflector (°)	Prolongación del muro (m)
				Vano C	Vano B	Vano A		
103.00	105.00	107.00	108.00	Cerrada	5.00%	Cerrada		
103.00	105.00	107.00	108.00	Cerrada	10.00%	Cerrada		
103.00	105.00	107.00	108.00	Cerrada	30.00%	Cerrada		
103.00	105.00	107.00	108.00	Cerrada	20.00%	Cerrada		
103.00	105.00	107.00	108.00	Cerrada	50.00%	Cerrada		
103.00	105.00	107.00	108.00	Cerrada	70.00%	Cerrada		
103.00	105.00	107.00	108.00	Cerrada	90.00%	Cerrada		
103.00	105.00	107.00	108.00	Cerrada	100.00%	Cerrada		
103.00	105.00	107.00	108.00	5.00%	Cerrada	Cerrada		
103.00	105.00	107.00	108.00	10.00%	Cerrada	Cerrada		
103.00	105.00	107.00	108.00	50.00%	Cerrada	Cerrada		
103.00	105.00	107.00	108.00	100.00%	Cerrada	Cerrada	15	
103.00	105.00	107.00	108.00	Cerrada	Cerrada	5.00%	5	
103.00	105.00	107.00	108.00	Cerrada	Cerrada	10.00%		
103.00	105.00	107.00	108.00	Cerrada	Cerrada	50.00%		
103.00	105.00	107.00	108.00	Cerrada	Cerrada	100.00%		
103.00	105.00	107.00	108.00	5.00%	5.00%	5.00%		
103.00	105.00	107.00	108.00	10.00%	10.00%	10.00%		
103.00	105.00	107.00	109.00	30.00%	30.00%	30.00%		
103.00	105.00	107.00	110.00	50.00%	50.00%	50.00%		
103.00	105.00	107.00	111.00	70.00%	70.00%	70.00%		
103.00	105.00	107.00	112.00	100.00%	100.00%	100.00%		

Tabla 9. Ensayos realizados para la descarga de fondo
Fuente: (INGETEC S.A, 2011)

5.1.6 Resultados descargas de fondo del modelo físico

Las variables a determinar a través de la instrumentación que se tiene en el modelo físico son: la velocidad que se registra con el minimolinete (ver sección 5.1.4.3), los caudales que se obtienen con el vertedero rectangular suprimido (ver sección 5.1.4.1), las presiones que se registran con los piezómetros (ver sección 5.1.4.2) y la variación de los niveles del embalse, los cuales se registran acorde a las miras y el equipo de niveles ultrasónico (ver sección 5.1.4.4.). Teniendo en cuenta cada una de las variables se obtuvieron diferentes resultados para la descarga de fondo, como se presentan a continuación:

5.1.6.1 Caudales

La medición de caudales se realizó a partir de los registros de altura de la lámina de agua en el vaso limnimétrico L_i y posteriormente se le resta la altura del vertedero H_0 para determinar la carga hidráulica H_i y con el dato obtenido se calculó con la ecuación (75) de la SIAS el caudal para el modelo físico (ver Tabla 10), obteniendo para descargas simétricas

la relación entre niveles del embalse con los caudales descargados para diferentes aperturas de compuerta como se muestra en la Figura 36.

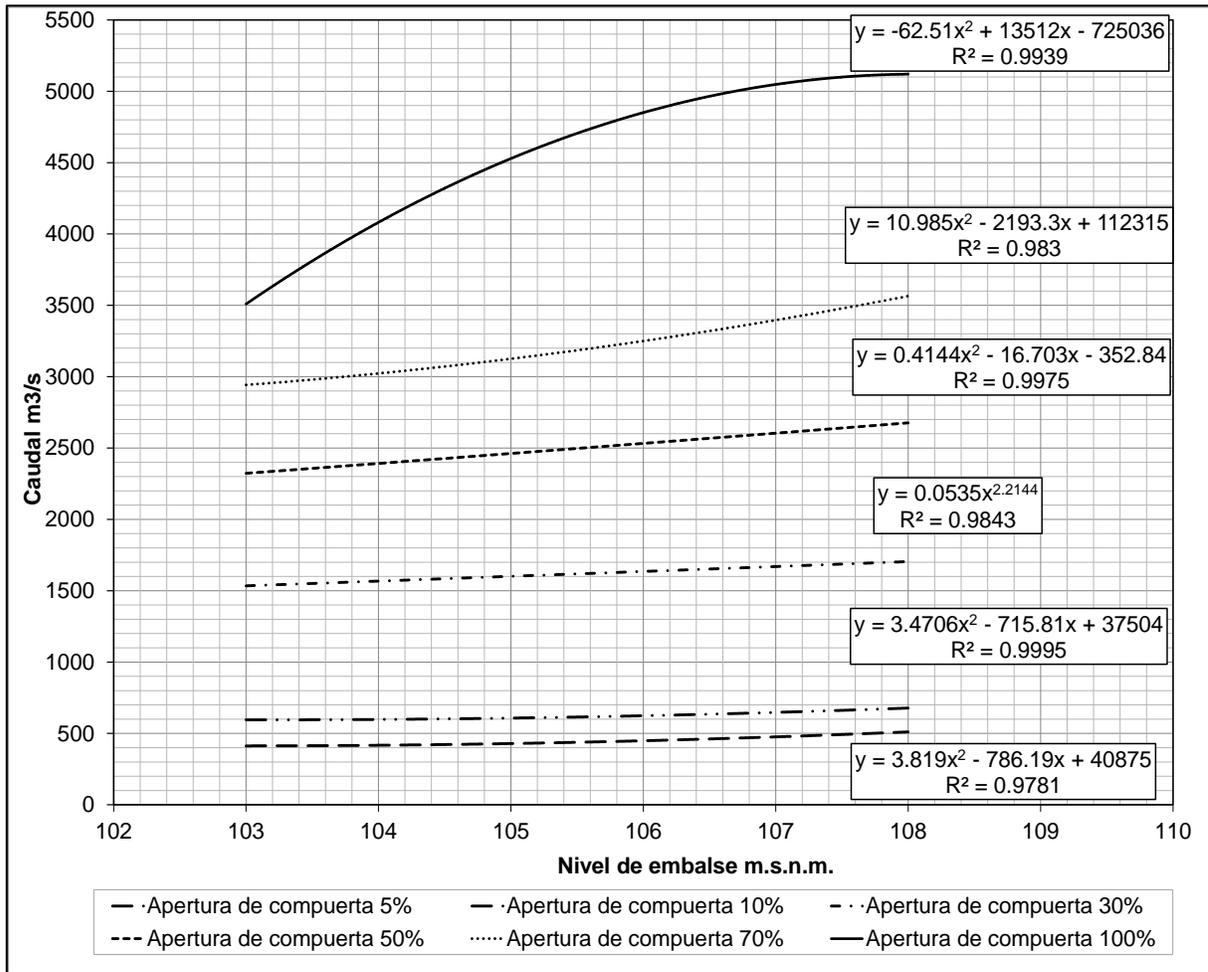


Figura 36. Caudales descargados vs nivel del embalse para diferentes aperturas de compuerta

Fuente: (INGETEC S.A, 2011).

Apertura Compuerta	Modelo				Prototipo	Nivel embalse	
	Vertedero rectangular suprimido						
	H_o (m)	L_i (m)	$H_i = L_i - H_o$ (m)	Q_m (m³/s)	Q_m (l/s)	Q_p (m³/s)	
Apertura Compuerta 5%	0.177	0.2167	0.0397	0.0305	30.51	414.43	103.00
	0.177	0.2173	0.0403	0.0312	31.15	423.20	105.00
	0.177	0.2214	0.0444	0.0357	35.67	484.58	107.00
	0.177	0.2228	0.0458	0.0373	37.26	506.11	108.00
Apertura Compuerta 10%	0.177	0.2284	0.0514	0.0438	43.81	595.12	103.00
	0.177	0.2292	0.0522	0.0448	44.77	608.19	105.00
	0.177	0.2315	0.0545	0.0476	47.58	646.30	107.00
	0.177	0.2334	0.0564	0.0499	49.93	678.32	108.00

Apertura Compuerta	Modelo					Prototipo	Nivel embalse
	Vertedero rectangular suprimido						
	H _o (m)	L _i (m)	H _i = L _i -H _o (m)	Q _m (m ³ /s)	Q _m (l/s)	Q _p (m ³ /s)	(m.s.n.m)
Apertura Compuerta 30%	0.177	0.2765	0.0995	0.1124	112.43	1527.28	103.00
	0.177	0.2804	0.1034	0.1189	118.88	1614.84	105.00
	0.177	0.2826	0.1056	0.1226	122.57	1664.98	107.00
	0.177	0.2842	0.1072	0.1253	125.28	1701.77	108.00
Apertura Compuerta 50%	0.177	0.3097	0.1327	0.1711	171.15	2324.92	103.00
	0.177	0.3147	0.1377	0.1807	180.73	2454.99	105.00
	0.177	0.3207	0.1437	0.1925	192.46	2614.40	107.00
Apertura Compuerta 70%	0.177	0.3228	0.1458	0.1966	196.63	2671.04	108.00
	0.177	0.3323	0.1553	0.2159	215.89	2932.69	103.00
	0.177	0.3402	0.1632	0.2324	232.40	3156.97	105.00
	0.177	0.3468	0.1698	0.2465	246.53	3348.93	107.00
Apertura Compuerta 100%	0.177	0.3549	0.1779	0.2643	264.29	3590.15	108.00
	0.177	0.3517	0.1747	0.2572	257.22	3494.12	103.00
	0.177	0.3862	0.2092	0.3371	337.11	4579.36	105.00
	0.177	0.3979	0.2209	0.366	366.01	4971.87	107.00
	0.177	0.4034	0.2264	0.3799	379.90	5160.58	108.00

Tabla 10. Registro de caudales a partir de la ecuación de la SIAS
Fuente: (INGETEC S.A, 2011).

5.1.6.2 Velocidades:

Las velocidades se tomaron con ayuda del minimolnete (ver sección 5.1.4.3) en los ejes de cada vano, debido a que las velocidades se registraron para poder realizar el análisis de socavación fue menester realizar los ensayos para los Niveles Máximos de Creciente, los cuales son de 107 m.s.n.m que producen las velocidades críticas para dicho análisis. Los ensayos realizados se muestran en la Tabla 11. Para el registro de las velocidades se tomaron tres datos de η , se promediaron y posteriormente con la ecuaciones de calibración del minimolnete presentados en la sección 5.1.4.3 se obtuvieron las velocidades. Los resultados para los tres vanos abiertos al 100% y con los que se validan los resultados del presente proyecto se presentan en la Tabla 12.

Nivel de agua del embalse (m.s.n.m)	Apertura de compuerta			Deflector (°)
	Vano C	Vano B	Vano A	
107.00	100%	100%	100%	15
	100%	Cerrada	Cerrada	15
	Cerrada	100%	Cerrada	15
	Cerrada	Cerrada	100%	15

Tabla 11. Escenarios para la lectura de velocidades
Fuente: (INGETEC S.A, 2011)

Punto de medida	H (m)	NÚMERO DE REVOLUCIONES				η (rpm)	U_m (m/s)	U_p (m/s)
		1	2	3	Promedio			
VANO A (en salida del deflector)	2.25	133	132	134	133.00	4.433	2.250	15.094
	6.75	134	132	134	133.33	4.444	2.256	15.131
	9.00	126	135	124	128.33	4.278	2.171	14.564
VANO B (en salida del deflector)	2.25	146	139	144	143.00	4.767	2.419	16.228
	6.75	133	136	134	134.33	4.478	2.273	15.245
	9.00	132	131	131	131.33	4.378	2.222	14.905
VANO C (en salida del deflector)	2.25	133	133	134	133.33	4.444	2.256	15.131
	6.75	128	120	120	122.67	4.089	2.075	13.921
	9.00	133	129	131	131.00	4.367	2.216	14.867

Tabla 12. Escenarios para la lectura de velocidades
Fuente: (INGETEC S.A, 2011)

5.1.6.3 Presiones:

Las presiones se registraron con ayuda de los piezómetros instalados en el fondo del canal de descarga para el nivel de 107 m.s.n.m, realizando los ensayos que se presentan en la Tabla 13. El registro de las presiones se obtiene en metros columna de agua para diferentes abscisas a lo largo del canal de descarga tal y como se muestra en la Figura 37. Los resultados obtenidos para cada vano con las tres compuertas abiertas al 100% son las presiones máximas, mínimas y promedio como se muestran en las se muestran en la Tabla 14.

Nivel de agua del embalse (m.s.n.m)	Apertura de compuerta			Deflector (°)
	Vano C	Vano B	Vano A	
107	100%	100%	100%	15
	100%	Cerrada	Cerrada	15
	Cerrada	100%	Cerrada	15
	Cerrada	Cerrada	100%	15

Tabla 13. Escenarios para la lectura de presiones
Fuente: (INGETEC S.A, 2011)

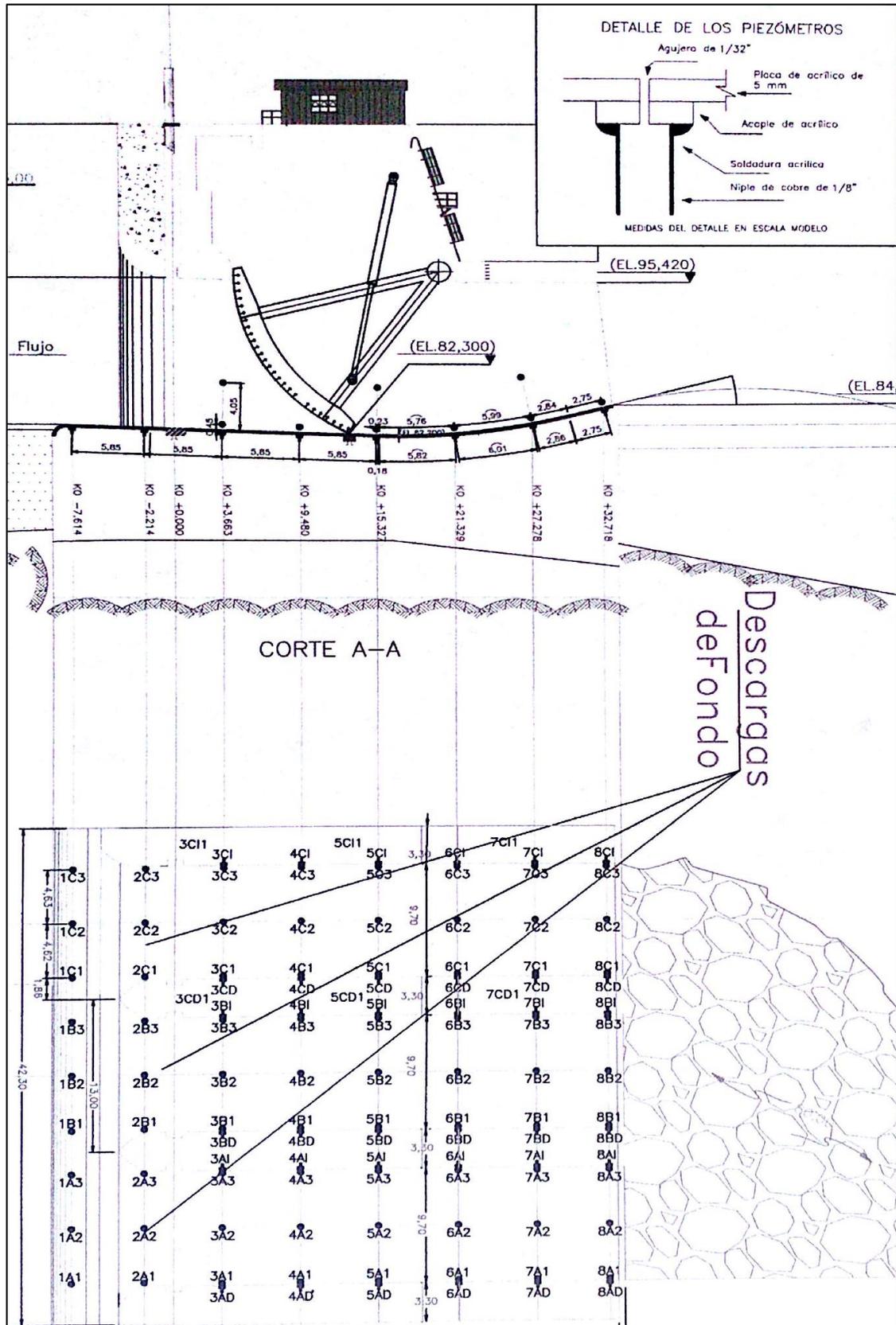


Figura 37. Piezómetros instalados y abscisas del canal
Fuente: (INGETEC S.A, 2011)

Ubicación	Piezómetro N°	Abscisa	Modelo				Prototipo				
			Presión Mínima (cm de agua)		Presión Máxima (cm de agua)		Presión Promedio (cm de agua)		Presión Mínima (m de agua)	Presión Máxima (m de agua)	Presión Promedio (m de agua)
			K 0+	L	H	L	H	L	H	H	H
VANO C	1C2	-7.612	42.18	32.08	52.45	42.35	47.37	37.27	14.4	19.1	16.77
	2C2	-2.214	50.55	40.85	52.07	42.37	51.25	41.55	18.4	19.1	18.70
	3C2	3.633	47.32	38.12	47.51	38.31	45.41	36.21	17.2	17.2	16.29
	4C2	9.480	46.94	37.04	47.32	37.42	47.14	37.24	16.7	16.8	16.76
	5C2	15.327	50.55	41.15	50.93	41.53	50.63	41.23	18.5	18.7	18.55
	6C2	21.329	50.74	41.54	53.78	44.58	52.37	43.17	18.7	20.1	19.43
	7C2	27.278	47.32	36.32	48.84	37.84	48.09	37.09	16.3	17.0	16.69
	8C2	32.718	37.43	23.53	39.52	25.62	38.44	24.54	10.6	11.5	11.04
VANO B	1B2	-7.612	45.04	35.04	51.12	41.12	48.15	38.15	15.8	18.5	17.17
	2B2	-2.214	52.07	42.37	53.40	43.70	52.60	42.90	19.1	19.7	19.31
	3B2	3.633	46.21	37.11	46.94	37.84	46.21	37.11	16.7	17.0	16.70
	4B2	9.480	40.28	30.48	47.70	37.90	45.03	35.23	13.7	17.1	15.85
	5B2	15.327	49.03	39.83	49.41	40.21	49.19	39.99	17.9	18.1	18.00
	6B2	21.329	48.84	39.34	50.36	40.86	49.84	40.34	17.7	18.4	18.15
	7B2	27.278	47.89	36.89	48.65	37.65	48.32	37.32	16.6	16.9	16.79
	8B2	32.718	41.80	27.80	42.94	28.94	42.17	28.17	12.5	13.0	12.68
VANO A	1A2	-7.612	45.80	35.60	62.91	52.71	54.86	44.66	16.0	23.7	20.10
	2A2	-2.214	37.62	27.92	37.81	28.11	37.76	28.06	12.6	12.6	12.63
	3A2	3.633	48.46	39.46	49.22	40.22	48.49	39.49	17.8	18.1	17.77
	4A2	9.480	45.99	37.29	47.13	38.43	46.46	37.76	16.8	17.3	16.99
	5A2	15.327	47.13	37.83	49.03	39.73	48.17	38.87	17.0	17.9	17.49
	6A2	21.329	49.98	40.68	50.55	41.25	50.39	41.09	18.3	18.6	18.49
	7A2	27.278	49.03	38.03	50.55	39.55	49.80	38.80	17.1	17.8	17.46
	8A2	32.718	43.13	29.23	45.04	31.14	44.41	30.51	13.2	14.0	13.73

Tabla 14. Presiones para cada vano con aperturas de 100%
Fuente: (INGETEC S.A, 2011)

6. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Las presas son estructuras que se proyectan sobre los cauces fluviales con el fin de generar un embalsamiento donde su clasificación va ligada al uso específico, la magnitud del proyecto hidráulico y los materiales que la conforman. Dependiendo de la hidrología de la zona y la capacidad de almacenamiento de la presa, se hace necesario adecuar estructuras de control de caudal o vertederos, para mantener los niveles de agua almacenados conforme a lo estipulado por el diseño.

Las estructuras de control de caudales o aliviaderos son componentes vitales en proyectos de embalsamiento de agua, cuyo tipo y tamaño dependen de la presa a diseñar, la topografía y geología de la zona, donde el aliviadero constituye un costo importante en la construcción de este tipo de sistemas.(USBR, 1960).

Los aliviaderos generalmente dependen de dos condiciones, bien sea, si la cresta de la estructura es libre, la cual permite derrames efectivos cuando la cabeza de diseño es excedida o si la estructura tiene una descarga controlada normalmente con compuertas por donde circula el caudal de diseño, donde estas últimas se caracterizan por tener descargas sumergidas

Los diseños y dimensionamiento de aliviaderos se han venido realizando, principalmente de modelos físicos a escalas reducidas, complementados de un gran número de ensayos, toma de datos y procesamiento de información para los flujos en lámina libre, asumiendo que estos son incompresibles (USBR, 1960). Este tipo de representaciones normalmente vienen acompañadas de formulaciones semi-empíricas que permiten realizar predimensionamientos, partiendo de estructuras estandarizadas de las cuales se conoce su comportamiento hidráulico, de acuerdo al tipo de aliviadero, (Hager and Bremen, 1988);(USBR, 1960);(USACE, 1992), donde generalmente se estudian las velocidades, presiones y descargas libres y sumergidas partiendo del principio de conservación de la cantidad de movimiento y de energía, permitiendo deducir coeficientes de descarga y contracción, a partir de un análisis de regresión múltiple,(Sauida, 2014);(Belaud et al., 2009).

Conjuntamente a dichas formulaciones semi-empíricas, los modelos físicos permiten dar otras soluciones a los problemas de la hidráulica, donde habitualmente se tienen datos empíricos (Henderson, 1989);(Webber, 1965). A partir de esta representación se pretende evaluar la alternativa propuesta manejando tamaños prácticos y costos razonables, a diferencia de los requeridos por un prototipo de escala 1:1 (Webber, 1965), por lo tanto, para garantizar una semejanza representativa entre el modelo a escala y el prototipo, se debe tener una similitud en los flujos.

La similitud entre prototipo y modelo físico tiene en cuenta tres aspectos principalmente: la semejanza geométrica, la semejanza cinemática y la semejanza dinámica. Lo anterior se asegura si los números de Reynolds, Froude, Weber y Mach, resultan ser los mismos tanto en el modelo como en prototipo, (Estrella Toral and others, 2013). Esta analogía es a menudo inalcanzable por diversas razones como los efectos de escala.

Normalmente se utiliza la semejanza de Froude para relacionar las fuerzas inerciales y gravitacionales (fuerzas dominantes), las cuales deberán ser las mismas en el modelo y el prototipo; este tipo de modelos presentan limitaciones cuando analizan flujos aireados, ya que los tamaños de las burbujas serán mayores en el modelo a escala, considerando una mayor concentración de aire en el fluido, (Pfister and Chanson, 2014).

Por otra parte, los modelos físicos requieren de mayor inversión de recursos tales como, mano de obra calificada, materiales, equipos de medición y espacio para su construcción, y a su vez mayor tiempo de elaboración comparado con otras técnicas de diseño; otra de las principales desventajas se debe a su metodología rígida que no permite alteraciones posteriores a su elaboración (Balairón et al., 2014b). Conociendo las limitaciones y desventajas del modelo físico este sigue siendo la mejor representación del comportamiento hidráulico del prototipo.

En paralelo a la modelación física a escala reducida y las formulaciones semi-empíricas, desde los años 60 se desarrollaron múltiples códigos a partir de técnicas de discretización, basadas en volúmenes finitos, elementos finitos y diferencias finitas como herramienta alternas para representar los flujos en lámina libre, partiendo del desarrollo de los métodos numéricos y adelantos de la computación (Balairón et al., 2014a), que permitió tener una alternativa de diseño de aliviaderos con descargas controladas o sin control, transformando las ecuaciones fundamentales de la mecánica de fluidos, de una forma diferencial a una forma algebraica (discretización), para analizar los problemas de dinámica de fluidos en forma uni, bi y tridimensional con ayuda de herramientas computacionales, (Julian D. Gacek, 2007).

Para los aliviaderos con descargas de fondo se han desarrollado diversos estudios para la representación del flujo en lámina libre (Akoz et al., 2009a);(Cassan and Belaud, 2012);(Javan and Eghbalzadeh, 2013); (Xiao et al., 2015), en la mayoría de ellos se solucionan las ecuaciones de gobierno RANS, (*Reynolds Averaged Navier Stokes*), VOF (Volume of fluid) y se cierran con modelos de turbulencia.

Las ecuaciones RANS cuentan con un término conocido como el tensor de esfuerzos de Reynolds, el cual se puede representar como una difusión turbulenta, que es un término adicional a la difusión molecular, donde esta última tiene menor predominancia cuando los números de Reynolds son altos, como es el caso del comportamiento dinámico del caso de estudio (Marqués, 2005). La difusión turbulenta se puede representar a partir de un modelo, el más representativo es el de dos ecuaciones conocido como el $k - \epsilon$, propuesto por (Launder and Sharma, 1974) el cual se puede apreciar en la sección 3.5.2.1; cada una de éstas se representa con una ecuación diferencial parcial no conservativa, las cuales cuentan con cinco parámetros, (como se especifica en la sección 3.5.2.1. Este es el modelo más aplicado en los códigos de la Dinámica de Fluidos Computacional CFD, por las buenas aproximaciones que se tienen y su estabilidad numérica, como lo evidencia los trabajos realizados por (Akoz et al., 2009a);(Andersson et al., 2013a);(Cassan and Belaud, 2012);(Javan and Eghbalzadeh, 2013).

Paralelo a los modelos de turbulencia y que es de interés para el tipo de estructuras que se desea analizar, es la posible incertidumbre al momento de representar las variaciones de la topología de la interfaz aire-agua cuando se presentan deformaciones de la misma, la cual, es evidente en los flujos en lámina libre, ya que según estudios experimentales de laboratorio realizados por (Chanson and Brattberg, 2000), arrojan que hay poca información para describir el comportamiento de las propiedades del flujo en la interfaz aire y agua en la zona turbulenta de un resalto hidráulico, generando problemas para describir el comportamiento de la misma (Chanson and Brattberg, 2000)

El rastreo a las variaciones de la interfaz de flujo bifásico en un resalto hidráulico se puede abordar numéricamente por medio de un método de seguimiento de interfaz de tipo euleriano, que define el dominio del aire y el agua resolviendo una ecuación advectiva de transporte para las celdas ocupadas por la fase líquida y gaseosa, llamado "Volume of Fluid" (VOF) desarrollado por, (Hirt and Nichols, 1981) ver sección 2.5, método implementado por la herramientas computacionales CFD, como Flow3D, ANSYS Fluent, OpenFOAM, que discretizan el dominio a partir de volúmenes finitos. (Akoz et al., 2009a),(Andersson et al., 2013a), (Cassan and Belaud, 2012)(Javan and Eghbalzadeh, 2013), (Savage and Johnson, 2001).

Acorde con lo expuesto anteriormente, se han realizado estudios para estructuras de control de caudales con descargas controladas por compuertas deslizantes, cuyos errores relativos oscilan entre el 4.38% al 7.90% (Andersson et al., 2013a);(Cassan and Belaud, 2012). Los cuales representaron modelos numéricos en tres y dos dimensiones respectivamente, utilizando un modelo de turbulencia $k - \epsilon$. Adicionalmente, en el estudio efectuado por Andersson se implementó también el modelo de turbulencia SSG (Speziale, Sarkar, Gatski) obteniéndose errores relativos en un rango del 0.96% al 6.87%, cada uno de los estudios utilizaron programas de ANSYS (Fluent y CFX).

Por otro lado los errores relativos para modelo numérico bidimensional de un aliviadero tipo Ogee realizado por (Savage and Johnson, 2001), arrojaron resultados entre 1.00% al 12.00%, mientras que la comparación del mismo con las formulaciones semi-empíricas ascienden hasta el 12% implementado un modelo de turbulencia $k-\epsilon$ en el programa Flow3D y analizando la interfaz aire-agua con el modelo VOF. Para un caso semejante en tres dimensiones, se simuló tres aliviaderos tipo Ogee con descarga controlada, cuyos resultados oscilan entre un 0.80% y 20.00% para las descargas (Chanel, 2008).

Partiendo de los estudios expuestos con anterioridad, se observa que los errores relativos entre los cálculos de los modelos numéricos y las mediciones del modelo físico presentan discrepancias que están en un orden del 4.00 al 20.00% en promedio, presentando las diferencias más altas a medida que la relación entre la carga hidráulica aguas arriba de la estructura de control y la apertura de la compuerta disminuye debido al aumento de las velocidades, ya que se conoce que el término que mayor difusión numérica tiene es el componente advectivo de las ecuaciones de gobierno (ver secciones 3.5, 3.5.2.1 y 3.7); este rango de errores generan sobrecostos, debido a que las dimensiones de las estructuras serían conservadoras por el nivel de incertidumbre de dichos errores.

Por otra parte, las modelaciones expuestas implementan el modelo de turbulencia de dos ecuaciones $k-\epsilon$, para poder cerrar las ecuaciones RANS; sin embargo, siempre se utilizan los coeficientes estándar propuestos por (Launder and Sharma, 1974). Conjuntamente no se evidenció el desarrollo de una metodología de calibración que permita recrear la modelación numérica de manera tal que presente una mejor convergencia los resultados del modelo numérico y el modelo físico cuando las velocidades hacen que los números de Reynolds lleguen al orden de 1.5×10^5 , incorporando el entendimiento de la interfaz aire-agua a partir de un modelo numérico que la interprete, donde normalmente la omisión de los efectos de arrastre de aire tienden a predecir niveles de agua menores aguas abajo, lo cual difiere del comportamiento de los resaltos hidráulicos.

6.1 Calibración y análisis de sensibilidad

Conociendo lo presentado a largo de este numeral, se propone generar una metodología de calibración que permita optimizar las modelaciones numéricas para estructuras de control de caudales con descargas de fondo, a partir de una análisis de sensibilidad de los parámetro del modelo de turbulencia $k - \epsilon$, definiendo umbrales que permitan realizar una secuencia de variación de dichos parámetros, con el fin de reducir los errores relativos que se presentan a menudo en este tipo de modelaciones, centrando la investigación en dichos parámetros teniendo en cuenta que estos tienen mayor influencia en los resultados debido a que la viscosidad turbulenta prevalece ante la viscosidad molecular, cuando los números de Reynolds son altos (1.5×10^5), lo cual es evidente en los vertederos con descargas de fondo. Adicional, los parámetros del modelo de turbulencia son los únicos que permiten ser modificados de las ecuaciones de gobierno, teniendo en cuenta que las otras constantes son valores intrínsecos del flujo como la gravedad, la viscosidad y la densidad. Aunque, los parámetros del modelo de turbulencia fueron determinados experimentalmente (ver sección 3.5.2.1) (Pope, 2000) menciona que estos pueden ser modificados para condiciones específicas como es el caso del vertedero con descargas de fondo del proyecto hidroeléctrico La Vegona que se muestra en la Figura 38, cuyos resultados del modelo físico desarrollado por la consultora INGETEC S.A, (2011) se tienen para la calibración del presente proyecto (ver sección 5.1.6) y de esa manera poder plantear una metodología de calibración que permita la calibración de las descargas de estas estructuras de control de caudales.

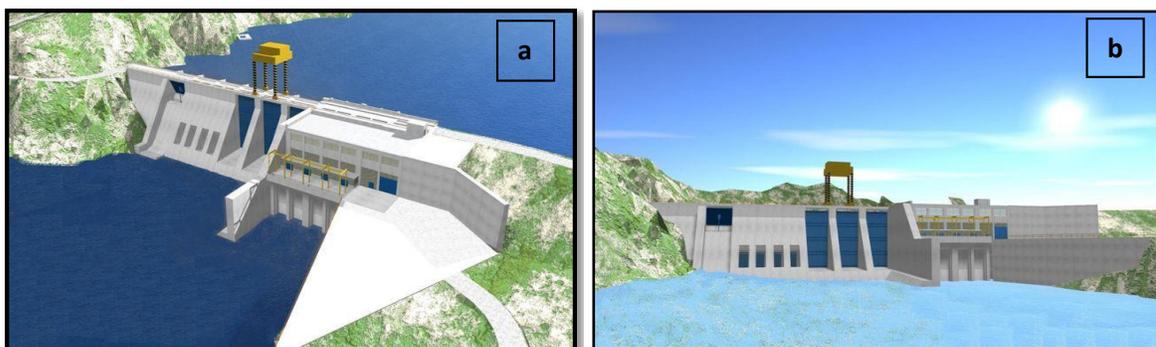


Figura 38. Hidroeléctrica La Vegona –Honduras; a) Vista Panorámica; b) Vista frontal.

Fuente: (COHERSA, 2011)

7. CONFIGURACIÓN DEL MODELO NUMÉRICO

La configuración del modelo numérico del aliviadero de descarga de fondo de la hidroeléctrica La Vegona en Honduras se divide en tres etapas principales, a saber: el pre-procesamiento, un método de solución y post-procesamiento. Para analizar la estructura hidráulica e debe enmarcar un número finito de pasos ordenados que permita generar un proceso con una secuencia lógica, discreta de acciones que propicien mejores resultados, los cuales estén unidos a un cronograma de actividades aproximado de ejecución, donde se debe plantear una protocolo de modelación, permitiendo tener un mejor control del modelo implementado y que este no genere tiempos extras, permitiendo mejorar la calidad de los resultados, donde se establecerán puntos de enlace que retro alimenten la información existente y generada para la optimización del modelo.(Domínguez, 2013)

7.1 Definición del dominio computacional

La definición del dominio computacional, consiste en transformar el dominio físico definido para el análisis (Prototipo), a un dominio computacional, acorde a la sección 5.1.6. Lo anterior implicó la construcción de la geometría y la definición de los límites del dominio numérico, mediante la información del prototipo y el modelo físico.

Para lo anterior se dio uso de la información suministrada por la firma consultora INGETEC S.A, la cual consistió en planos detallados de la estructura de control de caudales e información hidráulica de la misma. Esta información base permite establecer las dimensiones del modelo numérico.

Para la implementación se analizó el diseño de la estructura de alivio, esta consta de tres descargas de fondo controladas por compuertas radiales cuyas dimensiones son de 9.70 m x 13.00 m, las cuales operan a través de orificios de las mismas dimensiones. El posicionamiento de las descargas se centra a la margen derecha en una distancia igual a 12.70 m, donde se observa una excavación en el estribo derecho para conformar un canal de entrada y de salida para conducir con seguridad el flujo de las descargas. Cada compuerta tiene un transición en la entra del orificio redondeada que permite aumenta el coeficiente de descarga, si se compra con una entrada en arista, la relación del radio de redondeo con respecto a la altura de la compuerta (r/a) igual a 0,20,(INGETEC S.A, 2010). Los abocinamientos de ingreso de a los orificios que ajustan las descargas de fondo poseen radios de entre 0.12 a 0.16 m, esto va acorde a las recomendaciones dadas por (USB, 1987), esto da como resultado diámetros de 3.50 m en la parte superior del muro frontal y 1.00 en la transición del canal de descarga, cuyos detalles estructurales se tiene en cuenta con el fin de recrear el coeficiente de descarga (C_d), a la hora de realizar el modelo en tres dimensiones se parte de todas esas características para para recrear el C_d en el modelo numérico. La geometría adecuada para el modelo numérico se visualiza en la Figura 39.

Respecto al canal de conducción, este tiene una deflexión en forma de salto de esquí, con un radio similar a cuatro veces la altura de la lámina ($4d$) obtenido del modelo físico, cuando se presenta la máxima descarga de 5164.00 m^3/s (equivalente a 1721.30 m^3/s por compuerta), (INGETEC S.A, 2010)., este canal cuenta con una longitud de 38.10 m y una

pendiente del 3.00%. La entrega del conducto se da al río rio Humuya o Comayagua, acorde con las recomendaciones dadas por (USBR, 1987), cuyo ángulo de disparo es de 15.00°, con el objeto de alejar el impacto del chorro a la estructura permitiendo disminuir la socavación generada en la fundación de la estructura, las dimensiones generales del vertedero se condensan en la Tabla 15. En la Figura 39.se aprecia la geometría del tanque de confinamiento se deben a la topografía del lugar donde el lecho del cauce se reemplazó por un enrocado a una cota 80.00 msnm, con una profundidad de 4.80 m en promedio desde la salida del deflector, confinado por un muro corrido que tiene un longitud de 50 m.

Nivel del embalse (ms.sn.m)	Nivel del Canal (ms.sn.m)	Nivel fondo cauce (ms.sn.m)	Altura modelo (m)	No. Compuertas	Ancho b (m)
103.0000			27.5500	---	
105.0000	82.40	75.45	29.5500	3.00	9.70
107.0000			31.5500		
109.0000			32.5500		
Altura según apertura a (m)	Área según apertura* (m ²)	Longitud canal de descarga (m)	Ángulo del deflector (°)	Profundidad taque de confinamiento (m)	Longitud taque de confinamiento (m)
100.00%	100.00%				
13.00	126.10	38.10	15.00	4.80	50.00
10.00%	10.00%				
1.30	12.61				

*Coeficiente de descarga (Cd), apertura de compuerta de 100% 0.65 - apertura de compuerta de 10% 0.765

Tabla 15. Dimensiones generales del aliviadero de la hidroeléctrica la Vegona.

Fuente: (INGETEC S.A, 2010).

Cabe mencionar que las compuertas se confinan por un muro frontal desde la cresta de la presa a una cota de 109.00 msnm, hasta la placa base o canal de conducción localizada en la cota 84,50 msnm, de esta forma se pueden definir los niveles de operación de la estructura. La Figura 39 muestra las dimensiones y la topografía general, permitiendo visualizar la distribución espacial del dominio físico a recrear, mostrando la ubicación del (N.M.C) o (NAME) a una cota de 107.00 msnm generando así una columna de lámina de agua de 22.50 m, por otro lado el N.M.N o NAMO, se encuentra en la cota 105.00 msnm, dando como resultado una lámina de agua de 20.50 m, por último el N.M.O o NAMÍNO, está ubicado en una altura de 18.50 m desde el fondo del canal a una cota de 103.00 msnm. Lo anterior permite definir los niveles máximos que debe tener la geometría con la finalidad de generar el dominio por medio de una herramienta computacional.

mediante sólidos primitivos, se requiere aplicar operaciones booleanas que incluyan operaciones como, corte, intercepción, generación de figuras primitivas volumétricas, extrusión de superficies planas a volúmenes, suavizado de geometrías con el propósito de realizar enmallados con menos errores y refinamientos en puntos indeseados, que aumentan el costo computacional.

En consecuencia se recurre a Sistemas de Diseño Asistido por Ordenador o CAD, por sus siglas en inglés, que no es más que el uso de tecnología informática para generar un modelo bidimensional o tridimensional de la estructura hidráulica, mediante un proceso semi – automatizado para este caso, (AUTODESK, 2015). Por consiguiente, se establecieron como herramientas de ejecución Ansys Fluent, ya ofrece el módulo de DesignModeler, el cual es un editor geométrico de modelos CAD, que permite visualizar los sólidos mediante el modo básico de modelamiento en tres dimensiones, (ANSYS, 2006) y Civil 3D una herramienta CAD más robusta que permite el proceso de gráficos vectoriales en 2D o modelado en 3D de superficies sólidas. (AUTODESK, 2015).

Es oportuno generar el modelo CFD con las mismas dimensiones del prototipo, pese a la diferencia de escala que se maneja con respecto al modelo físico, las cuales pueden ser modificadas posteriormente. Para tal objetivo se dio uso de la herramienta computacional Civil 3D en el módulo *3D Modeling*, partiendo de la información de la Figura 40. En el entorno del programa, en la barra menú de aplicación en la ruta *File/new* o por el acceso rápido CTRL + N, donde aparecerá el cuadro de dialogo, donde se selecciona el estilo *_AutoCAD Civil 3D (Metric) NCS.dwt*, permitiendo tener la unidades adecuadas para el tratamiento del modelo, las cuales se pueden corroborar con el comando *Unit*, esto se establece con el fin que el programa para generar la malla reconozca las mismas unidades y no generar discrepancia entre los archivos, seguido a lo anterior se establece el nombre del archivo.

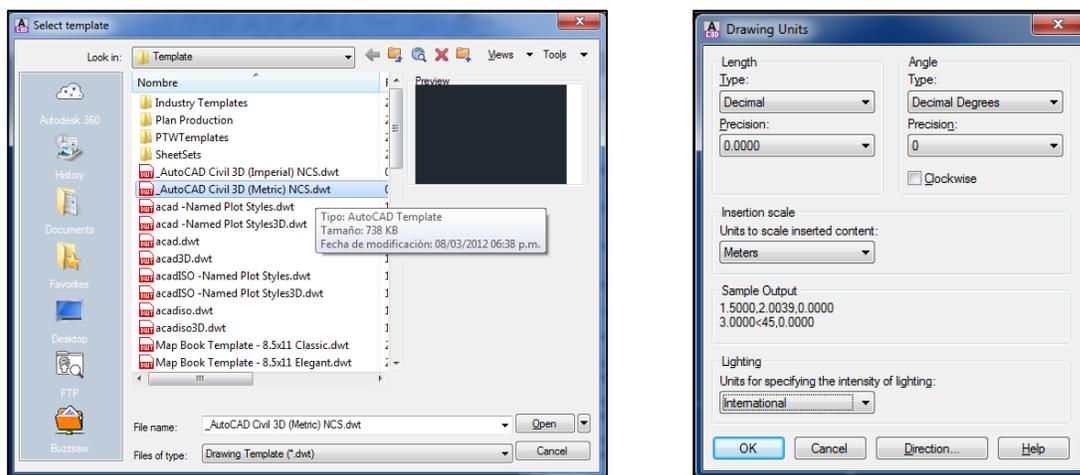


Figura 40. Asignación de unidades del archivo dwg para la generación del dominio computacional de aliviadero con descarga de fondo
Fuente: (Propia, 2016) - adecuada de Civil3D

Después de las consideraciones anteriores, se forman figuras planas mediante polilíneas generando una secuencia de líneas o de segmentos de arco conectados, que puedan crear

un objeto único, así de esta forma se obtiene una región cerrada que contenga las dimensiones del canal de entrega con el deflector en esquí a 15° , de igual forma se realizó el procedimiento para los muros divisorios o estribos del aliviadero, el muro frontal con la transición redondeada o abocinamientos hacia el orificio y la compuerta radial con una apertura al 10% que representa una altura de 1.30 m, acorde a la sección 5.1.6, la geometría se aprecia en la Figura 41.

Una de las apreciaciones que se hace, es una simplificación en la geometría a utilizar, partiendo precepto que el dominio computacional que interesa es por donde va circular el flujo, bien sea la fase de aire o agua, por tal motivo se eleva los niveles de los muros o estribos en la transición de descarga y se aumenta la altura del muro frontal, además de reducir el número de detalles por donde se acoplan las guías de los tablonces de cierre y guías de la compuerta, permitiendo geometrías suavizadas y ortogonales que facilitan el proceso de mallado. La geometría de la compuerta radial se mejoró utilizando arcos consecutivos disminuyendo el número de nodos y suavizando la geometría, crucial al momento de exportar la información ya que no se genera pérdida de información y disminuye el número de caras que complican el proceso de mallado y asignación de condiciones de frontera, las modificaciones se aprecian en la Figura 41.

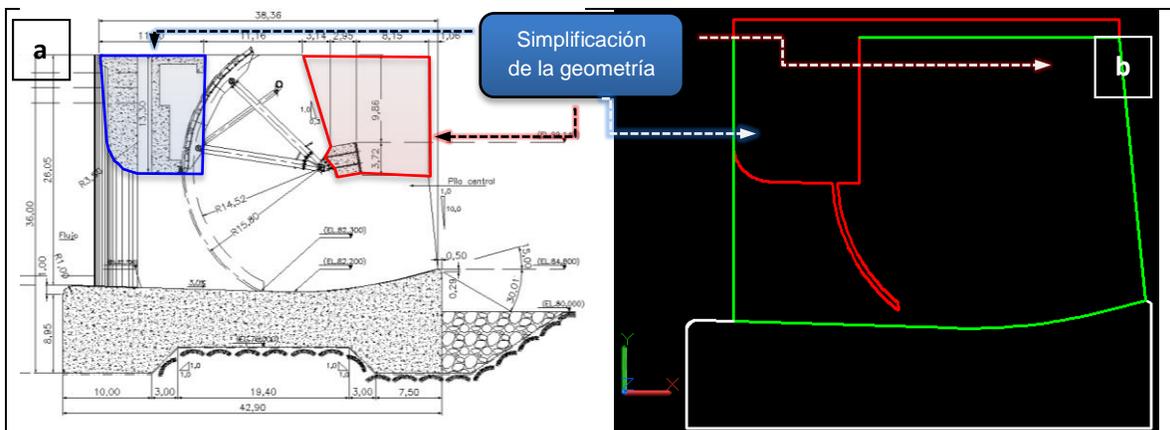


Figura 41. a) Geometría de diseño del aliviadero con detalles constructivos de las guías de los tablonces, muros tabique, guías de la compuerta radial y estribos o pilas con la configuración de la viga muños. ,b) Simplificación de la geometría del aliviadero y conformación de superficies planas mediante estructuras alámbricas.

Fuente: Propia, 2016 adecuada de Civil3D.

Sobre la base de las consideraciones anteriores se generan superficies que son objetos en tres dimensiones sin volumen, estas parten de las polilíneas que son estructuras alámbricas, que por ser compatibles con elementos sólidos y la generación de formas en tres dimensiones son adecuadas para conformar nuestra estructura. Mediante el comando *PlaneSurf* o desde la barra de comandos *Surface/planar/Object*, como se muestra en la Figura 42, se seleccionan las polilíneas que forman regiones, ara generar las superficies planas del modelo, las cuales son de tipo procedimiento asociativas.

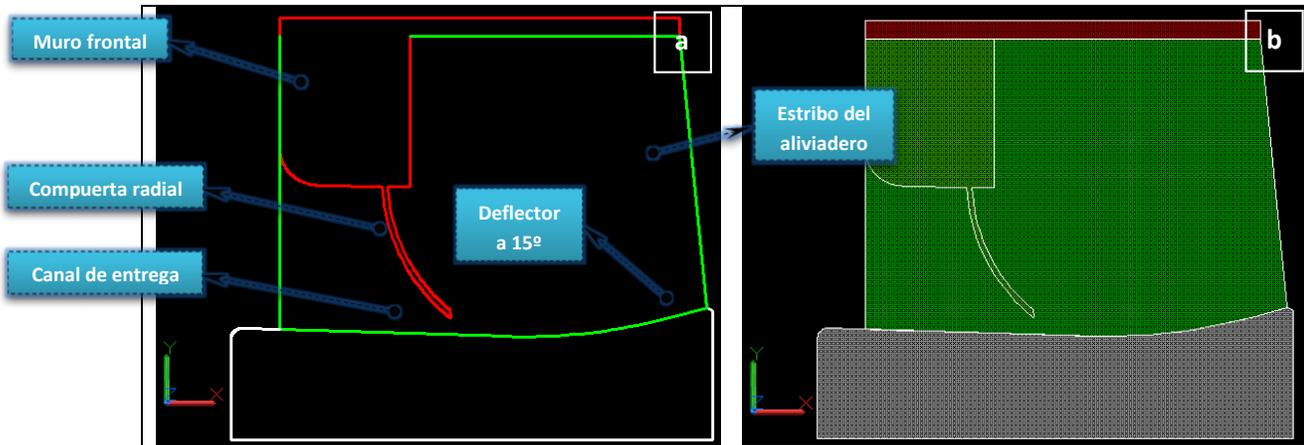


Figura 42. a) Configuración simplificada del aliviadero mediante estructuras alámbricas, b) Configuración simplificada del aliviadero en dos dimensiones mediante estructuras superficiales asociativas

Fuente: (Propia, 2016) - adecuada de Civil3D.

Una vez obtenida la geometría plana asociativa, se hace necesario crear volúmenes sólidos en tres dimensiones de cada una de las partes del vertedero, para lo cual se parte de la Figura 39, permitiendo obtener información de espesor de muros, los cuales tiene dimensiones de 3.30 m, separados 9.70 m que corresponde ancho del canal de entrega, en cuanto a la longitud de la cimentación es de 42.30 m. Mediante el comando *Extrude*, se puede dar el volumen de cada superficie plana dando como resultado la forma del aliviadero de descarga de fondo, la configuración se observa en la Figura 43.

Los sólidos anteriores no se encuentran acoplados, por lo tanto no es una figura monolítica, antes de unir los elementos, se hace la corrección de los estribos para que tengan los redondeos de las aristas acorde a lo mencionado con anterioridad. Para lograr lo anterior se usan los comandos *Union* y *Subtract*, los cuales permiten unir o sustraer elementos sólidos; mediante un elemento tridimensional que contiene la forma de las aristas redondeadas acorde a las dimensiones de diseño, una vez obtenido esto se traslapan las figuras y se sustrae, de esta manera se da el acabado a la estructura.

Una vez corregido la geometría del vertedero se hace la unión del modelo, obteniendo un solo elemento sólido en tres dimensiones, esto se observa en la Figura 44. Esta geometría es la definitiva de la estructura hidráulica y hace parte de los muros (vacío), del dominio computacional.

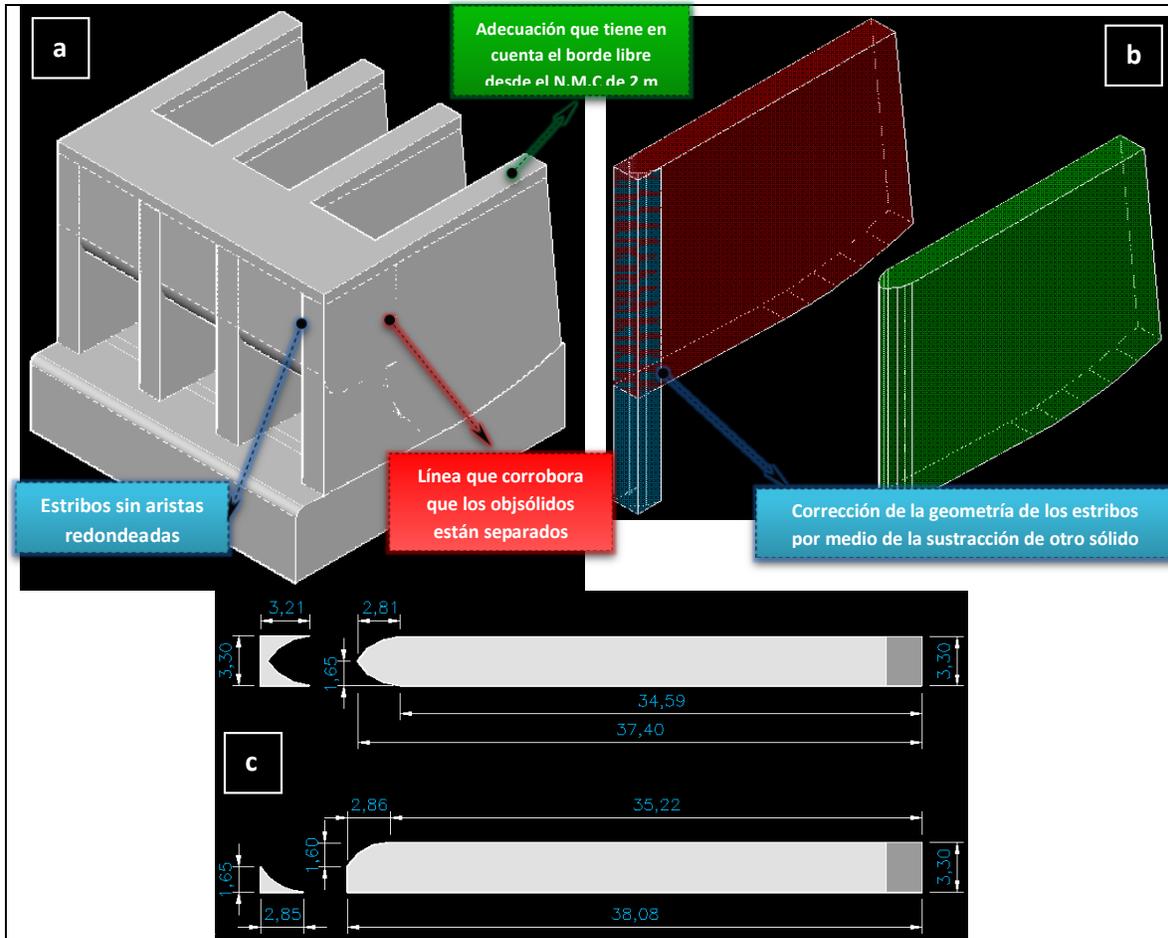


Figura 43. a) Volúmenes sólidos tridimensionales del aliviadero sin aristas redondeadas, b) Configuración de sólidos 3D de corrección para los estribos, c) geometría de los estribos en planta
Fuente: Propia, 2016 adecuada de Civil3D.

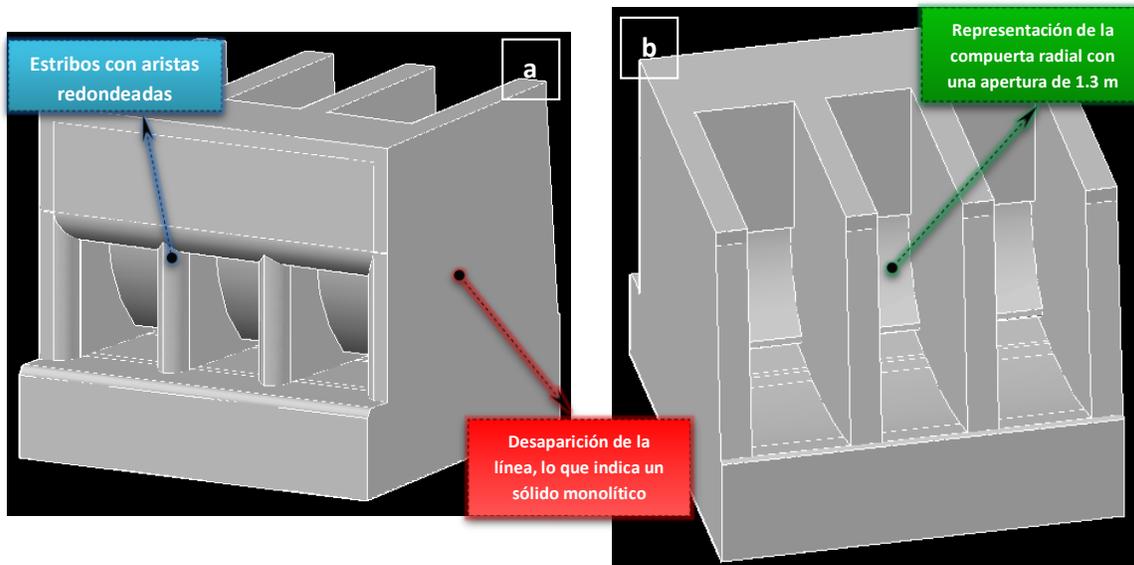


Figura 44. a) Volumen sólidos tridimensionales monolítico del aliviadero con aristas redondeadas, b) Representación de la compuerta radial con una apertura al 10%.
Fuente: (Propia, 2016) - adecuada de Civil3D.

Una apreciación a la hora de generar el modelo, fue la longitud del embalse y la geometría del mismo, ya que esta última sufrió una simplificación considerable. En primera medida el modelo físico tiene información equivalente a 300 m aguas arriba de la estructura, que al momento de generar la malla causarían costos computacionales elevados y una resolución de información en puntos que no son relevantes para el presente estudio, razón por la cual, la longitud del embalse se disminuyó a 80 m, como se explica en la sección 0 y se simplificó la geometría donde no se tuvo en cuenta la conformación topográfica del terreno y se optó por generar los taludes con la pendiente teórica de corte promedio de las misma con relaciones 1.00:0.75 , como se observa en las Figura 39. Para la conformación del tanque de confinamiento del flujo y el embalse, se aplica la misma metodología para generar el vertedero, de esta forma y mediante superficies simples genera la geometría del dominio, en la Figura 45, se muestran las caras básicas y como se generó el acople con las demás geometrías sólidas para generar el dominio computacional de los muros.

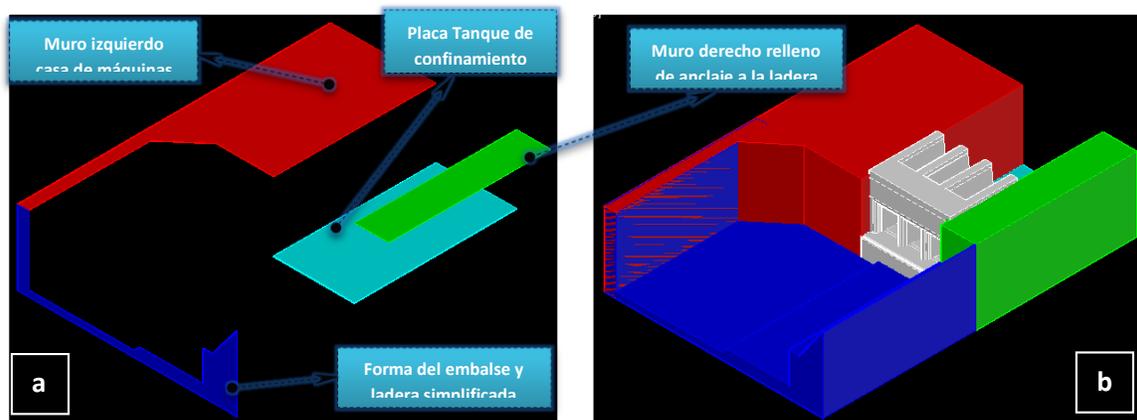


Figura 45. a) Superficies o caras que conforman la casa de máquinas, muros de acompañamiento de cierre, muros de relleno y ladera simplificada, b) Representación del dominio computacional que representa los muros del problema.

Fuente: Propia, 2016 adecuada de Civil3D.

Al tener los sólidos definitivos del aliviadero y del terreno se hace una unión de los mismos. Esta geometría sólida representa en el proceso de mallado los muros, por lo tanto para que estas puedan ser identificadas y no sean discretizadas se deben exportar como volúmenes, que se representan por el vacío, lo anterior permite solo enmallar las zonas por donde se va presentar un transporte de un fluido, que en este caso va estar definido por dos fases que no se pueden mezclar (Aire – Agua). Para generar el volumen que simboliza las zonas por donde circulara la información del modelo numérico, se traslapa el sólido de los muros y sólido con las dimensiones de longitud total y altura total del modelo, de esta forma se sustraen las geometrías y se tiene el dominio computación del caso de estudio, el cual será discretizando más adelante. Este modelo se ubica en el origen (0, 0,0) del archivo dwg creado con el fin que el programa de enmallado reconozca la dirección del flujo en sentido positivo en el eje x y localiza el eje z como la profundidad del modelo tridimensional El dominio computacional se muestra en la Figura 46.

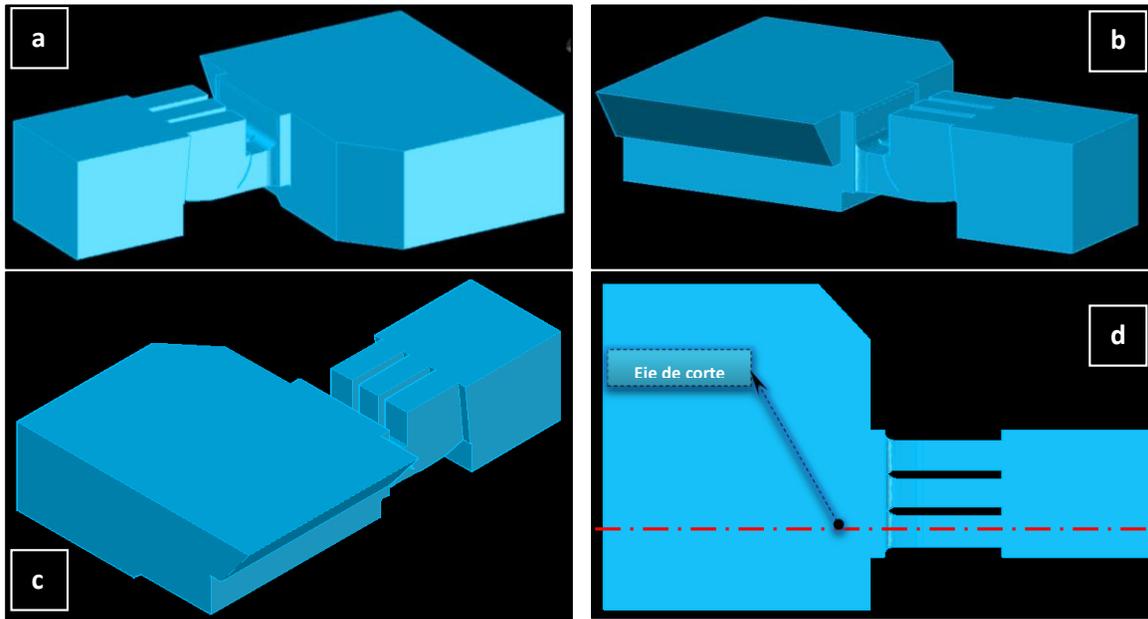


Figura 46. a), b), c) Dominio computacional definitivo en 3D del aliviadero La Vegona, d) eje de corte para el rebanado del modelo en dos dimensiones del caso de estudio.
Fuente: (Propia, 2016) - adecuada de Civil3D.

Con el dominio computacional en tres dimensiones, se procede a obtener la versión en dos dimensiones generando un corte en la geometría definitiva a lo largo del vano A, esto permite tener el dominio en dos dimensiones que requiere el programa OPENFOAM, el cual se convierte en el insumo para realizar la investigación, esta geometría se traslada al origen (0,0,0) definiendo como fondo del modelo el canal, el tanque de confinamiento el suelo del embalse siendo este el eje x, la altura del modelo se establece en el eje y como la altura establecida por el N.M.C más el borde libre de 2 m y para ambos casos 2D y 3D el eje z es el ancho, las profundidades del modelo en tres dimensiones hacen referencia de la longitud total desde las laderas derechas hasta el muro conductor, mientras que en el modelo en dos dimensiones se realizó por unidad de ancho (1 m). Terminado el proceso precedente, se procede a generar la exportación de la geometría. La Figura 47 representa la configuración final del dominio computación del aliviadero de la hidroeléctrica la Vegona en dos dimensiones.

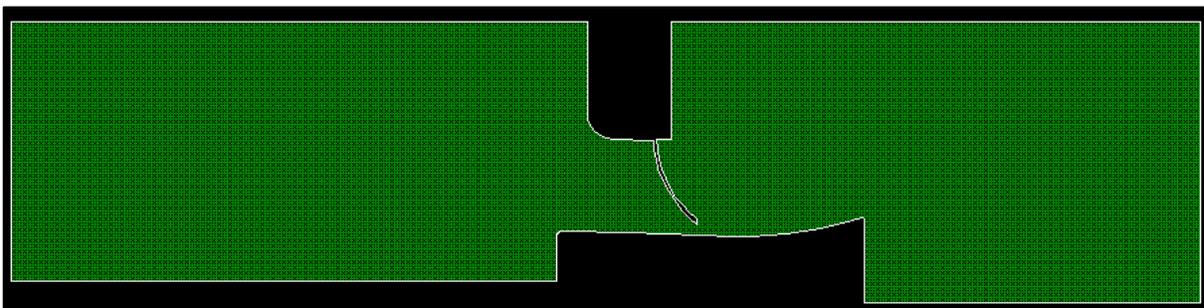


Figura 47. Dominio computacional definitivo en 2D del aliviadero La Vegona
Fuente: (Propia, 2016) - adecuada de Civil3D.

En esta etapa se procede a generar la exportación del dominio computacional al programa ANSYS Workbench, para ser analizado en el módulo DesignModeler. El formato de archivo compatible con ANSYS es el Initial Graphics Exchange Specification (IGES) es un formato de archivo neutro diseñado para transferir datos de sólidos en 3D entre sistemas CAD dispares, cuyas características se centran en la longitud fija de ASCII que almacena información en 80 registros y compresión ASCII. Los comandos de importación IGESIMPORT y sólo admiten el formato de longitud fija, (AUTODESK, 2015) El formato puede importar archivos parciales, por lo tanto dichos archivos puedan requerir reparaciones ara su posterior mallado, (ANSYS, 2006).

Una vez cargada la geometría con función *smooth*, es posible generar correcciones a los problemas de pérdida de información o desempates entre las aristas del modelo, en este punto se configura el sistema coordenado y las unidades que el programa utilizará. En el generador de la geometría, tanto en la superficie y en el cuerpo se les asigno la operación Frozen para permitir un flujo de fluido a través del dominio de modelado, además de esto se establece limpieza alta y tolerancia de 0.0015 m para mejorar las terminaciones de las geometrías. El programa permite ubicar puntos denominados vértices y mediante coordenadas establecidos en la programa CAD (x,y,z) , son unidos para conformar líneas y caras.

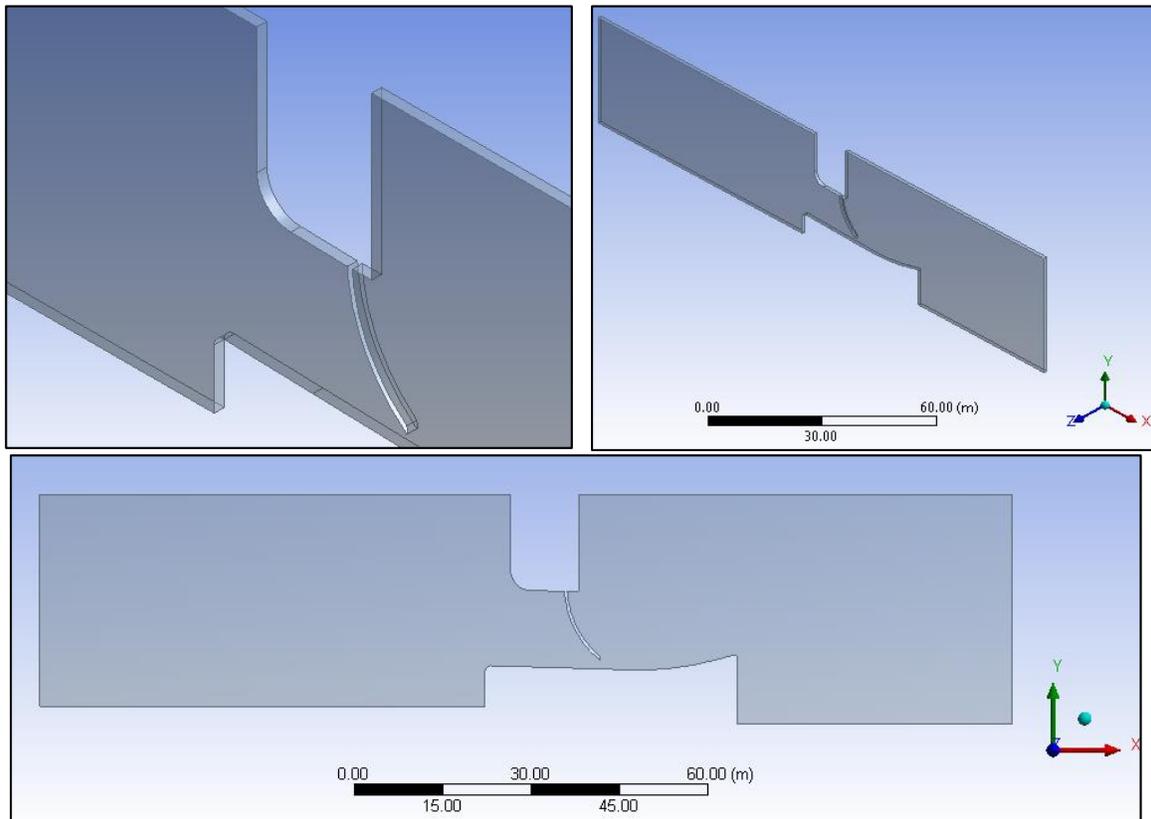


Figura 48. Representación del dominio computacional en 2D en el módulo DesignModeler, con las correcciones de las caras y aristas.

Fuente: (Propia, 2016) - adecuada de ANSYS Workbench.

7.2 Mallado

En el estudio del comportamiento del flujo en descargas generadas por aliviaderos, aparecen fenómenos de alta turbulencia y desprendimientos de la lámina de agua generando cambios en los perfiles del flujo a seguir, por tal motivo se requieren elementos de mallado de gran calidad para su correcta resolución, en cuanto a modelos CFD se refiere.

La representación geométrica y la malla de la descarga del aliviadero desde su embalse hasta el tanque de confinamiento, se elaboró mediante la herramienta Meshing de ANSYS, cuyo producto será el insumo para el programa OPENFOAM, el cual soluciona las ecuaciones de gobierno mediante el método de los volúmenes finitos, por tal motivo el esquema discretiza el dominio físico global en subdominios de estudio o polígonos, llamados mallas, dentro de los cuales se resuelven las ecuaciones de gobierno.

En el método de los volúmenes finitos como se mencionó en la sección 3.6.1, se caracteriza por el número de nodos con el que resuelve las ecuaciones y como se almacenan las variables en cada volumen generado, así como su distribución espacial. Cada volumen o subdominio, se compone de un polígono o superficie, definida por sus vértices o nodos, en esta etapa se debe revisar que la malla no tenga vacíos; de igual forma los elementos no se deben superponer, ya que esto genera pérdida de información, ya que no se aseguraría la continuidad de la solución por medio de las interfaces que comparten los sub-dominios, la idea es generen un dominio computacional continuo del vertedero de descarga de fondo, donde una discretización adecuada (número de volúmenes finitos y refinamiento), permite que la solución sea aproximada al modelo físico.

La forma geométrica del canal, la compuerta a simular y la generación de la malla se obtienen después de varias pruebas mediante ensayo y error, ya que se verificó la calidad de la malla al ser importada del formato de ANSYS Meshing (.unv) al formato de OpenFOAM (.foam), permitiendo establecer las condiciones de fronteras compatibles con el solucionador interFoam, el cual permite la resolución del problema en OpenFOAM, lo anterior se explica en la sección 7.7.5

Para lo anterior, se utilizó mallas no estructuradas en partes con geometrías no ortogonales o irregulares, localizadas en las zonas de transición a la entrada del orificio, el canal de descarga y la compuerta radial, permitiendo conservar el principio de continuidad. De igual forma en la región de interfase entre las dos fases (agua y aire), por donde se desarrolla el flujo producto de la descarga.

El paquete Meshing permite el mallado de cuerpos sólidos las siguientes opciones, (ANSYS, 2006):

- ❖ **Automatic:** De forma predeterminada, la aplicación utiliza el método de control automático, que intenta utilizar el barrido hacia adelante para discretizar los modelos sólidos, generando elementos cuadriláteros para los modelos de superficie. Si los

cuerpos sólidos no pueden ser barridos, la malla se genera con el método tetraédrico.

- ❖ **Tetrahedros:** Genera mallas de tetraedros, en él se incluye un factor de expansión que controla la tasa de crecimiento del tamaño de los volúmenes de control, convirtiéndolo en el único método que no deforma el dominio. El ajuste del algoritmo permite elegir cómo se crea la malla tetraédrica mediante opciones de Conforming y Independent que estable la forma como el avance de discretización del dominio
- ❖ **Sweep:** Para utilizar este método se requieren geometrías que posean dos caras continuas y que no sea hueco, ya que el inicia el barrido en una cara (*source*) discretizandola en hexaedros o tetraedros y copiando en pequeñas secciones o capas hasta llegar a la cara objetivo (*target*). Este método se diferencia de los demás por ser uno de los que menos elementos y nodos utiliza, requiriendo menor tiempo de cómputo.
- ❖ **Hexa dominant.** Este método se utiliza cuando un sólido no puede ser barrido. El nombre de hexaedro dominante libre no significa que los únicos elementos utilizados sean hexaedros, puesto que, en el enmallado también se pueden apreciar tetraedros.
- ❖ **CFX Mesh:** Genera mallas de alta calidad para simulación de Dinámica Computacional de Fluidos, produce prisma, tetraedros y pirámides en el mallado 3D, y hexaedros para mallas 2D. a diferencia de los demás métodos CFX mesh incluye opciones avanzadas de control en la generación de mallas de superficie y volumen.

Para escoger el método de mallado más adecuado para la geometría del aliviadero de la Vegona se debe tener en cuenta como está conformada de la geometría, así el algoritmo seleccionado deformará en menor medida el dominio discretizando con geometrías de mejor calidad, como es el caso de las partes curvas y estrechamientos donde no se conserva la continuidad del modelo como la longitud o el radio de la compuerta. En el caso de estudio en dos dimensiones se requiere exportar un mallado que presente la mejor discretización en las caras principales, donde los volúmenes finitos generados solo tengan una división hacia el eje de la z que recrea el espesor del sólido 3D, con el motivo que sea reconocido por la formato .foam en el programa OpenFOAM y generar la simulación; esto obliga a que las caras deben tener el menor número de geometrías no ortogonales que compliquen el mallado.

Concerniente a lo anterior el método *Sweep* permite generar ese tipo de discretización, puesto que el algoritmo permite barrer el dominio en secciones transversales o capas (siendo las caras principales del modelo), y generar elementos uniformes, en corto tiempo y con un bajo número de nodos y elementos ver la Figura 49.

Cabe mencionar que la geometría del vertedero tiene alteraciones en la continuidad del dominio referente a redondeo de las aristas y modificación de la parte central del dominio a

causa de la compuerta radial y la forma del salto del esquí del canal de entrega, generando limitaciones al método, siendo una buena opción la adecuación de los tetraedros ya que se acomodan convenientemente a las curvas y no exige continuidad en las caras de la del aliviadero. El método brinda dos opciones de algoritmos para el enmallado, el Patch conforming y el patch independent, cuya selección depende según la necesidad del proceso, sin embargo es recomendable el uso del patch independent porque ofrece controles de enmallado como el máximo y mínimo tamaño del elemento, que permite mejorar la distribución de la malla al usuario. (ANSYS, 2006).

Este método permite adecuar refinamientos en las aristas de donde se requiere lograr un mayor análisis como son el tanque de confinamiento a donde llega el flujo liberado, el canal de descarga desde la compuerta y el perfil que describe la lámina de agua, partiendo del precepto que a un refinamiento mayor se logran mejores aproximaciones a los resultados del modelo físico. Lo mencionado se establece refinando el modelo por medio de los algoritmos Body Sizing y Sizing, los cuales permiten controlar el tamaño de los elementos en el cuerpo y entidades topológicas y afectar las aristas y nodos, respectivamente, de este modo por medio de la generación de un sólido que contemple la zonas representativas y la asignación de arista, se garantiza una discretización exigente en las zonas de interés y refinamientos menos definidos en zonas que no participan de forma importante a la hora de obtener conclusiones. Los refinamiento se exponen en la Figura 50.

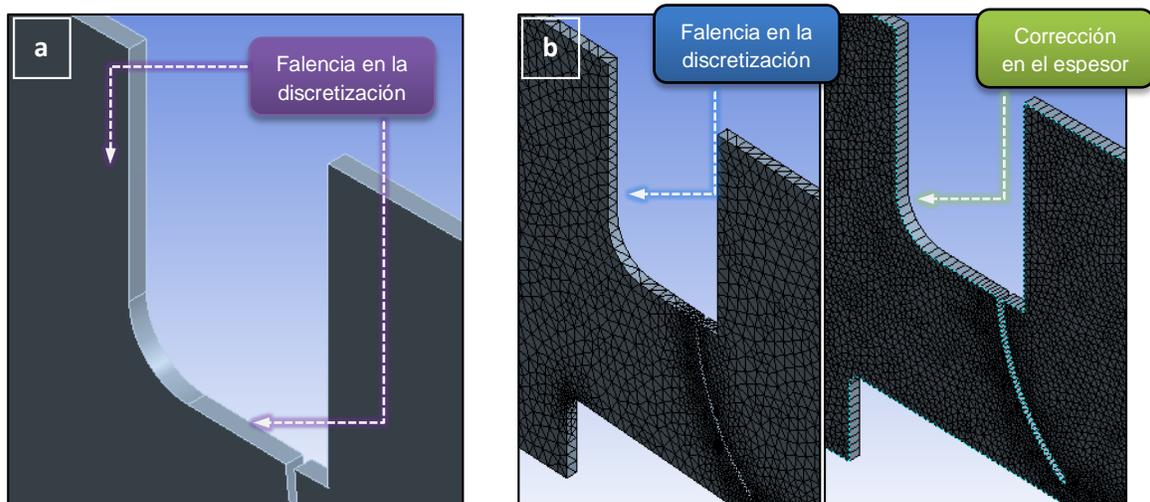


Figura 49. a) Representación del dominio computacional y las superficies a discretizar por el método Sweep, b) Corrección en la Discretización con tetraedros en el eje z, con espesor continuo de los volúmenes finitos.

Fuente: (Propia, 2016) adecuada de ANSYS Workbench.

Las celdas de las mallas estructuras de tetraedros no son uniformes, es decir que no tienen el mismo ancho de celda en cada bloque. Para las mallas no estructuradas, el número de celdas seleccionadas se exponen en la Tabla 16, permitiendo que el acoplamiento con las celdas no estructuradas de mayor tamaño sean compatibles, comprensible y ejecutable para la herramienta computacional. Los refinamientos en la transición del flujo al tanque de confinamiento se muestran en la Figura 51.

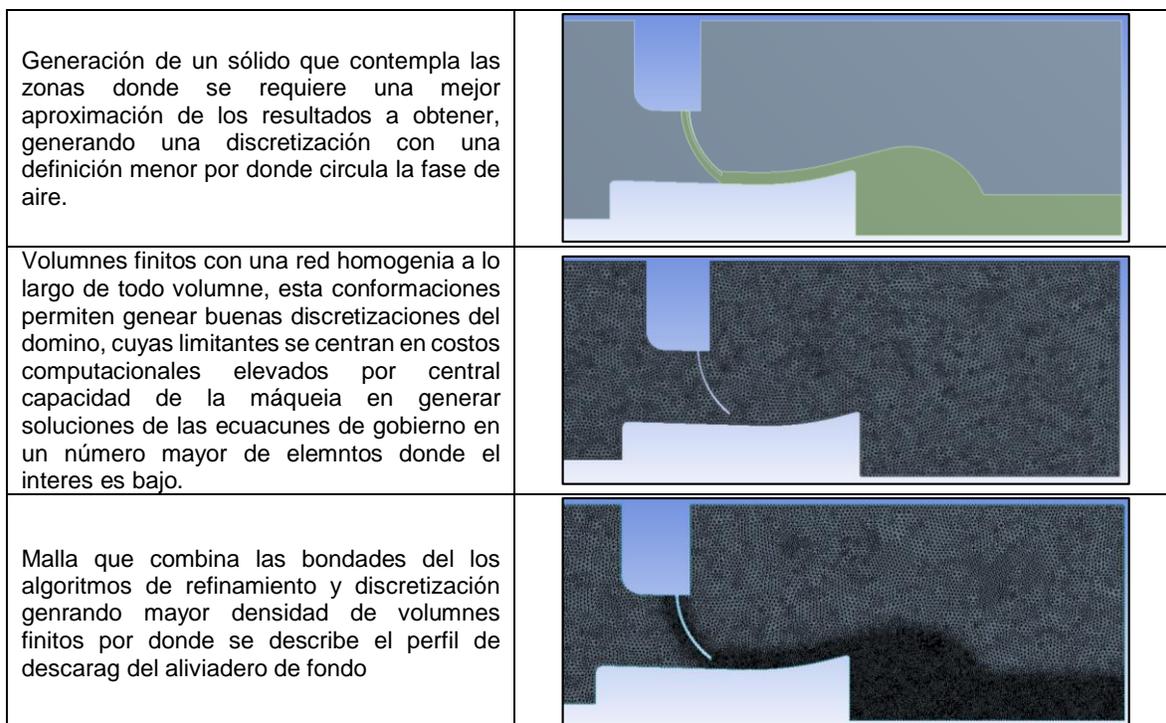


Figura 50. Representación del dominio computacional discretizando uniforme y con refinamiento en la zona de desarrollo del perfil de la lámina de agua y la interfase aire-agua
Fuente: (Propia, 2016) - adecuada de ANSYS Workbench.

ID	Elemento primario dominio computacional						Elemento secundario de refinamiento		Costo computacional	
	Número de Elementos	Número de Nodos	Δx mín.	Prox. Δx mín	Δx máx.	Tasa de crecimiento	Δx mín.	Tasa de crecimiento	RAM	Tiempo
	---	---	(m)	(m)	(m)	---	(m)	---	GB	s
MT1	32555	33360	1.00	0.60	1.00	1.10	---	---	0.13	38.30
MT2	25027	25756	1.00	0.60	1.00	1.10	0.60	1.10	0.10	28.50
MT3	44677	45682	1.00	0.60	1.00	1.10	0.30	1.10	0.20	42.90
MT4	70700	71970	1.00	0.60	1.00	1.10	0.20	1.10	0.30	102.90
MT5	116646	118224	1.00	0.60	1.00	1.10	0.10	1.10	0.51	116.90
MT6	162984	164794	0.90	0.60	0.90	1.10	0.10	1.10	0.64	187.20
MT7	432322	453232	0.90	0.60	0.90	1.10	0.07	1.10	1.73	763.22

Tabla 16. Especificaciones del número de celdas empleadas para cada malla, su tamaño y costo.

Fuente: (Propia, 2016)

En cuanto al Δx que es el tamaño de las celdas en la dirección de la velocidad del flujo representado por las dimensiones mínimas y máximas de los elementos no estructurados, que se muestra en la Tabla 16, este evidencia que los tamaños del dominio en la parte del embalse y por donde va circular la fase de aire poseen tamaños mínimo y máximos de igual dimensión establecidos a 1 m tanto para Δx y Δy , mientras que los intervalos de espacio en la zona por donde transita el fluido van de 0.60 m a 0.10 m los cuales van a tener volúmenes

que van a variar en los dos sentidos (x,y), producto de la tasa de crecimiento que se va a generar desde el elemento más pequeño hasta la transición entre los volúmenes finitos de mayor dimensión, se buscaba que la distancia máxima no superada la distancia entre los piezómetros del modelo físico de esta manera el refinamiento mínimo se establecida desde 60 cm como resolución mínima comparable entre ambas simulaciones. Dichos valores son de importancia, ya es una de los parámetros numéricos que van a establecer el número de Courant-Friedrich-Levy (CFL), del cual depende la estabilidad de modelo numérico; esta variación de los tamaños de la malla permitirán al modelo generar los cálculos de CFL_{mean} , CFL_{min} , CFL_{max} cuyo valor máximo se establecerá en 1 en todo el dominio, dicho valor será explicado en la sección 7.7.5.1, cuyos resultados establecerán las restricciones al paso de tiempo utilizado en cada volumen del dominio para realizar la integración temporal de las ecuaciones de flujo. Es importante tener en cuenta que todas las escalas de longitud se redujeron en un factor de 45 en OPENFOAM con el fin de obtener la geometría del modelo físico a escala y no la geometría del prototipo.

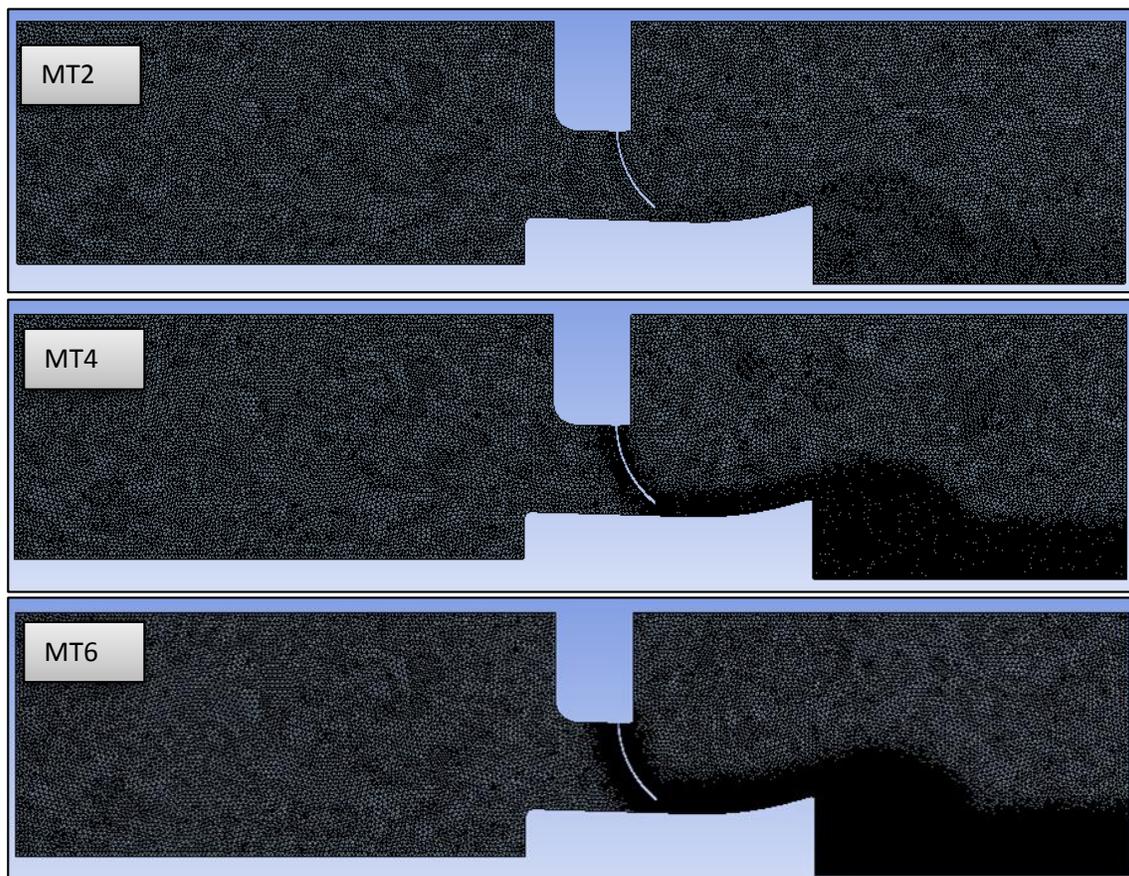


Figura 51. Refinamientos de la malla en la descarga del aliviadero domino computacional 2D, con órdenes de MT2, MT4 y MT6 elementos.

Fuente: (Propia, 2016) - adecuada de ANSYS Workbench.

En la Tabla 16, se puede apreciar el aumento del número de elementos con cada refinamiento que se genera en la zona por donde va a transitar el flujo de la descarga al 10% de apertura, se evidencia que existe un aumento del 23 a 27% entre las desratizaciones menores a 50000 elementos con tiempos de ejecución bajos menores a

50.00 s con diferencia entre 4.00 a 15.00 s a entre ellas, cuyos tiempos de generación son bajos, caso semejante ocurre con los consumos de memoria RAM, los cuales se mantuvieron entre 0.10 a 0.20 GB. Los tiempos de elaboración de las mallas en 2D para el modelo no generaron costos elevados, cabe denotar que con cambios en la discretización del espacio en la zona de interés de 0.30 m a 0.10 m, aumentaron los tiempos 67% pasando de 42.9 s a 187.2 s, con una diferencia de 188307 elementos lo que indica que el valor mínimo es un parámetro relevante al momento de generar una discretización y los elementos que se generan, junto con el tiempo no son directamente proporcionales al mismo. En cuanto al consumo de memoria la diferencia entre las mallas de baja densidad frente a la de 162984.00 elementos muestra un aumento de 0.44 GB, cerca de un 68%, esto se menciona ya que al momento de hacer discretizaciones más exigentes siguiendo la tendencia lineal presentada en la Figura 52 con una $R^2 = 0.99$, los aumentos en consumo de memoria se disparan de 2 a 10 GB, con discretizaciones entre 500000 elementos y 2500000 volúmenes finitos respectivamente. La Figura 52, muestra el aumento del costo computacional a la hora de generar las mallas.

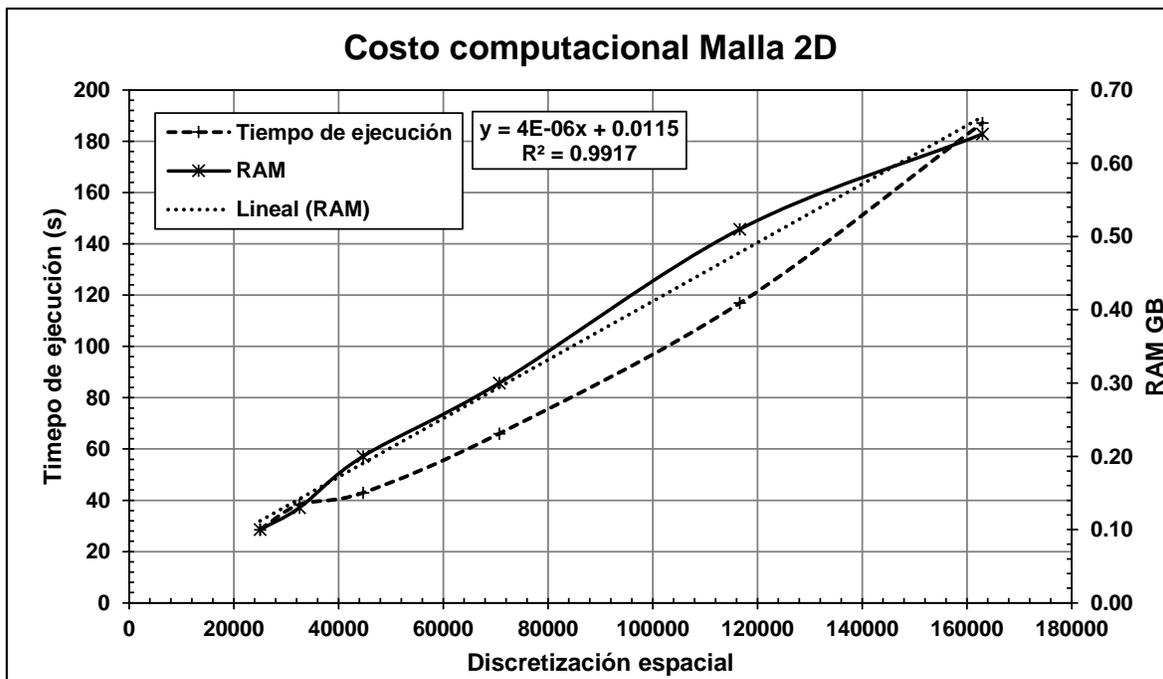


Figura 52. Costos computacionales y rendimiento en generación de mallas bidimensionales.
Fuente: (Propia, 2016) - adecuada de ANSYS Workbench.

7.2.1 Calidad de malla

La Calidad de malla se evaluó para evitar la influencia no deseada de la forma de los volúmenes finitos en el análisis computacional en términos de precisión de la solución y el tiempo necesario para lograrlo, ya que en los análisis hidrodinámicos es relevante a la hora de aproximar la información resultante al modelo físico, contribuyendo a los resultados y tiempos de ejecución.

Acorde a lo mencionado en ANSYS Meshing, (2008) los criterios de selección de la calidad de malla están ligados a la calidad del elemento (element quality), relación de aspecto (aspect ratio), relación jacobiana (Jacobian ratio), factor de alabeo (warping factor), desviación paralela (parallel deviation), el ángulo máximo de la esquina (maximum corner angle), asimetría (skewness) y calidad ortogonal (orthogonal quality). Acorde con (Kanyabujinja, 2015);(Andersson et al., 2013b); (ERAY USTA), centraron la calidad de malla en la relación de aspecto, ángulo mínimo y calidad ortogonal, lo anterior es importante ya que buenas relaciones de estos aspectos permiten tener resultados idóneos, además de ayudar al modelo a ser más eficiente computacionalmente, disminuyendo el delta de tiempo en los cálculos facilitando la convergencia de la velocidad al estado estacionario y disminuyendo el número de iteraciones para el cálculo de la presión y la valores de k y épsilon en el modelo de turbulencia. En concordancia, se evaluaron esos aspectos en las mallas generadas con el fin de ver las bondades de las mismas.

En la generación de las malla se aplicó un suavizado global, la idea es generar geometrías regulares en el dominio, permitiendo al programa mover las caras de los volúmenes para mejorar la calidad de los elementos, de igual forma la de crecimiento bajas del 1.10 permitiendo una mejor transición de los elementos más finos a los de mayor tamaño, con parámetros de refinamiento con respecto el centro fino y transición lenta, controlando la razón de cambio de los elementos adyacentes en su crecimiento.

Referente a La relación de aspecto, esta se define aquí como la relación entre los radios de una esfera inscrita a una esfera circunscrita de un elemento tetraédrico y el ángulo mínimo de los elementos de la malla. Idealmente, debería ser igual a 1.00 para garantizar los mejores resultados, partiendo del hecho que elemento sería perfectamente regular y 0 indica que el elemento tiene volumen cero es decir sus aristas son demasiado largas como se muestra en la Figura 53; las variaciones locales de los elementos deben ser bajas, ya que como la información se transporta por las caras que los elementos adyacentes esta no debe variar en más de un 20%. Tener una relación de aspecto grande puede resultar en un error de interpolación de magnitud de la variable de campo (ANSYS, 2006)

(Yamakawa and Shimada, 2000), propone la ecuación (76) que define la relación de aspecto para triángulos y tetraedros:

$$E_{AR} = f \frac{R}{r} \quad (76)$$

Donde f tiene valores de 0.50 y 0.33 si el elemento es un triángulo o tetraedro respectivamente

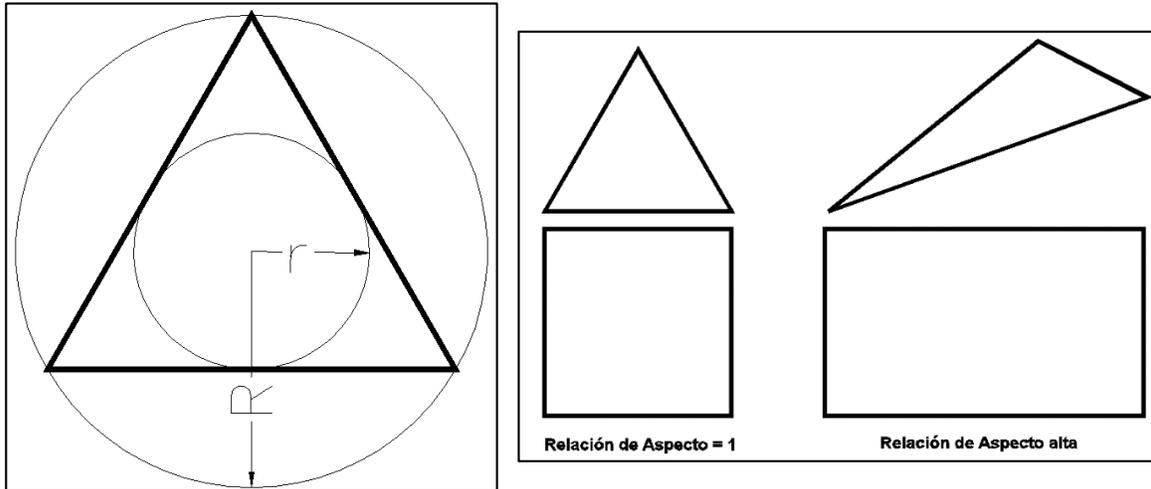


Figura 53. Relación de aspecto máximo de los elementos de discretización.

Fuente: (Propia, 2016) - Adecuado de ANSYS.

De acuerdo con ANSYS, (2.008), asimetría se define como la diferencia medida entre la forma de superficie del volumen finito la y la forma del equilátero de área equivalente para un dominio computacional en dos dimensiones o un volumen para un dominio en tres dimensiones. Volúmenes finitos con formas sesgadas afectan la estabilidad del modelo y distorsionan los resultados. Si el dominio computacional esta discretizando con cuadriláteros los ángulos entre cada una de los vértices debe ser de 90.00° o cercano a este, mientras que si la malla se compone de triángulos los ángulos internos deberían ser de 60.00° o lo más próximos a este valor. Con lo recomendado por (ANSYS, 2006). Las mallas triangulares o tetraédricas no deben superar el valor de 0.95, valores mayores o permiten una convergencia y estabilidad de la simulación. La ecuación (77) define el cálculo del ángulo de asimetría (Kanyabujinja, 2015);(ANSYS, 2006).

$$E_{EVS} = \frac{S_{eq} - S}{S_{eq}} \quad (77)$$

En esta ecuación, S es el área o el volumen dependiendo de la dimensión que se maneje (2D o 3D) dentro de la discretización del dominio y S_{eq} , es el área máxima o el volumen de un elemento equilátero evaluado con el radio circunscrito idéntico a los elementos de la malla del dominio computacional.

Otro indicador importante de la calidad de malla que utiliza ANSYS FLUENT es el parámetro de la calidad ortogonal. La calidad ortogonal (OQ) se deriva directamente de discretización solucionador, utilizando el vector de la cara normal, desde el centroide del elemento hasta las caras adyacentes al mismo cuando el elemento tiene volumen, factor de dicho vector desde el centroide a cada una de las caras del volumen finito. Si el elemento carece de volumen la calidad ortogonal se obtiene de calcular el vector normal de borde y el vector normal desde el centroide del elemento a la mitad de cada borde del volumen finito. Calidad ortogonal de un elemento 2D y 3D se ilustra en la Figura 54

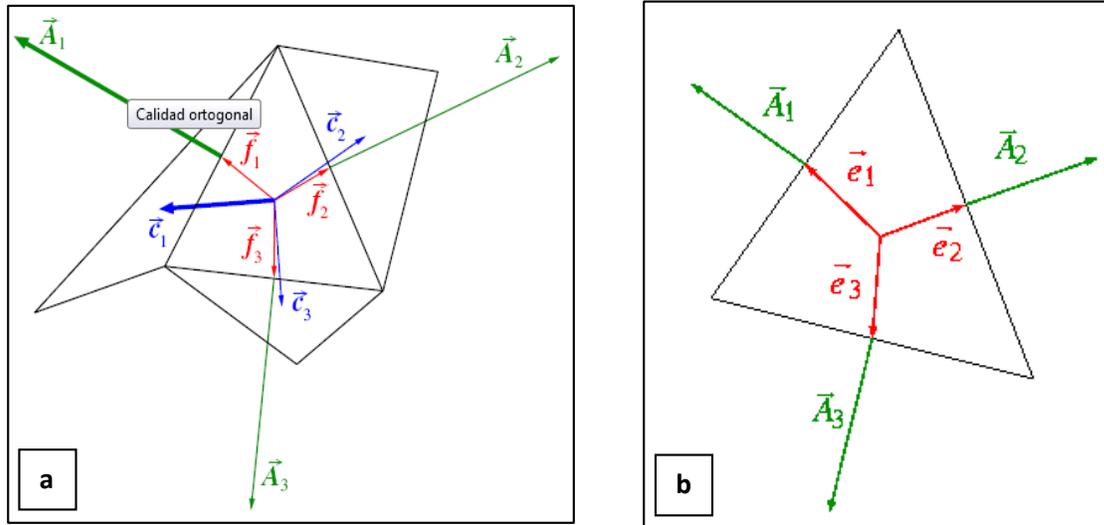


Figura 54. a) Vectores utilizados para calcular Calidad ortogonal para 3D, b) Vectores utilizados para calcular Calidad ortogonal para 2D

Fuente: (sharcnet, 2009).

El cálculo de calidad ortogonal para un elemento 3D, se establece como el mínimo de las siguientes cantidades calculadas para cada cara i , en la expresión siguiente:

$$\frac{\vec{A}_i \cdot \vec{f}_i}{|\vec{A}_i| |\vec{f}_i|} \quad (78)$$

Donde \vec{A}_i es el vector de la cara normal y \vec{f}_i es un vector desde el centroide de la elemento hasta el centroide de la cara, por otro lado \vec{c}_i , es el vector desde el centroide del elemento al centroide de la cara evaluada, este se aplica de igual forma para un elemento en dos dimensiones, donde el valor \vec{f}_i se denota como \vec{e}_i , en la expresión que sigue:

$$\frac{\vec{A}_i \cdot \vec{c}_i}{|\vec{A}_i| |\vec{c}_i|} \quad (79)$$

Las características y calidad de las mallas utilizadas para la investigación, se muestran en la Tabla 16, donde se condensa la cantidad de puntos por malla y el número de elementos, en la Tabla 17, se aprecia la calidad de cada una de las mallas la cual muestra un comportamiento aceptable dentro de las recomendaciones de calidad de la literatura en cuanto a las métricas mencionadas. La relación de aspecto de las mallas en general presenta valores máximos entre 45.70 y 1.03 correspondiente a la malla MT6 y MT2 cuyos valores medios que oscilan entre 18.25 a 3.33 siendo adecuados para los cálculos a realizar ya que dichos valores deben mantenerse menores a 1000, sin embargo, con respecto a la estabilidad de la solución de las presiones y velocidad, la relación máxima de aspecto debe mantenerse por debajo de 35: 1 (ANSYS, 2006), lo que significa que la malla MT6 presenta limitaciones en ciertos elementos, los cuales no presentan problemas en la solución ya que se encuentran ubicados fuera de la transición de la descarga del vertedero en cuanto a la asimetría los elementos deben permanecer entre 0 y 1, los valores no deben superar los

0.95 para no presentar problemas en la convergencia y sus valores en su mayoría deben encontrarse entre 0 y 0.57, (ANSYS, 2006);(Yamakawa and Shimada, 2000) .Conforme a esto los máximos valores presentados fueron de 0.85 en los elementos previos a la descarga por la geometría de la compuerta radial y al final del tanque de confinamiento del flujo, siendo una calidad pobre pero a un número bajo de elementos en proporción a la totalidad de elementos por malla, correspondientes al 1 y 3%, los promedios de las mallas se establecieron entre 0.20 a 0.14 indicado una buena calidad de malla. La calidad ortogonal tiene rangos de calidad entre 0 a 1, según (ANSYS, 2006) (Kanyabujinja, 2015) el mínimo será de 0.2 para que sea aceptable. La calidad ortogonal alcanzado para todos los modelos numéricos está por encima de 0,5, que corresponde a una muy buena calidad de mallado. Cabe aclarar que la revisión automática de la calidad de la malla que realiza OpenFOAM, obtiene favorables resultados en los parámetros verificados.

Algo para tener encanta es que para las caras triangulares y tetraédricas obtiene mejores resultados cuando se mejora la asimetría y se le estable un suavizado global como algoritmo de corrección de caras y nodos de interpolación, al realizarse esto la relación de aspecto tiende a mejorar.

Malla	Métricas del mallado			
	Rango	Relación de aspecto	Asimetría	Calidad ortogonal
MT1	Mínimo	2.2262	0.001	0.4972
	Máximo	8.1599	0.8585	1
	Promedio	3.548	0.1503	0.9675
MT2	Mínimo	1.0267	0	0.7007
	Máximo	6.4555	0.5436	1
	Promedio	3.336	0.1404	0.9702
MT3	Mínimo	2.1777	0.0006	0.4972
	Máximo	11.848	0.8585	1
	Promedio	4.7731	0.1521	0.967
MT4	Mínimo	2.2262	0.0003	0.4972
	Máximo	19.015	0.8585	1
	Promedio	7.1504	0.1502	0.9679
MT5	Mínimo	2.2262	0.0004	0.4972
	Máximo	33.684	0.8585	1
	Promedio	13.4472	0.1639	0.9602
MT6	Mínimo	2.2262	0	0.4972
	Máximo	45.703	0.8585	1
	Promedio	18.2533	0.2014	0.9384
MT7	Mínimo	2.323	0	0.551
	Máximo	52.703	0.868	1
	Promedio	20.254	0.201	0.951

Tabla 17. Métricas de calidad de malla

Fuente: Propia, 2016

7.2.2 Definición de fronteras del dominio computacional

La Figura 55, permiten identificar los nombres de las fronteras a las cuales se les asignan las condiciones de las variables de campo mencionadas para cada ensayo en la sección 7.6. Como se mencionó el dominio computacional se compone de un embalse cuyo afluente es el río Humuya la transición con la estructura de alivio y su posterior entrega al tanque de confinamiento del flujo, el volumen de control contiene superficies discretizadas con una malla no estructura de tetraedros en la se tiene que establecer las fronteras para poder generar los cálculos de la descarga en la herramienta computacional OpenFOAM.

En concordancia el módulo Meshing de ANSYS, permite nombrar las superficies del dominio, estableciendo los contorno o fronteras del caso a simular, con el fin de tener un impacto importante en los resultados de los modelos numéricos, acorde a la situación real recreada en el modelo físico. En este caso la superficie de ingreso del flujo de información el sistema se llamó *entrada*, en esta se especifican los valores de velocidad como condiciones deslizantes, es decir, el vector de velocidades es $\bar{u} * n = 0$, donde $\bar{u} = (\bar{u}; \bar{v})$, cabe mencionar que esto permite obtener las velocidades en la dirección paralela al flujo, de igual forma se imponen los parámetros turbulentos k y ϵ , mientras que para la presión se considera gradiente normal nulo, en la parte media del modelo se establecen las zonas por donde el fluido circula ajustando las condiciones de frontera inferior y muros de la estructura como una función de *pared*, en esta se especifica la condición de no deslizamiento para velocidad, esta consiste en que el vector de velocidad en las fronteras se impone como cero, es decir, aun cuando el fluido está en movimiento la componente tangencial sobre la superficie es $\bar{u} = 0$, en tanto que para la presión y los parámetros turbulentos se instaura la condición de gradiente normal nulo. Para recrear las descargas y comportamientos de la superficie en lámina libre, los flujos de información se en el límite superior del modelo se llamaron *atmósfera*, en estos se declaran como gradiente normal cero para velocidad y presión total nula, es decir, la presión estática más la presión dinámica.

Acorde con (Liu and García, 2008);(Romagnoli et al., 2009) (OpenFOAM, 2016), Las condiciones para los parámetros turbulentos en la atmósfera dependen de la dirección del flujo a la frontera, esta condición es mixta es decir mientras el flujo de datos sale del dominio se emplea como gradiente normal nulo, mientras que cuando el flujo ingresa al dominio los valores los valores de k y ϵ son especificados. Para las condiciones finales del modelo se asigna la frontera de salida, se definen como gradiente normal nulo para la presión total, mientras que la velocidad para velocidad, cambio de fase (VOF) y parámetros de turbulencia tendrán condiciones mixtas. Por último las fronteras *por defecto*, que son las caras frontales y posteriores del modelo son caras por donde circula el flujo del modelo con condiciones semejantes a las de pared.

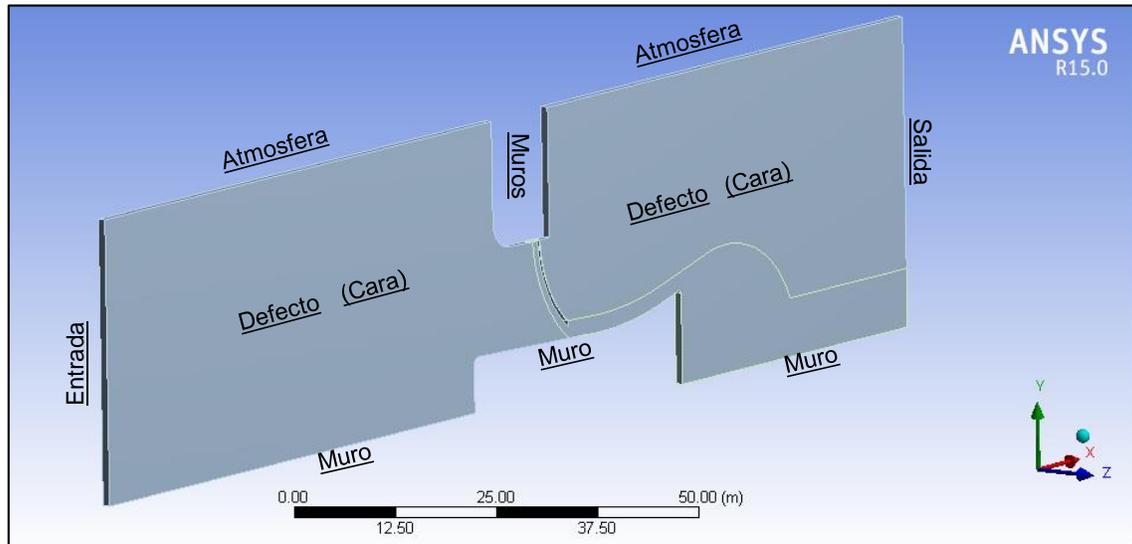


Figura 55. Condiciones de contorno del modelo bidimensional, caso de estudio con apertura de compuerta del 10%
Fuente: Propia, 2016

7.3 Estructura de ejecución de simulación - OpenFoam

Previo a la generación del modelo en la herramienta computación libre OpenFoam, se establecerá la estructura general de los archivos de ejecución de las simulaciones, es decir la forma como se establecerán las condiciones iniciales al programa para generar la solución de las ecuaciones de gobierno en el modelo. La información se contiene en un conjunto de carpetas o ficheros llamadas *constant*, *system* y una carpeta temporal inicial *0* para el primer paso de tiempo de solución.

La carpeta *constant* se almacena la información de la discretización del dominio computación (malla), en el archivo *boundary* se contiene la información de las condiciones de frontera, así mismo la carpeta contiene archivos que son necesarios para el solucionador o *solver* proporcionándole información física del fluido. Dependiendo del tipo de solucionador y del tipo de problema a tratar se necesitará una mayor o menor cantidad de archivos auxiliares. (OpenFOAM, 2016)

En *system* se incluyen archivos relacionados con el proceso de resolución. Como mínimo hay tres: *controlDict*, *fvSchemes*, y *fvSolution*. El primero establece parámetros numéricos de estabilidad, temporales y número de iteraciones se desea guardar resultados. El segundo se ocupa de elegir cuáles van a ser los esquemas numéricos utilizados para resolver las ecuaciones de gobierno que rigen el problema. El archivo *fvSolution* determina que esquema de solucionador de ecuaciones va a utilizar para cada una de las variables de campo. (OpenFOAM, 2016)

Para poder llevar a cabo la simulación, cada caso debe tener una carpeta temporal inicial en la que se establezcan las condiciones iniciales de las variables de campo de interés impuestas para flujos incompresibles, con la posibilidad de capturar y seguir la interfase aire

– agua (VOF). Dentro de la carpeta temporal habrá tantos archivos como variables vayan a ser calculadas durante la simulación, permitiendo definir las condiciones iniciales y de contorno del problema. Las variables de carácter vectorial como la velocidad se almacenan en archivos que contienen sus componentes escalares. (OpenFOAM, 2016)

Las tres carpetas citadas son las necesarias para poder ejecutar una simulación en OpenFOAM. Una vez empieza el proceso de cálculo, para cada incremento temporal existirán unos nuevos valores de las variables iniciales. Estos resultados serán guardados en carpetas temporales que tendrán como nombre el instante temporal al que pertenecen. El contenido de las carpetas de resultados varía según el tipo de problema tratado y el solucionador utilizado. (OpenFOAM, 2016)

7.4 Tipo de contornos globales - OpenFoam

Los contornos globales son condiciones que se asignan a cada condición de frontera del problema, que va permitir asignar las condiciones iniciales a cada una de las variables de campo de problema de estudio y se establecen dentro de la geometría de las mallas dentro de la carpeta *boundary*. En ese orden de ideas se explican a continuación los tipos de patches de programa.

El primer contorno que se conoce es el tipo *patch* es una definición que se aplica a una o más áreas de una geometría que no tienen por qué estar físicamente conectadas (como son los casos de las fronteras entrada y atmosfera). Este elemento aparece por el hecho de que la malla, además de tener información con funciones geométricas, permite en las simulaciones participar a través de las condiciones de frontera, es decir permite el tipo de condiciones iniciales de frontera que se impondrán sobre la malla. En definitiva cada dominio computacional estará dividido en diferentes fronteras las cuales deberán realizar funciones deferentes cuando se transporte el flujo de materia, energía e información, definiendo un *patch* diferente. (OpenFOAM, 2016)

Las *Wall*, son un tipo de *patch*, formado por dos caras o superficies de la malla, definidas cada una por cuatro vértices si son cuadrados y tres si son triángulos, establecidos numerados acorde el orden al que pertenecen los vértices, dentro de la malla, estos archivos viene acompañados de subdirectorios que almacenan uniones especiales entre bloques adyacentes.

Hay que tener en cuenta que OpenFoam maneja solo malla tridimensionales, definidas por vértices que se definen con tres coordenadas, (x,y,z) . Por tal motivo en las simulaciones bidimensionales o unidimensionales mediante las condiciones de frontera de las paredes del dominio, se limita el número de fronteras del dominio computacional que no sean de interés mediante el *patch empty*, que define una frontera como vacía y OpenFOAM adjudica estas propiedades a las fronteras del dominio que no estén incluidas en ningún patch definido por el usuario. En definitiva, con estas condiciones de frontera se fuerza a que la solución no varíe en una, o varias, direcciones y obtener así un análisis personalizado. (OpenFOAM, 2016).

7.5 Exportar malla a OpenFoam

Cuando se ha generado las mallas en ANSYS Workbench en el módulo Meshing, el procedimiento para importar y visualizar la malla en OpenFOAM es el siguiente:

El archivo de ANSYS debe guardarse en el formato “.msh” (e.g. VV_2D_T_V2. msh), este formato es asociado a archivos 3D con FLUENT Mesh, los formatos MSH o Orbiter 3D Mesh File, contiene la descripción geométrica y topológica de un malla de volúmenes finitos, así como la distribución espacial y propiedad del material relacionados con el factor. Los elementos soportados son líneas, triángulos, cuadriláteros, prismas tetraedros y hexaedros. Es importante que la numeración consecutiva sea completa y sin pérdida de información del dominio, para hacer la conversión de formato, la malla debe estar limpia, es decir que no contenga nodos o elementos repetidos, (ANSYS, 2006);(OpenFOAM, 2016).

Cabe mencionar, que para cargar el dominio discretizando, se debe realizar la creación de una carpeta o fichero que contenga la información requerida para ejecución, dentro de ésta se crea el directorio *system* y *0*, es posible copiar archivos de otras simulaciones por medio del comando *mkdir*. En el terminal se ubica la carpeta donde está contenida la información, colocando el comando *fluentMeshToFoam*, convirtiendo el formato “.msh” en “.foam”, donde incluye el manejo múltiple de la región cargada, es importante aclarar que la escala que se maneja va ser la exportada desde el programa que genero la discretización.

Automáticamente se crea el directorio *constant* y dentro de ésta la carpeta *polyMesh*, encontrándose los archivos *boundary*, *points*, *faces*, *neighbour* y *owner*. En el archivo *boundary* se debe modificar, cambiando el tipo de condiciones de cada una de las fronteras asignadas, así como sus nombres como se mostró en la sección 7.6, los tipos de contorno globales para el problema se muestran en la Tabla 18. Es importante hacer una prueba para saber las bondades la malla y si su conversión es correcta, mediante el comando *checkMesh*, se puede comprobar eso. Finalmente, para visualizar la malla se escribe en la terminal *paraFoam*.

Nombre del contorno	Tipo de contorno global
Entrada	Patch
Salida	Patch
Atmosfera	Patch
Muros	Wall
Defecto	Empty

Tabla 18. Tipos de contornos globales asignados para cada frontera.

Fuente: Propia, 2016.

7.6 Condiciones de contorno

Las condiciones de contorno como su nombre lo dice, se colocan en las fronteras de todo el dominio computacional, siendo dichos contorno para un modelo numérico unidimensional los puntos extremos de una recta, para un caso bidimensional las líneas extremas de una superficie y para un caso tridimensional las superficies que encierran todo un volumen. Las condiciones de contorno las necesita el programa para determinar numéricamente el valor de cada variable de la ecuación en el siguiente paso de tiempo, puntualmente $t+1$, de lo contrario sería imposible la solución del sistema de ecuaciones. Dado que para la configuración del modelo numérico del vertedero de la hidroeléctrica la Vegona, se solucionan las ecuaciones RANS, se implementa el modelo de turbulencia $k - \epsilon$, y se implementó el método VOF, de tal manera es necesario imponer condiciones de contorno para cada una de las variables de las ecuaciones de gobierno (ver secciones 3.5, 3.5.2.1 y 3.7).

Es importante mencionar que acorde a las condiciones de contorno o de frontera establecidas en el proceso de mallado, en el archivo *boundary* del directorio *Constant*, es posible hacer las modificaciones concernientes al tipo de condición de contorno o frontera establecidos para la geometría, estas geometrías se contiene por los vértices del modelo conocidos como “points”, que son las coordenadas en tres dimensiones del modelo y las caras de construcción del modelo que son las superficies de los volúmenes finitos que constituyen la malla a partir del número vértice de los polígonos llamadas “faces”. Como se mencionó en la sección 7.6 en el directorio 0, se fijan los datos del campo de cada frontera en el dominio, que incluye el tipo y los valores de las condiciones iniciales establecida para cada variable de campo en cada contorno.

7.6.1 Condiciones de contorno $k-\epsilon$

Para números de Reynolds altos el modelo de turbulencia $k-\epsilon$ estándar propuesto por Launder y Spalding en 1974, hace uso del comportamiento universal de los flujos cerca a los muros o “near-wall”. Si y es la coordenada de la dirección normal al muro, la velocidad media en la coordenada y_p^+ en un rango entre 30 y 500 que satisface la ley logarítmica o “log-law” (ver Figura 56), región en la cual, la viscosidad y la turbulencia son igual de importantes, lo que conlleva a indicar que la tasa de disipación de la turbulencia es igual a la tasa de producción (Versteeg and Malalasekera, 2007).

Por lo tanto, teniendo en cuenta lo anterior, se desarrolla una función de muro o por su denominación en inglés “wall function” que el mismo programa OpenFOAM reconoce, con el fin de poder determinar las condiciones de contorno para $k-\epsilon$, ya que las mediciones para estas variables no se tienen en la mayoría de los casos (Versteeg and Malalasekera, 2007). Las ecuaciones de la función de muro son:

$$u^+ = \frac{U}{u_\tau} = \frac{1}{K} \ln(Ey_p^+) \quad (80)$$

$$k = \frac{u_\tau^2}{\sqrt{C_\mu}} \quad (81)$$

$$\varepsilon = \frac{u_\tau^3}{ky} \quad (82)$$

Donde:

K Es la constante de Von Karman, la cual es igual a 0.41

u_τ Velocidad cortante

U Velocidad media

C_μ Constante de proporcionalidad de la viscosidad turbulenta para el modelo k- ε

ε Tasa de disipación de la energía cinética turbulenta

k Energía cinética turbulenta

E Es igual a 9.8 para muros lisos.

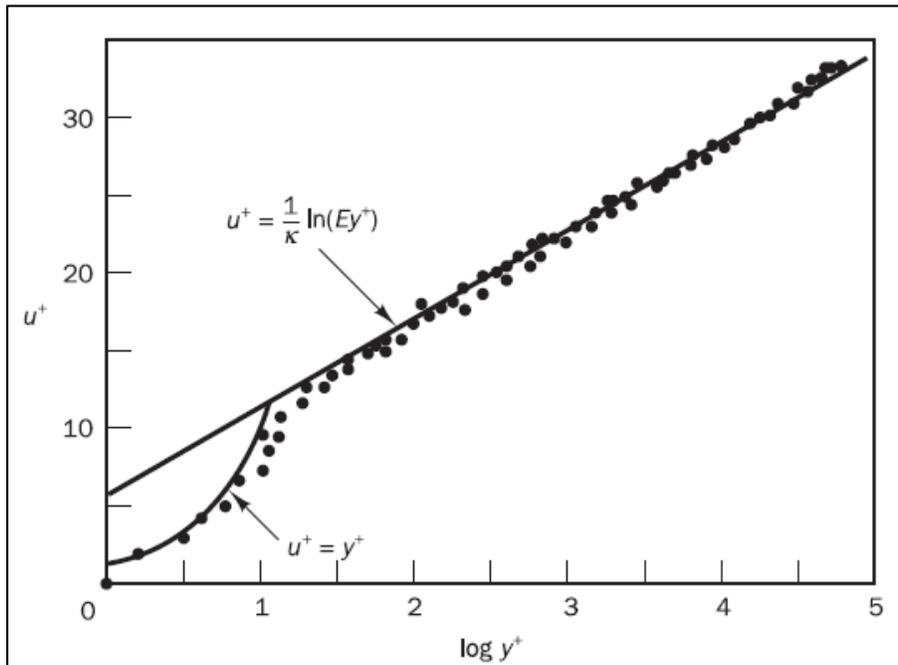


Figura 56. Distribución de la velocidad cerca a los muros

Fuente: (Versteeg and Malalasekera, 2007)

Las condiciones de contorno para la energía cinética turbulenta k y la tasa de disipación de dicha energía ε se presentan de diferentes formas dependiendo del contorno del dominio computacional que le corresponda. La condición de contorno para la denominada “*entrada*” es uniforme en todo el contorno con valor escalar de 0.01, siendo ésta la misma para todos los pasos de tiempo (fixedValue), valor que se obtiene a partir de varias simulaciones desarrolladas hasta que el modelo presente estabilidad durante toda la simulación, esta condición se le denomina tipo Dirichlet, ya que su valor se le impone al modelo. Las condiciones de contorno para las fronteras denominadas “*Atmosfera*” y “*Salida*” son una condición de contorno mixta denominada en OpenFOAM “inletOutlet”, lo que significa que

k y ε serán del tipo Dirichlet o “*fixedValue*” cuando el flujo va en una dirección y tipo Neumann o “*zeroGradient*” cuando van en la dirección opuesta. Las condiciones de contorno en los muros del dominio computacional se determina a partir de la función de muro o “*wall function*” que se explican al inicio de la presente sección.

7.6.2 Condiciones de contorno para la velocidad

La condición de contorno para la velocidad contiene gran importancia para mantener el nivel del embalse constante, debido a que por continuidad se conoce que la velocidad en la “entrada” deberá ser similar que la velocidad en la descarga para conseguir el estado estacionario, por lo tanto para alcanzar ésta se implementó una condición de contorno tipo Dirichlet pero variable en el tiempo que se ajustara a los cambios de la superficie libre del agua del embalse, puntualmente la denominada “*flowRateInletVelocity*” con un caudal base de 25.3 m³/s/m. Para los muros se coloca una condición de contorno tipo Dirichlet uniforme en toda la frontera e igual para todos los pasos de tiempo, la cual es “*fixedValue*”. Para la salida se impone una condición de contorno mixta “*inletOutlet*” que es Neumann en la dirección predominante del flujo de gradiente cero. Por último la condición de contorno para la frontera denominada “*Atmosfera*” es una denominada “*pressureInletOutletVelocity*”, la cual significa que cuando se conoce la condición de contorno de la presión se calcula la velocidad y viceversa.

7.6.3 Condiciones de contorno para la presión

Las condiciones de contorno de las fronteras denominadas “*entrada*”, “*salida*” y “*muros*” son tipo Neumann de gradiente cero o “*zeroGradient*”, lo que significa que el valor de la condición de contorno será el mismo valor del nodo vecino. Para la condición de contorno de la frontera denominada “*atmosfera*” se utilizó la condición denominada “*totalPressure*” que significa que es la presión dinámica más la presión estática como se puede observar en la ecuación (83), por lo tanto cada vez que exista una variación en U variará la condición de contorno P_o , por lo tanto esta condición sería tipo Dirichlet, con variaciones debido a los cambios de velocidad del flujo.

$$P_o = P + \frac{1}{2}\rho|U|^2 \quad (83)$$

Donde:

$|U|$ Es el valor absoluto de la velocidad media

ρ La densidad del fluido

P La presión hidrostática

$\frac{1}{2}\rho|U|^2$ Presión dinámica

7.6.4 Condiciones de contorno para el método VOF

Las condiciones de contorno de las fronteras denominadas “*entrada*”, “*salida*” y “*muros*” son tipo Neumann de gradiente cero o “*zeroGradient*”, lo que significa que el valor de la condición de contorno será el mismo valor del nodo vecino. Para la frontera denominada “*atmosfera*” se implementó una condición de contorno mixta “*inletOutlet*”, la cual es del tipo Dirichlet en una dirección y tipo Neumann en la dirección opuesta.

7.7 Condiciones iniciales

Las condiciones iniciales a diferencia de las condiciones de contorno se imponen a lo largo de todo el dominio computacional en el primer paso de tiempo, puntualmente en el tiempo t . Igual que en las condiciones de contorno éstas se imponen a cada una de las variables de las ecuaciones de gobierno, siendo necesarias para la solución del sistema de ecuaciones.

Se desarrolló la simulación numérica hasta que ésta alcanzó el estado estacionario, el cual que después de realizar varias simulaciones se encontró que se alcanzaba en el paso de tiempo 17 (ver Figura 57) Motivo por el cual, es necesario implementar condiciones iniciales en la construcción del modelo numérico.

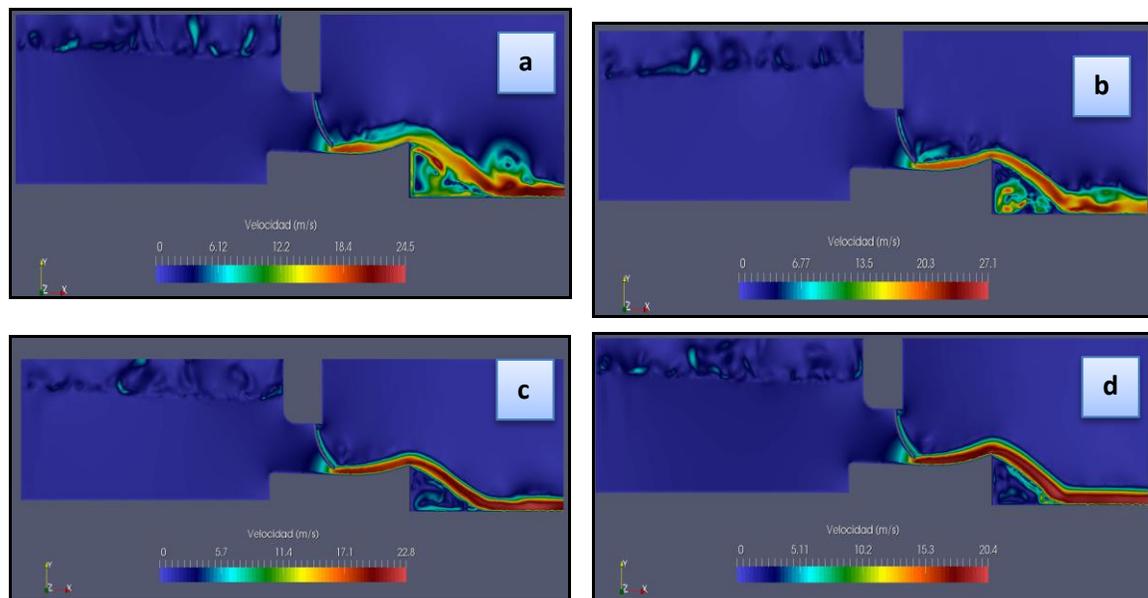


Figura 57. Simulación estándar a diferentes pasos de tiempo, a) tiempo 5 s, b) tiempo 10 s, c) tiempo 10 s, d) tiempo 17.

Fuente: (Propia, 2016).

7.7.1 Condiciones iniciales para la velocidad

La condición inicial de la velocidad se impone como se mencionó anteriormente en todo el dominio computacional. Debido a que el embalse en el tiempo 0 está estático la condición inicial para la velocidad es uniforme en todo el dominio computacional e igual a cero (0).

7.7.2 Condiciones iniciales para la presión

La condición inicial para la presión es uniforme a lo largo de todo el dominio computacional e igual a cero (0), aunque no corresponde a la realidad el programa a medida que empieza a simular encuentra el estado estacionario como se mostró en la Figura 57, por lo tanto éste consigue un equilibrio en los resultados al finalizar la simulación.

7.7.3 Condiciones iniciales para k- ϵ

La condición inicial para k- ϵ es uniforme a lo largo de todo el dominio computacional e igual a 0.01 (ver Figura 58 y Figura 59), en la mayoría de los casos no se cuenta con las mediciones para estas variable por lo tanto es necesario imponer una condición inicial que depende de la estabilidad de la simulación. Para determinar el valor de la condición inicial para k- ϵ se realizó, a partir de diferentes simulaciones hasta que el programa tuviera estabilidad. Aunque no corresponde a la realidad el programa a medida que empieza a simular encuentra el estado estacionario como se mostró en la Figura 57, por lo tanto éste consigue un equilibrio en los resultados al finalizar la simulación.

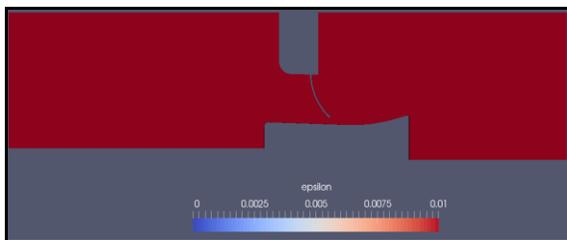


Figura 58. Condición inicial ϵ
Fuente: (Propia, 2016).

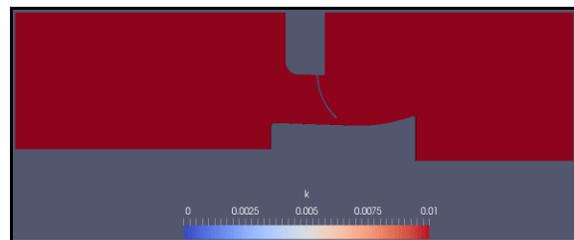


Figura 59. Condición inicial k
Fuente: (Propia, 2016).

7.7.4 Condiciones iniciales para el método VOF

La condición inicial para el método VOF a diferencia de las otras variables se impone de manera diferente, ya que es muy importante conocer la superficie libre del agua en el instante de tiempo cero (0); hablando en términos de ingeniería la condición inicial de la superficie libre del agua en el tiempo cero (0) sería antes de realizar la descarga o en otras palabras antes de abrir las compuertas. Por lo tanto, el procedimiento inicia imponiendo una condición inicial uniforme igual a cero (0), puntualmente diciendo que todo es aire (ver sección 3.7), posteriormente, con ayuda del fichero que trae OpenFOAM por defecto en flujo bifásico denominado “*setFields*” se configura la zona del dominio computacional que en el tiempo cero necesita contener agua con un valor uniforme en la zona seleccionada igual a uno (1), que asigna la fase de agua acorde al método del VOF. Este bloque de agua inicial permite recrear el embalse lleno previa a la descarga que genera el aliviadero, el

propósito es reducir el tiempo computacional al inicializar el modelo con las celdas llenas de información de la altura de la lámina de agua en el instante de tiempo cero.

Como se puede observar en la Figura 3 la condición inicial de las celdas llenas de agua con valor 1 se encuentran después de la compuerta como si fuera un rompimiento de presa, lo cual no es acorde con la realidad. Sin embargo, a medida que el modelo numérico encuentra el estado estacionario el flujo se estabiliza sin afectar los resultados.

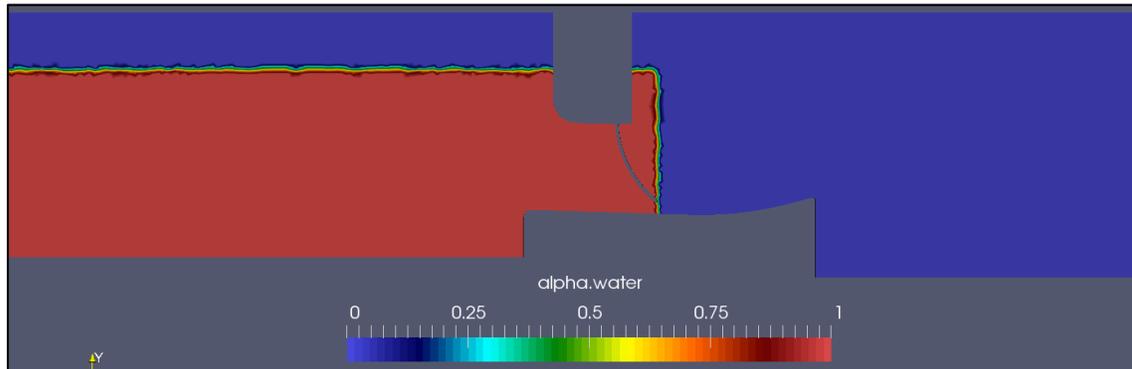


Figura 60. Condición inicial de las fases aire - agua
Fuente: (Propia, 2016).

7.7.5 Selección del método de solución

Para la selección del método de solución es menester conocer inicialmente las ecuaciones de gobierno que se van a solucionar numéricamente (ver sección 6.1), dado que para el caso de la hidroeléctrica la Vegona se va a solucionar las ecuaciones RANS (ver sección 3.5), se va a cerrar el sistema con el modelo de turbulencia $k-\epsilon$ (ver sección 3.5.2.1) y para hacer seguimiento a la superficie libre del agua se va a dar solución al método VOF (ver sección 3.7), adicionando que el fluido es Newtoniano e incompresible. Teniendo en cuenta lo anterior el programa OpenFOAM trae entre sus "solvers" interFOAM que cumple con los requisitos del problema.

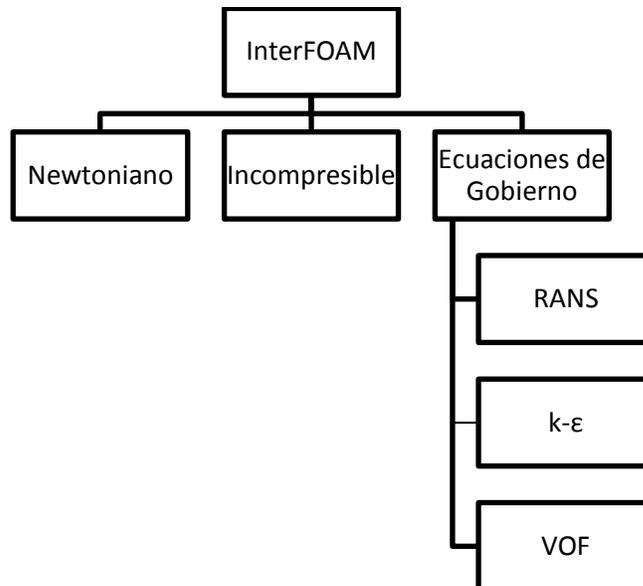


Figura 61. Solucionador “*Solver*” InterFOAM
Fuente: (Propia, 2016).

7.7.5.1 Parámetro numéricos del modelo

Los parámetros numéricos del caso de estudio son dos principalmente, el delta de espacio que para la configuración de un modelo numérico bidimensional sería Δx y Δy , los cuales se explican detalladamente en la sección 7.2 y el delta de tiempo Δt el cual, a través del fichero denominado “*controlDict*” de OpenFOAM se ajusta al parámetro de estabilidad numérica CFL o número de Courant, lo anterior con el fin que éste no sobrepase el valor de uno (1), valor que puede ser ajustado por el usuario “*maxCo*” y “*maxAlphaCo*”. Para el caso de estudio se obliga a que el número de Courant no sea mayor a uno (1), teniendo claro que los valores menores a uno (1) no le dan inestabilidad a la simulación, pero si presentan difusión numérica.

El número de Courant se puede entender físicamente conforme a la siguiente frase “*No se puede andar más, del espacio que se tiene permitido*” en término matemáticos se puede expresar de la siguiente forma:

$$CFL = U \frac{\Delta t}{\Delta x} \quad (84)$$

Por lo tanto, cuando se desea ajustar el delta de tiempo, conforme al número de Courant dentro del fichero denominado “*controlDict*” en la línea “*runTimeModifiable*” se coloca “*yes*”, por lo tanto el programa calcula el delta de tiempo Δt de la siguiente forma:

$$\Delta t = \frac{CFL * \Delta x}{U} \quad (85)$$

Los pasos de tiempo iniciales se asumen como cero en la simulación, con delta de tiempo de 0.01 s

7.7.5.2 Parámetro intrínsecos del fluido

Como se presenta en las ecuaciones de gobierno (ver secciones 3.5), puntualmente las ecuaciones RANS, es necesario darle valor a las propiedades del fluido como lo son la densidad del agua y del aire por ser flujo bifásico, igualmente imponerle un valor a la viscosidad cinemática del agua y del aire, lo anterior se maneja en la carpeta “*constant*” en el fichero denominado “*transportProperties*” del programa OpenFOAM. Por otra parte, la aceleración de la gravedad también es menester darle un valor de entrada para la correcta solución de las ecuaciones del modelo; al igual que la viscosidad cinemática y la densidad el valor de la aceleración de la gravedad se coloca en la carpeta “*Constant*” en el fichero denominado “*g*”. Los valores impuestos para cada una de estas constantes son los que se presentan en la Tabla 19.

Propiedad	Fluido	Unidades	Valor	Carpeta	Fichero
Viscosidad cinemática	Agua	m ² /s	1.00E-06	Constant	Transportproperties
Viscosidad cinemática	Aire	m ² /s	1.48E-05	Constant	Transportproperties
Densidad	Agua	kg/m ³	1000	Constant	Transportproperties
Densidad	Aire	kg/m ³	1	Constant	Transportproperties
Aceleración gravedad	Aire-Agua	m/s ²	-9.81	Constant	g

Tabla 19. Propiedades de los fluidos para simulación bifásica

Fuente: (Propia, 2016).

8. ENSAYO DE INDEPENDENCIA DE MALLA

El estudio de la independencia de malla plantea determinar la disminución del error en la conservación de la masa conforme se aumenta la densidad de la discretización espacial del dominio computacional establecido (aumento de volúmenes finitos), dicho estudio se centra en el refinamiento de la malla en la zona de interés del modelo, permitiendo evaluar el error numérico producido por las salidas del modelo numérico.

Este procedimiento pretende establecer cómo influye cada refinamiento de malla realizado en la (ver secciones 7.2), en los resultados de las variables de campo, como lo son la velocidad del flujo y la presión en el fondo del canal, una vez solucionadas las ecuaciones de gobierno del problema.

El comportamiento de las malla se considera apropiado si el error de los resultados en el modelo numérico son bajos comparables a lo esperado en el modelo físico, es decir que las salidas de las variables de campo de modelo (simulado), tienen concordancia con los resultados experimentales de laboratorio en el modelo a escala reducida del aliviadero, es decir a la parametrización realizada al aliviadero. Con la información disponible, y en algunos casos apoyados en hipótesis de trabajo, se establecen las magnitudes de los parámetros que componen la estructura matemática, (Domínguez, 2013)

Básicamente, el procedimiento consistió en realizar una serie de simulaciones para cada refinamiento establecido, evaluado mediante una métrica del error que me permita establecer cuál es la bondad de los resultados obtenidos en las variables.

Las simulaciones del dominio computacional definido según la sección 5.1.5, con una apertura de compuerta del 10% equivalente a 1.30 m de altura, con un ancho de canal de 9.70 m, se evaluaron con los resultados del caudal descargado del modelo y los obtenidos del modelo físico, al igual que las velocidades y la presión. Partiendo de la información del modelo físico esta definía un caudal para el 10% de apertura del orden de 47.57 l/s, cuyas magnitudes en el prototipo son equivalentes a 646.30 m³/s, este caudal corresponde al realizado por los tres vanos, la magnitud es dividida por el número de compuertas de la estructura hidráulica, obteniendo una descarga promedio de 215.43 m³/s con velocidades promedio de 17.10 m/s, de igual forma estas magnitudes a partir de los resultados de las ecuaciones teóricas de descarga, muestran que para las condiciones mencionadas los caudales de descarga están en el orden de 202.6 m³/s y velocidades promedio de 16.10 m/s. Partiendo del hecho que las simulaciones son bidimensionales se realizó una modificación a los valores mencionados, evaluando la descarga por unidad de ancho, en ese orden de ideas las descargas fueron del orden de 22.20 m³/s*m y 20.90 m³/s*m, correspondiente al modelo físico y la ecuación de descarga de un orificio sumergido.

El estudio se centró en cinco mallas de diferente número de elementos cuya discretización espacial fue aumentando en una proporción promedio de 34400 elementos entre malla, donde el número de elementos total de los refinamientos se aprecian en la Tabla 16, sección 7.2. Los puntos de evaluación se centraron en la parte media de la descarga de fondo, ya que esta zona cuenta con las mediciones de fondo de la presión total, arrojada por los piezómetros y los tomados por los molinetes en la salida de la estructura (ver sección 5.1.6). Las coordenadas van desde el punto (99, 6, -0.50) – (x, y, z), hasta el punto (123, 6, -0.50), concerniente al modelo numérico y a una distancia desde el abocinamiento a la entrada del orificio sumergido, desde el primer punto después de la compuerta radial y el final del deflector a 15°, como se muestra en la Figura 67. Cinco puntos a lo largo de la parte central de cada vano se eligieron por tener información pertinente para evaluar la velocidad y la presión, cada magnitud se evaluó en cada resolución de malla, lo anterior se llevó a cabo con el fin de determinar qué tamaño de malla que sería suficiente para este estudio.

Para cada una de las simulaciones con diferentes resoluciones espaciales, se obtuvieron las salidas de cada una de las variables de campo de interés, acorde a la parametrización del aliviadero de la Hidroeléctrica La Vegona. La altura de la lámina de agua en el embalse fue el Nivel Máximo de Operación de 103 m.s.n.m, y las salidas del modelo se evaluaron en las coordenadas a lo largo del canal, como se muestra en la Figura 67, (ver sección 5.1.6), los valores medio de velocidad se obtuvieron en la salida del deflector, dichos datos de la velocidad media de tres puntos se generaron para aperturas del 50% y 100%, con una altura de lámina de agua del Nivel Máximo de Creciente correspondiente a 107 m.s.n.m, cuyos valores no serán tomados en consideración ya que acorde con la metodología la apertura evaluada para la metodología de calibración es del 10%, para esa variable en cuestión.

Aunque el error relativo no fue tomado como una métrica de decisión, este permite tener en cuenta, un ciento porcentaje de error que se está cometiendo en cada simulación, el cual parte del error absoluto, permitiéndonos tener una indicio del grado de aproximación de la variable (Velocidad), y permite dar un acercamiento de la calidad del valor simulado por el modelo, (Pérez, 1988). Este último permite tener valores negativos, como positivos y su magnitud depende del tamaño de la muestra y mantiene las mismas unidades. El error absoluto se calcula, por medio de la ecuación (86).

$$E_a = V^r - \overline{V^r} \quad (86)$$

Siendo E_a es la diferencia entre el valor real medio de la medida numérica $\overline{V^r}$ y el valor que se ha obtenido en la simulación.

Error relativo. Es el cociente (entre el error absoluto y el valor exacto. Si se multiplica por 100 dando el resultado porcentaje de error. Al igual que el error absoluto puede ser positivo o negativo, porque puede ser por exceso o por defecto los resultados. Su cálculo se realiza por la ecuación (87).

$$E_r = \frac{E_a}{V^r} \quad (87)$$

Para lo anterior, se compilaron los resultados de las velocidades en la Tabla 20, donde se relaciona los tiempos de cómputo y los errores de los mismos, comparando los resultados obtenidos resultados obtenidos en la simulación numérica con el modelo matemático con refinamientos de mayor y menor densidad de volúmenes finitos; la inspección visual de los resultados y error relativo, permiten definir la bondad de los resultados en cada simulación.

Cada valor de velocidad obtenida hace parte de un conjunto de simulaciones sucesivas, las cuales se evaluaron a partir de los siguientes criterios para determinar la prueba de independencia de cada malla acorde a su refinamiento, (Gerdin and Keijser, 2014); (Domínguez et al., 2011)

- ❖ El error relativo es menor o igual al 1% para el punto de velocidad calculado en un nivel de densidad de malla dado.
- ❖ El error relativo se ha estabilizado al evaluar la velocidad, relacionado con nivel de densidad de malla dado producto de la comparación de los errores relativos. El límite para la diferencia en el error relativo se establece en 1.00%, la cual concuerda con lo la precisión del equipo y la incertidumbre intrínseca de la metodología de medición propuesta

Los puntos de control se distribuyen de manera uniforme en la salida del canal. Se calculó el error relativo para las velocidades máximas y promedia obtenidas del modelo numérico, en el que se compara una malla gruesa y la de un refinamiento superior, los valores de la variable que se utilizaron para el análisis de la independencia de malla (velocidad) se condensan en la Tabla 20

Se calculó la diferencia del error relativo para determinar si este, se ha estabilizado cuando el dimensionamiento de malla aumenta su discretización. Esto se observa en la ecuación (88).

$$D_{Er} = |MT_{i-1} - MT_i| \quad (88)$$

Donde MT_{i-1} , representa la malla con un grado e refinamiento menor, mientras que MT_i , hace referencia a la malla con una discretización más fina.

ID	Número de Elementos	Número de Nodos	Vmax	Error Relativo	Diferencia en error relativo	Error Relativo modelo físico	Tiempo de ejecución	
	---	---	m/s	%	---	%	min	hr
MT2	25027	25756	18.50	-1.65	0.60	-17.61	6.03	0.101
MT3	44677	45682	18.20	-2.25	1.06	-15.70	24.57	0.409
MT4	70700	71970	17.80	-3.31	3.13	-13.16	105.78	1.763
MT5	116646	118224	17.23	-0.17	0.41	-9.54	119.35	1.989
MT6	162984	164794	17.20	-0.58	---	-9.35	160.20	2.670
MT7	434862	164794	17.10	---	---	-8.71	290.00	4.833

Tabla 20. Las magnitudes resultantes de velocidad y los errores correspondientes a la descarga con las diferentes densidades de malla.

Fuente: (Propia, 2016).

Los resultados del mallado arrojan que aplicando los criterios mencionados a medida que se aumenta el refinamiento del modelo hay una disminución del error con respecto a la malla predecesora mastranto, de igual forma como la tendencia de la velocidad en la descarga se estabiliza y disminuye. Los errores relativos son negativos producto de la disminución de la velocidad que representa un acercamiento de los valores presentaos en modelo físico, concerniente a una lámina N.M.O de 103 m.s.n.m y una descarga por vano de 198.3 m³/s, que corresponde a 15.73 m/s, esto indica un acercamiento a los valores de velocidad del modelo, pese al error presentado del -8.71% del modelo de mayor refinamiento. Acorde con los criterios la diferencia es mayor que el límite de 0,1 y por lo tanto el mallado no es lo suficientemente fino para dar una solución independiente al número de elementos.

La Figura 62, muestra la inspección visual evidencia una buena aproximación del diferente modelo con respecto a los perfiles de lámina de agua promedio del modelo físico, si bien se aproximan a los resultados parametrizados, se observa que subestiman el comportamiento del mismo.

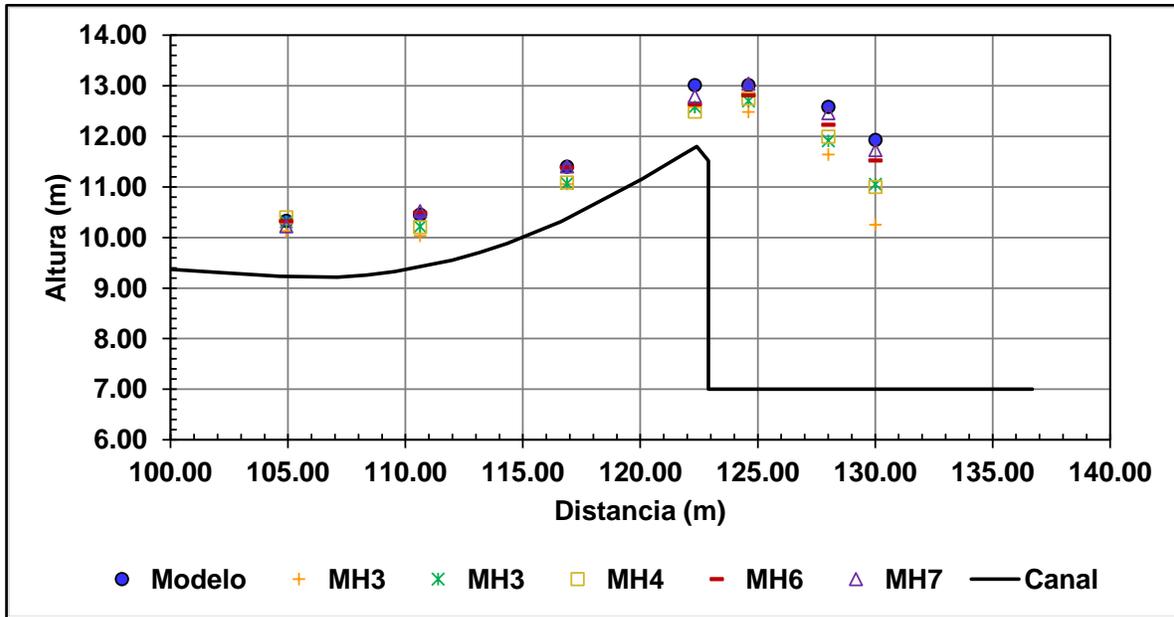


Figura 62. Perfiles de lámina de agua con diferentes refinamiento de malla y comparado con los datos parametrizados.
Fuente: (Propia, 2016).

Por otro lado la capacidad del modelo de producir información, se hizo mediante la relación S/σ_{Δ} , permitiendo evaluar cuál fue la desviación estándar presentada por los incrementos de la magnitud pronosticada, en esta caso la altura de lámina de agua descrita por la fracción de fase de agua, donde se evidencia que al mejorar el refinamiento se obtiene unas meras aproximaciones de los perfiles descritos por el modelo físico, teniendo en cuenta que el método de VOF puede transportar la fase y propiedades de cada fluido inmiscible de forma más apropiada, permitiendo la estabilidad de la fase con cada iteración del pre-condicionador y suavizador, al tener una mejor resolución la interpolación de la información no se pierde. El S/σ_{Δ} obtenido para cada refinamiento muestra que los modelos mallados superiores a 50000 de elementos la propiedad de superar al pronóstico por inercia del modelo físico, mostrando un buen comportamiento cuando la discretización del dominio computacional supere los 400000 elementos, partiendo que la comparación se hace con un perfil medio suavizado del modelo físico, cabe mencionar que es requerido hacer un modelo 3D para comprar realmente el campo de alturas generados por modelo físico y numérico y observar como es se comporta la lámina de agua en cada vano. Los resultados se observan en la Tabla 21.

ID	S	σ_{Δ}	S/σ_{Δ}
MT2	0.86	0.86	1.00
MT3	0.53	0.86	0.61
MT4	0.53	0.86	0.62
MT5	0.28	0.86	0.33
MT7	0.13	0.86	0.16

Tabla 21. Evaluación del desempeño de los mallados mediante el criterio S/σ_{Δ}
Fuente: (Propia, 2016).

Para el presente estudio se graficó las bondades que tiene la malla, en las salidas del modelo numérico y comprados con los datos de poetización del aliviadero de la hidroeléctrica La Vegona, se evidencio que mallados densos como ya es conocido en la literatura permite mejores aproximaciones tanto de la velocidad, como las alturas de la lámina de agua a lo largo del canal de descarga, estos errores se graficaron con respecto al tiempo de computo de cada modelo, donde se observa un aumento considerable del tiempo de convergencia al estado estacionario conforme aumenta el refinamiento, la Figura 63, deja ver que el modelo que presento mejor comportamiento, presenta tiempos de 4.83 hr tiempos elevados para la metodología planteada ya que significaría 161 días de ejecución para 800 modelos ejecutados en promedio, Tabla 22, deja ver el tiempo requerido para el mismo número de ejecuciones, por lo tanto se elige la malla con menor refinamiento peso a sus errores.

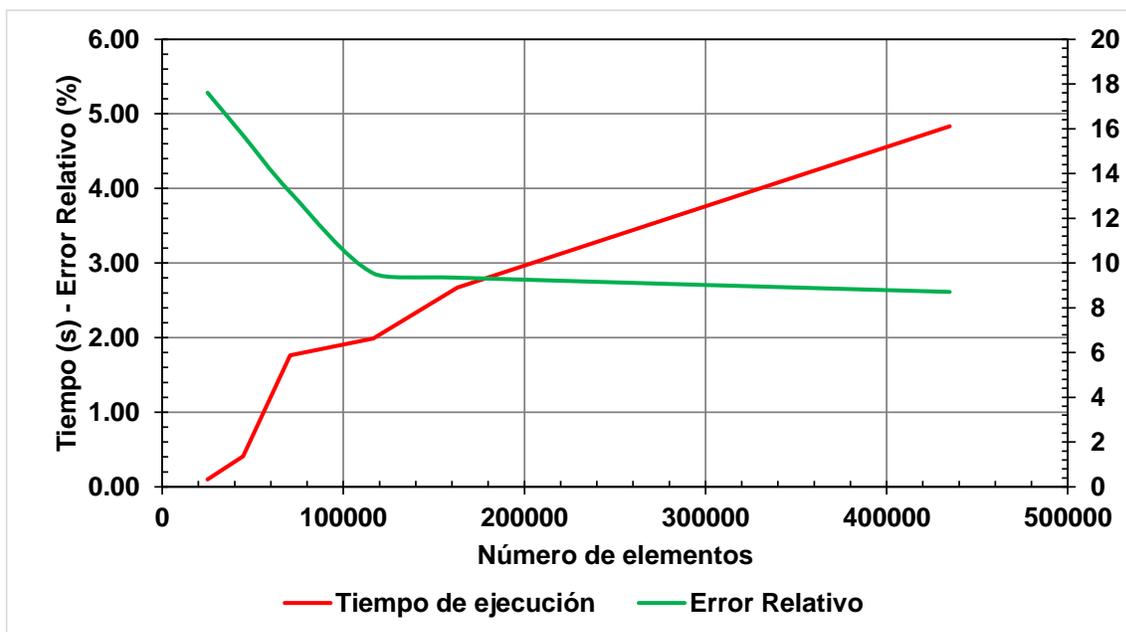


Figura 63. Relación del costo computacional y la disminución del error relativo de la velocidad.
Fuente: (Propia, 2016).

Número de Elementos	25027.00	44677.00	70700.00	116646.00
Tiempo de ejecución total	3.35	13.65	58.77	66.31

Tabla 22. Tiempo de ejecución para diferentes mallados con un total de 800 simulaciones en promedio por nivel.
Fuente: (Propia, 2016).

9. ANÁLISIS DE RESULTADOS

Inicialmente se desarrollaron dos modelos numéricos bidimensionales, uno para un Nivel de Aguas Máximo de Operación de 103 m.s.n.m. con una apertura de compuertas de 10%, lo cual equivale a 1.3 m y el segundo para una un Nivel Máximo de Creciente de 107.00 m.s.n.m con una apertura de compuerta del 100%, equivalente a 13.00 m. Para ambos casos se determinó una sección de evaluación localizada a 4.00 de la descarga de la compuerta radial en las coordenadas (99, 6) y (99, 15), como se presenta en la Figura 67. En dicha sección se determinaron los resultados de velocidad y presión.

Ambas simulaciones simulación se realizaron con los parámetros por defecto del modelo de turbulencia k- ϵ obteniendo los resultados de velocidad, presión, energía cinética turbulenta y disipación de la energía cinética turbulenta. Posteriormente se realizó un análisis de sensibilidad para el modelo con una apertura de compuerta del 10%, mediante una búsqueda exhaustiva definiendo umbrales muy cercanos a los parámetros estándar del modelo de turbulencia k- ϵ y las modificaciones que se han realizado de dichos parámetros (ver Tabla 3). Sin embargo, se comprobó que los parámetros actuando en conjunto y cercanos a los parámetros por defecto no son sensibles. Motivo por el cual, se optó por definir los autores del presente documento, definieron umbrales más amplios para la modificaciones de los mismos con la diferencia de que se modifica un parámetro a la vez manteniendo el resto con sus magnitudes estándar, concluyendo que C_μ y $C_{\epsilon 2}$, son los más sensibles. Del análisis de sensibilidad se determina que a medida que se incrementan C_μ y $C_{\epsilon 2}$, las velocidades y presiones decrecen, lo cual permite determinar diferentes ecuaciones de calibración polinómicas de segundo orden, que admitan disminuir las diferencias entre la modelación física y numérica. Posteriormente se plantea una metodología de calibración, a partir de los resultados obtenidos en el análisis de sensibilidad, la cual se presenta a continuación.

9.1 Metodología de calibración.

La metodología se compone de tres etapas principalmente; la primera consiste en realizar la configuración del modelo numérico con parámetros estándar del modelo de cierre turbulento, a partir de la herramienta computacional OpenFOAM, la segunda presenta el análisis de sensibilidad de los parámetros del modelo e turbulencia k - ϵ estándar donde se definen cuales repercuten más en la aproximación de los resultados simulados con base en los observados, y como tercera etapa se plantea la calibración correspondiente a partir de los resultados obtenidos del paso previo, que permita ajustar las variables de campo según las necesidades que se persigan.

9.1.1 Primera Etapa - configuración del modelo numérico

Para realizar metodología de calibración se hará uso de la herramienta computacional OpenFOAM, la cual es un código abierto y de manipulación libre que funciona a partir de bibliotecas de lenguaje de programación de C ++, y cuyo sistema operativo es Linux.

Para realizar modelaciones en OpenFOAM es necesario realizar una secuencia que se compone de un trabajo de pre procesamiento, la selección de un solucionador o procesamiento y de un post procesamiento, en la cual se analizan los resultados. Los procesos de ejecución del programa se muestran en la Figura 8.

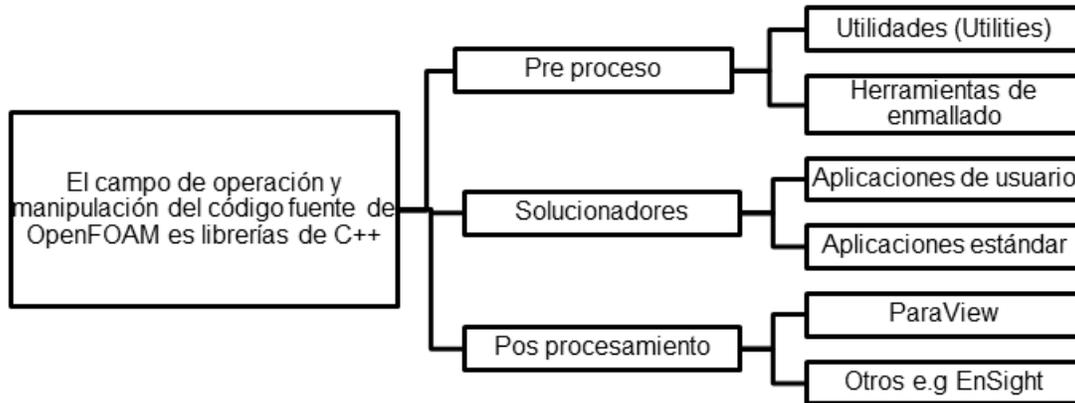


Figura 64. Perfil de presiones compuertas 100% abiertas
Fuente: (OpenFOAM, 2016)

9.1.2 Segunda etapa - pre-proceso de información y simulación inicial.

Para el caso de estudio de la Central Hidroeléctrica La Vegona, en Honduras. Dicha Central, cuenta con una estructura de control de caudales con descarga de fondo, la cual se compone de tres compuertas radiales y descargan a un canal rectangular, que posteriormente vierte a un tanque de confinamiento para la fase de pre procesamiento la metodología se basa en un protocolo de modelación teniendo en cuenta las siguientes actividades que se presentan a continuación:

- ❖ Se desarrolla la geometría del aliviadero a partir de un programa de Diseño Asistido por Computadora (CAD).
- ❖ Exportar la geometría de la estructura a un formato compatible con un enmallador
- ❖ Se establece la discretización del dominio computacional, generando las fronteras. (Entrada, salida, contorno izquierdo, derecho y de fondo, y una frontera para la atmosfera).
- ❖ Se definen condiciones de contorno e iniciales, según las ecuaciones de gobierno (RANS, VOF y el modelo de turbulencia).
- ❖ Definición de los parámetros numéricos y tolerancias.
- ❖ Dentro del programa OpenFOAM la biblioteca de “solvers”, se seleccionan acorde a las propiedades del fluido, el modelo de turbulencia y método para flujo bifásico.
- ❖ A partir de las tolerancias definidas se repite el procedimiento desde la actividad número tres, con el fin de generar la mejor convergencia del modelo físico y el modelo numérico, obteniendo así la simulación base, a partir de una interfaz gráfica

que permite interpretar los resultados de las variables de estudio conocidas como variables hidrodinámicas (velocidades, presiones, niveles y descargas).

La anterior etapa se muestra en la Figura 65

9.1.3 Tercera etapa - pre-proceso de información y simulación inicial.

Con el fin de dar solución al objetivo específico número uno “Determinar el efecto que presentan los parámetros del modelo de turbulencia $k - \epsilon$, sobre los resultados hidrodinámicos obtenidos del modelo numérico”, se realizará un análisis de sensibilidad a los parámetros del modelo de turbulencia, ejecutando las siguientes actividades:

- ❖ Se obtiene el error de la simulación base con referencia al modelo físico.
- ❖ Definición de umbrales para los cinco parámetros del modelo de turbulencia, con el fin de realizar las respectivas variaciones.
- ❖ Se realizarán variaciones ordenadas de cada una de los datos de los umbrales definidos para cada constante, variando un parámetro y dejando los otros cuatro por defecto.
- ❖ A partir de dichas variaciones se obtendrán las gráficas como resultado de las variables hidrodinámicas a estudiar en el aliviadero La Vegona, según las variables estudiadas en el modelo físico, definiendo el error para cada uno de los resultados.

Para dar solución al objetivo específico número dos “Determinar el desempeño de la metodología de calibración del modelo numérico, a partir de los parámetros del modelo de turbulencia $k-\epsilon$.”, se efectuarán las siguientes actividades:

- ❖ Para determinar el desempeño de la metodología propuesta, se realizarán variaciones de apertura de compuerta y niveles del embalse con el fin de generar un modelo numérico diferente y nuevamente se verifican los resultados para determinar si el error entre la modelación numérica y física decrece.

La anterior etapa se muestra en la Figura 66

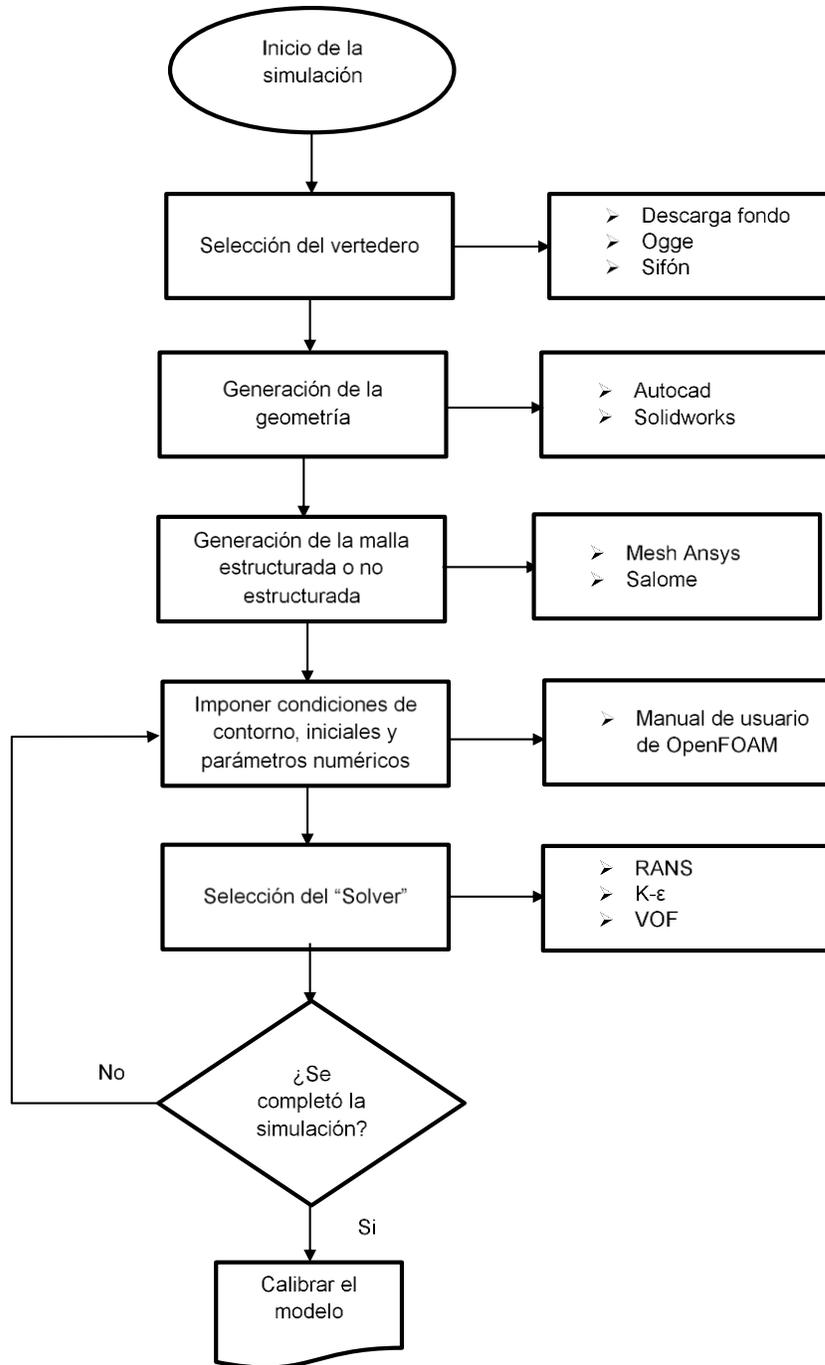


Figura 65. Protocolo de modelación etapa 1 y 2.
Fuente: (Propia, 2016)

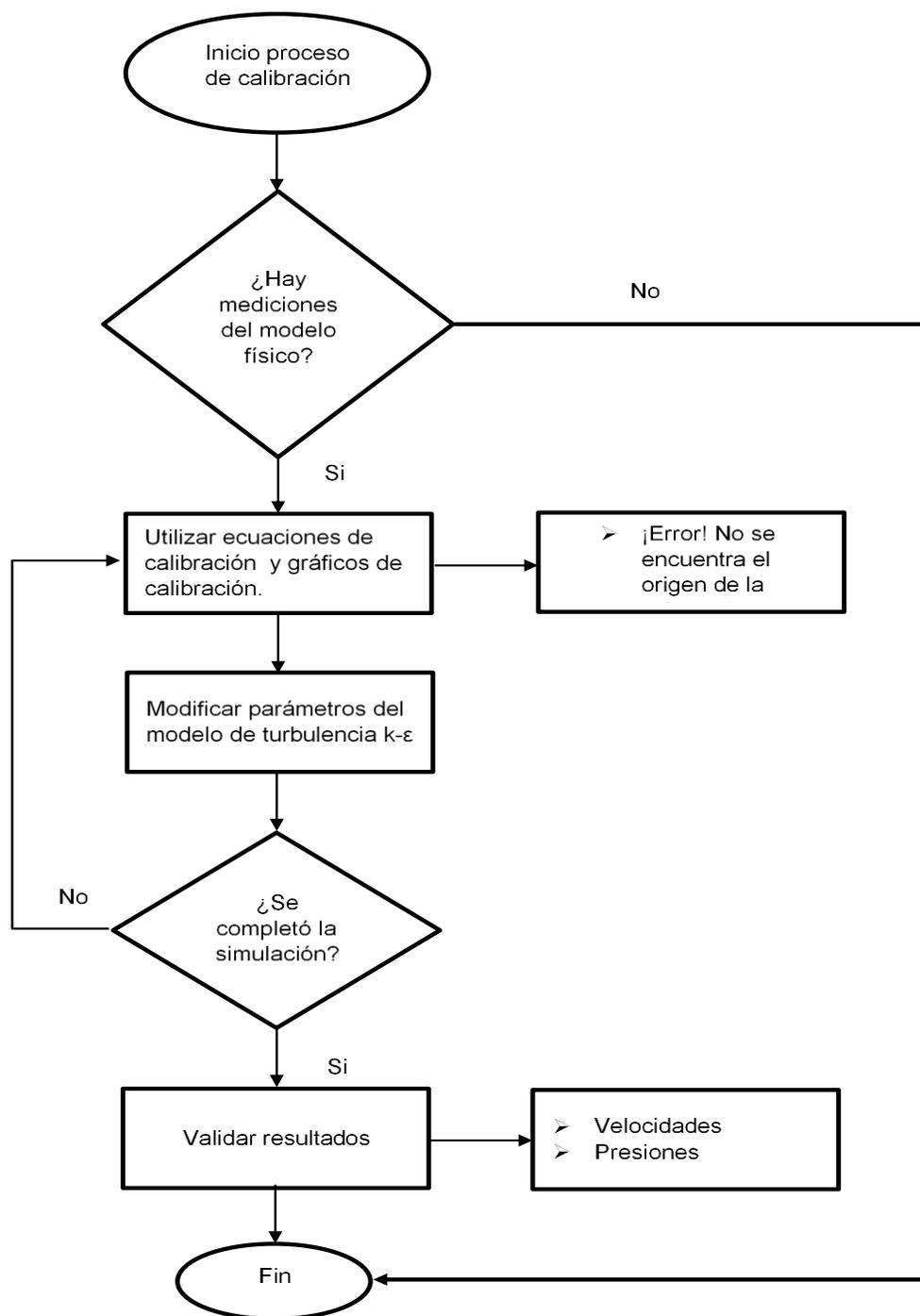


Figura 66. Protocolo de modelación etapa 3.
Fuente: (Propia, 2016)

9.2 Resultados modelo numérico con apertura de compuerta del 10% con parámetros estándar del modelo de turbulencia k-ε.

El modelo numérico fue desarrollado para el caso de estudio, implementando los parámetros estándar del modelo de turbulencia k-ε, $c_u = 0.09$, $\sigma_k = 1$, $\sigma_\epsilon = 1.30$, $c_{\epsilon 1} = 1.44$, $c_{\epsilon 2} = 1.92$, propuestos por (Launder and Sharma, 1974), (ver sección 3.5.2.1).

La simulación fue desarrollada para un caso bidimensional, resolviendo las ecuaciones RANS (ver sección 3.5), implementando el modelo de turbulencia k-ε y haciendo seguimiento a la superficie libre del agua utilizando el método VOF (ver sección 3.7) para la estructura de control de caudales de la hidroeléctrica la Vegona. Dicho modelo se realizó para un Nivel de Máximo de Operación de 103 m.s.n.m con una apertura de compuertas del 10% equivalente a 1.30 m, siendo ésta una situación crítica debido a las altas velocidades que se generan por mantener una apertura de compuertas baja y un nivel de embalse alto, producto del cambio del energía potencial en energía cinética lo cual genera las mayores discrepancias entre los resultados del modelo numérico y las mediciones del modelo físico, debido al componente no lineal de las ecuaciones de gobierno, según lo reportado en la literatura (ver sección 6).

Estándar	U	P	k	ε
	m/s	m.c.a	m ² /s ²	m ² /s ³
	18.65	1.59	2.40	30.67

Tabla 23. Resultados simulación con parámetros estándar
Fuente: (Propia, 2016).

Los resultados obtenidos en el modelo numérico se determinaron para cada una de las variables que hacen parte de las ecuaciones de gobierno. Se estableció una sección de control en el dominio computacional, que permite comparar los resultados de las variables, que se encuentran contenidas en la Tabla 23, con los del modelo a escala. La sección de control se establece entre los puntos con las siguientes coordenadas (99, 6) y (99, 7.5) como se observa con la línea roja en la Figura 67, a 4 m de la descarga de la compuerta. La sección anterior se eligió teniendo en cuenta que es el punto donde se presentan las máximas velocidades y presiones a lo largo del canal de descarga con deflector de 15°.

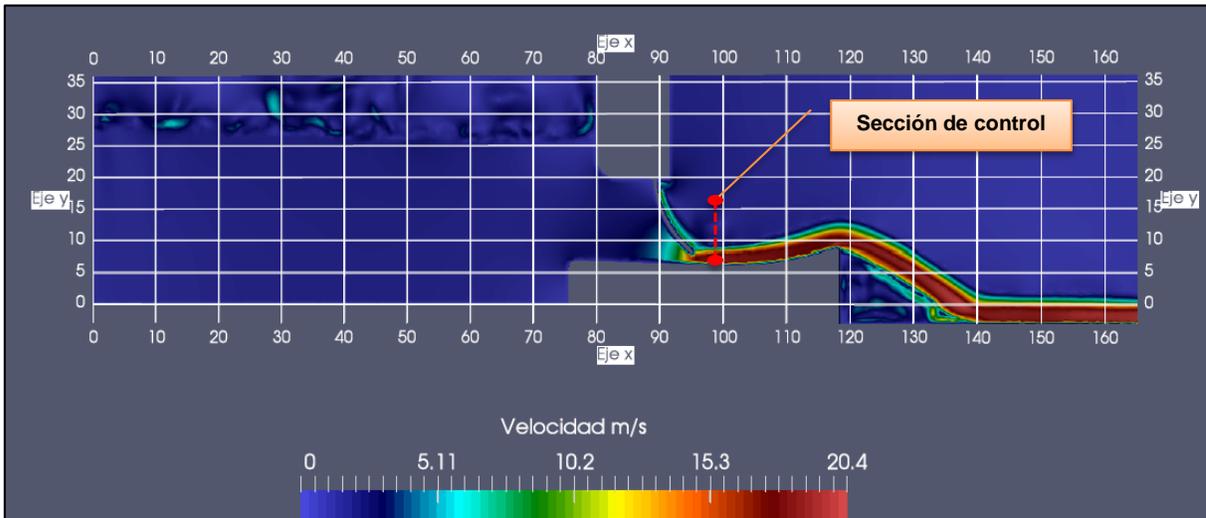


Figura 67. Sección de selección de resultados modelo estándar
Fuente: (Propia, 2016).

9.2.1 Resultados de la velocidad modelo con apertura de compuerta del 10%

Como se presenta en la sección de interés las velocidades pueden llegar tener un orden de 18.65 m/s, la cual se localiza a una altura de 0.54 m, teniendo en cuenta que la altura de la lámina de agua en dicha sección es de 1.00 m, puntualmente al 54% de altura desde el fondo del canal de descarga. La velocidad mínima se registra en la superficie libre del agua. Aunque en teoría la velocidad en la superficie libre debería ser igual a la velocidad máxima, debido a que ésta se encuentra en la zona de interfase, donde las velocidades del viento son menores comparadas con las del agua se genera una disminución en la velocidad generando un leve abatimiento del perfil de velocidad. Por otra parte, la velocidad en el fondo tiende a cero, debido a la condición de contorno cerca a los muros, (ver sección 7.6.2); en términos físicos, esto es producto a las fuerzas de corte.

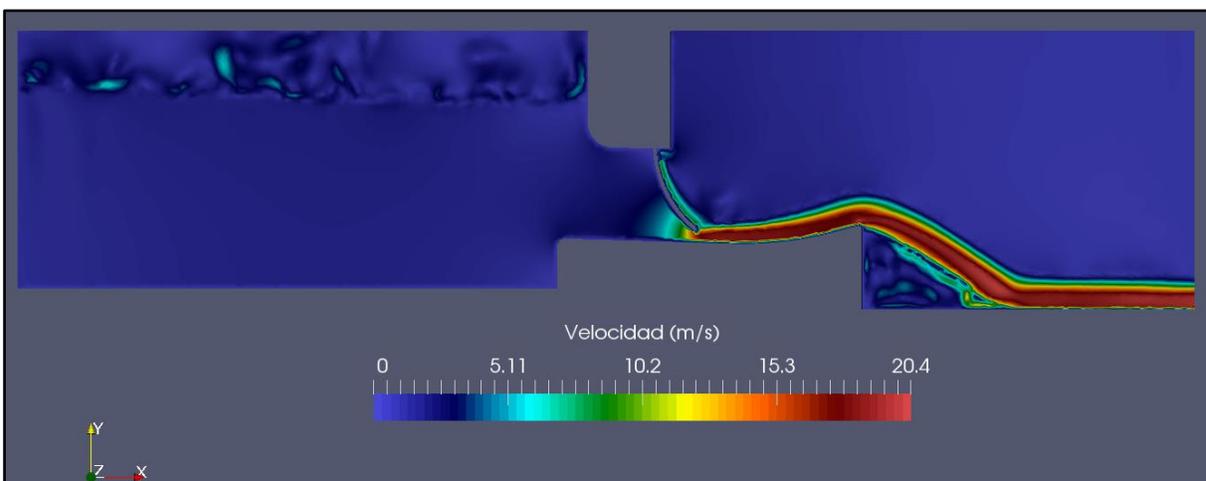


Figura 68. Perfil de velocidades simulación estándar
Fuente: (Propia, 2016).

Para un nivel de embalse de 103 m.s.n.m no se tiene registros de velocidad del modelo físico. Sin embargo, si se cuenta con los registros de caudales medidos con el vertedero rectangular suprimido (ver sección 5.1.6) y la altura de la superficie libre del agua, la cual es igual a 1 m en la sección de interés. Por lo tanto, si el caudal registrado para una apertura de compuerta del 10% es igual a 215 m³/s (ver Tabla 10) y conociendo la sección hidráulica en el sitio de interés igual 9.70 m de ancho por 1.00 m de altura de lámina de agua, la velocidad característica en la sección de interés es igual 22.20 m/s, presentando un error relativo del 18.94 % con base en el modelo físico (ver ecuación (86)).

Aunque el error relativo es alto, era de esperarse este tipo de diferencias, ya que como se mencionó en la sección 6, a medida que las velocidades se aumentan las diferencias van siendo mayores, lo cual, se podría atribuir al término advectivo no lineal de las ecuaciones de gobierno.

9.2.2 Resultados de la presión modelo con apertura de compuerta del 10%

La presión que entrega el programa OpenFOAM es una presión total, la cual se compone de una presión dinámica más una presión estática, y que se determinó para una configuración del modelo, que cuenta con un nivel del embalse de 103 m.s.n.m y una apertura de compuerta del 10% lo que equivale a 1.30 m.

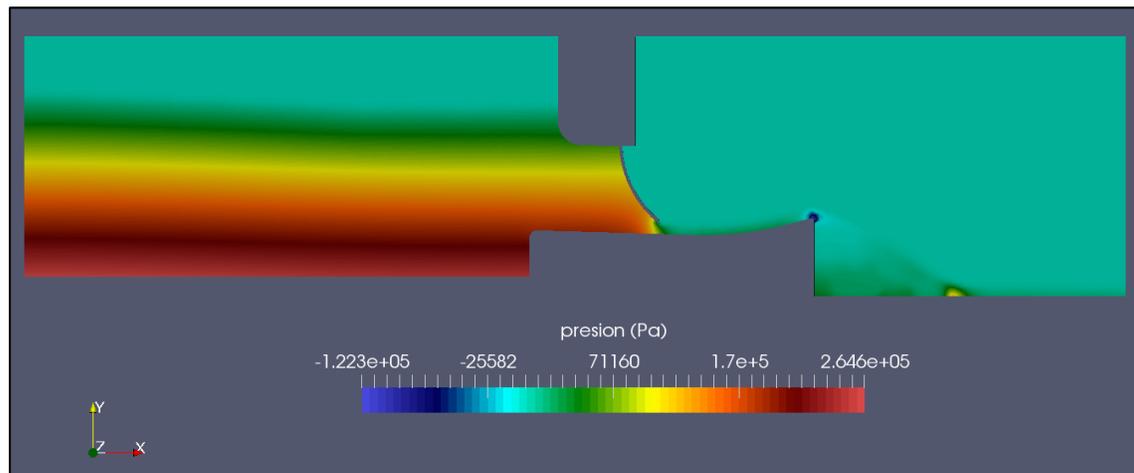


Figura 69. Perfil de presiones simulación estándar
Fuente: (Propia, 2016).

Como se puede observar en la Figura 69 no se presentan presiones negativas que produzcan cavitación a lo largo del canal a excepción del extremo del mismo, puntualmente al final del deflector. Las mayores presiones se generan en la zona de embalse, ya que en ésta se generan los mayores gradientes de presión debido a la hidrostática. En la sección de interés se determinó la presión máxima que se presenta, la cual es igual a 1.59 m.c.a o 15608 Pa. Debido a que las mediciones de presión del modelo físico se determinaron para condiciones diferentes (ver Tabla 13) no es posible determinar las diferencias con base en el modelo numérico desarrollado.

9.2.3 Resultados de la superficie libre del agua, modelo con apertura de compuerta del 10%.

Aunque la esencia del modelo numérico es estacionario, debido a que se debe mantener un nivel de embalse constante, se simuló de forma transitoria o no estacionaria, hasta que se alcanzó el estado estacionario en el paso de tiempo 17 como se explicó en la sección 7.7. Por lo tanto, era necesario determinar la variación de la superficie libre del agua con el fin de corroborar que el nivel del embalse se mantuviera a 103 m.s.n.m para una apertura de compuerta del 10%, equivalente a 1.30 m. Por lo tanto, la altura de la lámina de agua en el paso de tiempo 17 se mantiene a una altura de 27.50 m equivalente al nivel de 103 m.s.n.m en el embalse. Adicional el perfil de la lámina de agua en la descarga es igual a 1.00 m en la sección de interés, teniendo en cuenta que el fondo del canal de descarga está localizado en la coordenada “ y_f ” de 0.36 m y la superficie libre del agua se localiza en la coordenada “ y_s ” igual a 1.44 m, siendo la diferencia de las coordenadas mencionadas con anterioridad la altura de la lámina de agua.

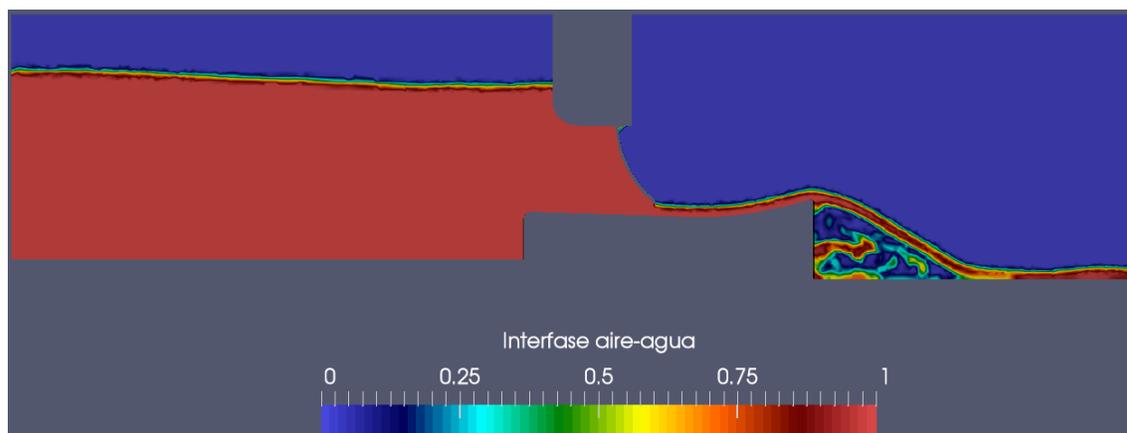


Figura 70. Perfil de la superficie libre del agua simulación estándar
Fuente: (Propia, 2016).

9.2.4 Resultados modelo de turbulencia k- ϵ , modelo con apertura de compuerta del 10%

La energía cinética turbulenta k y la tasa de disipación ϵ se determinaron, para un nivel de embalse constante de 103 m.s.n.m, y una apertura de compuerta del 10% equivalente a 1.30 m.

El perfil de la energía cinética turbulenta k según los resultados del modelo numérico es mayor en el chorro que cae al tanque de confinamiento como se muestra en la Figura 71 que en el resto del dominio computacional, lo anterior debido a las altas velocidades que se presentan en dicho chorro, recordando que el transporte de k por advección se aumenta (ver sección 3.5.2.1). La energía cinética turbulenta k en la sección de interés, puntualmente donde se presentan las velocidades y presiones máximas a lo largo del canal de descarga, es mayor en la superficie libre que en el fondo del canal siendo el valor de ésta igual a $2.40 \text{ m}^2/\text{s}^2$ conociendo que la altura de la superficie libre del agua se presenta a 1.44 m (ver sección 9.2.3).

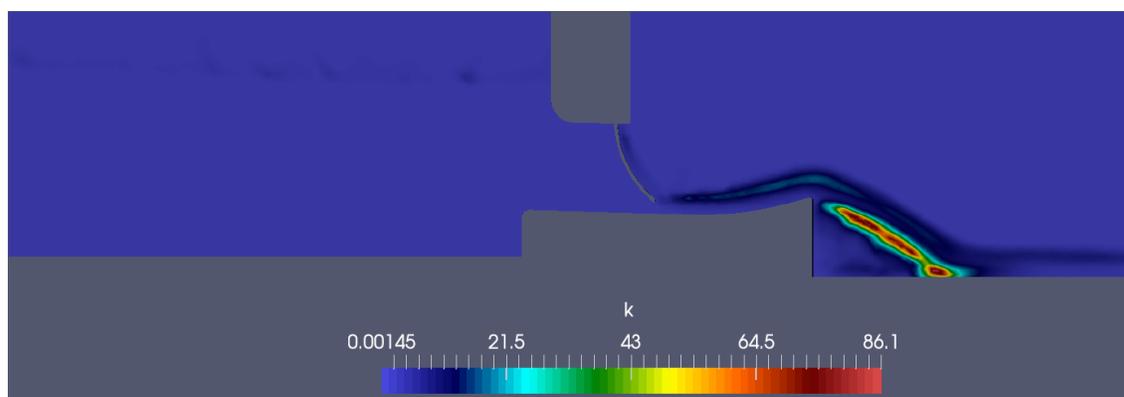


Figura 71. Perfil energía cinética turbulenta simulación estándar
Fuente: (Propia, 2016).

Los resultados obtenidos en la descarga de fondo de la energía cinética turbulenta no son posibles compararlos con las mediciones del modelo físico, ya que estas mediciones en la mayoría de los casos no se realizan a nivel de consultoría, por tal motivo, (INGETEC S.A, 2010) no contiene información al respecto.

Por otra parte, la tasa de disipación de la energía cinética turbulenta ϵ , como se presenta en la Figura 72 es mayor en las zonas donde se presentan altas velocidades. Al igual que k la tasa de disipación de la energía turbulenta ϵ va a aumentar, debido a que el transporte por advección de ϵ será mayor en presencia de altas velocidades

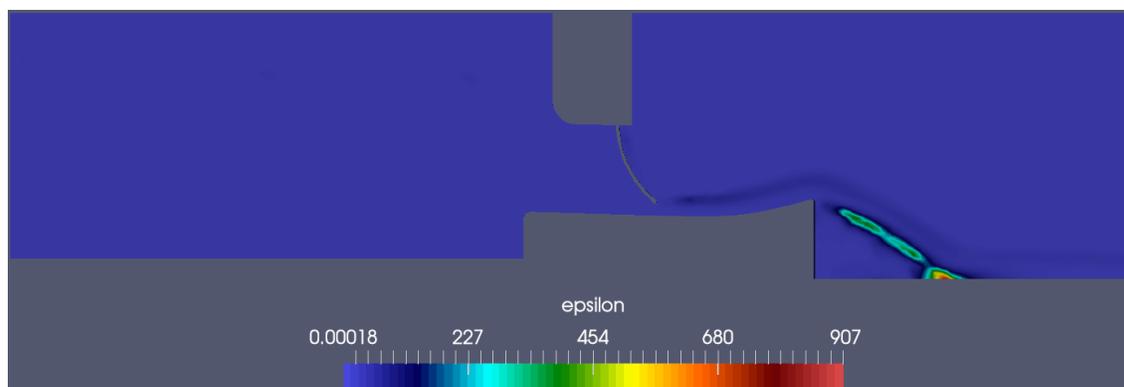


Figura 72. Perfil tasa de disipación energía cinética turbulenta simulación estándar
Fuente: (Propia, 2016).

Los resultados obtenidos en la descarga de fondo de la tasa de disipación de la energía cinética turbulenta no son posibles compararlos con las mediciones del modelo físico, ya que estas mediciones en la mayoría de los casos no se realizan a nivel de consultoría, por tal motivo, (INGETEC S.A, 2011) no contiene información al respecto.

En la sección de interés los resultados de k - ϵ van a ser mayores en las zonas donde se presentan mayores velocidades del flujo, puntualmente en la superficie libre del agua o la interfaz aire-agua, y serán menores en las zonas donde las velocidades son de baja magnitud como es el caso de la zona por donde se transporta la fase de aire y cerca al

fondo del canal. Lo anterior se debe a que la velocidad transporta a $k-\epsilon$ por advección, motivo por el cual su magnitud dependerá directamente de la velocidad hablando en términos matemáticos.

9.3 Resultados modelo numérico con apertura de compuerta del 100% con parámetros estándar del modelo de turbulencia $k-\epsilon$.

La simulación fue desarrollada para un caso semejante al presentado en la sección 9.2, resolviendo las ecuaciones RANS (ver sección 3.5), implementando el modelo de turbulencia $k-\epsilon$ y haciendo seguimiento a la superficie libre del agua utilizando el método VOF (ver sección 3.7). Dicho modelo se realizó para un Nivel Máximo de Creciente de 107.00 m.s.n.m con una apertura de compuertas del 100% equivalente a 13.00 m. Éste se simuló hasta alcanzar el estado estacionario manteniendo el nivel del embalse constante en cada paso de tiempo (ver Figura 73).

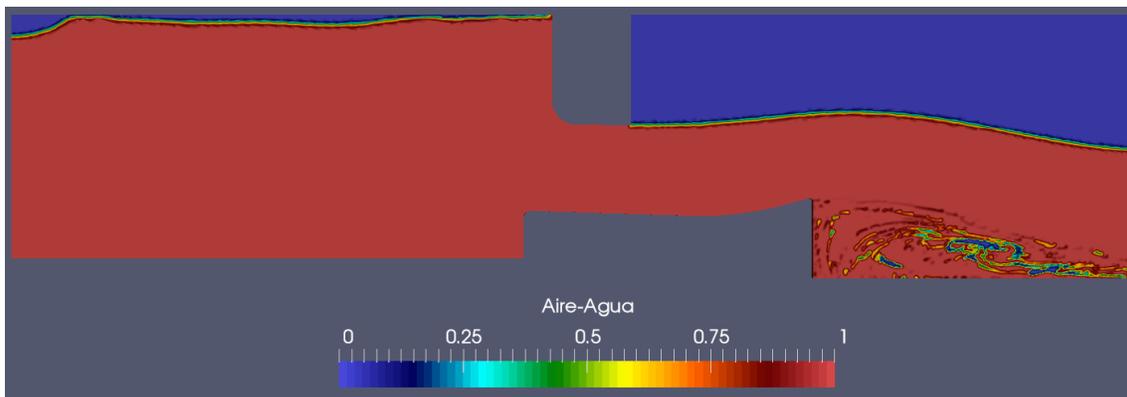


Figura 73. Perfil superficie libre del agua con apertura de compuerta del 100%.
Fuente: (Propia, 2016).

Las condiciones de contorno para el presente modelo, son semejantes al modelo numérico presentado en la sección 7.6. La modificación se realizó en la frontera denominada “*entrada*” del modelo para la velocidad, la cual requiere un caudal de ingreso al dominio igual a $290 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$, siendo ésta del tipo “*flowRateInletVelocity*” (OpenFOAM, 2016), la cual se conoce como Dirchlet.

La condición inicial del método para hacer seguimiento a la superficie libre se modificó debido a que el nivel del embalse varió de 103.00 m.s.n.m equivalente a 27.55 m desde el fondo del embalse a un nivel de 107.00 m.s.n.m equivalente a 31.55 m desde el fondo.

	U	P	k	ϵ
Estándar	m/s	m.c.a	m^2/s^2	m^2/s^3
	19.02	14.48	4.40	50.67

Tabla 24. Resultados simulación con parámetros estándar
Fuente: (Propia, 2016).

Los resultados obtenidos en el modelo numérico se determinaron para cada una de las variables que hacen parte de las ecuaciones de gobierno. Se estableció una sección de control en el dominio computacional, que permite comparar los resultados de las variables, que se encuentran contenidas en la Tabla 23, con los del modelo a escala. La sección de control se establece entre los puntos con las siguientes coordenadas (99, 6) y (99, 7.5) como se observa con la línea roja en la Figura 67, a 4 m de la descarga de la compuerta. La sección anterior se eligió teniendo en cuenta que es el punto donde se presentan las máximas velocidades y presiones a lo largo del canal de descarga con deflector de 15°.

9.3.1 Resultados de la velocidad, modelo con apertura de compuerta del 100%

En la sección 5.1.6 se presentaron los resultados obtenidos en el modelo físico para las velocidades (ver Tabla 12). Las mediciones de velocidad obtenidas con el minimolinete se tomaron al final del canal de descarga como se muestra en la Figura 75, por lo tanto para poder realizar una comparación fue necesario determinar las velocidades obtenidas con la simulación numérica en la misma sección. Las velocidades en el modelo físico se midieron a tres profundidades en cada uno de los tres vanos (ver Figura 97).

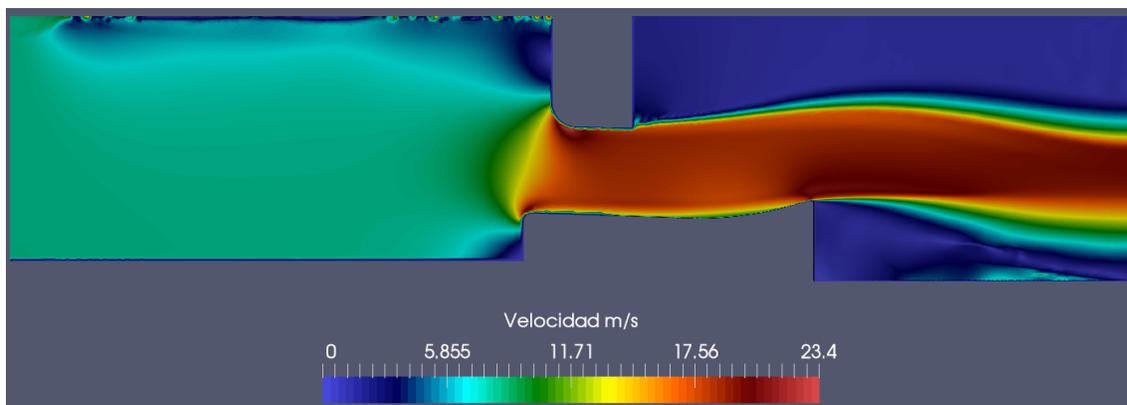


Figura 74. Perfil de velocidad compuerta 100%
Fuente: (Propia, 2016).

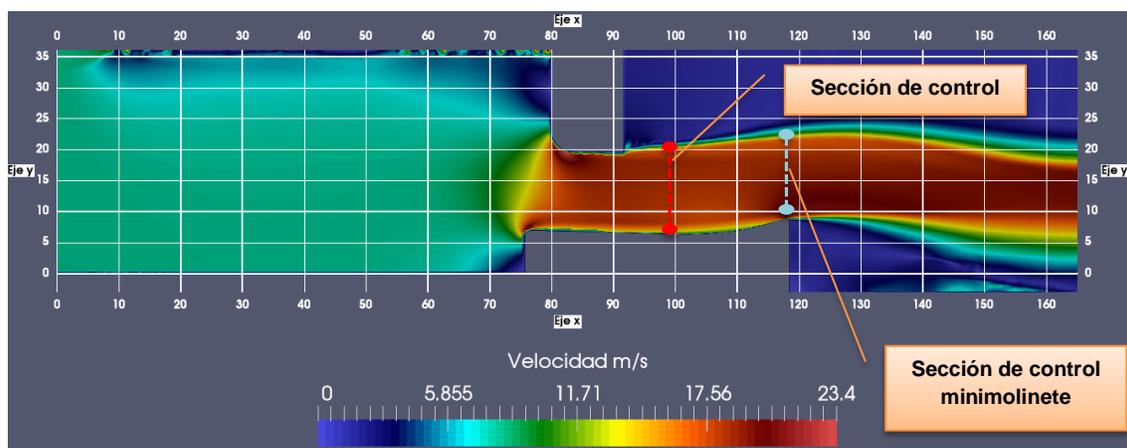


Figura 75. Sección de medición de velocidades con minimolinete
Fuente: (Propia, 2016).

Para un nivel de embalse de 107.00 m.s.n.m, se tienen registros de velocidades del modelo físico para cada uno de los vanos. De igual forma, se cuenta con los registros de caudales medidos con el vertedero rectangular suprimido (ver sección 5.1.6) y la altura de la superficie libre del agua, la cual es igual a 11.56 m en la sección de interés. Por lo tanto, si el caudal registrado para una apertura de compuerta del 100% es igual a 1657.00 m³/s (ver Tabla 10) y conociendo la sección hidráulica en el sitio de interés igual 9.70 m de ancho por de altura de lámina de agua, la velocidad característica en la sección es igual 14.77 m/s. Por otra parte, los registros de velocidad obtenidos al final del canal de descarga reportan una velocidad de 19.02 m/s, este punto coincide con los registro de medición realizados con minimolinete en el modelo físico, (ver Figura 75).

9.3.2 Resultados de la presión, modelo con apertura de compuerta del 100%

Las presiones que se midieron en el modelo físico son las que se presentan en la sección 5.1.6, las cuales se obtuvieron a partir de piezómetros embebidos en el fondo del canal de descarga como se muestra en la Figura 37. Los piezómetros miden la presión del fluido o presión total, que a la vez se compone de la presión dinámica más la presión hidrostática. Por lo tanto, es menester realizar la comparación entre las mediciones del modelo físico con los resultados obtenidos de la modelación numérica.

Las condiciones que se desarrollaron para el modelo numérico son las expuestas en la sección 5.1.6.3, las cuales son para un nivel de embalse de 107.00 m.s.n.m y una apertura de compuertas del 100% como se muestra en la Tabla 13. Las mediciones se realizaron a lo largo del canal de descarga en las abscisas mostradas en la Figura 37, presentando los resultados que se muestran en la Tabla 25.

Las mediciones de presión que se realizaron con el modelo físico se obtuvieron resultados de presión; las cuales, posteriormente se compararon con base en el error relativo con los resultados del modelo numérico para cada uno de los vanos.

Como se puede observar en la Figura 69 no se presentan presiones negativas que produzcan cavitación a lo largo del canal a excepción del extremo del mismo, puntualmente al final del deflector. Las mayores presiones se generan en la zona de embalse, ya que en ésta se generan los mayores gradientes de presión debido a la hidrostática. En la sección de interés la presión máxima que se presenta es igual a 12.64 m.c.a a 19.49 m.c.a, los resultados del modelo físico y numérico se presentan en la Tabla 25.

Punto de medida	Abscisa m físico	Abscisa m numérico	Presión modelo numérico		Presión máxima modelo físico	
			Pa	m.c.a	m.c.a	m.c.a
Vano A	-2.214	93.40	131438.00	13.40	12.56	12.64
	3.633	99.25	141052.00	14.38	17.76	17.93
	9.480	105.09	151386.00	15.43	16.78	17.14
	15.327	110.94	144478.00	14.73	17.02	17.69
Vano B	-2.214	93.40	131438.00	13.40	19.07	19.49
	3.633	99.25	141052.00	14.38	16.70	16.86
	9.480	105.09	151386.00	15.43	13.72	16.45
	15.327	110.94	144478.00	14.73	17.92	18.05
Vano C	-2.214	93.40	131438.00	13.40	18.38	18.88
	3.633	99.25	141052.00	14.38	17.15	16.77
	9.480	105.09	151386.00	15.43	16.67	16.80
	15.327	110.94	144478.00	14.73	18.52	18.62

Tabla 25. Comparación presiones modelo numérico vs modelo físico
Fuente: (Propia, 2016).

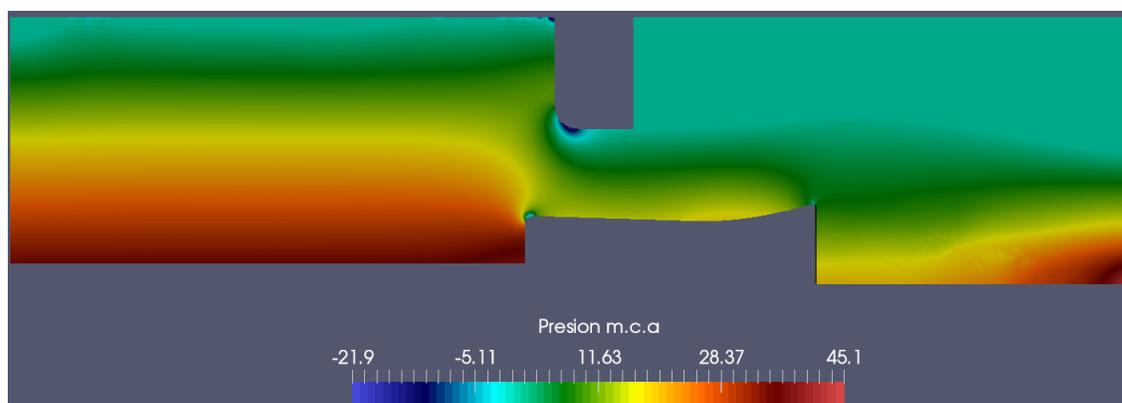


Figura 76. Perfil de presiones compuertas 100% abiertas
Fuente: (Propia, 2016).

9.3.3 Resultados de la velocidad de descarga por búsqueda exhaustiva

Originalmente se realizó una variación de los parámetros del modelo de turbulencia $k-\epsilon$, con base en el método de búsqueda exhaustiva, donde su criterio de selección fue la distribución de probabilidad uniforme para cualquier simulación. Inicialmente se definieron unos umbrales de los parámetros, los cuales contaban con 5 datos cada uno. Para realizar la búsqueda exhaustiva se desarrolló un “Script” que modifica los parámetros del archivo fuente del modelo de turbulencia en OpenFOAM, realiza todas las combinaciones posibles de los 5 datos de cada umbral definido para cada parámetro del modelo de turbulencia, posteriormente compila nuevamente el modelo de turbulencia, ejecuta la simulación y almacena los resultados obtenidos en archivos comprimidos.

9.3.3.1 Script búsqueda exhaustiva

A continuación se presenta el “script” que se utilizó para poder realizar la búsqueda exhaustiva modificando los parámetros y ejecutando la simulación estándar una y otra vez, hasta realizar todas las combinaciones posibles de los 5 datos definidos para cada parámetro del modelo de turbulencia. El “*script*” se explica paso a paso a continuación:

```
#!/bin/bash
echo $(clear)
```

```
s=0
```

- ❖ Definición de los umbrales para cada uno de los parámetros del modelo de turbulencia, teniendo en cuenta que las modificaciones que se han realizado para dichos parámetros no están muy lejos de los valores estándar definidos por (Launder and Sharma, 1974), (ver Tabla 3)

```
Cu=          (0.08 0.085 0.09 0.095 0.10)
C1=          (1.30 1.35 1.40 1.45 1.50)
C2=          (1.91 1.92 1.93 1.94 1.95)
sigmaEps=    (1.20 1.30 1.40 1.50 1.60)
```

- ❖ Localización del directorio donde se encuentra el archivo fuente para proceder a modificar cada uno de los parámetros del modelo de turbulencia.

```
Turbulence2=/home/cfd/OpenFOAM/OpenFOAM-
3.0.0/src/TurbulenceModels/turbulenceModels/RAS/kEpsilon/kEpsilon.C
```

- ❖ Localización del directorio donde se encuentra el compilador del modelo de turbulencia k- ϵ . Lo anterior es importante, debido a que es necesario compilar las modificaciones realizadas a los parámetros del modelo de turbulencia, con el de que las reconozca el programa en el momento de ejecutar la simulación.

```
Compile2=/home/cfd/OpenFOAM/OpenFOAM-3.0.0/src/TurbulenceModels
```

- ❖ La búsqueda exhaustiva consiste en generar todas las combinaciones posibles de los 5 datos definidos para cada umbral. Para este caso si se modificaron 4 parámetros realizando el método de búsqueda exhaustiva se obtuvieron 625 simulaciones, o sea 625 datos de velocidad. La búsqueda exhaustiva se realizó en el “script” con base en 4 ciclos For como se presenta a continuación:

```
for ((i=0; i<=4; i++))
do
  for ((j=0; j<=4; j++))
  do
    for ((k=0; k<=4; k++))
    do
      for ((l=0; l<=4; l++))
      do

let s=s+1
```

- ❖ Para poder modificar los parámetros del modelo de turbulencia, es menester tener permisos de súper usuario, por tal motivo, se usa el comando “sudo” y se realiza la modificación correspondiente en el número de línea que se encuentre ubicado el valor de cada parámetro dentro del archivo fuente.

```
sudo sed -i "111s/.*/${Cu[$i]}/g" $Turbulence2
sudo sed -i "120s/.*/${C1[$j]}/g" $Turbulence2
sudo sed -i "129s/.*/${C2[$k]}/g" $Turbulence2
sudo sed -i "156s/.*/${sigmaEps[$l]}/g" $Turbulence2
```

- ❖ Con el comando presentado a continuación se implementa para ejecutar la compilación del modelo de turbulencia, posterior a modificar el archivo fuente.

```
cd $Compile2
./Allwmake
```

- ❖ Luego de modificar los parámetros y compilar el modelo de turbulencia es menester localizar el directorio de origen donde se encuentra la configuración inicial del caso de estudio, para simular ésta una y otra vez pero con combinaciones de los parámetros diferentes.

```
Origen=/home/cfd/OpenFOAM/cfd-2.3.1/run/Vegona
echo cd $Origen
```

- ❖ Se genera una copia de la carpeta donde se encuentra la configuración inicial del caso de estudio, puntualmente el vertedero de la hidroeléctrica la Vegona, para iniciar su simulación, donde dicha copia tiene una numeración continua denominada “s”.

```
cp -r /$Origen/BASE /$Origen/$s
```

- ❖ Posterior a generar la copia de la carpeta donde se encuentra la configuración inicial del modelo, se procede localizar el directorio donde quedó dicha copia y así dar paso al inicio de la simulación.

```
nOrigen= cd $Origen/$s
```

- ❖ Para concluir se ejecuta la simulación y se almacenan los resultados en archivos comprimidos con el fin de optimizar al máximo el espacio del disco duro que se tenga disponible.

```
echo $nOrigen
echo $(setFields)
echo $(decomposePar)
echo $(mpirun -np 8 interFoam -parallel)
echo $(reconstructPar)
echo $(tar -czf /home/cfd/OpenFOAM/cfd-2.3.1/run/Vegona/Sim-$s.tar.gz
/home/cfd/OpenFOAM/cfd-2.3.1/run/Vegona/$s)
echo $(rm -rf /home/cfd/OpenFOAM/cfd-2.3.1/run/Vegona/$s)
```

```
done
```

done
done
done

9.3.4 Resultados obtenidos búsqueda exhaustiva

Se obtuvieron 625 resultados de la búsqueda exhaustiva que se realizó para los umbrales presentados en la sección 9.3.3.1, donde se encontró que las velocidades en la sección de interés (ver Figura 67), no presentan mayores variaciones comparadas con los resultados obtenidos en el modelo estándar presentado en la sección 9.2. La velocidad máxima de las 625 simulaciones fue de 18.4572 m/s y la mínima es de 18.4539 m/s para el paso de tiempo 17, presentando una diferencia entre la máxima y la mínima de 0.0033 m/s, lo cual no es significativo, ni tampoco útil para poder desarrollar la metodología de calibración, teniendo en cuenta que la diferencia de velocidad entre el modelo numérico y el modelo físico presentadas en la simulación desarrollada con los parámetros estándar (ver sección 9.2), es de aproximadamente del 18.94 %.

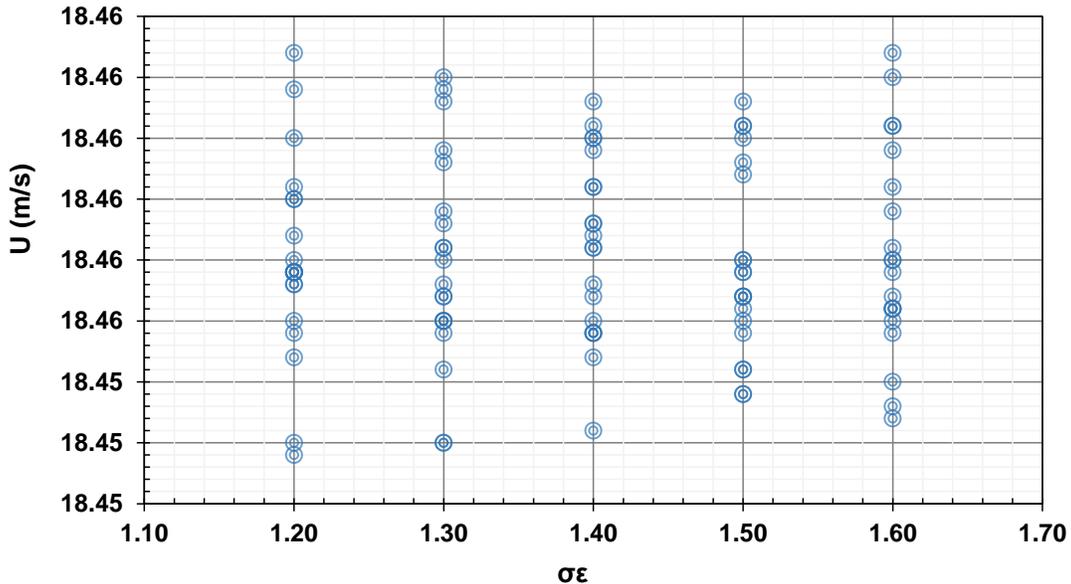


Figura 77. Búsqueda exhaustiva σ_ϵ
Fuente: (Propia, 2016).

Como se observa en la Figura 77 el parámetro σ_ϵ o constante turbulenta de Prandlt, se varió de 1.20 a 1.60 siendo el parámetro estándar definido por (Launder and Sharma, 1974) de 1.30, teniendo variaciones de la velocidad que oscilan entre 18.4572 m/s y 18.4539 m/s. En teoría a medida que el valor de σ_ϵ aumenta la difusión de ϵ va a ser menor (ver sección 3.5.2.1), y en caso que σ_ϵ disminuya, la difusión de ϵ va a ser mayor afectando los valores de la viscosidad turbulenta y paralelamente a la velocidad.

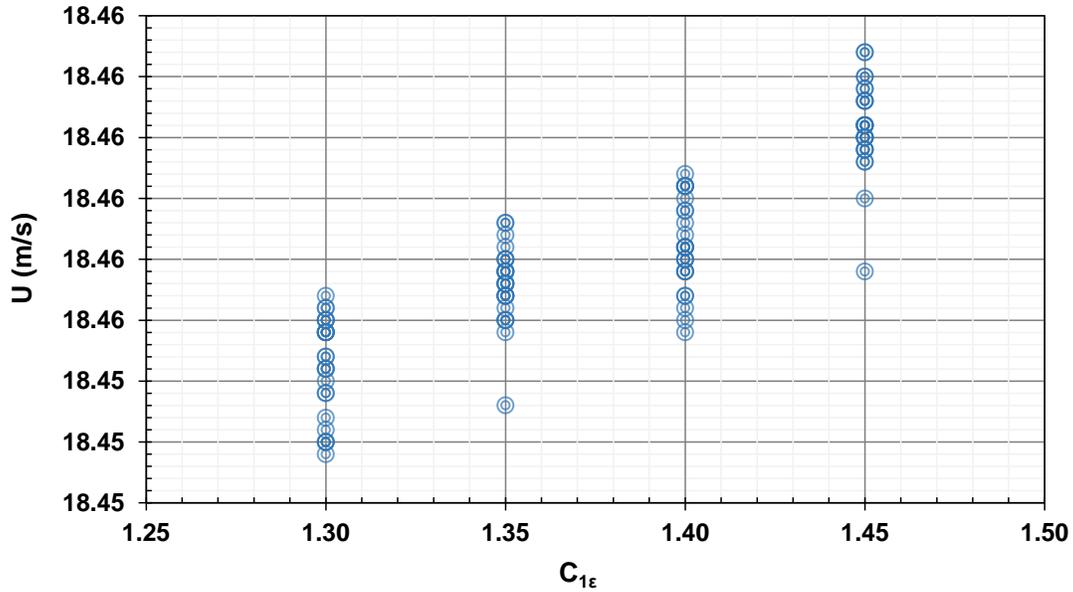


Figura 78. Búsqueda exhaustiva $C_{\epsilon 1}$
Fuente: (Propia, 2016).

Como se observa en la Figura 78 el parámetro $C_{\epsilon 1}$ que depende tanto de la producción como de la destrucción de ϵ se varió de 1.30 a 1.45 siendo el parámetro estándar definido por (Launder and Sharma, 1974) de 1.44, teniendo variaciones de la velocidad que oscilan entre 18.4572 m/s y 18.4539 m/s. En la variación de $C_{\epsilon 1}$ se puede notar que existe una tendencia, que permitiría la calibración del modelo numérico. Sin embargo, esto no se puede concluir hasta no determinar que parámetros es más sensible y cual es más influyente, no solo en la variación de la velocidad, sino de la presión y de más variables de las ecuaciones de gobierno.

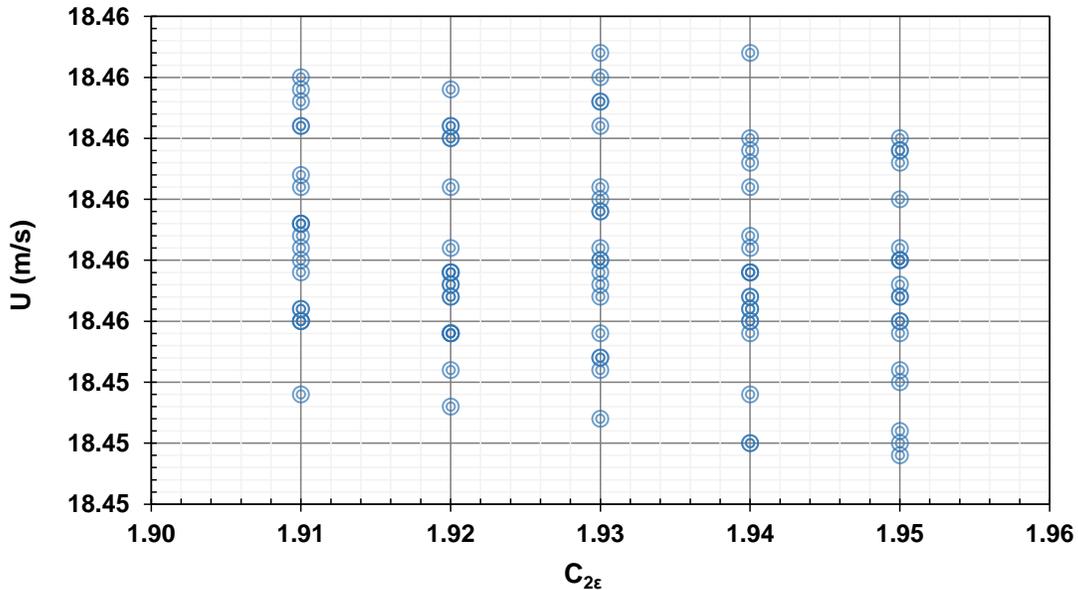


Figura 79. Búsqueda exhaustiva $C_{\epsilon 2}$
Fuente: (Propia, 2016).

En la Figura 79 el parámetro $C_{\epsilon 2}$ que depende únicamente de la destrucción de ϵ , se varió de 1.91 a 1.95 siendo el parámetro estándar definido por (Launder and Sharma, 1974) de 1.92, teniendo variaciones de la velocidad que oscilan entre 18.4572 m/s y 18.4539 m/s.

Acorde con los resultados obtenidos de la modificación de los coeficientes por búsqueda exhaustiva, como se muestra en la Figura 77, Figura 78 y Figura 79, se concluye que las variaciones de la velocidad y presión total, no tienen mayor significancia confrontando estos con las mediciones del modelo físico. De lo anterior se concluye que mediante variaciones cercanas a los valores propuestos en la literatura para cada uno de los parámetros del modelo de turbulencia, se encontró que la combinatoria (búsqueda exhaustiva) de los umbrales definidos no genera variaciones considerables en los resultados de las variables dependientes de las ecuaciones de gobierno. Por consiguiente, se propone aumentar el umbral de variación de cada uno de los coeficientes con el fin de establecer la sensibilidad de cada variable dependiente, con respecto a la modificación de estos.

9.3.5 Análisis de sensibilidad de los coeficientes del modelo de cierre turbulento con apertura de compuerta del 10%

El estudio plantea un análisis de sensibilidad para cada uno los coeficiente que hacen parte del modelo de turbulencia dos ecuaciones $k - \epsilon$, este procedimiento pretende establecer que tan sensible es la respuesta de las variables dependientes, cuyo caso son la velocidad y la presión total, a los cambios en los valores de los coeficientes del modelo de cierre turbulento, de tal forma que se pueda determinar los parámetros más sensibles, y a partir de esto emplearlos para calibrar el modelo numérico con respecto al modelo físico

En concordancia con lo anterior, se generaron 50 simulaciones para cada uno de los parámetros, modificando cada uno por separado y manteniendo el resto constante, permitiendo establecer las tendencias en las velocidades y la presión al generarse cada variación. De esta forma, se fijó una sección de control dentro del dominio computacional, en las coordenadas (99, 6) y (99, 7.5), a 4 metros de la descarga de fondo (ver Figura 67), con el fin de hacer el seguimiento de las variables dependientes y su respectiva respuesta ante la metodología citada, para un Nivel Máximo de Operación de 103 m.s.n.m.

Todos los análisis emplearon la malla de tetraedros MT2 cuyas especificaciones se encuentran en la Tabla 16 y su elección se estableció acorde a la independencia de malla mostrada en la sección 8. A continuación se presentan los umbrales que se definieron para la construcción de la metodología de calibración, donde en la Tabla 26 se muestra que los valore de $C_{1\epsilon}$, $C_{2\epsilon}$, σ_ϵ y σ_k , se modificaron desde su valor estándar hasta un máximo de 50 con el fin de establecer un margen de análisis amplio para el análisis de la sensibilidad de las variables a estudiar, donde éstas son la velocidad y la presión. Caso contrario ocurrió con la constante de proporcionalidad de la viscosidad turbulenta C_μ , cuyo margen de variación se estableció entre 0.01 a 4.00, lo anterior debido a la relación directa con la viscosidad turbulenta.

Resultados más significativos de la modificación de cada uno de los parámetros del modelo de turbulencia, mostrando los umbrales definidos para el análisis.

Parámetros	Estándar	Mínimo	Máximo	Sensibilidad	
				Sí	No
$C_{1\varepsilon}$	1.44	1.44	50	---	X
$C_{2\varepsilon}$	1.92	1.92	50	X	---
σ_ε	1.30	1.30	50	---	X
σ_k	1.00	1.00	50	---	X
C_μ	0.09	0.01	4	X	---

Tabla 26. Umbrales definidos para el análisis de sensibilidad con apertura de compuerta del 10%

Fuente: (Propia, 2016).

A partir del análisis de sensibilidad planteada, se encontró que las variables dependientes de las ecuaciones de gobierno, son más sensibles a la modificación de los parámetros $C_{2\varepsilon}$ y C_μ , presentando una tendencia definida, motivo por el cual se presentaron los resultados de la velocidad, presión y relación al cuadrado de k y ε en las secciones 9.3.5.2 y 9.3.5.3 de forma separada.

Los resultados de la velocidad y presión, producto de las variaciones realizadas a los coeficientes del modelo de turbulencia σ_ε , σ_k y $C_{1\varepsilon}$, se presentan en la siguiente sección, debido a que su variación es oscilatoria sin resultados significativos.

9.3.5.1 Resultados de los parámetro $C_{1\varepsilon}$, σ_ε y σ_k , con apertura de compuerta del 10%

Las variables analizadas al modificar $C_{1\varepsilon}$, fueron la presión y la velocidad, en esta última se observa que al ir realizado la modificación se presenta un comportamiento oscilatorio con proporciones que van desde 18.66 m/s a 18.68 m/s, la cuales son bajas en comparación a la modificación realizada al coeficiente; el mayor cambio presentado está en el rango de 30 a 35 pero sin resultados influyentes en las velocidades.

Los resultados no marcan una estructura que permita definir una tendencia de la velocidad al generar la variación de $C_{1\varepsilon}$, los valores máximos muestra que este valor no tiene efecto sobre la cantidad de movimiento, ya que presenta una desviación estándar de 0.004, esto muestra que se presentan dispersiones bajas con respecto a la media de las velocidades máximas, lo anterior deja claro que la velocidad no es sensible a la modificación de este parámetro, los resultados se observan en la Tabla 27 y Figura 80.

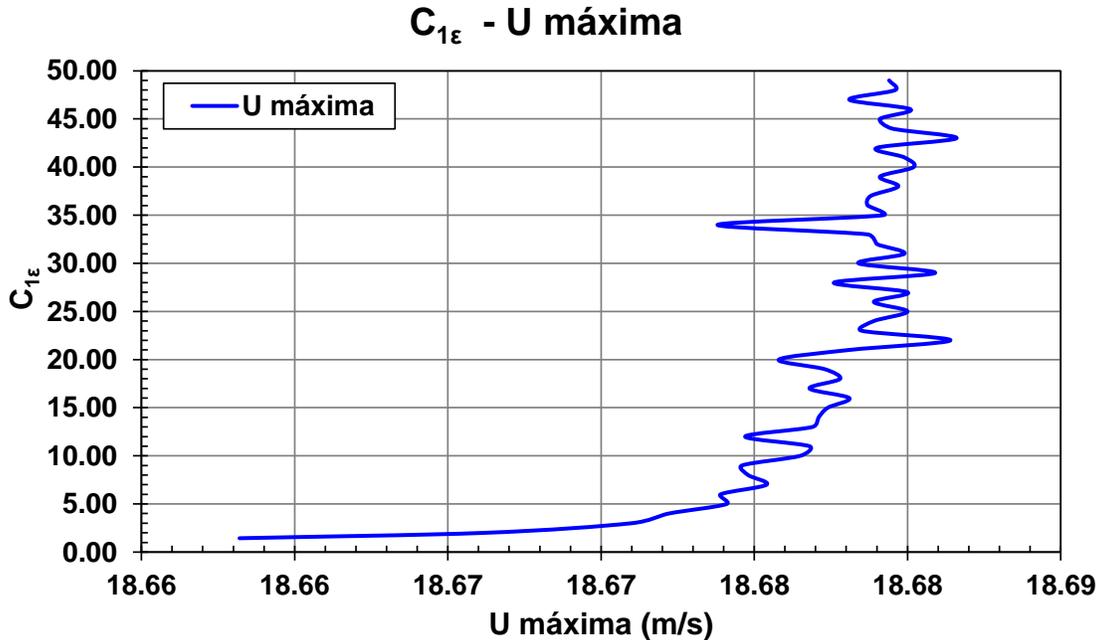


Figura 80. Resultados de la velocidad, según la variación de $C_{1\epsilon}$, con apertura del 10%
Fuente: (Propia, 2016).

Parámetros	Estándar	Mínimo	Máximo	Sensibilidad		U		P	
				Sí	No	Máxima (m/s)	Mínima (m/s)	Máxima (m.c.a)	Mínima (m.c.a)
$C_{1\epsilon}$	1.44	1.44	50		X	18.68	18.66	1.60	1.5
$\sigma\epsilon$	1.30	1.30	50		X	18.66	18.65	1.59	1.59
σk	1.00	1.00	50		X	18.66	18.65	1.59	1.58

Tabla 27. Resultados de las variables, producto de la variación de $C_{1\epsilon}$, σk y $\sigma\epsilon$ con apertura del 10%
Fuente: (Propia, 2016).

Según lo reportado en la literatura (Pope, 2000); (Davidson and others, 2015), el $C_{1\epsilon}$, se determina experimentalmente mediante el ensayo de malla turbulenta “*grid turbulence*”, el cual se desarrolla para un fluido turbulento homogéneo, analizando el comportamiento de la capa límite turbulenta en la parte logarítmica, donde se desprecia el término advectivo y difusivo. $C_{1\epsilon}$, se encarga tanto de la de producción y destrucción de la disipación de la energía cinética turbulenta ϵ , por lo anterior, se genera un equilibrio entre la producción y destrucción de ϵ , que al calcular la viscosidad turbulenta no genera un cambio en la cantidad de movimiento, manteniendo unas proporción que evita que la velocidad sea modificada considerablemente, sin una tendencia definida.

El mismo análisis se presentó en la presión total en el fondo del canal de descarga, observando que al variar $C_{1\epsilon}$, se presenta un aumento de 0.007 m.c.a cuando el valor de $C_{1\epsilon}$, está entre 1.44 y 2.00 siendo éste el mayor gradiente en todo el análisis, lo cual se observa en la Figura 81. A partir de 2 la variación de la presión se mantiene oscilante entre 1.59 m.c.a a 1.60 m.c.a. Al igual que la velocidad, el comportamiento de la presión en el punto de análisis no demostró ser marcada y su estructura tiene una disposición variable dentro

de los rangos mencionados, que no permite obtener una propensión al ser modificado el coeficiente.

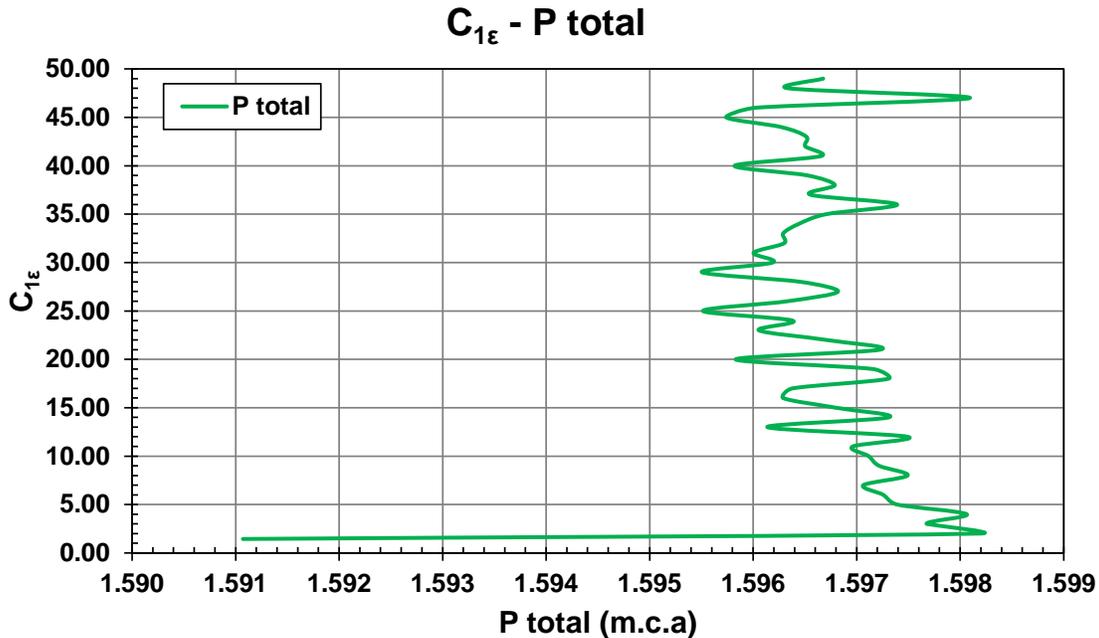


Figura 81. Resultados de la presión, acorde a el análisis de sensibilidad del coeficiente $C_{1\epsilon}$, con apertura de compuerta del 10%
Fuente: (Propia, 2016).

Al realizar el mismo procedimiento a los parámetros turbulentos de Prandlt σ_ϵ y σ_k , se presentó un comportamiento fluctuante en la velocidad y la presión al hacer la variación paulatina de los parámetros turbulentos en el umbral definido en la Tabla 27, presentando variaciones entre 18.66 m/s a 18.65 m/s para la velocidad en ambos casos y valores de presión que van desde 1.58 m.c.a a 1.59 m.c.a. Los resultados no marcan una estructura definida que permita marcar una tendencia de la velocidad y presión al modificar cada parámetro. Los valores máximos muestra que este valor no tiene efecto sobre la cantidad de movimiento, ya que presenta una desviación estándar de 0.004, esto muestra que se presentan dispersiones bajas con respecto a la media de los resultados de la velocidad y presión, lo anterior deja claro que las variables estudiadas, no son sensibles a la modificación de los parámetros. Los resultados se observan en la Figura 82.

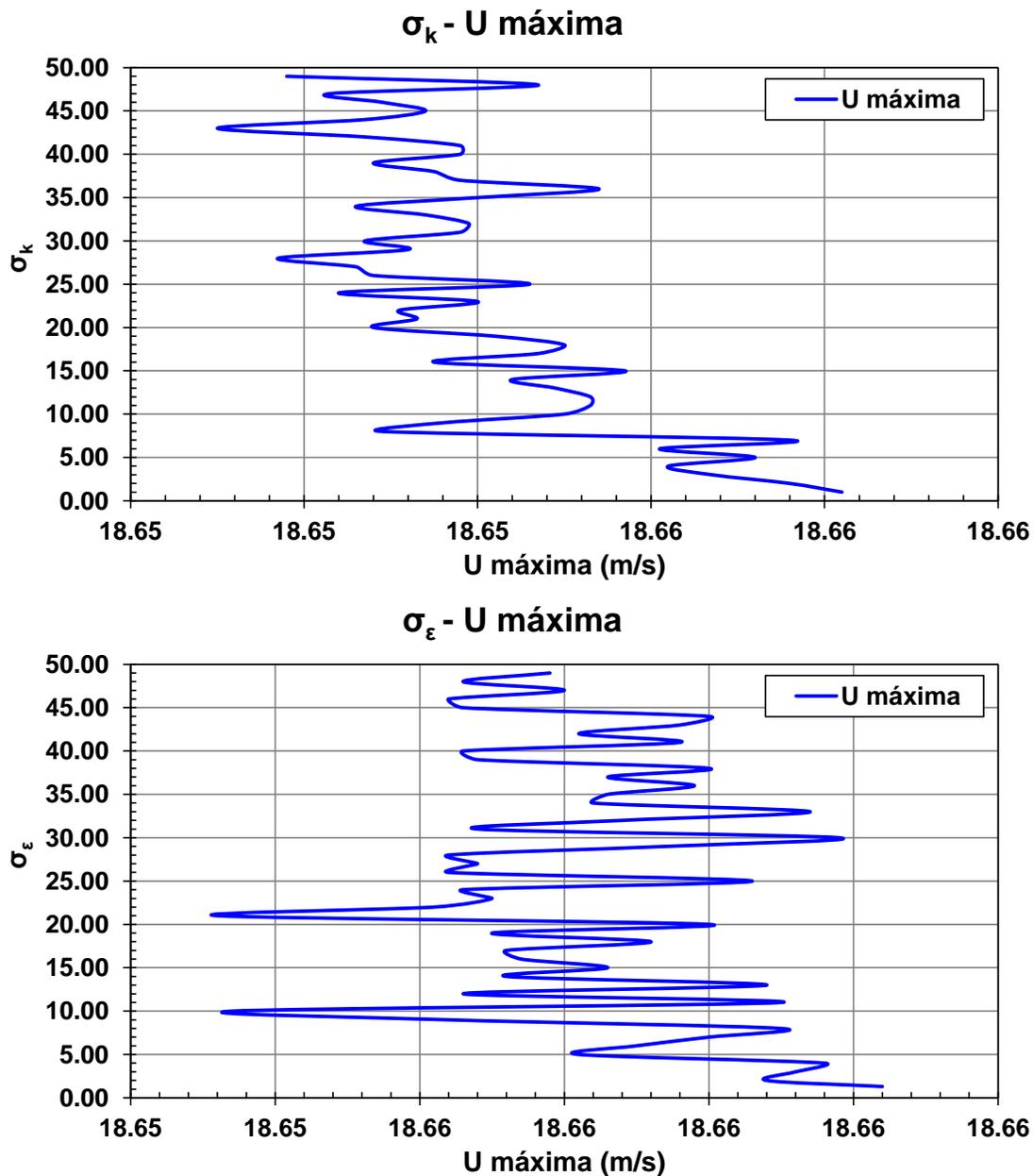


Figura 82. Resultados con apertura de compuerta del 10%, a) Resultados de la presión, acorde al análisis de sensibilidad del coeficiente σ_k , b) Resultados de la presión, acorde al análisis de sensibilidad del coeficiente σ_ε .

Fuente: (Propia, 2016).

Este coeficiente parte de valores ajustados a los resultados experimentales de un gran rango de flujos turbulentos como capa límite turbulenta, flujos turbulentos en canales, tuberías, entre otros, (Tu et al., 2007) dada participación del coeficiente dentro de las ecuaciones de gobierno, al aumentar este coeficiente se tiene una disminución de la difusión de k y ε , bajando el peso de participación de estos componentes dentro de las ecuaciones. Las variaciones generadas de estos coeficientes generan una estructura inestable y variable de los parámetros que no permite definir una tendencia. Se observa que k y ε sufren una disminución de la magnitud al ser modificado σ_ε pasando de $7.87 \text{ m}^2/\text{s}^2$

a $4.71 \text{ m}^2/\text{s}^2$ y $30.70 \text{ m}^3/\text{s}^3$ $17.14 \text{ m}^3/\text{s}^3$, respectivamente dejando ver la alta variabilidad de los resultados. Cabe mencionar que las variaciones de ambos tiene un asimetría hacia la derecha lo que indica que hay un aumento de los valores a pesar de la estructura inestable presentada, la forma de la destrucción y la generación turbulenta cinética, muestra una compensación entre los dos parámetros, que al ser relacionados no presenta una modificación relevante de viscosidad turbulenta.

9.3.5.2 Resultados del parámetro $C_{2\varepsilon}$, con apertura de compuerta del 10%

Al analizar la velocidad una vez ejecutada la modificación de los valores del parámetro $C_{2\varepsilon}$ se marcó un comportamiento monótonico para la velocidad, ya que la magnitud de ésta disminuye medida que el coeficiente incrementa. Estas disminuciones de la velocidad desde $C_{2\varepsilon} = 1.44$, tiene rangos que van desde 18.66 m/s a 16.02 m/s , lo equivalente a una disminución de la velocidad del orden de 2.57 m/s , como se aprecia en la Figura 83 y en la Tabla 28. Es evidente un comportamiento que mantiene una tendencia polinómica de segundo orden a lo largo de todo el análisis, mostrando que la velocidad es proporcional a la variación del coeficiente.

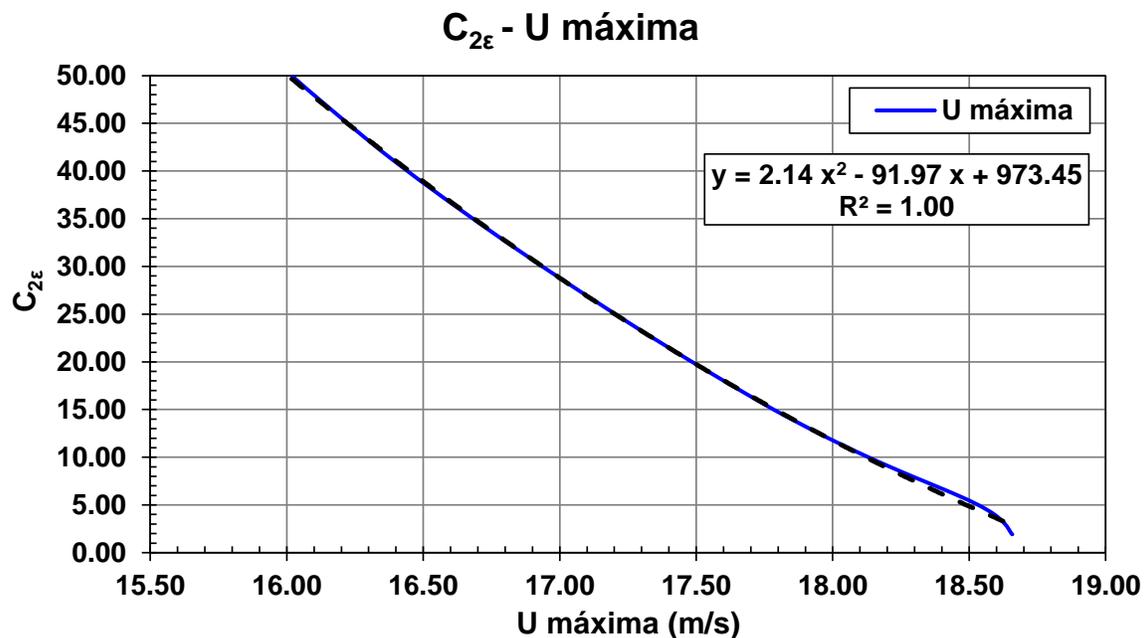


Figura 83. Resultados de la velocidad, acorde a el análisis de sensibilidad del coeficiente $C_{2\varepsilon}$, con apertura de compuerta del 10%
Fuente: (Propia, 2016).

Parámetros	Estándar	Mínimo	Máximo	Sensibilidad		U		P	
				Sí	No	Máxima	Mínima	Máxima	Mínima
						(m/s)		(m.c.a)	
$C_{2\varepsilon}$	1.92	1.92	50	X		18.66	16.02	1.59	1.16

Tabla 28. Resultados de las variables, producto de la variación de $C_{2\varepsilon}$, con apertura de compuerta del 10%
Fuente: (Propia, 2016).

(Pope, 2000); (Davidson and others, 2015), mencionan que $C_{2\varepsilon}$, se determina experimentalmente mediante el ensayo de malla turbulenta “*grid turbulence*”, el cual se desarrolla para un fluido turbulento homogéneo, analizando el comportamiento de la capa límite turbulenta en la parte logarítmica, donde se desprecia el término advectivo y difusivo encargándose únicamente de la destrucción de ε . Este parámetro aumenta la cantidad de destrucción de disipación de la energía cinética turbulenta, que junto con los términos viscosos moleculares permiten una disminución paulatina de ε a medida que $C_{2\varepsilon}$ crece, dejando de ser importante el transporte de ε , por la destrucción del mismo y como consecuencia se genera un aumento en la viscosidad turbulenta que a su vez difunde la cantidad de movimiento. Este término permite tener una relación con la disminución de la velocidad, como se aprecia en la Figura 83.

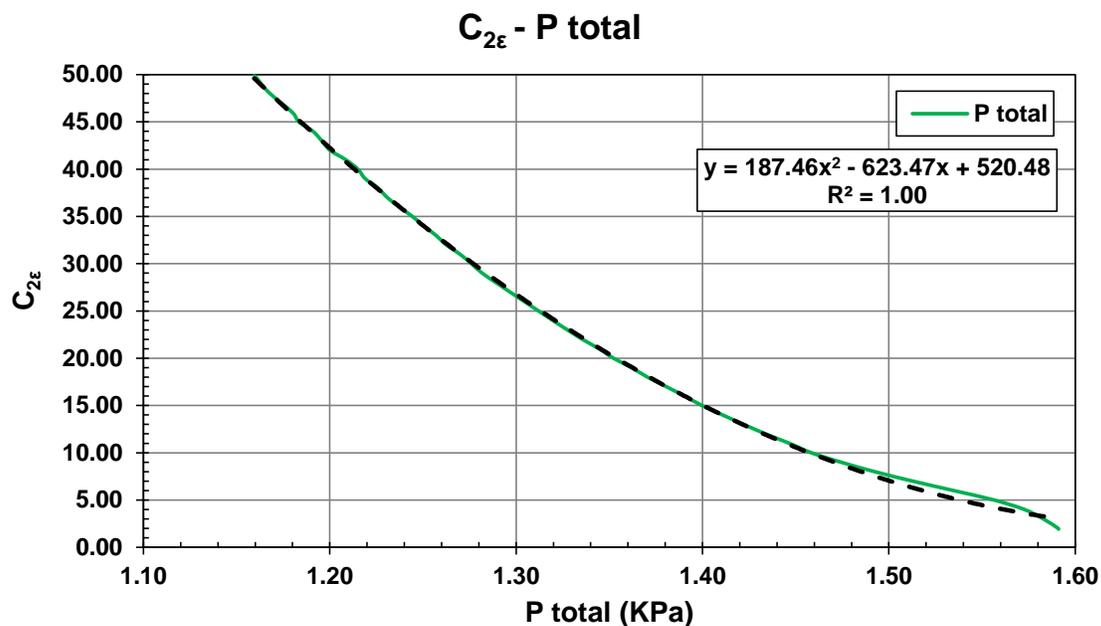


Figura 84. Resultados de la presión, acorde a el análisis de sensibilidad del coeficiente $C_{2\varepsilon}$, con apertura de compuerta del 10%
Fuente: (Propia, 2016)

Al analizar la presión una vez ejecutada la modificación de los valores del parámetro $C_{2\varepsilon}$ se marcó un comportamiento monotónico para ésta, ya que la magnitud de ésta disminuye medida que el coeficiente incrementa. Estas disminuciones van desde $C_{2\varepsilon} = 4.00$, tiene rangos que van desde 1.16 m.c.a hasta 1.59 m.c.a, lo equivalente a una disminución de la presión del orden de 0.43 m.c.a, como se aprecia en la Figura 85 y en la Tabla 28. Es evidente un comportamiento que mantiene una tendencia polinómica de segundo orden a lo largo de todo el análisis, mostrando que la presión es proporcional a la variación del coeficiente.

Como se observa en la Figura 85, a medida que se va destruyendo ε debido al aumento de $C_{2\varepsilon}$, la relación del cuadrado de k sobre ε , presenta un comportamiento monotónico ascendente, lo que indica que la viscosidad turbulenta aumenta paulatinamente en forma

polinómica de segundo orden, demostrando una estructura y dependencia marcada de la variable.

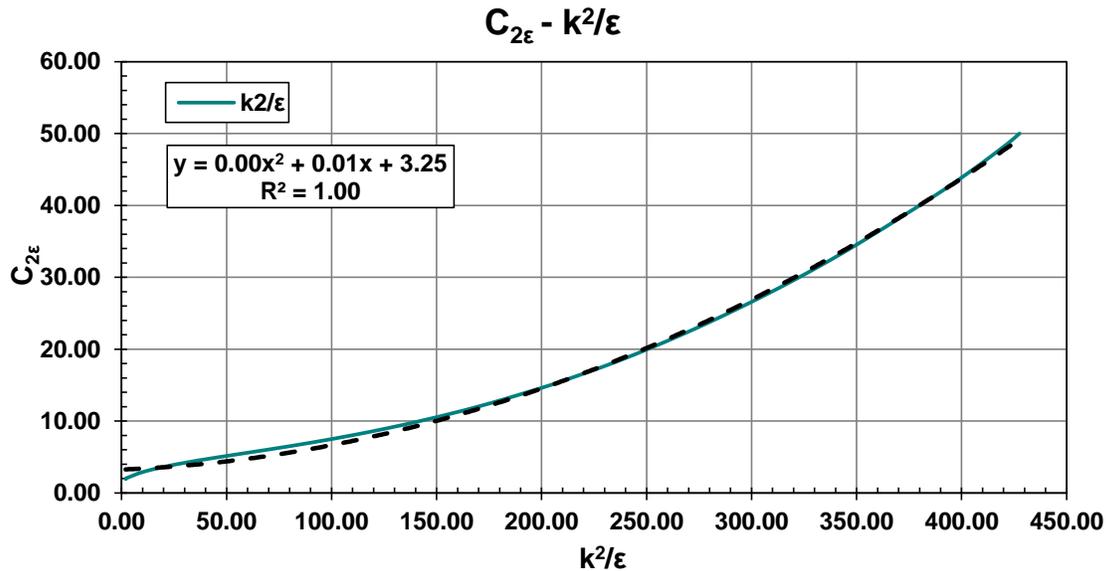


Figura 85. Resultados de k^2/ϵ , acorde a el análisis de sensibilidad del coeficiente $C_{2\epsilon}$ y línea de tendencia del comportamiento, con apertura de compuerta del 10%.
Fuente: (Propia, 2016).

9.3.5.3 Resultados del parámetro C_μ , con apertura de compuerta del 10%

Pese a lo mencionado por (Pope, 2000), se realizó la modificación del valor C_μ , las modificaciones del coeficiente fueron bajas en comparación del resto, las primeras 10 simulaciones permitieron incrementos de 0.01 a los valores hasta 0.1, de ahí en adelante las proporciones de cambio aumentaron 0.1 hasta 4, para un total de 47 simulaciones, este coeficiente por su relación directa con la viscosidad turbulenta dentro de la ecuación, es el que mayor sensibilidad presentó, ya que ésta es la constante de proporcionalidad de la viscosidad turbulenta que penaliza en cierto modo los resultados obtenidos de la relación de k^2 y ϵ .

El resultado de la velocidad se muestra en la Figura 86 y la Tabla 29, describe un comportamiento estructurado que da certeza de una disminución de la velocidad de 18.67 m/s. Cuando se alcanza un valor de C_μ de 4, la variación de la velocidad es de 0.4 m/s, donde la magnitud de la variable muestra una baja dispersión con base a los datos medios. La tendencia de la velocidad que describe las disminuciones de magnitud, es de tipo polinómico de segundo orden con un coeficiente de correlación de 0.99.

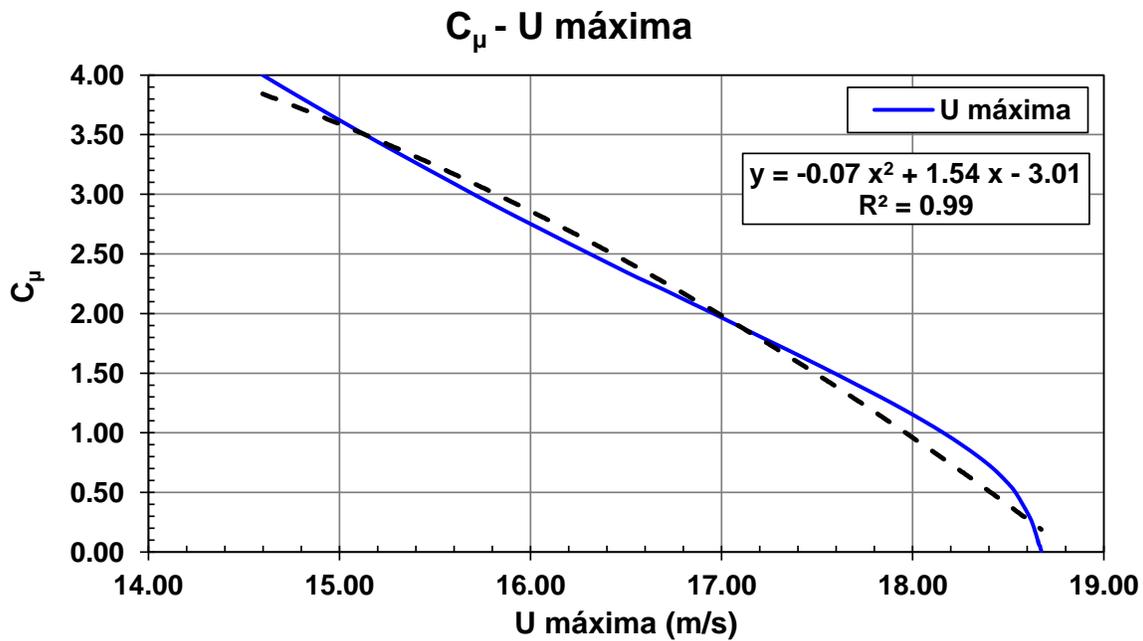


Figura 86. Resultados de la velocidad, acorde a el análisis de sensibilidad del coeficiente C_μ, con apertura de compuerta del 10%
Fuente: (Propia, 2016).

Parámetros	Estándar	Mínimo	Máximo	Sensibilidad		U		P	
				Sí	No	Máxima	Mínima	Máxima	Mínima
						(m/s)		(m.c.a)	
C _μ	0.09	0.01	4	X		18.65	14.60	1.59	1.08

Tabla 29. Resultados de las variables, producto de la variación de C_μ, con apertura de compuerta del 10%
Fuente: (Propia, 2016).

En la Figura 87, se muestra un comportamiento de disminución de la presión hasta C_μ de 2.20, permitiendo generar una relación de reducción para la variable hasta un valor de presión de 1.08 m.c.a, después se presenta un punto de inflexión donde las presión tiene un incremento influenciado por una disminución excesiva de las velocidades que ocasiona que la energía cinética en esos puntos disminuya con la variación de C_μ.

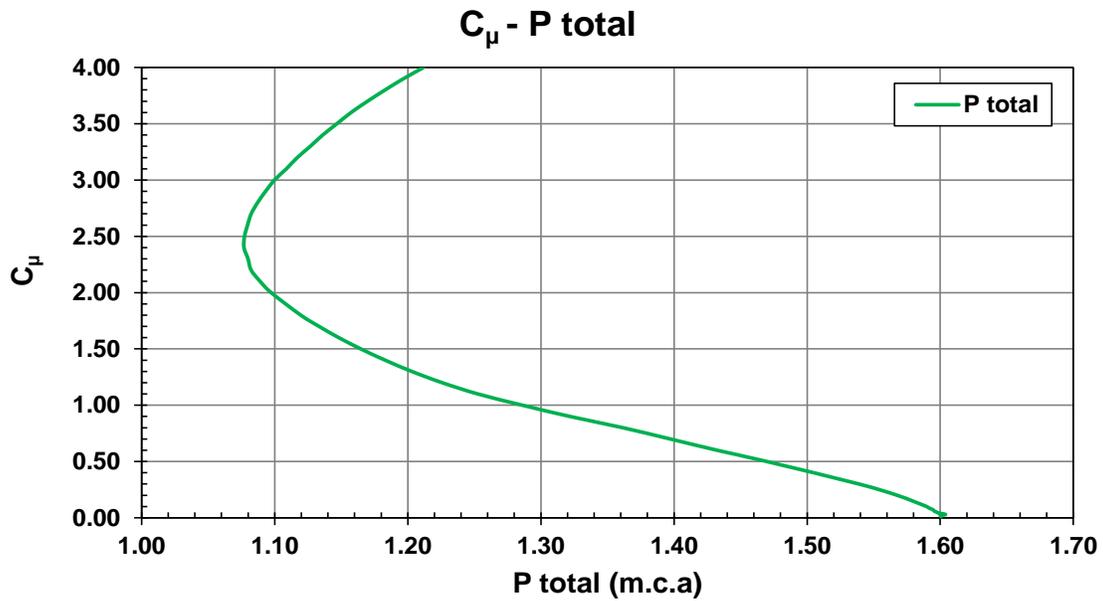


Figura 87. Resultados de la presión, acorde a el análisis de sensibilidad del coeficiente C_{μ} , con apertura de compuerta del 10%.
Fuente: (Propia, 2016).

La Figura 88, muestra la variación de ϵ , donde la tasa de destrucción de la energía cinética turbulenta aumenta considerablemente hasta las primeras 21 simulaciones, correspondiente a un valor de 1.3 de C_{μ} , el incremento obtenido fue de $131.59 \text{ m}^2/\text{s}^3$, con respecto a los $30.70 \text{ m}^2/\text{s}^3$, obtenidos con el valor por defecto de 0.09, de igual forma mientras que k $20.69 \text{ m}^2/\text{s}^2$, frente a un $7.86 \text{ m}^2/\text{s}^2$ de la simulación con parámetros estándar, permitiendo asimilar valor de viscosidad turbulenta mayores dentro del modelo.

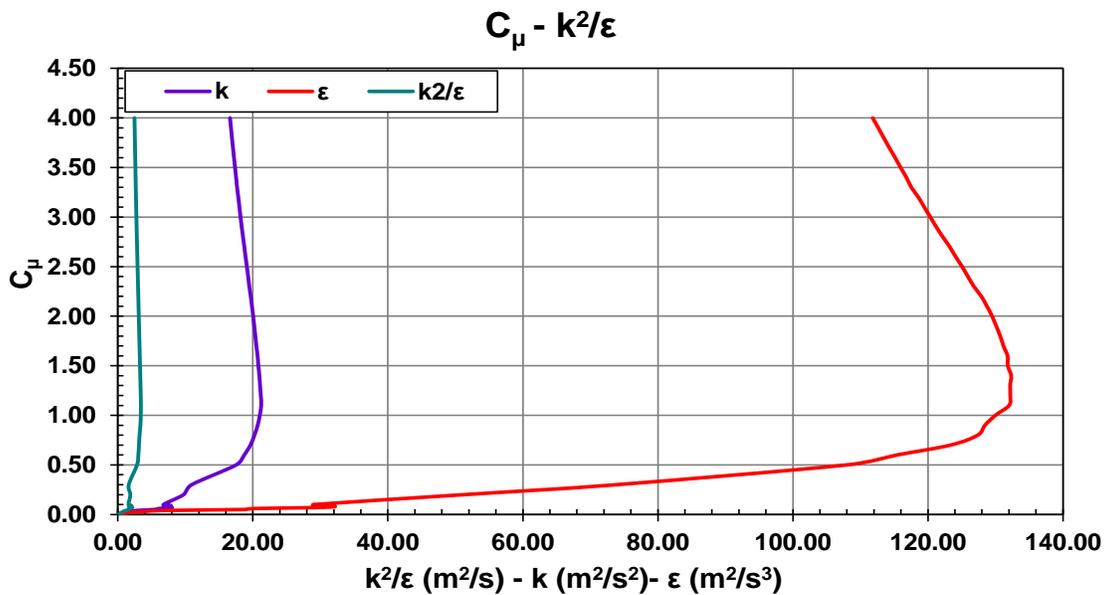


Figura 88. Resultados de la k^2/ϵ , acorde a el análisis de sensibilidad del coeficiente C_{μ} , con apertura de compuerta del 10%.
Fuente: (Propia, 2016).

Una vez superado 1.3, los comportamientos del modelo presentan disminuciones en las magnitudes calculadas, como se aprecia en la Figura 88, estas magnitudes decrecen de forma monótonica hasta los valores de 4, describiendo una estructura y una dependencia de los resultados a la variación del coeficiente. Por otro lado esta disminución de los valores de generación de energía y disipación turbulenta está familiarizado con las condiciones intrínsecas de la de descarga de fondo, donde dichas características son las máximas que se pueden alcanzar con dicha apertura de compuerta. La viscosidad turbulenta al ser tan sensible a los cambios de magnitud de C_{μ} , y estar relacionado en los términos difusivos de los dos parámetros k y ϵ dentro de las ecuaciones de gobierno del modelo de cierre de turbulencia, permite afectar directamente las dos ecuaciones a diferencia de los otros coeficientes, que participan de forma independiente en cada una, esta incidencia genera que las estructuras descritas por las curvas son semejantes con un comportamiento exponencial y un ajuste R^2 del 0.85 a 0.80. Acorde con lo mencionado la relación k^2 y ϵ , presenta una variación máxima de 3.42, siendo el parámetro con menor cambio dentro del análisis realizado, esto se debe a la relación de con μt .

9.3.6 Análisis de sensibilidad de los coeficientes del modelo de cierre turbulento con apertura de compuerta al 100%

De igual forma como se presentó en la sección 9.3.5, se estableció un análisis de sensibilidad para los dos coeficientes más sensibles del modelo de turbulencia $C_{2\epsilon}$ y C_{μ} . Este procedimiento pretende establecer que tan sensible es la respuesta de las variables dependientes, cuyo caso son la velocidad y la presión total, a los cambios de estos dos parámetros con una apertura de compuerta equivalente al 100%,

En concordancia con lo anterior, se generaron 25 simulaciones para cada uno de los parámetros, modificando cada uno por separado y manteniendo el resto constante, permitiendo establecer las tendencias en las velocidades y las presiones al generarse cada variación. Los análisis se desarrollaron en la misma sección de control del caso con apertura de compuerta del 10% (ver Figura 67), para un Nivel Máximo de Creciente de 107.00 m.s.n.m.

Parámetros	Estándar	Mínimo	Máximo	Sensibilidad	
				Sí	No
$C_{2\epsilon}$	1.92	1.00	50	X	---
C_{μ}	0.09	0.01	4	X	---

Tabla 30. Umbrales definidos para el análisis de sensibilidad
Fuente: (Propia, 2016).

Todos los análisis emplearon la malla de tetraedros de 100,000.00 elementos. A continuación se presentan los umbrales que se definieron para la construcción de la metodología de calibración, en la Tabla 30 se muestra que los valores de $C_{2\epsilon}$ y C_{μ} , se modificaron desde su valor estándar hasta un máximo de 50 con el fin de establecer un margen de análisis amplio para el análisis de la sensibilidad de las variables a estudiar, donde éstas son la velocidad y la presión.

A continuación se presentan los resultados obtenidos de la sensibilidad de las variables dependientes a la modificación de los parámetros mencionados anteriormente.

9.3.6.1 Resultados del parámetro $C_{2\varepsilon}$ con apertura de compuerta del 100%

Al analizar la velocidad una vez ejecutada la modificación de los valores del parámetro $C_{2\varepsilon}$ se marcó un comportamiento monótonico para la velocidad, ya que la magnitud de ésta disminuye medida que el coeficiente incrementa. Estas disminuciones de la velocidad desde $C_{2\varepsilon} = 1.44$, tiene rangos que van desde 17.03 m/s a 12.14 m/s, lo equivalente a una disminución de la velocidad del orden de 4.89 m/s, superior a la presentada a la apertura de compuerta del 10%, como se aprecia en la Figura 89 y en la Tabla 31. Es evidente un comportamiento que mantiene una tendencia polinómica de segundo orden a lo largo de todo el análisis, mostrando que la velocidad es proporcional a la variación del coeficiente, a pesar de las fluctuaciones que se presentan.

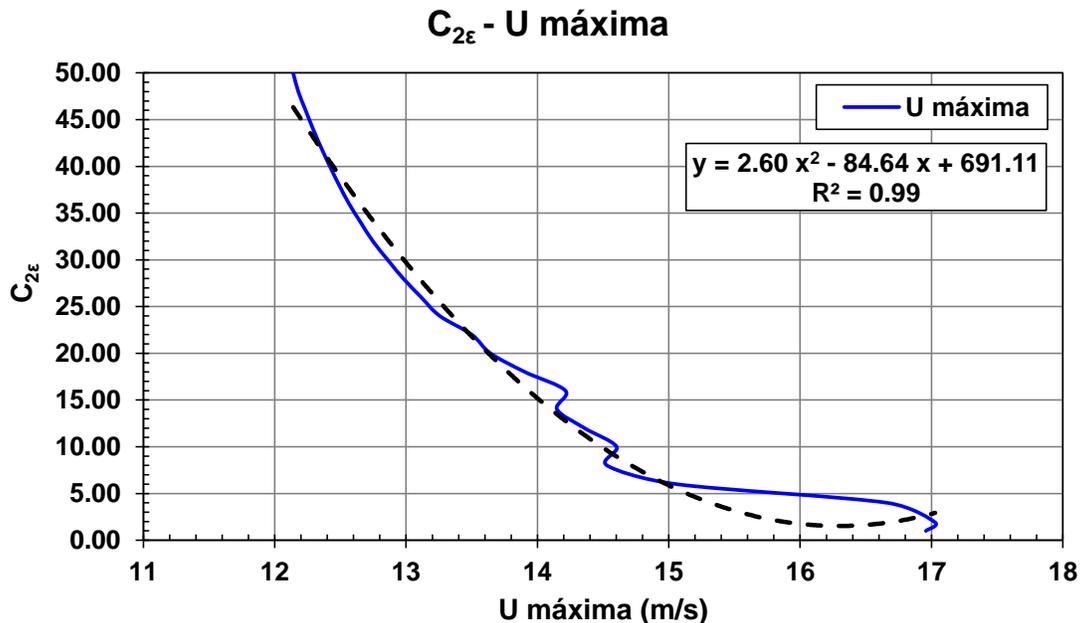


Figura 89. Resultados de la velocidad, acorde a el análisis de sensibilidad del coeficiente $C_{2\varepsilon}$, con apertura del 100%
Fuente: (Propia, 2016).

Parámetros	Estándar	Mínimo	Máximo	Sensibilidad		U		P	
				Sí	No	Máxima	Mínima	Máxima	Mínima
						(m/s)		(m.c.a)	
$C_{2\varepsilon}$	1.92	1.00	50	X		17.03	12.14	14.75	11.75

Tabla 31. Resultados de las variables, producto de la variación de $C_{2\varepsilon}$. con apertura del 100%
Fuente: (Propia, 2016).

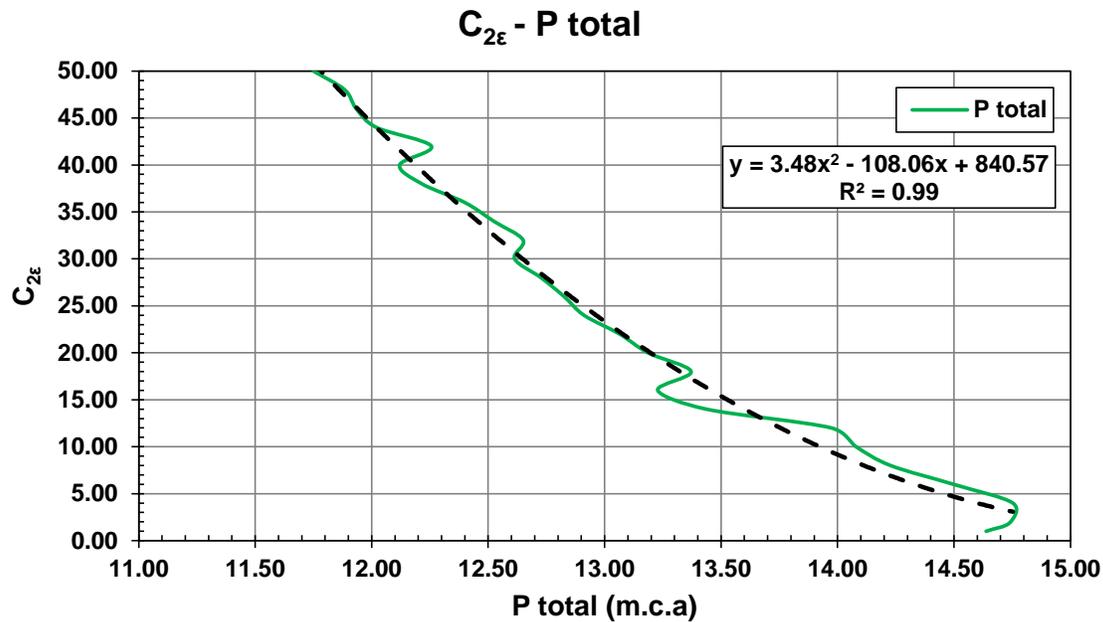


Figura 90. Resultados de la presión, acorde a el análisis de sensibilidad del coeficiente $C_{2\varepsilon}$, con apertura del 100%
Fuente: (Propia, 2016)

Al analizar la presión una vez ejecutada la modificación de los valores del parámetro $C_{2\varepsilon}$ se marcó un comportamiento fluctuante con una estructura marcada descendente en las magnitudes de la presión, tiene rangos que van desde 14.75 m.c.a hasta 11.75 m.c.a, lo equivalente a una disminución de la presión del orden de 3.00 m.c.a, como se aprecia en la Figura 90 y en la Tabla 31. Es evidente un comportamiento que mantiene una tendencia polinómica de segundo orden a lo largo de todo el análisis, mostrando que la presión es proporcional a la variación del coeficiente.

9.3.6.2 Resultados del parámetro C_μ , con apertura de compuerta del 100%

Las modificaciones del coeficiente fueron bajas en comparación, las primeras 10 simulaciones permitieron incrementos de 0.01 a los valores hasta 0.1, de ahí en adelante las proporciones de cambio aumentaron 0.1 hasta 4, para un total de 25 simulaciones.

El resultado de la velocidad se muestra en la Figura 91 y la Tabla 31, describe un comportamiento estructurado que da certeza de una disminución de la velocidad desde 17.09 m/s hasta 12.67 m/s. Cuando se alcanza un valor de C_μ de 4, la variación de la velocidad es de 4.42 m/s, donde la magnitud de la variable muestra una baja dispersión con base a los datos medios, pese al comportamiento oscilante cuando el coeficiente C_μ presenta valores de 1.00 a 1.50 y de 3.00 a 3.50. La tendencia de la velocidad que describe las disminuciones de magnitud, es de tipo polinómico de segundo orden con un coeficiente de correlación de 0.99.

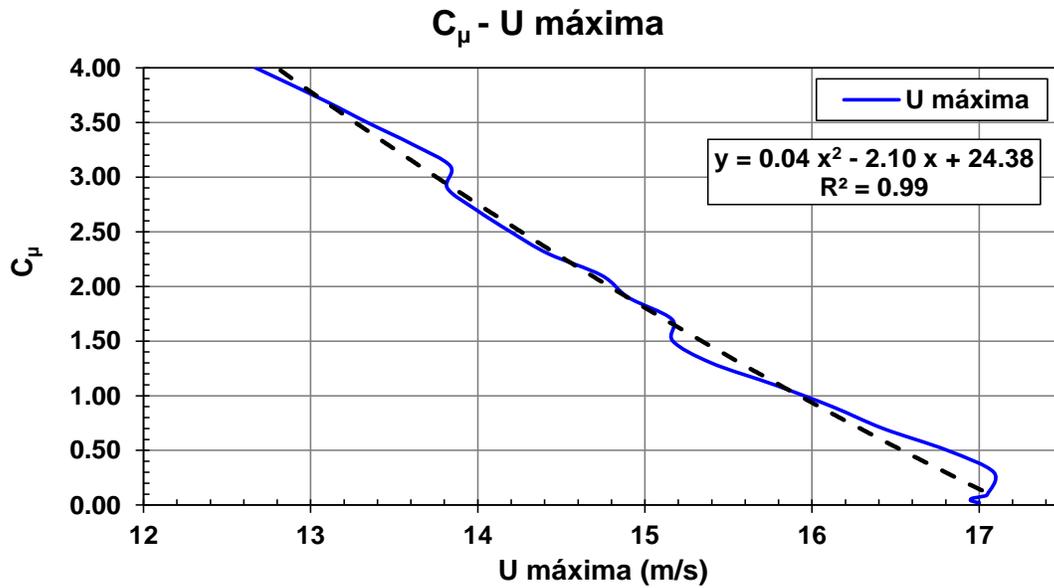


Figura 91. Resultados de la velocidad, acorde a el análisis de sensibilidad del coeficiente C_μ, con apertura del 100%
Fuente: (Propia, 2016).

Parámetros	Estándar	Mínimo	Máximo	Sensibilidad		U		P	
				Sí	No	Máxima	Mínima	Máxima	Mínima
						(m/s)		(m.c.a)	
C _μ	0.09	0.01	4	X		17.09	12.67	14.75	13.42

Tabla 32. Resultados de las variables, producto de la variación de C_μ, con apertura del 100%
Fuente: (Propia, 2016).

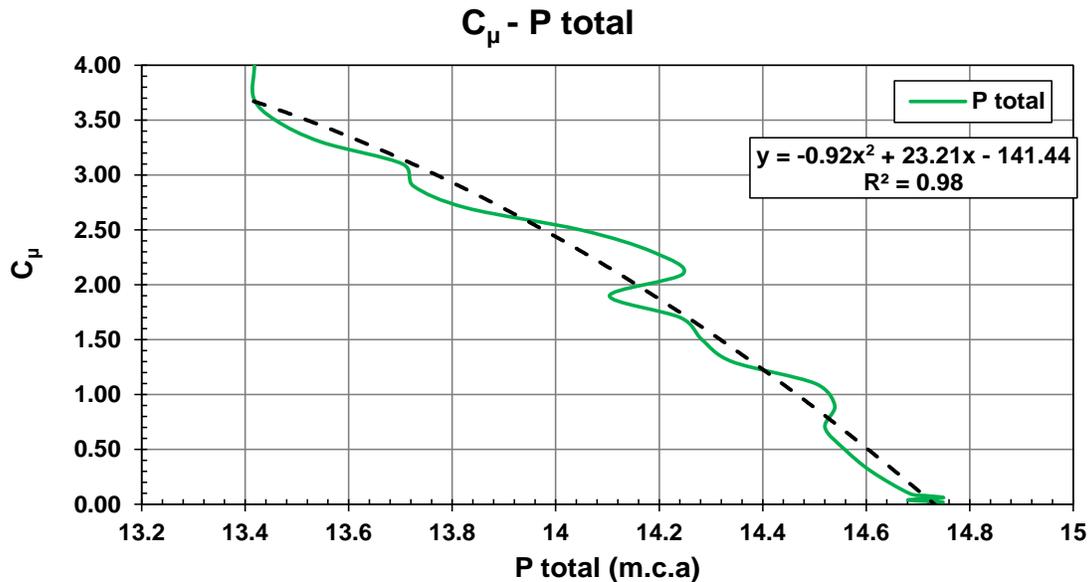


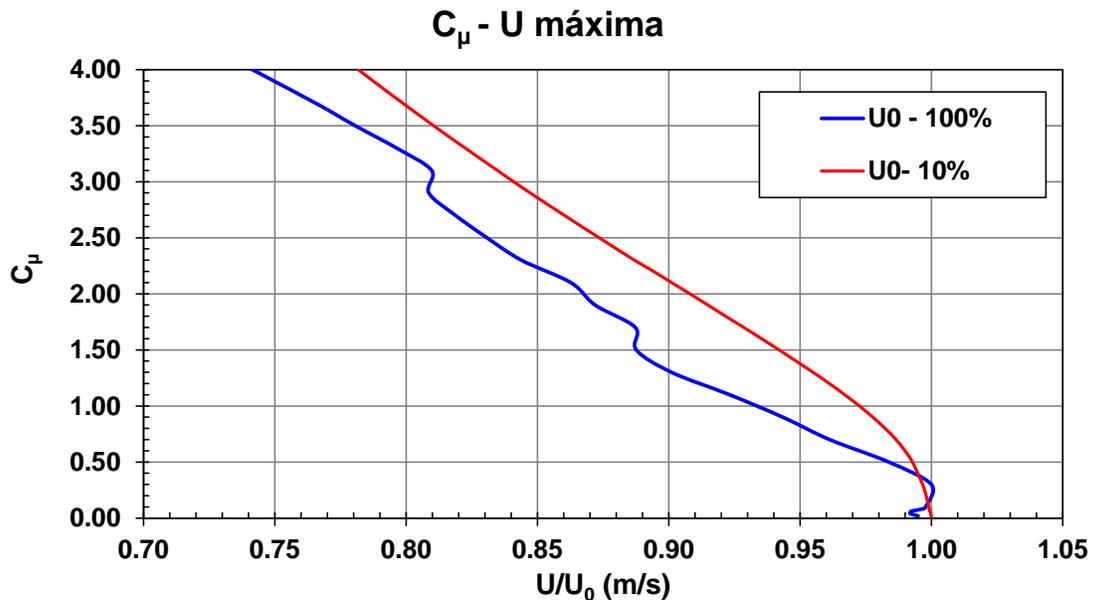
Figura 92. Resultados de la presión, acorde a el análisis de sensibilidad del coeficiente C_μ.
Fuente: (Propia, 2016).

En la Figura 87, se muestra una disminución de la presión monotónica con algunas oscilaciones, que no obstante, presentan una tendencia definida que decrece a medida que el coeficiente aumenta, permitiendo generar una relación de reducción para la variable desde 14.75 m.c.a hasta 13.42 m.c.a.

9.3.7 Comparación del análisis de sensibilidad con aperturas del 10% y 100%

9.3.7.1 Resultados del parámetro C_μ .

Para poder determinar la similitud de los análisis de sensibilidad entre las aperturas de compuerta del 10% y el 100%, fue menester convertir las velocidades características a una forma unitaria y de esa manera dejar las velocidad en las mismas escalas para que sean comprables. En la Figura 93 se observa la que a pesar que las aperturas de compuerta son diferentes, la disminución de las velocidades con la variación del coeficiente C_μ , presentan tendencias similares con variaciones de velocidad del orden 2.00m/s en sus valores extremos, manteniendo una estructura paralela definida que converge cerca al valor estándar del molde de turbulencia. Lo anterior evidencia que el comportamiento se mantiene pese a la apertura de compuerta, donde la correlación entre las dos curvas es de 0.96 con ajuste polinómico de segundo orden. Los resultados de la velocidad se presentan en la Figura 93



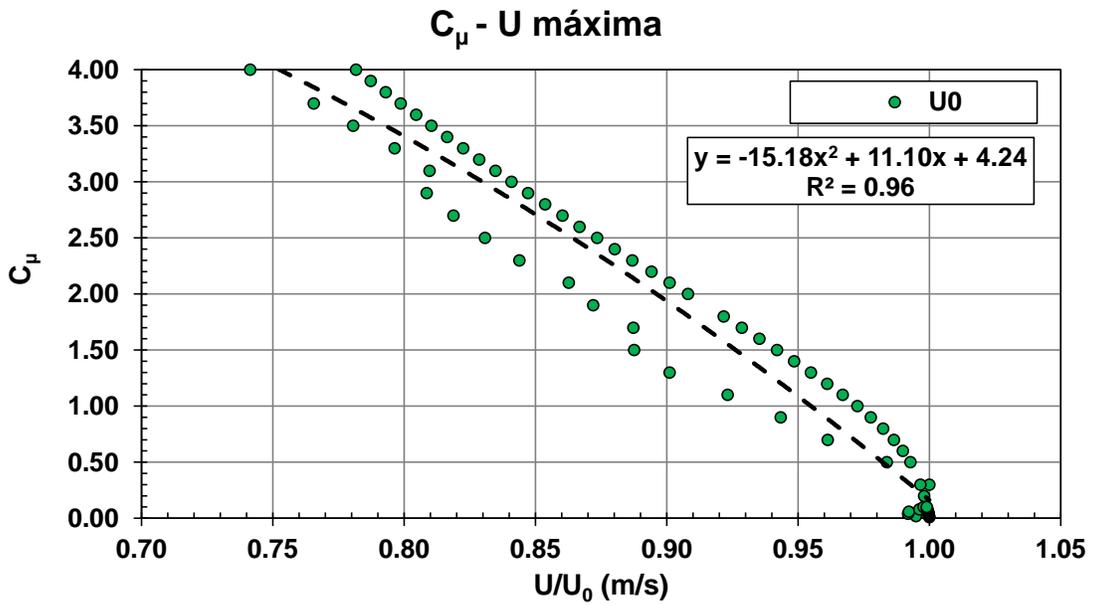


Figura 93. Comparativo velocidades con aperturas de compuerta del 10% y 100% - C_{μ} .
Fuente: (Propia, 2016).

A diferencia de la velocidad la presión varía de forma considerable entre los dos casos de apertura de compuertas estudiadas, don el caso con apertura del 100% mantiene una tendencia polinómica de segundo orden, con fluctuaciones a lo largo de su estructura que no son muy marcadas, la disminución de la presión es contante y de menor proporción con respecto al caso del 10%. Lo anterior se puede entender debido que las presiones hidrostáticas entre las dos aperturas divergen entre ellas.

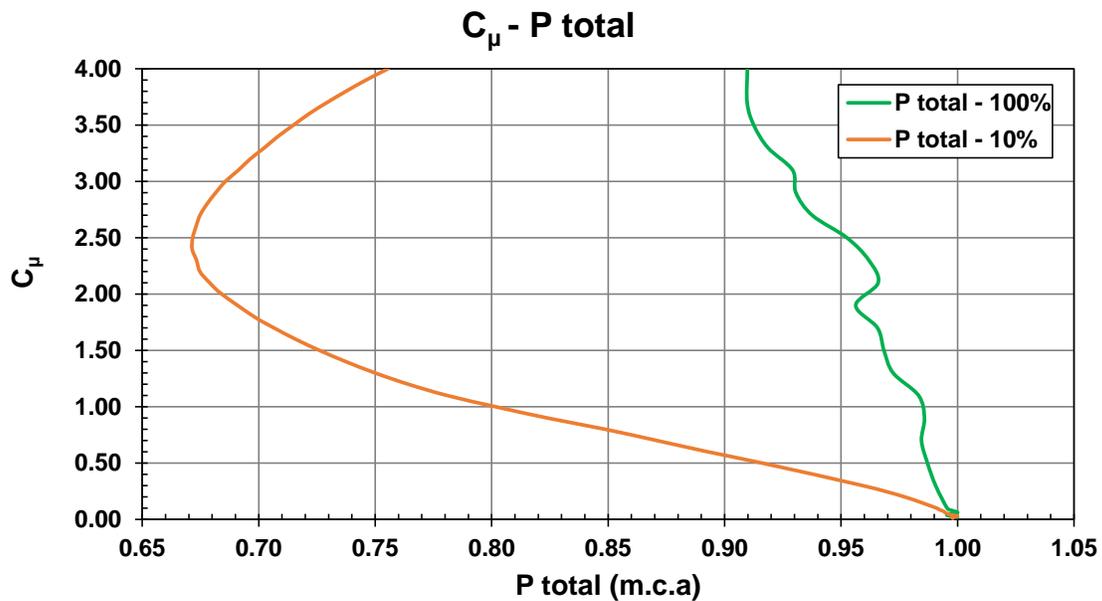


Figura 94. Comparativo presiones con aperturas de compuerta del 10% y 100% - C_{μ} .
Fuente: (Propia, 2016).

9.3.7.2 Resultados del parámetro $C_{2\varepsilon}$.

La similitud de la velocidad encontrada a diferentes aperturas de compuerta (10% y el 100%), se muestra en la Figura 95, se puede observar que ambas presentan una estructura marcada de disminución de la velocidad al aumentar el valor de la magnitud del coeficiente, pese a la tendencia mostrada la magnitud de disminución de velocidad es mayor cuando la apertura de compuerta aumenta generando fluctuaciones a lo largo del rango analizado, que se alejan a medida que el coeficiente aumenta, generado correlaciones inferiores al 0.75. El comportamiento presenta un comportamiento paralelo pese al umbral existente entre las dos aperturas.

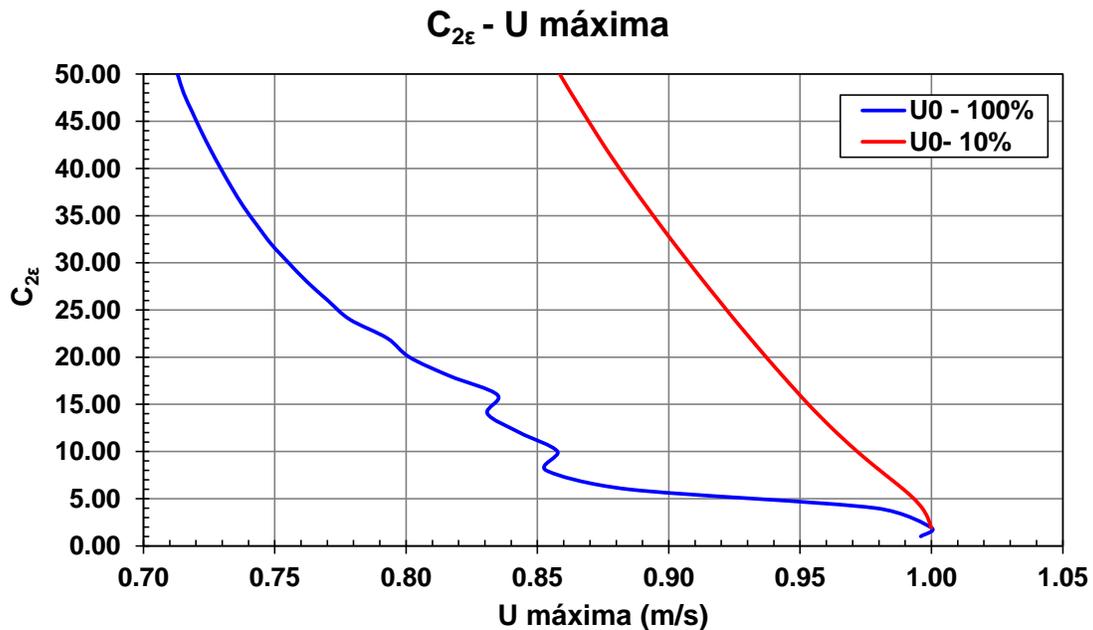


Figura 95. Comparativo velocidades con aperturas de compuerta del 10% y 100%
Fuente: (Propia, 2016).

A diferencia de la velocidad las presiones presentan un comportamiento similar para las dos aperturas de compuerta, donde de igual forma las fluctuaciones se hacen presente en los resultados de la apertura de compuerta del 100%, con una disminución marcada de las presiones, esta tendencia se mantiene cuando la apertura es del 10%. De igual forma la desviación estándar entre los dos casos es similar 0.65 m.c.a lo que indica que los valores resultantes de la sensibilidad no muestran dispersiones elevadas con respecto a su media, lo cual se evidencia con la correlación del 0.87, ajustada a un comportamiento polinómico de segundo orden, cuando se traslapan los dos caso.

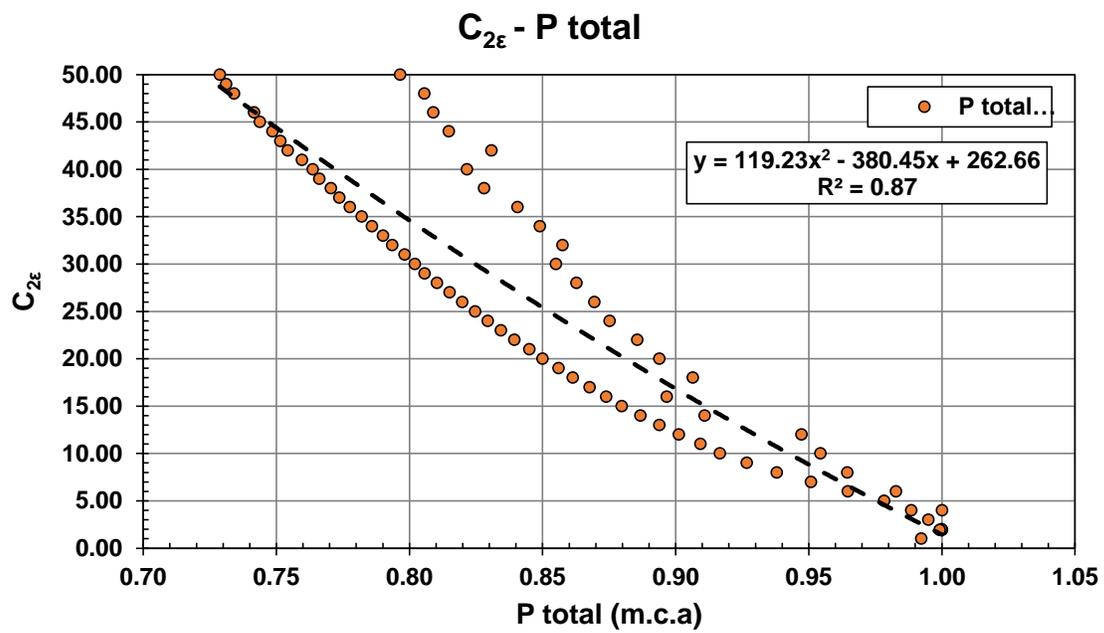
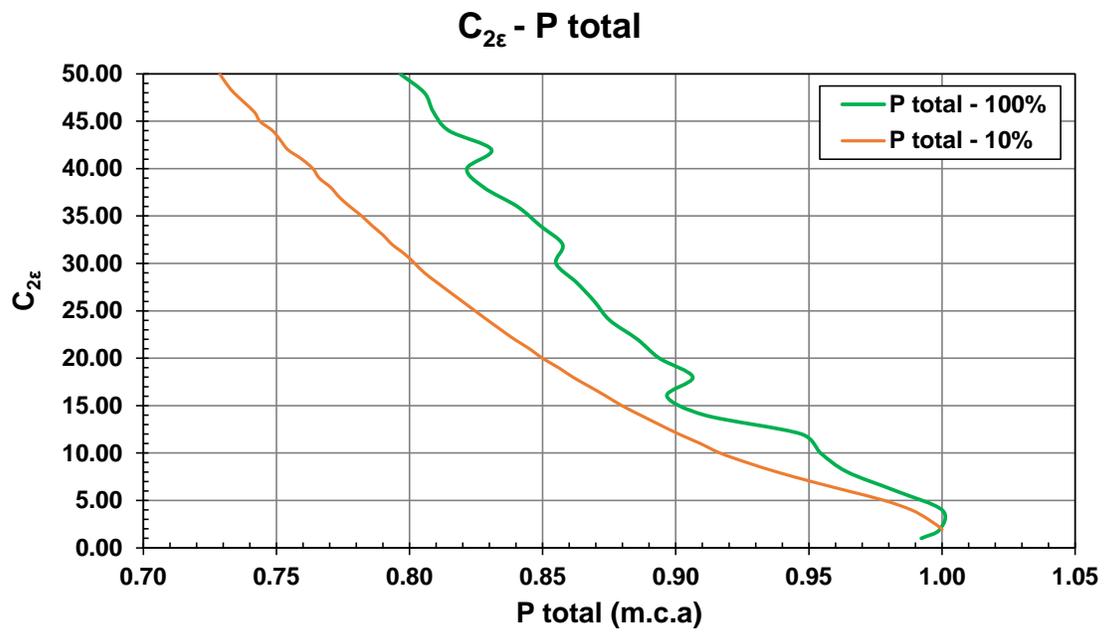


Figura 96. Resultados de la presión, acorde a el análisis de sensibilidad del coeficiente C_{μ} .
Fuente: (Propia, 2016).

9.3.8 Comparación de resultados del modelo numérico con apertura de compuerta del 100% y parámetros estándar del modelo de turbulencia contra mediciones del modelo físico

Para generar la calibración del modelo numérico en cuanto a las variables dependientes de interés se planteó la calibración mediante la variación de los coeficientes C_μ y $C_{2\varepsilon}$, ya que los resultados demuestran una tendencia de reducción de las magnitudes de la velocidad y la presión proporcionales al aumento paulatino de cada uno de estos coeficientes, dichos resultados se aprecian en las secciones 9.3.5.2 y 9.3.5.3. Partiendo de las ecuaciones de ajuste polinómicas de segundo orden se determina la variación de cada coeficiente con la finalidad de obtener similitud entre los resultados del modelo numérico con los del modelo físico para aperturas de compuertas del 10% y el 100%. Es de notar que la buena correlación que presenta el parámetro C_μ con la velocidad y $C_{2\varepsilon}$ con la presión, permiten calibrar el modelo numérico según sea la necesidad que se requiera, puntualmente la variable a calibrar.



Figura 97. Nomenclatura de vanos vertedero
Fuente: (Propia, 2016)

Para realizar la calibración del modelo numérico se implementó las ecuaciones de calibración para la velocidad que se presentan en la Figura 93 y Figura 96, donde el procedimiento es determinar en el eje de las abscisas cuanto es el valor de la variable que se quiere ajustar mediante la determinación de la magnitud del parámetro C_μ , y de esa forma generar mayor difusión de la velocidad. La distribución de los vanos del aliviadero se presenta en la Figura 97.

Ya que el modelo numérico es bidimensional (ver Figura 74), como primera mediad se realizó una comparación de las velocidades a partir de datos de caudales en la descarga de la compuerta radial, cuyos resultados del modelo físico se presentan en la Tabla 10. Conociendo las alturas de lámina de agua y ancho de la sección se determinaron las velocidades, donde estas se aprecian en las Tabla 23 y Tabla 24, con la finalidad de determinar el orden de magnitud del error entre los dos casos de estudio y la

parametrización del modelo físico. Lo anterior permite obtener el error relativo en el punto de análisis. Los resultados se presentan en la Tabla 33

Tipo Modelo	U	H	Error Relativo
	(m/s)	(m.s.n.m)	(%)
Físico	20.45		
Caso 10%	18.65	103	-9.65
Físico	15.53		
Caso 100%	19.02	107	18.35

Tabla 33. Error relativo acorde al caso de estudio.
Fuente: (Propia, 2016).

Las magnitudes del error son independientes de la apertura de compuerta por mantener valores semejantes, en los casos analizados las variaciones de los valores se deben a que el nivel del embalse es diferente, generando una disminución de la velocidad en el caso con apertura del 10%, donde su error es por defecto de un orden del -9.65%. Dicha diferencia aumenta con respecto al modelo físico cuando el nivel del embalse es mayor. Dado lo anterior, para un Nivel Máximo de Creciente de 107.00 m.s.n.m la velocidad correspondiente aumenta a 22.20 m/s lo que implicaría un aumento del error a -19.03%, manteniendo el mismo orden de error para diferentes aperturas de compuerta con mismos niveles de embalse.

Acorde con lo anterior, debido a que el orden de los errores relativos para distintas aperturas de compuerta es similar, y adicional el análisis de sensibilidad realizado para los coeficientes del modelo de turbulencia C_μ y $C_{2\varepsilon}$, presentan tendencias similares para ambas aperturas de compuertas estudiadas (10% y 100%), es posible desarrollar la calibración del modelo numérico mediante la variación de estos dos parámetros. Para poder determinar el desempeño de los resultados del modelo numérico con la variación de C_μ y $C_{2\varepsilon}$, comparado con los resultados parametrizados del modelo físico se estableció como caso de análisis el modelo numérico con apertura de compuerta del 100%, manteniendo un nivel de embalse constante de 107.00 m.s.n.m.

Conforme a las mediciones de velocidad del modelo físico, las cuales fueron registrados con minimolinete (ver sección 5.1.4.3), al final del canal de descarga, donde se realizó una comparación de estos con las salidas de velocidad del modelo numérico, cuyas diferencias se cuantificaron por medio del error relativo. En la Tabla 34, los resultados obtenidos de la simulación numérica presentan diferencias con los las mediciones del modelo físico que van de un 19.39% hasta un 26.39%, presentándose las mayores diferencias en el vano C con errores que oscilan entre 19.72% y 26.39%. Por el contrario el vano central B es el que presenta la mejor convergencia entre las mediciones del modelo físico y los resultados del modelo numérico, con diferencias que se encuentran entre el 19.39% y el 19.57%. Dicha diferencia del error relativo con base a cada vano, se debe a la ortogonalidad con que ingresan las líneas de corriente al canal de descarga, motivo por el cual, las salidas del modelo bidimensional se ajustan mejor a las mediciones del vano B. Adicionalmente, se registran los errores relativos promedios de las velocidades características de cada vano presentado diferencias que oscilan entre 20.19% y 23.25%.

Punto de medida	Profundidad medida desde el fondo	Velocidad modelo físico	Velocidad modelo numérico	Error relativo
	m	m/s	m/s	%
Vano A (en salida del deflector)	2.25	15.094	20.176	25.19%
	6.75	15.131	18.912	19.99%
	9.00	14.564	18.518	21.35%
Vano B (en salida del deflector)	2.25	16.228	20.176	19.57%
	6.75	15.245	18.912	19.39%
	9.00	14.905	18.518	19.51%
Vano C (en salida del deflector)	2.25	15.131	20.176	25.00%
	6.75	13.921	18.912	26.39%
	9.00	14.867	18.518	19.72%
Promedio	2.25	15.484	20.176	23.25%
	6.75	14.766	18.912	21.92%
	9.00	14.779	18.518	20.19%

Tabla 34. Comparación velocidades modelo numérico con apertura de compuerta del 100% y parámetros estándar contra mediciones del modelo físico.

Fuente: (Propia, 2016).

El vano B presenta diferencias que oscilan entre el 3% y 31%, la mejor convergencia entre el modelo físico y modelo numérico en los puntos medios del canal de descarga y distorsión en los extremos producto de la no ortogonalidad presente en las líneas de corriente a la entrada y la salida del canal del descarga. El vano A presenta diferencias que oscilan entre el 6% y el 19%, teniendo las mejores convergencias en los valores extremos. El vano C presenta diferencias que oscilan entre el 8% y 28%.

Punto de medida	Abscisa m físico	Abscisa m numérico	Presión modelo numérico	Presión modelo físico	Error presión promedio
			(m.c.a)	(m.c.a)	(%)
Vano A	-2.214	93.40	13.40	12.6	6%
	3.633	99.25	14.38	17.8	19%
	9.480	105.09	15.43	17.0	9%
	15.327	110.94	14.73	17.5	16%
Vano B	-2.214	93.40	13.40	19.31	31%
	3.633	99.25	14.38	16.70	14%
	9.480	105.09	15.43	15.85	3%
	15.327	110.94	14.73	18.00	18%
Vano C	-2.214	93.40	13.40	18.70	28%
	3.633	99.25	14.38	16.29	12%
	9.480	105.09	15.43	16.76	8%
	15.327	110.94	14.73	18.55	21%

Tabla 35. Comparación presiones del modelo numérico con apertura de compuerta del 100% y parámetros estándar contra mediciones del modelo físico.

Fuente: (Propia, 2016).

9.3.8.1 Calibración del modelo numérico

Para desarrollar la calibración del modelo numérico, se implementó el parámetro C_μ . Como se explicó en la sección 9.3.5, a medida que el valor de C_μ va en aumento la velocidad disminuye debido al incremento de la viscosidad turbulenta (ver sección 3.5.2). Por lo tanto, conociendo los resultados de la velocidad del modelo numérico con apertura de compuerta del 100% y parámetros estándar del modelo de turbulencia (ver sección 3.5.2), se tienen errores relativos que van 19.39% hasta un 26.39%. Dado que las diferencia entre las velocidades entre el modelo físico y numérico están en un orden de 4.00 m/s, es necesario determinar la magnitud del parámetro C_μ , que permite disminuir el umbral entre estos. La distribución de los vanos del aliviadero se presenta en la Figura 97.

Con respecto a la Figura 86, la ecuación de ajuste polinómica de segundo orden que ahí se presenta, tiene como variable dependiente la constante C_μ , donde por medio de la magnitud de velocidad que se requiere para calibrar del modelo, permite definir cuál es el valor óptimo de C_μ , con el cual, se disminuye la velocidad en un orden de 4.00 m/s, y paralelamente disminuir los errores relativos al máximo posible, se varía únicamente el parámetro C_μ , pasando de un valor de 0.09 propuesto por (Launder and Sharma, 1974) a un valor de 3.62, obteniendo los resultados que se presentan a continuación:

Punto de medida	Profundidad medida desde el fondo	Velocidad modelo físico	Velocidad modelo numérico	Error relativo
	m	m/s	m/s	%
Vano A (en salida del deflector)	2.25	15.094	15.549	2.93%
	6.75	15.131	14.422	-4.92%
	9.00	14.564	14.331	-1.63%
Vano B (en salida del deflector)	2.25	16.228	15.549	-4.37%
	6.75	15.245	14.422	-5.71%
	9.00	14.905	14.331	-4.01%
Vano C (en salida del deflector)	2.25	15.131	15.549	2.69%
	6.75	13.921	14.422	3.47%
	9.00	14.867	14.331	-3.74%
Promedio	2.25	15.484	15.549	0.42%
	6.75	14.766	14.422	-2.39%
	9.00	14.779	14.331	-3.13%

Tabla 36. Comparación velocidades modelo numérico calibrado contra mediciones modelo físico.

Fuente: (Propia, 2016).

Como se puede observar en la Tabla 36 las diferencias entre el modelo numérico y el modelo físico se encuentra en un rango de 0.42% hasta un 5.71%, teniendo como antecedente la Tabla 34, en la cual los errores relativos llegaban hasta un 19.39%. Sin embargo, debido a la difusión de la velocidad se pierde la discontinuidad entre la fase de

agua y la fase de aire generando alteraciones en el perfil de velocidades como se muestra en la Figura 98 y Figura 99

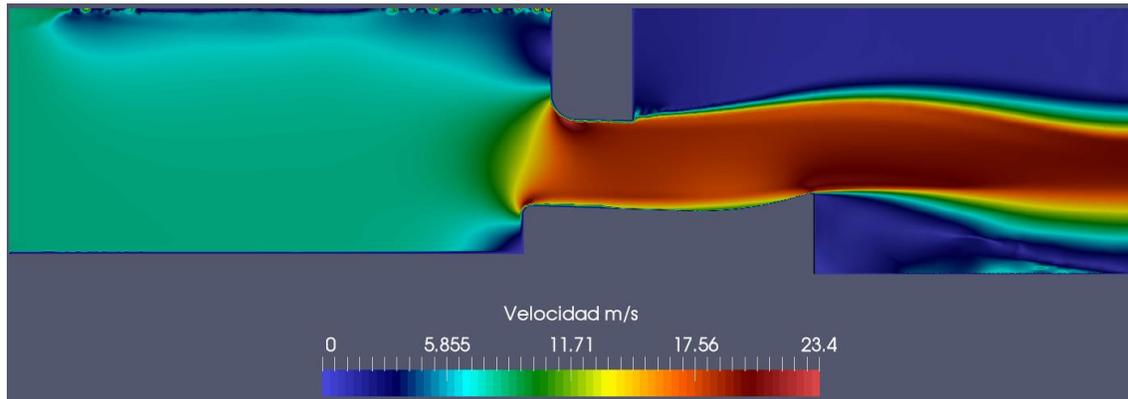


Figura 98. Velocidad antes de la calibración
Fuente: (Propia, 2016).

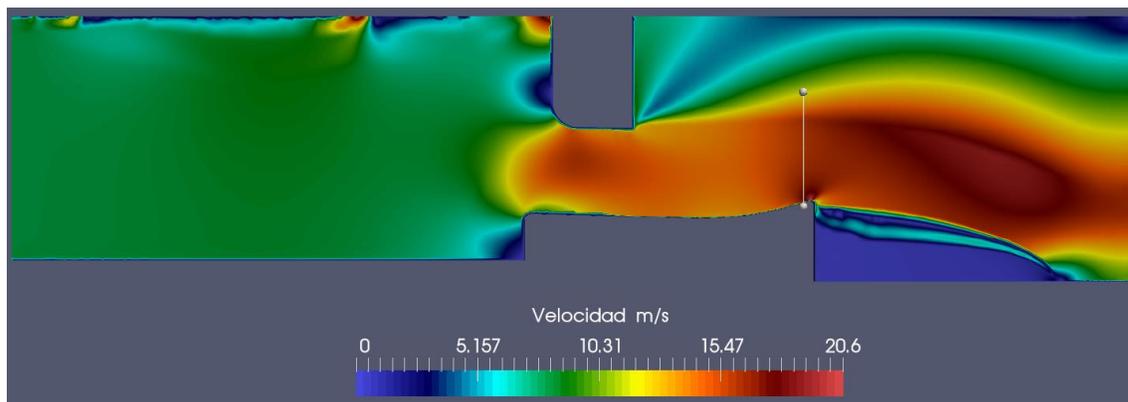


Figura 99. Velocidad después de la calibración.
Fuente: (Propia, 2016).

Aunque las velocidades pueden calibrarse para el modelo numérico, éstas distorsionan el perfil de la velocidad en general, para todo el dominio computacional, lo anterior se puede entender de la siguiente forma: si el valor de la constante de proporcionalidad C_μ aumenta, paralelamente la viscosidad turbulenta aumenta, lo que conlleva a que haya mayor difusión de la cantidad de movimiento en el momento que se resuelve el tensor de esfuerzos de Reynolds o en otras palabras difusión o pérdida de velocidad en todo el dominio computacional (ver secciones 3.5.1 y 3.5.2)

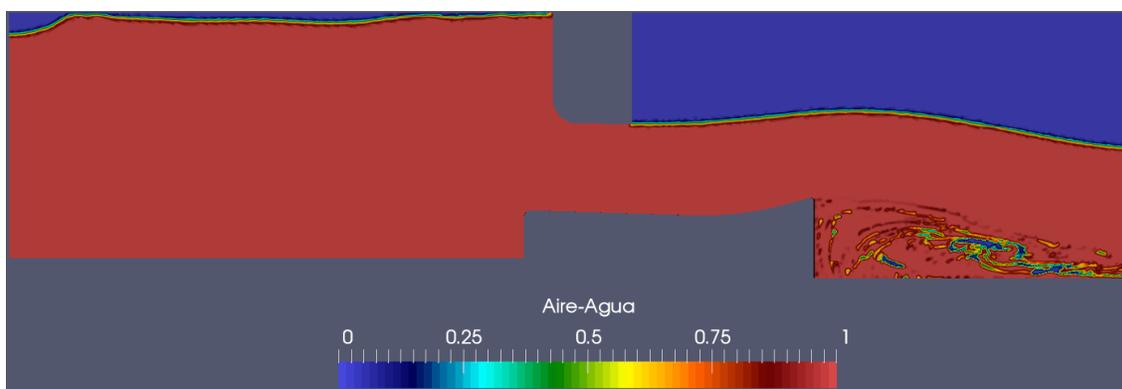


Figura 100. Perfil lámina de agua antes de la calibración.
Fuente: (Propia, 2016).

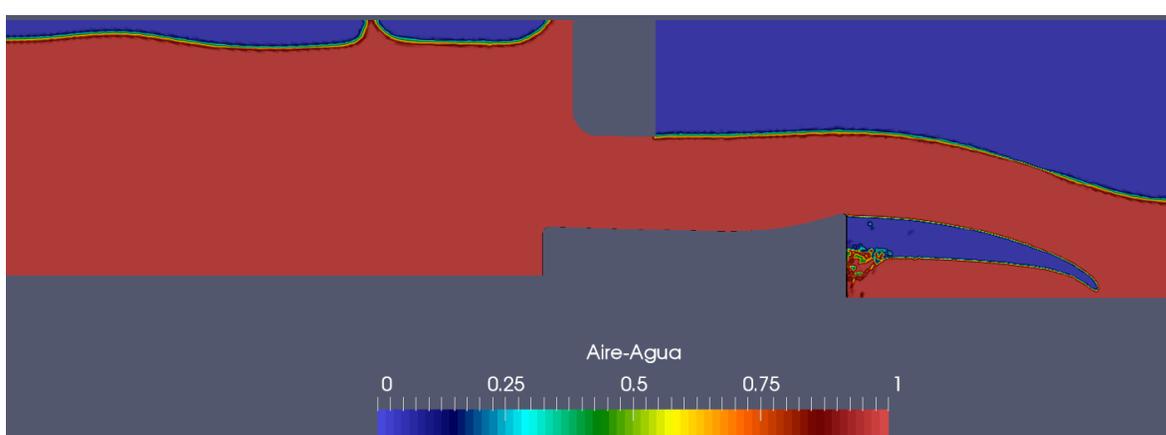


Figura 101. Perfil lámina de agua después de la calibración
Fuente: (Propia, 2016).

Dado que las velocidades se distorsionan en todo el dominio computacional la superficie libre del agua también sufre alteraciones considerables afectando el nivel del embalse, puntualmente aumentando el nivel de éste, perdiéndose la zona de recirculación del agua que se desarrolla en la esquina inferior izquierda del tanque de confinamiento (ver Figura 100 y Figura 101). Sin embargo, cuando las aperturas de las compuertas son del 10% equivalente a 1.30 m la superficie libre de la lámina de agua no genera alteraciones tan fuertes como cuando las aperturas son de 100%. Es de notar, que el perfil de la lámina de agua se abate posterior a la descarga en el tanque de confinamiento, manteniendo la distancia del chorro en trio parabólico.

9.3.8.2 Análisis de calibración de la presión

Las presiones luego de realizada la calibración explicada en la sección 9.3.8.2, la cual depende directamente de la velocidad del fluido no presenta variaciones considerables después de la calibración. En algunos puntos de control se puede observar que disminuye el error relativo como el caso de vano A en al abscisa 93.40 del modelo numérico donde los errores pasan de un 15% a un 10% luego de realizada la calibración. Sin embargo, en el mismo vano A en la abscisa 99.25 los errores pasan de un 18% a un 24%, motivo por el

cual, la presión en general no se ve afectada luego del proceso de calibración. La distribución de los vanos del aliviadero se presenta en la Figura 97

Las condiciones que se desarrollaron para un nivel de embalse de 107.00 m.s.n.m y una apertura de compuertas del 100% como se muestra en la Tabla 13. Las mediciones se realizaron a lo largo del canal de descarga en las abscisas mostradas en la Figura 37, donde se muestra la distribución de los piezómetros a lo largo del canal de descarga del modelo físico, obteniendo los resultados de la Tabla 14 Las diferencias de la presión entre los modelos se cuantificaron con base en el error relativo para cada uno de los vanos, posterior al proceso de calibración.

El vano A presenta diferencias que oscilan entre el 1% y 26%, presentado las mejores convergencias en los extremo del canal de descarga. El vano B presenta diferencias que oscilan entre el 10% y 35%, donde la mejor convergencia se presenta en los puntos intermedios del canal de descarga. El vano C presenta diferencias que oscilan entre el 15% y 33%.

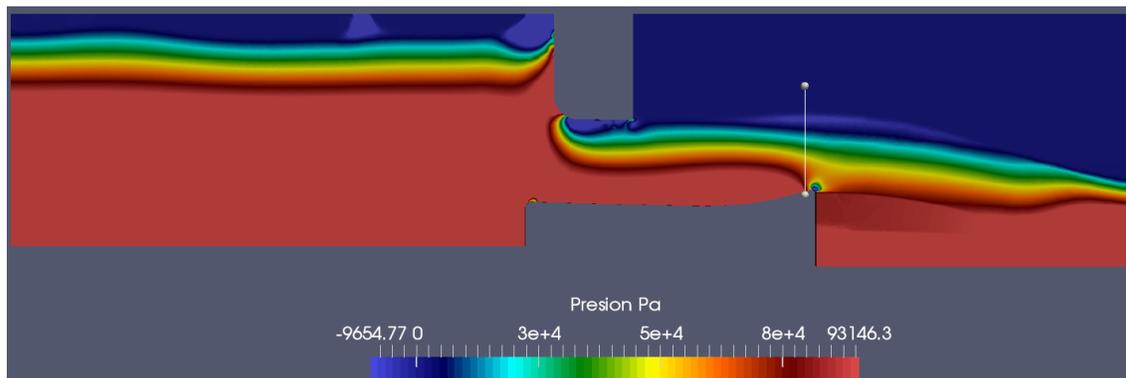


Figura 102. Perfil presiones antes de la calibración.
Fuente: (Propia, 2016).

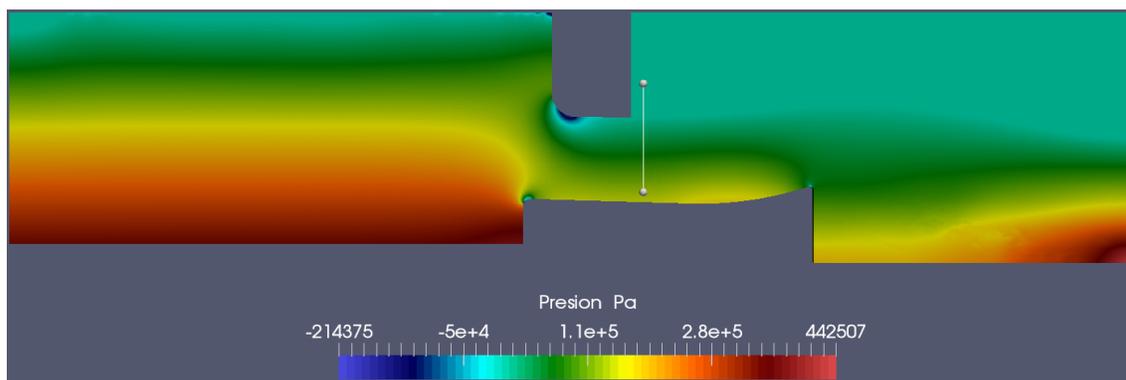


Figura 103. Perfil presiones después de la calibración
Fuente: (Propia, 2016).

Punto de medida	Abscisa modelo físico	Abscisa modelo numérico	Presión modelo numérico	Presión modelo físico	Error relativo
			(Pa)	(m.c.a)	(%)
Vano A	-2.214	93.40	122325.00	12.6	1%
	3.633	99.25	128715.00	17.8	26%
	9.480	105.09	139625.00	17.0	16%
	15.327	110.94	141500.00	17.5	18%
Vano B	-2.214	93.40	122325.00	19.31	35%
	3.633	99.25	128715.00	16.70	21%
	9.480	105.09	139625.00	15.85	10%
	15.327	110.94	141500.00	18.00	20%
Vano C	-2.214	93.40	122325.00	18.70	33%
	3.633	99.25	128715.00	16.29	19%
	9.480	105.09	139625.00	16.76	15%
	15.327	110.94	141500.00	18.55	22%

Tabla 37. Comparación velocidades modelo numérico calibrado contra mediciones modelo físico.

Fuente: (Propia, 2016).

Como se puede observar en la Figura 102 y Figura 103, las presiones luego de desarrollada la calibración presenta en general una difusión en los valores de la presión total. Como se evidencia en la Figura 87 a medida que el valor de C_μ va en aumento la presión decae. Sin embargo, se presenta un punto de inflexión aproximadamente cuando C_μ es igual 2.4 donde la presión empieza a aumentar y la velocidad sigue disminuyendo

10. DISCUSIÓN

10.1 Condiciones de contorno

La selección de las condiciones de contorno para cada una de las variables de gobierno son esenciales, para el correcto procesamiento de las simulaciones del vertedero hidroeléctrico la Vegona y de cualquier modelo numérico basado en la hidrodinámica de fluidos. Existen dos tipos de condiciones de contorno las tipo Dirichlet, las cuales se conocen porque se impone un valor de entrada a cualquiera de las fronteras del dominio computacional y a cualquier variable que se esté solucionando, y las tipo Neumann que se caracterizan porque capturan el gradiente de la variable que se esté solucionan (ver Tabla 38).

MODELO VERTEDERO LA VEGONA					
C.C	VARIABLES				
	VOF	Épsilon	K	Presión	Velocidad
Entrada	zeroGradient	fixedValue	fixedValue		flowRateInletVelocity
	uniform 0	uniform 0.01	uniform 0.01	zeroGradient	volumetricFlowRate
Atmosfera	inletOutlet	inletOutlet / uniform 0.01	inletOutlet / inletValue / uniform 0.01	type totalPressure / p0 - uniform 0 / U - U /	pressureInletOutletVelocity / value uniform (0 0 0)
				phi - phi / gamma - 1 / value - uniform 0	
Salida	zeroGradient	inletOutlet	inletOutlet		inletOutlet / uniform (0 0 0) / value \$internalField
	uniform 0	inletValue / uniform 0.01	inletValue / uniform 0.01	zeroGradient	
Muros	zeroGradient	epsilonWallFunction / uniform 0.01	kqRWallFunction / uniform 0.01	zeroGradient	fixedValue / value uniform (0 0 0)

Tabla 38. Condiciones de contorno implementadas modelo numérico hidroeléctrica la Vegona
Fuente: (Propia, 2016).

Una de las condiciones de frontera más importantes para la correcta simulación del vertedero del caso de estudio, fue la condición de entrada de la velocidad siendo una tipo Dirichlet como se puede observar en la Tabla 38. Esta condición de contorno es importante para garantizar el estado estacionario que avale un nivel de embalse constante. Lo anterior se puede explicar con la ley de conservación de la masa, entonces, si por la frontera denominada “entrada” y hablando en términos de caudal ingresan 25 m³/s, el caudal descargado también deberá ser 25 m³/s para garantizar un nivel constante en el embalse. Por otra parte, la condición de contorno de la velocidad en la frontera denominada “Salida” será tipo Neumann de gradiente cero, lo cual significa que el valor de la velocidad en dicha

frontera será igual al nodo vecino, esta condición se usa con el fin de no forzar los resultados aguas abajo, sino, que el mismo programa los calcule.

En cuanto a las condiciones de contorno del modelo de turbulencia se impusieron para todo el dominio computacional del caso de estudio. Sin embargo, para poder determinar los valores de entrada estas condiciones fue necesario determinarlas a partir de diversas simulaciones, ya que éstas son muy sensibles a la estabilidad del modelo numérico. En el caso de estudio el valor de entrada de las condiciones de frontera para k - ϵ fueron igual a 0.01.

Las condiciones de contorno del método para hacer seguimiento a la superficie libre del agua fue de tipo Neumann en la mayoría de los contorno de gradiente cero (ver Tabla 38). La condición de frontera denominada “entrada” era la más sensible motivo por el cual, si se imponía en la entrada un valor igual a 1, puntualmente agua, se generaba una onda que ocasionaba alteraciones en la superficie libre. En el otro extremo, si se imponía un valor a la entrada de 0, puntualmente aire, el embalse se empezaba a llenar de aire generando alteraciones grandes en la superficie libre del agua (ver Figura 104), afectando totalmente los resultados de la superficie libre. Por lo anterior, fue menester implementar una condición de contorno tipo Neumann de gradiente cero que no afectara la superficie libre del agua y poder mantener el estado estacionario (ver sección 7.7) (ver Figura 105)

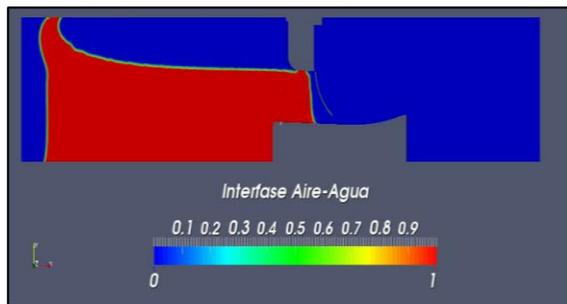


Figura 104. Perfil lámina de agua condición de contorno Dirichlet
Fuente: (Propia, 2016).

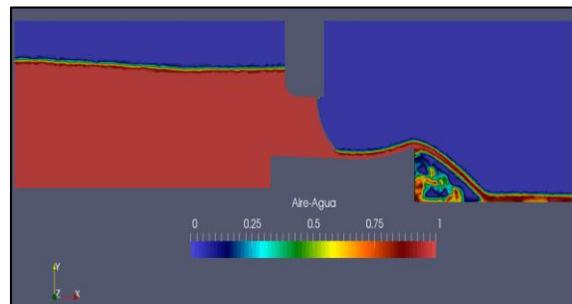


Figura 105. Perfil lámina de agua condición de contorno Neumann
Fuente: (Propia, 2016).

10.2 Condiciones iniciales

La condición inicial para el modelo de turbulencia k - ϵ al igual que las condiciones de contorno afecta de manera considerable la estabilidad de la simulación del caso de estudio, motivo por el cual, fue menester generar diferentes simulaciones hasta encontrar un valor uniforme en todo el dominio computacional que le diera estabilidad al modelo numérico, tanto para k como ϵ . Por lo general los modelos físico no cuentan con las mediciones de k y ϵ motivo por el cual es difícil conocer el valor de entrada de las variables del modelo de turbulencia, obligando a determinar estos valores a partir de iteraciones hasta alcanzar la estabilidad del modelo numérico. Para el caso de estudio la estabilidad se alcanzó con un valor uniforme para k – ϵ igual a 0.01.

A parte del modelo de turbulencia, la condición inicial del método VOF para hacer seguimiento a la superficie libre del agua es de gran importancia para la obtención de buenos resultados, lo anterior debido a que la geometría de la compuerta radial no permite ajustar la condición inicial de la zona con agua o sea igual a 1 en el tiempo cero, puntualmente antes de generar la descarga como se muestra en la Figura 106, dejando un espacio lleno de aire antes de la compuerta que produce un abatimiento del nivel del embalse cuando se procede con la simulación. Por el contrario, se decidió dejar la condición inicial del agua después de la compuerta evitando el abatimiento del nivel de agua del embalse (ver Figura 107) generando una especie de rompimiento de presa cuando se da inicio a la simulación, donde los primeros 5 pasos de tiempo representan dicho fenómeno. Aunque la condición inicial del agua no es acorde con la realidad es posible obtener buenos resultados de este tipo de estructuras cuando el modelo numérico alcanza el estado estacionario, puntualmente el equilibrio del modelo sin generar perturbaciones en la superficie libre del agua del embalse.

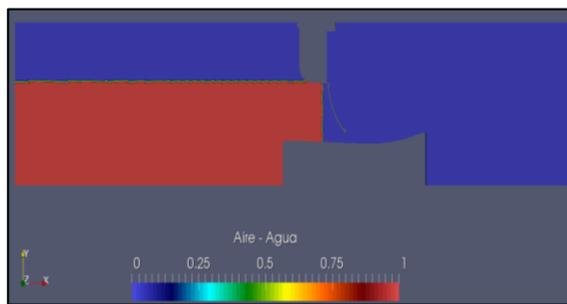


Figura 106. Condición inicial antes de la compuerta
Fuente: (Propia, 2016).

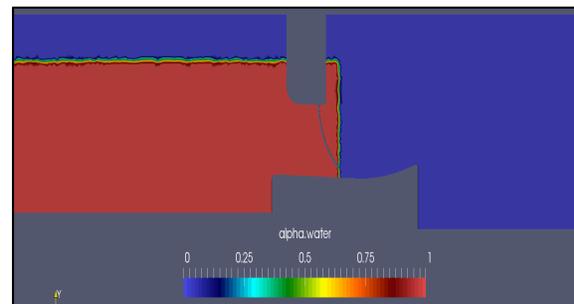


Figura 107. Condición inicial después de la compuerta
Fuente: (Propia, 2016).

10.3 Esquemas numéricos

Los errores numéricos en la mayoría de los casos se producen por el término no lineal advectivo de las ecuaciones de gobierno, motivo por el cual es necesario la selección adecuada de los esquemas numéricos a implementar para dar solución a las ecuaciones. Para el caso de estudio del vertedero con descarga de fondo de la hidroeléctrica la Vegona se realizaron diversas pruebas, en las cuales se descartaron varios esquemas numéricos para la solución del término advectivo de k y ϵ y de la velocidad como también se revisaron cuáles son los mejores esquemas para este tipo de ecuaciones.

Se pudo evidenciar que para la solución numérica del modelo de turbulencia $k - \epsilon$, los esquemas que mejor se comportaron fueron los de primer orden y los denominados TVD o limitadores de los frentes de onda. El mejor esquema para la solución de $k - \epsilon$ fue el esquema upwind de primer orden (ver sección 3.6.2.1) siendo éste el único que alcanzó la simulación completa, puntualmente los 17 pasos de tiempo. Los otros esquemas que mejor se comportaron aunque no hayan alcanzado la estabilidad completa en todos los pasos de tiempo fueron:

- ❖ vanLeer01
- ❖ MUSCL
- ❖ InterfaceCompression

En cuanto a la velocidad una gran variedad de esquemas advection funcionaron alcanzando la estabilidad en los 17 pasos de tiempo para el modelo numérico del caso de estudio, por lo tanto, su diferencia se centra en el tiempo computacional y en los resultados que se obtienen como se muestra en la Tabla 39. Aunque los esquemas numéricos para la tratamiento del término no lineal cuentan con menor o mayor error de truncamiento, siendo éste el número de nodos hacia adelante o hacia atrás con los que cuenta el esquema numérico, puntalmente entre mayor orden sea el esquema numérico, mayor será el número de nodos que se necesitan para la obtención de resultados, donde los resultados por lo no varían de forma considerable siendo cualquier esquema numérico válido para la solución de la velocidad, su selección se centra más en el costo computacional siendo los más costos computacionalmente el “*LinearUpwind*” y el “*SuperBee*”

Esquema advection	Tiempo computacional	Velocidad modelo numérico	Velocidad modelo físico	Error Relativo
	(s)	(m/s)	(m/s)	%
LUST	402.54	18.78		-19.38
MUSCLV	450	18.57		-18.04
MindmodV	509.81	18.46		-17.35
OSPREV	453.47	18.57		-18.04
QUICKV	502.63	18.61		-18.30
SFCDV	419.39	18.42	15.73	-17.09
SuperBeeV	690.2	18.8		-19.51
UMISTV	385.84	18.51		-17.66
Cubic	564.17	18.55		-17.92
Linear	446.93	18.42		-17.09
LinearUpwind	740.65	18.57		-18.04

Tabla 39. Mejores esquemas numéricos para la velocidad
Fuente: (Propia, 2016).

10.4 Análisis de sensibilidad y calibración

- ❖ Los parámetros del modelo de turbulencia $k - \epsilon$ no son sensibles cuando su umbral de acción es muy cercano a los valores estándar propuestos por Launder and Sharman, (1974) ver sección 9.3.4. Sin embargo, cuando se modifica los parámetros con valores lejanos al modelo estándar, las constantes C_μ y $C_{\epsilon 2}$ presentan tendencias definidas cuando éstas son comparadas con la velocidad, la presión, la energía cinética turbulenta y la tasa de disipación ver Figura 86, Figura 91 y Figura 87, , permitiendo presentar una serie de ecuaciones de calibración polinómicas de segundo orden. Cabe anotar que tanto C_μ como $C_{\epsilon 2}$ son sensibles y su modificación tienen una repercusión en los resultados de las variables dependientes, marcando una tendencia definida. Sin

embargo, C_μ es la constante del modelo de turbulencia más sensible, lo cual se debe que ésta afecta directamente la viscosidad turbulenta.

- ❖ Cuando se realizó la calibración del modelo numérico para el caso de estudio con un nivel de embalse de 107 m.s.n.m y una apertura de compuertas del 100% equivalente a 13 m (ver sección 9.3.8), se desarrolló con base en la modificación de C_μ donde esta constante tuvo un valor de 3.62 según la velocidad a la que se quería llegar y la ecuación de calibración presentada en la Figura 86 obteniendo una disminución considerable del error relativo (ver sección 9.3.8). Sin embargo, se puede apreciar que aunque se realice con satisfacción la calibración de la velocidad, los resultados de la superficie libre del agua se ven muy afectados (ver Figura 98 y Figura 99), lo cual se debe a la pérdida de la discontinuidad en la velocidad del aire y del agua, donde generalmente las velocidades en el agua son mayores que las del viento generando dicha discontinuidad, la cual se pierde luego de realizar el proceso de calibración. Adicional, se puede apreciar que luego de realizar la calibración en un modelo numérico con apertura de compuertas del 100% es evidente que se afecta considerablemente el perfil de la superficie libre del agua aguas abajo en la entrega de la descarga en el tanque de confinamiento perdiendo altura y la recirculación que se genera en la esquina del éste (ver Figura 101), sin embargo, luego de realizar el mismo proceso con aperturas de compuertas del 10% equivalente a 1.30 m el perfil de la lámina de agua no se afecta la recirculación y distorsión de la interfase aire agua permitiendo una mejor calibración del modelo numérico.
- ❖ La variación de los perfiles de velocidad tienden a cero cuando éstas se aproximan a los muros de la estructura, dicha atenuación se puede capturar solo si se genera una discretización densa del orden del 0.001 m que permitan obtener los resultados del comportamiento de la capa límite según el material de recubrimiento de las paredes. Por otro lado, el punto de inflexión donde las velocidades dejan de ser cercanas a cero, puntualmente fuera de la capa límite, las velocidades máximas y promedio no presentan variaciones considerables, motivo por el cual, se realizaron las comparaciones entre las velocidades máximas del modelo numérico y las velocidades características del modelo físico obtenidas a partir de las mediciones de caudal con el vertedero rectangular suprimido (ver sección 5.1.4.1). Adicional hay que tener en cuenta que la comparación entre la velocidad característica y la velocidad máxima va a generar una incertidumbre puesto que no se está comparando magnitudes del mismo orden, dado que la ausencia de mayor número de mediciones a lo largo del canal de descarga no permite analizar la variación de la velocidad a lo largo de un campo de resultados, sino en zona puntuales, limitando la posibilidad de evaluar el desempeño del modelo..
- ❖ Para poder generar datos comparativos concluyentes es necesario generar modelos físicos que aporten un gran número de datos de entrada y de frontera al modelo numérico, es decir que la instrumentación se disponga de una manera apropiada que permita calibrar y retroalimentar los modelos numéricos, evitando la ausencia de datos en las zonas de interés como es el caso del vertedero del caso de estudio en el canal de descarga y el tanque de confinamiento, que admita generar dimensionamientos de

la estructura y el volumen de material aluvial transportado producto de la descarga del vertedero.

- ❖ Los resultados obtenidos posteriores al proceso de calibración muestran disminuciones considerables del error con base en la velocidad. No obstante, el perfil de velocidades debido al aumento de las magnitudes de los parámetros C_{μ} y $C_{2\epsilon}$ se difunde generando una distorsión en el campo de velocidades ajustando los resultados a puntos específicos dentro del dominio computacional que no garantizan un ajuste adecuado en el campo de resultados de la variable que sea comparable con los resultados parametrizados en laboratorio. Por lo tanto, la calibración de un modelo numérico a partir de los parámetros del modelo de turbulencia que repercuten directamente en las variables dependientes, no deben implementarse para generar grandes reducciones del error puesto que se generan grandes difusiones de la cantidad de movimiento a lo largo de todo el dominio computacional, alterando no solo la fase de agua y aire y su interfase. Es recomendable hacer ajustes de la velocidad cuando la magnitud a calibrar está en un orden máximo de 2 m/s, evitando que las distorsiones en el perfil de velocidades no sean tan elevadas.

11. CONCLUSIONES

- ❖ Luego de realizar el análisis de sensibilidad a cada uno de los parámetros se determinó que el parámetro C_μ es el más sensible, lo cual es debido a que éste afecta directamente la viscosidad cinemática turbulenta. Adicional se pudo evidenciar que a medida que C_μ incrementa la velocidad promedio disminuye (ver Figura 86) obteniendo curvas de que permiten calibrar el modelo numérico. La presión también se ve afectada de manera similar que la velocidad; sin embargo, ésta disminuye hasta un C_μ igual a 2.2 luego empieza a incrementar debido a que la velocidad en la descarga presenta disminuciones elevadas de su magnitud generando que la energía cinemática disminuya por tanto los valores de presión tienden a aumentar.
- ❖ Otro de los parámetros del modelo de turbulencia sensible a su modificación es el $C_{\epsilon 2}$ el cual se encarga de la destrucción de ϵ , por lo tanto, a medida que este parámetro aumenta la velocidad disminuye, lo anterior se debe a que a medida que $C_{\epsilon 2}$ aumenta la tasa de disipación de la energía cinética turbulenta ϵ se desvanece, entonces, se conoce que ϵ es inversamente proporcional a la viscosidad turbulenta, por lo tanto, si ϵ se destruye la viscosidad turbulenta aumenta, lo que conlleva a que la cantidad de movimiento se difunda más rápidamente, puntualmente se difunde la velocidad (ver Figura 89).
- ❖ Pese a las grandes variaciones que se realizaron de los parámetros σ_k , σ_ϵ y $C_{1\epsilon}$, se determinó que las variables dependientes no son sensibles a las alteraciones de estos, mostrando un comportamiento oscilatorio de los resultados de la presión y la velocidad a medida que las magnitudes de los parámetros iban incrementando. De igual forma, la relación al cuadrado de k sobre ϵ , mostro un comportamiento similar al de las variables dependientes, donde la viscosidad turbulenta no afectaba el campo de velocidades y presiones del modelo numérico. (ver Figura 80, Figura 81 y Figura 82)
- ❖ Realizada la búsqueda exhaustiva (ver sección 9.3.3) se determinó que las variables dependientes no son sensibles a pequeñas variaciones de los parámetros del modelo de turbulencia donde estos se mantienen dentro de un umbral muy cercano a los propuestos por (Launder and Sharma, 1974), por lo tanto, si se desea tener variaciones significativas en los resultados del modelo numérico al modificar dichos parámetros, es menester salirse completamente de los umbrales presentados en la Tabla 3, a pesar de las implicaciones físicas que contenga.
- ❖ Dada la calibración del modelo numérico del caso de estudio a partir de las ecuaciones de calibración propuestas en la sección 9.3.5, para un nivel de embalse de 107 m.s.n.m y aperturas de compuertas equivalentes al 100%, se obtuvo una reducción del error relativo para la velocidad de un 19.38% hasta un 0.42%. Sin embargo, la discontinuidad entre las velocidades del agua y del aire se pierde debido

a la difusión de la cantidad de movimiento como se puede observar en la Figura 99 y Figura 98, generando perturbaciones en la interfase aire- agua. Esta modificación de los parámetros también evidencia cambios en la recirculación del flujo en la esquina del tanque de confinamiento ver Figura 100 y Figura 101). Por lo tanto, es recomendado hacer la variación de dichos parámetros en bajas proporciones que no difundan el campo de velocidades a lo largo del dominio computacional, dado que a medida que dichos parámetros aumentan la difusión del campo de velocidades y presiones se incrementa. Pese que se tienen disminuciones considerables del error en la sección de evaluación definida para este proyecto, la ausencia de información a lo largo del canal de descarga no permite generar un adecuado cálculo del desempeño en diferentes puntos de la estructura, lo que traduce que sería apropiado contar con mayor número de mediciones de velocidad en el modelo físico.

- ❖ Realizada la calibración de la velocidad (ver sección 9.3.8.1), se revisó si las presiones paralelamente también se habían calibrado, de lo cual se observó que éstas a diferencia de las velocidades se habían mantenido muy similares, a los resultados obtenidos antes de la calibración presentando un ligero aumento en el error relativo. Motivo por el cual, se concluye que si se desea calibrar la velocidad se puede usar las curvas de calibración presentadas en la Figura 86 y Figura 89. Si se desea calibrar la presión se puede usar la curva de la Figura 90, siempre y cuando los valores se encuentran dentro del rango de presiones obtenidos en el análisis de sensibilidad. Por otra parte, los valores que estén por fuera del rango se pueden calibrar con las respectivas ecuaciones de calibración que se presentan en la Figura 86, Figura 89 y Figura 90
- ❖ Acorde al ensayo de independencia de malla se puede establecer que las disminuciones del error acorde a la discretización espacial del dominio computacional tiene mejores resultados cuando el tamaño del volumen finito (Tetraedros o triángulos) están en un rango que va desde 0.03 m hasta 0.10 m para mallas no estructuradas, y visualizar mejor el comportamiento de las dos fases (aire- agua), así mismo una reducción de la interfase permitiendo analizar de mejor manera los efectos de recirculación que se generan en el tanque de confinamiento, los rompimientos de superficie libre del agua producto de la descarga del aliviadero y definir de mejor manera la distancia de los chorros lanzados por el deflector a 15° a diferentes aperturas de compuerta . Así mismo la discretización el método VOF muestra ser sensible a la discretización espacial que se genera. Por otro lado, a mayores discretizaciones del dominio computacional se observó que pese a la distorsión que se genera en los campos de velocidad y presión posterior a la modificación de los parámetros C_{μ} y $C_{2\varepsilon}$, se pudo capturar mejor las variaciones de la superficie libre del agua, cuyo tamaño de elemento sería del orden 0.08 m.
- ❖ Dado que para el desarrollo del análisis de sensibilidad fue necesario implementar la malla MT2 (ver Tabla 16), la cual cuenta con un número de elementos aproximado de 25,000 siendo ésta la más económica computacionalmente para dicho análisis,

debido al volumen de simulaciones ejecutadas, se concluye que el mismo análisis debería realizarse con discretizaciones espaciales superiores a los 400,000 elementos que permita captar mejor el comportamiento de capa límite y capturar mejor los perfiles de velocidad paralelo a la modificación de los parámetros, disminuyendo la holgura de errores relativos entre lo simulado y lo observado.

- ❖ Desde la perspectiva de la eficiencia de los modelos numéricos, es interesante plantear la comparación el rendimiento de los modelos mediante la utilización de varios suavizadores y pre-condicionadores aplicados para el mismo caso de estudio, evaluando el costo computacional y las variaciones del número de iteraciones. De igual forma es recomendado realizar estudios para establecer el número de procesos más eficiente a la hora de ejecutar la descomposición de dominio simple que con que cuenta la herramienta computacional OpenFoam.

12. TRABAJO FUTURO

- ❖ Dado que los resultados de la calibración desarrollada para el vertedero del caso de estudio solo se pudieron determinar al final del canal de descarga, permitiendo definir la bondad de la metodología de calibración únicamente en las zonas donde se contaba con la información menester en el modelo físico, lo anterior limita la calibración a zonas específicas dentro del dominio computacional ajustando los resultados de la velocidad en dichas zonas sin permitir establecer el desempeño de las salidas del modelo numérico a lo largo del canal de descarga. Por lo tanto, para futuras investigaciones se podría realizar el mismo ejercicio de calibración pero con mayor número de mediciones a lo largo del canal de la estructura de descarga.
- ❖ Es importante resaltar que la calidad de la malla es un paso importante al momento de desarrollar modelos numéricos que incluyan el desarrollo de las ecuaciones de gobierno en la hidrodinámica del mismo, debido a que éste, influye no solo en la aproximación de los resultados simulados a los observados en el modelo físico, sino que repercute en la velocidad de convergencia de los cálculos en el dominio computacional (métodos iterativos). Motivo por el cual, es menester hacer un análisis de diferentes tipos de malla y métodos de aproximación de la topografía del dominio computacional que permitan definir, cual aproxima mejor los resultados previo a ejecutar la metodología de calibración propuesta, es preciso recomendar el uso de diferentes programas computacionales que traen varios algoritmos de generación de malla que permita poner a prueba la calidad de los mismos y los resultados de interés de las variables del campo que se quiera analizar.
- ❖ Teniendo en cuenta la información con la que se cuenta del modelo físico se debería realizar simulaciones de flujo en tres dimensiones que permita definir y comparar las líneas de corriente y capacidades de descarga que se pueden generar en cada uno de los vanos que componen el vertedero de la hidroeléctrica La Vegona, con el fin de evaluar la distribución de los datos de cada una de las variables a lo largo de toda la superficie del volumen computacional, que permita tener información distribuida en toda el canal de descarga y la posterior entrega al tanque de confinamiento y distribución en la fuente fluvial, con el fin de generar metodologías de análisis de socavación a partir de la información que se genere de este modelo comparando diferentes entradas de flujo de información dentro del modelo numérico, es decir que tenga en cuenta los diferentes caudales de aporte que tenga el cauce y los diferentes despachos de la hidroeléctrica aguas arriba. Lo anterior se puede combinar con modelos calibrados en tres dimensiones que tenga en cuenta las distintas aperturas de compuertas del vertedero. Es posible hacer el uso de programas de uso libre o comerciales que permitan el acople de mallas adaptativas en el paso de tiempo que puedan recrear la apertura de cada uno de los vanos a fin de mejorar el entendimiento hidrodinámico de las compuertas y que aporten en los procesos de operación de la estructura. Dicha información podría ser comparada con las parametrizaciones del prototipo de la hidroeléctrica la Vegona.

- ❖ Teniendo en cuenta que se desarrolló el análisis de sensibilidad y metodología de calibración, a partir del modelo de turbulencia $k-\epsilon$, donde se variaron los cinco parámetros que contiene el modelo, es posible desarrollar el mismo ejercicio desarrollado en el presente documento, para otros modelos de turbulencia de dos ecuaciones como lo RNG y $k-\omega$ entre otros y comparar si existen mejores resultados.

- ❖ Dentro de las condiciones de contorno que se pueden establecer en OpenFOAM, es recomendable evaluar diferentes condiciones de contorno, para cada una de las variables de las ecuaciones de gobierno, que permitan hacer comparaciones sucesivas con los resultados del modelo físico, con el fin de establecer las que mejor se ajustan con los comportamientos hidrodinámicos de la estructura.

13 REFERENCIAS

- Akoz, M.S., Kirkgoz, M.S., Oner, A.A., 2009a. Experimental and numerical modeling of a sluice gate flow. *Journal of Hydraulic Research* 47, 167–176.
- Akoz, M.S., Kirkgoz, M.S., Oner, A.A., 2009b. Experimental and numerical modeling of a sluice gate flow. *Journal of Hydraulic Research* 47, 167–176.
- Amsden, A.A., Harlow, F.H., 1970. A simplified MAC technique for incompressible fluid flow calculations. *Journal of Computational Physics* 6, 322–325.
- Andersson, A.G., Andreasson, P., Lundström, T.S., 2013a. CFD-MODELLING AND VALIDATION OF FREE SURFACE FLOW DURING SPILLING OF RESERVOIR IN DOWN-SCALE MODEL. *ENGINEERING APPLICATIONS OF COMPUTATIONAL FLUID MECHANICS* 7, 159–167.
- Andersson, A.G., Andreasson, P., Staffan Lundström, T., 2013b. CFD-modelling and validation of free surface flow during spilling of reservoir in down-scale model. *Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics* 7, 159–167.
- ANSYS, C., 2006. ANSYS CFX. Academic Research Release 11.
- Argüelles Díaz, K.M., Santolaria Morros, C., 2005. Ruido aerodinámico tonal radiado por un ventilador axial en campo lejano: mecanismos de generación y propagación del mismo. Universidad de Oviedo.
- Aulisa, E., Manservigi, S., Scardovelli, R., 2004. A surface marker algorithm coupled to an area-preserving marker redistribution method for three-dimensional interface tracking. *Journal of Computational Physics* 197, 555–584.
- Aulisa, E., Manservigi, S., Scardovelli, R., Zaleski, S., 2003. A geometrical area-preserving volume-of-fluid advection method. *Journal of Computational Physics* 192, 355–364.
- AUTODESK, 2015. CAD Software | Diseño asistido por ordenador en 2D y 3D | Autodesk [WWW Document]. URL <http://www.autodesk.es/solutions/cad-software> (accessed 1.5.16).
- Balairón, L., López, D., Moran Moya, R., Ramos, T., Toledo Municio, M.A., 2014a. Avances en investigación aplicada mediante modelación física y numérica en el diseño de la ingeniería de presas. *Ingeniería del Agua* 18, 55–69.
- Balairón, L., López, D., Moran Moya, R., Ramos, T., Toledo Municio, M.A., 2014b. Avances en investigación aplicada mediante modelación física y numérica en el diseño de la ingeniería de presas. *Ingeniería del Agua* 18, 55–69.
- Battaglia, 2009. Elementos finitos estabilizados para flujos con superficie libre: seguimiento y captura de interfase. (Doctorado). Universidad Nacional del Litoral, Santa Fe, Argentina.
- Belaud, G., Cassan, L., Baume, J.-P., 2009. Calculation of contraction coefficient under sluice gates and application to discharge measurement. *Journal of Hydraulic Engineering* 135, 1086–1091.
- Berberović, E., van Hinsberg, N.P., Jakirlić, S., Roisman, I.V., Tropea, C., 2009. Drop impact onto a liquid layer of finite thickness: Dynamics of the cavity evolution. *Physical Review E* 79, 036306.
- Bohórquez, P.B.R., 2008. Estudio y simulación numérica del transporte de sedimentos en flujos con superficie libre. Universidad de Málaga, Málaga.
- Bohórquez, P., Parras, L., 2010. Introducción a los flujos multifásicos.
- Brackbill, J.U., Kothe, D.B., Zemach, C., 1992. A continuum method for modeling surface tension. *Journal of computational physics* 100, 335–354.
- Carrillo, J.M., 2014. Metodología numérica y experimental para el diseño de los cuencos de disipación en el sobrevertido de presas de fábrica. PhD Thesis). Departamento de Ingeniería Civil, Universidad Politécnica de Cartagena, Spain [in Spanish].
- Cassan, L., Belaud, G., 2012. Experimental and Numerical Investigation of Flow under Sluice Gates.

- Cervantes, G., Mejía, C., 2004. Precondicionamiento de métodos iterativos. *Revista de la Academia Colombiana de Ciencias* 28, 49–55.
- Chanel, P., 2008. An Evaluation of Computational Fluid Dynamics for Spillway Modeling.
- Chanson, H., Brattberg, T., 2000. Experimental study of the air–water shear flow in a hydraulic jump. *International Journal of Multiphase Flow* 26, 583–607.
- Chow, V.T., 2000. *Hidráulica de canales abiertos*. McGraw Hill.
- Davidson, P., others, 2015. *Turbulence: an introduction for scientists and engineers*. Oxford University Press, USA.
- Domínguez, E., 2013. Modelación Matemática [WWW Document]. Modelación Matemática - Una Introducción al método. URL <http://www.mathmodelling.org/home/notasdeclase> (accessed 1.15.16).
- Dominguez, E., Dawson, C., Ramirez, A., Abrahart, R., 2011. The search for orthogonal hydrological modelling metrics: a case study of 20 monitoring stations in Colombia. *Journal of Hydroinformatics* 13, 429–442.
- Estrella Toral, S., others, 2013. Comportamiento hidráulico de aliviaderos escalonados sin cajeros laterales en presas de HCR.
- Fernández Oro, J.M., 2012. *Técnicas numéricas en Ingeniería de Fluidos*. Ed. Reverté, Barcelona, España.
- Ferziger, J.H., Perić, M., 2002. *Computational methods for fluid dynamics*. Springer Berlin.
- Gerdin, L., Keijser, R., 2014. Numerical study on jet flow characteristics of high head and large discharge spillways.
- Hager, W.H., Bremen, R., 1988. Plane gate on standard spillway. *Journal of Hydraulic Engineering* 114, 1390–1397.
- Henderson, F.M., 1989. *Open channel flow*, in: *McMillan Series in Civil Engineering*. Macmillan.
- Hinze, J.O., 1959. *Turbulence*, 1975. New York.
- Hirt, C.W., Nichols, B.D., 1981. Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries. *Journal of computational physics* 39, 201–225.
- INGETEC S.A, 2011. Diseño, construcción y calibración, operación, estudio y presentación de informes parciales, informe final y video sobre el modelo hidráulico de la presa y órganos de descarga del proyecto la Vegona-Honduras.
- INGETEC S.A, 2010. Definición del esquema del proyecto.
- Jasak, H., Jemcov, A., Maruszewski, J.P., 2007. Preconditioned linear solvers for large eddy simulation, in: *CFD 2007 Conference*, CFD Society of Canada.
- Javan, Eghbalzadeh, 2013. 2D numerical simulation of submerged hydraulic jumps.
- Johnson, M.C., Savage, B.M., 2006. Physical and numerical comparison of flow over ogee spillway in the presence of tailwater. *Journal of hydraulic engineering* 132, 1353–1357.
- Jones, W.P., Launder, Be., 1972. The prediction of laminarization with a two-equation model of turbulence. *International journal of heat and mass transfer* 15, 301–314.
- Julian D. Gacek, 2007. NUMERICAL SIMULATION OF FLOW THROUGH A SPILLWAY AND DIVERSION STRUCTURE.
- Kanyabujinja, P.N., 2015. CFD Modelling of Ogee Spillway Hydraulics and Comparison with Physical Model Tests.
- Kundu, P.K., Cohen, I.M., 2008. *Fluid mechanics*. 4th. ELSEVIER, Oxford.
- Launder, B.E., Sharma, B.I., 1974. Application of the energy-dissipation model of turbulence to the calculation of flow near a spinning disc. *Letters in heat and mass transfer* 1, 131–137.
- Liu, X., García, M.H., 2008. Three-dimensional numerical model with free water surface and mesh deformation for local sediment scour. *Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering*.

- Marqués, J.M.F., 2005. Aplicación del método de volúmenes finitos a la resolución numérica de las ecuaciones de aguas someras con incorporación de los esfuerzos debidos a la turbulencia. Universidade da Coruña.
- Montoya, L.J., Botero, L.P., Naranjo, J.A., 1999. Resaltos hidráulicos y disipación de energía. Avances en Recursos Hidraulicos 57–71.
- Morcillo, A.D., Fernández, L.N., 2000. Métodos de mallado y algoritmos adaptativos en dos y tres dimensiones para la resolución de problemas electromagnéticos cerrados mediante el método de los elementos finitos. Universidad Politécnica de Valencia.
- Moriasi, D.N., Arnold, J.G., Van Liew, M.W., Bingner, R.L., Harmel, R.D., Veith, T.L., 2007. Model evaluation guidelines for systematic quantification of accuracy in watershed simulations. Trans. Asabe 50, 885–900.
- Muller, A., Hughes, T.J., 1986. Precondicionadores elemento-por-elemento y globales. Una perspectiva.
- Nigro, N., Storti, M., 2005. Métodos numéricos en fenómenos de transporte. línea). <http://www.cimec.org.ar/cfd>.
- Ochoa, T., 2002. Centrales hidroeléctricas, 1a ed. ed. Bogotá D.C.
- OpenFOAM, 2016. OpenFOAM® - The Open Source Computational Fluid Dynamics (CFD) Toolbox [WWW Document]. URL <http://www.openfoam.com> (accessed 1.15.16).
- OpenFOAM®, 2007. OpenFOAM® - The Open Source Computational Fluid Dynamics (CFD) Toolbox [WWW Document]. URL <http://www.openfoam.com> (accessed 1.17.16).
- Pérez, F.A., 1988. Estimación de los errores muestrales mediante el método de los conglomerados últimos. Reis 145–164.
- Pfister, Chanson, 2014. Two-phase air-water flows: Scale effects in physical modeling.
- Pope, S.B., 2000. Turbulent flows. Cambridge university press.
- Reclamation, U.B.O., 1960. DESIGN OF SMALL DAMS.
- Ritter, A., Muñoz-Carpena, R., Regalado, C.M., 2011. CAPACIDAD DE PREDICCIÓN DE MODELOS APLICADOS A LA ZS: HERRAMIENTA INFORMÁTICA PARA LA ADECUADA EVALUACIÓN DE LA BONDAD-DE-AJUSTE CON SIGIFICACIÓN ESTADÍSTICA.
- Roldán Taborda, E., others, 2009. Reconstrucción histórica de los caudales mensuales a lo largo de la red de drenaje de Colombia. Universidad Nacional de Colombia.
- Romagnoli, M., Portapila, M., Morvan, H., 2009. Simulación computacional del resalto hidráulico. Mecánica Computacional, XXVIII 1661–1672.
- Rusche, H., 2003. Computational fluid dynamics of dispersed two-phase flows at high phase fractions. Imperial College London (University of London).
- Sauida, M.F., 2014. Calibration of submerged multi-sluice gates. Alexandria Engineering Journal 53, 663–668.
- Savage, B.M., Johnson, M.C., 2001. Flow over ogee spillway: Physical and numerical model case study. Journal of Hydraulic Engineering 127, 640–649.
- sharcnet, 2009. Orthogonal Quality [WWW Document]. URL https://www.sharcnet.ca/Software/Ansys/16.0/en-us/help/wb_msh/msh_orthogonal_quality.html (accessed 1.15.16).
- Suarez Villar, L.M., 1982. Ingeniería de Presas. Obras de Toma, Descarga y Desviación. Ediciones Vega. Venezuela.
- Tezduyar, T., Aliabadi, S., Behr, M., 1998. Enhanced-discretization interface-capturing technique (EDICT) for computation of unsteady flows with interfaces. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 155, 235–248.
- Thacker, W.C., 1980. A brief review of techniques for generating irregular computational grids. International Journal for Numerical Methods in Engineering 15, 1335–1341.

- Thompson, J.F., Weatherill, N.P., 1991. Structured and unstructured grid generation. *Critical reviews in biomedical engineering* 20, 73–120.
- Tu, J., Yeoh, G.H., Liu, C., 2007. *Computational fluid dynamics: a practical approach*. Butterworth-Heinemann.
- USACE, 1992. *Hydraulic Design of Spillways* 1.
- USBR, 1987. *Design of small dams*. US Bureau Of Reclamation 3, 860p.
- Versteeg, H.K., Malalasekera, W., 2007. *An introduction to computational fluid dynamics: the finite volume method*. Pearson Education.
- Wagner, C., 1999. *Introduction to algebraic multigrid*. Course Notes of an Algebraic Multigrid Course, University of Heidelberg.
- Webber, N.B., 1965. *Fluid mechanics for civil engineers*.
- Wilcox, D.C., others, 1998. *Turbulence modeling for CFD*. DCW industries La Canada, CA.
- Xiao, Y., Wang, Z., Zeng, J., Zheng, J., Lin, J., Zhang, L., 2015. Prototype and numerical studies of interference characteristics of two ski-jump jets from opening spillway gates. *Engineering Computations* 32, 289–307.
- Yakhot, Smith, 1992. The renormalization group, the ϵ -expansion and derivation of turbulence models. *Scientific Computing*.
- Yamakawa, S., Shimada, K., 2000. High Quality Anisotropic Tetrahedral Mesh Generation Via Ellipsoidal Bubble Packing., in: *IMR*. pp. 263–274.
- Yang, X., James, A.J., 2006. Analytic relations for reconstructing piecewise linear interfaces in triangular and tetrahedral grids. *Journal of computational physics* 214, 41–54.