

## Cuadernillo final - Covariación lineal

Para las labores diarias de una fábrica cada día en la mañana empiezan a llenar un tanque industrial de forma cilíndrica como el de la figura, para eso conectan al tanque un grifo de alta presión que arroja las misma cantidad de agua a lo largo del tiempo de llenado



1. Marca con X si las siguientes medidas cambian o no cambian en el transcurso del proceso de llenado.

	CAMBIA	NO CAMBIA	JUSTIFICA
Nivel del agua	X		Porque según se va llenando va subiendo el nivel
Altura del tanque		X	Porque es un objeto no deformable.
Cantidad de agua	X		Porque según se llena aumenta la cantidad.
Espacio del tanque sin llenar	X		Porque cuando se llena de agua ese espacio desaparece.
Tiempo de llenado	X		Cambia según pasa el tiempo.
Capacidad del tanque		X	Porque es un objeto no deformable.
Agua que arroja el chorro	X		Cambia ensuciándose cuando sube el nivel del agua.

2. Recientemente el tanque evidencio un desperfecto y el ingeniero de la fábrica está interesado en tener información útil para saber qué tan lleno está el tanque en cada momento del proceso de llenado y evitar así un desbordamiento de agua.

A continuación se dan pares de medidas, cuál de estos pares conviene ser estudiados para tener información útil en cada momento que le permitan al ingeniero evitar que el agua se desborde. Marca X tu elección y en todos los casos **justifica tu respuesta**

	Sí conviene estudiar la relación entre	No conviene estudiar la relación entre	Justifica tu respuesta
Altura del tanque y tiempo de llenado	X		Porque cuando pase el tiempo, el agua va a llegar al tope y se llegará a desbordar.
La variación de la temperatura interior del tanque y el tiempo de llenado		X	Porque la temperatura no influye con el llenado del agua.
Nivel que alcanza el tanque a medida que se va llenado y el tiempo de llenado que va transcurriendo	X		Porque cuando el nivel llegue al tope al pasar el tiempo, se podrá desbordar.
Cantidad del agua en el tanque a medida que se va llenado y el tiempo de llenado que va transcurriendo	X		Porque cuando hay tanta cantidad de agua el nivel subirá y se llegará a desbordar.

En el parque salitre mágico se encuentra el Super Shot, una de las atracciones de mayor impacto por la adrenalina que causa en las personas el movimiento de subida y bajada de una plataforma de sillas.



3. Marca con X si las siguientes medidas cambian o no cambian en el transcurso del funcionamiento de la atracción.

	CAMBIA	NO CAMBIA	JUSTIFICA
Altura de la plataforma de las sillas	X		Cambia porque los mecanismos hacen que suban y bajen
Cantidad de personas en la atracción		X	No cambia porque las personas que subieron no pueden bajar en

Altura de la torre		X	No cambia ya que la torre esta fija.
Tiempo de funcionamiento	X	X	No cambia por que es un tiempo determinado para la duracion de la atraccion
Velocidad de subida de la plataforma	X		Baja la velocidad al llegar al tope
Distancia restante por subir	X		Cambia ya que cuando por ejemplo vaya por la mitad le quedara la otra mitad.
Velocidad de bajada de la plataforma	X		Baja la velocidad al llegar al suelo.

4. Recientemente la atracción evidenció un desperfecto y el ingeniero del parque está interesado en tener información útil para saber qué tan alto está una persona en cada momento del funcionamiento de la atracción y evitar así un accidente catastrófico.

A continuación, se dan pares de medidas, decida si estudiar la forma como varía una de ellas a medida que varía la otra, da información útil al ingeniero sobre qué tan alto está una persona.

Marca con X tu elección y en todos los casos justifica tu respuesta

	Conviene estudiar la relación entre	No conviene estudiar la relación entre	Justifica tu respuesta
Altura de la torre del super shot y tiempo de funcionamiento	X		Porque si no se controla esto la plataforma de las sillas se rompería o saltaría al llegar al tope.
Capacidad máxima de personas en la atracción y el tiempo de funcionamiento		X	Porque esta claro que no habra más del maximo de personas mientras transcurre el tiempo.
Nivel que alcanza la plataforma de las sillas a medida que se mueve la atracción y el tiempo de funcionamiento que va transcurriendo	X		Porque cuando llegue al tope puede pasar de mismo que en el primero.

En los anteriores juegos olimpicos una de las competencias con mayor expectativa fue la carrera de los 100 metros planos en la que participó Usain Bolt corriendo con una velocidad constante por el carril 6.



5. Marca con X si las siguientes medidas cambian o no cambian en el transcurso de la carrera.

	CAMBIA	NO CAMBIA	JUSTIFICA
Distancia recorrida por el atleta del carril 6 en el transcurso de la carrera	X		Cambia según va recorriendo la pista
Cantidad de atletas		X	Nocambia ya que es una cantidad determinada de atletas.
Longitud de pista		X	Nocambia ya que es algo fijo.
Tiempo de recorrido	X		Cambia ya que no es un tiempo determinado sino hasta que lleguen todos.
Velocidad del atleta del carril 6 durante la carrera	X		Cambia ya que cuando empieza va aumentando su velocidad.
Distancia que le falta recorrer al atleta del carril 6	X		Cambia ya que si va al inicio le falta todo y cuando va por la mitad le falta la mitad.

6. Recientemente el juez de la carrera evidenció una posible trampa, los organizadores de la carrera están interesados en tener información útil para saber qué velocidad tiene el atleta del carril 6 en el transcurso de la carrera y comprobar así el posible fraude.

A continuación, se dan pares de medidas, decida si estudiar la forma como varía una de ellas a medida que varía la otra, da información útil a los organizadores de la carrera sobre qué tan veloz es el atleta.

	Conviene estudiar la relación entre	No conviene estudiar la relación entre	Justifica tu respuesta
Longitud de la pista atlética y tiempo transcurrido en la carrera		X	Porque la longitud de la pista no influye en la velocidad del atleta
Cantidad de atletas en la carrera y el tiempo transcurrido		X	Porque la cantidad de atletas, no influye en la velocidad del atleta.
Distancia que va recorriendo el atleta y el tiempo que va trascurriendo	X		Porque si recorre menos distancia que los demás es que hace trampa

7. Considere que en el proceso de llenado el nivel de agua sube 2 metros cada minuto. La persona encargada de llenarlo hace una primera observación y constata que el nivel de agua es de 17 metros, minutos más tarde vuelve a observar y se fija que el nivel de agua ahora es de 23 metros ¿cuánto tiempo ha transcurrido entre las dos observaciones? **Justifica tu respuesta**

Porque si es 2 cada min es 1 cada medio min por lo cual  $2 \times 8 = 16$   
 $8:30 = 17$   
 y  $2 \times 11 = 22$   
 $11:30 = 23$

8. Considere que en el proceso de llenado el nivel de agua sube 3 metros cada minuto. La persona encargada de llenarlo hace una primera observación y constata que el nivel de agua es de 11 metros, minutos más tarde vuelve a observar y se fija que el nivel de agua ahora es de 107 metros ¿cuánto tiempo ha transcurrido entre las dos observaciones? **Justifica tu respuesta**

Porque si es 3 cada min es 1 cada 20 seg por lo cual  $3 \times 4 = 12$   
 $3:40 = 17$   
 y  $3 \times 36 = 108$   
 $35:20 = 107$

9. Considere que en el proceso de llenado el nivel de agua sube 5 metros cada minuto. La persona encargada de llenarlo hace una primera observación cuando han transcurrido 5 minutos y constata que el nivel de agua es de 25 metros, ¿cuál es la altura a la que encontrará el nivel del agua a los 85 min? **Justifica tu respuesta**

Porque si es 5 cada min es 1 cada 12 seg por lo cual  $5 \times 5 = 25$  y  
 $5 \times 85 = 425$

10. Considere que la plataforma de las sillas sube 3 metros cada segundo. El ingeniero encargado del funcionamiento realiza una primera observación y luego de tres segundos hace otra observación ¿cuántos metros ha subido entre las dos observaciones? **Justifica tu respuesta**

9 metros porque en la 1a observación pudo hacerla apenas empezando o sea 0 metros a los 3 seg.  $3 \times 3 = 9$  metros.

11. Considere que en el transcurso del funcionamiento del Super Shot la plataforma de las sillas sube 2 metros cada segundo. La persona encargada de su funcionamiento hace una primera observación y constata que la altura de la plataforma es de 19 metros, segundos más tarde vuelve a observar y se fija que el nivel de agua ahora es de 109 metros ¿cuánto tiempo ha transcurrido entre las dos observaciones? **Justifica tu respuesta**

$$2 \times 9 = 18 \quad 2 \times 55 = 110$$

$$9:30 = 19 \text{ min} \quad 54:30 = 109 \text{ metros}$$

12. Considere que en transcurso del funcionamiento del Super Shot la plataforma de las sillas sube 5 metros cada segundo. La persona encargada del funcionamiento hace una primera observación cuando ha transcurrido 2 segundos y constata que la altura de la plataforma es de 10 metros, ¿cuál es la altura a la que encontrará la plataforma de las sillas a los 75 segundos? **Justifica tu respuesta**

$$5 \times 2 = 10 \quad 5 \times (75 - 2) = 375$$

$$5 \times 75 = 375$$

13. Considere que el atleta del carril 5 corre con una velocidad constante de 3 metros por segundo. El juez encargado de la carrera realiza una primera observación y constata que el atleta ha avanzado 45 metros luego de 2 segundos hace otra observación ¿cuántos metros ha avanzado entre las dos observaciones? **Justifica tu respuesta**

$$3 \times 15 = 45 \quad 3 \times 17 = 51$$

14. Considere que el atleta del carril 4 corre a una velocidad constante de 2 metros cada segundo. El juez encargado de vigilar la carrera hace una primera observación y constata que el atleta a avanzado 15 metros, segundos más tarde vuelve a observar y se fija que el atleta ha avanzado 85 metros ¿cuánto tiempo ha transcurrido entre las dos observaciones? **Justifica tu respuesta**

$$2 \times 7 = 14 \quad 2 \times 43 = 86$$

$$7:30 = 75 \quad 42:30 = 85 \text{ metros}$$

15. Considere que el atleta del carril 2 corre a una velocidad constante de 5 metros cada segundo. El juez encargado de vigilar la carrera hace una primera observación cuando ha transcurrido 3 segundos y constata que la distancia que ha avanzado es de 15 metros, ¿cuál es la distancia a la que se encontrará el atleta a los 90 segundos? **Justifica tu respuesta**

$$5 \times 90 = 450 \text{ metros}$$

16. Teniendo en cuenta que el tanque de agua presentaba fallas, el ingeniero de la empresa le ordena a tres personas que tomen algunos datos sobre el proceso de llenado del tanque, en cuál de estas tres tablas se puede apreciar que el tanque se llena con una velocidad constante. **JUSTIFICA TU ELECCIÓN**

A	TIEMPO (dado en minutos)	0	2	4	6	8	10
	ALTURA (dado en metros)	4	5	7	10	14	19

B	TIEMPO (dado en minutos)	0	1	2	3	4	5
	ALTURA (dado en metros)	0	2	5	9	14	20

C	TIEMPO (dado en minutos)	0	3	5	9	14	25
	ALTURA (dado en metros)	0	9	15	27	42	75

~~Esta porque el tiempo es de 10 y 1 y el otro va 2, 3, 4, 5, y 6~~  
 ~~$0+2=2+3=5+4=9+5=14+6=20$~~   
 Esta porque si fuera  se ve como se puede multiplicar  3 p

17. Teniendo en cuenta que el Super Shot presentaba fallas, el ingeniero del Salitre Mágico le ordena a tres personas que tomen algunos datos sobre el funcionamiento de la atracción, ¿En cuál de estas tres tablas se puede apreciar que la plataforma de las sillas suben a una velocidad constante? **JUSTIFICA TU ELECCIÓN**

A	TIEMPO (dado en minutos)	1	3	7	8	10	11	<i>porque <math>9 \times 4 = 4</math> <math>4 \times 3 = 12</math> <math>4 \times 7 = 28</math> esca que sube de 4 en 4 cada min.</i>
	ALTURA (dado en metros)	4	12	28	32	40	44	
B	TIEMPO (dado en minutos)	0	1	2	3	4	5	<del><i>Esta porque empieza subiendo rapido y despues desacelera cuando va llegando</i></del>
	ALTURA (dado en metros)	0	2	3	4	5	6	
C	TIEMPO (dado en minutos)	1	2	4	6	8	10	
	ALTURA (dado en metros)	1	2	3	4	5	6	

18. Teniendo en cuenta que en la carrera se presentaba una posible trampa, el juez de la carrera le ordena a tres personas que tomen algunos datos sobre la distancia que va recorriendo el atleta del carril 1, ¿En cuál de estas tres tablas se puede apreciar que el atleta corre con una velocidad constante? **JUSTIFICA TU ELECCIÓN**

A	TIEMPO (dado en segundos)	0	2	4	6	8	10	<del><i>Esta porque empieza lento y despues acelera a una velocidad constante.</i></del>
	Distancia recorrida (dado en metros)	0	1	3	5	7	9	
B	TIEMPO (dado en segundos)	0	1	3	7	9	10	<i>Esta porque <math>4 \times 5 = 20</math> <math>5 \times 3 = 15</math>. esca sube de 5 en 5 cada min.</i>
	Distancia recorrida (dado en metros)	0	5	15	35	45	50	
C	TIEMPO (dado en segundos)	0	2	5	8	12	18	
	Distancia recorrida (dado en metros)	0	2	4	6	8	10	

En una convención de ingenieros se reunieron los encargados de analizar el proceso de llenado del tanque, los empleados del salitre mágico y los jueces de la carrera de los 100 metros planos, para compartir experiencias de sus trabajos. En esta convención se logró establecer que algunas medidas de las tres situaciones aunque diferentes se pueden asociar, por que cumplen la misma función en las tres situaciones.

19. Estudia la asociación que se establece en la primera línea y completa la tabla

LLENADO DEL TANQUE	ASCENSO DE LA PLATAFORMA DE LAS SILLAS	CARRERA DE LOS 100 METROS PLANOS	JUSTIFICACIÓN
La altura del tanque de agua es como:	La altura de la torre del super shot es como	La longitud de la pista atlética.	Estas tres medidas se parecen ya que son preestablecidas y no sufren ningún cambio en el transcurso del tiempo, además se convierten en el máximo valor que pueden tomar un procedimiento u acción.
El nivel del agua al transcurrir el tiempo	La altura de la plataforma de las sillas al transcurrir el tiempo de funcionamiento.	La distancia que recorre un atleta	Estas 3 se parecen ya que sufren cambios al pasar el tiempo.
Lo que falta por llenar del espacio del tanque	Lo que falta por subir a las sillas.	La distancia que le falta recorrer al atleta a medida que él está corriendo	Estas 3 se parecen ya que determinan cuanto falta para llegar a un limite
Nivel del agua antes de empezar a llenar el tanque.	Las sillas a la altura del suelo	Las atletas en el inicio de la pista.	Estas 3 se parecen ya que cuando empiezan a hacer algo dejan de serlo.

La relación de la forma como varían dos medidas a lo largo de un fenómeno se denomina COVARIACIÓN. Hay dos formas de covariación

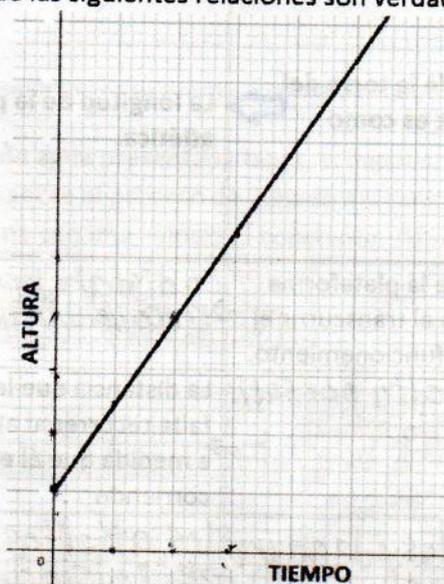
**Directa** si ocurre que mientras una medida **AUMENTA** la otra medida también **AUMENTA** o que si una disminuye la otra también disminuye

**Inversa** si ocurre que mientras una medida **AUMENTA** la otra medida **DISMINUYE** o que si una **DISMINUYE** la otra **AUMENTA**.

20. En cuáles de las situaciones las medidas estudiadas covarían de forma directa y en cuáles de forma inversa. Justifica sus respuestas. **JUSTIFICA LAS OPCIONES ELEGIDAS**

RELACIÓN	COVARIACIÓN DIRECTA	COVARIACIÓN INVERSA	JUSTIFICA
El nivel del agua del tanque covaría en relación con el tiempo transcurrido	X		Por que los 2 aumentan al tiempo.
La distancia que le falta por recorrer a un atleta covaría en relación con la distancia que ya recorrió		X	Porque la distancia que recorre aumento pero la distancia que falta se resta.
La altura de la plataforma de las sillas cuando sube covaría con el tiempo de funcionamiento	X		Porque aumentan al mismo tiempo.
El espacio vacío del tanque covaría en relación con el nivel del agua que alcanza el tanque		X	Porque el espacio disminuye pero el nivel del agua aumenta.
La distancia que le falta subir a la plataforma de las sillas covaría en relación con la altura que alcanza la plataforma		X	Porque lo que falta subir disminuye pero la altura que sube aumenta.
La distancia que recorrió un atleta covaría en relación con el tiempo que ha durado corriendo el atleta	X		Porque los 2 aumentan al mismo tiempo.

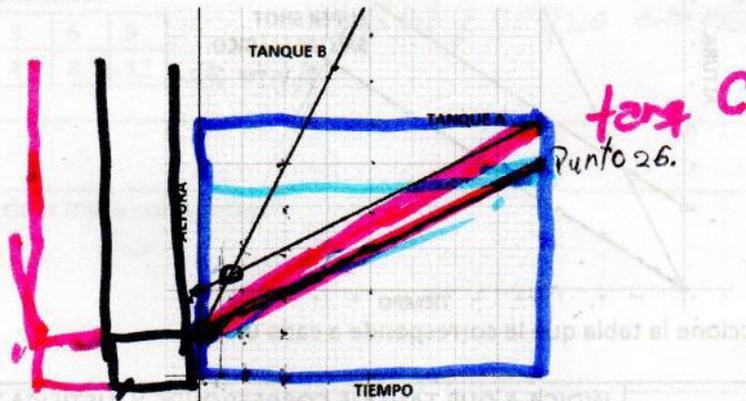
21. Según la gráfica cartesiana cuáles de las siguientes relaciones son verdaderas:



VERDADERO O FALSO JUSTIFICA TU RESPUESTA

A	El nivel del agua aumenta 3 metros cada 2 minutos	Cierto, en la grafica se ve esto exactamente
B	La altura de la plataforma de las sillas sube metro y medio cada segundo	<del>Falso</del> cierto, porque empieza en 1 y sube a 2,5 m en 1 segundo.
C	Usain Bolt tiene una velocidad de 1,5 metros por segundo	Cierto, lo que dije en la B.
D	El nivel del agua aumenta 2 metros cada 3 segundos	Falso, debería ser 4,5 cada 3 seg.
E	La altura de las sillas sube $\frac{2}{3}$ de metro por segundo	falso, es 1,5 cada segundo.

La siguiente gráfica muestra el nivel de agua de dos tanques CILINDRICOS que se llenaron usando el mismo chorro de agua constante.



22. Según esta información seleccione la tabla que le corresponde a cada uno

						INDICA A QUE TANQUE CORRESPONDE Y JUSTIFICA TU ELECCIÓN
TIEMPO	0	2	4	6	8	Al tanque B, porque si en tiempo va de 2 en 2, en 2 es 6 si también en la altura es de 2 en 2.
ALTURA	4	6	8	10	12	
TIEMPO	0	1	2	3	4	Al tanque B, lo mismo que antes solo que en 2 es 10.
ALTURA	2	6	10	14	18	

23. ¿Qué tanque de agua tenía más líquido al iniciar el proceso de llenado?

El tanque A.

24. ¿Cuál tanque se llena más rápido y por qué?

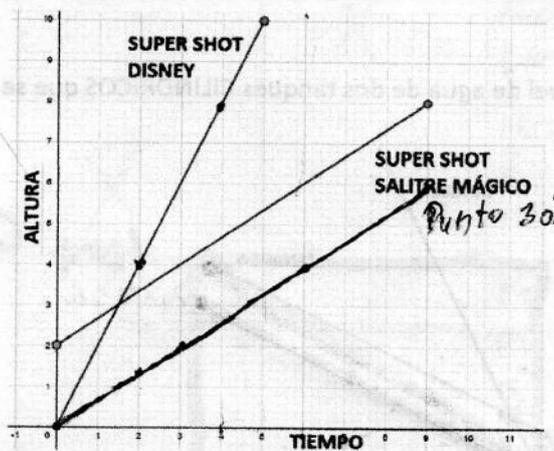
El B porque debe ser más angosto.

25. ¿Qué significa el punto donde se intersecan las dos rectas?

Que significa que simplemente en ese momento tuvieron la misma cantidad de agua.

26. Representa cartesianamente el llenado de un tanque con el mismo diámetro del tanque A, pero con el mismo nivel inicial del tanque B.

La siguiente gráfica muestra la altura de la plataforma de las sillas del SUPER SHOT de dos parques diferentes.



27. Según esta información seleccione la tabla que le corresponde a cada uno.

					INDICA A QUE PARQUE CORRESPONDE Y JUSTIFICA TU ELECCIÓN
Tiempo	0	2	4	6	Disney, porque en la grafica empieza en 0 metros.
altura	0	4	8	12	
Tiempo	0	3	6	9	Salitre magico, porque <del>en los 2</del> empieza en 2 metros
altura	2	4	6	8	

28. ¿Cuál SUPER SHOT inicia con la plataforma de sillas más alta?

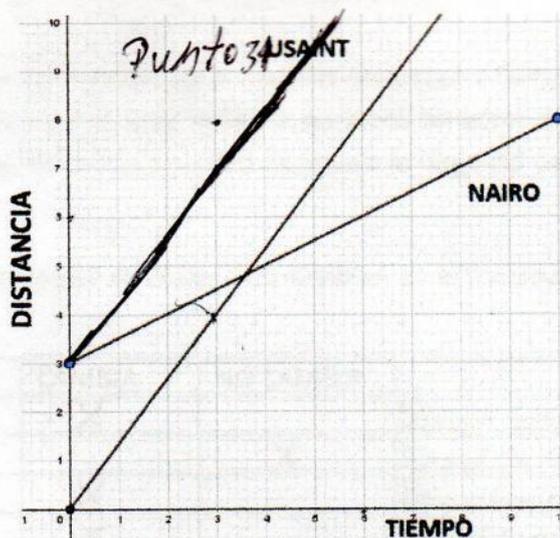
Dis salitre magico.

29. ¿Cuál SUPER SHOT llega primero a la cima de la torre y por qué?

Disney porque o va más rapido o tiene menos altura.

30. Representa cartesianamente la subida de la plataforma de sillas de un SUPER SHOT con la misma velocidad del de salitre mágico, pero con la misma altura inicial del de Disney.

La siguiente gráfica muestra la distancia que recorren dos atletas en la competencia de los 100 metros planos.



31. Según esta información seleccione la tabla que le corresponde a cada uno

					INDICA A QUE ATLETA CORRESPONDE Y JUSTIFICA TU ELECCIÓN										
<table border="1"> <tr><td>Tiempo</td><td>0</td><td>4</td><td>8</td><td>12</td></tr> <tr><td>altura</td><td>3</td><td>5</td><td>7</td><td>9</td></tr> </table>					Tiempo	0	4	8	12	altura	3	5	7	9	Nairo porque empieza en 3.
Tiempo	0	4	8	12											
altura	3	5	7	9											
<table border="1"> <tr><td>Tiempo</td><td>0</td><td>3</td><td>6</td><td>9</td></tr> <tr><td>altura</td><td>0</td><td>4</td><td>8</td><td>12</td></tr> </table>					Tiempo	0	3	6	9	altura	0	4	8	12	Usaint porque empieza en 0.
Tiempo	0	3	6	9											
altura	0	4	8	12											

32. ¿Cuál competidor inicia con ventaja?

Nairo

33. ¿Cuál competidor llega primero a la meta?

Usaint.

34. Representa cartesianamente la distancia recorrida por otro atleta con la misma velocidad de Usaint pero que salga desde el punto de partida de Nairo.