MARCELINO HUDGSON STEELE

PEOR ES NADA: LA LÓGICA DEL MAL COMO DEFICIENCIA

PONTIFICIA UNIVERSIDAD JAVERIANA
Facultad de Filosofía
Bogotá, 20 de julio de 2020

PEOR ES NADA: LA LÓGICA DEL MAL COMO DEFICIENCIA

Trabajo de grado presentado por Marcelino Hudgson Steele, bajo la dirección del
Profesor Héctor Hernando Salinas Leal,
como requisito parcial para optar al título de Máster en Filosofía.

PONTIFICIA UNIVERSIDAD JAVERIANA
Facultad de Filosofía
Bogotá, 20 de julio de 2020

Para Ana, quien me ha hecho muchísimo bien.

Bogotá, 20 de julio de 2020

Profesor
Fernando Cardona Suárez
Decano
Facultad de Filosofía
Universidad Javeriana

Estimado señor decano:

Reciba mi cordial saludo.

Que sea un motivo de alegría intelectual presentar a la Facultad de Filosofía la tesis de maestría del estudiante Marcelino Hudgson Steele, titulada "*Peor es nada. La lógica del mal como deficiencia*".

Este trabajo de gran calado filosófico se propone aclarar el lenguaje que usamos cuando decimos que "p es malo para a" o que "a es mejor que b". Para alcanzar este objetivo, Marcelino Hudgson Steele propone dos hipótesis de trabajo: "se afirma que una cosa es mejor que otra si y solo si se afirma que la primera cosa tiene al menos una posibilidad que no tiene la segunda" y "se afirma que un hecho es malo para un objeto si y solo si se afirma que dicho hecho elimina al menos una posibilidad del objeto". Para probarlas, Marcelino somete a un muy sutil análisis lógico y a un ejercicio de formalización las frases del tipo "p es malo para a" o "a es mejor que b", recurriendo, según el objeto se lo exija, a la teoría de conjuntos, la lógica proposicional y la lógica de predicados. El trabajo no solo demuestra sus hipótesis de partida, también exhibe un dominio sobresaliente de varios campos de la lógica, creatividad, imaginación, originalidad y elegancia. Por estas razones, considero además que constituye un aporte original a la pregunta por la estructura formal de dichas expresiones de nuestro lenguaje ordinario y a la discusión sobre nuestra manera de entender y hablar del mal.

Este trabajo cumple entonces ampliamente con las características que se esperan de una tesis de maestría en filosofía y por lo ello lo presento a la Facultad con el fin de que siga su curso hacia las instancias de lectura, juicio y evaluación.

Atentamente,

H. H. Salinas

Héctor Salinas
Profesor asociado
Departamento de Filosofía

Tabla de contenido

INTRODUCCIÓN

¿Qué tienen en común un terremoto, una falla renal, y un robo? Que sería malo si nos pasaran, y que sería aún peor que nos pasaran las tres el mismo día. Desde temprana edad, hablamos con frecuencia y coherencia acerca de hechos que serían malos que pasaran. Aunque lo malo no es una propiedad observable de ningún objeto (como la masa, la cantidad de leucocitos en la sangre, o el color), aun así, es sencillo llegar a conclusiones acerca de qué sería malo que le pasara a un objeto dadas sus propiedades. Y todo esto, lo hacemos sin recurrir a una definición explícita de lo que es el mal. Evidentemente, no necesitamos una definición de mal para hablar acerca del mal, pero una definición serviría para aclarar lo que decimos y pensamos acerca del mal. El presente trabajo busca construir dicha definición.

Con precisión, la pregunta que atañe a este trabajo de grado es la siguiente: ¿cuáles son las condiciones necesarias y suficientes para decir que un hecho es malo para un objeto? O, puesto en términos más sencillos, ¿qué hace que algo sea malo? Donde 'mal' es entendido en el sentido de deficiencia o de imperfección, y no en el sentido de mal moral.[1] Para dar cuenta de las expresiones que hacemos usando el concepto del mal como deficiencia, este trabajo presenta una teoría.

La teoría que se desarrolla a lo largo de este trabajo se basa en dos aspectos de una idea de San Agustín: "No existe, pues, la naturaleza del mal, sino que a la pérdida del bien se le dio el nombre de mal" (San Agustín, *Ciudad de Dios*, libro XI capítulo IX); "El mal no es un ser, no tiene realidad independiente, es parasitario del bien, pues se define como un elemento accidental, mera afectación de la criatura" (Cordero Hernández, 2009). El primer aspecto surge al hacer énfasis en la idea de que el mal es un nombre: la teoría más que hablar acerca del mal, habla acerca de cómo hablamos acerca del mal. El

---

[1] Esta distinción entre los dos sentidos de mal ya se puede hallar en el primer capítulo del primer libro de la obra *Del libre albedrío* de San Agustín (San Agustín, *Del libre albedrío*, libro I, capítulo I, parágrafo 1). Para San Agustín, hay dos sentidos de la palabra 'mal': el obrado y el padecido. Donde el mal obrado es similar al concepto de mal moral, y donde el mal padecido es más cercano al mal como deficiencia. Esta clasificación es recogida y modificada por Leibniz, donde el mal por deficiencia es entendido en términos de mal físico o metafísico, mientras que el mal moral se presenta con el mismo nombre (Latzer, 1994).

segundo aspecto surge al hacer énfasis en la idea de que el mal es carencia: la teoría defiende la tesis de que el mal no es algo, sino la carencia o falta de algo.

Así pues, la teoría que se presenta en este trabajo se inscribe en la tradición de teorías que entienden al mal como privación de bien. De acuerdo con este grupo de teorías, el mal carece de substancia o naturaleza, se trata meramente de la ausencia de algún bien (Calder, 2020). Por ejemplo, una metáfora clásica utilizada para ilustrar este punto es la de la oscuridad: donde la oscuridad al igual que el mal, no tiene sustancia ni más definición que la ausencia de luz. Una de las primeras formulaciones del mal como privación la podemos hallar en Plotino:

> Ahora bien, ¿cómo puede uno imaginarse el mal como forma, si es por ausencia de todo bien por lo que se vislumbra el mal? Si se responde que, porque la ciencia de los contrarios es la misma y porque el mal es contrario al bien, la ciencia del bien será la misma que la del mal, entonces, a los que se dispongan a conocer el mal, les será preciso penetrar en el conocimiento del bien, puesto que las cosas mejores anteceden a las peores y son formas, mientras que las peores no lo son, sino más bien privación (*Enéadas*, libro I, tratado VIII, capítulo I).

La idea del mal como privación ha sido entonces recogida y modificada ligeramente por autores como San Agustín, Santo Tomás de Aquino y Leibniz, por mencionar algunos (Latzer, 1994, pág. 5).

La principal diferencia entre las formulaciones de dichos autores y la teoría que aquí se presenta, es que esta teoría no es metafísica: la teoría se enfoca en el lenguaje y en la manera en que lo usamos. El principal objetivo de la teoría es aclarar las expresiones que usamos para decir que algo es malo, mediante la explicitación de la estructura lógica de dichas expresiones. Donde el espíritu de este objetivo proviene de la proposición (4.112) del *Tractatus logico-philosophicus*:

> El objetivo de la filosofía es la clarificación lógica de los pensamientos. La filosofía no es una doctrina, sino una actividad. Una obra filosófica consta esencialmente de aclaraciones. Los resultados de la filosofía no son «proposiciones filosóficas», sino el que las proposiciones lleguen a clarificarse. La filosofía debe clarificar y delimitar nítidamente los pensamientos, que de otro modo son, por así decirlo, turbios y borrosos (Wittgeinsten, 2001, pág. 72).

Lo que se busca explicar es qué se dice cuando se usan expresiones tales como ‘este es un mal caballo’ o ‘este es un mal computador’. Y con el fin de explicitar la forma lógica de este tipo de expresiones, este trabajo presenta dos hipótesis que están estrechamente relacionadas. La primera hipótesis es la siguiente: <u>se afirma que una cosa</u>

es mejor que otra si y solo si se afirma que la primera cosa tiene al menos una posibilidad que no tiene la segunda. La segunda hipótesis de este trabajo es la siguiente: se afirma que un hecho es malo para un objeto si y solo si se afirma que dicho hecho elimina al menos una posibilidad del objeto.

En esta teoría, el tipo de carencia que determina que se trata de algo malo es la carencia de posibilidades. Una de las razones para hablar de carencia de posibilidades, más que carencia de propiedades, es que el concepto de 'posibilidad' recoge de manera más apropiada el concepto de 'perfección' que presenta San Agustín. Para San Agustín, una cosa es mejor que otra cuando la primera tiene más perfecciones que la segunda (San Agustín, *Del libre albedrío,* libro II, capítulo III, parágrafo 8). Algunas de las cosas que enlista como perfecciones son el vivir, el entender y el sentir. Donde el vivir, el sentir y el entender son propios de los humanos; el vivir y sentir son propios de los animales; y el vivir es propio de las plantas (San Agustín, *Del libre albedrío,* libro II, capítulo III, parágrafo 8-9). Tomar las perfecciones como propiedades, implicaría afirmar, por ejemplo, que todos los humanos están vivos, sintiendo y entendiendo. Cuando este no es el caso. Lo que sí es cierto, es que para cualquier humano del que se hable, se puede decir que es posible que esté vivo, sintiendo o entendiendo. Y es por este motivo por el que es más apropiado entender las perfecciones de una cosa, como sus posibilidades más que como sus propiedades.

No obstante, la razón principal por la que en esta teoría se identifica al mal con carencia de posibilidades en vez de identificarlo con carencia de propiedades es la siguiente: en el lenguaje natural perder una propiedad es malo únicamente cuando implica perder también una posibilidad. Por ejemplo, supongamos que tenemos tres carros idénticos. Supongamos ahora que uno de los carros pierde el motor (deja de ser cierto que tiene un motor); el segundo carro pierde el portavaso (deja de ser cierto que tiene un portavaso); y el tercer carro pierde el logo (deja de ser cierto que el auto tiene un logo). El primer carro es al que le ha ocurrido lo peor, pues es el que más posibilidades ha perdido: ya no puede encenderse, ni acelerar, ni moverse, etc. Claro está, las propiedades y las posibilidades de una cosa están estrechamente ligadas. No obstante, son las posibilidades implicadas por la propiedad las que indican que tan buena o mala es la propiedad.

Esta idea de que la cantidad de posibilidades de una cosa es directamente proporcional a su grado de bondad, se puede encontrar implícitamente en algunos autores cristianos como Santo Tomás:

> […] se dice bueno al sujeto mismo según que está en potencia de la perfección, así como el alma está en potencia de la virtud, y la sustancia del ojo está en potencia de la agudeza visual. Y, ya que el mal, como se dijo antes, no es sino la privación de la debida perfección, y la privación no se da sino en el ente en potencia, porque decimos que se priva lo que por naturaleza ha de tener algo y no lo tiene, se sigue que el mal está en el bien, en cuanto el ente en potencia se dice bueno (Santo Tomás, *Sobre el mal,* cuestión I, artículo II, Solución).

Para Santo Tomás tanto la potencialidad de una cosa de cumplir su función como la potencialidad de la cosa para mejorar, indican el bien de la cosa (Rae, 2019, págs. 58-59). Así mismo, la concepción de Dios como el Sumo bien y como el único ser omnipotente, sugieren que la relación entre potencias (posibilidades) y bien, está en el centro de la doctrina cristiana.

Conviene repetir que el énfasis de este trabajo no recae en qué cosas son malas o deficientes. La atención está puesta en cuándo y cómo decimos que las cosas son deficientes. Así pues, la atención está más en el lenguaje que en el mundo. Coincido en este punto con la idea de que el mal es más un problema conceptual que ontológico (Oderberg, 2020, pág. 332).

El modo en que esta teoría busca aclarar las expresiones acerca del mal es haciendo explícitas las relaciones formales que hay entre las proposiciones que usamos al hablar acerca del mal. Dicho de otro modo, se busca aclarar las expresiones buscando la manera de formalizarlas. Dos criterios guiaron la formalización en esta teoría: la coherencia formal y la adecuación material.

La coherencia formal exige que, al traducir las hipótesis y casos al lenguaje formal, las reglas de dicho lenguaje se apliquen de manera consistente sobre las formalizaciones. Pero, sobre todo, exige que, al traducir un caso del lenguaje natural al formal; hacer deducciones dentro del lenguaje formal; y luego traducir las conclusiones de dichas deducciones al lenguaje natural, se obtengan expresiones con sentido. El segundo criterio (y el de mayor importancia) que se tuvo en cuenta durante la formación de la teoría es la adecuación material. Donde la adecuación material "se preocupa por la pregunta de qué tan amplio es el rango de ejemplos capturados por la estructura, y la extensión a la cual la estructura puede hacerle justicia a nuestras intuiciones sobre el tema”[2] (Strasser & Antonelli, 2019). Este criterio se preocupa por la cantidad y variedad de casos que pueden ser aclarados por las hipótesis.

Con el fin de dar con la estructura lógica de las expresiones acerca de lo malo y de lo mejor, este trabajo presenta la siguiente organización. En el primer capítulo se establece que las expresiones ‘ser malo para' y ‘ser mejor que' son relaciones. Luego, se determina entre qué tipos de elementos se establecen estas relaciones. Y, finalmente se dan las propiedades de dichas relaciones. Esta información acerca de las relaciones (sus propiedades, y los elementos que los saturan) será utilizada como punto de partida para la formalización de las expresiones en los capítulos siguientes.

El propósito del segundo capítulo es formalizar y definir las expresiones del tipo ‘ser mejor que' utilizando la teoría de conjuntos. Por ello se inicia el capítulo definiendo qué son los conjuntos y algunas operaciones entre ellos. Luego, se utilizan algunas de esas operaciones para formar una definición que cumpla con las propiedades de la relación ‘ser mejor que’.

El tercer capítulo inicia con una breve presentación de la lógica proposicional y la de predicados, pues estos son los lenguajes formales que se utilizarán para construir las definiciones. El tercer capítulo tiene varios propósitos: el primero, es definir el concepto de posibilidad, y esto es de suma importancia, pues este concepto aparece en ambas hipótesis de la teoría, y es aquello cuya privación nos indica que hay algún mal; el segundo propósito del tercer capítulo es definir las expresiones, ‘ser malo para’, mediante lógica de predicados; y el tercer propósito de este capítulo es unificar las dos hipótesis demostrando que la definición de ‘ser mejor que' está implicada por la definición de ‘es malo para’.

En el cuarto capítulo se discute una gran objeción que se le puede hacer a este proyecto: en esta teoría se formaliza el concepto de ‘mal’ utilizando el condicional clásico, siendo que el condicional clásico es monótono mientras que los razonamientos acerca del mal son no monótonos. Que el condicional clásico sea monótono, quiere decir que, dada una inferencia, añadir nuevas premisas no cambia en nada dicha inferencia. Que los razonamientos acerca del mal sean no monótonos, quiere decir que las inferencias

[2] La traducción es mía.

pueden ser modificadas dada nueva información. Por ejemplo, si se tiene la inferencia monótona: 'Kant no nació en Colombia; y Medellín está en Colombia; por lo tanto, Kant no nació en Medellín'. Y esta inferencia no la podemos volver una mala inferencia, sin importar qué digamos sobre Kant o sobre Medellín o Colombia. A esto se le denomina monoticidad. Por otro lado, están los razonamientos que nos interesan: los que son acerca del mal. Veamos el siguiente ejemplo: 'Karajita es una yegua, por lo tanto, puede correr'. La cual es una buena inferencia, pues la mayoría de las yeguas tienen la capacidad de correr. No obstante, si añadimos la premisa 'Karajita perdió una pata', ya no se sigue la conclusión de que pueda correr. Y esta es la no monoticidad. La no monoticidad parece estar en el núcleo de nuestra manera de hablar sobre el mal: porque un hecho malo elimina posibilidades, cambia lo que podemos inferir sobre el objeto al que le ocurre lo malo. Y si ese es el caso, ¿cómo o por qué se utiliza el condicional clásico para formalizar los razonamientos acerca del mal? El objetivo del cuarto capítulo será responder a esta cuestión.

Por último, el propósito de la conclusión es recopilar los principales argumentos y definiciones que se hicieron a lo largo de la teoría; así como mencionar dos posibles direcciones hacia las que se podría expandir la teoría en futuras investigaciones. La primera de estas posibles extensiones de la teoría sería intentar definir cuándo decimos que algo es moralmente malo, a partir de la definición de lo (¿?) malo por deficiencia que se ha trabajado aquí. La hipótesis inicial para tal extensión, puede ser la observación de que las acciones reprochables son las que le quitan posibilidades a los demás. La otra posible extensión de la teoría sería hacia el tema del mal como sufrimiento[3]. Donde la hipótesis que podría guiar la extensión de la teoría en esta dirección podría ser la de que cuando un ser vivo pierde posibilidades, tiende a surgir dolor físico o emocional.

[3] Sobre este sentido de mal, y desde un enfoque más idealista, se puede consultar *Mal y sufrimiento humano* (Cardona Suárez, 2012).

1. EL MAL ES UNA RELACIÓN

Cuando decimos que una cosa es mejor que otra o cuando decimos que una cosa es mala para otra, lo que estamos haciendo es establecer relaciones. En este capítulo se busca establecer cuáles son las propiedades de las relaciones '_es mejor que_' y '_es malo para_'. Un criterio para evaluar la pertinencia de las formalizaciones que se presentarán a lo largo de este trabajo será que al menos mantengan las propiedades de las relaciones en cuestión. Con miras a esto, este capítulo iniciará con una breve introducción acerca de lo que son las relaciones.

De acuerdo con la lógica de primer orden, los enunciados están conformados por términos singulares y por términos generales. Un término singular es cualquier palabra o expresión que denote una cosa o un concepto individual (Paéz, 2007, pág. 148). Por ejemplo, 'Lacan', 'Bogotá' y 'el rey de Francia' son términos singulares. Por otra parte, los términos generales "sirven para representar propiedades (cualidades, atributos o características) que uno o más individuos pueden tener en común" (Paéz, 2007, pág. 149). No obstante, además de agrupar, los términos generales también sirven para expresar relaciones. Para ilustrar esta idea, Paéz presenta el siguiente ejemplo:

> (*) Rafael es más alto que Tintoretto.
>
> El enunciado afirma que Rafael pertenece a la clase de cosas que son más altas que Tintoretto. Pero desde otro punto de vista, el enunciado afirma que la pareja conformada por Rafael y Tintoretto pertenece a la clase de parejas en las que el primer miembro es más alto que el segundo. En otras palabras, el enunciado (*) expresa una relación entre dos individuos a través del término general "más alto que" (Paéz, 2007, pág. 150).

Los enunciados están formados por términos singulares y predicados. Donde los predicados son saturados por los términos singulares. Un predicado puede pensarse como una expresión con espacios vacíos. Por ejemplo:

(1) __ se despertó.
(2) __golpeó a__.
(3) __ es hermano de __ y de __.

Donde el primer predicado tiene un espacio vacío, por lo que sería monádico; el segundo tiene dos espacios vacíos, por lo que sería diádico; y el tercero tiene tres espacios vacíos, por lo que sería tríadico. "En general, un predicado con *n* espacios en blanco es un predicado de grado *n*" (Paéz, 2007, pág. 151). Saturar un predicado consistirá en llenar esos espacios vacíos con términos singulares para formar un enunciado. Siguiendo con el ejemplo:

(1) Ana se despertó.
(2) William golpeó a John.
(3) Roberto es hermano de Silvio y de Manrique.

Siguiendo la convención, los términos singulares constantes serán representados con las primeras letras minúsculas del abecedario: a, b, c… etc. Los espacios vacíos funcionan como variables y serán representados con las últimas letras minúsculas del abecedario: x, y, z. Los predicados serán representados con letras mayúsculas distintas a las usadas para los términos singulares: F, G, H. Algo como la proposición (2) se formalizaría como aFb.

Si dos términos singulares pueden formar una proposición verdadera al saturar un predicado diádico, entonces diremos que están relacionados. El tipo de relación que consideraremos en este punto es la relación lógica– matemática "que puede ser construida por azar y no es necesario que se base en alguna conexión inherente entre los objetos relacionados, lo cual contrasta con el uso coloquial del término 'relación'"[4] (Bloch, 2011, pág. 170). De este modo, cuando se afirme que una cosa es mejor que otra, esto no es indicio de que exista algo así como una relación intrínseca entre ambos objetos.

Los conjuntos de términos singulares que pueden saturar una relación no necesariamente pueden saturar otra. Dicho de otro modo, el conjunto de términos singulares que pueden saturar una relación R no es necesariamente igual al conjunto de términos singulares que saturan una relación S. Por ejemplo, tomemos la relación '*x* tiene *y* años', que para ser correctamente saturado requiere que *x* sea una cosa o persona, y que *y* sea un número natural. Si *x* fuese un color o si *y* fuese un objeto, al saturar el predicado no tendríamos un enunciado sino un sinsentido: 'el verde tiene silla años'.

Algunas de las relaciones que usamos normalmente se aplican sobre un conjunto específico de términos singulares (Bloch, 2011, pág. 172). Es decir, los varios términos singulares que saturan dicha relación pertenecen al mismo conjunto. Por ejemplo: en la relación '*x* es esposo de *y*', tanto *x* como *y* son elementos del conjunto de los humanos;

[4] Las traducciones son mías.

en la relación '*x* está al norte de *y'*, tanto *x* como *y* son elementos del conjunto de ubicaciones espaciales.

Las relaciones pueden presentar varias propiedades que se definirán a continuación. Sea A un conjunto no vacío, y sea R una relación sobre A.

1- Reflexividad: Si para todo *x* que pertenece a A se cumple que *xRx*, entonces la relación R es reflexiva.

2- Simetría: Si para todo *x*, *y* que pertenecen a A se cumple que *xRy* implica *yRx*, entonces la relación R es simétrica.

3- Transitividad: Si para todo *x*, *y*, *z* que pertenecen a A se cumple que *xRy* junto con *yRz* implican *xRz*, entonces la relación R es transitiva (Bloch, 2011, pág. 173).

Un ejemplo de reflexividad es la relación sobre los números naturales '__es múltiplo de__', pues al saturar esta relación con cualquier número natural, obtenemos una proposición verdadera. O, dicho de otro modo, la relación es reflexiva porque todo número es múltiplo de sí mismo.

Un ejemplo de simetría es la relación sobre las personas '__es hermano de__', pues tenemos que para cualquier Roberto y para cualquier Silvio, se cumple que, si Roberto es hermano de Silvio, entonces Silvio es hermano de Roberto.

Por último, un ejemplo de transitividad es la relación sobre los objetos '__está por encima de__', pues si el celular está por encima de un libro, y ese libro está por encima de la mesa, entonces el celular está por encima de la mesa.

Una vez establecido lo anterior, vayamos ahora a la relación que va a ser aclarada por la primera hipótesis de este trabajo: '_es mejor que_'. Hay dos sentidos en los que se suele usar esta relación. El primer sentido es un modo dependiente de un criterio de evaluación. Por ejemplo, un lobo es mejor cazador que un perro, pero un perro es mejor mascota que un lobo. Y así, dependiendo del criterio que se tenga, una cosa será mejor o peor que otra. El segundo sentido en que se usa la relación 'ser mejor que' es en un modo absoluto, donde una cosa es mejor que otra bajo cualquier criterio de comparación desde el que se les tome. Por ejemplo, un caballo sano es mejor que un caballo enfermo, sin importar el criterio desde el que se les mire.

Veamos el primer modo en que se dice que algo es mejor que otra cosa. Siguiendo la primera hipótesis de este trabajo, diremos que una cosa es mejor que otra, si la primera tiene al menos una posibilidad que no tiene la segunda. La atención en este modo de decir ‘es mejor que’, estará fijada en los casos en que una cosa tiene una posibilidad que no tiene la segunda de acuerdo con cierto criterio. La idea es revisar algunas expresiones que se harían en el lenguaje natural, para poder dar con las propiedades de la relación en cuestión. Supongamos que tenemos los siguientes enunciados:

(1) Blancanieves no puede nadar.
(2) Ariel puede nadar.
(3) Blancanieves puede correr.
(4) Ariel no puede correr.

Si se las considera como nadadoras, Ariel sería mejor que Blancanieves: porque Ariel tiene la posibilidad de nadar y Blancanieves no. Pero si el criterio de evaluación que nos interesa es el de corredoras, entonces Blancanieves sería mejor que Ariel: porque Blancanieves tiene la posibilidad de correr y Ariel no. El criterio de evaluación normalmente es mencionado junto a la palabra ‘mejor’. En el ejemplo, se diría simplemente que ‘Ariel es mejor nadadora que Blancanieves’ o que ‘Blancanieves es mejor corriendo que Ariel’.

Ahora bien, tanto Ariel como Blancanieves tienen muchísimas posibilidades, es decir, hay muchas proposiciones que se podrían formar acerca de Blancanieves y acerca de Ariel. Lo que se hace al tener un criterio de evaluación, es fijarse únicamente en un subconjunto específico de dichas proposiciones posibles. Si el criterio desde el cual se les evalúa es cantar, entonces solo serán de nuestro interés las proposiciones posibles relacionadas con el canto. Y será mejor la que, dentro de esas proposiciones posibles relacionadas con el canto, tenga al menos una posibilidad que la otra princesa no tenga. Así, por ejemplo, si Blancanieves puede hacer un vibrato y Ariel no, entonces Blancanieves canta mejor que Ariel. O, dicho de otro modo, Blancanieves es mejor que Ariel cuando se trata del canto.

Y el criterio de evaluación puede ser tan específico como se requiera. Siguiendo con el ejemplo, tal vez ambas puedan cantar y hacer vibratos: pero una lo puede sostener a 100 decibeles durante 20 segundos, y la otra lo puede sostener a 100 decibeles solo por 19 segundos. En ese caso tendríamos que una es mejor que otra bajo ese criterio de decibeles y segundos. Supongamos ahora que Blancanieves puede sostener el vibrato a

100 decibeles durante 20 segundos, y Ariel lo puede sostener a 90 decibeles durante 30 segundos. ¿Cuál sería mejor? ¿La que puede hacerlo por más tiempo o la que lo puede hacer más alto? Responder esa pregunta requería de un criterio de evaluación aún más específico.[5]

Veamos ahora el sentido en que se dice que una cosa es absolutamente mejor que otra. Una cosa *x* será absolutamente mejor que otra cosa *y*, si *x* tiene al menos una posibilidad que no tenga *y*, y si no existe una posibilidad que tenga *y* que no tenga *x*. Por ejemplo, supongamos que:

(1) *a* puede estar vivo y puede correr.
(2) *b* puede estar vivo, pero no puede correr.
(3) *c* ni puede estar vivo y ni puede correr.

Podemos ver que *a* tiene al menos una posibilidad que *b* no tiene (correr), y podemos ver que *a* tiene dos posibilidades, mientras que *b* solo tiene una. Por lo tanto, *a* sería mejor que *b*. También podemos ver que *b* tiene al menos una posibilidad que *c* no tiene (vivir), y podemos ver que *b* tiene una posibilidad, mientras que *c* no tiene ninguna. Por lo tanto, *b* es mejor que *c*. Y de esto se sigue que *a* tiene más posibilidades que *c*, y que, por ende, *a* es mejor que *c*.

Tanto *a, b* y *c* podrían referirse a la misma persona, pero en circunstancias diferentes. Por ejemplo, *a* podría entenderse como la circunstancia en la que Ned está vivo y sin una herida en la pierna; *b* podría entenderse como la circunstancia en la que Ned está vivo, pero con una herida en la pierna; y *c* se podría entender como la circunstancia en la que Ned ha sido decapitado. Donde tendríamos que es mejor estar sin una herida en la pierna, que con una; y tendríamos que es mejor solo tener una herida en la pierna que ser decapitado. Esta es una de las razones por las que en el capítulo 5 de este trabajo, la relación 'ser mejor que' se entiende como una relación sobre situaciones (conjunciones de proposiciones) en vez de sobre objetos. Pero por ahora, por motivos de

---

[5] En las situaciones cotidianas usualmente el mejorar a una cosa bajo cierto aspecto, tiende a hacerla peor bajo otro aspecto. Por ejemplo, se puede mejorar la capacidad aerodinámica de un auto, pero esto normalmente implica disminuir su capacidad de carga. Entonces, ¿qué se debe hacer? Lo que usualmente se busca es una configuración que, aunque no sea muy buena en muchas áreas, sea mala en muy pocas. El área de las matemáticas e ingeniería que se ocupa de este tipo de situaciones se llama 'optimización'. La optimización es "una metodología cuantitativa y sistemática para buscar el mejor diseño entre diversas posibilidades, al tiempo que se satisfacen ciertas restricciones dadas" (Wang, 2018). Como futuro proyecto, sería interesante ver los parecidos entre la teoría que se presenta en este trabajo, y dicha rama de las matemáticas.

simplicidad, se seguirá entendiendo esta relación como aplicada sobre objetos. Ahora, una vez establecido todo lo anterior, veamos las propiedades de la relación ‘ser mejor que’.

No es reflexiva: pues no es cierto que para todo objeto *a* se cumpla que ‘*a* es mejor que *a’*. De hecho, nunca se cumple tal cosa, pues es absurdo decir que una cosa tiene más posibilidades que sí misma. Por ejemplo, Karajita no puede ser mejor que sí misma, pues todo lo que Karajita puede hacer, lo puede hacer Karajita.

No es simétrica: pues no es cierto que, si *a* es mejor que *b*, entonces *b* es mejor que *a*. De hecho, la implicación que ocurre es la siguiente: si *a* es mejor que *b*, entonces *b* no es mejor que *a*. Lo mismo ocurre con ser mejor con respecto a un criterio. Pues, por ejemplo, si un chef es mejor cocinando que un pintor, entonces el pintor no es mejor cocinando que el chef.

Es transitiva: pues es cierto que, si *a* es mejor que *b* y *b* es mejor que *c*, entonces *a* es mejor que *c*. Pero esto solo se cumple cuando se trata de ser mejor en sentido absoluto. Esto se debe a que ser mejor en este sentido no solo requiere que un objeto tenga una posibilidad que el otro no tenga, sino que también requiere que todas las posibilidades que están en uno de los objetos también estén en el otro. Y esta es la condición que permite la transitividad. Pues si *a* es mejor en sentido absoluto que *b*, eso significa que todas las posibilidades que tiene *b* también las tiene *a*; y si *b* es mejor en sentido absoluto que *c*, entonces todas las posibilidades que tiene *c* las tiene *b* también; de lo que se sigue que todas las posibilidades que tiene *c* ya están en *a*. Así, por ejemplo, si es mejor estar sano que ciego, y es mejor estar ciego que muerto, entonces se sigue que es mejor estar sano que muerto.

Pasemos a ver algunos usos de las expresiones ‘p es malo para a’ con el fin de descubrir las propiedades de estas relaciones. Empecemos determinando entre qué tipo de elementos se establecen estas relaciones. Tomemos los siguientes enunciados y supongamos que Karajita es un caballo de carreras:

(1) Karajita tiene cuatro patas.
(2) Karajita no tiene cuatro patas.
(3) Karajita tiene una herida en la columna.
(4) Karajita no tiene una herida en la columna.
(5) Karajita es parda.

¿Qué sería malo para Karajita? De acuerdo con la segunda hipótesis que se maneja en este trabajo, para Karajita sería malo (2) no tener cuatro patas o (3) tener una herida en la columna. Y sería malo, porque tanto (2) como (3) le quitarían a Karajita la posibilidad de caminar, saltar o correr (posibilidades que son de interés en un caballo de carreras)[6]. Y de manera conversa, (1) tener cuatro patas y (4) no tener una herida en la columna es bueno para Karajita porque le permite tener ciertas posibilidades. Por otro lado, (5) el que Karajita sea parda no le quita ninguna de las posibilidades que interesan en un caballo de carreras. ¿Qué tipo de elementos saturan la relación 'ser malo para'? Veamos las proposiciones que podemos formar a partir del párrafo anterior.

(2) No tener cuatro patas es malo para Karajita.

(3) Tener una herida en la columna es malo para Karajita.

Parece ser entonces que la relación 'ser malo para' se establece entre un predicado (no tener cuatro patas) y un objeto (Karajita). No obstante, es mejor entenderla como una relación entre una proposición (Karajita no tiene cuatro patas) y un objeto (Karajita): pues captura mejor la idea de que un hecho es malo para cierta cosa. Ahora bien, la razón por la cual esa proposición es mala para Karajita es debido a otra proposición: Karajita es un caballo. No tener cuatro patas es malo para Karajita únicamente porque sabemos que 'Karajita es un caballo de carreras'. Si Karajita fuera algo así como una gallina de carreras, no tendría nada de malo que tuviera solo dos patas. Lo mismo ocurre con la idea de que Karajita tiene una herida en la columna. Si Karajita fuera un fósil, entonces que tuviera una herida en la columna no tendría nada de malo.

Otro ejemplo. Un aumento en la población de leones en el territorio de las cebras es malo para las cebras. Aquí se establece la relación entre la proposición 'ha aumentado la población de leones en el territorio de las cebras' y el objeto 'cebras'. Y la razón por la que se da dicha relación es por la proposición 'los leones comen cebras'. Cuando se afirma que un hecho es malo para cierto objeto, no es necesario afirmar que ha ocurrido el hecho: lo que se dice es que si ocurre (por ejemplo, si aumenta la cantidad de leones),

[6] En el capítulo 3 de este trabajo, se aclara un poco más a qué se hace referencia con 'posibilidad'. No obstante, por ahora basta con entender la posibilidad de una cosa como algo que se podría decir con sentido acerca de la cosa.

entonces eso sería malo para las cebras. Para defender esa idea, no es necesario afirmar que de hecho ha aumentado la cantidad de leones.

La relación ‘ser malo para’ se puede expresar como una relación tríadica, que haría más latente los elementos que la saturan. En vez de ‘ser malo para’, es posible usar la expresión ‘para _ es malo que _ y que _’. De este modo tendríamos ‘para Karajita es malo que Karajita sea un caballo de carreras y que no tenga cuatro patas’.

Retomemos la pregunta: la relación ‘ser malo para’ o su equivalente ‘para_ es malo que_ y _’ ¿qué tipo de elementos lo saturan? Los elementos que saturan estas relaciones son proposiciones y objetos. Dado que no es un único tipo de elementos los que la saturan (son proposiciones y objetos), esta relación no podrá tener ninguna de las propiedades que hemos explicado arriba. No podrá ser ni reflexiva, ni simétrica, ni transitiva. La relación es irreflexiva, pues ninguna cosa es mala para sí misma; es asimétrica, pues que *x* sea malo para *z*, no implica que *z* sea malo para *x* (por ejemplo, que un virus sea malo para una célula, no implica que la célula sea mala para el virus); y por último, la relación es no transitiva, pues no es cierto que siempre se cumpla que, si *‘x* es malo para *y’* y ‘*y* es malo para *z’,* entonces ‘*x* es malo para *z’.* Por ejemplo: a pesar de que un aumento en la población de pez loro es malo para los corales, y de que un aumento en la población de tiburones es malo para el pez loro, de esto no se sigue que un aumento de tiburones es malo para los corales. De hecho, ocurre lo contrario. Cuántos más tiburones tenga un arrecife, mejor para el arrecife.[7]

Recapitulando: las expresiones ‘_es mejor que_’ y ‘_es malo para_’ establecen relaciones. Donde la relación ‘_es malo para_’ se entiende como equivalente a la relación ‘para_ es malo que_ y _’. Esta relación es saturada por proposiciones y objetos; y es asimétrica, irreflexiva e intransitiva. Por otro lado, la relación ‘ser mejor que’ puede entenderse de un modo absoluto y de un modo relativo a un criterio de evaluación. Cuando se entiende del modo absoluto, esta relación es transitiva, pero no reflexiva ni simétrica. En los capítulos que siguen, se intentará formalizar algunas de las ideas aquí expuestas. Y uno de los criterios de evaluación para saber qué tan acertada ha sido la teoría, es ver si las formalizaciones conservan las propiedades descritas en este capítulo.

[7] Pareciera que de hecho de *‘p* es malo para *q’* y ‘*q* es malo para *r’,* se sigue ‘*p* es bueno para *r’.* Sería interesante averiguar si es posible hacer una demostración al respecto.

2. LOS CONJUNTOS Y SER MEJOR QUE ALGO

En esta primera sección se utiliza la teoría de conjuntos para aclarar la primera hipótesis del trabajo. A saber: se afirma que una cosa es mejor que otra si y solo si se afirma que la primera cosa tiene al menos una posibilidad que no tiene la segunda. En términos de conjuntos, la definición formal de ‘ser mejor que’ es la siguiente: si el conjunto diferencia entre el conjunto de posibilidades que tiene *a* y el conjunto de posibilidades que tiene *b* no es vacío, entonces diremos que *a* es mejor que *b*. Con el fin de facilitar la comprensión de dicha formalización, se hará una breve presentación de parte de la notación e ideas presentes en la teoría de conjuntos.

2.1. Conjuntos

Un conjunto es una colección de objetos (Lipschutz, 1991, pág. 1) (Bloch, 2011, pág. 93) (Apostol, 1967, pág. 11). Estos objetos son denominados ‘elementos’ del conjunto (Lipschutz, 1991, pág. 1). Se puede formar el conjunto de números naturales (cuyos elementos serían los números naturales), el conjunto de años en los que Colombia ganó un mundial de fútbol (cuyos elementos serían años), o el conjunto de posibilidades de un carro (cuyos elementos serían las proposiciones que se pueden hacer sobre un carro). Se puede formar un conjunto con elementos arbitrarios, y esto resultará de importancia más adelante. Los conjuntos pueden tener cualquier cantidad de elementos: desde 0 elementos hasta infinitos elementos.

Los conjuntos se suelen representar con las letras mayúsculas (usualmente del principio o del final del abecedario) (Lipschutz, 1991, pág. 1).

$$A, B, X, Y$$

Los elementos de los conjuntos se suelen representar con letras minúsculas.

$$a, b, x, y$$

Hay dos maneras de definir un conjunto: de manera extensiva y por compresión. Definir un conjunto de manera extensiva consiste en enlistar los elementos que lo conforman (Bloch, 2011, pág. 93). Por ejemplo, podemos definir al conjunto A de la siguiente manera

A= {lunes, martes, miércoles, jueves, viernes, sábado, domingo}

Si no se quiere o no se pueden listar todos los elementos del conjunto, se pueden listar algunos e incluir puntos suspensivos, cuando la interpretación de los puntos sea evidente. Como, por ejemplo,

N= {1,2,3,4…}

Donde se entiende que lo que sigue es el 5, luego el 6 y así sucesivamente. No obstante, para evitar las confusiones que pueden surgir del uso de los puntos suspensivos, es recomendable utilizar el segundo modo de definir los conjuntos. Para definir un conjunto por compresión, "describimos al conjunto como el conjunto de elementos que cumplen con cierto criterio" (Bloch, 2011, pág. 93). Para definir por compresión "se emplea una letra, por lo general *x*, para representar un elemento cualquiera y se escribe

B= {*x* | *x* es par}

lo que se lee '*B* es el conjunto de los números *x* tales que *x* es par'" (Lipschutz, 1991, pág. 1). De este modo, el conjunto A definido arriba, quedaría como sigue

A= {x | x es un día de la semana}

Otros ejemplos serían

N= {x | x es un número natural}

H= {x | x ha entendido la *Fenomenología del espíritu*}

Ahora bien, si un elemento *x* está dentro de un conjunto A, decimos que

$$x \in A$$

que se lee como '*x* pertenece a A' (Lipschutz, 1991, pág. 2). Y si *x* no está dentro de A, decimos que '*x* no pertenece a A' y lo denotamos así

$$x \notin A.$$

Cuando ningún elemento pertenece a un conjunto, es decir, cuando un conjunto carece de elementos, decimos que es un conjunto vacío. Esto se da cuando ningún objeto cumple con el criterio del conjunto. Por ejemplo, el conjunto de años en los que Colombia ha ganado un mundial de fútbol es un conjunto vacío, pues no ha habido ningún año en el que la selección colombiana haya ganado una copa mundial.[8] El conjunto H también sería un conjunto vacío, pero no todos estarían de acuerdo con este punto. El conjunto vacío se representa con unas llaves con ningún elemento dentro, o con un círculo tachado dentro de las llaves.

C = {}

C = {∅}

Veamos ahora dos relaciones importantes que se pueden dar entre conjuntos. La primera relación que definiremos es la de 'ser subconjunto de': "sean A y B conjuntos. El conjunto A es un subconjunto del conjunto B (denotado A ⊆ B), si x ∈ A implica x ∈ B. Si A no es subconjunto de B, entonces escribimos A ⊈ B" (Bloch, 2011, pág. 95).

Por ejemplo, sea

A = {a, e, i, o, u}

B = {<u>a</u>, b, c, d, <u>e</u>, f, g, h, <u>i</u>, j, k, l, m, n, ñ, <u>o</u>, p, q, r, s, t, <u>u</u>, v, w, x, y, z}

Como podemos ver, todos los elementos que están en A también están en B. O, dicho de otro modo, no hay ni un solo elemento que esté en A, que no esté en B. Por lo que podemos decir que para cualquier elemento que pertenezca al conjunto de las vocales, pertenece también al conjunto de las letras. Y esto, dicho de manera concisa es que el conjunto de las vocales es subconjunto del conjunto de las letras: A ⊆ B.

Cuando se afirma que un conjunto no es subconjunto de otro, lo que se está diciendo es que hay al menos un elemento en el primero conjunto que no está en el segundo. Y esto se puede cumplir, aún si hay elementos en común dentro de ambos conjuntos. Por ejemplo, sea

F = {x | x es un filósofo}

D = {x | x está desempleado}

Cuando decimos que no todo filósofo está desempleado, lo que decimos es que el conjunto de los filósofos no es subconjunto del conjunto de los desempleados: F ⊈ D. Y

---

[8] Ojalá algún día deje de estar vacío.

esto es cierto, aunque haya algunos filósofos que sí estén desempleados. Para probar que $F \not\subseteq D$, basta con encontrar al menos un elemento que sea filósofo y no esté desempleado.

La segunda relación importante que se puede dar entre conjuntos es la de 'ser igual a'. Dos conjuntos A y B son iguales si y solo si, $x \in A$ implica $x \in B$, y $x \in B$ implica $x \in A$. Dicho de otro modo, los conjuntos A y B son iguales "denotado $A = B$, si $A \subseteq B$ y $B \subseteq A$" (Bloch, 2011, pág. 97) (Lipschutz, 1991, pág. 3). Por ejemplo, sea

A = {x | x dividido entre dos dé un número entero}

B = {x | x es par}

Todo número que pertenezca al conjunto A, pertenece también al conjunto B. Y todo número que pertenezca a B, pertenece también al conjunto A. Por lo tanto, diremos que el conjunto de números pares es igual al conjunto de números cuya mitad sea un número entero: $A = B$. Veamos otro ejemplo. Sea

C = {amarillo, azul, rojo}

D = {azul, amarillo, rojo}

En los conjuntos, el orden en que se presentan los elementos no es relevante. Y podemos observar que todos los elementos que están en el conjunto C están en el conjunto D, viceversa. Y, por ende, podemos concluir que $C = D$.

Por otro lado, dos conjuntos son desiguales si hay al menos un elemento en uno de los conjuntos que no esté en el otro. Un conjunto A es distinto a un conjunto B ($A \neq B$), si $A \not\subseteq B$ o $B \not\subseteq A$. Basta con que estar dentro de A no implique estar dentro de B, o con que estar dentro de B no implique estar dentro de A, para que estos conjuntos sean considerados distintos.

Así pues, dados cualesquiera dos conjuntos A y B, al menos una de estas proposiciones es cierta:[9]

(1) A y B son iguales: $A \subseteq B$ y $B \subseteq A$

---

[9] Donde las proposiciones (2) y (3), designan lo que algunos autores denominan un 'subconjunto propio'. Donde un subconjunto propiamente dicho se define así: "El conjunto A es un subconjunto propio del conjunto B, si $A \subseteq B$, y $A \neq B$" (Bloch, 2011, pág. 97) (Lipschutz, 1991, pág. 3). Algunos autores representan esta idea como $A \subset B$ (Bloch, 2011, pág. 97). La traducción es mía.

(2) A y B son comparables: $A \subseteq B$, pero $B \nsubseteq A$

(3) A y B son comparables: $B \subseteq A$, pero $A \nsubseteq B$

(4) A y B no son comparables: $A \nsubseteq B$ y $B \nsubseteq A$

La proposición (1) designa la situación en la que A y B son iguales. Las proposiciones (2) y (3) designan la situación en la que A y B son comparables. Donde comparable quiere decir que uno y solo uno de los conjuntos en cuestión, es subconjunto del otro (Lipschutz, 1991, pág. 4). Y, por último, la proposición (4) designa la situación en la que A y B no son comparables. Donde 'A no es comparable B' significa que hay al menos un elemento en A que no está en B y al menos un elemento en B que no está A.

Hasta aquí se ha definido que los conjuntos son una colección de objetos llamados 'elementos'. Y hemos definido dos relaciones importantes que se dan entre conjuntos: la subconjunción y la igualdad. La relación 'ser subconjunto de' es reflexiva y transitiva, pero no simétrica. La relación 'ser igual a' es reflexiva, simétrica y transitiva. Es sencillo realizar la demostración de estas propiedades, pero nos alejaría más de lo conveniente de la teoría que se quiere exponer en este trabajo.[10] En lo que sigue, veremos algunas de las operaciones entre conjuntos que nos serán de utilidad para la formalización de la primera hipótesis.

2.2. Operaciones Entre Conjuntos

Una operación de conjuntos consiste en la formación de un nuevo conjunto, a partir de unos conjuntos dados (Bloch, 2011, pág. 101) (Lipschutz, 1991, pág. 17). A continuación, se presentan tres de las operaciones más importantes entre conjuntos: la unión, la intersección y la diferencia.

La unión de dos conjuntos A y B es "el conjunto de todos los elementos que pertenecen a A o a B o ambos" (Bloch, 2011, pág. 101) (Lipschutz, 1991, pág. 17). La unión de A y B se denota del siguiente modo

$$A \cup B$$

---

[10] Para ejemplos de este tipo de demostraciones, véase (Bloch, 2011, pág. 173).

Y definida de manera concreta,

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ o } x \in B\}.$$

Por ejemplo, sea

A = {cara 1, cara 3, cara 5}

B = {cara 2, cara 4, cara 6}

Entonces

$A \cup B$ = {cara 1, cara 3, cara 5, cara 2, cara 4, cara 6}

Pues cada uno de los elementos que están en la unión están en al menos uno de los conjuntos unidos. Cuando se unen dos conjuntos, se produce un conjunto que contiene a los otros dos. De esto se siguen las siguientes observaciones.

$$A \subseteq (A \cup B)$$

$$B \subseteq (A \cup B).$$

La intersección de dos conjuntos A y B es el conjunto de elementos que están en A y están en B (Lipschutz, 1991, pág. 18). La intersección de dos conjuntos es el conjunto de elementos que están en ambos. Se denota así

$$A \cap B.$$

Donde

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ y } x \in B\}.$$

Por ejemplo, sea

A = {carro grande, carro rojo, carro costoso, carro nuevo}

B = {casa roja, fruta roja, lapicero rojo, carro rojo}

Entonces tendremos que

$A \cap B$ = {carro rojo}

Pues 'carro rojo' es el único elemento que está tanto en el conjunto de tipos de carros como en el conjunto de cosas rojas. Dado que el conjunto intersección está conformado por los elementos que están en ambos conjuntos, vemos que necesariamente todos los elementos que están en la intersección están en los otros conjuntos. Dicho de otro modo,

$(A \cap B) \subseteq A$

$(A \cap B) \subseteq B$.

Llegamos finalmente a la operación entre conjuntos más importante para la formalización de una de las hipótesis de este trabajo: la diferencia entre conjuntos. La diferencia entre conjuntos (también llamado conjunto diferencia) es el conjunto formado por los elementos que están en el primer conjunto, pero no en el segundo. La diferencia entre el conjunto A y el conjunto B, es el conjunto de elementos que están en A, pero no en B (Bloch, 2011, pág. 103) (Lipschutz, 1991, pág. 18). La diferencia entre A y B se denota

$$A - B,$$

aunque hay algunos textos que prefieren la notación $A \setminus B$ en vez de $A - B$ (Bloch, 2011, pág. 103). La definición estricta del conjunto diferencia es

$A - B = \{x \mid x \in A \text{ y } x \notin B\}$.

Por ejemplo, si el conjunto A contiene los siguientes elementos

$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

Y el conjunto B contiene los siguientes elementos

$B = \{1, 2, 3\}$

Entonces la diferencia entre A y B es

$(A - B) = \{4, 5\}$

Ahora bien, cuando el primer conjunto es subconjunto del segundo o cuando ambos conjuntos son iguales, entonces el conjunto diferencia es vacío. Por ejemplo:

Sea

$A = \{p, q, r\}$

$B = \{p, q, r, s, t\}$

Entonces

(A – B) = {∅}

El conjunto diferencia entre A y B es vacío, porque no hay ningún elemento que esté en A y que no esté en B. Y lo mismo ocurriría en el caso en que A sea igual a B. De hecho,

$$(A - B) = \{\emptyset\} \text{ si y solo si } A \subseteq B.$$

2.3. Conjuntos De Posibilidades

Basta por ahora con estas definiciones sobre los conjuntos, sus relaciones y sus operaciones. Finalmente podemos pasar a especificar con qué tipo de conjuntos estaremos operando. Por suerte, se puede hacer un conjunto sobre cualquier cosa: lo que usaremos en este caso son conjuntos de predicados. Dado cualquier objeto *a* habrá una lista de predicados que, al ser saturados por el objeto, resultarán en proposiciones verdaderas.[11]

Por ejemplo, tomemos a Superman como objeto. Los predicados: '_ tiene una capa', '_ puede volar', '_ es de Kriptón', al ser saturados por el objeto 'Superman' forman proposiciones verdaderas. Pues, es el caso que 'Superman tiene capa', 'Superman puede volar' y que 'Superman es de Kriptón'. Otros predicados, como '_es colombiano' arrojarán proposiciones falsas al ser saturadas por el objeto 'Superman'.

Dentro de esa lista de predicados del objeto *a*, se encontrarán predicados que tengan el operador modal de posibilidad.[12] A estos predicados se les denominará 'predicados posibles'. En el ejemplo anterior, uno de esos predicados era '_ puede volar'. Otros predicados de este tipo serían: '_ posiblemente esté con Luthor', '_ podría cargar un camión', etc. Las proposiciones que se formarían serían verdaderas en el sentido de que no es incompatible afirmar esas cosas acerca del objeto, en este caso 'Superman'.

Muy bien. Ahora volvamos a lo de definir el tipo de conjuntos con los que vamos a operar. Los conjuntos que se van a utilizar son los conjuntos de predicados posibles. Dado un objeto *a* podemos formar un conjunto A cuyos elementos sean únicamente

[11] Esto podría definirse como una función biyectiva cuyo dominio es un conjunto de objetos y cuyo co-dominio es un conjunto de predicados. Probar esto sería de interés para investigaciones posteriores.

[12] Por ahora seguiremos usando la noción intuitiva de posibilidad. En el capítulo 3 se da una definición más formal.

predicados posibles de *a*. Y dado un objeto *b* podemos formar un conjunto B cuyos elementos sean únicamente predicados posibles de *b*.

A = {x | x es un predicado posible de un objeto *a*}

B = {x | x es un predicado posible de un objeto *b*}

De ese modo, podemos pasar a definir en qué consiste decir que un objeto es mejor que otro. Sea que A corresponda al conjunto de predicados posibles de *a* y que B corresponda al conjunto de predicados posibles de *b*. El objeto *a* es mejor que el objeto *b* si y solo si el conjunto (A – B) contiene al menos un elemento. Los elementos que estén en el conjunto diferencia son las razones por las que afirmamos que un objeto es mejor que otro.

Por ejemplo, sea

A = {vuela a 300km/h, vuela a 400km/h, vuela a 500km/h}

B = {vuela a 300km/h, vuela a 400km/h}

En ese caso,

(A – B) = {vuela a 500km/h} ≠ {∅}

Y, por tanto, diremos que el conjunto de posibilidades A es mejor que el conjunto de posibilidades B, y que, por lo tanto, el objeto *a* es mejor que el objeto *b*. Y la razón por la que decimos que *a* es mejor que *b*, es porque *a* alcanza los 500km/h mientras que *b* no.

Dados dos conjuntos cualesquiera, se da uno y solo uno de los siguientes casos: ambos conjuntos son subconjunto del otro, en cuyo caso decimos que los dos conjuntos son iguales; solo uno es subconjunto del otro, en cuyo caso decimos que los conjuntos son comparables; o ninguno es subconjunto del otro, en cuyo caso decimos que los conjuntos son no-comparables. Cada uno de estos casos se da entre conjuntos de posibilidades. A continuación, veremos qué consecuencias trae cada uno de estos casos cuando queremos decir que algo es mejor que otra cosa, y si son consecuencias que en el lenguaje natural tengan sentido.

Veamos el primer caso: en el que los dos conjuntos de posibilidades considerados son iguales. La idea general de este tipo de casos es que, si dos cosas son iguales, entonces ninguna es mejor que la otra.

Supongamos que

A = {puede vivir, puede desplazarse, puede sentir}

B = {puede vivir, puede desplazarse, puede sentir}

En cuyo caso tendríamos que

A– B = {∅}

Lo mismo ocurre al invertirlos

B – A = {∅}.

Y como podemos observar, la diferencia entre el conjunto de posibilidades A y el conjunto de posibilidades B es el conjunto vacío. Lo cual implica que A no es mejor que B. Lo mismo se puede mostrar acerca de la diferencia entre B y A. Y todo esto nos indica que el objeto *a* no es mejor que el objeto *b*, pues no hay ni una posibilidad que tenga uno de los objetos que no tenga el otro. Sintéticamente:

Si A= B, entonces A– B = {∅} y B – A = {∅}. Ninguno es mejor que el otro.

Vayamos ahora al segundo caso: uno de los conjuntos de posibilidades es subconjunto del otro. Dicho en términos generales, si todas las posibilidades que tiene un objeto ya están en otro, y ese segundo objeto tiene al menos una posibilidad que no está en el primero, entonces el segundo objeto es absolutamente mejor que el primero.

Supongamos que

A = {puede vivir, puede desplazarse, puede sentir}

B = {puede vivir}

Entonces

A – B = {puede desplazarse, puede sentir} ≠ {∅}

Y así mismo,

B – A = {∅}

Lo que significaría que *a* es mejor que *b*, porque *a* puede vivir, desplazarse y sentir, mientras que *b* solo puede vivir. Y no solo eso, sino que *a* es absolutamente mejor que *b*, pues no hay manera que haya una posibilidad en el conjunto B que no esté en A. Sin importar desde qué criterio se les considere. Sintéticamente:

Si B ⊂ A, entonces A – B ≠ {∅} y B – A = {∅}. Lo que indica que A es absolutamente mejor que B, y B no es mejor que A.

Caso 3: B ⊄ A

El tercer caso es el siguiente: ninguno de los conjuntos es subconjunto del otro. La idea general de este tipo de casos es que, si dos objetos tienen distintas posibilidades, entonces uno será mejor que otro si se compara de un modo; pero si se comparan de otro modo, entonces es posible que esto se puede invertir.

Supongamos que

A = {puede vivir, puede desplazarse, puede sentir}

B = {puede conectarse a internet, puede tener 12 horas de batería}

Tendremos que

A– B = {puede vivir, puede desplazarse, puede sentir}

Donde vemos que el objeto *a* es mejor que el objeto *b*. No obstante, también tenemos que

B – A = {puede conectarse a internet, puede tener 12 horas de batería}

Según lo cual *b* sería mejor que *a*. En este caso, ambos objetos son mejores que el otro. Este es el segundo sentido en el cual se usa la relación ‘ser mejor que’: dependiendo de un criterio de evaluación, una cosa es mejor que otra; pero dependiendo de otro criterio de evaluación, la relación puede ser invertida. Sintéticamente:

Si A⊄ B y B ⊄ A, entonces A – B ≠ {∅} y B – A ≠ {∅}. Lo que significa que ambas cosas son mejores que la otra.

Ahora bien, ¿cómo es posible que *a* sea mejor que *b* y simultáneamente *b* sea mejor que *a*? ¿No se trata de una contradicción? En el lenguaje natural usualmente no decimos que las dos cosas son mejores, sino que usamos un criterio específico para juzgarlas. Y con ayuda de ese criterio podemos decir que solo uno es mejor que el otro.

Por ejemplo, no se diría que entre Messi y Stephen Hawking ambos son mejores, sino que cada uno es mejor en su área. ¿Steven Hawking, de estar vivo, sería mejor que Lionel Messi? Formulando y explicando teorías cosmológicas, tal vez; jugando fútbol definitivamente no. Y no hay ninguna contradicción en afirmar tal cosa.

Para representar esta idea, se empieza asignándole a cada individuo el conjunto de todos los predicados posibles que le corresponden. En este caso tendríamos el conjunto de posibilidades de Hawking y el conjunto de posibilidades de Messi. Ahora bien, como vamos a juzgarlos de acuerdo con un criterio en específico (el de jugar futbol), nuestro interés recaerá únicamente en las posibilidades que tengan que ver con ese criterio. De este modo, la posibilidad de cantar o cocinar, no entra en consideración. Como lo que nos interesa son las posibilidades que tendría Messi jugando fútbol y las posibilidades de Hawking jugando fútbol, y compararlos, lo que estamos buscando es: la diferencia entre 'la intersección de las posibilidades de Messi con el conjunto de posibilidades que se tienen al jugar fútbol' y 'la intersección de las posibilidades de Hawking con el conjunto de posibilidades que se tienen al jugar fútbol'.

Formalicemos el ejemplo anterior. Sea M el conjunto de predicados posibles que se pueden saturar con 'Messi' y formar proposiciones verdaderas. O, dicho de otro modo, sea M el conjunto de posibilidades de Messi.

M = {puede comer, puede saltar y cabecear, puede correr por un pase, puede patear una pelota, …, puede morir}

Sea H el conjunto de predicados posibles que se pueden saturar con 'Hawking' y formar proposiciones verdaderas. Dicho de otro modo, sea H el conjunto de posibilidades de Hawking.

H = {puede derivar, puede calcular la masa de un agujero negro, puede explicar la radiación de Hawking, puede hablar…, puede morir}

Y sea F el conjunto de predicados posibles que se pueden saturar con cualquier *x* tal que '*x* está jugando fútbol'. Dicho de otro modo, sea F el conjunto de posibilidades que tiene alguien jugando fútbol.

F = {puede ser guardameta, puede ser delantero, puede correr por un pase, puede cabecear, puede patear una pelota, …, puede sacar}

Entonces, el conjunto de posibilidades que tendría Messi jugando fútbol sería en este caso el conjunto de las posibilidades que se tienen jugando fútbol y que tiene Messi.

$(M \cap F) = \{$puede saltar y cabecear, puede correr por un pase, puede patear una pelota$\}$

Del mismo modo, el conjunto de posibilidades que tendría Hawking jugando fútbol sería

$(H \cap F) = \{\emptyset\}$

Así pues, al comparar a Messi y Hawking desde el punto de vista de cuál es un mejor jugador de fútbol, tendríamos que

$(M \cap F) - (H \cap F) = \{$puede saltar y cabecear, puede correr por un pase, puede patear una pelota$\}$

Lo que nos indica que Messi es un mejor jugador que Hawking porque el conjunto diferencia en este caso no es vacío. Es decir, hay cosas que Messi puede hacer en un partido de fútbol que Hawking no puede hacer. Y, por otro lado, tenemos que

$(H \cap F) - (M \cap F) = \{\emptyset\}$

Lo cual nos indica que Hawking no es un mejor jugador de fútbol que Messi, pues el conjunto diferencia en este caso es vacío. Es decir, no hay algo que Hawking pueda hacer jugando fútbol que Messi no pueda hacer jugando fútbol. Si el criterio de comparación es el de ser científico, los resultados serían inversos: Hawking sería mejor que Messi por poder hacer cosas que Messi no podría hacer en el ámbito de la ciencia.

2.4. Conclusión Del Capítulo

En conclusión, una cosa *a* es mejor que una cosa *b* si y solo si la diferencia entre el conjunto de posibilidades de *a* (A) y el conjunto de posibilidades de *b* (B) contiene al menos un elemento.

Un objeto *a* es mejor que un objeto *b* si y solo si $(A - B) \neq \{\emptyset\}$

Una cosa *a* es absolutamente mejor que una cosa *b* si y solo si la diferencia entre el conjunto de posibilidades de *a* (A) y el conjunto de posibilidades de *b* (B) contiene al menos un elemento, y si la diferencia entre B y A es vacía.

Un objeto *a* es absolutamente mejor que un objeto *b* si y solo si (A – B) ≠ {∅} y (B – A) = {∅}

Una cosa *a* es mejor que una cosa *b* de acuerdo con un criterio C si y solo si la diferencia entre la intersección de A con C y la intersección de B con C no es el conjunto vacío.

Un objeto *a* es mejor C que un objeto *b* si y solo si (A ∩ C) − (B ∩ C) ≠ {∅}

Para evaluar la definición, veamos si el lado derecho de la definición tiene las mismas propiedades que el lado izquierdo. En el primer capítulo se definió que la relación 'ser mejor que', no es simétrica ni reflexiva en ningún caso. Pero que cuando se trata de 'ser absolutamente mejor' es transitiva. Esta es la relación sobre caerá nuestra atención en este momento. El objetivo de los siguientes párrafos es evaluar si en (A – B) ≠ {∅} y (B – A) = {∅}, la operación diferencia tiene las mismas propiedades.

No es reflexivo: ninguna cosa es mejor que sí misma. Esto se ve en que (A – A) = {∅}, es decir, no hay ninguna posibilidad en A que no esté en A. Pues el conjunto diferencia entre dos conjuntos iguales es siempre vacío, y todo conjunto es igual a sí mismo.

No es simétrico: que A sea mejor que B, no implica que B sea mejor que A. Ambas cosas se pueden dar, pero ninguna implica a la otra. Es perfectamente plausible que (A – B) ≠ {∅} y (B – A) = {∅}, dando a entender que A es mejor que B, pero B no es mejor que A. Como vemos, la misma definición formal de 'ser absolutamente mejor' ya es un contraejemplo a la idea de que esta relación sea simétrica.

Es transitivo: si A es absolutamente mejor que B, y B es absolutamente mejor que C, entonces A es absolutamente mejor que C. Lo que se debe mostrar es que (A – B) ≠

$\{\emptyset\}$ y $(B - A) = \{\emptyset\}$, junto con que $(B - C) \neq \{\emptyset\}$ y $(C - B) = \{\emptyset\}$ implican que $(A - C) \neq \{\emptyset\}$ y $(C - A) = \{\emptyset\}$. Usemos primero un ejemplo, y luego hagamos la demostración.

Supongamos que

A = {vivir, sentir, pensar}

B = {vivir, sentir}

C = {vivir}

Vemos que

$(A - B) \neq \{\emptyset\}$, pues (A – B) = {pensar}.

$(B - A) = \{\emptyset\}$, pues todo lo que está en B está en A.

También se cumple que

$(B - C) \neq \{\emptyset\}$, pues (B – C) = {sentir}

$(C - B) = \{\emptyset\}$, pues todo lo que está en C está en B.

Siendo así, ¿se cumple que $(A - C) \neq \{\emptyset\}$ y que $(C - A) = \{\emptyset\}$? Vemos que sí:

$(A - C) \neq \{\emptyset\}$, pues (A – C) = {sentir, pensar}

$(C - A) = \{\emptyset\}$, pues todo lo que está en C está en A.

Así, si algo vive, siente y piensa (una persona) es mejor que algo que solo vive y siente (una gallina); y una cosa que vive y siente (gallina), es mejor que una que solo vive (una medusa); entonces se tiene que una persona es mejor que una medusa. En este ejemplo se hace evidente la transitividad.

Intentemos una demostración formal. Recordemos lo que se quiere probar: $(A - B) \neq \{\emptyset\}$ y $(B - A) = \{\emptyset\}$, junto con que $(B - C) \neq \{\emptyset\}$ y $(C - B) = \{\emptyset\}$ implican que $(A - C) \neq \{\emptyset\}$ y $(C - A) = \{\emptyset\}$.

Hay un teorema[13] que establece la siguiente equivalencia: $(X - Y) = \{\emptyset\}$ si y solo $X \subseteq Y$. Este teorema nos permite reemplazar a: $(B - A) = \{\emptyset\}$ con $B \subseteq A$; a $(C - B) = \{\emptyset\}$ con $C \subseteq B$; y a $(C - A) = \{\emptyset\}$ con $C \subseteq A$. Así mismo, siguiendo el teorema, también

[13] Este teorema se halla numerado con 3.3.8.3. en (Bloch, 2011, pág. 104).

se puede reemplazar a: $(A – B) \neq \{\emptyset\}$ con $A \not\subset B$; a $(B – C) \neq \{\emptyset\}$ con $B \not\subset C$; y a $(A – C) \neq \{\emptyset\}$ con $A \not\subset C$.

De este modo, podemos poner lo que queremos probar del siguiente modo: si tenemos que $(A \not\subset B)$ y $(B \subseteq A)$, y también tenemos que $(B \not\subset C)$ y $(C \subseteq B)$; entonces podemos concluir que $(A \not\subset C)$ y $(C \subseteq A)$. Dicho de otro modo, la verdad de las proposiciones $(A \not\subset B)$ y $(B \subseteq A)$ y $(B \not\subset C)$ y $(C \subseteq B)$ implica la verdad de las proposiciones $(A \not\subset C)$ y $(C \subseteq A)$.

De las proposiciones $(C \subseteq B)$ y $(B \subseteq A)$, se sigue $(C \subseteq A)$. Pues, cualquier elemento que esté en C está en B, y todo elemento en B está en A; por lo tanto, todo elemento en C está también en A.

Para probar que se sigue $(A \not\subset C)$ de las premisas establecidas, usaremos la reducción al absurdo: supondremos que $(A \subseteq C)$, que es lo contrario a lo que queremos probar, y si se llega a una contradicción, entonces tomaremos $(A \not\subset C)$ como demostrado. Teniendo en cuenta que ya establecimos $(C \subseteq A)$, si es cierto que $(A \subseteq C)$, entonces tendremos que $(A = C)$: pues todo elemento que esté en C estará en A; y todo elemento que esté en A estará en C.

Arriba hemos establecido que B es subconjunto de A $(B \subseteq A)$, pero no es subconjunto que C $(B \not\subset C)$. Pero si $(A = C)$, entonces B es subconjunto y no es subconjunto del mismo conjunto. Así pues, al suponer $(A \subseteq C)$ arribamos a una contradicción. Por lo cual, tomamos como demostrado que $(A \not\subset C)$. Y así, concluimos que $(A – B) \neq \{\emptyset\}$ y $(B – A) = \{\emptyset\}$, junto con que $(B – C) \neq \{\emptyset\}$ y $(C – B) = \{\emptyset\}$ implican $(A – C) \neq \{\emptyset\}$ y $(C – A) = \{\emptyset\}$.

Todo lo cual prueba que la formalización que se utiliza para la relación 'ser mejor que' tiene las mismas propiedades que dicha relación en el lenguaje natural. Antes de dejar atrás la teoría de conjuntos, presento dos teoremas y las consecuencias que se siguen de ellas.

El primer teorema es el siguiente: $(A – B) \cup B = A$. Que nos dice que, si una cosa es mejor que otra por ciertas posibilidades, y la segunda adquiere dichas posibilidades que le faltan, entonces ambas cosas serán iguales. Por ejemplo, si el computador de mi primo es mejor que el mío porque puede guardar un juego de 100gb mientras que el mío solo puede guardar un juego de 50gb; entonces si expando la memoria de mi computador a 100gb, ambos computadores serán iguales en ese respecto.

El segundo teorema es el siguiente: $(A - \emptyset) = A$. Que nos indica que cualquier cosa es mejor que la nada. Un objeto que tenga al menos una posibilidad es mejor que un objeto que no tenga ninguna. Un objeto del que no se pueda decir nada con sentido, sería lo más cercano a la nada. Y es de aquí que sale el título de este trabajo. Pues no importa qué tan desmejorado o malo sea esta teoría: peor es nada.

3. LA LÓGICA DE SER MALO PARA ALGO

En este capítulo se explora la formalización de la segunda hipótesis de este trabajo de grado. A saber: se afirma que un hecho es malo para un objeto si y solo si se afirma que dicho hecho elimina al menos una posibilidad del objeto. En el primer capítulo se estableció que '_ser malo para_' o su equivalente 'es malo que _ y _' es una relación que se establecía entre una proposición y un objeto. Teniendo esto en cuenta, la reformulación de la hipótesis que se presenta en este capítulo es la siguiente: una proposición designa un hecho malo para cierto objeto dado si y solo si la verdad de dicha proposición implica la negación de al menos una posibilidad que se le asignaría objeto si la proposición fuese falsa.

Así pues, antes de proceder con la formalización, conviene dar un pequeño repaso a algunas nociones de la lógica proposicional y de predicados. La lógica de predicados, o de primer orden, es una expansión de la lógica proposicional. Es por ello por lo que conviene empezar con algunas nociones de la lógica proposicional antes de dar con las expresiones de la lógica de predicados.

Hay un problema que le podrá resultar patente a algunos lectores, y es que la idea de que una proposición elimine a otra es propia de un razonamiento no monótono; y que, no obstante, la lógica que se utiliza en esta teoría es la lógica clásica. Si se considera que una respuesta inmediata a esta pregunta es necesaria, entonces se le recomienda leer el capítulo 4: "¿Esta formalización es adecuada?" de este trabajo y luego volver al presente capítulo. Si el problema en cuestión no le resulta inquietante, puede leer primero este capítulo y luego el cuarto.

3.1. Lógica Proposicional

La lógica proposicional es un lenguaje diseñado con el propósito específico de "expresar ideas en términos precisos, carentes de ambigüedades y de contenido emotivo" (Paéz, 2007, pág. 31). La lógica proposicional hace una distinción entre enunciados simples (también llamados proposiciones simples) y enunciados compuestos (también llamados proposiciones compuestas). Donde un enunciado simple "es una oración declarativa cuyo sujeto es una persona, animal o cosa individual y concreta de la cual se predica un solo atributo o propiedad" (Paéz, 2007, pág. 31). Los enunciados compuestos surgen de la unión de varios enunciados simples mediante conectores.

Hay una aclaración importante que se debe hacer. La lógica proposicional se ocupa de proposiciones o enunciados, no de oraciones (Bloch, 2011, pág. 4). La oración 'Providencia es más pequeña que San Andrés' expresa la misma proposición (enunciado) que la oración 'San Andrés es más grande que Providencia'. Por motivos de conveniencia se van a seguir usando 'oraciones declarativas', pero la atención debe estar en aquello que se cumple si la oración declarativa es cierta.

Hay dos principios que se utilizarán implícita o explícitamente en todas las deducciones de la lógica de proposiciones y de primer orden. El principio de no-contradicción y el principio del tercero excluido (Bloch, 2011, pág. 4). El principio de no-contradicción nos dice que una misma proposición no puede ser verdadera y falsa al mismo tiempo y en el mismo sentido (Aristóteles, *Metafísica*, 1005b19) (Aristóteles, *Sobre la interpretación*, 17a, 30-35). El principio del tercero excluido indica que para toda proposición o es verdadera o es falsa, y no hay una tercera posibilidad (Aristóteles, *Sobre la interpretación*, 18a, 30-35). Así, dada la proposición simple 'esta película es excelente' sabremos que es o verdadera (la película en efecto es excelente) o falsa (la película no es excelente), pero nunca ambas cosas (la película era excelente y no excelente).

A continuación, se mostrarán algunos modos de formar nuevas proposiciones a partir de proposiciones simples. Usaremos las letras minúsculas p, q, r, s… para representar cualquier proposición simple. Usaremos las letras mayúsculas P, Q, R, S… para representar cualquier proposición (ya sean proposiciones simples o compuestas). La primera forma para construir nuevas proposiciones a partir de proposiciones previas es mediante el operador de la negación. Dada una proposición P, se puede formar una nueva proposición No-P (denotado ¬P), tal que, si P es verdadero, entonces ¬P es falso; y si P es falso, entonces ¬P es verdadero (Bloch, 2011, pág. 7). Por ejemplo, sea

p: Kant podía bailar sensualmente. [14]

---

[14] El uso de una proposición posible es intencional. Busca acostumbrar al lector a la idea de que las proposiciones posibles son al fin y al cabo proposiciones.

Entonces su negación sería la proposición expresada por

¬p: Kant no podía bailar sensualmente.

El operador de negación se puede definir de manera más estricta con la siguiente tabla de verdad:

p	**¬p**
Verdadero	Falso
Falso	Verdadero

Tabla 1

Una tabla de verdad muestra el valor de verdad que tendrá una proposición compuesta con respecto a cada posible valor de verdad que tengan las simples que la componen (Bloch, 2011, pág. 5) (Paéz, 2007, pág. 34). En el caso de la negación, solo se tiene una proposición simple.

Una segunda forma de construir nuevas proposiciones a partir de otras es mediante el conector lógico llamado 'conjunción'. La conjunción de dos proposiciones P y Q (denotado P∧Q) es una nueva proposición que es verdadera únicamente cuando tanto P como Q son verdaderas, y es falsa en cualquier otro caso (Bloch, 2011, pág. 5) (Paéz, 2007, pág. 34). Por ejemplo, sea

p: los gatos comen carne.

q: las gallinas no pueden volar.

Entonces la conjunción de ambas proposiciones sería expresada por

p∧q: los gatos comen carne y las gallinas no pueden volar.

La definición formal de la conjunción está dada por la siguiente tabla de verdad:

P	**Q**	**P ∧ Q**
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Tabla 2

Una tercera forma de construir nuevas proposiciones a partir de otras es mediante el conector lógico llamado 'disyunción'. La disyunción de dos proposiciones P y Q (denotado P∨Q) es una nueva proposición que es falsa únicamente cuando tanto P como Q son falsas, y es verdadera en cualquier otro caso (Bloch, 2011, pág. 6) (Paéz, 2007, pág. 35). Por ejemplo, sea

p: el lunes llovió.

q: el martes llovió.

Entonces la disyunción de ambas proposiciones sería expresada por

p∨q: el lunes llovió o el martes llovió.

Hace falta aclarar que la disyunción así considerada, es verdadera no solo cuando se cumple una de las proposiciones, sino también cuando se cumplen ambas. Esta disyunción que se utiliza en la lógica es una 'o' inclusiva, y se debe entender de ese modo a menos que se especifique lo contrario. De este modo, en el ejemplo anterior la proposición 'el martes llovió o el lunes llovió' es verdadera también en el caso de que haya llovido los dos días.

La definición formal de la conjunción está dada por la siguiente tabla de verdad:

P	**Q**	**P ∨ Q**
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Tabla 3

Una cuarta forma de construir nuevas proposiciones a partir de otras es mediante el conector lógico llamado 'condicional'. Una proposición condicional "generalmente tiene la forma: 'si P, entonces Q'. El enunciado que establece la condición se denomina el antecedente, y aquél cuyo valor de verdad está condicionado, el consecuente" (Paéz, 2007, pág. 41). El condicional que va de P a Q (denotado P→Q), es falso únicamente cuando P es verdadero y Q es falso, y el condicional es verdadero en cualquier otro caso (Bloch, 2011, pág. 8). Este conector lógico es el único que es asimétrico: p→q no es equivalente q→p. Por ejemplo, sea p: el lunes llovió.

q: Heidegger era nazi.

Entonces el condicional que va de p a q sería expresado por:

p→q: si el lunes llovió, entonces Heidegger era nazi.

Y el condicional que va de q a p sería expresado por:

q→p: si Heidegger era nazi, entonces el lunes llovió.

La proposición 'si el lunes llovió, entonces Heidegger era nazi' es contra intuitiva, pues no conocemos de ninguna relación entre el hecho de que llueva el lunes y el hecho de que Heidegger sea nazi o no. Esta noción del condicional no se debe confundir con el concepto de implicación (a pesar de tener una estrecha relación) ni con el de causalidad. Para que una proposicional condicional sea verdadera, basta con que el antecedente sea falso o con que el consecuente sea verdadero.

La definición formal del condicional lógico está dada por la siguiente tabla de verdad:

P	**Q**	**P → Q**
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Tabla 4

La quinta y última forma de construir nuevas proposiciones a partir de otras es mediante el conector lógico llamado 'bicondicional'. El bicondicional de dos proposiciones P y Q (denotado P↔Q) es una nueva proposición que es verdadera si P y Q son ambas falsas o ambas verdaderas; el bicondicional es falso únicamente si P y Q tienen distintos valores de verdad (Bloch, 2011, pág. 9) (Paéz, 2007, pág. 48). Por ejemplo, sea

p: 4 es par.

q: 4 dividido 2 es un número entero.

Entonces el bicondicional de ambas proposiciones sería expresado por p↔q: 4 es par si y solo si 4 dividido 2 es un número entero.

La definición formal del bicondicional lógico está dada por la siguiente tabla de verdad:

P	**Q**	**P ↔ Q**
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Tabla 5

Estas cinco operaciones lógicas (cuatro conectores y el operador de negación) se pueden aplicar varias veces para formar proposiciones aún más compuestas. Estas operaciones lógicas también pueden combinarse para formar otras operaciones. Una de esas operaciones definibles en términos de los anteriores, es la disyunción exclusiva. La disyunción exclusiva de dos proposiciones P y Q (denotado P⊕Q), solo es verdadera cuando una de las proposiciones es verdadera, y falsa en cualquier otro caso; la disyunción exclusiva es falsa únicamente cuando las proposiciones que la conforman tienen el mismo valor de verdad (Paéz, 2007, págs. 39-40). Un ejemplo de la disyunción exclusiva es en la proposición, 'Hume está vivo o Hume está muerto'. Pues al menos una de estas proposiciones es cierta, pero ambas no pueden ser ciertas simultáneamente.

En la siguiente tabla de verdad se muestra la definición formal del operador de disyunción exclusivo y algunos de las expresiones que pueden definir a este operador:

P	**Q**	**P⊕Q**	**(P→¬Q) ∧ (¬P→Q)**	**¬ (P ↔ Q)**
V	V	F	F	F
V	F	V	V	V
F	V	V	V	V
F	F	F	F	F

Tabla 6

Algunas de las proposiciones compuestas son siempre verdaderas, otras son siempre falsas y otras son verdaderas en unos casos y falsas en otros. Una contradicción es una proposición compuesta que siempre es falsa con independencia del valor de verdad que tengan las proposiciones simples que la compongan (Bloch, 2011, pág. 11).

Las proposiciones compuestas que siempre son verdaderas con independencia del valor de verdad que puedan tener las proposiciones simples que la componen reciben el nombre de 'tautologías' (Bloch, 2011, pág. 11). Por ejemplo, tómese la proposición p ∨ ¬p (principio del tercero excluido):

P	**¬P**	**P ∨ ¬P**
V	F	V
F	V	V

Tabla 7

Sin importar qué proposición sea P, y sin importar qué valor de verdad tenga, se cumple que P ∨ ¬P es siempre verdadero. Y es entonces una tautología.

Hay un tipo de tautología que es especialmente importante para este trabajo: la implicación. Dadas dos proposiciones P y Q, P implica Q si y solo si P→Q es una tautología (Bloch, 2011, pág. 17). Para que P→Q sea una tautología, es necesario que haya algún tipo de relación entre la proposición P y la proposición Q; contrario a lo que vimos con los condicionales no tautológicos. Para decir que P implica a Q, usamos la notación 'P⟹Q'. Por ejemplo, veamos la siguiente tabla de verdad:

P	**Q**	**P∨Q**	**P→ (P∨Q)**
V	V	V	V
V	F	V	V
F	V	V	V
F	F	F	V

Tabla 8

Vemos que la proposición 'P→ (P∨Q)' es una tautología, y que por ende podemos decir 'P ⟹ (P∨Q)'.

Ahora bien, la lógica proposicional es un sistema formal bastante poderoso. No obstante, al tener a los enunciados como unidad mínima de análisis, se omiten "detalles dentro de éstos que afectan la validez de las inferencias que llevamos a cabo" (Paéz, 2007, pág. 147). Por ejemplo, tomemos el siguiente razonamiento:

Ningún planeta es plano.

La Tierra es un planeta.

Por lo tanto, la Tierra no es plana.

El cual es un argumento válido, pues las premisas implican la conclusión: no hay manera de que las premisas sean verdaderas y la conclusión falsa. No obstante, al formalizarlo con lógica proposicional tendríamos

p: Ningún planeta es plano.

t: la Tierra es un planeta.

r: la Tierra no es plana.

Donde $(p \wedge t) \rightarrow r$, no es una tautología. Es decir, ‘$(p \wedge t)$’ no implica ‘r’. Pues hay al menos un caso en el que se da $(p \wedge t)$, pero no se da r.

3.2. Lógica De Predicados

La lógica de predicados (también llamada lógica de primer orden o lógica de cuantificadores) es una extensión de la lógica proposicional que busca analizar algunas propiedades que se dan dentro de las proposiciones. Que la lógica de predicados sea una extensión de la lógica proposicional quiere decir que la lógica de predicados “contiene i) todas las fórmulas de LP [lógica proposicional] y ii) nuevas fórmulas que pueden ser construidas utilizando nuevos símbolos y nuevas reglas de formación” (Paéz, 2007, pág. 148).

Como se mencionó en el primer capítulo de este trabajo, de acuerdo con la lógica de primer orden, los enunciados están conformados por términos singulares y por términos generales. Los términos generales “sirven para representar propiedades (cualidades, atributos o características) que uno o más individuos pueden tener en común” (Paéz, 2007, pág. 149). En la oración ‘*La crítica de la razón pura* es larga’ el predicado es ‘__es larga’ pues se puede decir de otras cosas que no sean *La crítica de la razón pura*. Otros ejemplos de predicados son:

__está en__.

__está caliente.

__es malo para__ porque__.

__procrastina.

Los predicados son representados con letras mayúsculas del alfabeto, que recuerden lo que intentan representar (Paéz, 2007, pág. 150). Así,

E: __está en__.

C: __está caliente.

M: __es malo para__ porque__.

P: __procrastina.

Los espacios vacíos en el predicado pueden ser saturados por términos singulares para formar una proposición. Un término singular es cualquier palabra o expresión que denote a una cosa o un concepto individual (Paéz, 2007, pág. 148). Por ejemplo, 'Žižek', 'Bogotá' y 'el rey de Francia' son términos singulares pues designan a una sola cosa, persona o concepto. Para designar los términos singulares usamos constantes de individuo (Paéz, 2007, pág. 154). Para representar las constantes en la lógica de predicados "utilizaremos letras minúsculas de la 'a' a la 'v'" (Paéz, 2007, pág. 154). Por ejemplo, podemos establecer

b: Bogotá

c: Colombia

s: el sol

a: Aristóteles

Siendo así, podemos simbolizar la proposición 'Bogotá está en Colombia' de las siguientes maneras:[15]

bEc

Ebc

---

[15] La convención usual es colocar el símbolo del predicado antes que el de las constantes.

La proposición ‘Aristóteles está procrastinando’ quedaría

Pa

aP

En la lógica de predicados también se encuentran las variables de individuos. Las variables de individuos se pueden entender como símbolos que le asignamos a los espacios vacíos de los predicados. Las variables de individuos son convencionalmente simbolizadas con las últimas letras minúsculas del alfabeto (x, y, z) (Paéz, 2007, pág. 154). Expresiones como

Exy

Mxyz

Px

reciben el nombre de “[…] funciones proposicionales, pues aunque en sí mismas no simbolizan un enunciado, sí lo hacen cuando la variable individual es sustituida por una constante individual” (Paéz, 2007, pág. 155). No forman proposiciones, porque las variables solo simbolizan los espacios vacíos del predicado.

Ahora bien, hay dos tipos de enunciados: los enunciados singulares y los enunciados generales. Los enunciados singulares están conformados únicamente por un término singular y predicado (Paéz, 2007, pág. 150). No obstante, los enunciados generales incluyen un cuantificador. En los enunciados generales se hace una afirmación acerca de una clase de individuos y no de uno en concreto (Paéz, 2007, pág. 152). Ejemplos de este tipo de proposiciones (o enunciados) son los siguientes:

Algún videojuego es difícil.

Todas las personas tienen derechos.

Ninguna revolución es pacífica.

Ninguna de estas proposiciones afirma algo acerca de un videojuego, persona o revolución en particular: sino acerca de un videojuego indeterminado, de las personas en general y de las revoluciones en general. Las palabras subrayadas nos indican la cantidad de individuos en los que se cumple el predicado. En la lógica de predicados solo hay dos tipos cuantificadores: el cuantificador existencial y el cuantificador universal.

> […] el lenguaje LC [lógica de predicados] incluye dos símbolos, "∀" y "∃", para representar el cuantificador universal y el cuantificador existencial, respectivamente. Un cuantificador de LC es uno de estos símbolos seguido de una variable individual y escrito entre paréntesis. Así, "(∀x)" y "(∃x)" son cuantificadores de LC. La variable del cuantificador representa los individuos indeterminados sobre los que rige el cuantificador. Los elementos del universo del discurso se denominan los valores de las variables, pues las variables representan indiscriminadamente a todos y cada uno de ellos (Paéz, 2007, págs. 156-157).

El cuantificador universal aplicado sobre una función proposicional nos dice que todos los individuos del universo de discurso cumplen con la propiedad o relación que designa dicha función proposicional (Bloch, 2011, pág. 35). Por ejemplo, supongamos que el universo de discurso es el de los números, dicho de otro modo, supongamos que de lo que estamos hablando es de números. Sea

M: x múltiplo de 1.

$(\forall x)\ (Mx)$

Se leería como 'todo número es múltiplo de 1'. Otra manera de expresar esta proposición es la siguiente. Sea

N: x es un número.

Entonces tendríamos

$(\forall x)\ (Nx \rightarrow Mx)$.

Por otra parte, el cuantificador existencial aplicado sobre una función proposicional nos dice que al menos un individuo del universo de discurso cumple con la propiedad o relación que designa dicha función proposicional (Bloch, 2011, pág. 36). Por ejemplo, supongamos que el universo del discurso es nuevamente el de los números. Sea

P: x es un número primo.

R: x es par.

La proposición 'algún número es primo' o 'existe al menos un primo' se simbolizaría con

$(\exists x)(Px)$.

La proposición 'existe al menos un primo par' se formalizaría con

$(\exists x)(Px \wedge Rx)$.

Por supuesto, estos no son todas las nociones y reglas necesarias para entender la lógica de predicados. Pero basta para los objetivos de este trabajo.

3.3. Posibilidad

Tanto la primera hipótesis (la explicación de expresiones tipo ‘*a* es mejor que *b*’) como la segunda hipótesis (la explicación de expresiones tipo ‘dado *p, r* es malo’) dependen de la noción de posibilidad. Si no se logra definir formalmente el concepto de posibilidad, entonces las formalizaciones dentro de esta teoría estarán dependiendo de un aspecto material del concepto. Antes de proceder con la formalización de la idea de posibilidad, hace falta aclarar el concepto de posibilidad que se ha estado utilizando.

En este trabajo la posibilidad es entendida como compatibilidad y la imposibilidad es entendida como incompatibilidad. Dos proposiciones son compatibles una con la otra si y solo si es posible que sean simultáneamente verdaderas. Y dos proposiciones son incompatibles si y solo es imposible que sean simultáneamente verdaderas. Donde lo único que imposibilita que dos proposiciones se den simultáneamente es que impliquen una contradicción. Es decir, dos proposiciones son imposibles una respecto de la otra si y solo si la conjunción de ambas implica una contradicción. Y en ese mismo orden de ideas, dos proposiciones son posibles una respecto de la otra si y solo si la conjunción de ambas no implica una contradicción.

Una idea similar la podemos encontrar en Aristóteles, quien afirma “llamo ser admisible y admisible a aquello que, sin ser necesario y puesto como que se da, no dará lugar a nada imposible” (Aristóteles, *Analíticos primeros* 32a, 16-20). Donde lo admisible es aquello que, de darse, no conlleva a nada imposible (Knuuttila, 1999). La misma idea está presente en Leibniz, para quien la definición de ‘posibilidad’ es una proposición que al ser analizada no mostrará ninguna contradicción (Look, 2013). En este mismo orden de ideas, una proposición es imposible si y solo si su afirmación implica una contradicción.

Una contradicción consiste en la afirmación de una proposición y de su negación, es de la forma ($P \wedge \neg P$). Por ejemplo, decir que ‘hoy es martes y hoy no es martes’ es una contradicción. Y, por ende, cualquier proposición que implique ‘hoy es martes y hoy no es martes’ estará describiendo un hecho imposible: ‘hoy es martes y es jueves’. Solo las proposiciones compuestas pueden ser o implicar una contradicción. ¿Por qué una proposición simple no puede implicar ni ser una contradicción? Porque una contradicción consiste en afirmar una proposición y su negación, y para hacer esto se requieren al menos dos proposiciones. El segundo argumento que se puede ofrecer contra la idea de que una proposición simple pueda implicar una contradicción es el siguiente: una contradicción es siempre falsa, por lo que en una tabla de verdad la columna de la contradicción solo tendrá valoraciones de falso; mientras que una proposición simple siempre puede ser o verdadero o falso.

La tabla de verdad para una sola proposición simple *r*, se ve así

r
V
F

Tabla 9

y, por lo tanto, podemos concluir que *r* no es una contradicción ni implica por sí sola una contradicción. De este modo, se sigue con claridad que la imposibilidad nunca se dice de una proposición aislada: surge únicamente en la relación entre proposiciones. La imposibilidad de una proposición es dependiente de la verdad de otras proposiciones.[16]

Dadas dos proposiciones simples p y q, siempre se cumple que o son compatibles o no lo son. Si las dos pueden ser verdaderas simultáneamente, entonces son compatibles. Si no pueden ser verdaderas simultáneamente, entonces son incompatibles. Cuando se escribe ◊q, es decir, “es posible que q”, siendo q una proposición simple, lo que se dice es que, dadas otras proposiciones, q es compatible con ellas. Es decir, se afirma que q no es imposible respecto a las proposiciones con las que opera. La posibilidad es siempre la posibilidad de que se dé una conjunción. Dadas unas proposiciones p y t, ◊q si y solo si ◊(t ∧ p ∧ q).

Así pues, si se afirma ◊q: ‘Carlos puede caminar’, sin que tengamos por cierta ninguna otra proposición, entonces esa proposición carece de valor de verdad. Si no asumimos algo acerca de Carlos, bien se podría escribir ‘x puede caminar’. Solo si asumimos al menos otra proposición como verdadera, tiene sentido la proposición ◊q:

[16] Y de esto se sigue, como se verá más adelante, que ningún hecho es malo considerado de manera individual.

'Carlos puede caminar'. Por ejemplo, si asumimos que t: 'Carlos es un humano' y que p: 'los humanos tienen piernas', entonces vemos que la proposición ◊q: 'Carlos puede caminar' tiene sentido. Decir que, dado que Carlos es humano y que los humanos tienen piernas, se sigue que Carlos puede caminar; es equivalente a decir que es posible que Carlos sea humano, tenga piernas y camine.

Lo mismo ocurre con la incompatibilidad. Cuando se escribe ¬◊q, siendo q una proposición simple, lo que se dice es que, dadas otras proposiciones, q es incompatible con ellas. Es decir, se afirma que q es imposible respecto a las proposiciones con las que opera. La imposibilidad es siempre la imposibilidad de que se dé una conjunción. Dadas unas proposiciones p y t, ¬◊q si y solo si ¬◊(t ∧ p ∧ q).

Así pues, si se afirma ¬◊q: 'Blue no puede caminar', sin que tengamos por cierto ninguna otra proposición, entonces esa proposición carece de valor de verdad. Si no asumimos algo acerca de Blue, bien se podría escribir 'x no puede caminar'. Solo si asumimos al menos otra proposición como verdadera, tiene sentido la proposición ¬◊q: 'Blue no puede caminar'. Por ejemplo, si asumimos que t: 'Blue es una ballena' y que p: 'las ballenas no tienen patas', entonces vemos que la proposición ¬◊q: 'Blue no puede caminar' tiene sentido. Decir que, dado que Blue es ballena y que las ballenas no tienen piernas, se sigue que Blue no puede caminar; es equivalente a decir que es imposible que Blue sea una ballena, que no tenga piernas y que camine.

Lo que nos interesa para este trabajo es la manera en que, dados unos hechos, se eliminan o dan ciertas posibilidades. Puesto de otro modo, lo que nos interesa es si dado P, se dará ¬◊Q o ◊Q. Recordemos que la incompatibilidad entre dos proposiciones consiste en que la conjunción de ambas es siempre falsa: la conjunción verdadera de ambas proposiciones es imposible. Podemos definir entonces

P y Q son incompatibles si y solo si ¬◊(P∧Q) si y solo si P→¬Q

Una muestra de que P→¬Q captura la noción de ¬◊(P∧Q) se puede ver en la siguiente tabla de verdad: donde vemos que P→¬Q es falso cuando se dan ambas proposiciones, y es verdadero en cualquier otro caso (lo inverso de la conjunción).

P	**Q**	**¬Q**	**P→¬Q**	**P∧Q**
V	V	F	F	V
V	F	V	V	F
F	V	F	V	F
F	F	V	V	F

Tabla 10

De este modo, si tenemos que un hecho P elimina una posibilidad Q (P→¬◊Q) y no queremos recurrir al operador modal, basta con escribir que, si se da P, no se da Q (P→¬Q). Decir 'si x es un pingüino, entonces x no puede volar' es equivalente a decir 'es imposible que x sea un pingüino y vuele' y esto es equivalente a 'si x es un pingüino, entonces x no está volando'.

(P→¬◊Q) ≡ ¬◊(P∧Q) ≡ (P→¬Q)

Ahora bien, recordemos que la compatibilidad entre dos proposiciones consiste en que la conjunción de ambas es a veces verdadera: la conjunción verdadera de ambas proposiciones es posible. Podemos definir entonces

P y Q son compatibles si y solo si ◊(P∧Q) si y solo si (P ∨ Q)

Una muestra de que (P ∨ Q) captura la noción de ◊(P∧Q) se puede ver en la siguiente tabla de verdad: donde vemos que (P ∨ Q) es verdadero cuando son verdaderas ambas proposiciones o una de ellas, pero es falsa cuando ambas proposiciones son falsas.

P	**Q**	**P ∨ Q**	**P→¬Q**
V	V	V	F
V	F	V	V
F	V	V	V
F	F	F	V

Tabla 11

De este modo, si tenemos que un hecho P da una posibilidad Q (P→◊Q) y no queremos recurrir al operador modal, basta con escribir que, si se da P, entonces se da P o Q ($P\rightarrow (P \vee Q)$). Decir 'si x es un pingüino, entonces x puede nadar' es equivalente a decir 'es posible que x sea un pingüino y vuele' y esto es equivalente a 'si x es un pingüino, entonces x es un pingüino o x está volando'. El único caso en que podemos estar seguros de que es falso que 'sea posible que x sea un pingüino y vuele', es cuando x ni es un pingüino, ni es vuela: y este aspecto de la posibilidad es recogido por la disyunción inclusiva, pues esta solo es falsa cuando ambas proposiciones lo son.

$$(P \rightarrow \Diamond Q) \equiv \Diamond(P \wedge Q) \equiv [P \rightarrow (P \vee Q)]$$

Veamos a continuación cuatro reglas de la posibilidad y la imposibilidad, y cómo se formalizarían. La primera regla es que, si algo no es imposible, entonces necesariamente es posible:

$$\neg (P \rightarrow \neg Q) \Rightarrow [P \rightarrow (P \vee Q)].$$

La segunda regla surge al aplicar modus tollens a la primera regla, y afirma que, si algo no es posible, entonces es imposible:

$$\neg [P \rightarrow (P \vee Q)] \Rightarrow (P \rightarrow \neg Q).$$

La tercera regla afirma que, si se da un hecho, entonces se puede inferir que es un hecho posible:

$$(P \wedge Q) \Rightarrow (P \vee Q).$$

Y la cuarta regla establece que, si un hecho es imposible, entonces se puede inferir que no se da el hecho:

$$(P \rightarrow \neg Q) \Rightarrow \neg (P \wedge Q).$$

Todas estas implicaciones son bastante fáciles de demostrar, y muestran que la manera en que se entiende la posibilidad en este trabajo es adecuada.[17] En esta sección se

[17] Ahora bien, a pesar de llegar a estas conclusiones de manera independiente, el autor de este trabajo no cree en absoluto que sus ideas sean originales. De hecho, la mayoría de estas ideas ya están de una manera u otra en la obra de Aristóteles. Por ejemplo, en la introducción al *Sobre la interpretación* de Aristóteles que hace (Candel Sanmartín, 1995), se presenta una tabla de verdad que resume la relación de compatibilidad aristotélica. En específico, muestra la compatibilidad entre enunciados particulares afirmativos (I) y enunciados particulares negativos (O). Un ejemplo de un enunciado particular afirmativo (I) es 'Algún perro es agresivo'; un ejemplo de un particular negativo (O) es 'Algún perro no es agresivo'. Donde vemos que es posible que se den simultáneamente (I) y (O). Lo interesante aquí, es que la tabla de verdad para la compatibilidad entre enunciados es idéntica a la tabla de verdad de la disyunción.

ha dado una definición formal del operador de posibilidad (◊), por lo tanto, no es necesario utilizarlo en las definiciones futuras. Esta definición permite que cuando se tenga una fórmula que incluya el operador de posibilidad, se le pueda reemplazar por una fórmula que solo tenga lenguaje de lógica proposicional. No obstante, utilizar la notación que incluye al operador modal es mucho más sencillo de hacer y cómodo de leer. Por ello, en lo sucesivo, se continuará usando dicha notación.

3.4. Eliminación De Posibilidades

Recordemos que la segunda hipótesis de este trabajo de grado es la siguiente: se afirma que un hecho es malo para una cosa si y solo si se afirma que dicho hecho elimina al menos una posibilidad del objeto. Para facilitar la explicación de la relación 'ser malo para', se explicará primero en qué consiste que un hecho elimine una posibilidad (esto se explicará recurriendo a la lógica proposicional); y luego se explicará en qué consiste que un objeto tenga una posibilidad (y para esto se recurrirá a la lógica de predicados).

Digamos que la proposición P describe cierto hecho del mundo. Usemos sin definir el símbolo (◊) para indicar que la proposición a la que acompaña afirma una posibilidad. Así, diremos que ◊Q es una proposición que describe cierto hecho posible

---

I	O	I – O
V	F	V
F	V	V
V	V	V
F	F	F

Tabla ***¡Error! solo el documento principal.*** (Candel Sanmartín, 1995, pág. 31)

También es interesante que se puede definir el concepto aristotélico de 'contingente' mediante el operador lógico de conjunción: "donde la relación […] leída no ya como simple compatibilidad o disyunción (S∨P) , sino como conjunción (S∧P), da lugar al concepto de contingente (Q), identificado por Aristóteles con la acepción vulgar de *endechomenon*, o «admisible», en el uso lingüístico normal" (Candel Sanmartín, 1995, pág. 34).

Por otra parte, la tabla de verdad de lo que Aristóteles llama 'contrariedad' es idéntica a la tabla de verdad de lo que hemos llamado incompatibilidad. En específico, la contrariedad se da entre enunciados universales afirmativos (A) y los universales negativos (E). Un ejemplo de universal afirmativo (A) es 'Todos los perros son agresivos'; y un ejemplo de universal negativo (E) es 'Ningún perro es agresivo'. Donde es imposible que sean simultáneamente verdaderas tanto (A) como (E).

A	E	A– E
V	F	V
F	V	V
V	V	F
F	F	V

Tabla ***¡Error! solo el documento principal.*** (Candel Sanmartín, 1995, pág. 31).

del mundo. Con eliminar, lo que se quiere decir es que, de no darse el hecho, entonces se daría la posibilidad. Diremos entonces que el hecho descrito por la proposición P elimina la posibilidad Q, si y solo si, si se da P, entonces no se da $\Diamond Q$; y si no se da P, entonces se da $\Diamond Q$.

Por ejemplo: si se da el hecho de que Borges está ciego, entonces no es posible que Borge vea; y si se da el hecho de que Borges no está ciego, entonces es posible que Borges vea. Y por esta razón, diríamos que la proposición 'Borges está ciego' elimina la proposición 'Borges puede ver'.

Formalizando la idea de que una proposición (siempre compuesta) elimina a una proposición posible, tendríamos:

$$\boxed{\text{P elimina a } \Diamond Q \text{ si y solo si } (P \rightarrow \neg\Diamond Q) \wedge (\neg P \rightarrow \Diamond Q)}$$

No basta con que $(P \rightarrow \neg\Diamond Q)$, se necesita también $(\neg P \rightarrow \Diamond Q)$ para evitar los casos en los que hay mera ausencia de una posibilidad, y no la privación de una posibilidad $(P \rightarrow \neg\Diamond Q) \wedge (\neg P \rightarrow \neg\Diamond Q)$.[18] Por ejemplo, no tiene sentido decir que el hecho de que el sol salga por el este elimina la posibilidad de que las tortugas vuelen. Pues, ya sea que el sol salga por el este o por el norte, las tortugas no tienen la posibilidad de volar, por lo que la salida del sol no puede quitarles dicha posibilidad. La salida del sol es irrelevante con respecto al hecho de que las tortugas vuelen o no. Y, por ende, no basta solo con que $(P \rightarrow \neg\Diamond Q)$, sino que también es necesario que se dé $(\neg P \rightarrow \Diamond Q)$ para afirmar que un hecho está eliminando una posibilidad.

Ahora bien, la proposición '$(P \rightarrow \neg\Diamond Q) \wedge (\neg P \rightarrow \Diamond Q)$' es equivalente a la proposición '$P \oplus \Diamond Q$' y esto se puede apreciar en el hecho de que ambas proposiciones compuestas arrojan exactamente los mismos valores de verdad en los mismos casos:

---

[18] No es la mera ausencia de un bien lo que constituye un mal, sino la privación de un bien. Hay algo de malo solo cuando hace falta un bien que debería estar (*Del libre albedrío*, Libro III, Capítulo XV) (San Agustín , 1947, págs. 365-366). Así pues, decir que es malo que la tortuga de mi novia no pueda volar, es inadecuado: pues, aunque le falta un bien, este bien no le ha sido privado. Esta es la idea que se quiere capturar con la definición de 'eliminación' de posibilidad.

P	**◊q**	**p→¬◊q**	**¬p→◊q**	**(p→¬◊q) ∧ (¬p→◊q)**	**p⊕◊q**
V	V	F	V	F	F
V	F	V	V	V	V
F	V	V	V	V	V
F	F	V	F	F	F

Tabla 12

Esto significa que la expresión ‘o Borges es ciego o Borges puede ver’ es lógicamente equivalente a la expresión ‘si Borges está ciego, entonces no es posible que Borges vea; y si Borges no está ciego, entonces es posible que Borges vea’. Por motivos de simplicidad, usaremos la formalización de la disyunción excluyente.

¿Cuándo una afirmación del tipo ‘P elimina a ◊Q’ es falsa por su forma lógica? El primer caso es cuando se da tanto el hecho como la posibilidad que se cree es eliminada por el hecho. Tomemos como ejemplo la afirmación ‘Tomar limón con bicarbonato después del coito elimina la posibilidad de quedar embarazada’. Si alguien toma limón con bicarbonato después del coito y aun así tiene la posibilidad de quedar embarazada, entonces decimos que tal remedio casero no eliminaba realmente la posibilidad. Este caso está reflejado en la primera fila de la tabla de verdad (en la que las proposiciones P y ◊Q son verdaderas).

El segundo caso en el que la afirmación ‘P elimina a ◊Q’ es falsa por su forma lógica, es cuando no se da el hecho y aun así no se da la posibilidad. Un ejemplo que puede ayudar a intuir esta idea es el siguiente. Tomemos la afirmación ‘fumar marihuana elimina la posibilidad de leer en latín’. Supongamos que William nunca ha fumado marihuana y aun así no puede leer en latín. En ese caso diríamos que lo que elimina la posibilidad de leer en latín en el caso de Juan no es la marihuana. Otro ejemplo. Si se afirma ‘la victoria de Japón en la Segunda Guerra Mundial eliminó la posibilidad de viajar en el tiempo’, entonces se afirma algo falso: pues, dado que Japón no ganó la Segunda Guerra Mundial, no es la razón por la que es imposible viajar en el tiempo. Este tipo de casos queda reflejado en la cuarta fila de la *tabla de verdad 9*.

Una vez aclarado lo que se quiere decir con que un hecho elimine una posibilidad, podemos pasar a explicar en qué consiste que a los objetos les correspondan posibilidades. Diremos que un objeto tiene cierta posibilidad, si el término singular usado para referirse al objeto aparece en una proposición posible que sea verdadera. Por ejemplo, diremos que Mario tiene la posibilidad de saltar si la proposición 'Mario puede saltar' es verdadera.

x tiene la posibilidad F si y solo si $(\forall x)\ (\Diamond Fx)$ es verdadero

Recordemos una vez más la segunda hipótesis de este trabajo de grado: se afirma que un hecho es malo para una cosa si y solo si se afirma que dicho hecho elimina al menos una posibilidad del objeto. Con lo visto previamente, por fin podemos formalizar esta hipótesis.[19]

Dado Gx, el hecho P es malo para el objeto x, si y solo si $(\forall x)\ [(P \land Gx) \oplus \Diamond Fx]$

Por ejemplo, volvamos al caso de Karajita. Para Karajita el hecho de tener solo 2 patas es malo, porque elimina la posibilidad de que corra. Sea P la proposición 'Karajita solo tiene 2 patas'. Sea $\Diamond Fk$ la proposición 'Karajita puede correr'. Si Karajita puede correr, entonces sabemos que no tiene solo 2 patas; y si solo tiene 2 patas, sabemos que no puede correr. Dicho sucintamente: o 'Karajita puede correr' o 'Karajita tiene solo 2 patas'. Pero todo esto ocurre, solo porque tenemos implícita la proposición Gk: Karajita es un caballo de carreras. Si Karajita fuera un avestruz, tener dos patas no le quitaría la capacidad de correr.

Se sigue que, si un hecho no elimina una posibilidad del objeto, entonces el hecho no es malo para el objeto. Y si un hecho no es malo para un objeto, entonces puede ser bueno o puede ser neutral. Intuitivamente, un hecho bueno es justo lo contrario a un hecho malo: si un hecho malo quita o elimina una posibilidad, un hecho bueno da o implica una posibilidad. Así, siguiendo con el ejemplo de Karajita, es bueno que Karajita tenga cuatro patas porque le da la posibilidad de correr. Pues, si Karajita tiene cuatro patas, entonces puede correr; y si Karajita no tiene cuatro patas, entonces no puede correr. Dicho de otro modo, la definición de un hecho bueno sería uno tal que su afirmación implica una posibilidad para el objeto, y su negación implicaría una imposibilidad para el objeto.

[19] Funciona ya sea que x sea reemplazado por una constante (por ejemplo, un nombre propio como 'María'), o ya sea que solo se reemplace por una función proposicional (por ejemplo, una clase como 'x es una mesa'). En el caso en que x sea reemplazado por una constante, ya no será necesario utilizar el cuantificador.

Formalizando la idea de que un hecho P dé una posibilidad quedaría como sigue: (P→ ◊Q) ∧ (¬P→ ¬◊Q).

P	**◊Q**	**P→◊Q**	**¬P→¬◊Q**	**(P→◊Q) ∧ (¬P→¬◊Q)**	**P↔◊Q**	**¬ (P⨁◊Q)**
V	V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	F	F	F
F	V	V	F	F	F	F
F	F	V	V	V	V	V

Tabla 13

En la tabla 10 podemos ver que podemos expresar '(P→ ◊Q) ∧ (¬P→ ¬◊Q)' de manera sucinta como 'P↔◊Q'. Y así mismo, podemos ver que dar una posibilidad (P↔◊Q) es justo lo contrario a eliminar una posibilidad (P⨁◊Q). En conclusión,

Dado Gx, el hecho P es bueno para el objeto *x,* si y solo si (∀x) [(P ∧ Gx) ↔◊F*x*]

Por ejemplo, para María es bueno que el hospital de su pueblo remoto tenga desfibrilador, porque le otorga la posibilidad de que le traten a tiempo una fibrilación ventricular (un tipo de parada cardiorrespiratoria). Si 'el hospital del pueblo remoto de María tiene desfibrilador', entonces 'María puede ser tratada a tiempo de una fibrilación ventricular'; y si el hospital del pueblo remoto de María no tiene desfibrilador', entonces 'María no puede ser tratada a tiempo de una fibrilación ventricular'. Por lo tanto, es bueno que en su pueblo tengan desfibrilador. Pero todo esto se da únicamente por la presuposición de que 'María' es un ser humano que tiene corazón. Si 'María' se refiriese a una novela, entonces el que haya o no desfibrilador no le daría la posibilidad de ser salvada por uno: así que el que haya o no desfibrilador no le estaría dando ninguna posibilidad, y por ende no sería bueno.

Esto nos lleva al último caso. Si un hecho ni da ni elimina una posibilidad a un objeto, entonces diremos que el hecho es neutral para el objeto. Si el valor de verdad de la proposición que describe al hecho es irrelevante para determinar si el objeto tiene o no la posibilidad, entonces decimos que el hecho es neutral.[20] Por ejemplo, el hecho de que Karajita haya nacido un martes es un hecho neutral respecto a la posibilidad de correr: ni le da ni le quita la posibilidad de correr. Se pueden dar cuatro casos: que Karajita haya nacido un martes y pueda correr; que no haya nacido un martes y pueda correr; que haya nacido un martes y no pueda correr; o que no haya nacido un martes y no pueda correr. Dicho de otro modo, no hay una relación lógica entre 'nacer un martes' y 'correr'.

Ahora bien, un hecho es bueno o malo solo en sentido relativo: un hecho puede ser bueno para un objeto por unas razones, y malo para el mismo objeto por otras razones; así mismo, un mismo hecho puede ser bueno para un objeto, y malo para otros objetos. Aclaremos con un ejemplo en qué consiste que algo sea bueno por una razón, pero malo por otra. Un guepardo tiene un metabolismo rápido, lo que le da la posibilidad de cazar a grandes velocidades, pero le quita la posibilidad de conservar energía por mucho tiempo. En ese sentido, para un guepardo es bueno tener metabolismo rápido: porque le da la capacidad de correr rápido. Y es también es malo: porque le quita la posibilidad de almacenar energía por periodos largos de tiempo. Es la idea detrás de la expresión popular 'unas por otras'. Sea

Gx: x es un guepardo.

Mx: x tiene un metabolismo rápido.

$\lozenge Vx$: x puede cazar a altas velocidades.

$\lozenge Cx$: x puede conservar energía por mucho tiempo.

En ese caso diremos que, si $(\forall x)\ [(Gx \land Mx) \oplus \lozenge Cx]$ y $(\forall x)\ [(Gx \land Mx) \leftrightarrow \lozenge Vx]$, entonces $(\forall x)\ (Gx \land Mx)$ es malo en relación con $\lozenge Cx$, pero bueno en relación con $\lozenge Vx$.

Ahora aclaremos con un ejemplo en qué consiste que un mismo hecho sea bueno para una cosa, y malo para otra. Supongamos que el Real San Andrés juega contra el Junior. Y el hecho que vamos a considerar es que Real San Andrés tiene la pelota. Ese hecho es bueno para el Real San Andrés porque le da la posibilidad de anotar, pasar o

[20] La mayoría de los casos de discriminación racial o por orientación sexual surgen por tomar un hecho neutral como malo. Por ejemplo, si se afirma que por el hecho de que soy afroamericano no puedo entender a Kant, se está asumiendo que un hecho neutral (el ser afroamericano) elimina una de mis posibilidades (entender a Kant). No contratar a alguien porque esa persona es homosexual, es asumir que la homosexualidad quita la posibilidad de desempeñar las funciones laborales. Lo cual, si no es absurdo, al menos es falso.

controlar el juego. Ese mismo hecho es malo para el Junior porque le quita la posibilidad de atacar, anotar o controlar el juego. Sea

a: Real San Andrés.

b: Junior de Barranquilla.

Tx: x tiene la pelota.

◊Gx: x tiene la posibilidad de anotar.

Si (Ta ↔ ◊Ga) y (Ta ⊕ ◊Gb), entonces decimos que Ta es bueno para *a*, pero malo para *b*.

También se podría formalizar la idea de que un mismo hecho, es bueno para *a* por unas razones y malo para *a* por otras razones; y simultáneamente, es bueno para *b* por unas razones, y malo para *b* por otras razones. La complejidad aumenta al aumentar el número de variables, hechos o posibilidades que se estén considerando.

3.5. En Conclusión, Es Mejor Que No Ocurra Lo Malo

En esta sección lo que se busca es establecer una relación entre las dos hipótesis presentadas hasta ahora. Pues en el lenguaje natural la idea de que algo es peor (o mejor) que una cosa parece estrechamente ligada a la idea de que algo es malo. Se inicia recapitulando la primera hipótesis y formulándola en términos de lógica proposicional. Una vez hecho esto, se vuelve a mencionar la segunda hipótesis. Puesto que ambas estarán formuladas en lógica proposicional, se podrá mostrar con mayor facilidad la relación entre ambas.

Recordemos la primera hipótesis del trabajo: se afirma que una cosa es mejor que otra si y solo si se afirma que la primera cosa tiene al menos una posibilidad que no tiene la segunda. Y esta intuición fue aclarada de la siguiente manera: sea que A corresponda al conjunto de predicados posibles de *a* y que B corresponda al conjunto de predicados posibles de *b*. El objeto *a* es mejor que el objeto *b* si y solo si el conjunto A – B contiene al menos un elemento. Los elementos que estén en el conjunto diferencia son las razones por las que afirmamos que un objeto es mejor que otro. Formalmente se vería así:

Sea

A: $\{f \mid f$ es un predicado posible de un objeto $a\}$

B: $\{g \mid g$ es un predicado posible de un objeto $b\}$

a es mejor que b si y solo si $A - B \neq \{\emptyset\}$

Ahora, se especificará un poco en qué consiste asignar un conjunto de predicados posibles a un objeto. Cada objeto del que se puede hablar satura ciertos predicados de tal modo que forma proposiciones verdaderas. Dicho de otro modo: dado un objeto, hay también proposiciones verdaderas en las que aparece el objeto. Y dadas estas proposiciones, se siguen ciertas proposiciones posibles. Y estas proposiciones posibles son las que se le asignan al objeto. Por ejemplo: tomemos el objeto 'Gabriel García Márquez'. Unas proposiciones verdaderas en las que aparece este objeto son 'Gabriel García Márquez ganó el Nobel de literatura', 'Gabriel García Márquez nació en Aracataca', 'Gabriel García Márquez escribió *Cien años de soledad*'. Y de estas proposiciones, se siguen otras proposiciones posibles 'Gabriel García Márquez pudo escribir *Cien años de soledad* en Colombia'. A pesar de que este hecho no se dio, pues *Cien años de soledad* fue escrita en México, no era imposible que Gabo la escribiera en Colombia. Esto se debe al hecho de que estuvo algún tiempo en Colombia y a que también es el autor de la novela en cuestión. Y por lo tanto era posible que la escribiera en Colombia.

Entonces: a cada objeto le corresponden ciertas proposiciones, y de estas proposiciones se siguen ciertas proposiciones posibles. Es decir, a cada cosa le corresponden ciertos hechos, y dados estos hechos se siguen ciertas posibilidades. Siendo este el caso, también se puede formalizar la idea de que una situación sea mejor que otra. Donde una situación es entendida como una conjunción de proposiciones. La noción inicial sería: si una situación implica más posibilidades que otra, entonces la primera situación es mejor que la segunda.

Si $[(P \wedge Q) \rightarrow \Diamond T] \wedge [(R \wedge S) \rightarrow \neg\Diamond T]$, entonces $(P \wedge Q)$ es mejor que $(R \wedge S)$, por $\Diamond T$

Para simplificar la redacción, sea X equivalente a $(P \wedge Q)$, y sea Y equivalente a $(R \wedge S)$. La forma lógica será idéntica, pero será más fácil expresarla. Sean X y Y situaciones. Una situación X será absolutamente mejor que una situación Y si y solo si toda posibilidad que se siga de Y se sigue de X; pero no, si toda posibilidad que se siga de X se sigue de Y.

X es absolutamente mejor que Y $\leftrightarrow$ $[(Y\rightarrow\Diamond T) \rightarrow (X\rightarrow \Diamond T)] \wedge \neg [(X\rightarrow\Diamond T) \rightarrow (Y\rightarrow \Diamond T)]$

Recordemos ahora la segunda hipótesis de este trabajo: <u>se afirma que un hecho es malo para una cosa si y solo si se afirma que dicho hecho elimina al menos una posibilidad del objeto.</u> Y esta intuición es aclarada de la siguiente manera:

Dado Gx, el hecho P es malo para el objeto *x*, si y solo si $(\forall x)\ [(P \wedge Gx) \oplus \Diamond Fx]$.

Donde tenemos que,

$(\forall x)\ [(P \wedge Gx) \oplus \Diamond Fx]$ equivale a $(\forall x)\ [((P \wedge Gx) \rightarrow\neg\Diamond Fx) \wedge (\neg(P \wedge Gx) \rightarrow\Diamond Fx)]$.

Ahora bien, hay una idea que en el lenguaje natural es bastante usual: si un hecho es malo, entonces sería mejor que no se diera. Esta idea es fácil de formalizar si unimos las dos definiciones que tenemos hasta ahora. Antes de proseguir, usemos un ejemplo para hacer más intuitivo lo que se va a formalizar. ¿Es mejor que un vaso tenga un hueco en el fondo o es mejor que no lo tenga? Sea

Vx: x es un vaso.

Hx: x tiene un hueco.

$\Diamond$Cx: x puede contener líquidos.

Dado Vx, hay dos situaciones que podemos comparar: la situación en la que el vaso tiene agujero $(Vx \wedge Hx)$, y el caso en el que vaso no tiene un agujero $(Vx \wedge \neg Hx)$. ¿Cuál de estas situaciones es mejor?

Teniendo en cuenta lo que afirmamos acerca de los vasos, podemos decir que a cualquier vaso con un agujero en el fondo le es imposible contener líquidos:

$(\forall x)\ [(Vx \wedge Hx) \rightarrow \neg\Diamond Cx]$.

Y así mismo, si un vaso no tiene un agujero en el fondo, entonces le es posible contener líquidos:

$(\forall x)\ [(Vx \wedge \neg Hx) \rightarrow \Diamond Cx]$.

Por definición, vemos que en la primera situación el vaso tiene algo malo: pues tener un agujero le quita la posibilidad de contener líquidos. En la segunda situación el vaso sí los puede contener. Y puesto que sabemos que si una situación implica una posibilidad que otra situación no implica, entonces es mejor que el vaso no tenga un agujero en el fondo. Es decir, la situación que no tiene algo de malo es mejor que la que sí tiene algo de malo.[21]

Podemos demostrar esta idea mediante un silogismo hipotético a partir de la definición de 'ser mejor que' y 'ser malo para'. La premisa 1 es la idea de que está dado (∀x) Gx y que es con respecto a eso que diremos si una cosa es mala o no. La premisa 2 es la definición de lo que es un hecho malo. La premisa 3 es la definición de la relación de 'ser mejor que'.

<u>Premisa 1</u>: (∀x) Gx.

<u>Premisa 2:</u> El hecho P es malo para el objeto *x*, si y solo si (∀x) [((P ∧ Gx) →¬◊F*x*) ∧ (¬ (P ∧ Gx) →◊F*x*)].

<u>Premisa 3:</u> Si (∀x) [¬ (P ∧ Gx) →◊F*x*] ∧ (∀x) [(P ∧ Gx) →¬◊F*x*], entonces (∀x) ¬ (P ∧ Gx) es mejor que (∀x) (P ∧ Gx), por ◊F*x*.

<u>Conclusión:</u> Por lo tanto, si dado Gx, P es malo para *x*, entonces (∀x) ¬ (P ∧ Gx) es mejor que (∀x) (P ∧ Gx). O lo que es lo mismo en este caso: que (∀x) (¬P ∧ Gx) es mejor que (∀x) (P ∧ Gx). Se pasa de (∀x) [¬ (P ∧ Gx)] a (∀x) (¬P ∧ Gx), pues tenemos que Gx es verdadero y que (∀x) (Gx ∧ ¬ (P ∧ Gx)) es equivalente a (∀x) (¬P∧ Gx).

---

[21] Un corolario interesante que se podría demostrar en futuros trabajos es que hay posibilidades que son peores de perder que otras. Por ejemplo, sería peor perder la posibilidad de desplazarse que la posibilidad de cantar: porque perder la posibilidad de desplazarse implica perder también de caminar, nadar, volar, etc. Mientras que perder la posibilidad de cantar implica perder muchos menos posibilidades. Podemos hallar esta idea ya en Tomás de Aquino: "puede decirse que, cuanto algo está más en potencia, y es más apto para el bien, tanto más malo es para eso mismo ser privado del bien. Ahora, el bien que es sujeto de mal es potencia; y así, de algún modo, cuanto mayor es el bien que es sujeto de mal, tanto mayor es el mal" (*Sobre el mal*, cuestión I, artículo II, respuestas, parágrafo 10) (Tomás de Aquino, 1998, pág. 42).

Lo cual no es más que una forma muy complicada de decir que si algo es malo, entonces sería mejor que no ocurriera. O lo que es lo mismo: un hecho malo desmejora al objeto que le ocurre. Si omitimos la referencia al objeto, es posible hacer una versión más simple del argumento. Sean P, Q y R proposiciones compuestas:

Premisa 1: Q.

Premisa 2: El hecho P es malo, si y solo si $((P \wedge Q) \rightarrow \neg \Diamond R) \wedge (\neg (P \wedge Q) \rightarrow \Diamond R)$.

Premisa 3: Si $[\neg (P \wedge Q) \rightarrow \Diamond R] \wedge [(P \wedge Q) \rightarrow \neg \Diamond R]$, entonces $\neg (P \wedge Q)$ es mejor que $(P \wedge Q)$, por $\Diamond R$.

Conclusión: Por lo tanto, si dado Q, P es malo, entonces $\neg (P \wedge Q)$ es mejor que $(P \wedge Q)$. O lo que es lo mismo en este caso: que $(\neg P \wedge Q)$ es mejor que $(P \wedge Q)$. Se pasa de $\neg (P \wedge Q)$ a $(\neg P \wedge Q)$, pues tenemos que Q es verdadero y que $(Q \wedge \neg (P \wedge Q))$ es equivalente a $(\neg P \wedge Q)$.

4. ¿ES POSIBLE LA FORMALIZACIÓN DEL MAL?

La mayor objeción que se puede presentar al intento de formalización de esta teoría es la siguiente: el condicional clásico utilizado en la formalización es monótono mientras que los razonamientos acerca del mal requieren ser explicados con lógica no monótona. Usar el condicional clásico para formalizar proposiciones tales como 'si Carla es una paloma, entonces puede volar', implica que, al añadir cualquier otra proposición, seguiría siendo cierto que 'si Carla es una paloma, entonces puede volar'. Por ejemplo, si se añade 'Libia es una tierra de contrastes' al condicional interior, vemos que aún se puede afirmar que, si Carla es una paloma y Libia es una tierra de contrastes, entonces Carla puede volar. No obstante, cuando se habla de que algo es malo lo que se tiene es una proposición que elimina a otra: una proposición que no se puede añadir a un condicional sin afectarlo. Si tenemos 'si Carla es una paloma, entonces puede volar' y añadimos la proposición 'Carla perdió las alas', vemos que ya no se sigue que si Carla es una paloma puede volar. Vemos que añadir una proposición que describe un hecho malo, de hecho, elimina una posibilidad (por la definición hasta aquí trabajada). El propósito de este capítulo es responder a este problema. Por tanto, el propósito de este capítulo será mostrar que el condicional de la lógica clásica puede dar cuenta de los razonamientos defectibles. Para ello, en esta sección se inicia con una explicación sucinta de lo que es una lógica monótona (que da cuenta de deducciones) en comparación con la lógica no monótona (que da cuenta de razonamientos defectibles).

El objetivo de la lógica no monótona es capturar y representar el razonamiento y las inferencias defectibles[22] (Strasser & Antonelli, 2019). Un razonamiento defectible es aquel cuyas premisas apoyan a la conclusión, a pesar de que es posible que las premisas sean verdaderas y la conclusión falsa (Koons, 2017). Dicho de otro modo, la relación entre las premisas y la conclusión puede ser anulada por información adicional (Koons, 2017) (Strasser & Antonelli, 2019). Y a pesar de ser el tipo de razonamiento que usamos con mayor frecuencia en la vida cotidiana, la lógica clásica (por ser monótona) no puede representarlos adecuadamente. Para ilustrar el punto de que la lógica clásica es

[22] '*Defeasible inference'* en inglés.

inadecuada para dar cuenta de los razonamientos defectibles, recurramos al siguiente ejemplo que podemos hallar en (Strasser & Antonelli, 2019).

Supongamos que Pepe es un ave. [23] En ese caso, podríamos inferir que Pepe es volador. Y sería una buena inferencia, pues la gran mayoría de las aves son voladoras. No obstante, si agregamos la información de que Pepe es un pingüino, ya la inferencia anterior deja de ser buena.

Sea

p: Pepe es un ave.

q: Pepe es un animal volador.

r: Pepe es un pingüino.

De este modo tendríamos que, si Pepe es un ave, entonces es volador ($p \rightarrow q$); y tendríamos que, si Pepe es un pingüino, entonces no es volador ($r \rightarrow \neg q$). Pero esto nos llevaría a una contradicción, pues en el caso de que Pepe sea un pingüino y sea un ave ($p \wedge r$), se seguiría que Pepe es volador y no es volador. El problema con ello es que todo pingüino es un ave, y por ende ser un pingüino implicaría una contradicción.

Pero este conjunto de premisas es contradictorio:

(1) $p \rightarrow q$	Premisa.
(2) $(p \wedge r) \rightarrow \neg q$.	Premisa
(3) $p \wedge r$	Hipótesis.
(4) p	Eliminación de conjunción en 3.
(5) q	Eliminación de condicional en 1, 4.
(6) $\neg q$	Eliminación de condicional en 2, 3.
(7) $q \wedge \neg q$	Introducción de conjunción en 5,6.
(8) $(p \wedge r) \rightarrow (q \wedge \neg q)$	Introducción de condicional en 3, 7.

Al formalizarlo con lógica clásica (ya sea proposicional o de primer orden) arribamos a una contradicción, cosa que no ocurre con este tipo de razonamientos en la vida cotidiana. Y, por ende, vemos que la lógica clásica es inadecuada para dar cuenta de este tipo de razonamientos defectibles.

[23] Este ejemplo de Pepe es conocido como el ejemplo de Tweety y se puede hallar en (Strasser & Antonelli, 2019).

Este problema se da porque la lógica clásica, a pesar de ser muy poderosa, es monótona. En términos sencillos, esto significa que agregar nuevas proposiciones no cambia las inferencias ya establecidas. Cuando un sistema tiene una relación de consecuencia monótona, si una conclusión se sigue de un conjunto de premisas, entonces agregar nuevas proposiciones no cambiará eso (Strasser & Antonelli, 2019). Es decir,

Siempre que

$p \rightarrow q$.

Se sigue que para cualquier proposición r se cumple

$p \wedge r \rightarrow q$.

Por ejemplo, si 2 es mayor que 1, entonces 3 es mayor que 1. Y esta es una buena inferencia sin importar si agrego información tal como que 2 es par, 2 es un número primo, o 2 es mayor que 1. No hay ninguna proposición que podríamos agregar a esta inferencia que la convierta en una mala inferencia.

4.1. Los Razonamientos No Monotónicos Y El Condicional Clásico

Siguiendo con el propósito de mostrar que el condicional de la lógica clásica puede dar cuenta de los razonamientos defectibles, en las siguientes secciones se compara el funcionamiento del condicional clásico con el funcionamiento de los razonamientos no monotónicos a partir de tres propiedades. En esta sección en particular, se expone que hay tres propiedades que posee el condicional clásico que no poseen los RNM: Fortalecimiento del antecedente, contraposición y transitividad (Von Fintel, 2012). Y si el condicional clásico tiene propiedades que los RNM no tienen, entonces tal vez el condicional clásico no puede dar cuenta de los RNM.

4.1.1. Fortalecimiento del antecedente.

De acuerdo con esta propiedad, si se tiene un condicional verdadero, entonces no importa qué premisa se agregue al antecedente, se obtendrá el mismo consecuente. Para cualquier *r* se cumple que:

$(p \rightarrow q) \Rightarrow ((p \wedge r) \rightarrow q)$

Pero este no siempre es el caso con los razonamientos en el lenguaje natural. Y la ausencia de esta propiedad es justo lo que hace distintos a los razonamientos monótonos de los no monótonos (Strasser & Antonelli, 2019). Pues, por ejemplo: ¿'si los canguros no tienen cola, entonces se caerán' implica que 'si los canguros no tienen cola y usan muletas, entonces se caerán'? (Lewis, 1973, pág. 1) (Lewis, 1973). Formalizado, quedaría de la siguiente manera:

p: los canguros no tienen cola.

q: los canguros se caerán.

r: los canguros usan muletas.

Tendríamos entonces la proposición $(p \rightarrow q)$ y la proposición $((p \wedge r) \rightarrow q)$. Pero intuitivamente sabemos que de uno no se sigue el otro: de que 'si los canguros no tuviesen cola, entonces se caerían' no se sigue que 'si los canguros ni tuvieran cola, pero usaran muletas, entonces se caerían'. Formalmente tendríamos

$\neg [(p \rightarrow q) \Rightarrow ((p \wedge r) \rightarrow q)]$,

que es justo lo contrario de lo que exige la regla de la fortificación del condicional.

4.1.2. Contraposición

De acuerdo con esta propiedad (que también podemos llamar *modus tollens*), si se tiene un condicional, entonces negar el consecuente permite negar el antecedente. Así pues, si

$(p \rightarrow q) \Rightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)$

Pero esta propiedad tampoco se da en todos los razonamientos del lenguaje natural. Por ejemplo: si Goethe no hubiese muerto en 1832, entonces aun así estaría muerto ahora; por tanto, si Goethe aún estuviera vivo, entonces hubiese muerto en 1832 (Kratzer, 1979). Lo cual, al formalizarse sería:

p: Goethe muere en 1832.

q: Goethe está vivo ahora.

(1) $p \rightarrow \neg q$.

Pero,

(2) $q \rightarrow \neg p$.

Donde (2) es absurdo, pues de que Goethe esté muerto ahora, no se sigue que haya muerto específicamente en 1832. Formalmente tendríamos

$\neg [(p \rightarrow q) \Longrightarrow (q \rightarrow \neg p)]$,

que es justo lo contrario de lo que exige la regla de contraposición.

4.1.3. Transitividad

Esta propiedad (que permite los silogismos hipotéticos) indica que si se tienen dos condicionales donde el consecuente del primer condicional es el antecedente del segundo, entonces se puede deducir un tercer condicional formado por el antecedente del primer condicional y el consecuente del segundo. Si tenemos

$[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \Longrightarrow (p \rightarrow r)$

No obstante, este no es el caso con todos los razonamientos con condicionales en el lenguaje natural. Por ejemplo: Si Brown gana la elección, entonces Smith se retirará a la vida privada; si Smith muere antes de las elecciones, entonces Brown ganará las elecciones; por lo tanto, si Smith muere antes de las elecciones, entonces Smith se retirará a la vida privada (Ernest W., 1965). Y esto implica una contradicción: pues Smith no se puede retirar si se muere.

Formalmente, sea

p: Smith muere antes de las elecciones.

q: Brown gana las elecciones.

r: Smith se retirará a la vida privada

Tendremos, como grupo de premisas que

(1) $p \rightarrow q$
(2) $q \rightarrow r$

Y de ello se deduciría

(3) $p \rightarrow r$

Donde (3) es absurdo, porque sabemos que, si Smith muere, entonces no se puede retirar. Así pues, este caso muestra formalmente que

$$\neg [((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)) \Rightarrow (p \rightarrow r)]$$

que es justo lo contrario de lo que exige la propiedad de transitividad.

4.2. Modificación Del Antecedente: Negar Las Excepciones.

El propósito de esta sección es mostrar que las tres propiedades descritas arriba se pueden dar en la formalización de razonamientos defectibles. Las ideas presentadas en esta parte del texto son un intento de solucionar el problema de los razonamientos no monótonos modificando el antecedente de los condicionales. Por ende, se podría enmarcar esta propuesta como perteneciente a una lógica 'adaptativa' o de 'acercamientos basados en asunciones' (Strasser & Antonelli, 2019), en contraste con otras propuestas que crean una nueva manera de entender el condicional o la implicación.

La solución que se propone en esta sección es la siguiente: los antecedentes de los condicionales suelen expresarse de manera incompleta. Un condicional está expresado de manera completa si y solo si el antecedente incluye la negación de todas las excepciones que se le aplican al condicional. Una idea muy similar a esta, pero que difiere por sus compromisos epistemológicos, es expuesta en (McCarthy, 1980, pág. 1). McCarthy propone agregar la regla de inferencia 'circunscripción' a la lógica de primer orden. Donde la regla de circunscripción es una regla del razonamiento cotidiano según la cual dados unos hechos asumimos que los objetos de los que se puede mostrar que tienen cierta propiedad, son todos los objetos que tienen esa propiedad (McCarthy, 1980, pág. 1). Dicho de otro modo, lo que la regla de circunscripción afirma es que las cosas son como se espera que sean a menos que se especifique lo contrario. Lo cual es análogo a la idea que se presenta aquí, a saber: que, si no se afirman las excepciones de una inferencia, entonces se deben tomar como falsas las excepciones a la inferencia.

En esta sección se propone que las diferencias entre las propiedades de los RNM y las de los condicionales clásicos, pueden ser saldadas mediante la noción de 'condicionales expresados de manera completa'. Definidos como aquellos condicionales en los que el antecedente incluye la negación de las excepciones que se le aplican al condicional. Y como se notará más adelante, la formalización de esta noción es bastante similar (y posiblemente equivalente) a la formalización que hace (Pollock, 1995) de los *undercutting rebuttal*. Sin entrar en muchos detalles, de acuerdo con Pollock, si una refutación r socava a un condicional ($p \Longrightarrow q$), entonces podemos afirmar ($p \Longrightarrow q$) y podemos afirmar $\neg((p \wedge r) \Longrightarrow q)$ (Koons, 2017) (Pollock, 1995, págs. 85-86). Esta formalización en Pollock también guarda estrecha similitud con la definición de mal que se presenta en este trabajo.

Para introducir la idea de los condicionales expresados de manera completa o incompleta, retomemos el ejemplo de Pepe. Si Pepe es un ave, entonces Pepe puede volar. Si Pepe es un pingüino, entonces Pepe es un ave. Si Pepe es un pingüino, entonces Pepe no puede volar.

p: Pepe es un ave

q: Pepe puede volar

r: Pepe es un pingüino

(1) $p \rightarrow q$
(2) $r \rightarrow p$
(3) $r \rightarrow \neg q$

De esta manera podemos ver que ‘ser pingüino’ es una excepción que se aplica a la inferencia de que, si algo es un ave, entonces puede volar: porque los pingüinos son aves que no vuelan. Por lo tanto, podemos expresar la condicional (1) añadiendo la negación de su excepción. Es decir, el condicional (1) quedaría como: Si Tweety es un ave y no es un pingüino, entonces Tweety puede volar.

(1) $(p \wedge \neg r) \rightarrow q$

Ahora bien, el condicional (1) continúa estando expresado de manera incompleta: pues aún hace falta la negación de otras excepciones tales como los avestruces, kiwis, pavos reales, gallinas, etc. Cada vez que se encuentre una proposición que anule la inferencia, es posible negarla y añadirla al antecedente: en este caso, cada que se encuentre un ave que no vuela.

Propiamente dicho, un condicional estaría expresado de manera incompleta si y solo si al menos una de las excepciones al condicional no está negado en el antecedente. Los únicos condicionales que pueden ser expresados de manera incompleta son aquellos en los que, dado el antecedente, no es necesario sino meramente posible que se dé el consecuente. Este tipo de condicionales solemos usarlos modificados con términos sobre probabilidad o posibilidad: por ejemplo, 'si la piedra le pega a la ventana, entonces es probable que la ventana se rompa'. Donde no se establece una relación necesaria entre el antecedente y el consecuente. Por definición, los condicionales en los que si se da el antecedente se da necesariamente el consecuente, no pueden estar expresados de manera incompleta simplemente porque no tienen excepciones. Estos condicionales son llamados 'implicaciones estrictas' (Lewis, 1973). Por ejemplo: 'si x es múltiplo de dos, entonces x es par'. Este condicional carece de excepciones, y por ende está expresado de manera completa.

Una observación interesante que podría ser desarrollada en futuras investigaciones es la siguiente: entre más completa sea la expresión de un condicional, más probable resulta que se dé el consecuente al darse el antecedente[24]. Tomemos como ejemplo el condicional:

'Si lanzo el dado, entonces probablemente saldrá el 2'.

La probabilidad de que si lanzo el dado efectivamente salga el 2, es de 1/6 (16,6%). Pues si se da el antecedente, son 6 opciones posibles, pero solo me interesa 1 de ellas. Expresarlo de manera un tanto más completa sería negar algunas de sus excepciones:

'Si lanzo el dado y no sale el 1, ni el 3, ni el 4, entonces probablemente saldrá el 2'.

Donde la probabilidad aquí es de 1/3 (33.3%). Pues si se da el antecedente, solo quedarían 3 opciones disponibles (2, 5, 6) y me sigue interesando solo la opción 2. Y al negar todas sus excepciones, es decir, al expresarlo de manera completa tendríamos:

'Si lanzo el dado y no sale ni el 1, ni el 3, ni el 4, ni el 5, ni el 6, entonces probablemente saldrá el 2'.

[24] Aquí la probabilidad es entendida como probabilidad *a priori*. Donde la teoría *a priori* de la probabilidad afirma que "la probabilidad de que ocurra un suceso simple es una fracción entre 0 y 1, determinada por el número de resultados en los que ocurre el suceso en cuestión, dividida entre el número total de resultados igualmente posibles" (Copi & Cohen, 2013, pág. 671).

Donde la probabilidad aquí es de 1/1 (100%). Pues si se da el antecedente, se dará necesariamente el consecuente.[25] Si se aceptara esta idea, se podría definir un hecho malo como aquél que disminuye las probabilidades de que un objeto tenga cierta posibilidad; y uno bueno como aquél hecho que aumenta la probabilidad de que tenga cierta posibilidad.

En el lenguaje natural, expresar los condicionales de manera más completa solo es necesario cuando surgen absurdos o malentendidos. Análogo al uso de entimemas: en los cuales no es necesario expresar la premisa implícita del argumento, a menos que haya surgido algún problema en su interpretación.

La justificación detrás de esta idea de los condicionales expresados de manera incompleta es esta tautología[26]:

$$\boxed{[(p \rightarrow q) \land ((p \land r) \rightarrow \neg q)] \Rightarrow [(p \rightarrow q) \leftrightarrow ((p \land \neg r) \rightarrow q)]}$$

Lo que la tautología expresa es lo siguiente: si tenemos por cierto que una proposición p implica a una proposición q; y tenemos por cierto que p en conjunción con r implica no q; entonces es equivalente decir que ‘p implica q’ a decir que ‘p y no r implica q’. Dicho de otro modo, si tenemos como premisas que hay excepciones a una inferencia (en este caso r es una excepción a $p \rightarrow q$), entonces decir la inferencia sin negar la excepción es lógicamente equivalente a decirla negando la excepción.[27]

[25] Por supuesto, todo esto bajo el presupuesto de que el dado no explote, desaparezca o cualquier otra opción que impida que caiga. No obstante, la idea de que la probabilidad del cumplimiento del condicional aumente entre más completo se exprese se mantiene aún en esos casos.

[26] Otra forma en la que se puede expresar la tautología es la siguiente: $[(p \rightarrow q) \land (r \rightarrow \neg q)] \rightarrow [(p \rightarrow q) \leftrightarrow ((p \land \neg r) \rightarrow q)]$.

[27] Una idea muy cercana se puede hallar en (Alferes, Damasio, & Pereira, 1995). Quienes proponen utilizar ‘información negativa’ (la negación de proposiciones) para representar la excepción de ciertas reglas de inferencia (Alferes, Damasio, & Pereira, 1995, pág. 5). Lo que se añade en este trabajo es la afirmación de que dichas excepciones a las reglas siempre están siendo negadas si no son afirmadas. Es decir, a menos que se afirme explícitamente que se presenta una excepción, se asume que no se da la excepción.

Una demostración de que es una tautología se halla en la siguiente tabla:

P	**Q**	**R**	**$[(P \rightarrow Q) \wedge ((P \wedge R) \rightarrow \neg Q)] \Rightarrow [(P \rightarrow Q) \leftrightarrow ((P \wedge \neg R) \rightarrow Q)]$**
V	V	V	V
V	V	F	V
V	F	V	V
V	F	F	V
F	V	V	V
F	V	F	V
F	F	V	V
F	F	F	V

Tabla 14

Aclarar esta idea es más sencillo con un ejemplo. Sea

p: Kiki es mamífero.

q: Kiki carece de escamas.

r: Kiki es un pangolín.

Si tenemos como premisa que, 'si Kiki es mamífero, entonces carece de escamas' ($p \rightarrow q$), y sabemos que, 'si Kiki es mamífero y es un pangolín, entonces no carece de escamas' ($(p \wedge r) \rightarrow \neg q$); podemos concluir que al expresar 'si Kiki es mamífero, entonces carece de escamas' estamos asumiendo implícitamente que Kiki no es un pangolín. O lo que es lo mismo: podemos concluir que al decir 'si Kiki es mamífero, entonces carece de escamas' lo que en realidad estamos diciendo es que 'si Kiki es mamífero y no es un pangolín, entonces carece de escamas' $(p \rightarrow q) \leftrightarrow ((p \wedge \neg r) \rightarrow q)$.

Ahora bien, ¿qué tienen en común las proposiciones que al negarlas hacen más completo a un condicional? Son relevantes para el condicional al que hacen más completo. Solo las proposiciones relevantes para un condicional pueden ser excepciones para la misma. Una noción preliminar de lo que es relevantes es lo siguiente: una proposición es relevante para una condicional si y solo si dadas las premisas, el valor de verdad de la proposición afecta el valor de verdad del condicional o del consecuente del condicional. De la definición, se sigue que una proposición es irrelevante para una condicional si su valor de verdad no afecta en nada el valor de verdad del consecuente o del condicional. Y, por tanto, las proposiciones irrelevantes no serán excepciones, y en ese orden de ideas, negarlos no hará más completos los condicionales.

Tomemos como ejemplo el siguiente condicional: ‘si Firulais es un perro, entonces puede ladrar’. Con respecto a ese condicional, la proposición ‘Firulais es marrón’ es irrelevante. Pues no tenemos ninguna premisa que nos indique que, si Firulais es marrón o no es marrón, entonces no puede ladrar; como tampoco tenemos alguna premisa que indique que, si Firulais es o no es marrón, entonces puede ladrar. No obstante, respecto al condicional ‘si Firulais es un perro, entonces puede ladrar’, la proposición ‘Firulais está muerto’ es relevante. Pues existe la premisa implícita de que, si Firulais está muerto, entonces no puede ladrar. Formalicemos este ejemplo. Sea:

p: Firulais es un perro.

q: Firulais puede ladrar.

r: Firulais es marrón.

s: Firulais está muerto.

El condicional que nos interesa es

(1) $p \rightarrow q$.

Tenemos así mismo la premisa

(2) $(p \wedge s) \rightarrow \neg q$.

Y, por ende, podemos expresar de manera más completa el condicional en (1) diciendo

(1.1.) $(p \wedge \neg s) \rightarrow q$.

Es decir, si Firulais es un perro y no está muerto, entonces puede ladrar. Siendo (1.1) una expresión más completa de lo expresado por el condicional (1). Una definición de una excepción quedaría como sigue:

La proposición *s* es una excepción de $(p \rightarrow q)$ si y solo si $(p \wedge s) \rightarrow \neg q$

Las cláusulas del *ceteris paribus* se usan para indicar que lo que se asume son las condiciones normales de una situación. Es decir, la expresión '*ceteris paribus'* es equivalente a la expresión 'en condiciones normales'. Por ejemplo, decir 'una cerilla en condiciones normales se enciende al rasgarse contra el empaque' es invocar una cláusula *ceteris paribus*. En condiciones normales la cerilla no está mojada, ni recubierta de cera, etc. Y podemos ver que esto es equivalente a negar las excepciones en las que la cerilla no encendería: pues se dan las condiciones normales si y solo si no se da alguna excepción.

Ahora bien, Robert Brandom dice lo siguiente respecto al uso de las cláusulas del *ceteris paribus:* "Yo afirmaría que las cláusulas del *ceteris paribus* deben ser entendidas como marcando explícitamente la no monoticidad de una inferencia, en vez de entendidas como un deus ex machina que mágicamente remueve la no monoticidad" (Brandom, 2000, págs. 88-89).[28] Y en este punto, se coincide con el autor norteamericano: expresar de manera más completa a un condicional no es una manera de eliminar la no monoticidad del razonamiento, sino una manera de hacer explícito su carácter no monótono.

Veamos a continuación cómo expresar un condicional de manera más completa puede hacer más parecidos el funcionamiento del condicional clásico y el funcionamiento de los razonamientos no monótonos.

4.2.1. Solución al fortalecimiento del antecedente

De acuerdo con la propiedad de la fortificación del antecedente, añadir cualquier nueva proposición al antecedente del condicional, no afectará el valor de verdad del consecuente. La propiedad se cumple sin problemas solo cuando lo que se añade al antecedente no es una excepción. Es por ello por lo que la propiedad se cumple sin problemas en los casos de implicación estrictica: porque para estas implicaciones no hay excepciones.

Podemos formalizar esta idea de la siguiente manera:

---

[28] La traducción es mía.

$[\neg ((p \wedge s) \rightarrow \neg q) \wedge (p \rightarrow q)] \Rightarrow [(p \wedge s) \rightarrow q]$

Lo cual dice que si una proposición s es no es una excepción al condicional ($p \rightarrow q$), entonces se puede añadir s al antecedente de dicho condicional sin cambiar el valor de verdad del consecuente. Es decir, si s no es una excepción, entonces puede fortalecer el condicional.

Por otra parte,

$[((p \wedge s) \rightarrow \neg q) \wedge (p \rightarrow q)] \Rightarrow \neg [(p \wedge s) \rightarrow q]$.

Lo cual dice que si una proposición s es una excepción al condicional ($p \rightarrow q$), entonces no se puede añadir s al antecedente de dicho condicional sin cambiar el valor de verdad del consecuente. Dicho de otro modo, la propiedad de fortificación del condicional no se cumple. Para aclarar este último punto, usemos un ejemplo similar al que usa (Brandom, 2000, pág. 88). Sea

s: la cerilla es larga.

p: rozo la cerilla contra la caja.

q: la cerilla se enciende.

r: la cerilla está mojada.

Sea

(1) $p \rightarrow q$.

Ahora bien, dado que la longitud de la cerilla es irrelevante a la hora de determinar si se encenderá o no el cerillo, podemos agregar esa proposición al antecedente sin que cambie el valor de verdad del consecuente. Es decir, s no es una excepción al condicional ($p \rightarrow q$):

(2) $\neg (s \rightarrow \neg q)$

De (1) y (2) podremos deducir que

(3) $(p \wedge s) \rightarrow q$

Donde (3) es un ejemplo de fortalecimiento del antecedente. Y esto es cierto, aún si se expresa (1) de manera más completa al negar que la cerilla esté mojada en el antecedente.

(4) $((p \wedge \neg r) \wedge s) \rightarrow q$.

4.2.2. Solución a la contraposición

¿Se aplica el modus tollens a los razonamientos no monotónicos? Cuando el condicional se expresa de manera incompleta, es posible que surjan contradicciones al negar el condicional. Si el condicional se expresa de manera más completa, entonces el modus tollens se aplica con normalidad. Volvamos al ejemplo de Goethe: Si Goethe no hubiese muerto en 1832, entonces aun así estaría muerto ahora. Por tanto, si Goethe aún estuviera vivo, entonces hubiese muerto en 1832.

p: Goethe muere en 1832.

q: Goethe está vivo ahora.

(1) $p \rightarrow \neg q$.

Pero, si aplicamos el modus tollens a (1), tendremos

(2) $q \rightarrow \neg p$.

Donde (2) es absurdo, pues de que Goethe esté muerto ahora, no se sigue que murió específicamente en 1832. Ahora bien, hay una expresión que no se ha capturado en la formalización hecha en (1): 'aun así'. Decir 'Si Goethe no hubiese muerto en 1832, entonces aun así estaría muerto ahora' es equivalente a decir 'con independencia de si muere en 1832 o no, Goethe estaría muerto hoy en día'. Ya sea que Goethe haya muerto en 1832 o no, la consecuencia sería la misma: Goethe no estaría vivo hoy en día. Por ello, (1) se puede expresar de la siguiente manera:

(1.1) $(p \vee \neg p) \rightarrow \neg q$.

No obstante, la expresión de (1.1) sigue siendo inadecuada: aplicarle el modus tollens nos traería una contradicción. Además, vemos que, con independencia del valor de verdad de p, se sigue que $\neg q$. Es decir, ya sea que Goethe haya muerte en 1832 o no, Goethe estaría muerto hoy en día. En este caso, si el hecho de su muerte en 1832 es irrelevante para afirmar que hoy en día no estaría vivo, entonces hay al menos una razón por la cual es cierto que no está vivo actualmente. Es decir, (1) y (1.1) son expresiones incompletas del condicional porque el antecedente no presenta una condición relevante. Cabe entonces preguntarse ¿por qué Goethe no estaría vivo hoy en día? Goethe nació en

1749; para estar vivo hoy en día tendría que haber estado vivo por más de 200 años; y los humanos no viven tanto. Así pues, sea

s: Goethe ha estado vivo por más de 200 años.

La idea es que, si Goethe no ha estado vivo por más de 200 años, entonces Goethe no está vivo hoy en día. Formalmente:

(3) $(\neg s \rightarrow \neg q)$

Y ahora, teniendo una proposición que es relevante para el consecuente de (1), podemos expresarlo de manera más completa:

(1.2) $((\neg s \wedge (p \vee \neg p)) \rightarrow \neg q$

Y el modus tollens se aplica de manera normal sobre esta condicional:

(4) $q \rightarrow \neg ((\neg s \wedge (p \vee \neg p))$

Aplicando la ley de Morgan, luego la eliminación de disyuntos, y por último la doble negación, tendríamos

(5) $q \rightarrow s$

Es decir, si Goethe está vivo hoy en día, entonces Goethe ha estado vivo por más de 200 años. La cual es una condicional con sentido. Falsa, pero con sentido. Lo particular de este caso es que su antecedente era irrelevante, por lo que nos vimos en la necesidad de buscar una premisa relevante que agregarle. Y esta premisa relevante la obtuvimos haciendo explícitas ciertas afirmaciones que se pueden hacer sobre el concepto 'Goethe'.

4.2.3. Solución a la transitividad

De acuerdo con la propiedad de la transitividad del condicional, si se tienen dos condicionales donde el consecuente del primer condicional es el antecedente del segundo, entonces se puede deducir un tercer condicional formado por el antecedente del primer condicional y el consecuente del segundo. Aplicar esta propiedad a un condicional expresadog de manera incompleta, puede conllevar a absurdos. No obstante, aplicarla sobre un condicional expresado de manera un poco más completa puede impedir deducir absurdos.

Tomemos el ejemplo de arriba: si Brown gana la elección, entonces Smith se retirará a la vida privada. Si Smith muere antes de las elecciones, entonces Brown gana las elecciones. Por lo tanto, si Smith muere antes de las elecciones, entonces Smith se retirará a la vida privada. Y esto implica una contradicción: pues Smith no se puede retirar si se muere. Formalmente, sea

p: Smith muere antes de las elecciones.

q: Brown gana las elecciones.

r: Smith se retirará a la vida privada

Tendremos, como grupo de premisas que

(1) $p \rightarrow q$
(2) $q \rightarrow r$

Y de ello se deduciría

(3) $p \rightarrow r$

Donde (3) es absurdo, porque sabemos que, si Smith muere, entonces no se puede retirar. Así pues, morir antes de las elecciones es una excepción a la idea de que Smith se retirará. Por ello, tendríamos la premisa adicional

(4) $p \rightarrow \neg r$.

Y por ello, podemos decir que, si Brown gana las elecciones y Smith no muere antes de las elecciones, entonces Smith se retirará a la vida privada. Dicho de otro modo, podemos expresar (2) de manera más completa

(2.1) $(q \wedge \neg p) \rightarrow r$

Y puesto que el consecuente en (1), no es la misma proposición que el antecedente de (2.1), la propiedad de transitividad simplemente no aplica para este caso. O si se quiere ver de otro modo, de las premisas (1) y (2.1) no se puede arribar a (3), porque (1) presupone la excepción que el antecedente de (2.1) necesita negada.

En conclusión, a pesar de la no monoticidad de los razonamientos acerca del mal es posible formalizarlos usando el condicional clásico. El modo de hacerlo es expresando los condicionales de maneras más completas. Así pues, no es ilícito formalizar la idea de que una proposición elimina a una proposición posibles: que es justo lo que queremos hacer para dar cuenta del mal como deficiencia. Por ejemplo, si tenemos ‘si Carla es una paloma, entonces puede volar’ y añadimos la proposición ‘Carla perdió las alas’, vemos que ya no se sigue que si Carla es una paloma puede volar. Y, por ende, perder las alas sería malo para Carla. Tendríamos entonces que el condicional ‘si Carla es una paloma, entonces puede volar’ se puede expresar de manera más completa diciendo que ‘si Carla es una paloma y no ha perdido sus alas, entonces puede volar’. No obstante, como se dijo más arriba, negar las excepciones en el antecedente solo es necesario cuando surge un absurdo o un malentendido. El resto del tiempo se da por sobre entendido.

CONCLUSIÓN

En este trabajo de grado se presentó una teoría que busca aclarar las expresiones que involucran al concepto del mal como deficiencia. Donde el mal como deficiencia corresponde con el mal que se padece, más que el que se hace. En cierto sentido, la pregunta que atañe a la teoría es ¿qué hace que algo sea malo? Pero, dado que el enfoque que tiene la teoría radica más en el uso del lenguaje que en una propuesta metafísica, una formulación más precisa sería la pregunta: ¿cuáles son las condiciones necesarias y suficientes para afirmar que una proposición describe un hecho malo? Y dada la estrecha relación entre la idea de 'ser malo' y de 'ser mejor o peor', se le acompaña con la pregunta de: ¿cuáles son las condiciones necesarias y suficientes para afirmar que un objeto es mejor que otro?

Para contestar a estas preguntas, esta teoría propuso dos hipótesis. La primera hipótesis es la siguiente: se afirma que una cosa es mejor que otra si y solo si se afirma que la primera cosa tiene al menos una posibilidad que no tiene la segunda. La segunda hipótesis de este trabajo es la siguiente: se afirma que un hecho es malo para un objeto si y solo si se afirma que dicho hecho elimina al menos una posibilidad del objeto. El modo en que la teoría desarrolla y explica estas hipótesis es formalizándolas con teoría de conjuntos y lógica de primer orden, respectivamente.

No obstante, antes de proceder con la formalización de las hipótesis se analizaron las expresiones de las que se quería dar cuenta, a saber: las expresiones 'es mejor que' y 'es malo para'. Estas expresiones establecen relaciones, por lo que el paso siguiente fue aclarar entre qué elementos se establecen esas relaciones. Donde la relación '_es malo para_' se entiende como equivalente a la relación 'es malo que _ y _'. Esta relación es saturada por proposiciones y objetos; y es asimétrica, irreflexiva e intransitiva. Por otro lado, la relación 'ser mejor que' puede entenderse de un modo absoluto o de un modo relativo a un criterio de evaluación. Cuando se entiende del modo absoluto, esta relación es transitiva, pero no reflexiva ni simétrica. Cuando se entiende de modo relativo, no es ni reflexiva, ni transitiva, ni simétrica. Un criterio que se tuvo en cuenta a la hora de realizar las formalizaciones era que las formalizaciones mantuvieran las propiedades de las relaciones a las que intentaban capturar.

Se utilizó la teoría de conjuntos para aclarar la primera hipótesis del trabajo. A saber: se afirma que una cosa es mejor que otra si y solo si se afirma que la primera cosa tiene al menos una posibilidad que no tiene la segunda. En términos de conjuntos, la definición formal de 'ser mejor qué' es la siguiente: si el conjunto diferencia entre el conjunto de posibilidades que tiene *a* y el conjunto de posibilidades que tiene *b* no es vacío, entonces diremos que *a* es mejor que *b*. Dicho de otro modo, una cosa *a* es mejor que una cosa *b* si y solo si la diferencia entre el conjunto de posibilidades de *a* (A) y el conjunto de posibilidades de *b* (B) contiene al menos elemento: un objeto *a* es mejor que un objeto *b* si y solo si $(A - B) \neq \{\emptyset\}$.

Por otro lado, una cosa *a* es absolutamente mejor que una cosa *b* si y solo si la diferencia entre el conjunto de posibilidades de *a* (A) y el conjunto de posibilidades de *b* (B) contiene al menos un elemento, y si la diferencia entre B y A es vacía: un objeto *a* es absolutamente mejor que *b* si y solo si $(A – B) \neq \{\emptyset\}$ y $(B – A) = \{\emptyset\}$.

Una cosa *a* es mejor que una cosa *b* de acuerdo con un criterio C si y solo si la diferencia entre la intersección de A con C y la intersección de B con C no es el conjunto vacío: un objeto *a* es mejor C que un objeto *b* si y solo si $(A \cap C) - (B \cap C) \neq \{\emptyset\}$.

Para evaluar la definición, vimos que las definiciones en términos de teoría de conjuntos tienen las mismas propiedades que la relación 'ser mejor que': no es simétrica ni reflexiva en ningún caso; pero que cuando se trata de 'ser absolutamente mejor' es transitiva.

Luego, se formalizó la segunda hipótesis de este trabajo de grado. A saber: se afirma que un hecho es malo para un objeto si y solo si se afirma que dicho hecho elimina al menos una posibilidad del objeto. En el primer capítulo se había establecido que '_ser malo para_' era una relación que se establecía entre proposiciones. Teniendo esto en cuenta, la reformulación de la hipótesis fue la siguiente: una proposición designa un hecho malo para un objeto dado si y solo si la verdad de dicha proposición implica la negación de al menos una posibilidad que tendría el objeto si no se diera el hecho descrito por la proposición.

Para facilitar la explicación, primero se aclaró en qué consistía que un hecho elimine una posibilidad; y luego se explicó en qué consistía que un objeto tenga una posibilidad. Decimos que una proposición P elimina a una posibilidad $\Diamond Q$ si y solo si $(P \rightarrow \neg\Diamond Q) \wedge (\neg P \rightarrow \Diamond Q)$. Por otro lado, decimos que un objeto tiene cierta posibilidad, si el término singular usado para referirse al objeto aparece en una proposición posible que sea verdadera: x tiene la posibilidad F si y solo si $(\forall x)$ $(\Diamond Fx)$ es verdadero.

Así pues, la idea de que se afirma que un hecho es malo para una cosa si y solo si se afirma que dicho hecho elimina al menos una posibilidad del objeto se formalizaría del siguiente modo: Dado Gx, el hecho P es malo para el objeto x, si y solo si $(\forall x)$ $[(P \wedge Gx) \oplus \Diamond Fx]$.

La primera y la segunda hipótesis están estrechamente ligadas por la idea de que un hecho malo empeora las cosas. Puesto que una de las relaciones se establece entre objetos, y la otra entre objetos y proposiciones, se hace necesario hablar de situaciones para poder compaginar las formalizaciones. Donde una situación es entendida como una conjunción de proposiciones. Dadas dos situaciones idénticas, si a una de ellas se le añade un hecho malo y a la otra no, entonces la que carece del hecho malo es mejor que la situación que tiene el hecho malo.

Antes de compaginar ambas definiciones, se tradujo la definición de 'ser mejor que' de la teoría de conjuntos a la lógica proposicional. La noción inicial fue: si una situación implica más posibilidades que otra, entonces la primera situación es mejor que la segunda. Formalizado: si $[(P \wedge Q) \rightarrow \Diamond T] \wedge [(R \wedge S) \rightarrow \neg\Diamond T]$, entonces $(P \wedge Q)$ es mejor que $(R \wedge S)$, por $\Diamond T$. A partir de la definición en términos proposicionales de 'ser mejor que' y de 'ser malo para' se sigue que: si dado Q, P es malo, entonces $\neg (P \wedge Q)$ es mejor que $(P \wedge Q)$. O lo que es lo mismo en este caso: que $(\neg P \wedge Q)$ es mejor que $(P \wedge Q)$. La cual es una formalización de la idea de que, si algo es malo, entonces sería mejor que no ocurriera. O lo que es lo mismo: un hecho malo desmejora. Si omitimos la referencia al objeto, es posible hacer una versión más simple del argumento.

Ahora bien, tanto la primera hipótesis (la explicación de expresiones tipo 'x es mejor que y') como la segunda hipótesis (la explicación de expresiones tipo 'dado p, r es malo para x') dependen de la noción de posibilidad. En este trabajo la posibilidad fue entendida como compatibilidad y la imposibilidad fue entendida como incompatibilidad. Dos proposiciones son compatibles una con la otra si y solo si es posible que sean simultáneamente verdaderas. Y dos proposiciones son incompatibles si y solo es imposible que sean simultáneamente verdaderas. Donde lo único que imposibilita que dos proposiciones se den simultáneamente es que impliquen una contradicción. Es decir, dos proposiciones son imposibles una respecto de la otra si y solo si implican una contradicción. Y en ese mismo orden de ideas, dos proposiciones son posibles una respecto de la otra si y solo si la conjunción de ambas no implica una contradicción.

La incompatibilidad entre dos proposiciones consiste en que la conjunción de ambas es siempre falsa: la conjunción verdadera de ambas proposiciones es imposible. La definición sería entonces: P y Q son incompatibles entre sí, si y solo si $\neg\Diamond(P \wedge Q)$ si y solo si $P \rightarrow \neg Q$. Por otro lado, la compatibilidad entre dos proposiciones consiste en que la conjunción de ambas es a veces verdadera: la conjunción verdadera de ambas proposiciones es posible. La definición sería entonces: P y Q son compatibles si y solo si $\Diamond(P \wedge Q)$ si y solo si $(P \vee Q)$.

Finalmente, se respondió a una de las mayores objeciones que se le pueden hacer a esta teoría: el condicional clásico utilizado en la formalización es monótono mientras que los razonamientos acerca del mal requieren ser explicados con lógica no monótona. La estrategia para contestar a la objeción consistió en mostrar que el condicional clásico puede exhibir algunas de las propiedades de los razonamientos no monótonos: lo que implicaría que representar algunos razonamientos no monótonos (en este caso, acerca del mal) mediante el condicional clásico, no es inadecuado. 'Condicionales expresados de manera incompleta' fue el concepto que permitió mostrar que algunos razonamientos no monótonos pueden ser representados mediante el condicional clásico.

Propiamente dicho, un condicional estaría expresado de manera incompleta si y solo si al menos una de las excepciones al condicional no está negada en el antecedente. Los únicos condicionales que pueden ser expresados de manera incompleta son aquellos que, dado el antecedente no es necesario que se dé el consecuente. Este tipo de condicionales solemos usarlos modificados con términos sobre probabilidad o posibilidad: por ejemplo, 'si la piedra le pega a la ventana, entonces es probable que la ventana se rompa'. Donde no se establece una relación necesaria entre el antecedente y el consecuente.

La justificación detrás de la idea de los condicionales expresados de manera incompleta es la tautología: $[(p \rightarrow q) \wedge ((p \wedge r) \rightarrow \neg q)] \Longrightarrow [(p \rightarrow q) \leftrightarrow ((p \wedge \neg r) \rightarrow q)]$. Lo que la tautología expresa es lo siguiente: si tenemos por cierto que una proposición p implica a una proposición q; y tenemos por cierto que p en conjunción con r implica no q; entonces es equivalente decir que 'p implica q' a decir que 'p y no r implica q'. Dicho de otro modo, si tenemos como premisas que hay excepciones a una inferencia (en este caso r es una excepción a p → q), entonces decir la inferencia sin negar la excepción es lógicamente equivalente a decirla negando la excepción. Se mostró cómo esta tautología permitía dar cuenta de algunas de las propiedades de los razonamientos no monótonos y hacerlos más parecidos a las deducciones de la lógica clásica. Y que, por ende, no es del todo inadecuado formalizar los razonamientos acerca del mal utilizando la lógica clásica.

Ahora bien, la noción de mal que se ha trabajado en esta teoría es la del mal como deficiencia (mal físico o metafísico). Futuros desarrollos podrían intentar extender algunas de las ideas aquí propuestas a la definición del mal moral. Un buen inicio para intentar dicha extensión se puede hallar en la siguiente observación: las acciones que usualmente condenamos moralmente son las que le quitan posibilidades a alguien o a algo. Tomemos como ejemplos el robar, el esclavizar y el matar. Si Emanuel le roba un esfero a David, entonces le quita a David la posibilidad de usar dicho esfero; si Cristóbal esclaviza a una persona, le quita innumerables posibilidades a la persona; y si un policía mata a un civil afroamericano, entonces le quita todas las posibilidades al civil. Por supuesto surgirían contraejemplos que serían interesantes de responder en dicha posible extensión de la teoría. Otros problemas serían aquellos casos en los que se quitan posibilidades en el presente para poder aumentarlas en el futuro. Cabe aclarar que dicha extensión no nos diría nada acerca de lo que debemos o no debemos hacer: simplemente nos daría una manera más clara de hablar acerca de lo que nos resulta incorrecto. Se podría intentar calcular qué tan mal estaría una acción apelando a la cantidad de posibilidades que elimina, o respecto de la cantidad de personas, animales o cosas a las que se las quitan posibilidades. Una futura investigación en dicha dirección podría traer resultados interesantes, especialmente si se considera la posibilidad de usar el lenguaje lógico para crear algoritmos.

Otra dirección en la que se podría intentar extender la teoría es con relación al mal entendido como sufrimiento o dolor. Y la observación que podría guiar posible extensión es la siguiente: tendemos a sentir dolor o a sufrir cuando perdemos posibilidades que nos importan; tendemos a sentir placer cuando las ganamos. Por ejemplo, al rompernos un brazo sentimos dolor y perdemos la posibilidad de usarlo; el hambre resulta dolorosa y nos disminuye las posibilidades al debilitarnos (si antes se saltaban 2 metros, ahora se salta 1,9 metros, por ejemplo). Por supuesto, el desarrollo de esta teoría en esta dirección biológica requeriría una hipótesis evolutiva acerca de por qué sentir dolor en situaciones en las que se pierden posibilidades, aumenta las posibilidades de supervivencia de un individuo, gen o especie; también se requeriría una hipótesis evolutiva acerca de por qué sentir placer en situaciones en las que se ganan posibilidades, aumenta las posibilidades de supervivencia. Richard Dawkins entiende al placer y al dolor como instrucciones que programan la conducta humana (y de otros animales) (Dawkins, 1976). Donde el placer nos indica que repitamos una acción, mientras que el dolor nos ordena que no repitamos la acción que lo provocó (Dawkins, 1976). En la extensión de la teoría, se podría decir que repetir acciones que aumentan las posibilidades de un individuo, gen o especie aumenta las posibilidades de supervivencia; y evitar repetidamente las acciones que disminuyen las posibilidades, también aumenta las posibilidades de supervivencia. Y por ello sería por lo que se liga el dolor al daño: porque las especies, genes o individuos que no lo ligaban, es menos probable que estén acá con nosotros. Pero, por supuesto, todo esto tendría que ser guiado por una investigación empírica.

La teoría presentada ha dado una definición formal de la posibilidad; un método para la representación de los razonamientos no monótonos mediante el condicional clásico; y lo más importante, una explicitación de la forma lógica de algunas expresiones relacionadas con el mal como deficiencia. Es posible que la teoría esté errada en todos y en cada uno de los puntos presentados. Pero, aun así, yo argüiría que la teoría tiene al menos una cosa buena, aunque no supiera decir cuál es. Pues, en cualquier caso y tal como se ha demostrado, peor es nada.

BIBLIOGRAFÍA

Alferes, J. J., Damasio, C. V., & Pereira, L. M. (1995). Logic Programming System for Non-monotonic Reasoning. *Journal of Automated Reasoning*, 93-147.

Apostol, T. M. (1967). *Calculus* (Segunda ed., Vol. I). (G. Springer, Ed.) Estados Unidos de América: John Wiley & Sons, Inc.

Aquino, T. d. (2003). *On evil.* (R. Regan, Trad.) New York: Oxford University Press.

Aristóteles. (1995). *Tratados de lógica* (Vol. II). (M. Candel Sanmartín, Trad.) Madrid: Gredos.

Baumann, P. (2015). On Aquinas on evil. *Dialogos, 97*, 7-21.

Bloch, E. D. (2011). *Proofs and fundamentals.* New York: Springer.

Brandom, R. (2000). *Articulating reasons: an introduction to inferentialism.* Cambridge: Harvard University Press.

Calder, T. (21 de Junio de 2020). *The Concept of Evil.* Obtenido de The Stanford Encyclopedia of Philosophy : https://plato.stanford.edu/entries/concept-evil/#DuaPriTheEvi

Candel Sanmartín, M. (1995). Sobre la interpretación (Introducción). En Aristóteles, *Tratados de lógica* (págs. 25-34). Madrid: Gredos.

Cardona Suárez, L. F. (2012). *Mal y sufrimiento humano.* Bogotá: Pontificia Universidad Javeriana.

Copi, I., & Cohen, C. (2013). *Introducción a la lógica* (Segunda ed.). (J. A. Rangel Sandoval, Trad.) México: Limusa.

Cordero Hernández, J. (2 de Abril de 2009). El tratamiento agustiniano del problema del mal: una vindicación frente a las críticas secularistas. *Signos filosóficos, 11*(21). Obtenido de Scielo: http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-13242009000100006#notas

Dawkins, R. (1976). *El gen egoísta.* Inglaterra: Oxford University Press.

Ernest W., A. (1965). A logic of conditionals. *Inquiry*(8), 166-197.

Knuuttila, S. (30 de Junio de 1999). *Medieval Theories of Modality*. Recuperado el 23 de Junio de 2020, de The Stanford Encyclopedia of Philosophy: https://plato.stanford.edu/entries/modality-medieval/

Koons, R. (21 de Diciembre de 2017). *Defeasible Reasoning*. Recuperado el 24 de Junio de 2020, de The Stanford Encyclopedia of Philosophy: https://plato.stanford.edu/entries/reasoning-defeasible/#Phil

Kratzer, A. (1979). Conditional necessity and possibility. En U. E. Bäuerle, & A. v. Stechow, *Semantics from different points of view* (págs. 117–147). Springer.

Latzer, M. (Enero de 1994). Leibniz's Conception of Metaphysical Evil. *Journal of the History of Ideas, 55*(1), 1-15. Obtenido de https://www.jstor.org/stable/2709950

Lewis, D. (1973). *Counterfactuals.* Massachesetts: Blackwell Publishers.

Lipschutz, S. (1991). *Teoría de conjuntos y temas afines.* (J. M. Castaño, Trad.) Chile: McGraw-Hill.

Look, B. C. (21 de Marzo de 2013). *Leibniz's Modal Metaphysics*. Recuperado el 23 de Junio de 2020, de The Stanford Encyclopedia of Philosophy: https://plato.stanford.edu/entries/leibniz-modal/#NatMod

Mares, E. (21 de Junio de 2020). *Relevance Logic*. Recuperado el 27 de Junio de 2020, de The Stanford Encyclopedia of Philosophy: https://plato.stanford.edu/entries/logic-relevance/

McCarthy, J. (Abril de 1980). Circumscription - a form of non-monotonic reasoning. *Artificial intelligence , 13*(1-2), 27-39.

Oderberg, D. S. (2020). *The Metaphysics of Good and Evil.* New York: Routledge.

Paéz, A. (2007). *Introducción a la lógica moderna.* Bogotá: Ediciones Uniandes.

Plotino. (1982). *Enéadas.* (J. Igal, Trad.) Madrid: Gredos.

Pollock, J. L. (1995). *Cognitive Carpentry: A Blueprint for How to Build a Person.* London: The MIT press.

Rae, G. (2019). Aquinas, Privation, and Original Sin . En G. Rae, *Evil in the Western Philosophical Tradition* (págs. 55-72). Edinburgh University Press.

San Agustín . (1947). *Obras filósoficas* (Vol. III). (E. Seijas, Trad.) Madrid: Bibilioteca de Autores Cristianos.

San Agustín. (2012). *Ciudad de Dios.* (R. Marina Sáez, Trad.) Madrid: Gredos.

Smith, R. (18 de Marzo de 2000). *Aristotele's Logic*. Recuperado el 22 de Junio de 2020, de The Stanford Encyclopedia of Philosophy: https://plato.stanford.edu/entries/aristotle-logic/index.html#NonConMet

Strasser, C., & Antonelli, G. A. (21 de Junio de 2019). *Non-monotonic Logic*. Recuperado el 24 de Junio de 2020, de The Stanford Encyclopedia of Philosophy: https://plato.stanford.edu/entries/logic-nonmonotonic/#:~:text=It%20is%20based%20on%20inferences,in%20which%20the%20premises%20hold.

Tomás de Aquino. (1998). *Cuestiones disputadas sobre el mal.* (E. Téllez, Trad.) Pamplona: Eunsa.

Von Fintel, K. (2012). Subjunctive conditionals. En G. F. Delia, & G. Russell, *The Routledge Companion to Philosophy of Languaje* (págs. 466-477). New York: Routledge: Taylor & Francis Group.

Wang, G. (7 de Diciembre de 2018). *WHAT IS OPTIMIZATION?* Obtenido de Empower operations: https://empowerops.com/en/blogs/2018/12/6/brief-history-of-optimization#:~:text=Early%20Classic%20Optimization%20Approaches,published%20by%20John%20von%20Neumann.

Wittgeinsten, L. (2001). *Tractatus logico-philosophicus.* Madrid: Gredos.