



FACULTAD DE INGENIERÍA
Maestría en Ingeniería Civil

Trabajo de Grado

Metodología basada en Algoritmos Genéticos y Programación en Paralelo
para el Diseño Óptimo de Armaduras de Acero

Presentado por:
Sebastián Ramírez Echeverri

Director:
Jesús Daniel Villalba Morales I.C., M.Sc., D.Sc.

Bogotá D.C.
Junio de 2014

APROBACIÓN

El Trabajo de grado con título “METODOLOGÍA BASADA EN ALGORITMOS GENÉTICOS Y PROGRAMACIÓN EN PARALELO PARA EL DISEÑO ÓPTIMO DE ARMADURAS DE ACERO.”, desarrollado por el estudiante SEBASTIÁN RAMÍREZ ECHEVERRI, en cumplimiento de uno de los requisitos depuestos por la Pontificia Universidad Javeriana, Facultad de Ingeniería, Departamento de Ingeniería civil, para optar el Título de Magister en Ingeniería Civil, fue aprobado por:

Director

Jesús Daniel Villalba Morales I.C., MSc., DSc.

“Metodología basada en Algoritmos Genéticos y Programación en Paralelo
para el Diseño Óptimo de Armaduras de Acero”

La Pontificia Universidad Javeriana, no es responsable por los conceptos emitidos por los autores-investigadores del presente trabajo, por lo cual son responsabilidad absoluta de sus autores y no comprometen la idoneidad de la institución ni de sus valores.

DEDICATORIA

*A Dios.
A mis padres, Carlos y Martha,
y a mi hermano Daniel.*

Tabla de Contenido

RESUMEN	xiv
ABSTRACT	xv
INTRODUCCIÓN	xvi
1. JUSTIFICACIÓN	1
2. OBJETIVOS	3
2.1. OBJETIVO GENERAL	3
2.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS	3
3. ANTECEDENTES	4
3.1. Algoritmos Genéticos en la Optimización de Estructuras.....	5
3.2. Programación en Paralelo y Algoritmos Genéticos Modificados.....	11
4. MARCO TEÓRICO	14
4.1. Fundamentos del Diseño de Armaduras.....	14
4.1.1. Fundamentos del Método Matricial de Rigidez.....	14
4.1.2. Grados de Libertad y Condiciones de Contorno	18
4.1.3. Análisis Matricial de una Armadura 3-D	18
4.1.4. Método de Diseño por Factores de Carga y Resistencia (LRFD)	23
4.1.5. Método de Diseño en Base a Resistencias Admisibles (ASD)	27
4.2. Optimización	28
4.2.1. Optimización Heurística	29
4.2.2. Función Objetivo	29
4.2.3. Restricción.....	31
4.2.4. Formulación del problema de optimación del peso de una estructura.....	31
4.3. Algoritmos Genéticos.....	32
4.3.1. Representación de la Solución (Cromosoma)	34
4.3.2. Población.....	34
4.3.3. Función de evaluación (Fitness)	35
4.3.4. Operadores Genéticos	35

4.4. Programación en Paralelo	40
4.4.1. Paralelismo de Datos.....	41
5. METODOLOGÍA DE DISEÑO DEL ALGORITMO GENÉTICO MULTICROMOSOMA	43
5.1. Función Objetivo y Restricciones del Problema.....	43
5.1.1. Restricción de Esfuerzo	45
5.1.2. Restricción de Desplazamiento	45
5.1.3. Restricción Constructiva.....	46
5.2. Población Inicial y el Tamaño de la Población	46
5.3. Funciones de Penalización	46
5.4. Algoritmo de Optimización	47
5.4.1. Elitismo.....	48
5.4.2. Parámetros Genéticos.....	49
5.5. Programa de Elementos Finitos para Análisis de Armaduras 3-D.....	49
5.5.1. Verificación y Validación Programa de Elementos Finitos.....	49
5.5.2. Vinculación del PEF con el Algoritmo Genético	55
5.6. Diagrama de Flujo Algoritmo Genético Multicromosoma	56
5.6.1. Ingreso de Datos de la Armadura.....	58
5.6.3. Obtención de las Propiedades de los Perfiles	59
5.6.4. Análisis de Elementos Finitos (PEF).....	59
5.6.5. Evaluación de Restricciones	59
5.6.6. Criterio de Parada	60
5.6.7. Algoritmo Genético Real para obtener los Operadores Genéticos	60
5.7. Arquitectura de Software.....	61
5.8. Esquema de Paralelización.....	63
5.8.1. Evaluación de los Recursos Computacionales	64
5.8.2. Implementación del Modelo de Islas.....	64
6. RESULTADOS Y DISCUSIÓN	67
6.1. Validación del Algoritmo Genético Multicromosoma Serial.....	67
6.1.1. Armadura Espacial de 25 Elementos.....	67
6.1.2. Armadura Espacial de 72 Elementos.....	73

6.1.3. Armadura Espacial de 112 Elementos.....	77
6.2. Evaluación del Algoritmo Genético Multicromosoma Paralelo	82
6.2.1. Armadura Espacial de 200 Elementos.....	82
6.2.2. Armadura Espacial de 354 Elementos.....	89
7. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	94
BIBLIOGRAFÍA	97
ANEXOS.....	104

Lista de Figuras

Figura 1. Mejora en la Solución vs. Número de Generaciones para el Problema de Optimización de una Armadura	7
Figura 2. Convergencia del Problema de Optimización de la Armadura de 25 Elementos	10
Figura 3. Convergencia del Problema de Optimización de la Armadura de 72 Elementos	10
Figura 4. Diagrama de Flujo del AG de Optimización con Re-análisis	11
Figura 5. Esquema de la Optimización mediante Subdominios	12
Figura 6. Configuración de un Medio Continuo.....	15
Figura 7. Estado de Esfuerzos de un Medio Continuo	17
Figura 8. Grados de Libertad en los Nudos Libres de una Armadura Espacial	19
Figura 9. Elemento Biarticulado de una Armadura Espacial con Rigidez k en Configuración Local y Global	20
Figura 10. Esquema Grafico de la Operación de Cruzamiento	36
Figura 11. Diagrama de Flujo Algoritmo Genético Simple.....	37
Figura 12. Proceso en Paralelo implícito en un AG.....	38
Figura 13. Arquitectura del Esquema Maestro - Esclavo.....	42
Figura 14. Esquema Armadura 3-D.....	49
Figura 15. Esquema Unifilar y de Cargas del Modelo en SAP2000®	53
Figura 16. Resultados de Desplazamientos y Reacciones para un Nodo de Control.....	54
Figura 17. Resultados por Pantalla del PEF desarrollado en MatLab®	54
Figura 18. Diagrama de Flujo General Algoritmo Genético Multicromosoma	56
Figura 19. Diagrama de Flujo General Algoritmo Genético Real	57
Figura 20. Evolución de la Tasa de Mutación – Armadura de 72 Elementos	61
Figura 21. Diagrama de Clases del Programa en JAVA®	62
Figura 22. Configuración Espacial Armadura de 25 Elementos.....	68
Figura 23. Peso Total vs. Número de Iteraciones para la Armadura de 25 Elementos	70
Figura 24. Peso por Corrida y Peso Mínimo para la Armadura de 25 Elementos	71
Figura 25. Configuración Espacial Armadura de 72 Elementos	73
Figura 26. Peso Total vs. Número de Iteraciones para la Armadura de 72 Elementos	75
Figura 27. Peso por Corrida y Peso Mínimo para la Armadura de 72 Elementos	75

Figura 28. Configuración Espacial Armadura (Domo) de 112 Elementos	78
Figura 29. Peso Total vs. Número de Iteraciones para la Armadura de 112 Elementos	80
Figura 30. Peso por Corrida y Peso Mínimo para la Armadura de 112 Elementos	80
Figura 31. Configuración Espacial Armadura de 200 Elementos	82
Figura 32. Evaluación Computacional del AG Multi-cromosoma Serial para la Armadura de 200 elementos	83
Figura 33. Evaluación Computacional del AG Multi-cromosoma Paralelo para la Armadura de 200 elementos	84
Figura 34. Configuración Espacial Armadura de 354 Elementos	89
Figura 35. Condiciones de Carga Armadura de 354 Elementos	90
Figura 36. Evaluación Computacional del AG Multi-cromosoma Serial para la Armadura de 354 Elementos	92
Figura 37. Evaluación Computacional del AG Multi-cromosoma Paralelo para la Armadura de 354 Elementos	92

Lista de Tablas

Tabla 1. Comparación de los resultados del método GENETIC con otros métodos reportados en la literatura para la armadura espacial de 25 elementos	8
Tabla 2. Comparación de los resultados del método GAOS con otros métodos reportados en la literatura para la armadura espacial de 72 elementos	9
Tabla 3. Deflexiones Máximas Admisibles (LRFD) y Relaciones L/d	45
Tabla 4. Ejemplo Cromosomas Real y Binario Típicos para la Representación de un Individuo	48
Tabla 5. Límites de los Parámetros genéticos para la Simulación	49
Tabla 6. Comparación de las Fuerzas en los Elementos	55
Tabla 7. Comparación de los Desplazamientos en los Nodos	55
Tabla 8. Propiedades de los Materiales para la Armadura de 25 Elementos	68
Tabla 9. Restricciones para la Armadura de 25 Elementos	68
Tabla 10. Condiciones de Carga para la Armadura de 25 Elementos	69
Tabla 11. Variables (grupos) de Diseño para la Armadura de 25 Elementos	69
Tabla 12. Comparación de Resultados con otros Autores para la Armadura de 25 Elementos	72
Tabla 13. Propiedades de los Materiales para la Armadura de 72 Elementos	73
Tabla 14. Restricciones para la Armadura de 72 Elementos	74
Tabla 15. Condiciones de Carga para la Armadura de 72 Elementos	74
Tabla 16. Variables (grupos) de Diseño para la Armadura de 72 Elementos	74
Tabla 17. Comparación de Resultados con otros Autores para la Armadura de 72 Elementos	76
Tabla 18. Propiedades de los Materiales para la Armadura de 112 Elementos	79
Tabla 19. Restricciones para la Armadura de 112 Elementos	79
Tabla 20. Condiciones de Carga para la Armadura de 112 Elementos	79
Tabla 21. Comparación de Resultados con otros Autores para la Armadura de 112 Elementos	81
Tabla 22. Propiedades de los Materiales para la Armadura de 200 Elementos	82
Tabla 23. Restricciones para la Armadura de 200 Elementos	83
Tabla 24. Variables (Grupos) de Diseño para la Armadura de 200 Elementos	83
Tabla 25. Coordenadas de los Nodos para la Armadura de 200 Elementos	83
Tabla 26. Conectividad de los Elementos para la Armadura de 200 Elementos	84
Tabla 27. Comparación de Resultados para la Armadura de 200 Elementos	85

Tabla 22. Propiedades de los Materiales para la Armadura de 354 Elementos	90
Tabla 23. Restricciones para la Armadura de 354 Elementos	90

Lista de Ecuaciones

Ecuación 1. Deformaciones Longitudinales de un Medio Continuo.....	16
Ecuación 2. Deformaciones Angulares de un Medio Continuo	16
Ecuación 3. Ecuación Constitutiva (Ley de Hooke)	16
Ecuación 4. Ecuaciones Fundamentales de Equilibrio.....	17
Ecuación 5. Ecuaciones Generalizada de Navier.....	18
Ecuación 6. Vector de Desplazamientos 3-D	20
Ecuación 7. Vector de Fuerzas 3-D	20
Ecuación 8. Fuerzas en los Extremos de un Elemento Biarticulado bajo un Desplazamiento Unitario $d_{xa}=1$	20
Ecuación 9. Matriz de Rigidez Global de una Armadura Espacial	21
Ecuación 10. Matriz de Rigidez Global de una Armadura Espacial en términos de los Cosenos Directores.....	21
Ecuación 11. Cosenos Directores.....	21
Ecuación 12. Ecuación Matricial de una Armadura 3-D.....	22
Ecuación 13. Submatrices de Fuerzas Aplicadas y Reacciones.....	22
Ecuación 14. Submatrices de Desplazamientos en los Nudos y en los Apoyos.....	22
Ecuación 15. Ecuación Matricial Simplificada de una Armadura 3-D	22
Ecuación 16. Matriz de Transformación 3-D.....	22
Ecuación 17. Ecuación de Transformación entre Fuerzas Globales y Locales	23
Ecuación 18. Ecuación de Transformación entre Desplazamientos Globales y Locales.....	23
Ecuación 19. Matriz de Rigidez de un Elemento en Coordenadas Locales.....	23
Ecuación 20. Matriz de Rigidez Global Generalizada 3-D	23
Ecuación 21. Resistencia de Diseño de un Elemento Estructural (LRFD)	24
Ecuación 22. Esbeltez Local de un Elemento a Compresión.....	25
Ecuación 23. Esbeltez en Longitud de un Elemento a Compresión.....	26
Ecuación 24. Esfuerzo Resistente Nominal a Compresión.....	26
Ecuación 25. Esfuerzo Crítico de Pandeo Elástico	26
Ecuación 26. Esfuerzo Crítico de Pandeo (Caso 1).....	26
Ecuación 27. Esfuerzo Crítico de Pandeo (Caso 2).....	26

Ecuación 28. Esfuerzos Combinados para Flexo-compresión (Caso 1).....	27
Ecuación 29. Esfuerzos Combinados para Flexo-compresión (Caso 2).....	27
Ecuación 30. Resistencia Requerida de un Elemento Estructural (ASD)	28
Ecuación 31. Relación entre el Método LRFD y el Método ASD	28
Ecuación 32. Formulación de un Problema de Optimización de Peso	31
Ecuación 33. Probabilidad de Selección Determinística	35
Ecuación 34. Esquema H en términos de la Probabilidad de Selección	38
Ecuación 35. Probabilidad de Selección	39
Ecuación 36. Esquema H en términos de la Función Fitness	39
Ecuación 37. Fitness Medio de la Población.....	39
Ecuación 38. Esquema H en términos del Fitness Medio de la Población	39
Ecuación 39. Formulación del Problema de Optimización del Peso de una Armadura 3-D.....	44
Ecuación 40. Restricción de Esfuerzo Admisible de un Elemento i	45
Ecuación 41. Esquema Básico de una Función de Penalización	47
Ecuación 42. Función de Penalización Externa Dinámica	47

RESUMEN

La optimización de estructuras mediante la implementación de metodologías metaheurísticas ha sido una temática ampliamente estudiada en las últimas décadas. Los problemas de diseño estructural requieren del análisis de un gran número de variables complejas y por ende demandan un amplio uso de recursos computacionales. Este trabajo propone un algoritmo genético multi-cromosoma paralelo para resolver el problema de optimización de armaduras de acero 3-D, desarrollado en la plataforma JAVA®, el cual utilizó un cromosoma binario para determinar el mejor conjunto de perfiles y un cromosoma real para auto-adaptar los parámetros genéticos durante la optimización. Para el diseño de las armaduras se empleó un programa de elementos finitos desarrollado en MatLab®. El desempeño del algoritmo serial propuesto es evaluado mediante tres armaduras reportadas en la literatura (25, 72 y 112 miembros) y el uso de tres medidas de desempeño: costo final, desviación estándar entre ejecuciones y número de evaluaciones de la función objetivo. Con el fin de mejorar la eficiencia computacional, el algoritmo genético es paralelizado empleando el modelo de islas e hilos y evaluado mediante una armadura de 200 elementos y una de 354 elementos. Se obtiene que con la metodología propuesta los pesos finales son más bajos y con un uso significativamente menor de recursos computacionales en relación a otros algoritmos de optimización; debido a que los parámetros genéticos no son constantes y se evalúan distintas soluciones simultáneamente, pero con intercambios periódicos de individuos, garantizando la diversidad del espacio de búsqueda durante el proceso evolutivo.

Palabras clave: optimización, algoritmos genéticos, elitismo, paralelismo, armaduras, multi-cromosoma.

ABSTRACT

The optimization of structures by implementing metaheuristic methodologies has been a topic widely studied in recent decades. Structural design problems require the analysis of a large number of complex variables that require extensive use of computational resources. This study presents a parallel multi-chromosome genetic algorithm to solve the optimization of 3-D trusses problem, developed in JAVA®, which used a binary chromosome to determine the best set of profiles and a real chromosome to self-adapt the genetic parameters during optimization. For the truss design a finite element program, developed in MatLab®, was used. The performance of the proposed serial algorithm is evaluated using three trusses reported in the literature (25, 72 and 112 members) and by three performance measures: final cost, standard deviation between runs and number of evaluations of the objective function. To improve computational efficiency, the genetic algorithm is parallelized using the island model and threads, and evaluated by the design of a 200-member truss and a 354-member truss. The results have shown that the proposed methodology outperformed other algorithms proposed in the literature, both in terms of final weight and computational cost; because the genetic parameters are not constant and different solutions are evaluated simultaneously, but with regular exchanges of individuals, ensuring the diversity of the search space during the evolutionary process.

Keywords: optimization, genetic algorithms, elitism, parallel computing, threads. truss structures, multi-chromosome.

INTRODUCCIÓN

La optimización de estructuras mediante la implementación de metodologías metaheurísticas ha sido una temática ampliamente estudiada en las últimas décadas. El objetivo principal de la ingeniería estructural es obtener la estructura de menor costo, dadas unas exigencias arquitectónicas y constructivas, garantizando su adecuado funcionamiento en términos de resistencia y rigidez. En este proceso están involucradas un gran número de variables complejas cuyo procesamiento y análisis demanda un amplio uso de recursos humanos y computacionales, que se traduce en un incremento en los tiempos y costos de diseño.

Tradicionalmente, el diseño estructural ha dependido en gran parte del criterio y la experiencia del diseñador. Esto ha llevado a que en muchos casos las configuraciones y dimensiones de los miembros estructurales no sean necesariamente las apropiadas. Por esta razón, en las últimas décadas se han desarrollado diversas herramientas computacionales de diseño estructural con el objetivo de simplificar, agilizar y optimizar los diseños. Estos programas resuelven sistemas matriciales para obtener las solicitaciones y desplazamientos de los elementos y en el caso específico de las estructuras en acero este proceso es iterativo, por ende, a medida que aumenta la complejidad de la estructura es mayor el tiempo requerido para su análisis. En este sentido, al desafío que tiene el ingeniero de realizar el diseño óptimo se suma el de hacerlo en el menor tiempo posible, es decir, haciendo uso de la menor cantidad de recursos computacionales.

Un gran número de investigaciones relacionadas con el desarrollo de métodos metaheurísticos han formulado el problema del diseño estructural como uno de optimización, al punto de que esta disciplina se ha convertido en un área de la ingeniería conocida como la *Optimización Estructural* (Coello *et al.*, 1995). Entre las técnicas más destacadas se tienen los *algoritmos genéticos* (AG), la *optimización por enjambre de partículas* (PSO), la *colonia de hormigas* (AC), *evolución diferencial* (ED), entre otras. Los AGs son una técnica de optimización y búsqueda basada en la teoría de la selección natural y evolución de las especies de Darwin, en la cual el individuo más adaptado prevalece. Esta técnica ha sido una de las metaheurísticas mayormente empleadas dada su adaptabilidad a problemas de optimización estructural (es independiente al problema de estudio), su paralelismo implícito* y buenos resultados obtenidos.

* El paralelismo implícito se refiere a la capacidad de los AGs de operar múltiples soluciones parciales de forma simultánea.

Un problema de optimización estructural puede orientarse en tres sentidos: el tamaño, la configuración o la topología (Bendsoe y Sigmund, 2003). En cualquiera de los casos, se determinarían las variables, las restricciones y la función objetivo del problema. A pesar de que existen varios trabajos relacionados con la optimización de estructuras de acero mediante la implementación de AGs, por lo general se emplean operadores genéticos constantes para diferentes tipos de estructuras (no son auto-configurados) y además muy pocas metodologías han abordado simultáneamente los dos desafíos principales descritos anteriormente: (i) optimización en términos de diseño estructural y (ii) optimización en términos de disminución de recursos computacionales.

En este sentido, en el presente trabajo se propone un *algoritmo genético multicromosoma paralelo* para resolver el problema de optimización del peso de armaduras metálicas 3-D, desarrollado en la plataforma JAVA®, el cual emplea un *cromosoma binario* para determinar el mejor conjunto de perfiles de acero de una base de datos dada y un *cromosoma real* para adaptar los parámetros genéticos durante el proceso de optimización.

Para el diseño de las armaduras se desarrolló un programa de elementos finitos, en MatLab®, del cual se obtuvieron las solicitaciones con las cuales se evaluaron las restricciones del problema. Los esfuerzos y deformaciones son verificados mediante las disposiciones del AISC, de modo que los resultados obtenidos sean aplicables a la normativa colombiana, dado que esta se basa en las normas americanas. En primera instancia, el desempeño del algoritmo serial propuesto es evaluado mediante tres armaduras clásicas reportadas en la literatura (armadura de 25, 72 y 112 elementos) y tres medidas de desempeño: costo final, desviación estándar entre ejecuciones y número de evaluaciones de la función objetivo.

Asimismo, con el fin de reducir los tiempos computacionales, el algoritmo genético es paralelizado empleando el *modelo de islas*. Este esquema de paralelización se basa en la distribución de poblaciones, dividiéndolas en subpoblaciones las cuales se ejecutan en forma paralela con intercambios periódicos de individuos, aumentando la diversidad del espacio de búsqueda y evitando la convergencia hacia óptimos locales.

Finalmente, se realiza el diseño de dos armaduras de 200 y 354 elementos, para evaluar el desempeño del algoritmo genético paralelizado en cuanto a costos y tiempos de diseño requeridos. Se evidenciaron notables mejoras en el rendimiento del programa y en los tiempos de convergencia al resultado óptimo.

1. JUSTIFICACIÓN

La optimización de las metodologías de diseño de estructuras metálicas es necesaria para que el gremio de diseño en Colombia pueda enfrentar los retos que se presentaran en el futuro, dado el acelerado crecimiento en el uso de acero estructural en construcciones civiles. El acero como material para construcción de obras civiles viene siendo empleado desde la Edad Moderna, donde se dio el primer impulso importante al desarrollo de la industria siderúrgica y al uso de materiales ferrosos en construcción. La Torre Eiffel en Paris, de más de 300 metros de altura, el Golden Gate en San Francisco o el Empire State en Nueva York, son iconos de la ingeniería mundial y ejemplos de lo que se puede lograr mediante el uso del acero estructural (Fratelli, 2003). Sin embargo, solo hasta hace un par de décadas atrás se empezó a implementar en Colombia el acero estructural, debido a la publicación de la norma sismo resistente de 1998, la cual dedicó un capítulo completo a este tipo de estructuras.

La entrada en vigencia de la NSR-10, donde se han dado lineamientos de diseño mucho más profundos, definidos y sustentados; los tratados de libre comercio, la inversión extranjera, el fortalecimiento de las acerías y la riqueza mineral del país, son las razones principales del fortalecimiento de la construcción metálica. En Colombia, entre los años 2000 y 2010 la industria siderúrgica y metalmeccánica colombiana, en su conjunto, experimento un incremento en su producción del 232.8% (ILAFA, 2012). Pero, para que se reconozca en el medio al acero como una alternativa versátil, funcional, práctica y económica, no basta con ahondar en las bases netamente teóricas del diseño, sino que es necesario optimizar los procedimientos y metodologías, de modo que la construcción en estructura metálica sea eficiente y competitiva a nivel profesional.

Este proceso debe partir desde el diseño, que es la etapa en la cual se realizan las definiciones más importantes en relación a tipos de perfiles, dimensiones, cargas, lineamientos constructivos y de montaje, soldaduras, uniones, conexiones, etc. Si se optimizan estos procedimientos, garantizando su fundamentación y operatividad, se obtendrán diseños más económicos y en menor tiempo, mejorando los procesos tanto en taller como al interior de las obras. Dado que el diseño a gran escala se realiza mediante software avanzados de computación, los cuales consumen grandes recursos computacionales cuando los problemas son de alta complejidad, es necesario plantear metodologías que optimicen los tiempos requeridos por dichos programas para la obtención de resultados satisfactorios.

Al mejorar la funcionalidad computacional del programa como tal y la manera como el diseñador alimenta, obtiene, interpreta y canaliza la información que le otorga el software, será más simple, eficiente y confiable el proceso de diseño al interior de las empresas de consultoría. Asimismo, de manera indirecta se contribuye a un mejor desarrollo de las construcciones a nivel técnico y económico. Esto se puede lograr mediante teorías de programación computacional como los algoritmos genéticos, que son métodos de búsqueda dirigida basada en probabilidades, para depurar información y obtener resultados óptimos mediante iteraciones. Es este sentido, este método de optimización se acopla a las condiciones del problema de diseño de estructuras metálicas, en el cual se requiere la resolución de sistemas matriciales complejos mediante iteraciones.

La presente investigación está orientada a optimizar las metodologías de diseño de estructura metálica a nivel operativo y computacional, desarrollando una metodología de diseño basada en los fundamentos de los algoritmos genéticos y programación en paralelo, en la plataforma JAVA, con la cual se pueda obtener el mejor conjunto de perfiles para una armadura 3-D, en relación a las solicitaciones que actúan sobre la misma. Este algoritmo está diseñado para estructuras de acero tipo armadura, dado que son de las más utilizadas a nivel nacional, por su bajo peso, versatilidad, estética y bajo costo. Además se cuenta con un gran número de investigaciones al respecto, que permiten validar los resultados obtenidos.

Asimismo, se busca mejorar la exactitud de los resultados auto-configurando el AG de modo que el usuario no tenga que definir los parámetros genéticos, sino que estos sean dinámicos durante el proceso de optimización. De esta manera, será posible que el diseñador se concentre en la configuración y modelación de la estructura, que es el eje del proceso, y al tener todos los parámetros de entrada, obtenga de manera ágil los perfiles óptimos para la armadura. Al implementar programación en paralelo, se busca aprovechar al máximo la capacidad de los equipos de cómputo disponibles en las oficinas de diseño y de este modo reducir los tiempos de análisis.

El programa le garantizará al usuario que los perfiles que se obtengan serán los que cumplan con las solicitaciones y desplazamientos admisibles de diseño, de acuerdo a la base de datos seleccionada, razón por la cual se verá un mejoramiento en los procesos de diseño tanto en la calidad de la propuesta estructural como en los tiempos de entrega, lo que se traducirá en un ahorro en recursos físicos (computacionales) y humanos y por ende un mejor rendimiento económico y operacional.

2. OBJETIVOS

2.1. OBJETIVO GENERAL

Desarrollar una metodología, mediante el uso de algoritmos genéticos y programación en paralelo, para el diseño óptimo de armaduras de acero.

2.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Formular las condiciones del problema de optimización del peso de armaduras de acero, mediante la definición de la función objetivo, restricciones y variables de optimización, de acuerdo a la literatura y normativas de diseño vigentes.
- Implementar un algoritmo genético en la plataforma JAVA® que permita, a través de una base de datos de perfiles de acero, encontrar el peso óptimo para los elementos de una armadura de acero, exportando su geometría y solicitaciones desde un programa de diseño de elementos finitos.
- Optimizar el rendimiento computacional del algoritmo de diseño, mediante la implementación de un esquema de programación en paralelo.

3. ANTECEDENTES

La ingeniería, tanto a nivel profesional como investigativo, siempre ha estado enfocada en encontrar las mejores soluciones a problemas de tipo físico y mecánico, con el fin de aprovechar de la mejor manera los recursos naturales en beneficio de la humanidad. Por lo general, estos problemas siempre son abordados a partir de teorías de tipo matemático que buscan describir el comportamiento físico de los fenómenos y a partir del conocimiento de la mecánica del problema, proponer alternativas de solución. En este sentido, es evidente que uno de los principales objetivos de los ingenieros, sino el principal, es optimizar los procesos y procedimientos de búsqueda de soluciones, entendiéndose la optimización como un método mediante el cual se determinan los mejores valores que puede tomar un conjunto de variables (Haftka y Gürdal, 1992).

La optimización hace posible reducir la cantidad de recursos que son destinados a la solución de un problema de ingeniería, facilitando el desarrollo de los procesos y orientándolos en la dirección apropiada, disminuyendo el tiempo y por ende los costos económicos. No obstante, el desarrollo formal de los métodos de optimización computacional es relativamente reciente y tuvo sus inicios a partir de la segunda década del siglo pasado, de la mano con los avances en la informática aplicada e inteligencia artificial (Cheng, 2010).

Existen diversos métodos de optimización, los cuales pueden ser de tipo determinístico o heurístico, según los criterios que se empleen para la determinación de la mejor solución al problema. Los métodos heurísticos, los cuales según la definición Real Academia de la Lengua *son los métodos de optimización que no emplean procedimientos "rigurosos" para hallar la solución a un problema* (ver Capítulo 4.2) han tomado gran fuerza a nivel investigativo ya que permiten encontrar soluciones simplificadas y aproximadas a problemas complejos.

George Pólya (1887 - 1985), matemático húngaro, fue uno de los precursores de los métodos de optimización y centro gran parte de su trabajo en generalizar los métodos mediante los cuales se resolvían y se resuelven problemas. En su libro *"Como plantear y resolver problemas" (How to Solve It)*, establece que es posible resolver distintos problemas a través de la heurística, la cual define de la siguiente manera: *"El objetivo de la heurística es el estudio de los métodos y reglas de descubrir e inventar... La heurística, como un adjetivo, significa "sirviendo para descubrir."* (Pólya, 1945).

Cuando se desarrollan técnicas para mejorar la eficiencia de una heurística, es decir, hallar la solución a un problema empleando la menor cantidad de recursos, estas se conocen como *Metaheurísticas*. Una gran parte de las metaheurísticas se basan en comportamientos observados en la naturaleza, como los algoritmos genéticos (AG), la optimización por enjambre de partículas (PSO), la optimización por colonia de hormigas (AC), entre otros.

3.1. Algoritmos Genéticos en la Optimización de Estructuras

El presente trabajo se centrará en un método de optimización metaheurístico (heurística aplicada en tiempos computacionales razonables) conocido como los algoritmos genéticos (AG). Los AG's son un tipo de algoritmo evolutivo, los cuales fueron inventados por John Henry Holland en 1975 (Domínguez-Dorado, 2005).

Como su nombre lo indica, los algoritmos genéticos son un tipo de sistema de inteligencia artificial el cual tiene un diseño basado en la evolución natural de la especie. Holland (1975), quien pertenecía al grupo de investigación *Logic of Computers*, de la Universidad de Michigan, siempre consideró que la respuesta a los problemas de optimización computacional estaban en la naturaleza, ya que esta de algún modo logra crear seres cada vez más perfectos, que se adaptan a las condiciones del ambiente. Holland era profesor de esta universidad, y en su clase de "Teoría de Sistemas Adaptativos" lograría desarrollar, de la mano de sus estudiantes, lo que hoy se conoce como algoritmos genéticos. Su investigación tenía dos objetivos principales: imitar los procesos adaptativos naturales y diseñar sistemas artificiales que retengan los mecanismos más importantes de los sistemas naturales.

Una década más tarde un estudiante de Holland, llamado David Goldberg, quien es conocido como uno de los principales desarrolladores de los algoritmos genéticos, decidió implementar los AG's para resolver un problema de ingeniería relacionado con diseño de tuberías (Goldberg, 1989). Así como, Goldberg varios estudiantes de Holland continuaron con la implementación de los algoritmos genéticos y sentaron las bases de este método de optimización, el cual es ampliamente empleado actualmente en problemas de ingeniería.

En lo que concierne a estudios relacionados con la optimización de estructuras y específicamente con armaduras, existe una gran cantidad de trabajos académicos e investigaciones en las cuales se aplican métodos metaheurísticos, como los AG, orientados a la optimización de diversas características propias de este tipo de estructura (configuración, topología, dimensiones, etc.).

Simultáneamente al propio desarrollo de las teorías de los algoritmos genéticos en la década del setenta, se observó su eficiencia y adaptabilidad en problemas de ingeniería estructural. De Jong (1975), Brindle (1980) y Grefenstette (1985) reportan evidencia tanto teórica como práctica de la capacidad de los AG's de encontrar combinaciones óptimas dentro de grandes espacios de búsqueda (10^3 variables), inclusive encontrando resultados aceptables a partir de la 10 generación de combinaciones. Varios años más tarde, trabajos como el de Sesok y Belevicius (2007) demuestran por ejemplo, que para resolver el problema de optimización topológica de una armadura en cantiléver con 20 nudos se requiere de 10 generaciones

Para lograr una rápida convergencia del algoritmo es necesario representar los cambios estructurales mediante parámetros (binarios o reales), de modo que el AG busque rápidamente combinaciones de estos parámetros modificados (De Jong, 1980).

A medida que se empezó a profundizar en la optimización de estructuras con elementos unifilares (tipo armadura), los primeros investigadores dividieron sus esfuerzos para abordar el problema desde dos perspectivas que apuntan al mismo objetivo, minimizar el peso (costo) de la estructura. Estudios como los de Vanderplaates (1975), Queau y Trompette (1980), Bennett and Botking (1985) y Pedersen (1987) se centraron en el problema de optimización de la geometría y la tipología de las estructuras continuas 2-D y 3-D mediante la modificación de la posición de los nodos, mientras que trabajos como los de Goldberg and Samtani (1986) y Rajeev y Krishnamoorthy (1992) se enfocaron en optimizar la sección (área) de los elementos de estructuras, mediante espacios de búsqueda discretos. Debido al éxito y calidad de los resultados de estos primeros trabajos, en las últimas décadas un gran número de investigaciones se orientaron a la profundización y mejoramiento de las metodologías que emplean algoritmos evolutivos en la optimización de estructuras.

Schoenauer y Xanthakis (1993) presentaron un método de optimización genética basado en el *Behavioural Memory Paradigm*, para resolver el problema de optimización de las armaduras de 10 elementos (2-D) y de 25 elementos (3-D). Esta metodología aplica a una región "factible" inicial una serie de diferentes funciones fitness que evalúan la satisfacción de las restricciones. El éxito de todo el proceso depende de la diversidad genética en las primeras iteraciones, de modo que los mejores individuos permanezcan en la región factible.

Hajela y Lee (1994) proponen un método de búsqueda estocástico e intuitivo que emplea AG's para encontrar la tipología óptima de una armadura. Dado que la determinación precisa de la tipología resulta complicada, ya que esta depende de los nodos restringidos y los nodos cargados, emplearon un análisis paralelo en el cual se modela la estructura con diferentes topologías, con la ventaja de que se pueden agregar y remover elementos durante el proceso hasta encontrar la configuración óptima. Kawamura *et al.* (2002) se basaron en el trabajo anterior para proponer su propio algoritmo estocástico de búsqueda, ya que consideran que el algoritmo propuesto por Hajela y Lee (1994) tiene la desventaja que la topología resultante puede incluir miembros innecesarios y que además puede que la estructura obtenida no sea estable.

Asimismo, Deb y Gulati (2001) presentan una técnica basada en algoritmos genéticos que encuentra intuitivamente armaduras óptimas o casi óptimas. Se clasifican los nodos de la armadura, en *nodos básicos* (donde se aplican las cargas o hay alguna restricción) y *nodos no-básicos*, con el fin de orientar la búsqueda hacia la satisfacción de las restricciones en los puntos críticos. Evidenciaron que incrementando el tamaño de la población se obtienen valores óptimos, a pesar de que esto no incide en el número de iteraciones, como se muestra en la figura 1. Evaluaron esta técnica en los problemas de optimización de las armaduras 2-D de 6 nodos y 39 elementos y en la armadura 3-D de 25 elementos, obteniendo una reducción en los tiempos computacionales de análisis y en el peso de las estructuras en relación a los trabajos de Hajela y Lee (1994) y Haug y Agora (1989).

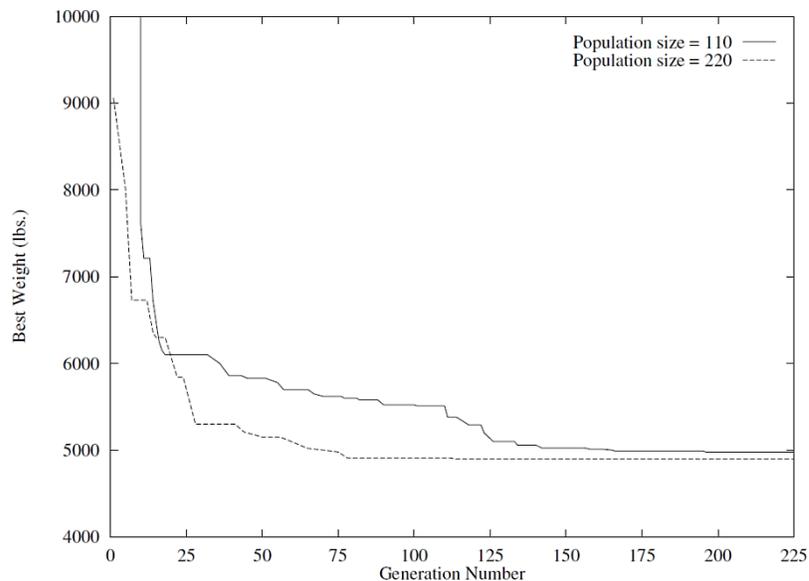


Figura 1. Mejora en la Solución vs Número de Generaciones para el Problema de Optimización de una Armadura (Deb y Gulati, 2001)

A nivel latinoamericano destacan las investigaciones del profesor Carlos Coello, quien ha realizado diversos estudios sobre algoritmos evolutivos y en especial sobre AG's. Coello *et al.* (1995) presentan un método para optimización de armaduras planas y espaciales el cual, a diferencia de las técnicas tradicionales que consideran espacios continuos de búsqueda y por ende conllevan a soluciones irreales, considera valores discretos asociados con materiales comunes disponibles.

Emplearon una versión mejorada del SGA (Simple Genetic Algorithm) presentado por Goldberg (1989). Se utiliza la selección binaria por torneo y un número máximo de iteraciones como criterio de parada. La probabilidad de cruzamiento es aproximadamente de 0.80 y la probabilidad de mutación de 0.01 y a diferencia de Rajeev y Krishnamoorthy (1992) dicha tasa de mutación no es desactivada durante el proceso. Se evalúa el método (GENETIC) en la armadura 3-D de 25 elementos, encontrando buenos resultados a partir de la generación 20. La tabla 1 muestra una comparación de los resultados entre esta metodología y la de otros autores.

Tabla 1

Comparación de los resultados del método GENETIC con otros métodos reportados en la literatura para la armadura espacial de 25 elementos (adaptado de Coello *et al.*, 1995).

Método	Peso (lb)	Grupo							
		A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8
Zhu	562.93	0.100	1.900	2.600	0.100	0.100	0.800	2.100	2.600
Rizz	545.16	0.010	1.988	2.991	0.010	0.010	0.684	1.676	2.662
Schmit	545.22	0.010	1.964	3.033	0.010	0.010	0.670	1.680	2.670
Rajeev <i>et al.</i>	546.01	0.100	1.800	2.300	0.200	0.100	0.800	1.800	3.000
GENETIC	493.94	0.100	0.700	3.200	0.100	1.400	1.100	0.500	3.400

Como se observa, el método de Coello *et al.* (1995) otorgan un peso apreciablemente menor, debido a que la búsqueda se realiza en un espacio de búsqueda más amplio y con un mayor número de iteraciones, sin embargo esto se traduce en un gran uso de tiempo computacional.

Erbatur *et al.* (2000) también proponen su propia metodología de optimización de armaduras basada en AG's, llamada GAOS. Sus características principales son que considera las violaciones de las restricciones en la funciones de penalización, se emplea un programa de diseño externo para reducir los tiempos computacionales basado en las normas turcas y el AISC y se usan 5 listas de perfiles diferentes. Aplican su método en los problemas de las armaduras de 25, 72 y 112 elementos y comparan sus resultados con los obtenidos mediante otros métodos heurísticos, como se muestra en la tabla 2.

Obtienen que los AG's son una de las metodologías más robustas de optimización y que otorgan resultados satisfactorios, independientemente del problema.

Tabla 2

Comparación de los resultados del método GAOS con otros métodos reportados en la literatura para la armadura espacial de 72 elementos (adaptado de Erbatur *et al.*, 2000).

Variables de diseño (in ²)		Método					
Variabes	Miembros	Gellatly	Renwei	Schmit	Xicheng	GAOS level 2	GAOS level 3
A ₁	1-4	0.1492	0.1641	0.1585	0.1570	0.1550	0.1610
A ₂	5-12	0.7733	0.5552	0.5936	0.5370	0.5350	0.5440
A ₃	13-16	0.4534	0.4187	0.3414	0.4110	0.4800	0.3790
A ₄	17-18	0.3417	0.5758	0.6076	0.5710	0.5200	0.5210
A ₅	19-22	0.5521	0.5327	0.2643	0.5090	0.4600	0.5350
A ₆	23-30	0.6084	0.5256	0.5480	0.5220	0.5300	0.5350
A ₇	31-34	0.1000	0.1000	0.1000	0.1000	0.1200	0.1030
A ₈	35-36	0.1000	0.1000	0.1509	0.1000	0.1650	0.1110
A ₉	37-40	1.0235	1.2893	1.1067	1.2860	1.1550	1.3100
A ₁₀	41-48	0.5421	0.5201	0.5793	0.5160	0.5850	0.4980
A ₁₁	49-52	0.1000	0.1000	0.1000	0.1000	0.1000	0.1100
A ₁₂	53-54	0.1000	0.1000	0.1000	0.1000	0.1000	0.1030
A ₁₃	55-58	1.4640	1.9173	2.0784	1.9050	1.7550	1.9100
A ₁₄	59-66	0.5207	0.5207	0.5034	0.5180	0.5050	0.5250
A ₁₅	67-70	0.1000	0.1000	0.1000	0.1000	0.1050	0.1220
A ₁₆	71-72	0.1000	0.1000	0.1000	0.1000	0.1550	0.1030
Peso (lb)		395.97	379.66	388.63	380.84	385.76	383.1200

Dede *et al.* (2011) realizaron un programa de aplicación de los algoritmos genéticos en FORTRAN para el diseño de armaduras concentrándose en la eficiencia de usar valores binarios en un AG para optimizar el peso de armaduras. Se encuentra que al emplear valores binarios con grandes poblaciones se puede requerir mucho tiempo computacional, por lo que proponen que se debe aplicar en problemas con espacios que no sean demasiado amplios o implementar restricciones para reducir dichos espacios. Para el problema de la armadura de 25 miembros, encuentran que para un tamaño de población de 200 se encuentra el peso óptimo alcanzando la convergencia en la iteración 110. Asimismo, para la armadura de 72 miembros con un tamaño de población de 100 logran la convergencia del algoritmo en la iteración 191, como se muestra en las figuras 2 y 3 respectivamente.

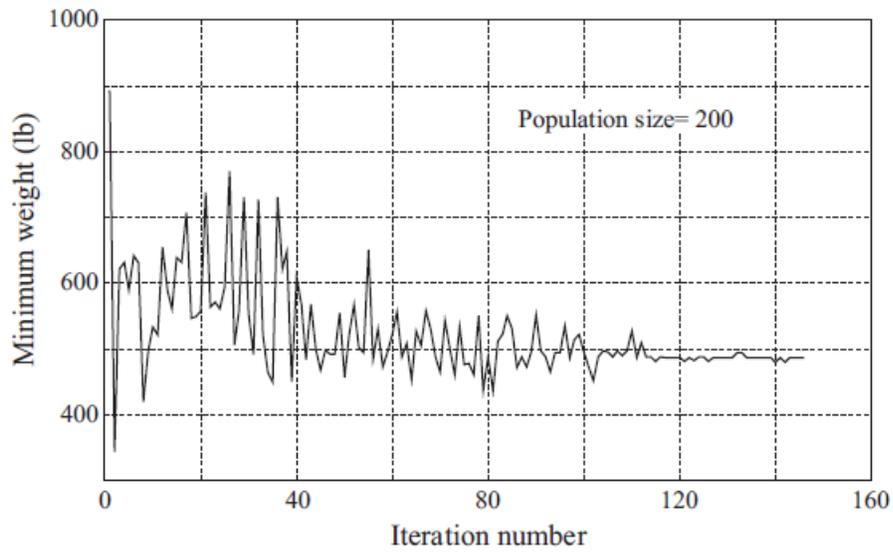


Figura 2. Convergencia del Problema de Optimización de la Armadura de 25 Elementos (Dede *et al.*, 2011)

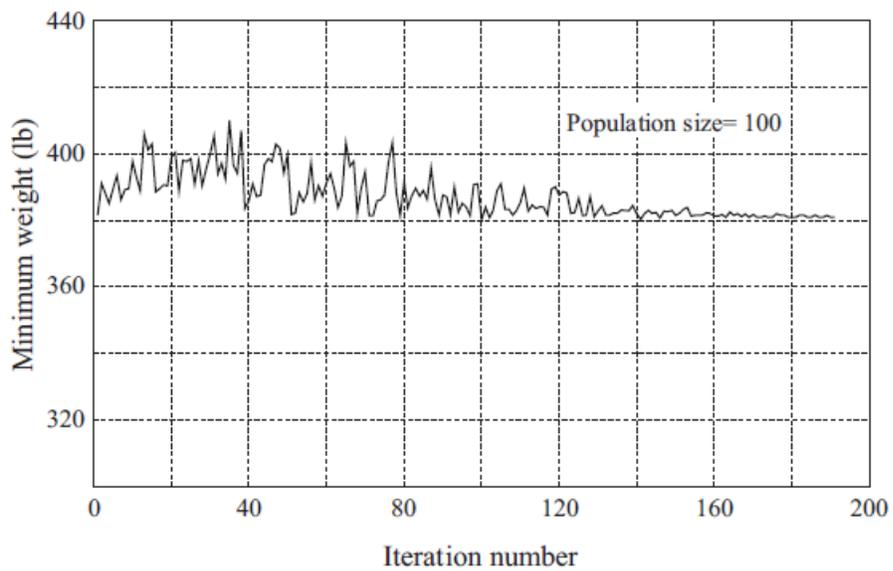


Figura 3. Convergencia del Problema de Optimización de la Armadura de 72 Elementos (Dede *et al.*, 2011)

Con los resultados obtenidos Dede et al., realizan comparaciones con distintos métodos heurísticos de optimización, encontrando que a medida que se incrementa el tamaño de la población inicial existe un mayor probabilidad de disminuir el peso de la armadura.

3.2. Programación en Paralelo y Algoritmos Genéticos Modificados

La evidencia de que los algoritmos genéticos son una herramienta apropiada, útil y eficiente para la optimización de estructuras, está ampliamente sustentada en la literatura. Sin embargo, a pesar de que los métodos propuestos otorguen buenos resultados, pueden consumir importantes recursos computacionales. Por esta razón, varios trabajos de finales del siglo XX y del presente siglo, han ido más allá en la búsqueda de metodologías que además de mejorar la calidad de los resultados, aprovechen al máximo la capacidad de los equipos y por ende requieran de menores tiempos para la resolución del problema.

Xu y Zuo (2010) parten de la experiencia de que AG's son bastante robustos y que requieren un implementación computacional intensiva, para proponer un método adaptativo de *reanálisis* basado en AG's para el diseño de armaduras, de modo que se reduzcan los recursos computacionales y se obtengan resultados confiables en menor tiempo. El diagrama de flujo para un AG de optimización con reanálisis se muestra en la figura 4. Para la validación del algoritmo se analizan tres tipos diferentes de armaduras clásicas tridimensionales (3-D) de la literatura; la de 10 elementos, la de 25 elementos y la de 200 elementos, realizando la implementación con SAP2000 v.7.4.2. Se encuentra que para los tres casos de estudio la efectividad de aproximación del AG modificado es alta, ya que el reanálisis es apropiado para este tipo específico de poblaciones de búsqueda.

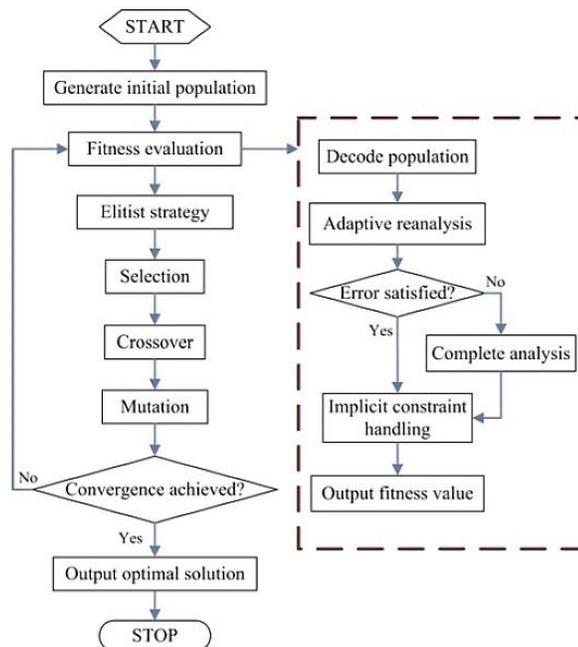


Figura 4. Diagrama de Flujo del AG de Optimización con Re-análisis (Xu y Zuo, 2010)

En cuanto a la aplicación puntual de programación en paralelo para la optimización del peso de armaduras, Umesha *et al.* (2004) proponen una técnica en la que se utiliza diseño en paralelo para la optimización de sistemas estructurales tipo armadura de gran magnitud. El problema de optimización se descompone en un número dado de problemas de sub-optimización de primer nivel, independientes entre sí. De este modo, se simplifican las variables y restricciones del problema, aumentando la velocidad de resolución del algoritmo.

El método de la optimización mediante subdominios, descrito de manera general, consiste en dividir la estructura original en algunos subdominios, como se muestra en la figura 5. Cada subdominio tiene un diseño independiente (variables y restricciones) y un comportamiento particular. Luego los resultados de cada subdominio se superponen para encontrar los efectos totales de la estructura (Umesha *et al.*, 2004).

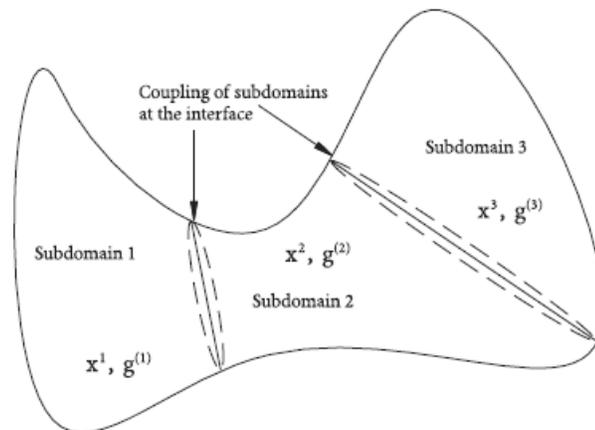


Figura 5. Esquema de la Optimización mediante Subdominios (Umesha *et al.*, 2004).

Poveda et al. (2008) implementaron un algoritmo genético paralelo para resolver el problema del viajero, usando el modelo de islas y grillas, llamado GRISLAS. Obtienen que los AG's genéticos paralelos tienen mejores resultados cuando se usa un mayor número de procesadores, ya que esto incrementa la diversidad del espacio de búsqueda.

Lingyun et al (2010), realizaron un estudio multinivel en el que consideraron de forma conjunta, la tipología y la forma de una armadura. Proponen un algoritmo genético paralelo basado en restricciones de frecuencia (*frequency constraints*), el cual es muy útil para el análisis dinámico de estructuras.

Encuentran que los AG's muestran un gran potencial para resolver problemas de tipología y forma de armaduras, debido a los métodos probabilísticos de búsqueda que emplean y que las soluciones encontradas tienen por lo general buena calidad. No obstante, en ciertos problemas específicos los algoritmos genéticos requieren del uso excesivo de recursos computacionales. Por esta razón, proponen un *Niche Hybrid Parallel Genetic Algorithm (NHPGA)*, el cual reduce sustancialmente los costos computacionales y mejora la calidad de la solución. Comparado con otros métodos metaheurísticos, como el TLBO "*Teaching-Learning-Based Optimization*" propuesto por Degertekin y Hayalioglu (2013), el cual trabaja análogamente al proceso de aprendizaje entre profesores y estudiantes, el PSO o el ABC, los algoritmos genéticos paralelos resultan una metodología eficiente y eficaz en la resolución de problemas de optimización estructural.

Villalba y Laier (2012) propusieron un algoritmo genético auto-adaptado y multicromosoma (SAMGA) para la localización y cuantificación del daño en estructuras, evaluado en armaduras. Se emplean AG's paralelos al principal para autoadaptar los parámetros genéticos y el tamaño de la población se obtiene de forma experimental. Obtienen que este método de búsqueda es muy preciso debido a que el número de elementos dañados en cada población puede cambiar en el proceso evolutivo.

En Colombia, se han venido implementando los métodos de optimización heurística en problemas de ingeniería paulatinamente, y específicamente en el diseño de estructuras metálicas no hay muchos registros de la aplicación de los algoritmos genéticos. Los trabajos más importantes los ha realizado la Universidad Industrial de Santander (UIS) y el grupo de investigación liderado por el profesor Oscar Begambre, quien se ha enfocado en la resolución de problemas de ingeniería mediante métodos de inteligencia artificial. Begambre *et al.* (2010) realizaron un trabajo de detección de daño en estructuras aplicando un algoritmo simulated annealing. Begambre (2011) implementó un algoritmo PSO con el método simplex y de topología de evolución paramétrica.

En otras áreas de aplicación resaltan las investigaciones de Sayago (2008) y Bastidas *et al.* (2010) quienes emplearon AG's en problemas ambientales y de economía y los trabajos de Ruge y Alvis (2010) en el campo de la electrónica.

4. MARCO TEÓRICO

El proceso de diseño estructural se basa en la búsqueda de las secciones apropiadas para los miembros de la estructura, en este caso de los elementos metálicos de la armadura, dadas unas restricciones de esfuerzos en relación a unas cargas externas, y de deflexiones en relación a lo establecido en los códigos de diseño.

En este sentido, no se puede llevar a cabo el análisis estructural si no se conocen las propiedades de los diferentes perfiles, lo que hace que el proceso de diseño sea iterativo. El diseñador debe asumir ciertos perfiles de una base de datos disponible antes de empezar el análisis, de modo que se puedan hallar las solicitaciones en los elementos (Saka y Geem, 2012). A estos miembros preseleccionados, se les imponen las limitaciones de los códigos de diseño, realizando las iteraciones necesarias hasta encontrar el grupo de perfiles que cumple ambas condiciones (esfuerzos y desplazamientos).

No obstante, el diseño no solo se basa en metodologías establecidas, ya que el criterio y la experiencia del diseñador juegan un papel decisivo y puede que un adecuado predimensionamiento y desarrollo del diseño simplifiquen todo el proceso. Sin embargo, cuando las estructuras son demasiado complejas, encontrar la combinación de perfiles adecuada puede ser una tarea desgastante a nivel de diseño y por ende requiere de tiempos computacionales bastante altos. Por esta razón, han surgido las metodologías de diseño basadas en métodos heurísticos como los algoritmos genéticos (AG), para obtener soluciones aproximadas a problemas complejos, reduciendo los recursos computacionales empleados. A continuación, se describen los fundamentos teóricos del diseño de armaduras y de un problema de optimización estructural, la teoría alrededor de los algoritmos genéticos y los conceptos fundamentales de la computación en paralelo.

4.1. Fundamentos del Diseño de Armaduras

4.1.1. Fundamentos del Método Matricial de Rigidez

El método matricial de rigideces es conocido de este modo, debido a que básicamente se fundamenta en la relación de las *fuerzas* y los *desplazamientos* de los elementos de una estructura cualquiera, mediante las matrices de rigidez. Partiendo de las relaciones de rigidez entre fuerzas y desplazamientos, es posible plantear ciertas ecuaciones con el mismo fundamento, generadas aplicando las ecuaciones de movimiento y las ecuaciones constitutivas de los materiales (Delgado *et al.*, 1999). De esta manera, se obtiene un

sistema con un número n de ecuaciones con n grados de libertad. Resolviendo este sistema para los desplazamientos de la estructura, es posible sustituir dichos desplazamientos conocidos en las ecuaciones matriciales de rigidez para hallar la fuerzas en los elementos.

Para la formulación de las ecuaciones del método, se parte de las siguientes hipótesis:

- El comportamiento es elástico, lineal, homogéneo e isotrópico.
- Desplazamientos Infinitesimales.
- Cada punto del cuerpo tiene masa (continuidad).
- Todo el cuerpo al ser cargado tiene un régimen interno de tensiones.
- El comportamiento es adiabático.

4.1.1.1. Ecuaciones de Compatibilidad

El principio de continuidad establece que si se aplica un estado de fuerzas a un cuerpo elástico, este se deforma. Por lo tanto, un punto P del cuerpo pasara a la posición P' , con un desplazamiento ΔX , por ende se puede establecer que los desplazamientos de un elemento diferencial de un cuerpo elástico son funciones continuas. La figura 6 muestra la configuración básica de un medio continuo.

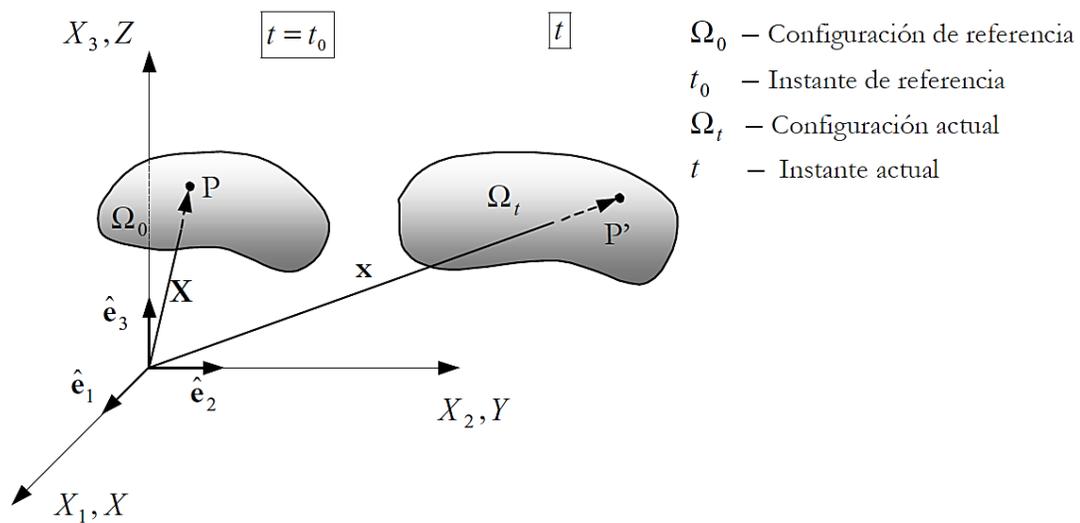


Figura 6. Configuración de un Medio Continuo
(Olivella y Agelet, 2000)

Estos desplazamientos se denominaran $u(x,y,z)$, $v(x,y,z)$ y $w(x,y,z)$.

Mediante el principio de continuidad, es posible definir las “Ecuaciones de Compatibilidad”, las cuales relacionan las deformaciones con los desplazamientos. En un medio continuo se presentan dos tipos de deformaciones, las longitudinales y las angulares.

- **Deformaciones Longitudinales:** Se dan en el sentido de los ejes principales y describen deformaciones por efecto de fuerzas de tensión o compresión.

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (\text{Deformación en el eje } X) \quad (\text{Ec. 1a})$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \quad (\text{Deformación en el eje } Y) \quad (\text{Ec. 1b})$$

$$\varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} \quad (\text{Deformación en el eje } Z) \quad (\text{Ec. 1c})$$

- **Deformaciones Angulares:** Describen deformaciones por efecto de fuerzas de corte.

$$\gamma_{xy} = \gamma_{yx} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (\text{Ec. 2a})$$

$$\gamma_{xz} = \gamma_{zx} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \quad (\text{Ec. 2b})$$

$$\gamma_{yz} = \gamma_{zy} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \quad (\text{Ec. 2c})$$

4.1.1.2. Ecuaciones Constitutivas (Ley de Hooke)

Los cuerpos que describen un comportamiento lineal, elástico, homogéneo e isotrópico, tienen un comportamiento mecánico que obedece a la “Ley de Hooke”, es decir, existe una relación directamente proporcional y lineal entre los esfuerzos en el material y las respectivas deformaciones. La constante de proporcionalidad depende de las propiedades del material (Chaves, 2009). Esto se puede enunciar de la siguiente manera:

$$\sigma = E * \varepsilon \quad (\text{Ec. 3})$$

Dónde: (i) σ son los esfuerzos en el material, (ii) ε las deformaciones unitarias en el material y (iii) E el módulo de elasticidad del material, el cual corresponde a la pendiente de la curva esfuerzo – deformación unitaria del material, en el rango elástico.

Según la ley de Hooke, la naturaleza de las deformaciones determina el tipo de fuerzas internas (Delgado *et al.*, 1999). La figura 7 muestra el estado de esfuerzos de un medio continuo.

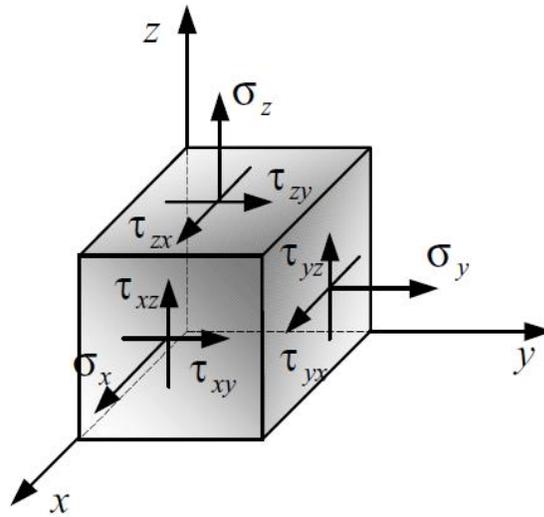


Figura 7. Estado de Esfuerzos de un Medio Continuo
(Olivella y Agelet, 2000)

4.1.1.3. Ecuaciones de Equilibrio

Este principio establece las condiciones que deben tener las fuerzas internas y externas de un sistema para que satisfagan las leyes de la estática. En este sentido, *las fuerzas internas deben ser iguales a las fuerzas externas para que el sistema esté en equilibrio estático.*

$$\sum F_x = 0$$

$$X + \frac{\delta\sigma_x}{\delta x} + \frac{\delta\tau_{xy}}{\delta y} + \frac{\delta\tau_{xz}}{\delta z} = 0 \quad (\text{Ec. 4a})$$

$$\sum F_y = 0$$

$$Y + \frac{\delta\tau_{yx}}{\delta x} + \frac{\delta\sigma_y}{\delta y} + \frac{\delta\tau_{yz}}{\delta z} = 0 \quad (\text{Ec. 4b})$$

$$\sum F_z = 0$$

$$Z + \frac{\delta\tau_{zx}}{\delta x} + \frac{\delta\tau_{zy}}{\delta y} + \frac{\delta\sigma_z}{\delta z} = 0 \quad (\text{Ec. 4c})$$

Estas ecuaciones son las “Ecuaciones Fundamentales de Equilibrio”.

Dónde:

X, Y, Z = Fuerzas de cuerpo o de peso propio.

Al tener desarrollados los tres fundamentos de la teoría de la elasticidad (equilibrio, movimiento y esfuerzo-deformación) es posible resolver el problema sustituyendo sucesivamente todas las ecuaciones, para obtener las ecuaciones de segundo grado (ecuación 5), conocidas como **Ecuaciones de Navier**, las cuales son la base de la teoría elástica y por ende del método matricial. Donde F_c son las fuerzas de cuerpo, A es un operador matricial diferencial que relaciona las deformaciones con los desplazamientos, k es la matriz de rigidez global y d es el vector de desplazamientos.

$$\{F_c\} + [A]^T \{k\} [A] \{d\} = \{0\} \quad (\text{Ec. 5})$$

4.1.2. Grados de Libertad y Condiciones de Contorno

El concepto de grados de libertad es fundamental en el estudio de la mecánica y la ingeniería estructural, y se refiere al número mínimo de parámetros reales necesarios para describir la configuración deformada de una estructura. Los grados de libertad se asignan a los nudos de los elementos y por ende, para el caso de una estructura en el espacio se pueden tener dos casos:

- **3DOF (tres grados de libertad)** = Este caso aplica para un nudo de una estructura tridimensional, en la cual solo hay desplazamientos longitudinales (sin rotación).
- **6DOF (seis grados de libertad)** = Este caso aplica para un nudo de una estructura tridimensional, en la cual se consideran todos los posibles desplazamientos; desplazamientos lineales en la dirección de cada eje principal y rotaciones alrededor de cada uno de estos ejes.

Como se mencionó anteriormente, para una estructura con n grados de libertad, debe haber n ecuaciones esfuerzo-deformación, de modo que los grados de libertad determinan el tamaño del problema.

4.1.3. Análisis Matricial de una Armadura 3-D

Un caso particular de una estructura tridimensional es la *Armadura 3-D*. Las armaduras son estructuras conformadas por un cierto número de barras o elementos vinculados entre sí, de modo que forman uno a más triángulos. En este sentido, el número mínimo de elementos que puede tener una armadura es tres. En este tipo de estructuras se considera que los elementos solo están sometidos a cargas axiales (dada la casi nula inercia en los extremos de los elementos), por ende solo se tienen 3 grados de libertad

por nodo, los que corresponden a los desplazamientos en el sentido de los ejes principales, como se observa en la figura 8.

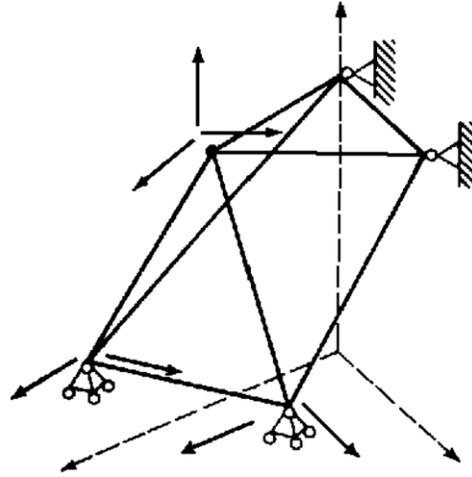


Figura 8. Grados de Libertad en los Nudos Libres de una Armadura Espacial
(Delgado *et al.*, 1999)

Para poder desarrollar la teoría de diseño de armaduras, se consideran las siguientes suposiciones:

- La relación existente entre los esfuerzos y deformaciones es lineal (aplica la Teoría de la Elasticidad).
- Las conexiones entre elementos son consideradas como perfectamente articuladas (libres de fricción).
- El único tipo de fuerzas presente en los elementos esta aplicado a lo largo del eje del mismo, y considerando despreciable su inercia, solo soportan *Fuerzas Axiales* (Compresión o Tensión).
- No hay efectos de flexión en los elementos, por lo tanto estos se consideran totalmente rectilíneos.
- Las deformaciones generadas por cambio de longitud en los elementos son despreciables y por ende no generan cambios en la configuración original de la armadura.
- Las cargas serán aplicadas únicamente en los nudos de la armadura, el peso propio es considerado mediante el vector de fuerzas de cuerpo.

A continuación se ilustra el procedimiento de diseño de una armadura tridimensional mediante el metodo de rigidez y elementos finitos, con el cual se desarrollará el algoritmo de diseño en plataforma JAVA, para luego ser incorporado al programa de optimización.

Como se mencionó anteriormente, en las armaduras solo se consideran desplazamientos longitudinales (sin rotación), por lo que el vector de desplazamientos $\{U\}$ tendrá solo 3 componentes correspondientes a los tres grados de libertad en la dirección de los ejes coordenados.

$$\{U\} = \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{Bmatrix} \quad (\text{Ec. 6})$$

De manera análoga, se puede definir el vector de fuerzas $\{F\}$ como:

$$F = \begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{Bmatrix} \quad (\text{Ec. 7})$$

Para obtener la matriz de rigidez $[K]$, que relaciona las fuerzas con los desplazamientos, es necesario aplicar desplazamientos unitarios en cada una de las tres direcciones principales, en los extremos de un elemento barra de la armadura. En la figura 9 se muestra la configuración global y local de un elemento tridimensional aislado de una armadura, biarticulado en sus extremos (A y B).

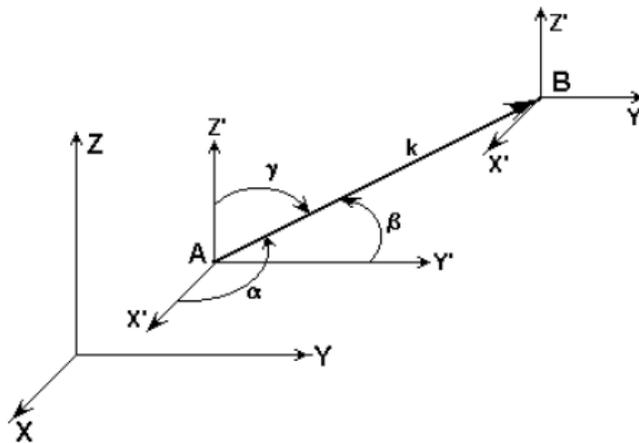


Figura 9. Elemento Biarticulado de una Armadura Espacial con Rigidez k en Configuración Local y Global

Aplicando un desplazamiento unitario ($d_{xA} = 1$) en dirección x en el extremo A, se obtienen las siguientes fuerzas en cada extremo:

$$F_{xA} = k * \cos^2 \alpha \quad (\text{Ec. 8a}) \quad F_{xB} = -k * \cos^2 \alpha \quad (\text{Ec. 8d})$$

$$F_{yA} = k * \cos \alpha \cos \beta \quad (\text{Ec. 8b}) \quad F_{yB} = -k * \cos \alpha \cos \beta \quad (\text{Ec. 8e})$$

$$F_{zA} = k * \cos \alpha \cos \gamma \quad (\text{Ec. 8c}) \quad F_{zB} = -k * \cos \alpha \cos \gamma \quad (\text{Ec. 8f})$$

Dónde: (i) α es el ángulo medido del eje x al eje del elemento, (ii) β es el ángulo medido del eje y al eje del elemento y (iii) γ el ángulo medido del eje z al eje del elemento.

Estos tres ángulos también se conocen como los *Ángulos de Euler*, los cuales se definen mediante la transformación de un sistema coordenado en tres dimensiones a otro sistema coordenado, mediante una matriz de transformación o de *cosenos directores*.

Los términos van acompañados por la constante de rigidez axial k , la cual depende de las características del material y de la longitud del elemento.

Del mismo modo, podemos generar desplazamientos unitario $d_{YA} = 1$ y $d_{ZA} = 1$, en las direcciones Y y Z, respectivamente. Al obtener todas las ecuaciones, podemos expresar la rigidez para una armadura espacial en forma matricial, en términos de los ángulos de Euler, de la siguiente forma:

$$[K_g] = \begin{bmatrix} c^2\alpha & cac\beta & cac\gamma & -c^2\alpha & -cac\beta & -cac\gamma \\ cac\beta & c^2\beta & c\beta c\gamma & -cac\beta & -c^2\beta & -c\beta c\gamma \\ c\gamma c\alpha & c\beta c\gamma & c^2\beta & -c\gamma c\alpha & -c\gamma c\beta & -c^2\gamma \\ -c^2\alpha & -cac\beta & -cac\gamma & c^2\alpha & cac\beta & cac\gamma \\ -c\beta c\alpha & -c^2\beta & -c\beta c\gamma & c\beta c\alpha & c^2\beta & c\beta c\gamma \\ -c\gamma c\alpha & -c\gamma c\beta & -c^2\gamma & c\gamma c\alpha & c\gamma c\beta & c^2\beta \end{bmatrix} * \frac{EA}{L} \quad (\text{Ec. 9})$$

La matriz anterior también se puede expresar en términos de los cosenos directores, así:

$$[K_g] = \begin{bmatrix} l^2 & lm & ln & -l^2 & -lm & -ln \\ lm & m^2 & mn & -lm & -m^2 & -mn \\ ln & mn & n^2 & -ln & -mn & -n^2 \\ -l^2 & -lm & -ln & l^2 & lm & ln \\ -lm & -m^2 & -mn & lm & m^2 & mn \\ -ln & -mn & -n^2 & ln & mn & n^2 \end{bmatrix} * \frac{EA}{L} \quad (\text{Ec. 10})$$

La matriz anterior es la **“Matriz de Rigidez para un Elemento de una Armadura 3-D en Coordenadas Globales”**.

Donde l , m y n son los cosenos directores, y definen la relación entre los grados de libertad en coordenadas globales y locales:

$$l = \frac{x_j - x_i}{L} \quad (\text{Ec. 11a})$$

$$m = \frac{y_j - y_i}{L} \quad (\text{Ec. 11b})$$

$$n = \frac{z_j - z_i}{L} \quad (\text{Ec. 11c})$$

Aplicando la ley de Hooke, es posible obtener la relación entre las fuerzas y los desplazamientos en los puntos A y B del elemento, así:

$$\begin{Bmatrix} F_{xA} \\ F_{yA} \\ F_{zA} \\ F_{xB} \\ F_{yB} \\ F_{zB} \end{Bmatrix} = \frac{EA}{L} * \begin{bmatrix} l^2 & lm & ln & -l^2 & -lm & -ln \\ lm & m^2 & mn & -lm & -m^2 & -mn \\ ln & mn & n^2 & -ln & -mn & -n^2 \\ -l^2 & -lm & -ln & l^2 & lm & ln \\ -lm & -m^2 & -mn & lm & m^2 & mn \\ -ln & -mn & -n^2 & ln & mn & n^2 \end{bmatrix} * \begin{Bmatrix} d_{xA} \\ d_{yA} \\ d_{zA} \\ d_{xB} \\ d_{yB} \\ d_{zB} \end{Bmatrix} \quad (\text{Ec. 12})$$

En las armaduras es posible plantear submatrices para desacoplar el problema en variables conocidas y desconocidas, con el fin de poder solucionar el sistema matricial.

$$\{F_A\} = \begin{Bmatrix} F_{xA} \\ F_{yA} \\ F_{zA} \end{Bmatrix} \quad (\text{Ec. 13a}) \quad \{d_A\} = \begin{Bmatrix} d_{xA} \\ d_{yA} \\ d_{zA} \end{Bmatrix} \quad (\text{Ec. 14a})$$

$$\{F_B\} = \begin{Bmatrix} F_{xB} \\ F_{yB} \\ F_{zB} \end{Bmatrix} \quad (\text{Ec. 13b}) \quad \{d_B\} = \begin{Bmatrix} d_{xB} \\ d_{yB} \\ d_{zB} \end{Bmatrix} \quad (\text{Ec. 14b})$$

$$\begin{Bmatrix} F_A \\ F_B \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{AA} & k_{AB} \\ k_{BA} & k_{BB} \end{bmatrix} * \begin{Bmatrix} d_A \\ d_B \end{Bmatrix} \quad (\text{Ec.15})$$

Dónde:

F_A = Vector de fuerzas aplicadas (conocidas).

F_B = Reacciones en los apoyos (desconocidas).

d_A = Vector de desplazamientos en los nudos libres (desconocidos).

d_B = Vector de desplazamientos en los apoyos (conocidos).

Como se mencionó anteriormente, los cosenos directores se definen por medio de la regla de transformación matricial, por ende, la matriz de transformación o rotación espacial de coordenadas globales a coordenadas locales, se puede expresar de la siguiente forma:

$$R_{3-D} = \begin{bmatrix} l & m & n & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & l & m & n \end{bmatrix} \quad (\text{Ec.16})$$

Esta matriz de transformación permite pasar fuerzas y desplazamientos de coordenadas globales y locales y viceversa, de modo que una vez que se tengan los resultados de toda la estructura mediante la ecuación general, es posible volver a las matrices de rigidez para obtener desplazamientos y fuerzas en los elementos.

En primera instancia, se requiere la matriz de transformación para pasar las fuerzas de coordenadas locales a globales.

$$\begin{Bmatrix} F_{xA} \\ F_{yA} \\ F_{zA} \\ F_{xB} \\ F_{yB} \\ F_{zB} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} l & 0 \\ m & 0 \\ n & 0 \\ 0 & l \\ 0 & m \\ 0 & n \end{bmatrix} * \begin{Bmatrix} F_A \\ F_B \end{Bmatrix} \quad (\text{Ec. 17})$$

Posteriormente, se emplea la matriz de transformación para pasar los desplazamientos en coordenadas globales a coordenadas locales.

$$\begin{Bmatrix} d_A \\ d_B \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} l & m & n & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & l & m & n \end{bmatrix} * \begin{Bmatrix} d_{xA} \\ d_{yA} \\ d_{zA} \\ d_{xB} \\ d_{yB} \\ d_{zB} \end{Bmatrix} \quad (\text{Ec. 18})$$

Y sabiendo que la matriz de rigidez del elemento en coordenadas locales, viene dada por:

$$[K_l] = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} * \frac{EA}{L} \quad (\text{Ec. 19})$$

Es posible expresar la matriz de rigidez K en forma generalizada, con la siguiente ecuación:

$$[K_g] = [R_{3-D}^T] * [K_l] * [R_{3-D}] \quad (\text{Ec. 20})$$

Es importante tener en cuenta que para poder solucionar el problema, es necesario aplicar las condiciones de contorno de la armadura a la matriz de rigidez, esto es, eliminar las columnas y filas que correspondan a los grados de libertad restringidos, de modo que el sistema matricial sea consistente.

4.1.4. Método de Diseño por Factores de Carga y Resistencia (LFRD)

Una de las metodologías de uso más extendido para el cálculo de estructuras metálicas, es el *Diseño con Factores de Carga y Resistencia o Método LFRD* por sus siglas en inglés (Load and Resistance Factor Design). Este método se basa en el concepto de los estados límites, que se refiere a aquella condición en la cual la estructura o parte de ella deja de cumplir la función para la cual fue diseñada (McCormac, 2005). Fue desarrollado en 1970 por Galambos, es la metodología de diseño por la cual se rigen los actuales códigos del AISC (American Institute for Steel Construction) y por ende el título F de la NSR-10 colombiana, el cual está basado en su mayoría en los parámetros del AISC.

Se pueden distinguir dos tipos de estados límites:

- **Estados límites de resistencia:** Se basan en la seguridad o capacidad de carga de la estructuras e incluyen las resistencias plásticas, de pandeo, fractura, de fatiga, de volcamiento, etc.
- **Estados límites de servicio:** Se refieren al comportamiento de las estructuras bajo cargas normales de servicio y tienen que ver con aspectos asociados con el uso y ocupación de la estructura, tales como deflexiones máximas, deslizamientos, vibraciones y agrietamientos.

De tal modo, que una estructura no solo debe ser capaz de resistir las cargas de diseño, sino también las de servicio, de manera que se cumplan los requisitos de funcionalidad para la cual fue construida. Las especificaciones del LRFD se concentran en requisitos muy específicos relativos a los estados límite de resistencia y permiten una mayor “libertad” en lo relacionado a los estados de servicio (Escalante, 2003).

Cualquier elemento estructural debe diseñarse teniendo en cuenta los esfuerzos que sobre este se generan al imponer unas acciones externas y unas restricciones. En el caso de armaduras en 3-D, sometidas a fuerzas estáticas y dinámicas, los elementos experimentaran dos condiciones de esfuerzo principales: compresión y tensión alrededor de su eje principal. Un diseño satisface los requerimientos del LRFD cuando la *resistencia de diseño* de cada componente estructural es mayor o igual a la *resistencia requerida*, determinada de acuerdo a las combinaciones de carga LRFD. El diseño se debe realizar de acuerdo a la siguiente ecuación:

$$R_u \leq \Phi * R_n \quad (\text{Ec. 21})$$

Dónde:

R_u = Resistencia requerida (LRFD).

R_n = Resistencia nominal.

Φ = Factor de resistencia.

ΦR_n = Resistencia de diseño.

Para obtener las resistencias nominales de cada uno de los elementos, deben realizarse las verificaciones de diseño descritas en el **AISC 360-10**, para garantizar el adecuado comportamiento estructural de cada elemento por separado.

Entre las verificaciones que se deben efectuar se tienen las siguientes (ALACERO, 2010):

- Resistencia a la compresión.
- Pandeo Torsional y Flexo-Torsional.
- Pandeo Lateral.
- Pandeo Local.
- Esbeltez.
- Fractura por Tensión.
- Fluencia.
- Agrietamiento por Fatiga.
- Inestabilidad por Deflexión.
- Plasticidad alternante.

Verificadas todas las condiciones de los elementos por separado (Compresión y Flexión), se procede a efectuar el diseño por esfuerzos combinados, de acuerdo a lo establecido en el capítulo H del AISC 360-10 y capítulo F.2 de NSR-10.

Para el caso de diseño de perfiles para una armadura metálica, se seguirán las disposiciones del capítulo H1 del AISC 360-10, en el cual se dan las ecuaciones para el “*diseño de esfuerzos combinados con miembros con simetría simple o doble solicitados a flexión y carga axial*”, pero dado que **los elementos de la armadura se consideraran solicitados únicamente a fuerza axial (compresión o tensión)**, se seguirán las disposiciones del capítulo E, “*diseño de miembros a compresión*” y los apartes del capítulo H que apliquen.

En los elementos a compresión se tienen tres tipos de falla: (i) *por aplastamiento*, (ii) *por esbeltez* ó (iii) *falla mixta*. Por esta razón, se debe controlar la esbeltez de los elementos que componen una armadura. En las tablas B.4.1a del AISC 360-10 y su correspondiente en la NSR-10, la tabla F.2.2.4, se muestran los valores máximos de esbeltez de miembros sometidos a compresión axial en relación a las relaciones de espesor y ancho de las secciones. La esbeltez de un miembro metálico debe controlarse tanto en longitud como en sección según las siguientes disposiciones:

Esbeltez Local:

$$\frac{b}{t} \text{ ó } \frac{d}{t_w} \leq \eta \sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad \text{el perfil es «no esbelto en sección»}. \quad (\text{Ec. 22a})$$

$$\frac{b}{t} \text{ ó } \frac{d}{t_w} > \eta \sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad \text{el perfil es «esbelto en sección»}. \quad (\text{Ec. 22b})$$

Esbeltez en Longitud:

$$\frac{KL}{r} \leq \eta \sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad \text{el perfil es «no esbelto en longitud»}. \quad (\text{Ec. 23a})$$

$$\frac{KL}{r} > \eta \sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad \text{el perfil es «esbelto en longitud»}. \quad (\text{Ec. 23b})$$

Luego de verificar la esbeltez, se debe proceder a calcular el “esfuerzo crítico de pandeo”, con el cual es posible calcular el esfuerzo resistente nominal a compresión del elemento.

$$P_n = F_{cr} * A_g \quad (\text{Ec. 24})$$

Caso 1:

$$F_e = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{KL}{r}\right)^2} \quad (\text{Ec. 25})$$

Cuando $\frac{KL}{r} \leq 4.71 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$ ó $\frac{F_y}{F_e} \leq 2.25$

$$F_{cr} = \left[0.658^{\frac{F_y}{F_e}}\right] F_y \quad (\text{Ec. 26})$$

Caso 2:

Cuando $\frac{KL}{r} > 4.71 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$ ó $\frac{F_y}{F_e} > 2.25$

$$F_{cr} = 0.877 F_e \quad (\text{Ec. 27})$$

Dónde:

P_n = Resistencia nominal a la compresión axial.

F_{cr} = Esfuerzo crítico de pandeo.

A_g = Área bruta de la sección.

E = Modulo de elasticidad del acero (200 GPa).

F_y = Esfuerzo de fluencia del acero.

F_e = Esfuerzo crítico de pandeo elástico.

La interacción de flexión y compresión en miembros con simetría doble o simple que cumplen $(0.1 \leq I_{yc} / I_y) \leq 0.9$ y que solamente están solicitados a flexión alrededor de un eje geométrico (xy o y) deben satisfacer las siguientes ecuaciones (ALACERO, 2010):

Caso 1:

Cuando $\frac{P_u}{\Phi P_n} \geq 0.2$

$$\frac{P_u}{\Phi P_n} + \frac{8}{9} \left(\frac{M_{ux}}{\Phi M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\Phi M_{ny}} \right) \leq 1.0 \quad (\text{Ec. 28})$$

Caso 2:

Cuando $\frac{P_u}{\Phi P_n} < 0.2$

$$\frac{P_u}{2\Phi P_n} + \left(\frac{M_{ux}}{\Phi M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{\Phi M_{ny}} \right) \leq 1.0 \quad (\text{Ec. 29})$$

Dónde:

P_u = Resistencia de compresión axial requerida, usando las combinaciones LRFD.

P_n = Resistencia de compresión axial disponible.

M_u = Resistencia de flexión requerida, usando las combinaciones LRFD.

M_n = Resistencia de flexión disponible.

x = Subíndice que indica flexión en torno al eje fuerte.

y = Subíndice que indica flexión en torno al eje débil.

Φ = Factor de resistencia. Para compresión, se toma como **0.90** (ver capítulo B 3.3. del AISC 360-10).

Para este caso solo se tiene en cuenta el primer término de las ecuaciones 28 y 29, ya que los elementos solo experimentan compresión axial o tensión (sin momento).

4.1.5. Método de Diseño en Base a Resistencias Admisibles (ASD)

El método de los esfuerzos o resistencias admisibles (ASD) establece que la resistencia admisible de cada componente estructural debe ser mayor o igual a la resistencia requerida determinada de acuerdo a las combinaciones de carga ASD (las cuales, a diferencia de las combinaciones LRFD, no tienen coeficientes de mayoración) (ALACERO, 2010). El diseño se realiza de acuerdo a la ecuación 30.

$$R_a \leq R_n / \Omega \quad (\text{Ec. 30})$$

Dónde:

R_a = Resistencia requerida (ASD).

R_n = Resistencia nominal.

Ω = Factor de seguridad (según títulos B a K del AISC 360-10).

R_n / Ω = Resistencia admisible.

De acuerdo a enunciado en los capítulos D (Diseño a Tracción) y E (Diseño a Compresión) del AISC 360-10, se debe adoptar un factor de seguridad Ω de **1.67**.

Tanto el método LRFD como el método ASD están permitidos por el AISC 360-10 para el diseño de miembros en compresión o tracción. Las dos metodologías se pueden relacionar por medio de los factores Ω y Φ , de la siguiente manera:

$$\Omega = 1.5 / \Phi \quad (\text{Ec. 31})$$

Asimismo, para obtener las solicitaciones se acepta realizar el diseño mediante análisis elástico, inelástico o plástico. En el presente trabajo, el diseño se realizara mediante Análisis Elástico Lineal.

4.2. Optimización

El hombre desde sus inicios se ha enfrentado constantemente a situaciones que requieren de la selección de una de varias alternativas, con el fin de dar solución a un problema o suplir alguna necesidad. Hasta hace poco tiempo, bastaba con que la alternativa escogida fuera útil para lo que se requería, sin embargo los recursos disponibles son limitados, entonces no basta con elegir una alternativa solo porque esta sirve, sino que se hace necesario elegir la “mejor” de todas las posibilidades, es decir, la requiere de menos recursos para obtener el mismo resultado.

De este modo, surge el concepto de optimización, que se refiere a la selección del mejor elemento de un conjunto de elementos posibles, de acuerdo a un criterio de selección dado. Para esto, se deben emplear métodos de optimización que permitan conocer los mejores valores que puede asumir dicho conjunto de variables (Dantzig, 2010).

4.2.1. Optimización Heurística

La heurística es la capacidad de resolver un problema, sin que haya una prueba matemática del desempeño de la solución. *La heurística es el arte y la ciencia del descubrimiento y la invención* y permite resolver problemas mediante la creatividad y el pensamiento divergente (Pólya, 1945).

Para abordar un problema desde la heurística, Pólya (1945) reconoce cuatro aspectos que deben tenerse en cuenta y que describen claramente lo que es un método heurístico:

- **Primero: Entender el problema.** ¿Cuál es la incógnita? ¿Cuáles son los Datos? ¿Cuáles son las condiciones y restricciones? Dibuje un esquema.
- **Segundo: Elaborar un plan.** Encuentre la conexión entre los datos y la incógnita. Si no tiene suficiente conocimiento sobre la relación, considere problemas auxiliares, experiencias anteriores y trabajos relacionados o familiares al problema. Si no conoce la solución puede asumir una y realizar deducciones de la misma (razonamiento a la inversa).
- **Tercero: Lleve a cabo el plan:** Compruebe cada paso. ¿Es posible establecer que el procedimiento es correcto? ¿Se puede comprobar el resultado?
- **Cuarto:** Examinar la solución obtenida. ¿Se puede derivar la solución de otra manera? ¿Se pueden usar los resultados en la resolución de otro problema?

De este modo, se puede extender el concepto para entrar a definir lo conocido como **Metaheurística**. Esta palabra viene del griego “Meta”, que quiere decir más allá y del griego “Heurística”, que quiere decir encontrar. De modo que la metaheurística es un método o técnica que permite el cálculo y búsqueda de soluciones óptimas a problemas complejos de optimización de manera eficiente, es decir, en tiempos computacionales razonables.

4.2.2. Función Objetivo

Los problemas de optimización se basan en “*problemas de desigualdad*”, es decir, consisten en minimizar o maximizar una variable a partir de restricciones de desigualdad. Se parte de elegir sistemáticamente los valores de entrada de modo que se obtengan unos valores de salida mediante una “*función objetivo*”. La función objetivo o de coste, es la función que mide cualitativamente el funcionamiento del sistema en un proceso de optimización, de modo que lo que se busca es la maximización o minimización de esta, enmarcado en una gama de posibles soluciones.

Esta función representa la propiedad más importante del fenómeno analizado o del diseño, en el caso del diseño estructural de una cercha, será el peso o el costo de la misma.

Un problema de optimización puede ser expresado de la siguiente manera (Muñoz, 2010):

- **Dada:** una función $f: A \rightarrow R$ donde A es un conjunto de números reales.
- **Buscar:** un elemento x_0 en A tal que $f(x_0) \leq f(x)$ para todo x en A ("minimización") o tal que $f(x_0) \geq f(x)$ para todo x en A ("maximización").

La complejidad de un problema de optimización viene dada por el tamaño del **"espacio de búsqueda o hiperespacio"** (cantidad de variables) y que tan complicada es la representación de dichas variables. Dicha representación de la solución se conoce como **"vector de diseño"**, y es el que define como será la posible solución (Diewert, 2008).

Existen diferentes tipos:

- Binaria.
- Entera.
- Continua o Real.
- Híbrida.
- De permutación.

Asimismo, existen diferentes tipos de funciones objetivo, de acuerdo al tipo de variable, formulación matemática y operatividad. Entre las más importantes, se tiene:

- Lineal y No Lineal.
- Unimodal y Multimodal.
- Estática y Dinámica.
- Sin Ruido y Con Ruido.
- Un objetivo y Multiobjetivo.

Sea cual sea el método y función de optimización escogido, este tiene que tener la capacidad de representar la totalidad de las soluciones, debe existir una ruta entre dos conexiones en el espacio y además la representación debe ser fácilmente operada, es decir, el método debe ser eficiente.

4.2.3. Restricción

Una restricción es un parámetro que permite ceñir, circunscribir o reducir a un límite un elemento determinado, de modo que haya validez en el diseño. Estas restricciones o limitaciones pueden ser impuestas directamente por una o varias variables (restricción explícita), o puede ser impuesta por un fenómeno que no tiene relación directa con las variables de diseño (restricción implícita) (Cerroloza y Annicchiarico, 1996). Dado que estas restricciones son aplicadas en problemas de tipo físico y matemático, se pueden clasificar en dos grandes grupos:

- **Funcionales:** Se refieren al comportamiento físico-mecánico del sistema.
- **Geométricas:** Se refieren a las dimensiones y tipología de los elementos.

En el ámbito estructural, las restricciones se refieren al comportamiento de la estructura y su estabilidad, y se imponen generalmente a los esfuerzos y deformaciones en los elementos y por ende a sus dimensiones mínimas y máximas. Además, deben imponerse restricciones constructivas para que los elementos obtenidos tengan una secuencia y configuración lógica y factible de ser llevada a cabo en la realidad.

4.2.4. Formulación del problema de optimización del peso de una estructura

La formulación de un problema de optimización matemática, se basa en la toma de decisiones respecto a los mejores elementos para una configuración dada, sujeta a unas restricciones. Esta formulación se puede extender a un problema estructural y en términos generales es la siguiente:

Minimizar:

$$W = f(x_i), \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (\text{Ec. 32a})$$

Sujeto a:

$$h_j(x_i) = 0 \quad j = 1, 2 \dots ne, \quad (\text{Ec. 32b})$$

$$g_j(x_i) \leq 0 \quad j = ne + 1 \dots m, \quad (\text{Ec. 32c})$$

$$x_i^l \leq x_i \leq x_i^u \quad (\text{Ec. 32d})$$

Donde x_i representa la decisión respecto a la variable i .

$f(x_i)$ es la función objetivo del problema de optimización, la cual establece la condición que debe cumplir cada elemento, de acuerdo a las restricciones mostradas en las ecuaciones 32b, 32c y 32d. Las variables involucradas pueden ser discretas o continuas.

Las variables involucradas en un problema de optimización estructural son llamadas variables de diseño y controlan la geometría o las propiedades de una estructura (Saka y Geem, 2012). Las restricciones impuestas a estas variables por lo general están dadas en los códigos de diseño, los cuales dan unas limitaciones que se relacionan con la funcionalidad y resistencia que se esperan tenga la estructura.

La literatura muestra que una de las formas más comunes de plantear un problema de optimización estructural es el “*diseño y análisis acoplado*” (CAND), en el cual únicamente las propiedades de la estructura son tomadas como variables de diseño. Existen otras formulaciones en las cuales se incluyen los desplazamientos o la rigidez como variables de diseño como el método de “*diseño y análisis simultáneo*” (SAND).

4.3. Algoritmos Genéticos

Los algoritmos genéticos, son un método de optimización metaheurístico y una rama de la inteligencia artificial que busca solucionar problemas complejos mediante sistemas evolutivos de búsqueda que funcionan análogamente a la selección natural y la genética molecular de los seres vivos. Desde el origen de la vida, las distintas especies han evolucionado y mutado para adaptarse a los cambios del medio en el que se desarrollan. Del mismo modo, los algoritmos genéticos son capaces de crear soluciones a problemas del mundo real y evolucionar hasta los valores óptimos del problema.

Estos algoritmos hacen evolucionar una población de individuos, mediante acciones aleatorias que actúan sobre los mismos (mutaciones y recombinaciones genéticas), para realizar una selección de acuerdo a algún criterio, de modo que se decida cuál de los individuos son más adaptados, es decir, cuales sobreviven y cuáles son los menos adaptados, los cuales son descartados.

Un algoritmo genético es un método de búsqueda dirigida basada en probabilidad. Bajo una condición muy débil (que el algoritmo mantenga elitismo, es decir, guarde siempre al mejor elemento de la población sin hacerle ningún cambio) se puede demostrar que el algoritmo converge en probabilidad al óptimo. En otras palabras, al aumentar el número de iteraciones, la probabilidad de tener el óptimo en la población tiende a 1 (uno).

Koza (1992) define de forma clara y global los algoritmos genéticos como *“Un algoritmo matemático altamente paralelo que transforma un conjunto de objetos matemáticos individuales con respecto al tiempo, usando operaciones modeladas de acuerdo al principio Darwiniano de reproducción y supervivencia del más apto, y tras haberse presentado de forma natural una serie de operaciones genéticas entre las que destaca la recombinación sexual. Cada uno de estos objetos matemáticos suelen ser una cadena de caracteres (letras o números) de longitud fija que se ajusta al modelo de las cadenas de cromosomas y se les asocia con una cierta función matemática que refleja su aptitud”*.

Una de las características más importantes de los algoritmos genéticos es la robustez, que se refiere al equilibrio entre la eficacia y eficiencia necesarias para sobrevivir en ambientes diferentes. A medida que un sistema de inteligencia artificial es más robusto, se pueden reducir los costos por rediseño del mismo (Goldberg, 1989). Como la ventaja de los AG's es que son una técnica robusta, a pesar de que el algoritmo no encuentre la solución óptima del problema, es altamente probable que se encuentren soluciones de una calidad aceptable, en un tiempo mucho menor que con algoritmos de optimización combinatoria o mediante un método clásico.

Otro aspecto importante de los AG's es que trabajan de forma multidireccional y simultánea. La búsqueda se realiza de forma más intensiva en las direcciones más prometedoras, sin embargo también se dedica parte del esfuerzo a considerar regiones de menor relevancia. De este modo, la población sufre una evolución simulada, en la cual cada generación de individuos apropiados se reproduce mientras que los no apropiados mueren. Durante este proceso se generan nuevos individuos con características heredadas de sus padres pero también con características propias (Molina y Lee, 2010).

Esto muestra que los algoritmos genéticos buscan un equilibrio entre dos objetivos aparentemente conflictivos: explotar las mejores cualidades de las posibles soluciones y explorar el espacio de búsqueda. Por esta razón, algunos autores consideran que los AG's emplean paralelismo de forma implícita.

Las principales ventajas de los algoritmos genéticos respecto a los algoritmos clásicos y los demás métodos heurísticos son las siguientes (Goldberg, 1989):

- Trabajan con una codificación de un conjunto de parámetros, no con los parámetros mismos.

- Trabajan con un conjunto de puntos, no con un único punto y su entorno (su técnica de búsqueda es global.) Utilizan un subconjunto del espacio total, para obtener información sobre el universo de búsqueda, a través de las evaluaciones de la función a optimizar. Esas evaluaciones se emplean de forma eficiente para clasificar los subconjuntos de acuerdo con su idoneidad.
- No necesitan conocimientos específicos sobre el problema a resolver; es decir, no necesariamente están sujetos a restricciones. Por ejemplo, se pueden aplicar a funciones no continuas, lo cual les abre un amplio campo de aplicaciones que no podrían ser tratadas por los métodos tradicionales.
- Utilizan operadores probabilísticos, en vez de los típicos operadores determinísticos de las técnicas tradicionales.
- Resulta sumamente fácil ejecutarlos en las modernas arquitecturas masivas en paralelo.
- Cuando se usan para problemas de optimización, resultan menos afectados por los máximos locales que las técnicas tradicionales (son métodos robustos).

Para resolver un problema de optimización empleando algoritmos genéticos, deben definirse los siguientes parámetros:

4.3.1. Representación de la Solución (Cromosoma)

Un cromosoma es un individuo, es decir, una solución que se esté manejando. Está conformado por la combinación de varios genes (característica o variable del problema), los cuales le otorgan características particulares a dicha solución. Se requiere que las variables de diseño sean codificables en cadenas de longitud finita, en un lenguaje dado. Pueden usarse codificaciones como la binaria, flotante, códigos alfabéticos o la *representación gray*, según las condiciones del problema ser resuelto.

4.3.2. Población

Este parámetro indica el número de cromosomas que tenemos para una generación determinada. Es importante que exista una población lo suficientemente amplia, para que haya un adecuado número de reproducciones y se llegue a una solución óptima. No obstante, el tamaño de la población debe definirse de modo que no sea demasiado amplio y por lo tanto la convergencia tome mucho tiempo. Por lo general, la población inicial se genera como una combinación aleatoria de individuos a partir de un rango de variables de diseño.

4.3.3. Función de evaluación (Fitness)

Esta función es la que vincula al AG con el problema de optimización y es la que evalúa la calidad de la solución. Comienza tomando un cromosoma de entrada y retorna un número o conjunto de números que dan una medida de la calidad del cromosoma en relación a las condiciones del problema.

Según De Jong (1975), cuyo trabajo se centra en la escogencia de funciones de optimización, se pueden distinguir los siguientes tipos de funciones para el caso de los AG's:

- Continuas / Discontinuas.
- Convexas / No Convexas.
- Unimodales / Multimodales.
- Cuadráticas / No Cuadráticas.
- Dimensionalidad Alta / Dimensionalidad Baja.
- Determinísticas / Estocásticas.

4.3.4. Operadores Genéticos

Se aplican de modo que se altere la composición de los descendientes (mutación o cruce). Análogamente a la teoría de evolución de las especies de Darwin, se distinguen tres operaciones genéticas que se deben aplicar a los individuos para evolucionar una población.

4.3.4.1. Selección

Es el operador que selecciona un grupo de individuos de la población actual para el apareamiento, dependiendo del valor de su fitness (Saka y Geem, 2012). La probabilidad de selección (determinística) está dada por la ecuación 33.

$$p_{selec_i} = \frac{f_i}{\sum f_i} \quad (\text{Ec. 33})$$

Donde f_i es el fitness del individuo i .

4.3.4.2. Cruzamiento o Reproducción

Esta es la segunda operación genética, en la cual los *strings* de los padres seleccionados son fraccionados y algunos genes son intercambiados para generar nuevos individuos.

De este modo, la información genética de los padres es intercambiada con el fin de que los hijos tengan las mejores cualidades de ambos (Saka y Geem, 2012). Esto depende de la probabilidad de cruzamiento, la cual indica la frecuencia con la que se producen cruces entre los cromosomas padre, es decir, representa la probabilidad de que haya reproducción. En este sentido, si la probabilidad de cruce es cero, los cromosomas hijos serán copias exactas de los padres. De manera complementaria, si la probabilidad es del 100% el hijo se crea por cruce y no por partes de los padres. En cualquier otro caso, los hijos tendrán partes de los cromosomas de los padres.

Este proceso consiste en que, si se tienen dos cadenas de n bits, se elige aleatoriamente un número k en el intervalo $(1, n-1)$ y se crean dos hijos intercambiando las cadenas comprendidas entre 1 y k . La figura 10, muestra cómo se da el cruce entre dos individuos.

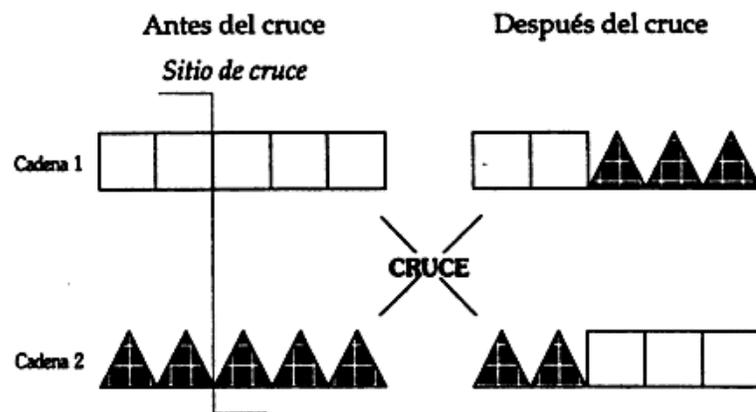


Figura 10. Esquema Grafico de la Operación de Cruzamiento (Cerroloza y Annicchiarico, 1996)

4.3.4.3. Mutación

Una vez aplicado el cruzamiento para obtener una nueva población se aplica el tercer operador genético, la mutación, la cual consiste en alterar aleatoriamente los genes de algunos de los individuos de la población. Consiste en elegir aleatoriamente un número k del intervalo $(0, n-1)$, y si la posición k del intervalo le corresponde un 1 se coloca un 0 y viceversa. De este modo, se amplía el espacio de búsqueda para abordar zonas que no podrían ser exploradas de otro modo y evitar una pérdida prematura de información genética relevante. Si no hay mutación, los descendientes son los mismos que había cuando se dio la reproducción. En caso de que haya mutaciones, parte del cromosoma descendiente es modificado y si la probabilidad de mutación es del 100%, significa que la totalidad del cromosoma es alterada.

4.3.4.4. Elitismo

Este operador se emplea para que las operaciones de cruce y mutación no afecten un buen cromosoma indefinidamente. Lo que hace es copiar el mejor individuo de la población anterior a la siguiente, lo que permite una mejor convergencia del algoritmo. Sin embargo, deben imponerse las restricciones necesarias para que no se generen “superindividuos”.

4.3.5. Algoritmo Genético Simple y Paralelismo Implícito

En la figura 11, se muestra el diagrama de flujo de un algoritmo genético simple, con la secuencia cronológica de las operaciones genéticas descritas anteriormente.

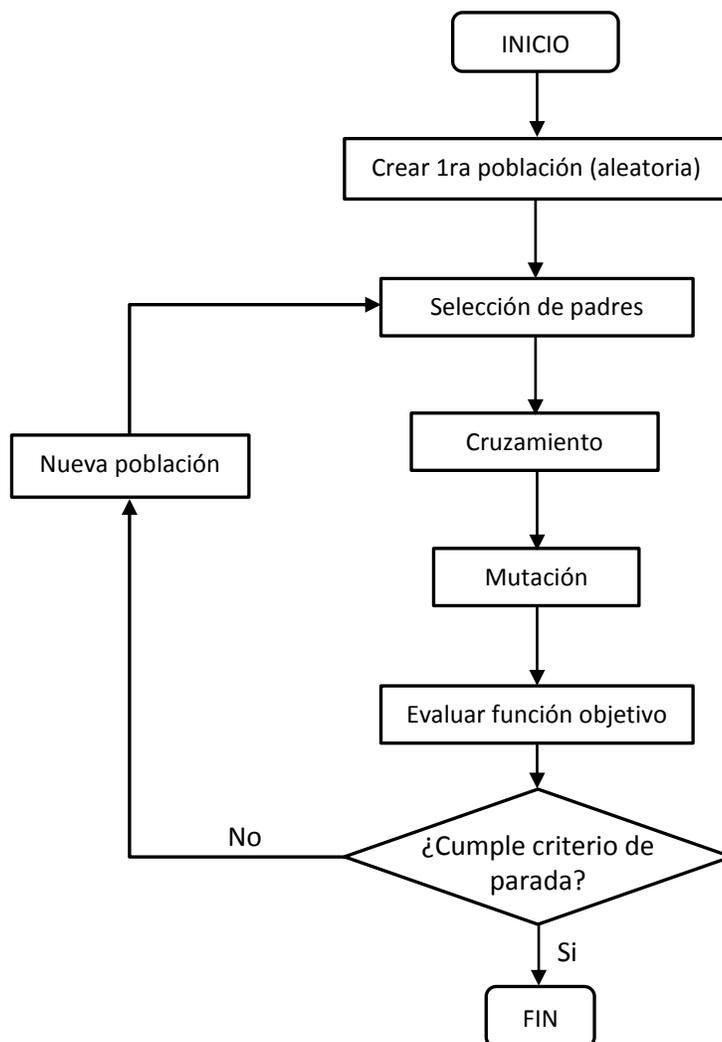


Figura 11. Diagrama de Flujo Algoritmo Genético Simple

Los algoritmos genéticos, así diseñados, tienden a converger rápidamente hacia la estructura óptima examinando una pequeña fracción de los individuos del espacio de búsqueda (Cerrolaza y Annicchiarico, 1996). A pesar de que esto parezca complicado y poco sustentable, Holland lo demuestra evidenciando que los AG's realizan un proceso de paralelismo implícito y que de forma exponencial, a medida que evoluciona la población generación tras generación, se van seleccionando los *esquemas* más adaptados, hasta llegar a encontrar el individuo óptimo. En la figura 12, se muestra el paralelismo implícito en un algoritmo genético.

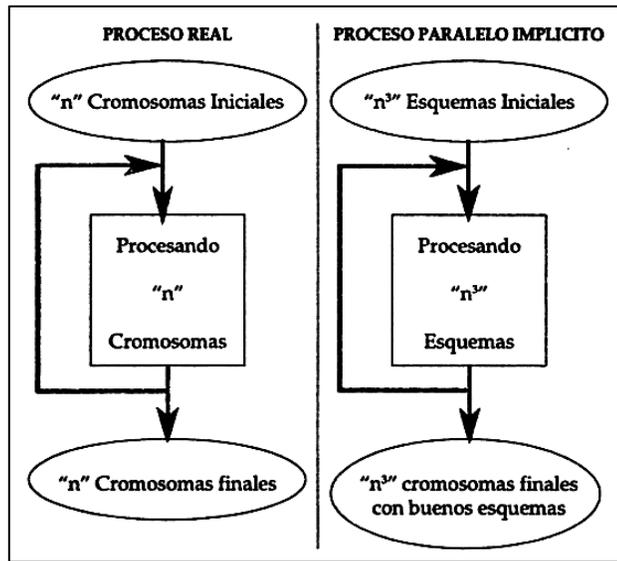


Figura 12. Proceso en Paralelo implícito en un AG (Cerrolaza y Annicchiarico, 1996)

Se puede definir un “esquema” como una cadena formada por una terna de símbolos $\{0, 1, *\}$, donde el signo * representa un posición en la cual de forma aleatoria puede aparecer un 0 o un 1, de modo que solo las dos primeras posiciones son fijas y la tercera es un “comodín”.

Para una población $A(t)$, de n individuos y una probabilidad de selección de p_s , se tiene que hay $m(H,t)$ individuos que contienen el esquema H . Por lo tanto, en la siguiente generación habrá:

$$m(H, t + 1) = m(H, t) * n * p_s \quad (\text{Ec. 34})$$

Y se define la probabilidad de selección como:

$$p_s = \frac{f(H)}{\sum f_i} \quad (\text{Ec. 35})$$

Donde $f(H)$ es el valor de la función fitness, obtenida como el promedio aritmético de los individuos que la contienen. Sustituyendo la Ec. 35 en la Ec. 34, se tiene que:

$$m(H, t + 1) = m(H, t) = \frac{f(H)}{f_m} \quad (\text{Ec. 36})$$

Siendo f_m el fitness medio de la población.

$$f(H) = f_m + c * f_m \quad (\text{Ec. 37})$$

Reemplazando la Ec. 37 en la Ec. 36, se tiene que:

$$m(H, t + 1) = m(H, t) = \frac{f_m + c f_m}{f_m} = m(H, t) * (1 + c) \quad (\text{Ec. 38})$$

De la ecuación 38 se puede observar que cuando se parte de una población inicial ($t=0$), los individuos con esquemas de mayor mérito crecen exponencialmente ($c > 0$) y los individuos con menores aptitudes decrecen exponencialmente ($c < 0$). El esquema de programación de un algoritmo genético simple se muestra a continuación:

```

INICIAR //Algoritmo Genético Simple//
  Generar Población Inicial Aleatoria
  Calcular el fitness de cada individuo de la población
  MIENTRAS QUE No se alcance criterio de convergencia HACER
    INICIAR //Crear Nueva Generación//
      PARA Tamaño Población/HACER
        //Operaciones Genéticas//
        Selección (aplicar probabilidad de selección de acuerdo al fitness de los individuos)
        Cruzamiento (de acuerdo a la probabilidad de cruce)
        Mutación (aplicando la probabilidad de mutación)
        Calcular el fitness de los nuevos individuos de la población
      FIN
    SI      Se alcanza el criterio de convergencia
      Terminar = VERDADERO
  FIN
FIN

```

4.4. Programación en Paralelo

En la actualidad todos los problemas complejos de las distintas ramas de la ciencia son resueltos mediante el uso de herramientas computacionales, debido a que estas simplifican los procesos y permiten obtener soluciones rápidamente, con un nivel de exactitud muy alto. Con la aparición de las computadoras a mediados del siglo XX, se ha abierto un mundo de posibilidades que ha permitido el desarrollo de la ciencia y la innovación a niveles que jamás se hubieran podido alcanzar sin la ayuda de estos (Hernández, 2011). Pero a medida que ha mejorado la tecnología computacional y de sistemas, también se han hecho más complejos los problemas a resolver, a pesar de que el desarrollo de los sistemas computacionales ha sido particularmente acelerado. Por esta razón, ha surgido la necesidad de optimizar el software, de manera que haya un mejor aprovechamiento de la capacidad de las computadoras.

Por lo general, los software comunes que se emplean con fines educativos o profesionales vienen configurados para trabajar en serie (algoritmo que trabaja con un flujo de instrucciones que avanzan linealmente y en las cuales se realiza una instrucción a la vez), lo que hace que para que una nueva función pueda ejecutarse tiene que haberse ejecutado antes otra. Este flujo de instrucciones lo realiza un centro de procesamiento, cuya potencia viene dada por la calidad del procesador de la máquina. Además, la ejecución de este tipo de funciones trabaja con la memoria aleatoria de la computadora y a medida que aumenta la complejidad de los problemas también se incrementa el uso de la memoria interna.

Normalmente los problemas de ingeniería, y de ingeniería estructural en particular, suelen tener niveles de complejidad altos, ya que se realizan mediante la resolución de sistemas matriciales y ecuaciones diferenciales de alto orden. Dado que la resolución de problemas complejos implica un mayor uso de recursos computacionales, gastos de energía y tiempo, la *computación en paralelo* se ha convertido en el paradigma dominante de la arquitectura de computadores, principalmente en lo relacionado a procesadores multinúcleo (Asanovic *et al.*, 2006).

Por programación en paralelo, computación paralela o paralelismo se está refiriendo al uso simultáneo de múltiples recursos computacionales para resolver un problema, utilizando de forma coordinada más de un elemento de procesamiento.

Se pueden distinguir dos formas básicas de trabajar la computación en paralelo:

- Utilizar varios computadores de bajo rendimiento, de manera que se pueda conseguir un rendimiento satisfactorio cuando conforman un multicomputador o un clúster entre sí.
- Cuando se posee un computador de buenas prestaciones, se pueden distribuir las funciones computacionales en los diferentes núcleos que tenga el procesador de la máquina, para de esta manera obtener los mejores rendimientos.

Existen varios tipos de computación en paralelo: Paralelismo a nivel de bit, paralelismo a nivel de construcción, paralelismo de datos, paralelismo de tareas, entre otros (Moreno, 2005). El presente trabajo se basará en este último tipo de paralelización, ya que lo que se busca es distribuir las tareas de análisis de la estructura, de modo que se ejecuten paralelamente y no en serie.

4.4.1. Paralelismo de Datos

Este tipo de computación en paralelo es aplicable a programas con ciclos iterativos, ya que se centra en la distribución de los datos entre los diferentes nodos computacionales que deben tratarse en paralelo. Este método es ampliamente usado en aplicaciones científicas y de ingeniería, ya que la paralelización de ciclos conduce, por lo general, a secuencias similares de operaciones o funciones que se realizan a una gran estructura de datos. *Idealmente, esta ejecución simultánea de operaciones, se traduce en una aceleración neta global de cómputo.*

El paralelismo de datos es un paradigma bastante apropiado para operaciones sobre vectores y matrices, dado que muchas de ellas consisten en aplicar la misma operación sobre cada uno de sus elementos. Los métodos para repartir los datos dependen del modelo de programación paralela que se escoja.

Para paralelizar un algoritmo genético, se tienen tres esquemas distintos:

- Cada procesador opera independientemente en una población aislada de individuos, compartiendo los mejores con los otros procesadores mediante un operador de **migración**.
- Cada procesador hace una parte del algoritmo, para una población común.
- Utilizar una combinación de los dos anteriores (*hibrida*).

Uno de los modelos de migración que se puede acoplar apropiadamente para problemas de optimización estructural, es el *Modelo de Islas*.

4.4.1.1. Modelo de Islas y Paradigma Maestro - Esclavo

El concepto del *modelo de islas* es bastante simple, y consiste en tomar una población inicial y dividirla en subpoblaciones a las cuales se les aplica el algoritmo de diseño, y cada cierto número de generaciones se efectúa una migración entre las distintas subpoblaciones o *islas* (Rosenberg, 1967). Esto permite que las diferentes islas compartan información genética, cuyo intercambio es controlado a través de una tasa de migración, para evitar que el programa converja antes de evaluar todas las soluciones. Los modelos de islas pueden ser de varios tipos, según la forma como las islas se comuniquen entre sí.

Uno de los esquemas más empleados es el **paradigma maestro – esclavo**. En este se busca resolver un problema de tamaño m , asumiendo que el trabajo puede ser dividido en un conjunto p de tareas independientes: $tarea_1, tarea_2, \dots, tarea_m$ de tamaños m_1, m_2, \dots, m_p donde $\sum_{i=1}^p m_i = m$. Al no haber dependencia entre los datos, cada una de las tareas puede ser procesada en paralelo por p procesadores, los cuales se denominan *esclavos* (Moreno, 2005).

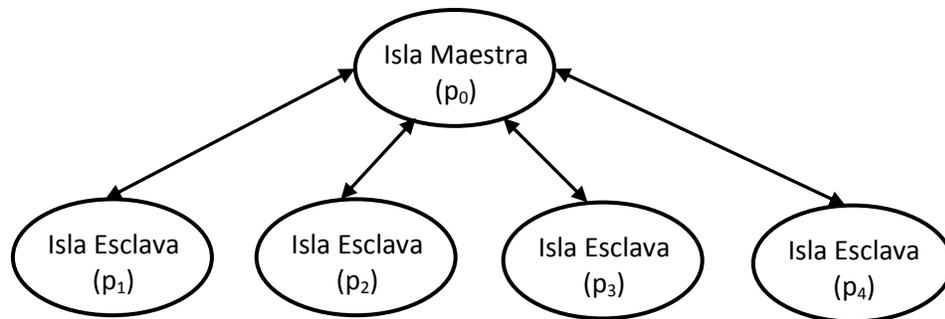


Figura 13. Arquitectura del Esquema Maestro - Esclavo

En la figura 13, se muestra el esquema de una programación paralela mediante paradigma maestro – esclavo), donde p_0 es el procesador (isla) maestro, y p_1, \dots, p_p son los procesadores esclavos. Los algoritmos implementados con este modelo han tenido gran eficacia en la resolución de problemas matriciales, por encima de los esquemas de cluster heterogéneo, obteniéndose resultados con gran aproximación numérica (Moreno, 2005). Dependiendo del orden en que el maestro reciba los resultados de los esclavos pueden establecerse diferentes estrategias con el fin de optimizar los tiempos de convergencia.

5. METODOLOGÍA DE DISEÑO DEL ALGORITMO GENÉTICO MULTICROMOSOMA

En este capítulo se muestran todas las fases necesarias para la formulación, desarrollo y programación del algoritmo genético multi-cromosoma para diseño de armaduras 3-D.

En primera instancia, se muestra la formulación, que es el punto de partida para el desarrollo de cualquier problema de optimización, a partir de la cual se realizan todas las definiciones respecto al tratamiento de las variables que están involucradas en el problema, a las restricciones a las que están sujetas y a como se debe evaluar la calidad de las soluciones obtenidas.

En este sentido, se efectuó una recopilación de información exhaustiva y un estado del arte que abarcó toda la teoría referente a las metaheurísticas, técnicas de optimización, algoritmos genéticos y programación en paralelo aplicada a la optimización del diseño de armaduras. La búsqueda contempló libros, investigaciones, papers, discusiones doctorales, memorias de conferencia y demás medios de información científica relevantes. Del mismo modo, se analizaron los aspectos normativos que rigen el diseño de estructuras tipo armadura, consignados en las normas AISC (American Institute of Steel Construction). Los puntos más representativos a nivel teórico, normativo y de antecedentes se muestran en los capítulos 3 y 4, respectivamente.

Posteriormente, se desarrolla el programa de elementos finitos para el cálculo de armaduras 3-D. Luego, se realiza la programación del algoritmo genético serial en JAVA® de acuerdo a todas las definiciones de la formulación del problema, se vinculan los dos programas y se realizan las pruebas necesarias de calibración y validación. Finalmente, se implementó un esquema de paralelización para mejorar el rendimiento del programa.

5.1. Función Objetivo y Restricciones del Problema

Como se menciona en el capítulo 4, un problema de optimización está definido por una función objetivo la cual está sujeta a unas restricciones. Para el desarrollo del algoritmo, se adoptó el modelo de *Análisis y Diseño Acoplado (CAND)* por sus siglas en inglés, el cual es un tipo de formulación en la cual la fase de diseño está separada de la fase de análisis del algoritmo genético (Saka y Geem, 2012). De esta manera, se consideran las propiedades de las secciones, como áreas o momentos de inercia de los elementos, como las variables de diseño. El problema de optimización, se puede describir así:

Minimizar:

$$W = \rho \sum_{i=1}^{ng} l_i A_i, \quad i = 1, 2, \dots, ng, \quad (\text{Ec. 39a})$$

Sujeto a:

$$\delta_j(A_i) \leq \delta_{max} \quad j = 1, 2, \dots, nj, \quad (\text{Ec. 39b})$$

$$\sigma_k(A_i) \leq \sigma_{adm} \quad k = 1, 2, \dots, nm, \quad (\text{Ec. 39c})$$

$$A_{il} \leq A_i \leq A_{iu} \quad (\text{Ec. 39d})$$

Dónde:

W : Peso de la armadura.

ρ : Peso específico del acero (7850 kg/m³ ó 0.28 lb/in³).

l_i : Longitud de elementos en el grupo i .

A_i : Área de la sección transversal de los elementos del grupo i .

ng : Número de grupos.

$\delta_j(A_i)$: Desplazamiento en el nudo j .

δ_{max} : Desplazamiento máximo admisible.

nj : Numero de nodos.

$\sigma_k(A_i)$: Esfuerzo máximo en el elemento k .

σ_{adm} : Esfuerzo máximo admisible en el elemento (ΦP_n).

nm : Número de miembros de la estructura.

La ventaja de la formulación anterior se encuentra en el hecho de que es posible manejar de manera independiente el programa de análisis de elementos finitos del algoritmo de optimización, de modo que por cada análisis de una población es necesario realizar la revisión de la armadura para cada individuo. No obstante, esto repercute en un incremento en el uso de recursos computacionales. Básicamente, la función de evaluación (fitness) consiste en la minimización del peso de la armadura sujeta a tres restricciones principales, relacionadas con valores admisibles de esfuerzos y desplazamientos y con la necesidad de respetar aspectos de tipo constructivo.

5.1.1. Restricción de Esfuerzo

Como se mencionó en el capítulo 4, los elementos que trabajan a compresión pueden presentar falla por aplastamiento, por esbeltez o falla mixta. Por esta razón, debe controlarse la esbeltez, de la cual depende el cálculo del esfuerzo crítico de pandeo, requerido para obtener el esfuerzo resistente de un elemento metálico. Finalmente, este debe afectarse por un factor de seguridad o coeficiente de reducción de resistencia. La ecuación 40, muestra que se debe garantizar que dicho esfuerzo admisible del elemento (el cual depende del área de la sección transversal) debe ser mayor o igual al esfuerzo actuante, obtenido del PEF (Programa de Elementos Finitos).

$$\sigma_{adm} = \phi P_n \geq \sigma_k(A_i) \quad (\text{Ec. 40})$$

5.1.2. Restricción de Desplazamiento

El método LRFD y las normativas internacionales vigentes, además de considerar en el diseño la resistencia de los elementos, dan especial importancia a las condiciones de servicio de las estructuras. Los desplazamientos en los nodos deben limitarse a ciertos valores, de modo que se controlen las vibraciones y no se generen daños en los elementos frágiles soportados por la armadura (cubiertas livianas, muros livianos, instalaciones, etc.).

El LRFD da unos valores de deflexiones máximas admisibles para evitar daños en elementos frágiles con los cuales se restringen los desplazamientos en los nodos de la estructura, como se muestra en la tabla 3. Es importante aclarar que estos valores se corresponden con los dispuestos en el numeral C.5.9.3 de la NSR-10 (deflexión máxima admisible calculada para elementos de concreto), en lo que se refiere a la flecha máxima por longitud del elemento.

Tabla 3

Deflexiones Máximas Admisibles (LRFD) y Relaciones L/d (adaptado de Fratelli, 2003)

Δ	L/d			
	$F_y = 250 \text{ MPa}$	$F_y = 300 \text{ MPa}$	$F_y = 350 \text{ MPa}$	$F_y = 420 \text{ MPa}$
L/180	44	37	32	26
L/240	33	28	24	20
L/300	28	23	20	17
L/360	22	19	16	13
L/600	14	12	10	8
L/800	10	8	7	6

5.1.3. Restricción Constructiva

Con el fin de garantizar que los elementos de la armadura tengan coherencia constructiva, espacialmente hablando, es necesario establecer un orden lógico entre perfiles. Además, se deben organizar en grupos de perfiles los diferentes elementos, con el fin de reducir la complejidad del problema y generar una organización preestablecida. Al ingresar los datos al programa, el usuario debe establecer cuantos grupos va a trabajar de acuerdo al tipo de armadura, los cuales se pueden clasificar en: (i) diagonales, (ii) paralelos o montantes, (iii) cordón superior y (iv) cordón inferior. Se debe verificar que las áreas de los perfiles estén dentro de un intervalo, de modo que no haya perfiles consecutivos con secciones significativamente diferentes, como se muestra en la ecuación 39d.

5.2. Población Inicial y el Tamaño de la Población

La población inicial se obtiene mediante una agrupación aleatoria de cromosomas, de acuerdo a la base de datos que se tiene disponible. Esta base de datos contiene todos los parámetros geométricos requeridos para el diseño y puede obtenerse de dos formas: (i) con valores de áreas dentro de un intervalo definido previamente o (ii) mediante una base de datos de perfiles comerciales. En el algoritmo esto se logra aplicando una clase de JAVA llamada *Random*.

La definición del tamaño de la población es un proceso de una significativa complejidad, debido a que, en el mejor concepto del autor, no existe una fórmula única para obtener este parámetro. Su cálculo corresponde a un procedimiento de ensayo y error, en el cual se modifica el valor y se observa la variación en la calidad de los resultados obtenidos. Para obtener el mejor valor, se tomaron varios tamaños de población los cuales se graficaron contra el peso de la armadura hasta obtener una tendencia hacia un valor de peso óptimo y verificando como es la mejora en la solución a medida que este se incrementa.

5.3. Funciones de Penalización

Para transformar el problema limitado de optimización descrito en el numeral 5.1.1 en uno sin restricciones se debe usar una función de penalización exterior. Smith y Coit (1995) proponen una función dinámica de penalización para problemas de minimización, la cual se emplea para “penalizar” las soluciones que violen las restricciones. Las funciones de penalización dinámica son comúnmente usadas debido a que a medida que se avanza en el proceso evolutivo se incrementa la penalización de acuerdo a los cambios en el valor de la función objetivo (Saka y Geem, 2012).

El esquema básico empleado es el siguiente:

$$f_p(x, t) = f(x) + \sum_{i=1}^n S_i d_i^k \quad (\text{Ec. 41})$$

Donde d_i es la distancia métrica de la restricción aplicada a la solución x y k es un coeficiente entre 1 y 2. Coello *et al.* (1995), Erbatur *et al.* (2000) y Saka and Geem (2012), entre otros investigadores, reportan buenos resultados empleando funciones de penalización externa dinámicas en problemas de optimización de armaduras. Para el presente estudio, se adoptó la versión de la función de penalización dinámica de Joines and Houck modificada por Erbatur *et al.* (2000):

$$\phi(x) = f(x) + (0.50 * t)^2 \sum_{i=1}^n [g_i(x)k] \quad (\text{Ec. 40})$$

A diferencia de Erbatur *et al.* (2000), quienes adoptan un valor de $k = 10$, en el presente estudio se toma un valor de $k = 15$, con el fin de aumentar la penalización de las peores soluciones, y de este modo orientar la búsqueda hacia las zonas donde hay mejores individuos.

5.4. Algoritmo de Optimización

El algoritmo de optimización a emplear es un *algoritmo genético auto-adaptado*. Kawamura *et al.* (2002), Xu *et al.*, Dede *et al.* (2011) y Villaba y Laier (2012) reportan buenos resultados empleando algoritmos genéticos modificados en la resolución de problemas con armaduras, estos últimos empleando un algoritmo genético multicromosoma para la detección de daño en este tipo de estructuras.

Este tipo de AG emplea 2 cromosomas, simultáneamente, para representar un individuo:

- Un *cromosoma binario* con codificación gray para representar la solución del problema, es decir, una combinación óptima de perfiles.*
- Un *cromosoma real* para modificar los parámetros genéticos durante el proceso evolutivo.

Los AG's auto-adaptados tienen la ventaja de que los parámetros genéticos no son constantes, sino que evolucionan a medida que se avanza en el proceso de optimización y se modifican de acuerdo a como va mejorando el fitness, lo que finalmente repercute en mejores resultados debido a que se garantiza una mayor diversidad del espacio de búsqueda. En la tabla 4 se muestra un ejemplo de las representaciones empleadas:

* La codificación gray o código binario reflejado, nombrado así en honor al investigador Frank Gray, es un sistema de numeración binario en el cual dos valores sucesivos solamente difieren en uno de sus dígitos.

Tabla 4

Ejemplo Cromosomas Real y Binario Típicos para la Representación de un Individuo

Cromosoma Binario - Posición Perfil para cada Elemento en una Armadura con X Elementos					
10001	01000	111100	01100	01010	000011

Cromosoma Real - Parámetros Genéticos			
0.785	0.856	0.008	0.011

Las características específicas y longitud de los cromosomas empleados se muestran en el numeral 5.6.

5.4.1. Elitismo

Una de las características más importantes para el diseño del algoritmo, es que este mantenga elitismo durante el proceso evolutivo, es decir, siempre se guarde al mejor individuo entre una generación y otra (ver Capítulo 4.3). Esto probabilísticamente garantiza que a medida que se aumenta el número de iteraciones, la probabilidad de obtener el valor óptimo tiende a 1.

Lo anterior se demuestra mediante la teoría de *convergencia en probabilidad*, la cual indica que cuanto a medida que n (tamaño de la muestra) aumenta, entonces la variable aleatoria toma valores cercanos a una constante c con mayor probabilidad. Un ejemplo simple de esto sería, dado una variable aleatoria que toma 2 valores c con probabilidad $1 - 1/n$ y n con probabilidad $1/n$. Entonces al hacer crecer n lo que ocurre es que el valor de “ n ” de la variable aleatoria aumenta pero su probabilidad disminuye a una velocidad de $(1/n)$, mientras que la probabilidad de que la variable tome el valor c va tendiendo a 1 (Montgomery y Runger, 2000).

Debido a que el algoritmo de optimización a emplear es auto-adaptado, se tienen en cuenta las siguientes consideraciones en la función de penalización para garantizar esta condición de elitismo (Coello, 2012):

- La violación de una restricción es computada para cada individuo.
- La mejor y la peor solución debe identificarse para cada población.
- La función de penalización solo se aplica si una o más soluciones factibles tienen un mejor fitness que la mejor solución anterior, para conservar la mejor solución.

5.4.2. Parámetros Genéticos

Los límites de los parámetros genéticos a emplear serán aquellos propuestos por Villalba y Laier (2012), en su trabajo de localización y cuantificación de daño en estructuras.

Tabla 5

Límites de los Parámetros Genéticos para la Simulación (adaptado de Villalba y Laier, 2012)

Límite	Cruzamiento		Mutación	
	Binario	Real	Binario	Real
Inferior	0.70	0.80	0.005	0.03
Superior	0.90	0.95	0.020	0.06

Para la selección de los parámetros reales se emplean un torneo con $n = 3$. Los valores mostrados en la tabla 5, fueron obtenidos experimentalmente.

5.5. Programa de Elementos Finitos para Análisis de Armaduras 3-D

De acuerdo a la teoría de diseño de armaduras 3-D, revisada en el capítulo 4, se desarrolló un programa de elementos finitos en MatLab®. Se escogió esta plataforma de programación debido a la gran variedad de herramientas matemáticas que posee, las cuales son muy útiles para problemas de este tipo, en los que se requiere de la continua operación de matrices de gran tamaño. En el anexo 1 se muestra el código del PEF.

5.5.1. Verificación y Validación Programa de Elementos Finitos

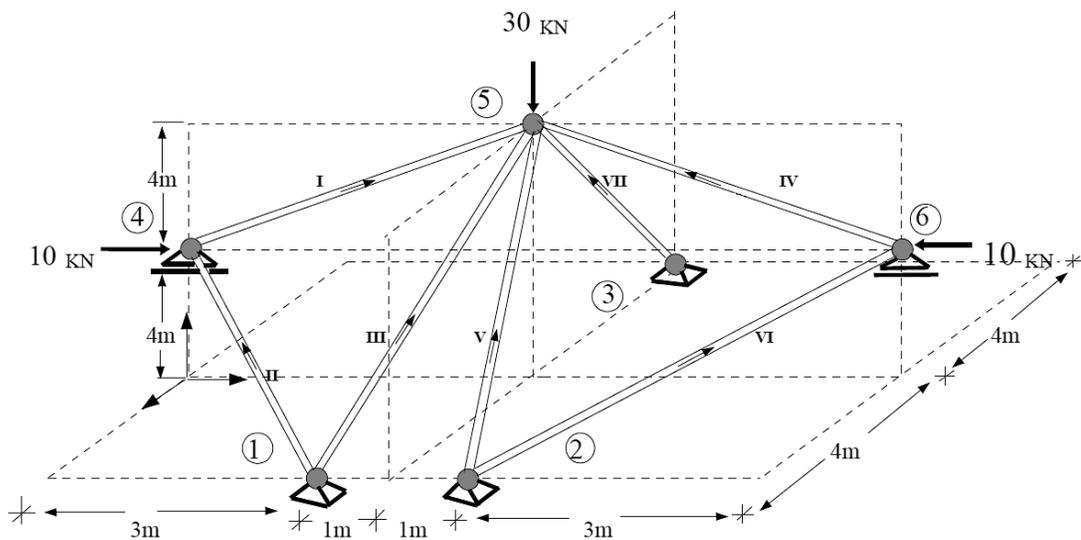


Figura 14. Esquema Armadura 3-D

Para verificar que los resultados obtenidos sean correctos, se realizó el diseño de la armadura 3-D de la figura 14 por el método matricial y mediante un modelo tridimensional en el programa SAP2000® v.14.2. y se confrontaron los desplazamientos y las fuerzas obtenidas con las que arrojo el PEF realizado en MatLab®.

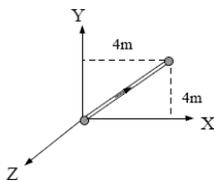
Se considera que todos los elementos son barras circulares de acero ($\Phi=0.252\text{m}$).

- Módulo de Elasticidad = $200'000.000 \text{ kN/m}^2$ (200.000 MPa) (acero).
- Área = 0.05 m^2 .

5.5.1.1. Verificación Mediante el Método Matricial

- Matrices de Transformación y Cosenos Directores:

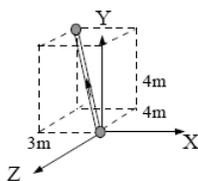
ELEMENTO I:



$$[T]_I = \begin{bmatrix} 0.707 & 0.707 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ -0.707 & 0.707 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.707 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.707 & 0.707 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & -0.707 & 0.707 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} l &= \cos \alpha = 0.707 \\ m &= \cos \beta = 0.707 \\ l &= \cos \gamma = 0.000 \end{aligned}$$

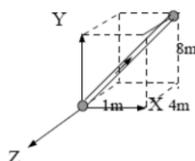
ELEMENTO II:



$$[T]_{II} = \begin{bmatrix} -0.469 & 0.625 & -0.625 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ -0.625 & -0.469 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.625 & 0.000 & -0.469 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & -0.469 & 0.625 & -0.625 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & -0.625 & -0.469 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.625 & 0.000 & -0.469 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} l &= \cos \alpha = -0.469 \\ m &= \cos \beta = 0.625 \\ l &= \cos \gamma = -0.625 \end{aligned}$$

ELEMENTO III:



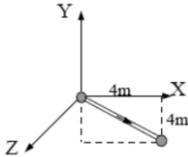
$$[T]_{III} = \begin{bmatrix} 0.111 & 0.888 & -0.444 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ -0.888 & 0.111 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.444 & 0.000 & 0.111 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.111 & 0.888 & -0.444 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.888 & 0.111 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.444 & 0.000 & 0.111 \end{bmatrix}$$

$$l = \cos \alpha = 0.111$$

$$m = \cos \beta = -0.888$$

$$l = \cos \gamma = -0.444$$

ELEMENTO IV:



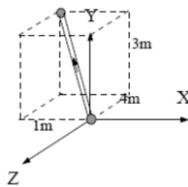
$$[T]_{IV} = \begin{bmatrix} 0.707 & -0.707 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.707 & 0.707 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.707 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.707 & -0.707 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.707 & 0.707 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.707 \end{bmatrix}$$

$$l = \cos \alpha = 0.707$$

$$m = \cos \beta = -0.707$$

$$l = \cos \gamma = 0.000$$

ELEMENTO V:



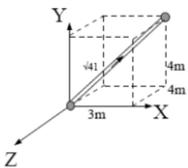
$$[T]_V = \begin{bmatrix} -0.111 & 0.888 & -0.444 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ -0.888 & -0.111 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.444 & 0.000 & -0.111 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & -0.111 & 0.888 & -0.444 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & -0.888 & -0.111 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.444 & 0.000 & -0.111 \end{bmatrix}$$

$$l = \cos \alpha = -0.111$$

$$m = \cos \beta = 0.888$$

$$l = \cos \gamma = -0.444$$

ELEMENTO VI:



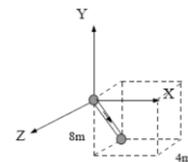
$$[T]_{VI} = \begin{bmatrix} 0.469 & 0.625 & -0.625 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ -0.625 & 0.469 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.625 & 0.000 & 0.469 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.469 & 0.625 & -0.625 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & -0.625 & 0.469 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.625 & 0.000 & 0.469 \end{bmatrix}$$

$$l = \cos \alpha = 0.469$$

$$m = \cos \beta = 0.625$$

$$l = \cos \gamma = -0.625$$

ELEMENTO VII:



$$[T]_{VII} = \begin{bmatrix} 0.000 & -0.894 & -0.447 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ -0.894 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.447 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & -0.894 & -0.447 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & -0.894 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.447 & 0.000 & 0.000 \end{bmatrix}$$

$$l = \cos \alpha = 0.000$$

$$m = \cos \beta = -0.894$$

$$l = \cos \gamma = -0.447$$

- Matrices de Rigidez Global de los Elementos:

ELEMENTO I:

$$[K_g]_I = \frac{2e8 * 0.05}{5.657} * \begin{bmatrix} 0.500 & 0.500 & 0.000 & -0.500 & -0.500 & 0.000 \\ 0.500 & 0.500 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ -0.500 & -0.500 & 0.000 & 0.500 & 0.500 & 0.000 \\ -0.500 & -0.500 & 0.000 & 0.500 & 0.500 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \end{bmatrix}$$

ELEMENTO II:

$$[K_g]_{II} = \frac{2e8 * 0.05}{6.403} * \begin{bmatrix} 0.220 & -0.293 & 0.293 & -0.220 & 0.293 & -0.293 \\ -0.293 & 0.390 & -0.390 & 0.293 & -0.390 & 0.390 \\ 0.293 & -0.390 & 0.390 & -0.293 & 0.390 & -0.390 \\ -0.220 & 0.293 & -0.293 & 0.220 & -0.293 & 0.293 \\ 0.293 & -0.390 & 0.390 & -0.293 & 0.390 & -0.390 \\ -0.293 & 0.390 & 0.390 & 0.293 & -0.390 & 0.390 \end{bmatrix}$$

ELEMENTO III:

$$[K_g]_{III} = \frac{2e8 * 0.05}{9.000} * \begin{bmatrix} 0.012 & 0.099 & -0.049 & -0.012 & 0.099 & 0.049 \\ 0.099 & 0.790 & -0.395 & -0.099 & -0.790 & 0.395 \\ -0.049 & -0.395 & 0.198 & 0.049 & 0.395 & -0.198 \\ -0.012 & -0.099 & 0.049 & 0.012 & 0.099 & -0.049 \\ -0.099 & -0.790 & 0.395 & 0.099 & 0.790 & -0.395 \\ 0.049 & 0.395 & -0.198 & -0.049 & -0.395 & 0.198 \end{bmatrix}$$

ELEMENTO IV:

$$[K_g]_{IV} = \frac{2e8 * 0.05}{5.657} * \begin{bmatrix} 0.500 & -0.500 & 0.000 & -0.500 & 0.500 & 0.000 \\ -0.500 & 0.500 & 0.000 & 0.500 & -0.500 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ -0.500 & 0.500 & 0.000 & 0.500 & -0.500 & 0.000 \\ 0.500 & -0.500 & 0.000 & -0.500 & 0.500 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \end{bmatrix}$$

ELEMENTO V:

$$[K_g]_V = \frac{2e8 * 0.05}{9.000} * \begin{bmatrix} 0.012 & -0.099 & 0.049 & -0.012 & 0.099 & -0.049 \\ -0.099 & 0.790 & -0.395 & -0.099 & -0.790 & 0.395 \\ 0.049 & -0.395 & 0.198 & -0.049 & 0.395 & -0.198 \\ -0.012 & -0.099 & -0.049 & 0.012 & -0.099 & 0.049 \\ 0.099 & -0.790 & 0.395 & -0.099 & 0.790 & -0.395 \\ -0.049 & 0.395 & -0.198 & 0.049 & -0.395 & 0.198 \end{bmatrix}$$

ELEMENTO VI:

$$[K_g]_{VI} = \frac{2e8 * 0.05}{6.403} * \begin{bmatrix} 0.220 & 0.293 & -0.293 & -0.220 & -0.293 & 0.293 \\ -0.293 & 0.390 & -0.390 & -0.293 & -0.390 & 0.390 \\ -0.293 & -0.390 & 0.390 & -0.293 & 0.390 & -0.390 \\ -0.220 & -0.293 & 0.293 & 0.220 & -0.293 & -0.293 \\ -0.293 & -0.390 & 0.390 & -0.293 & -0.390 & -0.390 \\ 0.293 & 0.390 & -0.390 & -0.293 & -0.390 & 0.390 \end{bmatrix}$$

ELEMENTO VII:

$$[K_g]_{VII} = \frac{2e8 * 0.05}{26.83} * \begin{bmatrix} 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.800 & 0.400 & 0.000 & -0.800 & -0.400 \\ 0.000 & 0.400 & 0.200 & 0.000 & -0.400 & -0.200 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & -0.800 & -0.400 & 0.000 & 0.800 & 0.400 \\ 0.000 & -0.400 & -0.200 & 0.000 & 0.400 & 0.200 \end{bmatrix}$$

- Resolución del Problema Matricial:

Uniando todas las matrices globales mediante los correspondientes grados de libertad y eliminando las columnas y filas correspondientes a los grados de libertad restringidos se obtiene la matriz de rigidez global de la estructura, con la cual es posible resolver el sistema matricial de la armadura para los desplazamientos en los nodos:

$$[K] * \{D\} = \{F\}$$

$$\begin{bmatrix} 0.123 & -0.088 & -0.088 & 0.000 & 0.000 \\ -0.088 & -0.179 & 0.000 & 0.000 & -0.088 \\ -0.088 & 0.000 & 0.441 & -0.043 & 0.088 \\ 0.000 & 0.000 & -0.043 & 0.066 & 0.000 \\ 0.000 & -0.004 & 0.088 & 0.000 & 0.122 \end{bmatrix} * \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \\ d_5 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 10.00 \\ 0.00 \\ -30.00 \\ 0.00 \\ -10.00 \end{Bmatrix}$$

$$d_1 = 0.000042 \text{ m}$$

$$d_2 = 0.000035 \text{ m}$$

$$d_3 = -0.000054 \text{ m}$$

$$d_4 = -0.000035 \text{ m}$$

$$d_5 = -0.000042 \text{ m}$$

Con esta misma expresión, y las matrices de rigidez locales es posible obtener las reacciones en los nodos restringidos y las fuerzas en los elementos.

5.5.1.2. Verificación Mediante un Modelo en SAP2000®:

Haciendo uso del programa de elementos finitos SAP2000®, se realizó un modelo tridimensional para calcular las sollicitaciones en los elementos.

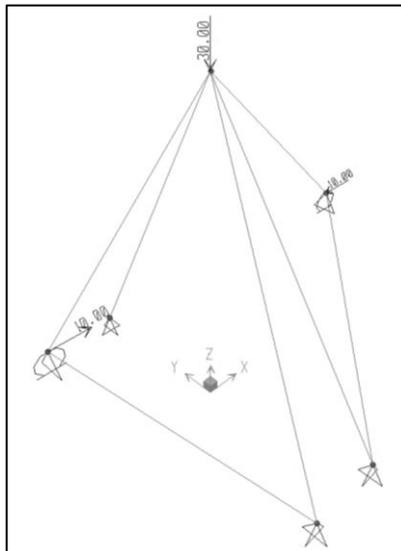


Figura 15. Esquema Unifilar y de Cargas del Modelo en SAP2000®

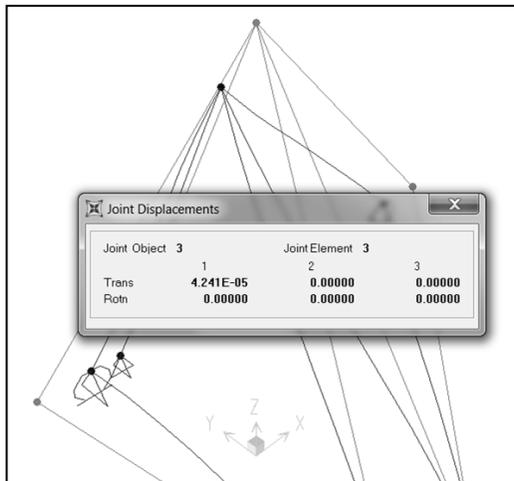


Figura 16. Resultados de Desplazamientos y Reacciones para un Nodo de Control

5.5.1.3. Comparación de Resultados con el Programa de Elementos Finitos (MatLab®)

El programa de elementos finitos se configuró inicialmente para que los datos de entrada se ingresaran por pantalla y asimismo, luego de correr el algoritmo, los resultados de fuerzas, reacciones y desplazamientos se mostraran en pantalla. Esto con la finalidad de poder hacer pruebas y calibrar el algoritmo de análisis. Los resultados para la armadura de prueba se muestran en la figura 17.

```

=====DESPLAZAMIENTOS DE LOS NODOS(metros)

      u(i)      v(i)      w(i)      u(j)      v(j)      w(j)
(1) [ 0.0000423] [ 0.0000000] [ 0.0000000] [ 0.0000000] [-0.0000544] [-0.0000354]
(2) [ 0.0000000] [ 0.0000000] [ 0.0000000] [ 0.0000423] [ 0.0000000] [ 0.0000000]
(3) [ 0.0000000] [ 0.0000000] [ 0.0000000] [ 0.0000000] [-0.0000544] [-0.0000354]
(4) [-0.0000423] [ 0.0000000] [ 0.0000000] [ 0.0000000] [-0.0000544] [-0.0000354]
(5) [ 0.0000000] [ 0.0000000] [ 0.0000000] [ 0.0000000] [-0.0000544] [-0.0000354]
(6) [ 0.0000000] [ 0.0000000] [ 0.0000000] [-0.0000423] [ 0.0000000] [ 0.0000000]
(7) [ 0.0000000] [ 0.0000000] [ 0.0000000] [ 0.0000000] [-0.0000544] [-0.0000354]

=====FUERZAS GLOBALES EN LOS NODOS====[Fx Fy Fz]global (KN)

      [fx(i)   fy(i)   fz(i)]<----->[fx(j)   fy(j)   fz(j)]
(1) [ 8.54975] [ 8.54975] [ 0.00000]   [-8.54975] [-8.54975] [ 0.00000]
(2) [-1.45025] [ 1.93366] [-1.93366]   [ 1.45025] [-1.93366] [ 1.93366]
(3) [ 0.40314] [ 3.22512] [-1.61256]   [-0.40314] [-3.22512] [ 1.61256]
(4) [-8.54975] [ 8.54975] [ 0.00000]   [ 8.54975] [-8.54975] [ 0.00000]
(5) [-0.40314] [ 3.22512] [-1.61256]   [ 0.40314] [-3.22512] [ 1.61256]
(6) [ 1.45025] [ 1.93366] [-1.93366]   [-1.45025] [-1.93366] [ 1.93366]
(7) [ 0.00000] [ 6.45025] [ 3.22512]   [ 0.00000] [-6.45025] [-3.22512]

=====FUERZAS LOCALES EN LOS ELEMENTOS====[Fx Fy Fz] (KN)

[ fnormal(i) ]<---->----[ fnormal(j) ]
(1) [ 12.09118]      [-12.09118]      (Fuerza de Compresión)
(2) [ 3.09537]      [-3.09537]      (Fuerza de Compresión)
(3) [ 3.62826]      [-3.62826]      (Fuerza de Compresión)
(4) [ 12.09118]      [-12.09118]      (Fuerza de Compresión)
(5) [ 3.62826]      [-3.62826]      (Fuerza de Compresión)
(6) [ 3.09537]      [-3.09537]      (Fuerza de Compresión)
(7) [ 7.21159]      [-7.21159]      (Fuerza de Compresión)

```

Figura 17. Resultados por Pantalla del PEF desarrollado en MatLab®

Tabla 6

Comparación de las Fuerzas en los Elementos

Elemento	Fuerzas Internas (kN)		
	Matricial	SAP2000®	PEF MatLab®
I	12.0912	12.0910	12.09118
II	3.0954	3.0950	3.09537
III	3.6283	3.6280	3.62826
IV	12.0912	12.0910	12.09118
V	3.6283	3.6280	3.62826
VI	3.0954	3.0950	3.09537
VII	7.2116	7.2120	7.21159

Nota: Las fuerzas están en valor absoluto, no se indica si son a tensión o a compresión

Tabla 7

Comparación de los Desplazamientos en los Nodos

Nodo	Desplazamientos (mm)								
	Matricial			SAP2000®			PEF MatLab®		
	U1	U2	U3	U1	U2	U3	U1	U2	U3
1	0.042	0.000	0.000	0.042	0.000	0.000	0.042	0.000	0.000
2	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
3	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
4	-0.042	0.000	0.000	-0.042	0.000	0.000	-0.042	0.000	0.000
5	0.000	0.035	-0.054	0.000	0.035	-0.055	0.000	0.035	-0.054
6	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
7	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

Como se observa en las tablas 6 y 7 tanto las fuerzas como los desplazamientos obtenidos mediante el programa de elementos finitos desarrollado en MatLab® son exactamente iguales a los obtenidos mediante SAP2000® y por el método matricial, lo cual valida el programa para su implementación en el diseño de armaduras mediante el AG.

5.5.2. Vinculación del PEF con el Algoritmo Genético

Dado que el algoritmo genético de optimización es independiente del programa de elementos finitos, es necesario transformar este último (que está programado en MatLab®) en una función que pueda ser leída desde JAVA®.

Para tal fin, se empleó el complemento de MatLab® llamado *deploytool*. Este permite transformar un código de MatLab® en un paquete ficheros JAVA®. De este modo, el programa de diseño de elementos finitos se lee como una función JAVA® y no se requiere emplear nuevamente el MatLab® para el diseño.

5.6. Diagrama de Flujo Algoritmo Genético Multicromosoma

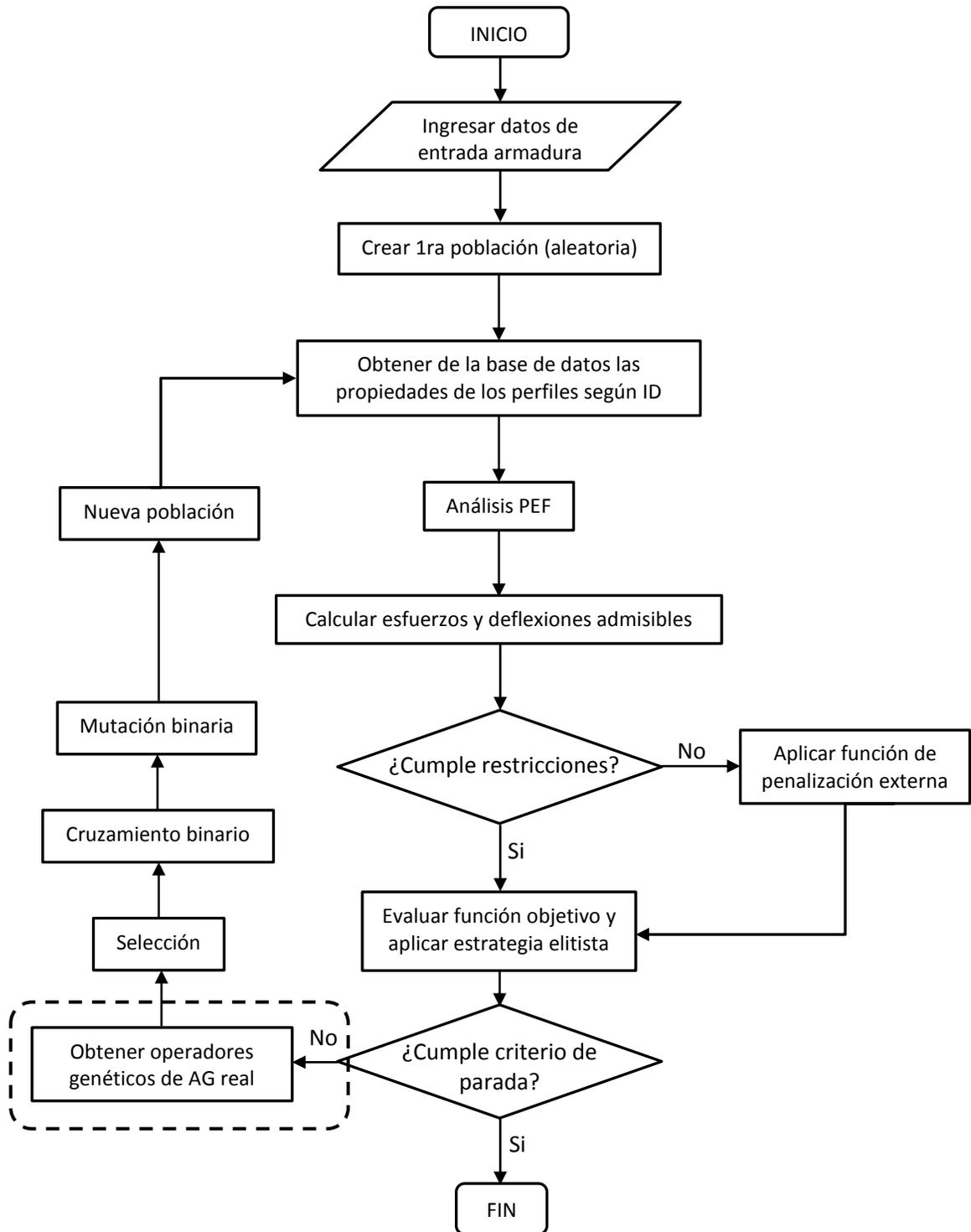


Figura 18. Diagrama de Flujo General Algoritmo Genético Multi-Cromosoma

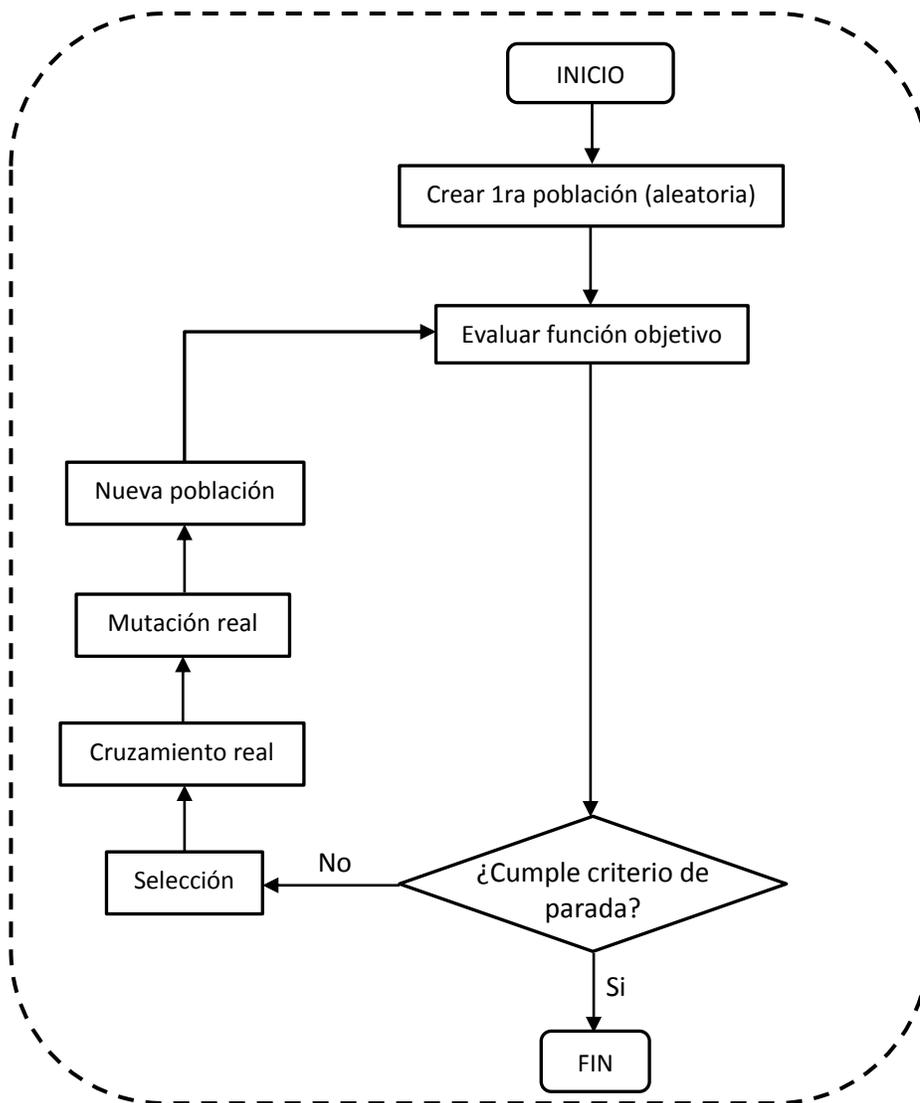


Figura 19. Diagrama de Flujo General Algoritmo Genético Real

El programa de optimización de armaduras diseñado sigue una secuencia lógica de acuerdo al diagrama de flujo de la figura 18. Como se observa, el algoritmo genético funciona en forma general como el algoritmo simple descrito en el capítulo 4.3. No obstante, tiene una modificación principal y es que los parámetros genéticos no son valores constantes sino que evolucionan en forma paralela al AG principal. A continuación se describe brevemente cada uno de los pasos del diagrama, los cuales conforman las clases del programa.

5.6.1. Ingreso de Datos de la Armadura

Todos los datos de entrada referentes a la geometría, conectividad, nodos restringidos y estado de carga de la armadura son almacenados en una hoja de cálculo de Excel. Sin embargo, se deja abierta la posibilidad de cargar la información desde bases de datos relacionales o archivos de texto plano, ya que se utilizan interfaces para un comportamiento polimórfico.

Para la lectura de los datos desde Excel se utilizó la librería **JAVA Excel API**, la cual es una herramienta de código abierto que permite leer, modificar y escribir hojas de Excel desde JAVA® dinámicamente. En el Anexo 2 se muestran los datos de entrada para las distintas armaduras analizadas.

5.6.2. Generación de la Primera Población

Para la generación de la primera población aleatoria de individuos es necesario definir una base de datos de la cual se obtenga la posición del perfil y sus correspondientes propiedades geométricas y de resistencia como el área, la inercia, el radio de giro, el peso, etc. Los individuos se seleccionan mediante la asignación de un ID, que hace la función de convertir la posición del perfil en una variable discreta.

Por ejemplo, para el problema de diseño de una armadura de tres elementos supongamos que se tienen los siguientes perfiles: (i) el perfil de la posición 11, (ii) el perfil de la posición 23 y (iii) el perfil de la posición 41. Estos perfiles o variables de diseño se seleccionaron aleatoriamente de una base de datos de 274 perfiles, correspondientes a las 274 PTE (perfiles circulares) existentes (ver anexo 2). En primera instancia, estas variables deben expresarse en forma binaria, las cuales serían 000001011, 000010111 y 000101001 respectivamente. A este proceso se le conoce como *codificación*.

Una vez se tengan codificadas las variables deben organizarse consecutivamente para formar un *individuo*, el cual en este caso sería 000001011000010111000101001. Este individuo o cromosoma hace parte de la población como una posible solución al problema. Se emplean 9 dígitos en la representación binaria para cubrir toda la base de datos de perfiles disponible de 274 (100010010). Como se observa, al tener 9 dígitos hay la posibilidad de tener hasta 512 perfiles, pero no más de esta cantidad, ya que la representación no sería consistente. Asimismo, cada cromosoma tiene una secuencia de genes o *strings*, que corresponden a un 0 o un 1.

5.6.3. Obtención de las Propiedades de los Perfiles

Para el diseño de las armaduras, se emplearon los perfiles de acero estructural de la base de datos del *AISC Dimensiones y Propiedades de Miembros (versión 1.1)*, extraída del CD-ROM del AISC Steel Construction Manual 13th y también unos perfiles con áreas estándar dados en la literatura. Dado que esta base de datos está en unidades del sistema inglés (libras y pulgadas), fue necesario generar una nueva hoja de Excel con las propiedades en unidades del sistema internacional (SI), con el fin de poder emplearlas para diseños mediante la normativa colombiana (ver anexo 2). Sin embargo, para efectos de comparación con los resultados encontrados en la literatura se trabaja con el sistema anglosajón de unidades.

Después de que se han obtenido aleatoriamente los ID de los perfiles, se recupera de esta base de datos de propiedades, el área, el peso y las dimensiones geométricas, las cuales serán empleadas en el análisis de elementos finitos, en la evaluación de la función objetivo y de las restricciones.

5.6.4. Análisis de Elementos Finitos (PEF)

Para la obtención de las solicitaciones de la armadura se emplea el programa de elementos finitos, cuyo desarrollo y validación se muestra en el capítulo 6.1. Como se mencionó anteriormente, el código fue elaborado en MatLab® pero convertido en una función JAVA®. El controlador de JAVA® llama a esta función y le entrega las dimensiones y propiedades de los perfiles de la base de datos. El programa de elementos finitos realiza el análisis de la estructura y devuelve al programa principal tres arreglos: (i) *las longitudes de los elementos*, (ii) *los desplazamientos en los nodos* y (iii) *los esfuerzos en los elementos*. Esta función debe aplicarse a cada individuo de la población durante cada generación. El peso propio es obtenido para cada armadura mediante el vector de fuerzas de cuerpo.

5.6.5. Evaluación de Restricciones

En este paso se calcula el esfuerzo resistente nominal de cada elemento a compresión y la deflexión máxima admisible en cada nodo, de acuerdo a lo descrito en el numeral 4.1.1. En primera instancia, se verifica la esbeltez de los elementos y se le asigna un 0 si es esbelto y un 1 si no es esbelto y se almacenan dichos valores en un arreglo. Luego, de acuerdo a la esbeltez, se obtiene el esfuerzo crítico de pandeo y finalmente el esfuerzo resistente nominal a compresión, los cuales se almacenan en un arreglo por elemento. Asimismo, se obtiene la deflexión máxima para cada nodo y se guarda en otro arreglo.

Estos esfuerzos resistentes y deflexiones admisibles son comparados con las solicitaciones obtenidas mediante el PEF. A los individuos que no cumplan con las restricciones se les asigna un indicador con el fin de que se les aplique a su fitness una penalización, de acuerdo a la restricción que este violando. Por otro lado, a los individuos que cumplan con las restricciones se les evalúa la función objetivo directamente.

5.6.6. Criterio de Parada

Como criterio de parada del algoritmo se estableció un número máximo de generaciones, el cual fue determinado de acuerdo a lo reportado en la literatura y a los resultados obtenidos mediante los ejemplos de validación. Coello *et al.* (1995), Erbatur *et al.* (2000), Dede *et al.* (2012), entre otros, reportan haber empleado un número máximo de generaciones como criterio de parada, el cual en promedio es de 300. Se adoptó un valor de **250 generaciones** como criterio de parada, obteniendo que a partir de la generación 150 empiezan a converger los diseños hacia el valor óptimo, como se verá más adelante.

5.6.7. Algoritmo Genético Real para obtener los Operadores Genéticos

Debido a que el algoritmo de optimización es auto-configurado, antes de aplicar los operadores genéticos a los individuos (los cuales tiene codificación binaria), deben obtenerse los parámetros genéticos mediante un AG de representación real. Con los intervalos dados en la tabla 5, se elaboraron dos clases: una para obtener la tasa de mutación y otra para obtener la tasa de cruzamiento.

Estas dos clases le devuelven a la clase principal, por cada generación, un valor de tasa de cruzamiento binaria y una tasa de mutación binaria. Con estos dos parámetros se realizan las operaciones genéticas del AG binario para modificar los individuos y mejorarlos a medida que se avanza en el proceso evolutivo. En la figura 20 se muestra, a manera de ejemplo, la evolución de la tasa de mutación para la armadura de 72 elementos. Como se observa, dado que a los AG's reales no se les aplico una estrategia elitista, estos buscan valores de forma aleatoria dentro del intervalo dado y a medida que el programa principal va convergiendo hacia la mejor solución, este también converge hacia un valor óptimo.

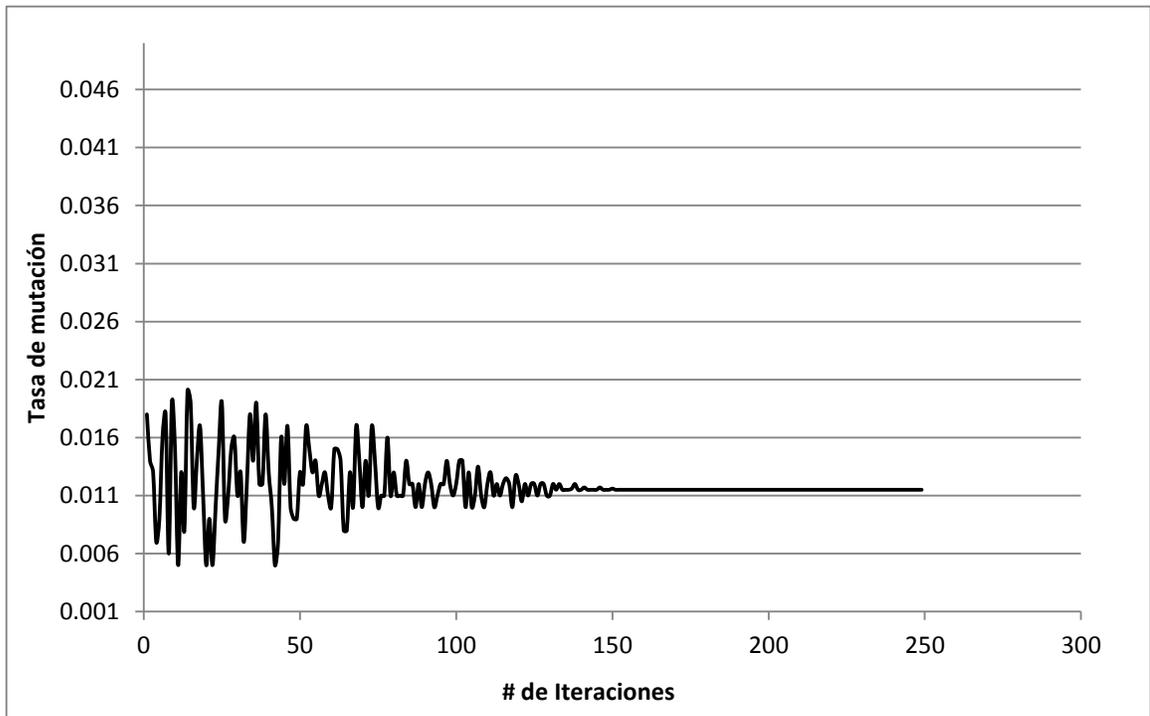


Figura 20. Evolución de la Tasa de Mutación – Armadura de 72 elementos

5.7. Arquitectura de Software

Con el fin de encapsular y dividir las diferentes funcionalidades identificadas, se implementó el patrón de arquitectura de software **Modelo Vista Controlador (MVC)**. Este patrón creado por Trygve Reenskaug a finales de la década de los 80, para el lenguaje Smalltalk, provee una clara separación de las responsabilidades en tres capas: (i) *El modelo*, un conjunto de clases que representa la información del mundo real que el sistema debe procesar, es decir los datos que maneja la aplicación así como las reglas que se imponen sobre estos, (ii) *la vista*, el conjunto de clases que se encargan de mostrar al usuario la información contenida en el modelo, y (iii) *el controlador o intermediario* que responde a los eventos de la vista y se encarga de dirigir el flujo del control de la aplicación accediendo y modificando el modelo (Bascon, 2004).

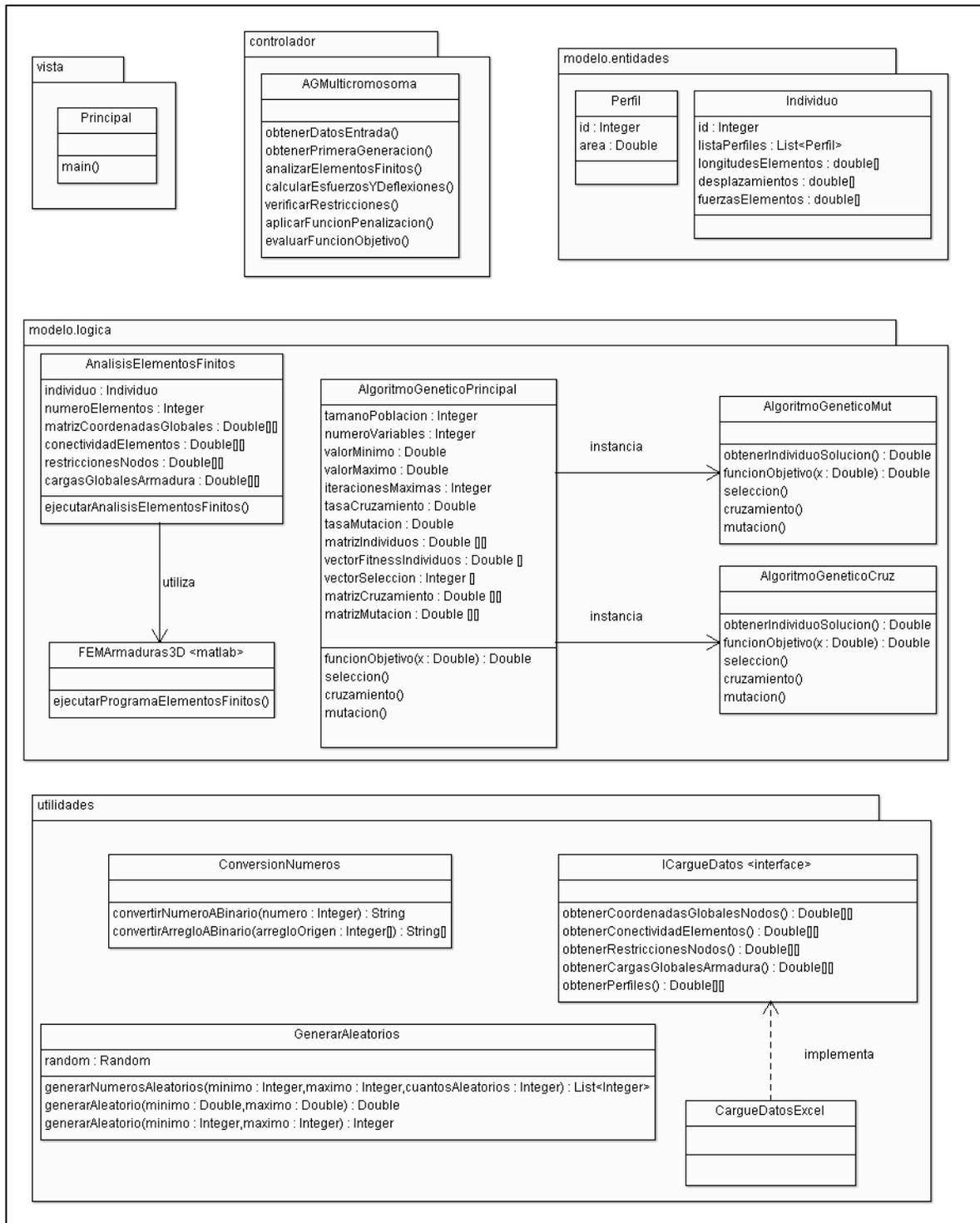


Figura 21. Diagrama de Clases del Programa en JAVA®

En la construcción del diagrama de clases (figura 6) se definió tres paquetes de primer nivel que corresponden con las capas del modelo MVC más un paquete de utilidades. La clase AGMulticromosoma.java representa el controlador de la aplicación, invocado por la clase de vista Principal.java que contiene el punto de entrada o método main del programa. El modelo se dividió en dos subpaquetes, modelo.entidades que almacena los objetos Perfil.java e Individio.java y modelo.logica que contiene las clases *core* AlgoritmoGeneticoPrincipal.java, AlgoritmoGeneticoCruz.java, AlgoritmoGeneticoMut.java y AnalisisElementosFinitos.java.

Finalmente el paquete de utilidades agrupa aquellas clases que proveen métodos de conversión, generación de números y cargue de datos. En este se encuentra ConversionNumeros.java, GenerarAleatorios.java, ICargueDatos.java y CargueDatosExcel.java.

Todas las clases mencionadas fueron codificadas utilizando el entorno de desarrollo integrado **Eclipse**, Versión Juno Service Release 2 del 2013 junto con el JDK 1.7 (Java Development Kit) que abarca las herramientas para desarrollar, depurar y monitorear aplicaciones Java.

5.8. Esquema de Paralelización

Para mejorar el rendimiento del programa, se implementó un esquema de programación en paralelo basado en el *paradigma maestro esclavo*, el cual es conocido como “*Modelo de Islas*”. Como se mencionó en el capítulo 4.4., este modelo considera que para resolver un problema complejo es posible dividir las tareas independientes, con el fin de que estas sean procesadas en paralelo por cada uno de los procesadores del computador.

Además, aprovechando la ventaja de que JAVA® es un lenguaje de programación orientado a objetos*, se implementaron “*Hilos*” para mejorar la forma en la cual se realizan las funciones al interior del programa. A continuación se muestran los esquemas básicos de paralelismo empleados y la evaluación de los equipos de computación empleados para el análisis de las armaduras. Para la evaluación del algoritmo genético paralelo se realizó el diseño de una armadura compleja de 200 elementos, cuyos datos de entrada y resultados se muestran en el capítulo 6.2.

* La programación orientada a objetos es un paradigma de programación en el cual los problemas se plantean mediante objetos los cuales tienen propiedades y comportamiento, modelando la interacción entre estos.

5.8.1. Evaluación de los Recursos Computacionales

El equipo empleado para el análisis de las armaduras es un **Hewlett-Packard® Pavilion dm4 - 3080la**, propiedad del autor, con las siguientes características:

- Procesador Intel® Core™ i5 – 2450M (2.5 GHz) de segunda generación.
- Disco duro de 640 GB.
- Memoria RAM: 6144 MB DDR3 SDRAM.
- Unidad óptica DVD.
- Windows® 7 Home Premium original 64-bits.
- Monitor LED Brightview de alta definición.
- LAN inalámbrica y Bluetooth®.
- Número de serie: 2CE2081HC2.

5.8.2. Implementación del Modelo de Islas

Dado que el problema de optimización se basa en el análisis de una población de individuos (soluciones), el cual se hace más complejo a medida que la configuración geométrica de las armaduras y condiciones de carga son más complicadas, por ende un mayor número de evaluaciones de la función objetivo, la implementación de un paradigma de programación paralela como el modelo de islas es una forma de mejorar el rendimiento computacional y reducir los tiempos de análisis.

Para tal fin, se divide la población en varias subpoblaciones ejecutando de forma paralela el algoritmo genético en cada una de ellas e intercambiando individuos de forma periódica. Dicho intercambio se realiza cada cierto número de generaciones, de modo que se reinyecte diversidad de forma regular a las subpoblaciones estancadas que tienden a converger a óptimos locales. Se toma una frecuencia de migración de *5 iteraciones*, según lo recomendado por Poveda *et al.* (2008). Al igual que con el algoritmo genético serial, se establece como criterio de parada un número máximo de *250 generaciones*.

A continuación se muestra un esquema del pseudocódigo empleado para la paralelización del programa:

Crear S subpoblaciones de tamaño N cada una;
 generación = 1;
CICLO mientras no se alcance el número máximo de generaciones;
PARA cada subpoblación;
 HACER en paralelo evaluar y selecciones los mejores individuos de acuerdo al fitness;
 SI (generación modifica frecuencia = 0) entonces enviar K ($K < N$) mejores individuos a una subpoblación vecina;
 Recibir K individuos de una subpoblación vecina;
 Reemplazar K individuos en la subpoblación;
 FIN
 Crear nuevos individuos;
 Operar genéticamente los individuos;
 FIN
 Generación = generación + 1;
 FIN

En este algoritmo, la variable *frecuencia* indica la tasa de migraciones entre subpoblaciones, la cual en este caso es de 5 generaciones. En teoría, los K mejores individuos de una subpoblación migran a otra y reemplazan a los K peores individuos de esta.

Dado que el equipo de cómputo empleado para el análisis tiene 2 núcleos físicos y cada uno de estos tiene capacidad de llevar paralelamente 2 subprocesos (hilos de trabajo), se tiene 4 *núcleos virtuales*. En este sentido, se establece trabajar con un procesador maestro y tres esclavos. Para el intercambio de información entre esclavos, se implementa una de las tres estrategias definidas por Moreno (2005), en la cual el maestro recibe los resultados de los esclavos a medida que estos están disponibles, sin que exista un orden preestablecido. Esta estrategia es adecuada cuando la resolución del problema requiere de más de una etapa (Moreno, 2005).

5.8.3. Implementación de Hilos

Como se mencionó en el numeral 5.7, el programa se desarrolló en el lenguaje de programación JAVA®, con un esquema MVC, en el cual todas las funciones son llamadas sucesivamente por una función principal “método main”. Cada función desarrolla tareas* independientes, dado que tiene sus propias variables y rutinas.

* Una tarea o un hilo de ejecución o *thread* se encarga de controlar un único aspecto dentro del programa.

En primera instancia, el algoritmo genético serial se programó de modo que las tareas se ejecutaran con un flujo único (*single thread*), es decir, se utiliza un solo hilo para controlar la ejecución (hilo principal) y a medida que una tarea finaliza empieza la siguiente. Esto debido a que por defecto los programas en JAVA® funcionan con un solo hilo (González *et al.*, 2002). En problemas complejos esto conlleva a que el proceso de análisis tome un tiempo considerable, ya que los análisis de las armaduras para una población dada deben hacerse sucesivamente y no simultáneamente.

Por esta razón, complementando el esquema de paralelización utilizado, se implementó programación con Hilos. JAVA® permite realizar programación multihilo, la cual consiste en programas que contienen dos o más partes que se ejecutan de manera concurrente. (González *et al.*, 2002). De este modo, se consigue trabajar con flujo múltiple, ya que cada tarea inicia y termina tan pronto como sea posible.

Al analizar el código del programa se observó que la clase `AlgoritmoElementosFinitos.java`, la cual calcula las solicitudes y desplazamientos para un individuo, se ejecutaba de forma serial. No obstante, es claro que el análisis de elementos finitos de una armadura es independiente al de otra armadura de la misma población. En este sentido, se optó por tender hilos para esta clase, de modo que el ciclo permitiera realizar el análisis de elementos finitos de todas las armaduras de una generación en paralelo o en simultáneo. Esto redujo notablemente los tiempos de análisis, como se muestra en el capítulo 6, con la ventaja de que un hilo puede detenerse sin afectar las otras partes del programa, es decir, cuando un hilo se detiene o se bloquea, solo este se detiene y los demás continúan su ejecución.

6. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En este capítulo se muestran los datos de entrada, el análisis y discusión de los resultados obtenidos para los ejemplos de diseño empleados en la validación del algoritmo genético multi-cromosoma serial y evaluación del algoritmo genético multi-cromosoma paralelo.

En primer lugar se muestran los resultados de tres armaduras reportadas en la literatura (25, 72 y 112 elementos), los cuales fueron comparados con los obtenidos por diversos autores, con el fin de validar el algoritmo diseñado de acuerdo a la metodología descrita en el capítulo anterior. Luego de realizar la validación del AG multi-cromosoma serial, se procede a implementar un esquema de paralelización con el fin de mejorar el rendimiento computacional del programa, cuyo desempeño es evaluado mediante el diseño de una armadura compleja de 200 elementos y una de 354 elementos, reportadas en la literatura.

6.1. Validación del Algoritmo Genético Multi-Cromosoma Serial

La efectividad, velocidad y robustez del algoritmo genético multi-cromosoma de optimización es evaluada empleando tres ejemplos clásicos reportados en la literatura. Para validar el programa, se emplean tres medidas de desempeño: (i) peso final, (ii) desviación estándar y (iii) número de evaluaciones de la función objetivo. Además, se realiza una comparación con los resultados de diversos autores que han empleado métodos heurísticos de optimización para el diseño de armaduras.

6.1.1. Armadura Espacial de 25 Elementos

6.1.1.1. Datos de Entrada

Esta armadura es uno de los ejemplos numéricos más empleados por los investigadores y ha sido evaluado empleando distintas metodologías de optimización (Najian *et al.*, 2013). La configuración es la que se muestra en la figura 22, la cual tiene 25 elementos, 4 apoyos de tercer género y 18 grados de libertad. El problema está sujeto a emplear elementos discretos con áreas de: 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1.0, 1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 1.5, 1.7, 1.8, 1.9, 2.0, 2.1, 2.2, 2.3, 2.4, 2.5, 2.6, 2.8, 3.0, 3.2 y 3.4 in². El diseño se realiza de acuerdo al método AISC-ASD, descrito en el numeral 4.1. Las variables de diseño, condiciones de cargas y restricciones se muestran en las tablas 8 a 11.

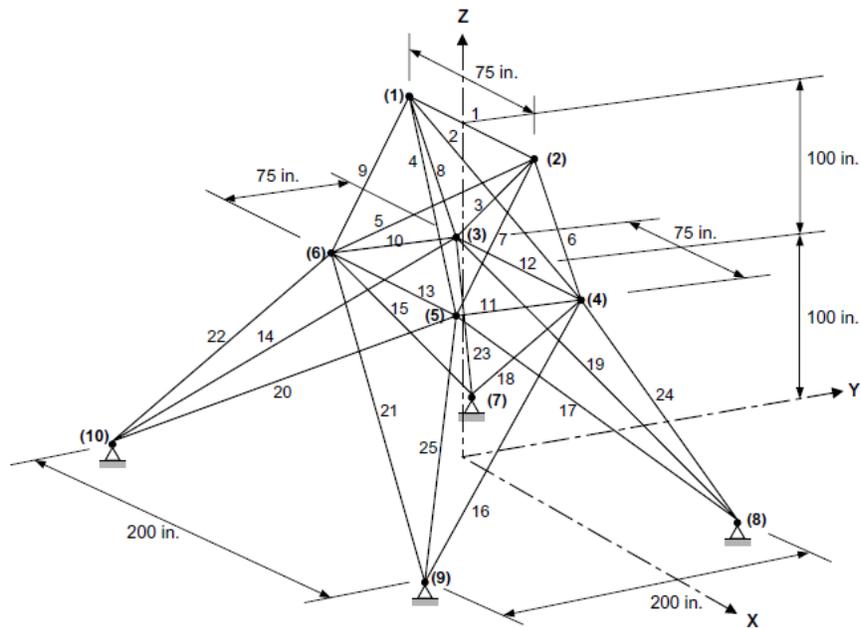


Figura 22. Configuración Espacial Armadura de 25 Elementos (Lee y Geem, 2004)

Tabla 8

Propiedades de los Materiales para la Armadura de 25 Elementos

Módulo de Elasticidad (ksi)	10000
Densidad del Material (lb/in ³)	0.10

Tabla 9

Restricciones para la Armadura de 25 Elementos

Esfuerzos Limite		
Variables de Diseño (in ²)	Esfuerzo Limite a Compresión (ksi)	Esfuerzo Limite a Tensión (ksi)
A ₁	35.09	40.00
A ₂	11.59	40.00
A ₃	17.31	40.00
A ₄	35.09	40.00
A ₅	35.09	40.00
A ₆	6.76	40.00
A ₇	6.96	40.00
A ₈	11.08	40.00

Desplazamientos admisibles
 $\Delta_j \leq 0.35$ in en las direcciones x y y, $j = 1, 2$.

Tabla 10

Condiciones de Carga para la Armadura de 25 Elementos

Nodo	Condición 1 (kips)			Condición 2 (kips)		
	F _x	F _y	F _z	F _x	F _y	F _z
1	0.00	20.00	-5.00	1.00	10.00	-5.00
2	0.00	-2.00	-5.00	0.00	10.00	-5.00
3	0.00	0.00	0.00	0.50	0.00	0.00
6	0.00	0.00	0.00	0.50	0.00	0.00

Tabla 11

Variables (grupos) de Diseño para la Armadura de 25 Elementos

Variables de Diseño (in ²)	Elementos
A ₁	1
A ₂	2, 3, 4, 5
A ₃	6, 7, 8, 9
A ₄	10, 11
A ₅	12, 13
A ₆	14, 15, 16, 17
A ₇	18, 19, 20, 21
A ₈	22, 23, 24, 25

6.1.1.2. Resultados y Discusión

Estos datos de entrada fueron introducidos al programa mediante una hoja de cálculo en Excel y se realizaron varios análisis con el fin de calibrar el programa. En la figura 23, se muestra el historial de convergencia contra el peso en libras para una población de 100 y para una de 200 individuos. El peso final se obtuvo del mínimo valor de 50 corridas del programa, como se muestra en la figura 24. Este valor se adopta de lo recomendado por Kaveh y Khayatad (2013), quienes establecen que un resultado aceptable se obtiene del menor de 40 análisis (mínimo).

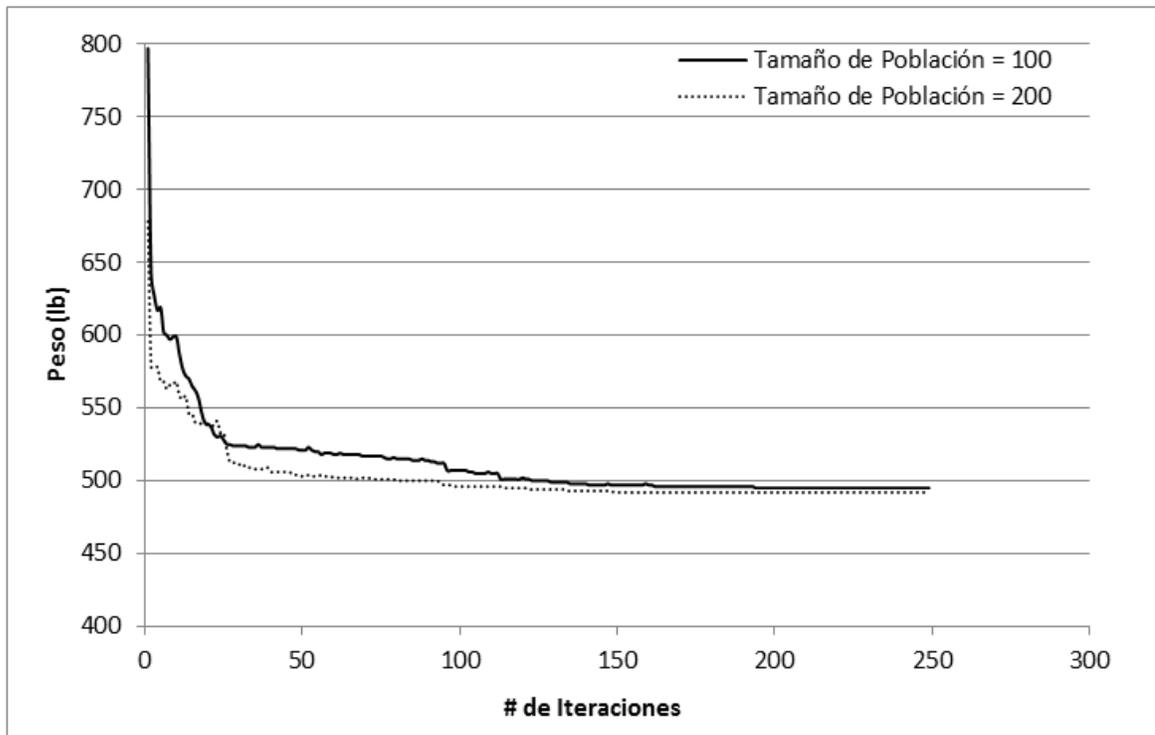


Figura 23. Peso Total vs. Número de Iteraciones para la Armadura de 25 Elementos

Asimismo, en base a la revisión bibliográfica, se realizó un análisis comparativo con los resultados obtenidos por varios investigadores, con el fin de validar el algoritmo en términos del peso y rendimiento. Los resultados del peso total, área por grupo y número de evaluaciones de la función objetivo se muestran en la tabla 12.

En la figura 23 se evidencia que, para este ejemplo, aumentando en el doble el tamaño de la población hay una mejora en el resultado final, no obstante esta no se considera significativa como para comprometer el rendimiento del programa incrementando el tamaño de la población a 200 individuos. Por esta razón, se muestra el resultado para un tamaño de la población de 100 individuos.

También es posible probar como el hecho de implementar una estrategia elitista mejora la convergencia del algoritmo. A diferencia de autores como Saka y Geem (2012), quienes no emplean elitismo, se observa que a medida que se avanza en el proceso evolutivo, encontrar una buena solución y almacenarla para la siguiente generación acelera la convergencia y evita evaluaciones innecesarias, especialmente en las primeras generaciones, razón por la cual hay una mayor pendiente en la parte inicial de la gráfica.

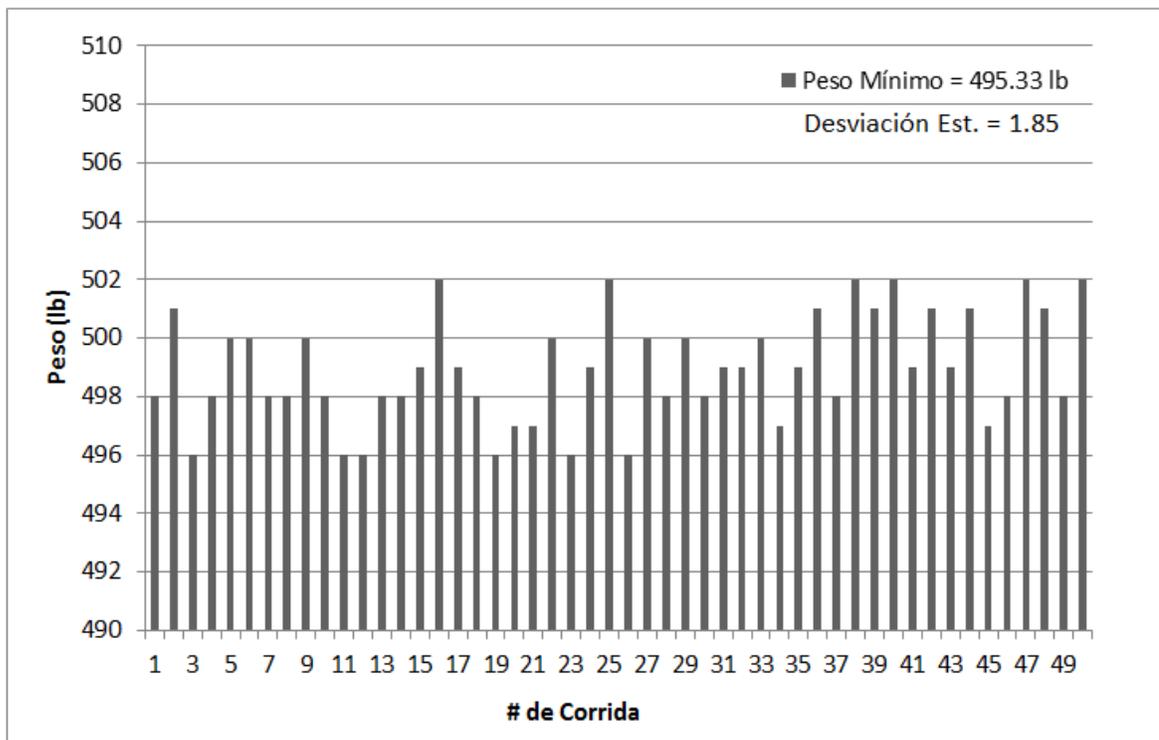


Figura 24. Peso por Corrida y Peso Mínimo para la Armadura de 25 elementos

Para la armadura de 25 elementos se obtiene un peso total mínimo en 50 corridas de **495.33 lb**, con una desviación estándar de **1.85 lb**. En la figura 23 se muestra que para obtener esta solución se empleó un tamaño de población de *100 individuos* y un total de *148 iteraciones*, es decir, se efectuaron **14800 evaluaciones de la función objetivo**.

Como se puede observar en la tabla 12, se obtienen buenos resultados para el peso total respecto a otros algoritmos genéticos reportados en la literatura y una mejor convergencia. No obstante, algunos autores reportan pesos menores, principalmente quienes emplean otros métodos heurísticos diferentes a los AG's. Es importante tener en cuenta, que aumentando el número de la población se pueden obtener mejores resultados, pero esto compromete notablemente el tiempo de análisis y por lo tanto el rendimiento computacional. En el caso específico de Talaslioglu (2009) y Erbatur *et al.* (2000), se tiene que obtienen pesos finales menores pero empleando un tamaño de población de 300 individuos, es decir, realizar tres veces más evaluaciones de la función objetivo que el programa propuesto en este trabajo. Lo mismo ocurre con Dede *et al.* (2011) quienes obtienen un peso menor en 10 lbs, pero con el doble de análisis.

Tabla 12

Comparación de Resultados con otros Autores para la Armadura de 25 Elementos

Método	Peso (lb)	Análisis*	Variables de Diseño (in ²)							
			A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅	A ₆	A ₇	A ₈
Zhu (1986)	562.93	-	0.10	1.90	2.60	0.10	0.10	0.80	2.10	2.60
Rajeev (1992) GA ps = 20	546.76	-	0.20	1.80	2.30	0.20	0.10	0.80	1.80	3.00
Rajeev (1992) GA ps = 30	546.01	-	0.10	1.80	2.30	0.20	0.10	0.80	1.80	3.00
Rajeev (1992) GA ps = 40	546.01	-	0.10	1.80	2.30	0.20	0.10	0.80	1.80	3.00
Wu and Chow (1994)	491.72	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Coello et al. (1995) GENETIC	493.40	4200	0.10	0.70	3.20	0.10	1.40	1.10	0.50	3.40
Cao (1996) GA	485.05	-	0.10	0.50	3.40	0.10	1.90	0.90	0.50	3.40
Erbatur et al. (2000) GAOS1	515.27	-	0.10	1.00	3.40	0.20	0.60	1.10	0.90	3.00
Erbatur et al. (2000) GAOS2	493.80	-	0.10	1.20	3.20	0.10	1.10	0.90	0.40	3.40
Lee et al. (2005) HSH	484.85	-	0.10	0.30	3.40	0.10	2.10	1.00	0.50	3.40
Camp (2007) BB-BC	484.85	-	0.10	0.30	3.40	0.10	2.10	1.00	0.50	3.40
Kaveh y Shojaee (2007) AC	484.85	-	0.10	0.30	3.40	0.10	2.10	1.00	0.50	3.40
Togan y Daloglu (2008) GA	483.35	-	0.10	0.30	3.40	0.10	2.00	1.00	0.50	3.40
Talasliloglu (2009) MPGA ps = 300	486.29	12000	0.10	0.50	3.40	0.10	1.50	0.90	0.60	3.40
Talasliloglu (2009) BGAWEIS ps = 300	485.90	60000	0.10	0.10	3.40	0.10	1.90	1.00	0.70	3.40
Li et al. (2009) HPSO	484.85	-	0.10	0.30	3.40	0.10	2.10	1.00	0.50	3.40
Hasancebi et al. (2009) PSO	484.85	1600	0.10	0.30	3.40	0.10	2.10	1.00	0.50	3.40
Hasancebi et al. (2009) HSH	484.85	2100	0.10	0.30	3.40	0.10	2.10	1.00	0.50	3.40
Hasancebi et al. (2009) SA	484.85	6624	0.10	0.30	3.40	0.10	2.10	1.00	0.50	3.40
Hasancebi et al. (2009) ES	485.05	4350	0.10	0.50	3.40	0.10	1.90	0.90	0.50	3.40
Hasancebi et al. (2009) AC	485.05	10050	0.10	0.50	3.40	0.10	1.90	1.00	0.40	3.40
Hasancebi et al. (2009) SGA	485.38	9050	0.10	0.20	3.40	0.10	2.00	1.00	0.60	3.40
Hasancebi et al. (2009) TS	485.57	1626	0.10	0.40	3.40	0.10	1.80	0.90	0.60	3.40
Dede et al. (2011) ps = 20	535.57	2200	0.60	0.40	3.00	0.20	0.10	1.10	1.90	3.00
Dede et al. (2011) ps = 40	506.58	4400	0.90	1.10	2.80	0.10	1.50	1.00	0.30	3.40
Dede et al. (2011) ps = 200	484.85	29200	0.10	0.30	3.40	0.10	2.10	1.00	0.50	3.40
AGM ps = 100	495.33	14800	0.10	1.10	3.20	0.10	0.10	1.10	0.50	3.40

ps: tamaño de la población, GA: Genetic Algorithm, GAOS: Genetic Algorithm Based Optimum Structural Design, HSH: Harmony Search Heuristic, BB-BC: Big-Bang Crunch Algorithm, PSO: Particle Swarm Optimization, HPSO: Heuristic Particle Swarm Optimization, AC: Ant Colony Optimization, MPGA: Multipopulation Based Genetic Algorithm, BGAWEIS: Bipopulation Based Genetic Algorithm with Enhanced Interval Search, SA: Simulated Annealing; ES: Evolution Strategies, TS: Tabu Search; SGA: Simple Genetic Algorithm, AGM: Algoritmo Genético Multicromosoma.

* El número de análisis corresponde a la cantidad de evaluaciones de la función objetivo, es decir, al número de iteraciones requeridas multiplicado por el tamaño de la población.

6.1.2. Armadura Espacial de 72 Elementos

6.1.2.1. Datos de Entrada

El problema de la torre de transmisión de 72 elementos es resuelto por varios investigadores empleando algoritmos genéticos de optimización (Dede *et al.*, 2011). En la literatura se emplean dos casos de carga, principalmente, y varias secciones discretas. Se establece que la menor sección transversal posible debe ser de 0.1 in^2 , que es lo típico empleado por varios autores. Se establece un incremento en el área de 0.001 in^2 . La configuración geométrica se muestra en la figura 25. Para efectos del análisis solo se trabaja un caso de carga el cual se muestra en la tabla 15 y se aplican las consideraciones del método AISC-ASD. Las propiedades de los materiales, restricciones y variables de diseño se muestran en las tablas 13, 14 y 16, respectivamente.

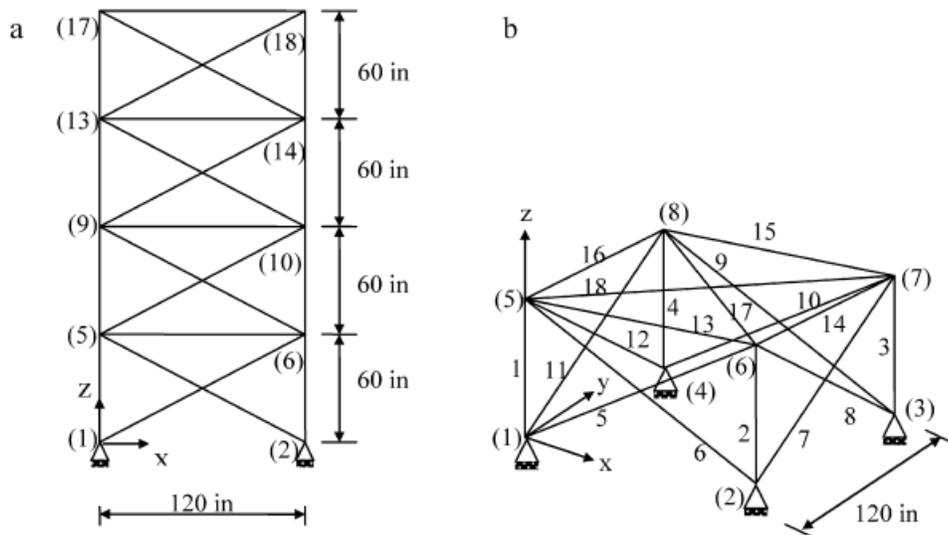


Figura 25. Configuración Espacial Armadura de 72 elementos (a) Vista en Alzado, (b) Piso Tipo (Dede *et al.*, 2011)

Tabla 13

Propiedades de los Materiales para la Armadura de 72 Elementos

Módulo de Elasticidad (ksi)	10000
Densidad del Material (lb/in ³)	0.10

Tabla 14

Restricciones para la Armadura de 72 Elementos

Esfuerzos Limite
$-25 \text{ ksi} \leq (\sigma_a)_j \leq 25 \text{ ksi}, j = 1, 2, \dots, 72.$
Desplazamientos admisibles
$\Delta_j \leq 0.25 \text{ in}$ en las direcciones x y $y, j = 1, 2, \dots, 20.$
Secciones de Elementos
$0.10 \text{ in}^2 \leq A_j, j = 1, 2, \dots, 72.$

Tabla 15

Condiciones de Carga para la Armadura de 72 Elementos

Nodo	Condición 1 (kips)			Condición 2 (kips)		
	F_x	F_y	F_z	F_x	F_y	F_z
17	5.00	5.00	-5.00	0.00	0.00	-5.00
18	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-5.00
19	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-5.00
20	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-5.00

Tabla 16

Variables (grupos) de Diseño para la Armadura de 72 Elementos

Variables de Diseño (in ²)	Elementos	Variables de Diseño (in ²)	Elementos
A_1	1, 2, 3, 4	A_9	37, 38, 39, 40
A_2	5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12	A_{10}	41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48
A_3	13, 14, 15, 16	A_{11}	49, 50, 51, 52
A_4	17, 18	A_{12}	53, 54
A_5	19, 20, 21, 22	A_{13}	55, 56, 57, 58
A_6	23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30	A_{14}	59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66
A_7	31, 32, 33, 34	A_{15}	67, 68, 69, 70
A_8	35, 36	A_{16}	71, 72

6.1.2.2. Resultados y Discusión

A continuación se muestran los resultados obtenidos para la armadura de 72 elementos. Al igual que para la de 25 elemento, se muestra el historial de convergencia para una población de 100 y de 200 individuos, el valor mínimo de 50 corridas y una tabla comparativa con los resultados reportados por varios investigadores.

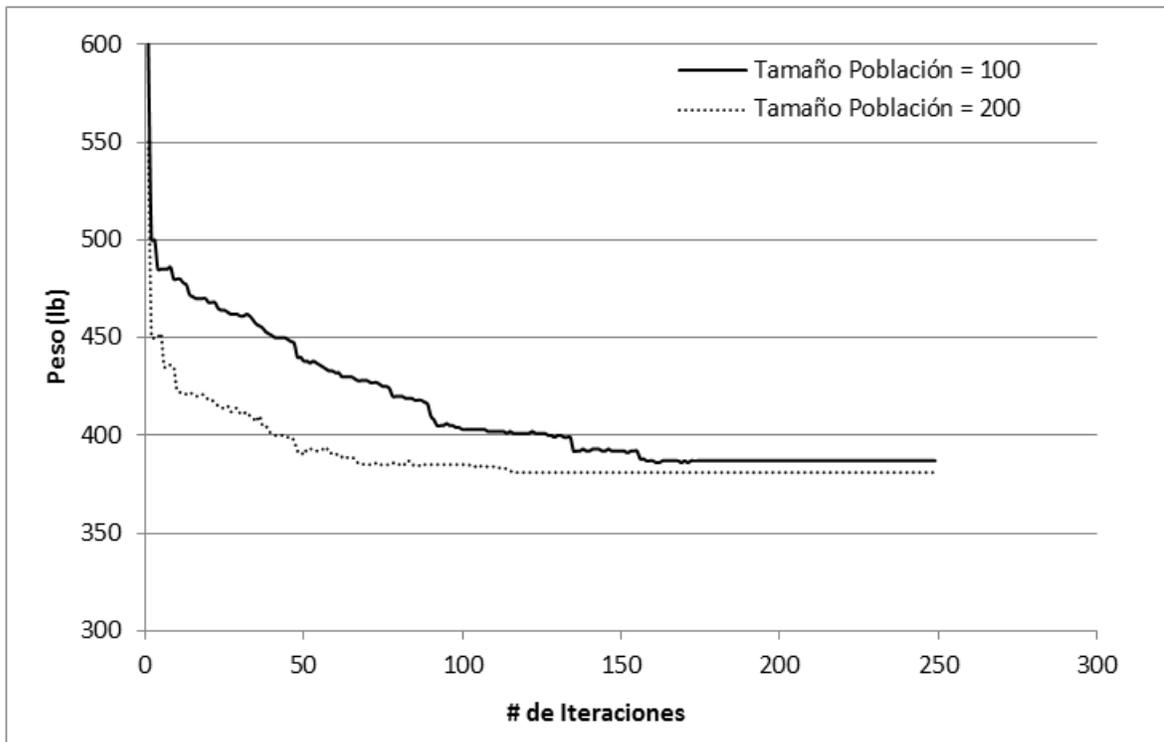


Figura 26. Peso Total vs. Número de Iteraciones para la Armadura de 72 elementos

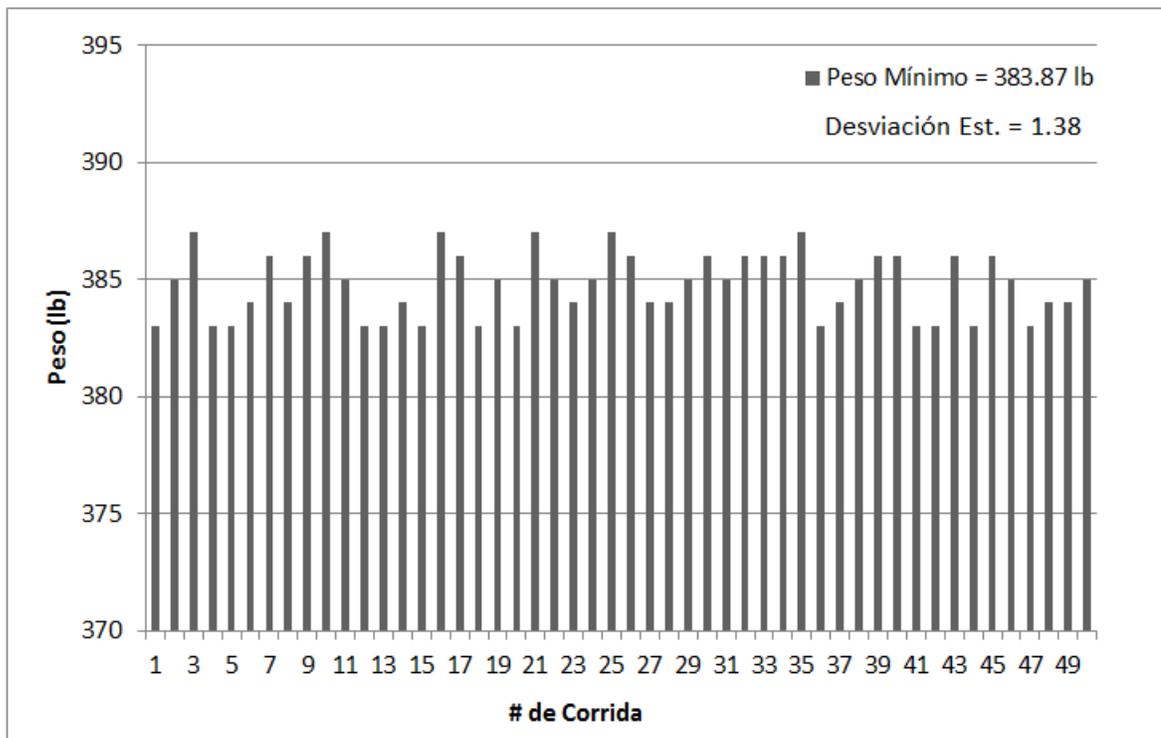


Figura 27. Peso por Corrida y Peso Mínimo para la Armadura de 72 elementos

Tabla 17

Comparación de Resultados con otros Autores para la Armadura de 72 Elementos

Método	Peso (lb)	Análisis*	Variables de Diseño (in ²)															
			A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅	A ₆	A ₇	A ₈	A ₉	A ₁₀	A ₁₁	A ₁₂	A ₁₃	A ₁₄	A ₁₅	A ₁₆
Venkayya (1971)	381.20	-	1.818	0.524	0.100	0.100	1.246	0.524	0.100	0.100	0.611	0.532	0.100	0.100	0.161	0.557	0.377	0.506
Gellatly y Berke (1971)	395.97	-	1.464	0.521	0.100	0.100	1.024	0.542	0.100	0.100	0.552	0.608	0.100	0.100	0.149	0.773	0.453	0.342
Schmit and Farshi (1974)	388.63	-	2.078	0.503	0.100	0.100	1.107	0.579	0.100	0.100	0.264	0.548	0.100	0.151	0.158	0.594	0.341	0.608
Schmit and Miura (1976)	379.64	-	0.157	0.546	0.411	0.570	0.523	0.517	0.100	0.100	1.267	0.512	0.100	0.100	1.885	0.513	0.100	0.100
Arora and Haug (1976)	379.62	-	0.156	0.546	0.411	0.571	0.526	0.518	0.100	0.100	1.270	0.512	0.100	0.100	1.866	0.513	0.100	0.100
Khan et. al (1979)	387.67	-	1.859	0.526	0.100	0.100	1.253	0.524	0.100	0.100	0.581	0.527	0.100	0.158	0.152	0.561	0.438	0.532
Renwei y Peng (1987) SOA	379.66	-	0.164	0.555	0.419	0.576	0.533	0.526	0.100	0.100	1.289	0.520	0.100	0.100	1.917	0.521	0.100	0.100
Cao (1996) GA	380.32	-	1.856	0.493	0.100	0.100	1.283	0.503	0.100	0.100	0.518	0.523	0.100	0.105	0.156	0.550	0.398	0.675
Erbatur et al. (2000) GAOS2	385.76	-	0.155	0.535	0.480	0.520	0.460	0.530	0.120	0.165	1.155	0.585	0.100	0.100	1.755	0.505	0.105	0.155
Erbatur et al. (2000) GAOS3	383.12	-	0.161	0.544	0.379	0.521	0.535	0.535	0.103	0.111	1.310	0.498	0.110	0.103	1.910	0.525	0.122	0.103
Barbaso an Lemonge (2003) APM	385.46	-	0.151	0.556	0.501	0.681	0.576	0.423	0.100	0.160	1.286	0.439	0.100	0.114	2.125	0.522	0.100	0.100
Barbaso an Lemonge (2003) CPM	384.13	-	0.153	0.577	0.294	0.726	0.655	0.573	0.100	0.103	1.316	0.483	0.102	0.100	1.862	0.462	0.100	0.100
Sedaghati (2005) FM	379.62	-	0.157	0.546	0.410	0.570	0.524	0.517	0.100	0.100	1.268	0.512	0.100	0.100	1.886	0.512	0.100	0.100
Camp (2007) BB-BC	379.85	19621	1.858	0.506	0.100	0.100	1.248	0.527	0.100	0.101	0.521	0.517	0.100	0.100	0.157	0.551	0.382	0.592
Pérez y Behdinan (2007) PSO	381.91	-	0.162	0.509	0.497	0.562	0.514	0.546	0.100	0.110	1.308	0.519	0.100	0.100	1.743	0.519	0.100	0.100
Li et. al (2007) HPSO	369.65	125000	1.857	0.505	0.100	0.100	1.255	0.503	0.100	0.100	0.496	0.506	0.100	0.100	0.100	0.524	0.400	0.534
Talasslioglu (2009) MPGA ps = 500	594.81	25000	0.675	0.253	0.601	0.437	0.841	0.861	0.460	1.513	1.910	0.789	0.132	0.936	1.840	0.899	0.244	0.183
Talasslioglu (2009) BGAwEIS ps = 500	380.78	200000	0.156	0.555	0.370	0.510	0.620	0.530	0.100	0.100	1.250	0.523	0.101	0.105	1.860	0.513	0.100	0.100
Farshi y Ziazi (2010) MC	379.65	-	0.1565	0.546	0.411	0.570	0.524	0.517	0.100	0.100	1.269	0.512	0.100	0.100	1.886	0.512	0.100	0.100
Dede et al. (2011) ps = 100	407.37	19100	2.046	0.477	0.174	0.174	0.146	0.508	0.174	0.287	0.431	0.508	0.220	0.220	0.174	0.587	0.431	0.431
Dede et al. (2011) ps = 100	382.35	19100	1.702	0.496	0.100	0.100	1.288	0.469	0.100	0.100	0.505	0.550	0.109	0.118	0.154	0.604	0.442	0.604
Degertekin y Hayalioglu (2013) TLBO	379.63	19709	1.906	0.506	0.100	0.100	1.262	0.511	0.100	0.100	0.532	0.516	0.100	0.100	0.156	0.549	0.410	0.570
Kaveh y Khayatizad (2013) RO	380.45	19084	1.836	0.502	0.100	0.100	0.125	0.503	0.100	0.100	0.573	0.550	0.100	0.100	0.158	0.522	0.436	0.597
AGM ps = 200	383.87	25200	0.158	0.546	0.410	0.511	0.610	0.553	0.100	0.100	1.116	0.553	0.100	0.100	1.808	0.525	0.100	0.100

ps: tamaño de la población, GA: Genetic Algorithm, SOA: Second-Order Approximation, APM: Adaptive Penalty Method, CPM: Constant Penalty Method, FM: Force Method, GAOS: Genetic Algorithm Based Optimum Structural Design, HSH: Harmony Search Heuristic, BB-BC: Big-Bang Crunch Algorithm, PSO: Particle Swarm Optimization, HPSO: Heuristic Particle Swarm Optimization, AC: Ant Colony Optimization, MPGA: Multipopulation Based Genetic Algorithm, BGAwEIS: Bipopulation Based Genetic Algorithm with Enhanced Interval Search, SA: Simulated Annealing; ES: Evolution Strategies, TS: Tabu Search; SGA: Simple Genetic Algorithm, TLBO: Teaching Learning Based Optimization, RO: Ray Optimization, AGM: Algoritmo Genético Multicromosoma.

* El número de análisis corresponde a la cantidad de evaluaciones de la función objetivo, es decir, al número de iteraciones requeridas multiplicado por el tamaño de la población.

Para la armadura de 72 elementos se obtiene un peso total mínimo en 50 corridas de **383.87 lb**, con una desviación estándar de **1.38 lb**. Para obtener esta solución se empleó un tamaño de población de *200 individuos* y un total de *126 iteraciones*, es decir, se efectuaron **25200 evaluaciones de la función objetivo**.

En este caso, también se realizó una evaluación para una población de 100 y una de 200 individuos. En la figura 26 se puede evidenciar que aumentando el tamaño de la población hay una notable mejora en el resultado final, la cual es de 6 lb aproximadamente, es decir, el **1.56% del peso total**.

Al comparar los resultados con los reportados por otros autores (ver tabla 17), se puede dar validez a los mismos ya que las diferencias no son significativas y además se observa una mejora en el peso final respecto a varias de las investigaciones. En el caso específico de resultados como los de Li et al. (2007) y Talaslioglu (2009) estos reportan un peso final menor, sin embargo, emplean en promedio unas 150000 evaluaciones de la función objetivo, es decir, un uso de recursos computacionales *6 veces mayor* al empleado por el AGM serial propuesto. Esto muestra la importancia de compensar en el diseño del algoritmo la calidad del resultado con la robustez del algoritmo, de modo que se alcancen buenos resultados de manera eficiente, en términos de tiempo computacional.

También se observa que al igual que con la armadura de 25 elementos, otras metodologías heurísticas obtienen mejores resultados en cuanto al peso final. Las metodologías más recientes, como el *Teaching Learning Based Optimization* propuesto por Degertekin y Hayalioglu (2013) y el algoritmo de optimización *Ray* de Kaveh y Khayatazad (2013), reportan mejores resultados dado que a diferencia de los algoritmos clásicos, estos métodos evitar estancarse en óptimos locales mediante buenos ajustes entre la exploración y la explotación del espacio de búsqueda. También se observa que los algoritmos que emplearon un espacio de búsqueda continuo obtienen mejores resultados, como se observa en el trabajo de Dede *et al.* (2011).

6.1.3. Armadura Espacial de 112 Elementos

6.1.3.1. Datos de Entrada

En la figura 28 se muestra la configuración del domo de 112 elementos, el cual ha sido analizado por Najian *et al.* (2013), Erbatur *et al.* (2000) y Saka (1990). En este problema los elementos son clasificados en 7 grupos, a pesar de que Saka (1990) empleo solo 2 grupos.

En este caso no se restringe el problema a un listado de perfiles específico, por ende, se adoptan los perfiles P (tubería estructural) del AISC (ver anexo 2). Del mismo modo, los desplazamientos y esfuerzos admisibles se toman de las normas AISC. Se debe tener en cuenta que Najian *et al.* (2013) y Erbatur *et al.* (2000) emplearon las especificaciones de la norma turca, sin embargo, esta no dista significativamente de las normas americanas.

En las tablas 18 a 20 se muestran los datos de entrada para el diseño.

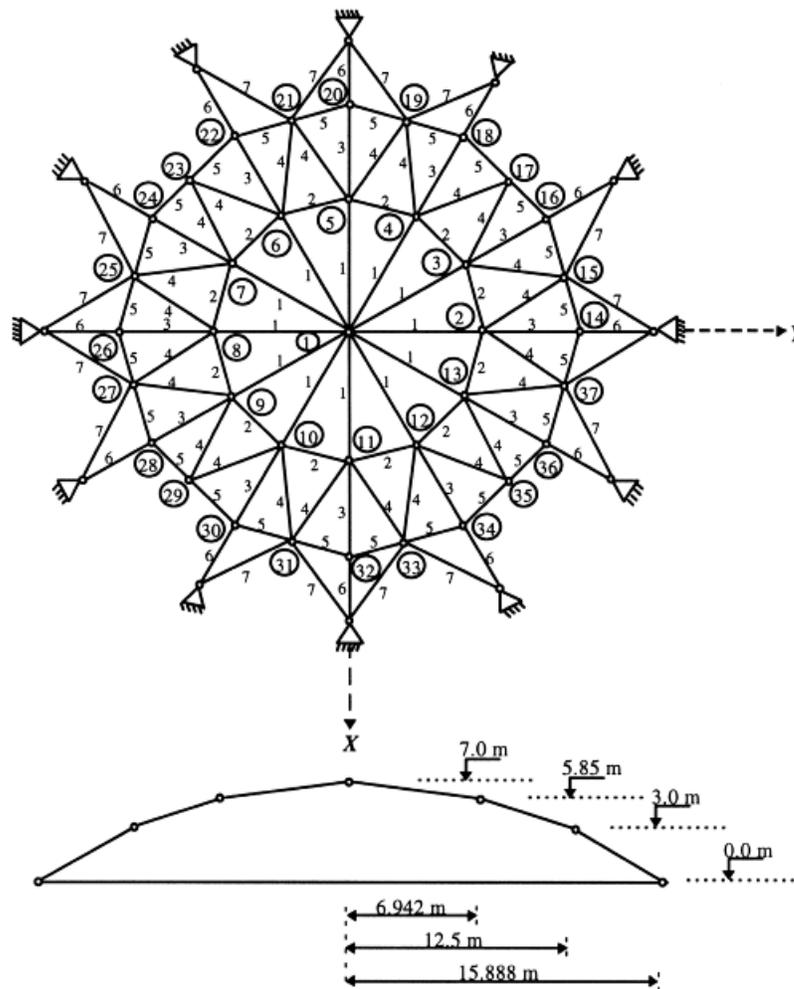


Figura 28. Configuración Espacial Armadura (Domo) de 112 elementos (Erbatur *et al.*, 2000)

Tabla 18

Propiedades de los Materiales para la Armadura de 112 Elementos

Módulo de Elasticidad (MPa)	200000
Densidad del Material (kg/m ³)	7850
Esfuerzo de Fluencia (kg/m ²)	3241

Tabla 19

Restricciones para la Armadura de 112 Elementos

Esfuerzos Limite
$(\sigma_{\text{tension}})_j \leq 35 \text{ ksi}, (\sigma_{\text{compression}})_j \leq \text{AISC}, j = 1, 2, \dots, 112.$
Desplazamientos admisibles
$\Delta_j \leq 20 \text{ mm en la dirección } z, j = 1, 2, \dots, 33.$
Secciones de Elementos
AISC perfiles tubulares, $j = 1, 2, \dots, 112.$

Tabla 20

Condiciones de Carga para la Armadura de 112 Elementos

Nodo	Condición 1 (kg)		
	F _x	F _y	F _z
1	0.00	0.00	-500
17, 23, 29, 35	0.00	0.00	-40
28, 30, 31, 32	0.00	0.00	-120
Otros	0.00	0.00	-200

Para el presente trabajo se adoptan estas 7 variables de diseño, las cuales se muestran en la figura 28, según lo propuesto por Erbatur *et al.* (2000).

6.1.3.2. Resultados y Discusión

A continuación se muestran los resultados obtenidos para la armadura de 112 elementos. Se muestra el historial de convergencia para una población de 200 soluciones, el valor mínimo de 50 corridas y una tabla comparativa con los resultados reportados por varios investigadores. Por el tamaño de esta armadura, directamente se adopta una población de 200 individuos con el objetivo de mejorar la calidad de la solución, de acuerdo a lo observado con las 2 armaduras anteriores (25 y 72 elementos), donde se evidencio que a medida que aumenta la complejidad de la configuración geométrica es necesario incrementar la cantidad de soluciones simultaneas.

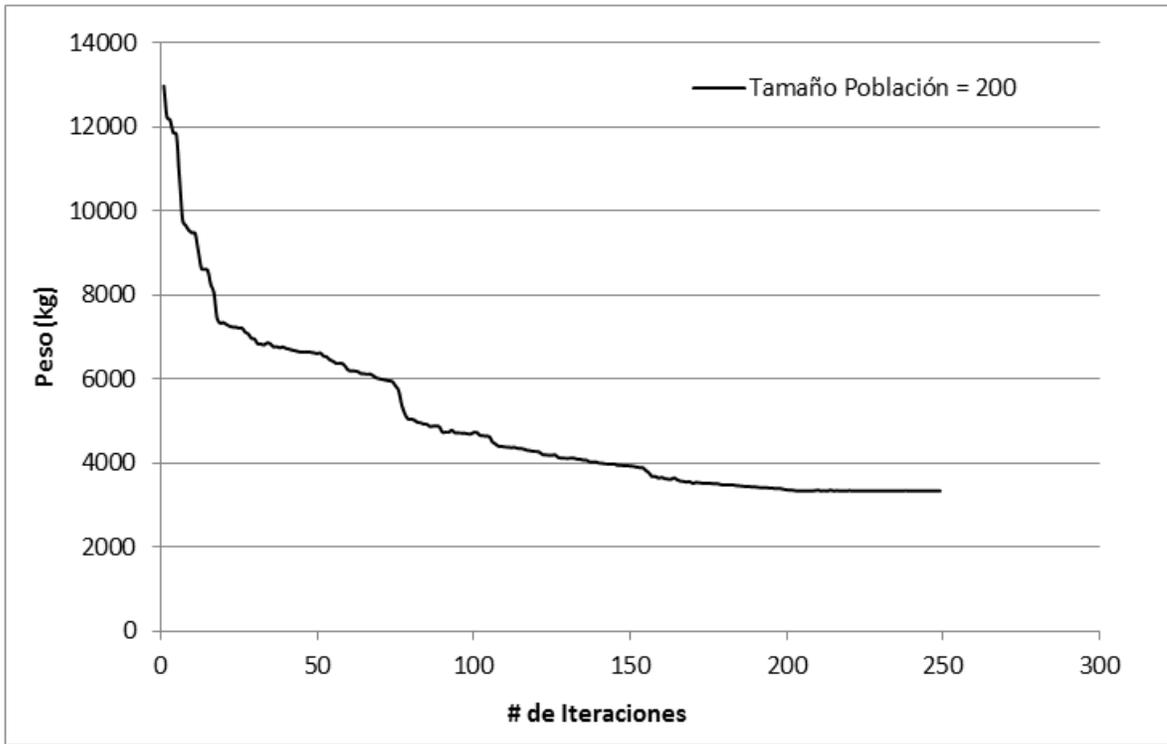


Figura 29. Peso Total vs. Numero de Iteraciones para la Armadura de 112 elementos

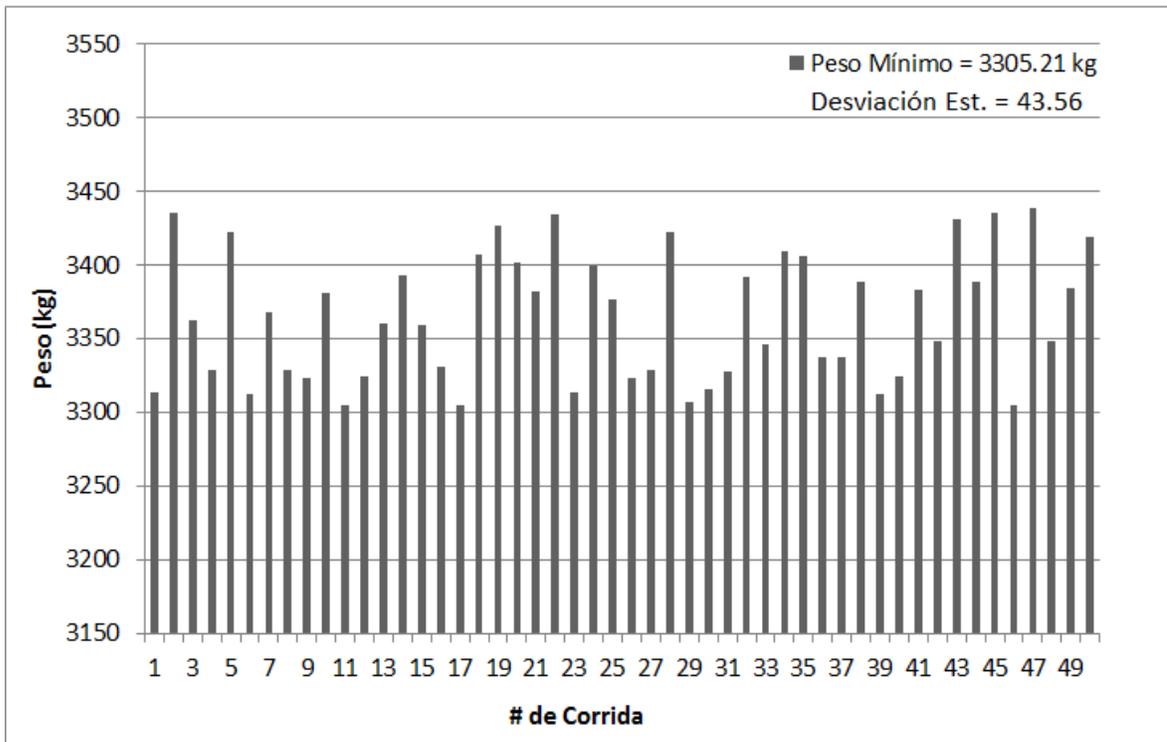


Figura 30. Peso por Corrida y Peso Mínimo para la Armadura de 112 elementos

Para la armadura de 112 elementos se obtiene un peso total mínimo de 50 corridas de **3305.21 kg**, con una desviación estándar de **43.56 kg**. Para obtener esta solución se empleó un tamaño de población de *200 individuos* y un total de *180 iteraciones*, es decir, se efectuaron **36000 evaluaciones de la función objetivo**.

Tabla 21

Comparación de Resultados con otros Autores para la Armadura (Domo) de 112 Elementos

Método	Peso (kg)	Análisis*	Variables de Diseño (mm ²)						
			A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅	A ₆	A ₇
Saka (1990)**	3544.46	-	714.0	778.0	-	-	-	-	-
Erbatur et al. (2000) GAOS2	3472.92	-	707.0	557.0	667.0	707.0	707.0	523.0	1120.0
Najian et al. (2013) H-SAGA	3181.43	-	683.2	572.9	599.4	611.6	660.6	580.6	1040.0
AGM ps = 200	3305.21	36000	690.3	579.4	645.2	677.4	690.3	535.5	1071.0

ps: tamaño de la población, GA: Genetic Algorithm, GAOS: Genetic Algorithm Based Optimum Structural Design, H-SAGA: Hybrid Simulated Annealing-Genetic Algorithm, AGM: Algoritmo Genético Multicromosoma.

* El número de análisis corresponde a la cantidad de evaluaciones de la función objetivo, es decir, al número de iteraciones requeridas multiplicado por el tamaño de la población.

**Fue quien propuso el problema, el cual originalmente solo tiene dos grupos de diseño.

En la tabla 21 se puede apreciar que, a diferencia de los ejemplos de 25 y 72 elementos, no existen muchos autores que hayan diseñado esta armadura tipo domo. No obstante, se observa que hay una mejora ostensible en el peso final respecto a los dos autores cronológicamente anteriores. Al comparar el peso final con el de Najian et al. (2013) se tiene que estos obtuvieron un peso menor, lo cual se debe a dos diferencias sustanciales en las consideraciones de diseño: (i) Najian et al. (2013) trabajaron con perfiles y restricciones de la norma turca y en este trabajo se consideró la norma americana AISC y (ii) el programa H-SAGA emplea algoritmos genéticos y simulated annealing, lo que hace que haya una alta convergencia, descartando óptimos locales y mejorando la eficiencia y eficacia de los resultados. Sin embargo, Najian et al. (2013) no reportan tiempos computacionales, por lo que no es posible comparar ambos programas en términos de rendimiento.

Otro aspecto importante a tener en cuenta es que la complejidad del problema está directamente relacionada con el número de generaciones requeridas para alcanzar la solución óptima y con el tamaño de la población. Por ejemplo, para la armadura de 25 elementos se requirió de 146 generaciones con 100 individuos y para la armadura de 112 elementos de 180 generaciones con 200 individuos.

6.2. Evaluación del Algoritmo Genético Multicromosoma Paralelo

Una vez es validado el AG multicromosoma serial, se procede a evaluar el desempeño del AG paralelizado mediante el diseño de dos armaduras complejas reportadas en la literatura, una de 200 elementos y otra de 354 elementos. Esto con el fin de establecer los ahorros en tiempos y recursos computacionales por efecto de la implementación del esquema de paralelización propuesto.

6.2.1. Armadura Espacial de 200 Elementos

6.2.1.1. Datos de Entrada

Se realiza el diseño de la armadura 3-D propuesta por Togan y Daloglu (2006), cuya configuración geométrica se muestra en la figura 31. Los miembros se clasifican en tres grupos: (i) los miembros del cordón inferior, (ii) las diagonales y (iii) los miembros del cordón superior. Para el diseño se consideran perfiles tubulares circulares. En el problema original se trabaja con la base de datos de perfiles turcos, sin embargo, para este trabajo se consideran los perfiles tubulares del AISC. En las tablas 22 a 26 se muestran las propiedades, restricciones, grupos de diseño, coordenadas de nodos y conectividad de elementos de la armadura.

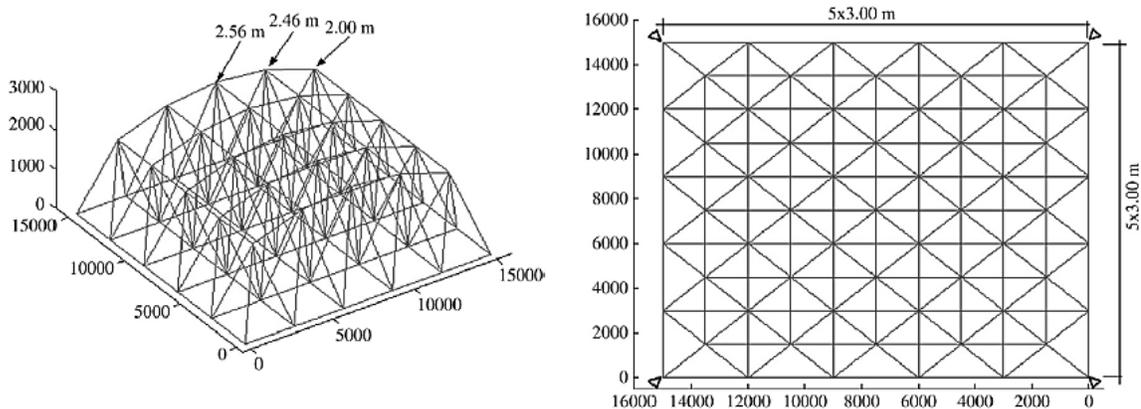


Figura 31. Configuración Espacial Armadura de 200 elementos
(Togan y Daloglu, 2006)

Tabla 22

Propiedades de los Materiales para la Armadura de 200 Elementos

Módulo de Elasticidad (MPa)	200000
Densidad del Material (kg/m^3)	7850
Esfuerzo de Fluencia (kg/m^2)	3241

Tabla 23

Restricciones para la Armadura de 200 Elementos

Esfuerzos Limite
$(\sigma_{\text{tensión}})_j \leq \text{AISC}, (\sigma_{\text{compresión}})_j \leq \text{AISC}, j = 1, 2, \dots, 200.$
Desplazamientos admisibles
$\Delta_j \leq 20 \text{ mm en la dirección } z, j = 1, 2, \dots, 61.$
Secciones de Elementos
AISC perfiles tubulares circulares, $j = 1, 2, \dots, 200.$

Tabla 24

Variables (Grupos) de Diseño para la Armadura de 200 Elementos

VARIABLES DE DISEÑO (in2)	ELEMENTOS	TIPO
A ₁	1 al 60	Cordón Inferior
A ₂	61 al 160	Diagonales
A ₃	161 al 200	Cordón Inferior

Tabla 25

Coordenadas de los Nodos para la Armadura de 200 Elementos

Nodo	Coordenadas (m)			Nodo	Coordenadas (m)			Nodo	Coordenadas (m)		
	X	Y	Z		X	Y	Z		X	Y	Z
1	3.00	0.00	0.00	22	15.00	9.00	0.00	43	1.50	7.50	2.00
2	6.00	0.00	0.00	23	0.00	12.00	0.00	44	4.50	7.50	2.00
3	9.00	0.00	0.00	24	3.00	12.00	0.00	45	7.50	7.50	2.56
4	12.00	0.00	0.00	25	6.00	12.00	0.00	46	10.50	7.50	2.46
5	0.00	3.00	0.00	26	9.00	12.00	0.00	47	13.50	7.50	2.00
6	3.00	3.00	0.00	27	12.00	12.00	0.00	48	1.50	10.50	2.00
7	6.00	3.00	0.00	28	15.00	12.00	0.00	49	4.50	10.50	2.00
8	9.00	3.00	0.00	29	3.00	15.00	0.00	50	7.50	10.50	2.56
9	12.00	3.00	0.00	30	6.00	15.00	0.00	51	10.50	10.50	2.46
10	15.00	3.00	0.00	31	9.00	15.00	0.00	52	13.50	10.50	2.00
11	0.00	6.00	0.00	32	12.00	15.00	0.00	53	1.50	13.50	2.00
12	3.00	6.00	0.00	33	1.50	1.50	2.00	54	4.50	13.50	2.46
13	6.00	6.00	0.00	34	4.50	1.50	2.46	55	7.50	13.50	2.56
14	9.00	6.00	0.00	35	7.50	1.50	2.56	56	10.50	13.50	2.46
15	12.00	6.00	0.00	36	10.50	1.50	2.46	57	13.5	13.5	2
16	15.00	6.00	0.00	37	13.50	1.50	2.00	58	0.00	0.00	0.00
17	0.00	9.00	0.00	38	1.50	4.50	2.00	59	15.00	0.00	0.00
18	3.00	9.00	0.00	39	4.50	4.50	2.46	60	0.00	15.00	0.00
19	6.00	9.00	0.00	40	7.50	4.50	2.56	61	15.00	15.00	0.00
20	9.00	9.00	0.00	41	10.50	4.50	2.46				
21	12.00	9.00	0.00	42	13.50	4.50	2.00				

Tabla 26

Conectividad de los Elementos para la Armadura de 200 Elementos

Elemento	ni	nf									
1	1	2	51	21	27	101	13	44	151	28	52
2	2	3	52	22	28	102	13	45	152	28	57
3	3	4	53	24	29	103	14	40	153	29	53
4	5	6	54	25	30	104	14	41	154	29	54
5	6	7	55	26	31	105	14	45	155	30	54
6	7	8	56	27	32	106	14	46	156	30	55
7	8	9	57	5	58	107	15	41	157	31	55
8	9	10	58	10	59	108	15	42	158	31	56
9	11	12	59	23	60	109	15	46	159	32	56
10	12	13	60	28	61	110	15	47	160	32	57
11	13	14	61	33	58	111	16	42	161	33	34
12	14	15	62	37	59	112	16	47	162	34	35
13	15	16	63	53	60	113	17	43	163	35	36
14	17	18	64	57	61	114	17	48	164	36	37
15	18	19	65	1	33	115	18	43	165	38	39
16	19	20	66	1	34	116	18	44	166	39	40
17	20	21	67	2	34	117	18	48	167	40	41
18	21	22	68	2	35	118	18	49	168	41	42
19	23	24	69	3	35	119	19	44	169	43	44
20	24	25	70	3	36	120	19	45	170	44	45
21	25	26	71	4	36	121	19	49	171	45	46
22	26	27	72	4	37	122	19	50	172	46	47
23	27	28	73	5	33	123	20	45	173	48	49
24	29	30	74	5	38	124	20	46	174	49	50
25	30	31	75	6	33	125	20	50	175	50	51
26	31	32	76	6	34	126	20	51	176	51	52
27	1	58	77	6	38	127	21	46	177	53	54
28	4	59	78	6	39	128	21	47	178	54	55
29	29	60	79	7	34	129	21	51	179	55	56
30	32	61	80	7	35	130	21	52	180	56	57
31	1	6	81	7	39	131	22	47	181	33	38
32	2	7	82	7	40	132	22	52	182	34	38
33	3	8	83	8	35	133	23	48	183	35	40
34	4	9	84	8	36	134	23	53	184	36	41
35	5	11	85	8	40	135	24	48	185	37	42
36	6	12	86	8	41	136	24	49	186	38	43
37	7	13	87	9	36	137	24	53	187	39	44
38	8	14	88	9	37	138	24	54	188	40	45
39	9	15	89	9	41	139	25	49	189	41	46
40	10	16	90	9	42	140	25	50	190	42	47
41	11	17	91	10	37	141	25	54	191	43	48
42	12	18	92	10	42	142	25	55	192	44	49
43	13	19	93	11	38	143	26	50	193	45	50
44	14	20	94	11	43	144	26	51	194	46	51
45	15	21	95	12	38	145	26	55	195	47	52
46	16	22	96	12	39	146	26	56	196	48	53
47	17	23	97	12	43	147	27	51	197	49	54
48	18	24	98	12	44	148	27	52	198	50	55
49	19	25	99	13	39	149	27	56	199	51	56
50	20	26	100	13	40	150	27	57	200	52	57

Todos los nodos del cordón superior están sujetos a una carga vertical, en el sentido de la gravedad, de 13.5 kN. Para la verificación de esfuerzos se toman en cuenta las disposiciones del AISC-ASD.

6.2.1.2. Resultados y Discusión

Una vez ingresados los datos al programa, mediante una hoja de Excel, se procedió a analizar la armadura y registrar los pesos obtenidos y todos los parámetros de tiempos y uso de recursos computacionales.

Tomando en cuenta la validación del algoritmo genético serial, se establece que para la resolución de esta armadura se empleara un tamaño de la población de 200 individuos. Se obtiene un peso total mínimo de 50 corridas de **3370.65 kg**. Para llegar a esta solución se requirió de un total de *128 iteraciones*, es decir, se efectuaron **25600 evaluaciones de la función objetivo**.

Respecto a la armadura de 112 elementos, se tiene que la solución se alcanza con un menor número de generaciones a pesar de que esta tiene 88 elementos más. Esto se debe a que en este caso se tienen solo 3 grupos, en comparación a los 7 grupos de la armadura de 112 elementos, es decir, se están analizando 3 variables de diseño únicamente, lo que simplifica significativamente la complejidad del problema y reduce el número de análisis requeridos para alcanzar la solución óptima. En la tabla 27, se muestra un comparativo con los resultados de Togan y Daloglu (2006).

Tabla 27

Comparación de Resultados para la Armadura de 200 Elementos

Método	Peso (kg)	Análisis*	Variables de Diseño (mm ²)		
			A ₁	A ₂	A ₃
Togan y Daloglu (2006) GA ps = 60	3217.65	-	306.0	819.0	1552.0
AGM ps = 200	3370.65	25600	296.8	896.8	1574.2

ps: tamaño de la población, GA: Genetic Algorithm, AGM: Algoritmo Genético Multicromosoma.

* El número de análisis corresponde a la cantidad de evaluaciones de la función objetivo, es decir, al número de iteraciones requeridas multiplicado por el tamaño de la población.

Los perfiles obtenidos para cada grupo son: (i) Variable A₁ – **Pipe1 STD**, (ii) Variable A₂ – **Pipe2 XS** y (iii) Variable A₃ – **HSS 4X0.22**. Como se observa, se obtiene un resultado de peso final similar al de Togan y Daloglu (2006), quienes también emplearon un AG.

La diferencia porcentual es de alrededor del **5%** y se debe a las modificaciones planteadas por estos autores al AG simple.

En su investigación, Togan y Daloglu (2006) proponen un AG auto-adaptado similar al propuesto en el presente trabajo, pero con un valor agregado y es que, además de auto-adaptar la tasa de cruzamiento y la tasa de mutación, proponen un esquema de penalización auto-adaptado. A diferencia de las funciones de penalización simples, los esquemas de este tipo permiten que la función de penalización se ajuste automáticamente durante el proceso de optimización, de acuerdo a una serie de intervalos definidos previamente. Además, implementan una estrategia para definir los grupos de diseño desde el programa y no a priori (como parámetro de entrada), lo cual repercute en una sensible mejora en el resultado final.

No obstante, la diferencia en peso final no es significativa y se considera que el algoritmo propuesto otorga un buen resultado. Otro aspecto que se debe tener en cuenta en esta comparación, es que estos autores trabajaron en base a los perfiles y disposiciones de diseño de la norma turca. El hecho de no trabajar con la misma base de datos implica que los pesos finales tendrán diferencias, relacionadas con la cantidad de perfiles (áreas) que se tengan disponibles.

Luego realizar el análisis comparativo del peso final, se procede a evaluar el rendimiento del programa al implementar programación en paralelo. Para registrar en tiempo real el uso de CPU, de memoria RAM, ejecución de clases y de hilos, tiempos de análisis e historiales se emplea el complemento JAVA® VisualVM. Esta herramienta proporciona una interfaz visual sobre las aplicaciones JAVA® que se están ejecutando en una Máquina Virtual Java (JVM), y permite la solución de problemas y elaboración de perfiles de estas aplicaciones.

Para medir los tiempos de ejecución del programa serial y paralelo, se utiliza el método *currentTimeMillis()* de la clase *java.lang.System* el cual devuelve la hora actual del sistema en milisegundos. El cálculo se realiza definiendo una variable justo antes de lanzar el programa y otra inmediatamente después que termina, de modo que se tiene la hora de inicio y la hora fin de ejecución. Al realizar la resta entre estas dos variables y dividir entre 1000 se tiene el tiempo total que tomo en segundos:

```
long tiempoInicio = System.currentTimeMillis();
ejecutarPrograma();
long tiempoFin = System.currentTimeMillis();
System.out.println("Total tiempo de ejecución: " + ( ( tiempoFin - tiempoInicio ) / 1000 ) + " segundos");
```



Figura 32. Evaluación Computacional del AGM Serial para la Armadura de 200 Elementos
 (a) Uso de CPU, (b) Uso de Memoria RAM, (c) Clases, (d) Hilos

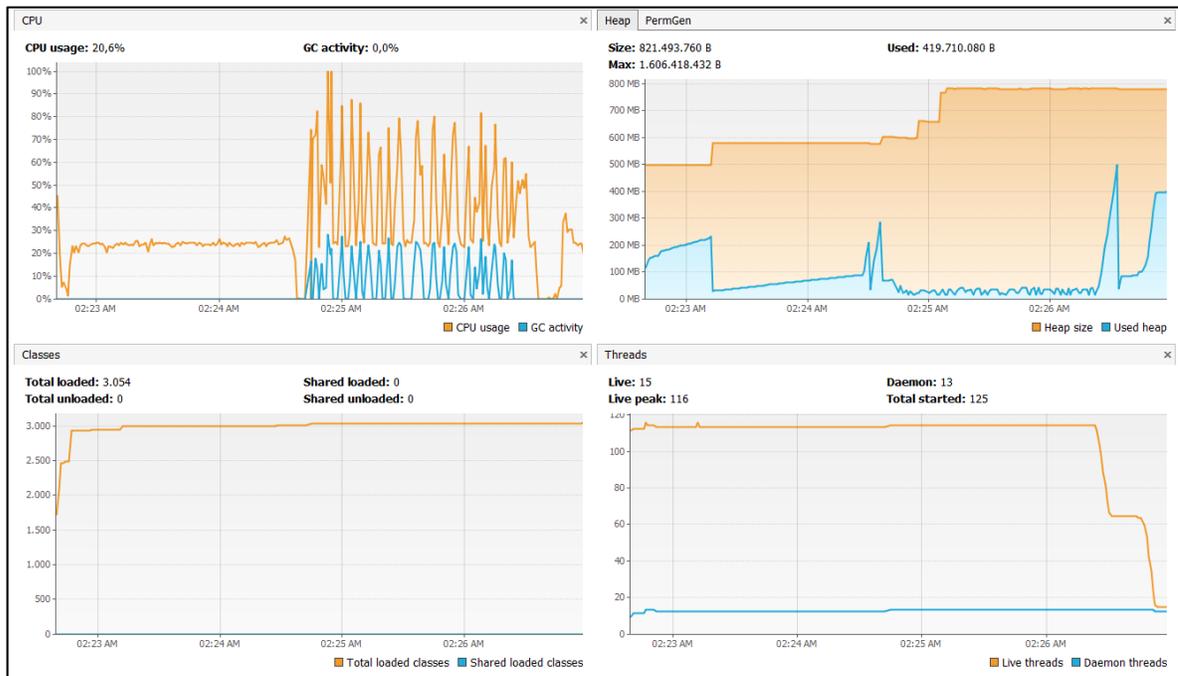


Figura 33. Evaluación Computacional del AGM Paralelo para la Armadura de 200 Elementos
 (a) Uso de CPU, (b) Uso de Memoria RAM, (c) Clases, (d) Hilos

Las figuras 32 y 33 muestran los registros gráficos de JAVA® VisualVM para el programa serial y para el paralelo, respectivamente. En el programa serial se visualiza un patrón constante de ejecución, donde los picos de uso de CPU no son frecuentes y el máximo es de 59%, mientras que en el programa en paralelo el comportamiento varía drásticamente: Durante la primera parte, el consumo de CPU es de 24% en promedio, en cambio para la segunda se alcanzan picos del 70%, 80% y 100% en un periodo de casi dos minutos. Esto se debe a la forma como se implementó la programación multihilos, primero se ejecutan las tareas que no consumen tantos recursos como cargue de datos y generación de números aleatorios dejando para la segunda parte el análisis de elementos finitos de todas las iteraciones, consiguiendo así aprovechar al máximo los recursos de procesamiento.

Se logra una reducción del 19.69% en el tiempo total de ejecución al utilizar hilos, pasando de **376 segundos** con el programa serial a **302 segundos** con el programa en paralelo.

También se observa como el consumo de memoria para el programa serial se mantiene entre 15 y 40 MB con un máximo de 70 MB, mientras que en el programa en paralelo la gráfica refleja un consumo mayor, con múltiples variaciones desde los 30 MB hasta casi los 500 MB.

Por otra parte, la herramienta JAVA® VisualVM muestra que los métodos que más consumen tiempo de CPU corresponden al programa de análisis de elementos finitos (clases generadas desde MatLab JavaBuilder), las encargadas de obtener los datos de Excel (Librería JXL) y la clase que evalúa la función objetivo (fitness).

Tiempo total en segundos para el programa serial: 376 segundos.

Tiempo total en segundos para el programa paralelo: 302 segundos.

Sin embargo, no es posible saber cómo es la distribución de tareas y en que porcentajes trabaja cada núcleo virtual del equipo, ya que JAVA® VisualVM muestra un gráfico de uso de CPU global, es decir, de toda la máquina. Pero el hecho de que se esté usando toda la capacidad de la CPU, como se evidencia en la figura 33, es un indicador de que los cuatro núcleos están trabajando al 100% de su capacidad en el máximo pico de rendimiento del programa, por lo tanto la estrategia de paralelización es eficiente y permite aprovechar al máximo toda la capacidad del computador, evitando procesos innecesarios y pérdida de CPU durante el proceso de optimización.

6.2.2. Armadura Espacial de 354 Elementos

6.2.2.1. Datos de Entrada

Como ejemplo de diseño final para evaluar el rendimiento del algoritmo genético multicromosoma paralelo, se analiza la armadura en forma de domo de 354 miembros y 127 nudos mostrada en la figura 34, la cual fue tomada del trabajo de Hasancebi *et al.* (2009). Esta armadura tiene un diámetro de 40 metros y una altura de 8.28 metros, diseñada para cubrir un auditorio. Los elementos son clasificados en 22 grupos de diseño diferentes y sus secciones se seleccionan de la base de datos de perfiles tubulares de sección circular del AISC (ver anexo 2). En lo relacionado a los métodos de diseño, se adoptan las disposiciones del AISC-ASD y el caso de carga mostrado en la figura 35, el cual se basa en una combinación de carga muerta (D) y carga de granizo (G) en el sentido de la gravedad. La carga muerta es de 0.20 kN/m^2 y la carga de granizo de 0.83 kN/m^2 .

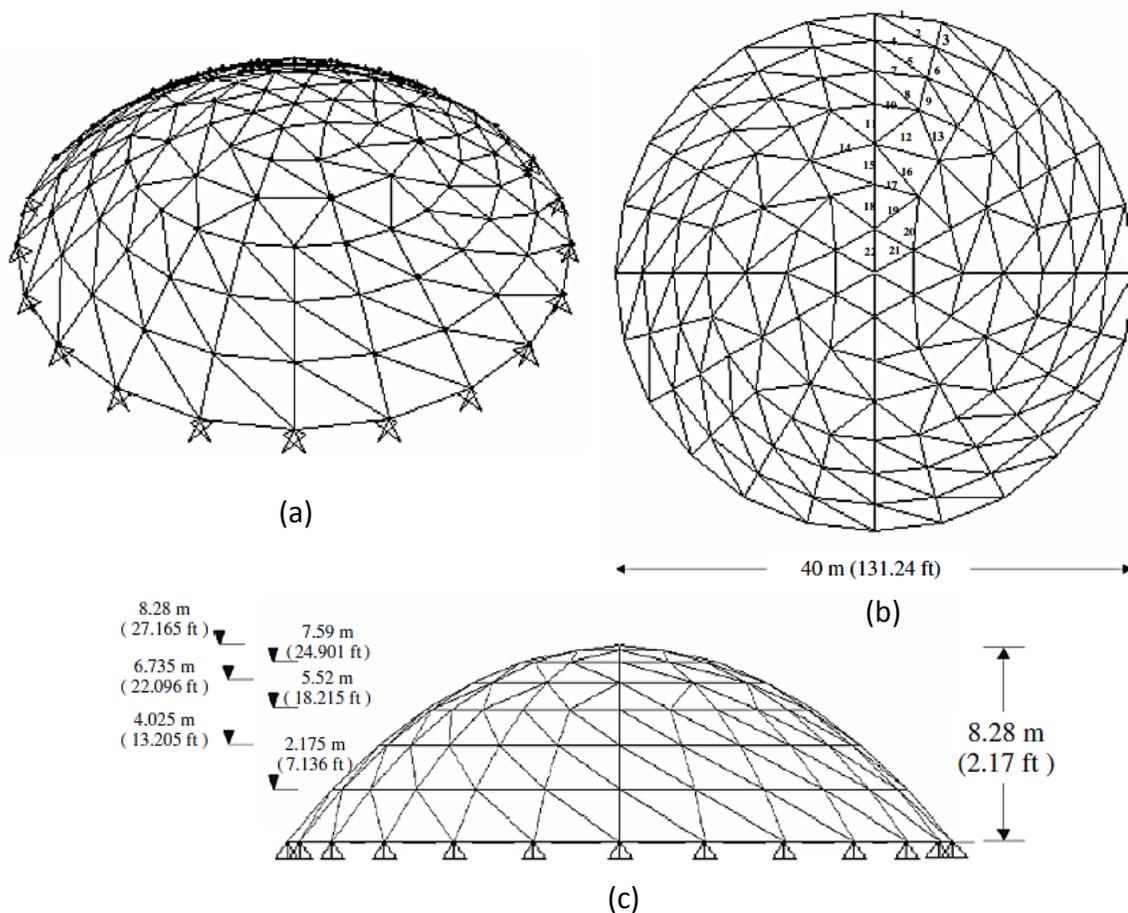


Figura 34. Configuración Geométrica de la Armadura de 354 miembros
(a) Vista 3-D, (b) Vista Superior (Grupos), (c) Vista Frontal (Hasancebi *et al.*, 2009)

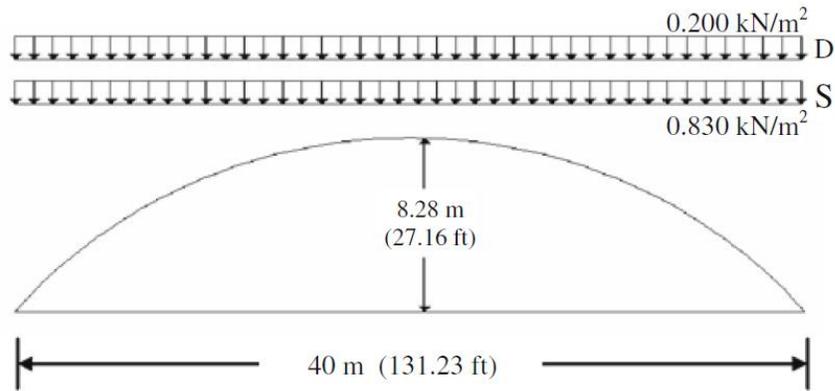


Figura 35. Condición de Carga para la Armadura de 354 miembros (D + S)
(Hasancebi *et al.*, 2009)

Tabla 28

Propiedades de los Materiales para la Armadura de 354 Elementos

Módulo de Elasticidad (MPa)	200000
Densidad del Material (kg/m ³)	7850
Esfuerzo de Fluencia (kg/m ²)	3241

Tabla 29

Restricciones para la Armadura de 354 Elementos

Esfuerzos Limite
$(\sigma_{\text{tensión}})_j \leq \text{AISC}, (\sigma_{\text{compresión}})_j \leq \text{AISC}, j = 1, 2, \dots, 354.$
Desplazamientos admisibles
$\Delta_j \leq 11.1 \text{ mm}$ en las direcciones $x, y, z, j = 1, 2, \dots, 127.$
Secciones de Elementos
AISC perfiles tubulares circulares, $j = 1, 2, \dots, 354.$

6.2.2.2. Resultados y Discusión

Una vez ingresados los datos al programa, mediante una hoja de Excel, se procedió a analizar la armadura y registrar los pesos obtenidos y todos los parámetros de tiempos y uso de recursos computacionales. Se obtiene un peso total mínimo de 50 corridas de **15742.2 kg**. Para llegar a esta solución se requirió de un total de 280 *iteraciones* con un tamaño de la población de 200, es decir, se efectuaron **56000 evaluaciones de la función objetivo**.

Se evidencia que debido a la complejidad geométrica de esta armadura y al caso de carga considerado, se requiere de un importante número de análisis para llegar a la solución óptima. Comparando la cantidad de evaluaciones de la función objetivo con respecto a la armadura de 112 elementos, la cual también tiene forma de domo, se tiene un incremento de 20000 análisis. Esto evidencia como a medida que se trabaja con un mayor número de variables de diseño y configuraciones más complejas, se requiere de un mayor uso de recursos computacionales.

Hasancebi *et al.* (2009) analizaron esta armadura implementando diferentes metaheurísticas y comparándolas en términos de peso promedio, peso mínimo y tiempo requerido para alcanzar la solución. Obtienen que la técnica que otorga el mejor resultado es el simulated annealing (SA), con un peso final de 14760.8 kg. Asimismo, reportan buenos resultados para el PSO y el ES's (Estrategias Evolutivas), con una diferencia de solo 0.30% respecto al SA. Otros métodos como el TB (Búsqueda Tabú) y el AC (Colonia de Hormigas) presentan un rendimiento inferior, con una diferencia promedio del 6%. Pero el aspecto más relevante, es que obtienen el peor resultado para el SGA (algoritmo genético simple), con una diferencia por encima del 12% respecto al SA.

Esto ratifica lo que se ha comentado en el presente capítulo, y es la evidencia en la literatura de mejores resultados implementando técnicas metaheurísticas alternativas en relación a los AG's simples. Por esta razón, es de gran importancia proponer algoritmos genéticos modificados para mejorar las estrategias de búsqueda estocásticas y obtener mejores resultados. Para este caso, empleando un algoritmo genético multicromosoma, se obtiene una diferencia del **6.65%** respecto al mejor resultado del SA de Hasancebi *et al.* (2009). A pesar de que el peso obtenido es mayor, se observa que los resultados son significativamente mejores entre el AG simple y el AGM propuesto en este trabajo.

Al igual que con el ejemplo de diseño de la armadura de 200 elementos, se evaluó y comparo el rendimiento computacional del programa serial y paralelo, empleando la herramienta JAVA® VisualVM, como se muestra en las figuras 36 y 37. Se obtuvieron los siguientes tiempos de ejecución:

Tiempo total en segundos para el programa serial: 624 segundos

Tiempo total en segundos para el programa paralelo: 467 segundos.



Figura 36. Evaluación computacional del AGM Serial para la Armadura de 354 Elementos
 (a) Uso de CPU, (b) Uso de Memoria RAM, (c) Clases, (d) Hilos

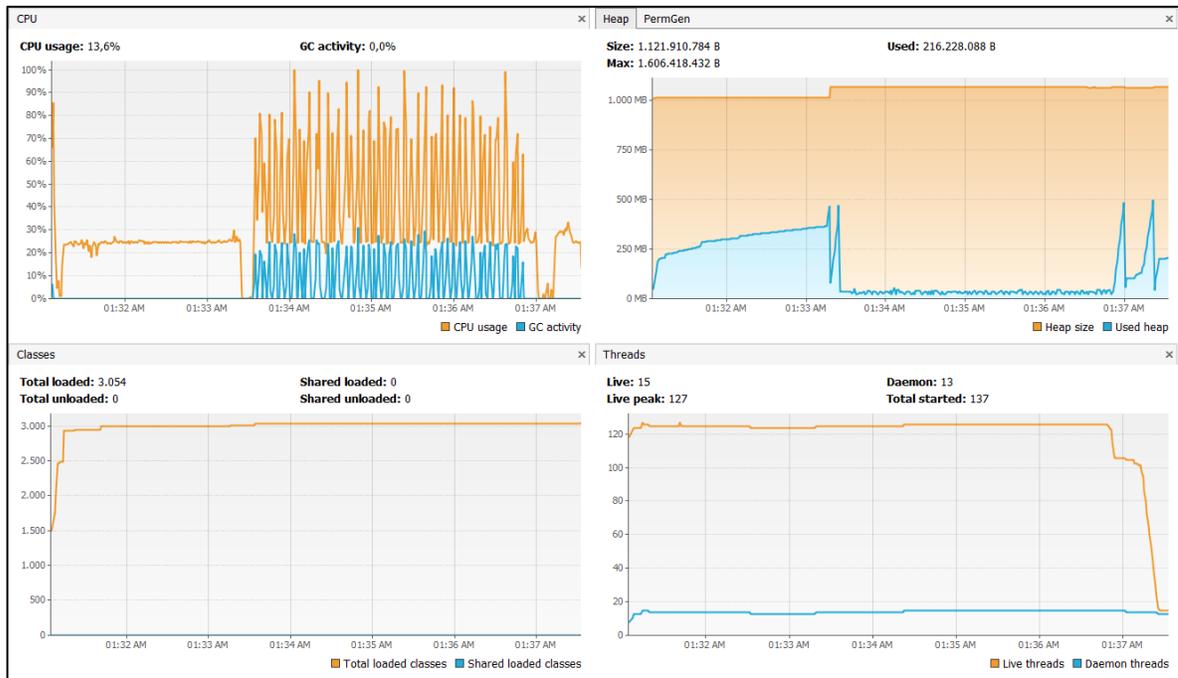


Figura 37. Evaluación computacional del AGM Paralelo para la Armadura de 354 Elementos
 (a) Uso de CPU, (b) Uso de Memoria RAM, (c) Clases, (d) Hilos

En este segundo ejemplo de diseño, el tiempo de ejecución para el programa serial fue de **624 segundos**. Como se observa en la figura 36, se alcanza un pico de 68% en consumo de CPU durante el inicio, que corresponde a un 9% más que el obtenido en el algoritmo serial del primer modelo. Esto se debe a que esta armadura tiene una configuración geométrica más compleja que la armadura de 200 elementos y una mayor cantidad de variables de diseño (grupos), por lo tanto la lectura de datos y cargue del programa de elementos finitos y la evaluación del fitness, así como la inicialización de variables genera un aumento en el consumo de recursos.

Para el programa en paralelo de la armadura de 354 elementos, el tiempo total de ejecución fue de **467 segundos**, que corresponde a un **25.17%** menos que el serial, alcanzando picos de consumo de CPU del 90% y 100% en varias oportunidades (situación que también ocurre en el algoritmo en paralelo de la armadura de 200 elementos). Esto muestra como a medida que aumenta la complejidad del problema y el número de análisis requeridos para alcanzar la solución óptima, la estrategia de paralelización propuesta va mejorando los tiempos de ejecución del programa. Sin embargo, vemos que porcentualmente la mejora en tiempos es similar entre los dos ejemplos, a pesar de que uno es significativamente más complejo a nivel de diseño estructural. Lo que muestra que la implementación de esquemas de paralelización optimiza rendimientos computacionales, pero las condiciones propias del problema exigen un mínimo de análisis y procedimientos y por ende se tendrán unos límites de tiempo necesarios para la resolución del problema.

En la figura 37 se observa que durante la primera etapa de la ejecución, el consumo de recursos se mantiene con un promedio del 24%, que consiste en la lectura de los datos de Excel y pasos previos al análisis de elementos finitos, sin embargo para la segunda etapa, todos los hilos que estaban dormidos comienzan a ejecutarse, realizando el análisis de manera concurrente y haciendo uso intensivo del CPU.

7. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Este trabajo propone una metodología para el diseño óptimo de armaduras 3-D, basada en algoritmos genéticos multicromosoma y programación en paralelo. Este tipo de algoritmo permite encontrar el peso óptimo de una armadura 3-D con una tipología conocida, empleando dos cromosomas: uno binario para determinar el mejor conjunto de perfiles dada una base de datos y uno real para auto-adaptar los parámetros genéticos durante el proceso evolutivo. Para evaluar la robustez y eficiencia del programa serial se realizó el diseño de tres armaduras reportadas en la literatura (25, 72 y 112 elementos), empleando tres medidas de desempeño: peso final, desviación estándar entre iteraciones y número de evaluaciones de la función objetivo. Posteriormente, para mejorar la velocidad del programa y optimizar el uso de recursos computacionales, se paralelizó el algoritmo empleando el modelo de islas e hilos de trabajo y se evaluó el desempeño mediante el diseño de una armadura de 200 elementos y una de 354 elementos. De los resultados obtenidos y comparaciones realizadas con lo reportado en la literatura se puede concluir lo siguiente:

- La metodología propuesta en este trabajo permite obtener el peso óptimo de una armadura 3-D, cuya tipología es conocida, en base a los parámetros de diseño del AISC y una base de datos previamente definida por el usuario. Los resultados muestran que, en comparación con otros algoritmos reportados en la literatura, se obtienen notables mejoras tanto a nivel del peso final como del rendimiento computacional.
- Los algoritmos genéticos auto-configurados presentan ventajas respecto a los AG's simples, debido a que el usuario no debe definir de entrada los parámetros genéticos a emplear, sino que estos son obtenidos mediante unos intervalos y se van modificando a medida que se desarrolla el proceso evolutivo. Los resultados muestran que para las distintas armaduras se obtienen diferentes tasas de cruzamiento y mutación, es decir, los parámetros genéticos varían de acuerdo a las características propias del problema de estudio.
- Emplear estrategias elitistas en el desarrollo de los algoritmos genéticos permite mejorar la convergencia del programa hacia el resultado óptimo, debido a que siempre se almacena la mejor solución entre una generación y la siguiente, orientando la búsqueda hacia las zonas con mejores individuos. No obstante, se debe garantizar una adecuada diversidad genética para evitar la aparición de "súper-individuos".

- Los historiales de convergencia muestran que el número de iteraciones requerido para alcanzar la solución óptima se incrementa a medida que aumenta la complejidad topológica y condiciones de carga de la armadura.
- Incrementar el tamaño de la población incide notablemente en la calidad del resultado final, en especial, en problemas de alta complejidad.
- Además de auto-adaptar los parámetros genéticos, se puede considerar para un trabajo futuro emplear esquemas que permitan auto-adaptar otras partes importantes del programa como las funciones de penalización, de modo que estas se ajusten a medida que se desarrolla el proceso de optimización.
- Clasificar los perfiles en grupos de diseño facilita la resolución del problema y le permite al usuario garantizar de entrada una configuración lógica de la armadura. Se evidencia que a medida que se aumentan los grupos de diseño se requiere de un tamaño de población mayor para alcanzar la solución óptima, ya que se deben analizar más variables. Sin embargo, no se encuentra evidencia en la literatura de algún método que relacione el tamaño de la población con la cantidad de variables de diseño y por lo general se asumen valores empíricos, lo cual podría ser un tópico interesante para una investigación futura. Otra posible alternativa sería desarrollar una rutina que permita clasificar automáticamente los perfiles en grupos de acuerdo a la magnitud de la carga axial (compresión o tensión) y de este modo reducir la complejidad del problema en base a un criterio de diseño y no en base a criterios a priori del diseñador.
- La comparación con los resultados obtenidos en la literatura para AG simples, muestra que los AG modificados, como el propuesto en este trabajo, mejoran las tasas de convergencia y los rendimientos de búsqueda y por ende producen mejores resultados. No obstante, se evidencio que otros métodos metaheurísticos como el PSO, AC y el SA reportan mejores resultados. En este caso, solo es posible comparar el desempeño en términos de resultado final y eficiencia, pero no se puede conocer que características a nivel de diseño presentan estas metodologías alternativas y por qué sus resultados son mejores. Un trabajo futuro podría emplear algunas metodologías metaheurísticas diferentes de los AG's para resolver estos mismos problemas y comparar las diferencias a nivel de diseño de los algoritmos.

- Implementar programación en paralelo permite mejorar el aprovechamiento de los recursos computacionales en problemas de optimización. Dividir la población en subpoblaciones permite distribuir la responsabilidad del problema en todos los procesadores del equipo, garantizando el uso de toda la capacidad del equipo. Para este caso, se evidencia que el esquema de paralelización de modelo de islas permite emplear hasta el 100% de la CPU en la resolución de la fase más compleja del diseño, lo que indica que en el punto más crítico todos los procesadores pueden trabajar al máximo de su capacidad.
- La implementación de hilos evita bloqueos del programa, ya que permite ejecutar tareas mientras se accede al disco para leer un archivo (base de datos) o se espera por una conexión de red.
- Emplear multihilos para ejecutar tareas independientes de forma simultánea mejora notablemente el rendimiento computacional del programa. Además, permiten ejecutar inicialmente las tareas sencillas y luego las que consumen mayor memoria. Esta es una de las mayores ventajas de emplear JAVA®, respecto a otros lenguajes de programación.
- La optimización en el uso de recursos computacionales repercute directamente en la velocidad de ejecución del programa. Se observó una reducción en los tiempos del 25% entre el programa serial y el programa paralelizado.
- Este trabajo solo se concentró en el desarrollo del modelo y el controlador, basado en el esquema MVC. Por esta razón, se sugiere como trabajo futuro desarrollar lo referente a la vista, es decir, crear una interfaz de usuario para mejorar la modelación de la estructura y facilitar el ingreso de los datos de entrada. Para este caso, se observó que el ingreso de los datos de entrada por Excel es una tarea tediosa que toma demasiado tiempo cuando el problema es muy complejo, pero que no incide en el resultado final. Asimismo, este programa se elaboró con interfaces, por lo que el ingreso de los datos puede manejarse desde cualquier fuente, como bases de datos relacionales, archivos planos, etc., y esto no afecta el funcionamiento del controlador. A nivel comercial también podría pensarse en un entorno web interactivo, desde el cual el usuario manejara la información de entrada mediante formularios y recibiera como salida un listado con los perfiles de diseño de acuerdo a una base de datos comercial.

BIBLIOGRAFÍA

- Adeli, H., y Kamal, O. (1986).** Efficient optimization of space trusses, *Journal Computer and Structures*, 24, 501-511.
- American Institute of Steel Construction (2006).** *Steel Construction Manual 13th* (Vol. 2, pp. 10-111). Chicago, USA: Ed. AISC.
- Asociación Latinoamericana del Acero (2010).** *Especificación ANSI/AISC 360-10 para Construcciones de Acero (versión en español)* (pp. 76-152). Santiago de Chile: Chile, ALACERO.
- Asanovic, K., Bodik, R., Catanzaro, B.C., Gebis, J.J. (2006).** *The landscape of parallel computing research*. Electrical Engineering and Computer Sciences, University of California, California, USA, pp. 2-26.
- Bascón, E. (2004).** El patrón de diseño Modelo-Vista-Controlador (MVC) y su implementación en Java Swing. *Revista Acta Nova*, 2, 494-496.
- Bastidas, M., Bermúdez, R., Jaramillo, G., Chejne, F. (2010).** Optimización termoeconómica y ambiental usando algoritmos genéticos multiobjetivo. *Información Tecnológica*, 21, 35-44.
- Beer, F., y Johnston, E.R. (1977).** *Mecánica vectorial para ingenieros (Estática Tomo I)* (pp. 70-76). Bogotá, Colombia: Ed. McGraw - Hill.
- Begambre, O.J. (2011).** Validación de un algoritmo híbrido del PSO con el método simplex y de tipología paramétrica. *Revista Universidad Nacional de Colombia*, 78, 255-265.
- Begambre, O.J., Laier, J., Correa, R. (2010).** Detección de daño empleando el vector de fuerza residual modificado y el algoritmo simulated annealing (SA). *Revista Ingenierías*, 9, 25-35.
- Bendsoe, M.P., y Sigmund, O. (2003)** *Topology optimization: Theory, methods and applications* (pp. 221-258). Berlin, Germany: Ed. Springer.
- Bendsoe, M.P., y Kikuchi, N. (1988).** Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 71, 197-224.

- Brindle, A. (1980).** *Genetic algorithms for function optimization.* Department of Computing Science, University of Alberta, Edmonton, Canada.
- Camp, C.V. (2007).** Design of space trusses using big-bang crunch optimization. *Journal of Structures and Engineering ASCE*, 11, 999-1008.
- Cao, G. (1996).** *Optimized design of framed structures using a genetic algorithm.* PhD Thesis, University of Memphis, USA.
- Cerrolaza, W., y Annicchiarico, W. (1996).** *Algoritmos de optimización estructural basados en simulación genética* (pp. 46-64). Caracas, Venezuela: Universidad Central de Venezuela.
- Chaves, E. (2009).** *Mecánica del medio continuo: modelos constitutivos* (Vol. 2, pp. 2-37). La Mancha, España: Universidad de Castilla-La Mancha.
- Cheng, J. (2010).** Optimum design of steel truss arch bridges using a hybrid genetic algorithm. *Journal of Constructional Steel Research*, 66, 1011-1017.
- Coello, C., Rudnick, M., Christiansen, A. (1995).** *Using genetic algorithms for optimal design of trusses.* Department of Computer Science, Tulane University, New Orleans, USA, pp. 88-94. Recuperado de: <http://www.andrew.cmu.edu/user/iht/cadproject/pdfs/Genetic%20Truss.pdf>).
- Coello, C. (2012).** *Constraint-Handling techniques used with evolutionary algorithms.* EVOCINV, Depto. de Comunicación, México D.F., México, pp. 5-46.
- Dantzig, G. (2010).** The nature of mathematical programming. *Computing Society's Editorial Board.*
- Dede, T., Berikoglu, S., Ayvas, Y. (2011).** Weight minimization of trusses with genetic algorithm. *Applied Soft Computing*, 11, 2565-2575. (Recuperado de: www.journals.elsevier.com/applied-soft-computing/).
- De Jong, K.A. (2007).** *Analysis of the behavior of a class of genetic adaptive system.* Department of Computer and Communications Sciences, University of Michigan, Ann Arbor, USA, pp. 128-135.
- Degertekin, S.O., y Hayalioglu, M.S. (2013).** Sizing truss structures using teaching-learning-based optimization. *Computer and Structures*, 119, 177-188.

- Delgado, D.J., Islas. A., Paz, G. (1995).** *Desarrollo de herramientas de análisis estructural para su uso desde la internet.* Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de Ingeniería, México, pp. 15-86.
- Diewert, W.E. (2008).** *The new palgrave dictionary of economics* (Vol. 2). Macmillan, USA: Ed. Palgrave.
- Dominguez – Dorado, M. (2005).** Programación de Algoritmos Genéticos. *Revista Todo Programación*, 12, 16-20.
- Erbatur, F., Hasancebi, O., Tütüncü, I., Kilic, H. (2000).** Optimal design of planar and space structures with genetic algorithms. *Computers and Structures*, 75, 209-224.
- Escalante, V. (2003).** *Diseño de Estructuras Metálicas* (Vol. 1, pp. 17-46). Santo Domingo, República Dominicana.
- Farshi, B., y Ziazi, A. (2010).** Sizing optimization of truss structures by method of centers and force formulation. *International Journal of Solids and Structures*, 47, 2508-2524.
- Fratelli, M. Diseño de Estructuras Metálicas: Estados Limites LRFD** (Vol. 1, pp. 300-311). Madrid, España.
- Gellatly, R.A., y Berke, L. (1971).** *Optimal structural design.* Ohio, USA: Air Force Flight Dynamics Laboratory (AFFDL).
- Goldberg, D. (1989).** *Genetic algorithm in search optimization and machine learning.* Reading, USA: Adisson-Wesley Publishing.
- Goldberg, D., y Samtani, M.P. (1986)** *Engineering optimization via genetic algorithms.* Proceedings of the Ninth Conference on Electronic Computations, Alabama, USA, pp. 471-482.
- González, I., Sánchez, A.J., Hernández, D.V. (2002).** *Java Threads (Hilos en Java).* Departamento de Informática y Automática, Universidad de Salamanca, España, pp. 1-17.
- Grefensette, J. (1986)** *Optimization of control parameters for genetic algorithms.* Pittsburg, USA: IEEE Transactions on Systems (Man and Cybernetics).

- Haftka, R.T., y Gürdal, Z. (1992).** Elements of structural optimization. *Kluwer Academic Publishers*, 3, 481-486.
- Haug, J.R., y Arora, J.S. (1976).** Efficient optimal design of structures by generalized steepest descent programming. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 10, 747-766.
- Hernández, G.I. (2011).** *Historia de las Computadoras*. Universidad Veracruzana, Veracruz, México, pp. 6-8.
- Hajela, P., y Lee, E. (1994).** Genetic algorithms in truss topological optimization. *Solid Structures*, 32, 3341-3357. (Recuperado de: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/002076839400306H>).
- Holland, J.H. (1975).** *Adaptation in natural and artificial systems*. Michigan, USA: MIT Press.
- Instituto Latinoamericano del Fierro y el Acero (2012),** *La cadena de valor siderúrgica y metalmeccánica en Colombia: En la primera década de siglo XXI*. Bogotá, Colombia: Cámara Fedemetal.
- Kalyamnoy, D., y Gulati, S. (2001).** Design of truss-structures for minimum weight using genetic algorithms. *Finite Elements in Analysis and Design*, 37, 447-465. (Recuperado de: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0168874X00000573>).
- Kawamura, H., Ohmori, H., Kito, N. (2002).** Truss topology optimization by a modified genetic algorithm. *Struc Multidisc Optim*, 23, Japan, 467-472. (Recuperado de: <http://link.springer.com/content/pdf/10.1007/s00158-002-0208-0>).
- Khan, M.R., Willmert, K.D., Thornton, W.A. (1979).** An optimality criterion method for large-scale structures. *AIAA Journal*, 17, 753-761.
- Koza, J.R. (1992).** *Genetic Programming: On the programming of computers by means of natural selection* (pp. 9-63). Londres, Inglaterra: MIT Press.
- Lamberti, L. (2008).** An efficient simulated annealing algorithm for design optimization of truss structures. *Computer and Structures*, 86, 1936-1953.

- Lamberti, L., y Pappalettere, C. (2000).** Comparison of the numerical efficiency of different sequential linear programming based on algorithms for structural optimization problems. *Computer and Structures*, 76, 713-728.
- Lamberti, L., y Pappalettere, C. (2003).** Move limits definition in structural optimization with sequential linear programming – Part II: Numerical Examples. *Computer and Structures*, 81, 215-238.
- Lee, K.S., y Geem, Z.W. (2004).** A new structural optimization method based on the harmony search algorithm. *Computer and Structures*, 82, 781-798.
- Li, L.J., Huang, Z.B., Liu, F. (2005).** A heuristic particle swarm optimization method for truss structures with discrete variables. *Computer and Structures*, 87, 435-443.
- McCormac, J. (2001).** *Diseño de Estructuras de Acero: Método LRFD* (Vol. 2, pp. 512-585). México D.F., México: Ed. Alfaomega.
- Medina, J.O. (2012).** *Sistemas Estructurales: Cerchas, Facultad de Arquitectura y Diseño*. Universidad de Los Andes, Venezuela, pp. 2-8.
- Molina, J.A., y Páez, E.A. (2010).** *Optimización del peso de cerchas en 3D mediante algoritmos genéticos (GA) y Optimización por enjambre de partículas (PSO)*. Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia, pp. 30-52.
- MontGomery, D.C., y Runger, G.C. (2000).** *Probabilidad y estadística aplicadas a la ingeniería* (Vol. 2, pp. 99-102). Bogotá, Colombia: Ed. McGraw-Hill
- Moore, F. (2000).** *Comprensión de la estructuras en arquitectura* (p. 65). México D.F., México: Ed. McGraw-Hill.
- Moreno, L.A. (2005).** *Computación paralela y entornos heterogéneos*. Tesis Doctoral, Universidad de la Laguna, Tenerife, España, pp. 5-41.
- Muñoz, J. (2010).** *Inteligencia computacional inspirada en la vida* (Vol. 1, pp. 18-47). Málaga, España: Universidad de Málaga (SPICUM).
- Najian, R., Aslani, M., Panahi, M.S. (2013).** *Sizing optimization of truss structures using a hybridized genetic algorithm*. Mechanical Engineering Department, University of Tehran, Tehran, Iran, pp. 4-13.

- Olivella, X.O., y Agelet de Saracíbar, C. (2000).** *Mecánica de medios continuos para ingenieros* (Vol. 2, pp. 25-166). Barcelona, Catalunya: Edicions UPC.
- Pólya, G. (1957).** *How to Solve it* (Vol. 2, pp. 2-14). Princeton, USA: Princeton University Press.
- Poveda, R., Gómez, J., León, E. (2008).** GRISLAS: Un algoritmo genético paralelo que combina los modelos de grillas e islas para encontrar soluciones óptimas cercanas al problema del agente viajero. *Revista Avances en Sistemas e Informática*, 5, 14-20.
- Rajeev, S., y Krishnamoorthy, C.S. (1992).** Discrete optimization of structures using genetic algorithms. *Journal of Structures and Engineering*, 118, 1233-1250.
- Rosenberg, R.S. (1967).** *Simulation of genetic populations with biochemical properties*. Ann Harbor, USA: University of Michigan.
- Ruge, I.A., y Alvis, M.A. (2010).** Aplicación de los algoritmos genéticos para el diseño de un controlador PID adaptativo, *Conciencias*, Colombia, pp. 83-89.
- Sayago, J.A. (2008).** Adaptación de algoritmos genéticos en la simulación del comportamiento estratégico de los agentes contaminadores ante el cobro de tasas retributivas. *Cuadernos de Administración*, 21, 161-187.
- Saka, M.P. (1990).** Optimum design of pin-jointed steel structures with practical applications. *Journal of Structural Engineering ASCE*, 116, 2599-2620.
- Saka, M.P., y Geem, Z.W. (2012).** Mathematical and metaheuristic application in design optimization of steel frame structures: An extensive review, Department of Civil Engineering. *Mathematical Problems in Engineering*, 1, 2-27. (Recuperado de: <http://dx.doi.org/10.1155/2013/271031>).
- Schoenauer, M., y Xanthakis, S. (1993).** *Constrained GA optimization*. Fifth International Conference on Genetic Algorithms, University of Illinois, USA, pp. 573-580.
- Sesok, D., y Belevicius, R. (2007).** Use of genetic algorithms in topology optimization of truss structures, *Mechanika*, 2, 34-39.
- Smith, A.E., y Coit, D.W. (1995).** *Penalty Functions, Handbook of Evolutionary Computation*. Department of Industrial Engineering, University of Pittsburgh, Pennsylvania, USA, pp. 2-10.

- Schmit Jr, L.A., y Farshi, B. (1974).** Some approximation concepts for structural synthesis. *AIAA Journal*, 12, 692-699.
- Schmit Jr, L.A., y Miura, H. (1976).** *Approximation concepts for efficient structural synthesis* (pp. 163-168). Washington D.C., USA: NASA
- Talasliloglu, T. (2009)** A new genetic algorithm methodology for design optimization of truss structures: population-based genetic algorithm with enhanced interval search. *Model and Simulation in Engineering Journal*, 28, 2-24.
- Togan, V., y Daloglu, A.T. (2008).** An improved genetic algorithm with initial population strategy and self-adaptive member groupings. *Computer and Structures*, 86, 1204-1218.
- Umesha, P.K, Venuraju, M.T., Hartamann, D., Leimbach. K.R. (2005).** Optimal design of truss structures using parallel computing. *Struct Multidisc Optim*, 29, 285-197.
- Venkayya, V.B. (1971).** Design of optimum structures. *Journal Computers and Structures*, 1, 265-309.
- Villalba, J.D., y Laier, J.E. (2012).** Localizing and quantifying damage by means of multi-chromosome genetic algorithm. *Advances in Engineering Software*, 50, 150-157.
- Xu, T., Zuo, W., Xu, T., Song, G., Li, R. (2010).** An adaptive reanalysis method for genetic algorithm with application to fast truss optimization. *The Chinese Society of Theoretical and Applied Mechanics*, 56, 225-233.
- Zhu, D.M. (1986).** An improved Templeman's algorithm for optimum design of trusses with discrete member size. *Engineering Optimization*, 9, 303-312.

ANEXO 1

CÓDIGO PROGRAMA DE ELEMENTOS FINITOS PARA DISEÑO DE ARMADURAS 3-D (MatLab)

```

%%-----
% PONTIFICIA UNIVERSIDAD JAVERIANA
% PROGRAMA ELEMENTOS FINITOS PARA DISENO DE CERCHAS 3-D
% Elaborado por: Sebastian Ramirez E.
%-----
function [LongitudElementos,dof,Ulocal] =
ejecutarProgramaElementosFinitos(prop, cord, cone, rest,
carg)

%-----
%% 1. INFORMACION GENERAL DE LA ARMADURA
%-----

%-----
%% 1.1. PROPIEDADES DE LAS SECCIONES
%-----
Propiedades = prop;

Numero_Elementos=size(Propiedades,1);    % Calcula el numero
de elementos

% Guardar las Areas A(i) y los Modulos de Elasticidad E(i) de
todos los
% elementos
for i=1:Numero_Elementos
    A(i,:)=Propiedades(i,1);
    E(i,:)=Propiedades(i,2);
end

%-----
%% 1.2. COORDENADAS GLOBALES DE LOS NODOS
%-----
Cor= cord;

Numero_Nodos=size(Cor,1);    % Calcula el numero de nodos

%-----
%% 1.3. CONECTIVIDAD DE LOS ELEMENTOS
%-----
Conectividad_Nodos = cone;

%-----
%% 1.4. DEFINICION DE LA TOPOLOGIA
%-----
Re = rest;

```

```

Nodo_dof=size(Re,2); % Numero de grado de libertad del
elemento

%Topologia---->Acumulada
Mat_Top=0;
for i=1:Numero_Nodos;
    for j=1:Nodo_dof;
        if Re(i,j)==1;
            Mat_Top = Mat_Top +1;
            Re(i,j) = Mat_Top;
        end
    end
end
Des_Sistema=Mat_Top;      % Valor total de desplazamiento del
sistema

for i=1:Numero_Elementos
    R(i,:)=[Re(Conectividad_Nodos(i,1),:)]
Re(Conectividad_Nodos(i,2),:)]];
end

P(Des_Sistema)=0;

%-----
%% 1.5. CARGAS GLOBALES EN LA ARMADURA
%-----
Cargas = carg;
Numero_Cargas=size(Cargas,1); % Calcula el numero de cargas
for i=1:Numero_Cargas
    %P(Re(Nodo, grado de libertad)) = Carga
    P(Re(Cargas(i,1),Cargas(i,2))) = Cargas(i,3);
end

%-----
%% 2. ANALISIS DE LA ARMADURA
%-----
for s=1:Numero_Elementos;
    px1(s,:)=Cor(Conectividad_Nodos(s,1),1);
    px2(s,:)=Cor(Conectividad_Nodos(s,2),1);

    py1(s,:)=Cor(Conectividad_Nodos(s,1),2);
    py2(s,:)=Cor(Conectividad_Nodos(s,2),2);

    pz1(s,:)=Cor(Conectividad_Nodos(s,1),3);
    pz2(s,:)=Cor(Conectividad_Nodos(s,2),3);
end

```

```

%-----
%% 2.1. CALCULO DE LAS MATRICES DE RIGIDEZ (LOCAL Y GLOBAL)
%-----
for s=1:Numero_Elementos

%Calculo de la longitud de los elementos
Lon = sqrt((px2(s)-px1(s))^2+(py2(s)-py1(s))^2+(pz2(s)-
pz1(s))^2);
LongitudElementos(s) = Lon; % Se guarda la longitud del
elemento

%Cosenos directores de los elementos
Dcos= [ (px2(s)-px1(s))      %l
        (py2(s)-py1(s))      %m
        (pz2(s)-pz1(s))] / Lon; %n

Dataport(s,:)=[Lon Dcos(1) Dcos(2) Dcos(3)];

%Matriz de Transformación (Global-->Local)
T(:, :, s) = [ Dcos(1) Dcos(2) Dcos(3) 0 0
0
-Dcos(2) Dcos(1) 0 0 0
0
-Dcos(3) 0 Dcos(1) 0 0
0
0 0 0 Dcos(1) Dcos(2)
Dcos(3)
0 0 0 -Dcos(2) Dcos(1)
0
0 0 0 -Dcos(3) 0
Dcos(1)];

%Matriz de Rigidez Local para cada elemento
K(:, :, s) = [ A(s)*E(s)/Lon 0.00 0.00 -
A(s)*E(s)/Lon 0.00 0.00
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00
0.00 0.00 -A(s)*E(s)/Lon 0.00 0.00
A(s)*E(s)/Lon 0.00 0.00
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00
0.00 0.00 ];

```

```

%Calculo de la Matriz de Rigidez Global de cada elemento
%[K]global=[C].[K]local.[C]' ó [K]global=[T]'[K]local.[T]
Kg(:, :, s)=T(:, :, s)'*K(:, :, s)*T(:, :, s);

```

```
end
```

```

%% Superposición para obtener la Matriz de Rigidez de la
Estructura

```

```

%Rutina para hacer coincidir lo indices del sistema global

```

```
Karm(Des_Sistema, Des_Sistema)=0;
```

```
for n=1:Numero_Elementos;
```

```
for temp1=1:6;
```

```
for temp2=1:6;
```

```
if (R(n,temp1)~=0)
```

```
if (R(n,temp2)~=0);
```

```
Karm(R(n,temp2),R(n,temp1))=Karm(R(n,temp2),R(n,temp1)) +
Kg(temp1,temp2,n);
```

```
end
```

```

% Chequeo de la singularidad de la matriz

```

```
sing=size(Karm);
```

```
if sing(1)~=rank(Karm)
```

```
display('Esta matriz de rigidez esta mal definida')
```

```
R
```

```
error('Verifique las condiciones de contorno del
sistema')
```

```
else
```

```
Ku = inv(Karm);
```

```
D = Ku *P';
```

```
end
```

```
clear sing
```

```

%% Matriz de topologia (DOF)

```

```
for v = 1 : Numero_Elementos;
```

```
for m = 1 :2*Nodo_dof;
```

```
u = R(v, m);
```

```
if u ~=0
```

```
dof(v, m,:) = D(u) ;
```

```
else
```

```
dof(v,m)=0;
```

```
end
```

```

        end
    end

%-----
%% 2.2. REACCIONES EN LOS NODOS
%-----
    for s=1 :Numero_Elementos;
    %Reacciones en los nodos (Global)
        Uglobal(:,s) = Kg(:, :, s)*dof(s, :)' ;
    %Reacciones en los nodos (Local)
        Ulocal(:,s) = T(:, :, s)*Uglobal(:,s);
    end

Pf(3*Numero_Nodos)=0;
Af(3*Numero_Nodos)=0;

    for s=1:Numero_Elementos;
        for Nm=1:2;
    Conec_dof=Conectividad_Nodos(s,Nm);
        Pf((Conec_dof-1)*3+1:Conec_dof*3)=Uglobal((Nm-
1)*3+1:Nm*3,s);
        Af((Conec_dof-1)*3+1:Conec_dof*3)=Af((Conec_dof-
1)*3+1:Conec_dof*3)+Pf((Conec_dof-1)*3+1:Conec_dof*3);
        end
    end
clear Nm

%-----
%% 3. RESULTADOS (SOLICITACIONES Y DESPLAZAMIENTOS)
%-----

%-----DESPLAZAMIENTOS DE LOS NODOS-----
%-----
display ('====DESPLAZAMIENTOS DE LOS NODOS(milímetros)');
fprintf('\n');
fprintf('          u(i)          v(i)          w(i)
u(j)          v(j)          w(j) \n');
for s=1:size(dof,1);
fprintf('  (%.2f)  [% .7f]  [% .7f]  [% .7f]  [% .7f]  [% .7f]
[% .7f] \n',s,dof(s,:));
end

fprintf('\n \n ');

%-----FUERZAS LOCALES EN LOS ELEMENTOS-----
%-----

```

```

display ('====FUERZAS LOCALES EN LOS ELEMENTOS===[Fx Fy Fz]
(N) ');
fprintf('\n');
fprintf(' [ fnormal(i) ]---->-----[ fnormal(j) ] \n');
for s=1:size(Ulocal,2);

if Ulocal(1,s) <= 0
fprintf(' (%.f) [% .5f] [% .5f] (Fuerza de
Tensión)\n',s,Ulocal(1,s)',Ulocal(4,s)');
else
fprintf(' (%.f) [% .5f] [% .5f] (Fuerza de
Compresión)\n',s,Ulocal(1,s)',Ulocal(4,s)');
end
end

%-----

```

ANEXO 2

BASE DE DATOS PERFILES TUBULARES AISC (EN MILÍMETROS Y EN PULGADAS)

PERFILES TUBULARES RECTANGULARES - HSS (AMERICANOS)														
PERFIL	Propiedades Geometricas					Propiedades Elasticas						Modulo Plastico		Const. Tors.
	d (mm)	b (mm)	e (mm)	A (mm ²)	W (kg/ml)	Ix (mm ⁴)	Sx (mm ³)	rx (mm)	Iy (mm ⁴)	Sy (mm ³)	ry (mm)	Zx (mm ³)	Zy (mm ³)	J (mm ⁴)
HSS20X12X5/8	508.00	304.80	15.88	22580.60	189.39	782515080.13	3080768.03	186.18	354212943.19	2326963.09	125.22	3769024.72	2654704.37	786677394.38
HSS20X12X1/2	508.00	304.80	12.70	18258.03	153.60	645158709.68	2539994.92	187.71	293443155.05	1917286.49	126.75	3080768.03	2163092.45	640996395.42
HSS20X12X3/8	508.00	304.80	9.53	13870.94	116.99	499477710.72	1966447.68	189.23	227678589.80	1492861.53	128.02	2359737.22	1671480.53	491153082.21
HSS20X12X5/16	508.00	304.80	7.94	11677.40	98.16	420393739.86	1655093.46	189.99	193131381.48	1266720.05	128.78	1999221.81	1406010.09	414982731.32
HSS20X8X5/8	508.00	203.20	15.88	19548.35	164.04	599373252.86	2359737.22	175.01	140686221.85	1386345.61	84.84	3031606.84	1579712.97	381267985.85
HSS20X8X1/2	508.00	203.20	12.70	15870.94	133.55	495315396.46	1950060.62	176.78	117793493.44	1160204.13	86.11	2490833.73	1302771.59	315087189.18
HSS20X8X3/8	508.00	203.20	9.53	12064.49	101.84	385430300.11	1517442.13	178.56	92403376.48	911120.76	87.38	1917286.49	1007804.44	243911615.40
HSS20X8X5/16	508.00	203.20	7.94	10129.01	85.47	327157900.52	1288023.23	179.58	78667739.44	776746.83	88.14	1615764.51	852127.33	206450787.10
HSS20X4X1/2	508.00	101.60	12.70	13483.84	113.25	348801934.65	1373235.96	160.78	24432784.68	480140.98	42.67	1884512.36	557160.18	81165127.99
HSS20X4X3/8	508.00	101.60	9.53	10322.56	86.61	273464046.62	1076630.10	163.07	19812615.86	390012.12	43.94	1463364.82	439173.32	64932102.39
HSS20X4X5/16	508.00	101.60	7.94	8645.14	72.87	233089598.34	9174873.47	164.08	1748734.73	337573.52	44.45	1238862.04	375263.77	55775011.03
HSS20X4X1/4	508.00	101.60	6.35	6967.73	58.87	190633992.92	750527.53	165.10	14276737.90	280218.79	45.21	1007804.44	306438.10	46201688.24
HSS18X6X5/8	457.20	152.40	15.88	16580.61	138.84	384181605.83	1687867.59	152.40	65764565.24	863598.27	62.99	2212253.64	999610.90	192298918.63
HSS18X6X1/2	457.20	152.40	12.70	13483.84	113.25	320498197.71	1402732.68	154.18	55775011.03	730863.05	64.26	1835351.17	830824.14	161081561.71
HSS18X6X3/8	457.20	152.40	9.53	10322.56	86.61	250571318.21	1096294.58	156.21	44120531.11	581746.75	65.53	1415842.33	647289.03	125701890.53
HSS18X6X5/16	457.20	152.40	7.94	8645.14	72.87	213526721.33	934062.65	156.97	38001929.16	498166.75	66.29	1197894.38	548966.64	106971476.38
HSS18X6X1/4	457.20	152.40	6.35	6967.73	58.87	174400967.33	761998.48	157.99	31258980.06	409676.60	66.80	973391.60	447366.85	87408599.38
HSS16X16X5/8	406.40	406.40	15.88	22580.60	189.39	570237053.07	2802187.94	158.75	570237053.07	2802187.94	158.75	3277412.80	3277412.80	903222193.55
HSS16X16X1/2	406.40	406.40	12.70	18258.03	153.60	470341510.93	2310576.02	160.27	470341510.93	2310576.02	160.27	2687478.50	2687478.50	736729623.31
HSS16X16X3/8	406.40	406.40	9.53	13870.94	116.99	363370034.55	1786189.98	161.80	363370034.55	1786189.98	161.80	2064770.06	2064770.06	561912424.56
HSS16X16X5/16	406.40	406.40	7.94	11677.40	98.16	307595023.52	1512526.01	162.31	307595023.52	1512526.01	162.31	1737028.78	1737028.78	474503825.18
HSS16X12X5/8	406.40	304.80	15.88	19548.35	164.04	453692253.90	2228640.70	152.40	291361997.92	1917286.49	121.92	2703865.56	2212253.64	570237053.07
HSS16X12X1/2	406.40	304.80	12.70	15870.94	133.55	376273208.74	1851738.23	153.92	241830458.27	1586267.80	123.44	2212253.64	1818964.10	466179196.67
HSS16X12X3/8	406.40	304.80	9.53	12064.49	101.84	292194460.77	1437145.51	155.45	188136604.37	1233945.92	124.71	1704254.66	1401093.97	358791488.87
HSS16X12X5/16	406.40	304.80	7.94	10129.01	85.58	247657698.23	1219197.56	156.21	159832867.43	1048772.10	125.48	1437145.51	1183146.02	302600246.41
HSS16X8X5/8	406.40	203.20	15.88	16580.61	138.84	339228611.86	1671480.53	143.26	114047410.61	1124152.59	83.06	2113931.26	1297855.47	283453600.83
HSS16X8X1/2	406.40	203.20	12.70	13483.84	113.25	282621137.98	1391261.73	144.78	95733227.89	943894.89	84.33	1737028.78	1073352.69	234338292.61
HSS16X8X3/8	406.40	203.20	9.53	10322.56	86.61	221018886.99	1086462.34	146.56	75337888.03	742334.00	85.60	1345377.95	832462.85	181476901.56
HSS16X8X5/16	406.40	203.20	7.94	8645.14	72.87	187720372.95	924230.41	147.32	64515870.97	634179.38	86.36	1137262.24	704643.75	153589396.05
HSS16X8X1/4	406.40	203.20	6.35	6967.73	58.87	153173164.62	755443.65	148.08	52861391.05	519469.93	86.87	924230.41	573547.24	124869427.68
HSS16X4X5/8	406.40	101.60	15.88	13548.36	113.48	224348738.40	1102849.41	128.52	22518120.12	442450.73	40.64	1522358.25	532579.58	72424268.05
HSS16X4X1/2	406.40	101.60	12.70	11096.75	92.95	189385298.65	932423.94	130.81	19562877.00	385096.00	41.91	1266720.05	449005.55	62434713.84
HSS16X4X3/8	406.40	101.60	9.53	8516.11	71.37	149843313.22	737417.88	132.84	15941663.60	312992.92	43.43	986501.25	355599.29	49947771.07
HSS16X4X5/16	406.40	101.60	7.94	7161.28	60.17	128199279.08	630901.96	133.86	13818883.33	272025.26	43.94	837378.97	303160.68	42871836.84
HSS16X4X1/4	406.40	101.60	6.35	5780.63	48.70	105306550.68	517831.22	134.87	11529610.49	226141.48	44.70	683340.57	249083.37	35462917.46
HSS14X14X5/8	355.60	355.60	15.88	19548.35	164.04	373359588.76	2097544.19	138.18	373359588.76	2097544.19	138.18	2474446.66	2474446.66	595210938.61
HSS14X14X1/2	355.60	355.60	12.70	15870.94	133.55	309259949.22	1737028.78	139.45	309259949.22	1737028.78	139.45	2031995.94	2031995.94	486990767.95
HSS14X14X3/8	355.60	355.60	9.53	12064.49	101.76	240165532.57	1351932.78	140.97	240165532.57	1351932.78	140.97	1563325.91	1563325.91	374608283.04
HSS14X14X5/16	355.60	355.60	7.94	10129.01	85.47	203953398.54	1145455.77	141.73	203953398.54	1145455.77	141.73	1319158.65	1319158.65	315919652.03
HSS14X10X5/8	355.60	254.00	15.88	16580.61	138.84	285950989.39	1609209.68	131.32	169406190.22	1335545.72	101.09	1966447.68	1558409.79	346304546.10
HSS14X10X1/2	355.60	254.00	12.70	13483.84	113.25	238500606.87	1340461.84	132.84	141934916.13	1115959.06	102.62	1619041.92	1286384.52	285118526.54
HSS14X10X3/8	355.60	254.00	9.53	10322.56	86.61	186055447.24	1047133.39	134.37	111133790.64	875069.22	103.89	1250332.98	994694.78	219770192.72
HSS14X10X5/16	355.60	254.00	7.94	8645.14	72.87	158167941.73	889817.58	135.13	944845633.61	745611.41	104.65	1058604.33	842295.09	185639215.82

PERFILES TUBULARES RECTANGULARES - HSS (AMERICANOS)														
PERFIL	Propiedades Geometricas					Propiedades Elasticas						Modulo Plastico		Const. Tors.
	d (mm)	b (mm)	e (mm)	A (mm ²)	W (kg/ml)	Ix (mm ⁴)	Sx (mm ³)	rx (mm)	Iy (mm ⁴)	Sy (mm ³)	ry (mm)	Zx (mm ³)	Zy (mm ³)	J (mm ⁴)
HSS14X10X1/4	355.60	254.00	6.35	6967.73	58.87	129031741.94	725946.94	135.89	77419045.16	609598.78	105.16	858682.15	684979.28	150675776.07
HSS14X6X5/8	355.60	254.00	15.88	13548.36	113.48	198958621.44	1119236.47	121.16	51612696.77	675147.04	61.72	1453532.58	793133.90	139021296.15
HSS14X6X1/2	355.60	152.40	12.70	11096.75	92.95	167325033.09	940617.47	122.94	43704299.69	575185.95	62.99	1206087.91	662037.39	116128567.74
HSS14X6X3/8	355.60	152.40	9.53	8516.11	71.37	131945361.92	742334.00	124.71	35005062.89	458837.79	64.26	938978.77	517831.22	91154682.21
HSS14X6X5/16	355.60	152.40	7.94	7161.28	60.17	112798716.34	634179.38	125.48	30093532.07	394928.24	64.77	796411.31	440812.02	77419045.16
HSS14X6X1/4	355.60	152.40	6.35	5780.63	48.70	92403376.48	519469.93	126.49	24807392.97	326102.57	65.53	648927.73	360515.41	63267176.69
HSS14X6X3/8	355.60	152.40	4.76	4361.28	36.78	70759342.35	398205.66	127.25	19105022.44	250722.08	66.29	493250.63	273663.97	48282845.37
HSS14X4X5/8	355.60	101.60	15.88	12064.49	100.80	155254321.75	873430.51	113.54	19646123.29	386734.71	40.39	1197894.38	467031.32	61602250.99
HSS14X4X1/2	355.60	101.60	12.70	9870.95	82.81	131945361.92	742334.00	115.57	17148734.73	337573.52	41.66	999610.90	394928.24	52861391.05
HSS14X4X3/8	355.60	101.60	9.53	7612.89	63.75	104890319.25	589934.30	117.60	13985375.90	275302.68	42.93	783301.66	312992.92	42455605.41
HSS14X4X5/16	355.60	101.60	7.94	6399.99	53.82	89905987.93	506360.28	118.62	12153957.63	239251.13	43.69	665314.80	268747.85	36503496.03
HSS14X4X1/4	355.60	101.60	6.35	5180.63	43.62	74089193.76	416231.43	119.63	10156046.78	199922.18	44.20	544050.52	221225.36	30135155.21
HSS14X4X3/16	355.60	101.60	4.76	3909.67	32.98	57023705.31	319547.75	120.40	7908397.09	155349.37	44.96	414592.72	168786.76	23225713.55
HSS12X12X5/8	304.80	304.80	15.88	16580.61	138.90	228094821.23	1497777.65	117.35	228094821.23	1497777.65	117.35	1786189.98	1786189.98	368364811.66
HSS12X12X1/2	304.80	304.80	12.70	13483.84	113.25	190217761.50	1248694.28	118.87	190217761.50	1248694.28	118.87	1468280.93	1468280.93	303016477.84
HSS12X12X3/8	304.80	304.80	9.53	10322.56	86.54	148594618.94	975030.31	120.14	148594618.94	975030.31	120.14	1133984.83	1133984.83	233505829.76
HSS12X12X5/16	304.80	304.80	7.94	8645.14	72.78	126534353.38	830824.14	120.90	126534353.38	830824.14	120.90	960281.95	960281.95	197293695.73
HSS12X12X1/4	304.80	304.80	6.35	6967.73	58.76	103225393.55	678424.45	121.67	103225393.55	678424.45	121.67	780024.25	780024.25	159832867.43
HSS12X12X3/16	304.80	304.80	4.76	5258.05	44.47	78667739.44	516192.52	122.43	78667739.44	516192.52	122.43	589934.30	589934.30	120707113.42
HSS12X10X1/2	304.80	254.00	12.70	12258.04	103.10	164411413.11	1079907.52	115.82	124036964.83	978307.72	100.58	1291300.64	1140539.65	226846126.95
HSS12X10X3/8	304.80	254.00	9.53	9419.34	78.93	129031741.94	845572.50	117.09	97398153.59	768553.30	101.85	1001249.61	884901.46	175233430.18
HSS12X10X5/16	304.80	254.00	7.94	7870.95	66.54	109885096.36	721030.82	117.86	83246285.12	655482.56	102.62	847211.21	748888.82	148178387.51
HSS12X10X1/4	304.80	254.00	6.35	6387.08	53.69	89905987.93	589934.30	118.62	68261953.80	535856.99	103.38	689895.39	609598.78	120290882.00
HSS12X8X5/8	304.80	203.20	15.88	13548.36	113.52	165243875.96	1083184.93	110.24	87408599.38	860320.86	80.26	1345377.95	1014359.26	188969067.22
HSS12X8X1/2	304.80	203.20	12.70	11096.75	92.95	138605064.72	911120.76	112.01	74089193.76	727585.64	81.53	1115959.06	843933.80	156919247.45
HSS12X8X3/8	304.80	203.20	9.53	8516.11	71.32	109052633.51	716114.70	113.54	58272399.58	575185.95	83.06	868514.39	657121.27	121955807.70
HSS12X8X5/16	304.80	203.20	7.94	7161.28	60.19	93235839.33	612876.19	114.30	49947771.07	493250.63	83.57	735779.17	558798.88	103225393.55
HSS12X8X1/4	304.80	203.20	6.35	5780.63	48.61	76586582.31	501444.16	115.06	41123664.85	404760.48	84.33	599766.54	455560.38	84078747.97
HSS12X6X3/16	304.80	203.20	4.77	4361.28	36.95	58272399.58	383457.30	115.82	31508718.92	309715.51	85.09	455560.38	345767.05	63683408.12
HSS12X6X5/8	304.80	152.40	15.88	12064.49	100.84	133610287.62	875069.22	105.16	44536762.54	581740.77	60.71	1127430.00	689895.39	112798716.34
HSS12X6X1/2	304.80	152.40	12.70	9870.95	82.81	112798716.34	740695.29	106.93	37918682.87	498166.75	61.98	940617.47	576824.65	94484533.61
HSS12X6X3/8	304.80	152.40	9.53	7612.89	63.71	89489756.50	588295.60	108.71	30343270.93	398205.66	63.25	734140.47	453921.67	74089193.76
HSS12X6X5/16	304.80	152.40	7.94	6399.99	53.83	76586582.31	503082.86	109.47	26139333.53	342489.64	64.01	624347.14	386734.71	63267176.69
HSS12X6X1/4	304.80	152.40	6.35	5180.63	43.54	62850945.27	412954.01	110.24	21602410.99	283496.21	64.52	509637.69	316270.34	51612696.77
HSS12X4X5/8	304.80	101.60	15.88	10580.62	88.15	101976699.27	668592.21	98.30	16649257.02	217947.95	65.28	388373.42	240889.84	39375492.86
HSS12X4X1/2	304.80	101.60	12.70	8709.66	72.66	87408599.38	571908.53	100.33	14692969.32	290051.03	41.15	765275.89	342489.64	43704299.69
HSS12X4X3/8	304.80	101.60	9.53	6709.66	56.09	69926879.50	458837.79	102.11	12029088.20	237612.43	42.42	601405.25	272025.26	35005062.89
HSS12X4X5/16	304.80	101.60	7.94	5651.60	47.48	59937325.29	394928.24	103.12	10489031.93	206477.01	43.18	512915.10	232696.31	30135155.21
HSS12X4X1/4	304.80	101.60	6.35	4580.64	38.46	49531539.65	326102.57	104.14	8740859.94	172064.17	43.69	419508.84	191728.65	24890639.25
HSS12X4X3/16	304.80	101.60	4.76	3464.51	29.32	38210044.87	250722.08	104.90	6826195.38	134373.92	44.45	321186.45	147483.58	19188268.72
HSS12X3-1/2X3/8	304.80	88.90	9.53	6451.60	54.19	64932102.39	426063.66	100.08	8865729.37	199922.18	37.08	568631.12	229418.90	26930173.24
HSS12X3-1/2X5/16	304.80	88.90	7.94	5458.05	45.89	55775011.03	367070.23	101.09	7741904.52	173702.88	37.59	485057.09	198283.47	23308959.83
HSS12X3X5/16	304.80	76.20	7.94	5270.96	44.30	51612696.77	339212.22	99.06	5452631.68	143059.07	32.26	457199.09	163870.64	17190357.88

PERFILES TUBULARES RECTANGULARES - HSS (AMERICANOS)														
PERFIL	Propiedades Geometricas					Propiedades Elasticas						Modulo Plastico		Const. Tors.
	d (mm)	b (mm)	e (mm)	A (mm ²)	W (kg/ml)	Ix (mm ⁴)	Sx (mm ³)	rx (mm)	Iy (mm ⁴)	Sy (mm ³)	ry (mm)	Zx (mm ³)	Zy (mm ³)	J (mm ⁴)
HSS12X3X1/4	304.80	76.20	6.35	4277.41	35.93	42871836.84	281857.50	100.08	4620168.82	120936.53	32.77	375263.77	135684.89	14359984.18
HSS12X3X3/16	304.80	76.20	4.76	3238.70	27.41	33132021.48	217947.95	101.09	3629538.03	95208.84	33.53	286773.62	104877.21	11155002.21
HSS12X2X5/16	304.80	50.80	7.94	4896.76	41.13	43288068.26	285134.91	94.23	2122780.27	83574.03	20.83	401483.07	99141.74	7325673.09
HSS12X2X1/4	304.80	50.80	6.35	3980.64	33.39	36170510.88	237612.43	95.25	1835580.59	72266.95	21.46	329379.99	83246.29	6285094.53
HSS12X2X3/16	304.80	50.80	4.76	3012.90	25.50	28053998.09	183535.12	96.52	1477621.56	58174.08	22.15	253999.49	65056.64	4994777.11
HSS10X10X5/8	254.00	254.00	15.88	13548.36	113.52	126534353.38	996333.49	96.52	126534353.38	996333.49	96.52	1199533.08	1199533.08	207283249.95
HSS10X10X1/2	254.00	254.00	12.70	11096.75	92.95	106555244.95	839017.68	98.04	106555244.95	839017.68	98.04	994694.78	994694.78	171487347.35
HSS10X10X3/8	254.00	254.00	9.53	8516.11	71.32	84078747.97	662037.39	99.57	84078747.97	662037.39	99.57	773469.42	773469.42	133194056.19
HSS10X10X5/16	254.00	254.00	7.94	7161.28	60.10	71591805.20	565353.71	100.08	71591805.20	565353.71	100.08	657121.27	657121.27	112798716.34
HSS10X10X1/4	254.00	254.00	6.35	5780.63	48.61	58688631.01	463753.91	100.84	58688631.01	463753.91	100.84	535856.99	535856.99	91570913.63
HSS10X10X3/16	254.00	254.00	4.76	4361.28	36.86	44952993.96	353960.58	101.60	44952993.96	353960.58	101.60	406399.19	406399.19	69510648.08
HSS10X8X5/8	254.00	203.20	15.88	12064.49	100.84	105306550.68	827546.73	93.47	74089193.76	729224.35	78.49	1019275.38	873430.51	144016073.26
HSS10X8X1/2	254.00	203.20	12.70	9870.95	82.81	89073525.08	699727.63	94.74	62850945.27	619431.02	79.76	850488.62	729224.35	119874650.57
HSS10X8X3/8	254.00	203.20	9.53	7612.89	63.71	70343110.93	555521.47	96.27	49947771.07	491611.92	81.03	663676.09	570269.83	93235839.33
HSS10X8X5/16	254.00	203.20	7.94	6399.99	53.83	60353556.71	475224.86	97.03	42871836.84	421147.54	81.79	563715.00	485057.09	79083970.86
HSS10X8X1/4	254.00	203.20	6.35	5180.63	43.54	49531539.65	390012.12	97.79	35254801.75	347405.76	82.55	460476.50	396566.95	64515870.97
HSS10X8X3/16	254.00	203.20	4.76	3909.67	33.14	38043552.30	299883.27	98.55	27096665.81	267109.14	83.31	350683.17	301521.98	49115308.22
HSS10X6X5/8	254.00	152.40	15.88	10580.62	88.15	83662516.55	658759.97	88.90	37211089.45	488334.51	59.44	840656.38	586656.89	86992367.95
HSS10X6X1/2	254.00	152.40	12.70	8709.66	72.66	71175573.78	562076.30	90.68	31966573.49	419508.84	60.71	704643.75	493250.63	73256730.91
HSS10X6X3/8	254.00	152.40	9.53	6709.66	56.09	57023705.31	449005.55	92.20	25723102.10	337573.52	61.98	553882.76	388373.42	57856168.16
HSS10X6X5/16	254.00	152.40	7.94	5651.60	47.48	49115308.22	385096.00	92.96	22185134.98	291689.74	62.74	471947.44	331018.69	49115308.22
HSS10X6X1/4	254.00	152.40	6.35	4580.64	38.46	40332825.14	317909.04	93.73	18355805.87	240889.84	63.25	386734.71	272025.26	40249578.86
HSS10X6X3/16	254.00	152.40	4.76	3464.51	29.32	31050864.35	244167.25	94.74	14193491.61	186812.53	64.01	294967.15	208115.71	30717879.21
HSS10X5X3/8	254.00	127.00	9.53	6238.70	52.29	49947771.07	394928.24	89.66	16898995.85	267040.44	52.07	498166.75	306438.10	41623142.56
HSS10X5X5/16	254.00	127.00	7.94	5270.96	44.30	43288068.26	340850.93	90.42	14651346.18	231057.60	52.58	426063.66	262193.02	35795902.60
HSS10X5X1/4	254.00	127.00	6.35	4277.41	35.93	35712656.32	281857.50	91.44	12195580.77	191728.65	53.34	349044.46	216309.24	29427561.79
HSS10X5X3/16	254.00	127.00	4.76	3238.70	27.41	27554520.37	216309.24	92.20	9448453.36	148958.41	54.10	267109.14	165509.35	22518120.12
HSS10X4X5/8	254.00	101.60	15.88	9032.24	75.47	62018482.41	489973.21	82.80	13943752.76	275302.68	39.12	660398.68	337573.52	39833347.43
HSS10X4X1/2	254.00	101.60	12.70	7483.86	62.51	53693853.90	422786.25	84.84	12278827.06	240889.84	40.39	558798.88	288412.33	34380715.75
HSS10X4X3/8	254.00	101.60	9.53	5787.09	48.48	43288068.26	340850.93	86.61	10114423.64	198283.47	41.66	442450.73	229418.90	27679389.80
HSS10X4X5/16	254.00	101.60	7.94	4896.76	41.13	37502451.45	294967.15	87.38	8824106.22	173702.88	42.42	378541.18	198283.47	23850060.69
HSS10X4X1/4	254.00	101.60	6.35	3980.64	33.39	31092487.49	244167.25	88.39	7367296.23	145353.26	43.18	311354.22	168870.64	19729369.57
HSS10X4X3/16	254.00	101.60	4.76	3012.90	25.50	24058176.40	190089.94	89.41	5785616.82	113562.35	43.69	239251.13	125524.91	15192447.03
HSS10X4X1/8	254.00	101.60	3.18	2038.71	17.23	16566010.74	130604.90	90.17	4016633.26	79149.52	44.45	163870.64	86195.96	10447408.78
HSS10X3-1/2X1/2	254.00	88.90	12.70	7161.28	59.97	49115308.22	388373.42	82.80	8907352.51	199922.18	35.31	522747.34	240889.84	26305826.10
HSS10X3-1/2X3/8	254.00	88.90	9.53	5561.28	46.58	39999840.00	314631.63	84.84	7408919.38	167148.05	36.58	414592.72	193367.36	21435918.42
HSS10X3-1/2X5/16	254.00	88.90	7.94	4709.67	39.54	34630454.61	272025.26	85.85	6493210.24	146172.61	37.08	355599.29	167148.05	18563921.58
HSS10X3-1/2X1/4	254.00	88.90	6.35	3825.80	32.12	28761591.51	226141.48	86.61	5452631.68	123066.85	37.85	293328.45	138470.69	15400562.75
HSS10X3-1/2X3/16	254.00	88.90	4.76	2903.22	24.55	22310004.41	175341.58	87.63	4287183.68	96519.81	38.35	224502.78	106843.66	11904218.77
HSS10X3-1/2X1/8	254.00	88.90	3.18	1961.29	16.59	15400562.75	121264.27	88.65	3005190.89	67514.70	39.12	153546.79	73414.05	8241382.23
HSS10X3X3/8	254.00	76.20	9.53	5335.47	44.68	36628365.45	288412.33	82.80	5161269.68	135684.89	30.99	388373.42	159446.13	15733547.89
HSS10X3X5/16	254.00	76.20	7.94	4522.57	37.95	31758457.77	250722.08	83.82	4578545.68	119625.57	31.75	332657.40	137979.08	13735637.04
HSS10X3X1/4	254.00	76.20	6.35	3677.41	30.85	26472318.67	208115.71	84.84	3862627.63	101435.93	32.51	273663.97	114545.58	11487987.35
HSS10X3X3/16	254.00	76.20	4.76	2787.09	23.60	20561832.42	161740.32	85.85	3050976.35	80132.74	33.02	209754.42	88654.02	8948975.65

PERFILES TUBULARES RECTANGULARES - HSS (AMERICANOS)														
PERFIL	Propiedades Geometricas					Propiedades Elasticas						Modulo Plastico		Const. Tors.
	d (mm)	b (mm)	e (mm)	A (mm ²)	W (kg/ml)	Ix (mm ⁴)	Sx (mm ³)	rx (mm)	Iy (mm ⁴)	Sy (mm ³)	ry (mm)	Zx (mm ³)	Zy (mm ³)	J (mm ⁴)
HSS10X3X1/8	254.00	76.20	3.18	1890.32	15.96	14235114.76	111923.65	86.87	2147754.16	56371.50	33.78	144206.16	61287.62	6201848.24
HSS10X2X3/8	254.00	50.80	9.53	4890.31	40.87	29843793.22	234335.02	78.23	1956287.70	77019.20	19.99	332657.40	94389.49	6618079.67
HSS10X2X5/16	254.00	50.80	7.94	4148.38	34.77	26056087.24	204838.30	79.25	1764821.24	69481.15	20.62	286773.62	82918.54	5910486.24
HSS10X2X1/4	254.00	50.80	6.35	3380.64	28.31	21852149.84	172064.17	80.52	1527569.33	60140.52	21.29	235973.72	69808.89	5078023.39
HSS10X2X3/16	254.00	50.80	4.76	2567.74	21.69	17065488.45	134210.05	81.53	1236207.33	48669.58	21.95	181896.41	54732.79	4054094.09
HSS10X2X1/8	254.00	50.80	3.18	1741.93	14.69	11862595.63	93406.26	82.55	890735.25	35068.32	22.61	125361.04	38181.86	2871996.84
HSS9X9X5/8	228.60	228.60	15.88	12064.49	100.84	89905987.93	784940.37	86.36	89905987.93	784940.37	86.36	952088.42	952088.42	148178387.51
HSS9X9X1/2	228.60	228.60	12.70	9870.95	82.81	76170350.88	665314.80	87.63	76170350.88	665314.80	87.63	793133.90	793133.90	123204501.98
HSS9X9X3/8	228.60	228.60	9.53	7612.89	63.71	60353556.71	527663.46	89.15	60353556.71	527663.46	89.15	619431.02	619431.02	96149459.31
HSS9X9X5/16	228.60	228.60	7.94	6399.99	53.76	51612696.77	452282.97	89.92	51612696.77	452282.97	89.92	526024.75	526024.75	81581359.42
HSS9X9X1/4	228.60	228.60	6.35	5180.63	43.54	42455605.41	371986.35	90.42	42455605.41	371986.35	90.42	429341.08	429341.08	66180796.67
HSS9X9X3/16	228.60	228.60	4.76	3909.67	33.05	32549297.48	285134.91	91.19	32549297.48	285134.91	91.19	327741.28	327741.28	50364002.50
HSS9X9X1/8	228.60	228.60	3.18	2638.70	22.30	22268381.27	195006.06	91.95	22268381.27	195006.06	91.95	222864.07	222864.07	34130976.90
HSS9X7X5/8	228.60	177.80	15.88	10580.62	88.15	72424268.05	634179.38	82.80	48699076.80	548966.64	68.07	791495.19	663676.09	97814385.02
HSS9X7X1/2	228.60	177.80	12.70	8709.66	72.66	62018482.41	540773.11	84.33	41623142.56	473008.74	69.34	663676.09	557160.18	81997590.84
HSS9X7X3/8	228.60	177.80	9.53	6709.66	56.09	49531539.65	432618.49	85.85	33465006.62	376020.47	70.61	521108.64	437534.61	64099639.54
HSS9X7X5/16	228.60	177.80	7.94	5651.60	47.48	42455605.41	370347.65	86.61	28803214.65	324463.87	71.37	444089.43	373625.06	54526316.75
HSS9X7X1/4	228.60	177.80	6.35	4580.64	38.46	35005062.89	306438.10	87.38	23808437.54	267109.14	72.14	363792.82	306438.10	44536762.54
HSS9X7X3/16	228.60	177.80	4.76	3464.51	29.32	26930173.24	235973.72	88.14	18355805.87	206477.01	72.90	276941.38	234335.02	34006107.47
HSS9X5X5/8	228.60	127.00	15.88	9032.24	75.47	55358779.60	485057.09	78.23	21644034.13	340850.93	48.77	630901.96	414592.72	53277622.48
HSS9X5X1/2	228.60	127.00	12.70	7483.86	62.51	47866613.94	417870.13	79.76	18813660.44	296605.86	50.04	532579.58	352321.88	45369225.39
HSS9X5X3/8	228.60	127.00	9.53	5787.09	48.48	38501406.87	335934.81	81.53	15317316.46	240889.84	51.56	421147.54	280218.79	36170510.88
HSS9X5X5/16	228.60	127.00	7.94	4896.76	41.13	33215267.76	290051.03	82.30	13319405.62	209754.42	52.07	360515.41	239251.13	30967618.06
HSS9X5X1/4	228.60	127.00	6.35	3980.64	33.39	27512897.23	240889.84	83.06	11071755.92	173702.88	52.83	296605.86	196644.77	25473363.25
HSS9X5X3/16	228.60	127.00	4.76	3012.90	25.50	21269425.85	186812.53	84.07	8615990.51	135684.89	53.34	226141.48	151580.34	19521253.86
HSS9X3X1/2	228.60	76.20	12.70	6283.86	52.36	33631499.19	294967.15	73.15	5494254.82	144370.03	29.72	403121.77	176980.29	16649257.02
HSS9X3X3/8	228.60	76.20	9.53	4890.31	40.87	27596143.52	240889.84	75.18	4661791.97	122083.63	30.73	322825.16	144206.16	13777260.19
HSS9X3X5/16	228.60	76.20	7.94	4148.38	34.77	24016553.26	209754.42	76.20	4112366.48	107990.75	31.50	276941.38	125033.30	12029088.20
HSS9X3X1/4	228.60	76.20	6.35	3380.64	28.31	20062354.71	175341.58	77.22	3488019.35	91603.69	32.26	229418.90	104057.86	10072800.50
HSS9X3X3/16	228.60	76.20	4.76	2567.74	21.69	15650301.60	136831.98	77.98	2763776.67	72430.82	32.77	176980.29	80624.35	7866773.94
HSS8X8X5/8	203.20	203.20	15.88	10580.62	88.15	60769788.14	598127.84	75.95	60769788.14	598127.84	75.95	732501.76	732501.76	101560467.85
HSS8X8X1/2	203.20	203.20	12.70	8709.66	72.66	52028928.20	511276.40	77.22	52028928.20	511276.40	77.22	614514.90	614514.90	84911210.82
HSS8X8X3/8	203.20	203.20	9.53	6709.66	56.09	41623142.56	408037.89	78.74	41623142.56	408037.89	78.74	481779.68	481779.68	66597028.10
HSS8X8X5/16	203.20	203.20	7.94	5651.60	47.41	35629410.03	350683.17	79.50	35629410.03	350683.17	79.50	411315.31	411315.31	56607473.88
HSS8X8X1/4	203.20	203.20	6.35	4580.64	38.46	29427561.79	290051.03	80.01	29427561.79	290051.03	80.01	335934.81	335934.81	46201688.24
HSS8X8X3/16	203.20	203.20	4.76	3464.51	29.25	22642989.55	222864.07	80.77	22642989.55	222864.07	80.77	257276.90	257276.90	35171555.46
HSS8X8X1/8	203.20	203.20	3.18	2335.48	19.76	15567055.32	153055.18	81.53	15567055.32	153055.18	81.53	175341.58	175341.58	23850060.69
HSS8X6X5/8	203.20	152.40	15.88	9032.24	75.47	47450382.52	467031.32	72.39	30093532.07	394928.24	57.66	591573.01	483418.39	62434713.84
HSS8X6X1/2	203.20	152.40	12.70	7483.86	62.51	40873925.99	403121.77	73.91	26014464.10	340850.93	58.93	499805.45	408037.89	52861391.05
HSS8X6X3/8	203.20	152.40	9.53	5787.09	48.48	32923905.76	324463.87	75.44	21061310.14	276941.38	60.45	394928.24	324463.87	41623142.56
HSS8X6X5/16	203.20	152.40	7.94	4896.76	41.13	28428606.37	280218.79	76.20	18230936.44	239251.13	60.96	337573.52	276941.38	35712656.32
HSS8X6X1/4	203.20	152.40	6.35	3980.64	33.39	23558698.69	232696.31	76.96	15150823.89	198283.47	61.72	276941.38	227780.19	29261069.22
HSS8X6X3/16	203.20	152.40	4.76	3012.90	25.50	18189313.30	178619.00	77.72	11737726.20	153874.53	62.48	213031.83	175341.58	22351627.55
HSS8X4X5/8	203.20	101.60	15.88	7548.37	62.78	34130976.90	335934.81	67.06	11071755.92	217947.95	38.35	449005.55	272025.26	29261069.22

PERFILES TUBULARES RECTANGULARES - HSS (AMERICANOS)														
PERFIL	Propiedades Geometricas					Propiedades Elasticas						Modulo Plastico		Const. Tors.
	d (mm)	b (mm)	e (mm)	A (mm ²)	W (kg/ml)	Ix (mm ⁴)	Sx (mm ³)	rx (mm)	Iy (mm ⁴)	Sy (mm ³)	ry (mm)	Zx (mm ³)	Zy (mm ³)	J (mm ⁴)
HSS8X4X1/2	203.20	101.60	12.70	6283.86	52.36	29885416.36	293328.45	68.83	9823061.64	193367.36	39.62	385096.00	234335.02	25431740.10
HSS8X4X3/8	203.20	101.60	9.53	4890.31	40.87	24432784.68	240889.84	70.61	8158135.94	160593.23	40.89	308076.80	188451.24	20520209.28
HSS8X4X5/16	203.20	101.60	7.94	4148.38	34.77	21227802.71	209754.42	71.63	7159180.52	140601.01	41.40	263831.73	162395.80	17731458.73
HSS8X4X1/4	203.20	101.60	6.35	3380.64	28.31	17689835.59	173702.88	72.39	5993732.53	118150.73	42.16	217947.95	134373.92	14692969.32
HSS8X4X3/16	203.20	101.60	4.76	2567.74	21.69	13777260.19	135521.02	73.15	4703415.11	92586.91	42.93	167148.05	103730.12	11321494.78
HSS8X4X1/8	203.20	101.60	3.18	1741.93	14.69	9531699.65	93897.88	74.17	3288228.26	64728.90	43.43	115037.19	71447.60	7783527.66
HSS8X3X1/2	203.20	76.20	12.70	5683.86	47.28	24391161.54	239251.13	65.53	4869907.68	127982.97	29.21	327741.28	157971.30	14276737.90
HSS8X3X3/8	203.20	76.20	9.53	4438.70	37.06	20187224.14	198283.47	67.31	4162314.26	108646.23	30.48	263831.73	129130.06	11862595.63
HSS8X3X5/16	203.20	76.20	7.94	3774.19	31.60	17648212.45	173702.88	68.33	3666998.86	96192.07	31.24	227780.19	112087.52	10364162.50
HSS8X3X1/4	203.20	76.20	6.35	3077.41	25.78	14776215.61	145517.13	69.34	3117573.38	81771.45	31.75	188451.24	93406.26	8657613.65
HSS8X3X3/16	203.20	76.20	4.76	2341.93	19.78	11571233.63	113726.22	70.36	2472414.67	64892.77	32.51	145353.26	72594.69	6742949.09
HSS8X3X1/8	203.20	76.20	3.18	1587.09	13.42	8033266.51	79149.52	71.12	1748171.99	45883.78	33.27	100124.96	50308.29	4704299.69
HSS8X2X3/8	203.20	50.80	9.53	3987.09	33.26	15900040.46	156660.33	63.25	1552543.22	61123.75	19.74	219586.66	75544.37	5036400.25
HSS8X2X5/16	203.20	50.80	7.94	3393.54	28.42	14026999.04	138142.95	64.26	1406862.22	55388.28	20.37	190089.94	66531.48	4536922.54
HSS8X2X1/4	203.20	50.80	6.35	2774.19	23.24	11862595.63	116675.90	65.28	1223720.39	48177.97	21.01	158626.78	56207.63	3895926.14
HSS8X2X3/16	203.20	50.80	4.76	2116.12	17.87	9323583.93	91931.43	66.29	994793.11	39165.08	21.67	123066.85	44245.07	3113411.06
HSS8X2X1/8	203.20	50.80	3.18	1438.71	12.15	6534833.38	64401.16	67.31	715918.05	28185.75	22.33	85048.86	31135.42	2206026.56
HSS7X7X5/8	177.80	177.80	15.88	9032.24	75.47	38876015.15	437534.61	65.53	38876015.15	437534.61	65.53	542411.82	542411.82	65764565.24
HSS7X7X1/2	177.80	177.80	12.70	7483.86	62.51	33506629.76	376902.47	66.80	33506629.76	376902.47	66.80	457199.09	457199.09	55358779.60
HSS7X7X3/8	177.80	177.80	9.53	5787.09	48.48	27055042.66	304799.39	68.33	27055042.66	304799.39	68.33	362154.11	362154.11	43704299.69
HSS7X7X5/16	177.80	177.80	7.94	4896.76	41.07	23350582.98	262193.02	69.09	23350582.98	262193.02	69.09	309715.51	309715.51	37335958.88
HSS7X7X1/4	177.80	177.80	6.35	3980.64	33.39	19354761.29	217947.95	69.85	19354761.29	217947.95	69.85	253999.49	253999.49	30593009.78
HSS7X7X3/16	177.80	177.80	4.76	3012.90	25.44	14984331.32	168786.76	70.36	14984331.32	168786.76	70.36	195006.06	195006.06	23350582.98
HSS7X7X1/8	177.80	177.80	3.18	2038.71	17.23	10322539.35	116184.28	71.12	10322539.35	116184.28	71.12	133226.83	133226.83	15900040.46
HSS7X5X1/2	177.80	127.00	12.70	6283.86	52.36	25223624.39	283496.21	63.50	14817838.75	232696.31	48.51	358876.70	283496.21	31550342.06
HSS7X5X3/8	177.80	127.00	9.53	4890.31	40.87	20603455.57	231057.60	65.02	12195580.77	191728.65	50.04	286773.62	226141.48	25223624.39
HSS7X5X5/16	177.80	127.00	7.94	4148.38	34.77	17897951.30	201560.89	65.79	10613901.35	167148.05	50.55	245805.96	195006.06	21685657.27
HSS7X5X1/4	177.80	127.00	6.35	3380.64	28.31	14942708.18	167148.05	66.55	8865729.37	139781.66	51.31	203199.59	161084.84	17856328.16
HSS7X5X3/16	177.80	127.00	4.76	2567.74	21.69	11612856.77	130441.03	67.31	6909441.66	108973.98	52.07	156004.85	124050.07	13694013.90
HSS7X5X1/8	177.80	127.00	3.18	1741.93	14.69	8033266.51	90456.59	68.07	4828284.54	75872.11	52.58	107007.53	85212.73	9365207.08
HSS7X4X1/2	177.80	101.60	12.70	5683.86	47.28	21102933.28	237612.43	60.96	8615990.51	170425.47	38.86	308076.80	206477.01	21019686.99
HSS7X4X3/8	177.80	101.60	9.53	4438.70	37.06	17398473.59	195006.06	62.48	7200803.66	141420.36	40.13	247444.67	167148.05	17065488.45
HSS7X4X5/16	177.80	101.60	7.94	3774.19	31.60	15192447.03	170425.47	63.50	6326717.67	124213.95	40.89	214670.54	144697.78	14734592.47
HSS7X4X1/4	177.80	101.60	6.35	3077.41	25.78	12695058.48	142895.20	64.26	5327762.25	104549.47	41.66	176980.29	120117.18	12195580.77
HSS7X4X3/16	177.80	101.60	4.76	2341.93	19.78	9906307.93	111595.91	65.02	4162314.26	82263.06	42.16	136504.24	92914.65	9448453.36
HSS7X4X1/8	177.80	101.60	3.18	1587.09	13.42	6909441.66	77510.81	65.79	2926106.92	57518.59	42.93	93897.88	64073.42	6493210.24
HSS7X3X1/2	177.80	76.20	12.70	5083.86	42.21	16940619.02	190089.94	57.66	4245560.54	111432.04	28.96	258915.61	138634.56	11904218.77
HSS7X3X3/8	177.80	76.20	9.53	3987.09	33.26	14193491.61	159446.13	59.69	3625375.72	95208.84	30.23	209754.42	113890.09	9947931.07
HSS7X3X5/16	177.80	76.20	7.94	3393.54	28.42	12445319.63	139945.53	60.45	3221631.23	84557.25	30.73	181896.41	99141.74	8699236.80
HSS7X3X1/4	177.80	76.20	6.35	2774.19	23.24	10489031.93	117822.99	61.47	2747127.41	72103.08	31.50	151088.73	82918.54	7284049.95
HSS7X3X3/16	177.80	76.20	4.76	2116.12	17.87	8241382.23	92586.91	62.23	2181052.67	57354.72	32.00	117003.64	64565.03	5702370.53
HSS7X3X1/8	177.80	76.20	3.18	1438.71	12.15	5743993.67	64728.90	63.25	1544218.59	40639.92	32.77	80788.23	44736.68	3945873.91
HSS7X2X1/4	177.80	50.80	6.35	2477.41	20.70	8241382.23	92914.65	57.66	1073877.08	42278.63	20.80	125197.17	49488.93	3309039.83
HSS7X2X3/16	177.80	50.80	4.76	1890.32	15.96	6534833.38	73577.92	58.67	874085.99	34412.83	21.46	97503.03	39165.08	2643069.55

PERFILES TUBULARES RECTANGULARES - HSS (AMERICANOS)														
PERFIL	Propiedades Geometricas					Propiedades Elasticas						Modulo Plastico		Const. Tors.
	d (mm)	b (mm)	e (mm)	A (mm ²)	W (kg/ml)	Ix (mm ⁴)	Sx (mm ³)	rx (mm)	Iy (mm ⁴)	Sy (mm ³)	ry (mm)	Zx (mm ³)	Zy (mm ³)	J (mm ⁴)
HSS7X2X1/8	177.80	50.80	3.18	1290.32	10.88	4620168.82	51783.12	59.69	632671.77	24908.34	22.12	67678.57	27530.27	1877203.73
HSS6X6X5/8	152.40	152.40	15.88	7548.37	62.78	22975974.69	301521.98	55.12	22975974.69	301521.98	55.12	380179.88	380179.88	39500362.29
HSS6X6X1/2	152.40	152.40	12.70	6283.86	52.36	20103977.86	263831.73	56.64	20103977.86	263831.73	56.64	324463.87	324463.87	33756368.62
HSS6X6X3/8	152.40	152.40	9.53	4890.31	40.87	16441141.31	216309.24	57.91	16441141.31	216309.24	57.91	258915.61	258915.61	26888550.09
HSS6X6X5/16	152.40	152.40	7.94	4148.38	34.73	14276737.90	186812.53	58.67	14276737.90	186812.53	58.67	222864.07	222864.07	23059220.98
HSS6X6X1/4	152.40	152.40	6.35	3380.64	28.31	11904218.77	156332.59	59.44	11904218.77	156332.59	59.44	183535.12	183535.12	18980153.01
HSS6X6X3/16	152.40	152.40	4.76	2567.74	21.63	9281960.79	121592.01	60.20	9281960.79	121592.01	60.20	141420.36	141420.36	14568099.90
HSS6X6X1/8	152.40	152.40	3.18	1741.93	14.69	6451587.10	84393.38	60.71	6451587.10	84393.38	60.71	97011.42	97011.42	9947931.07
HSS6X5X1/2	152.40	127.00	12.70	5683.86	47.28	17107111.59	224502.78	54.86	12819927.91	201560.89	47.50	281857.50	249083.37	24890639.25
HSS6X5X3/8	152.40	127.00	9.53	4438.70	37.06	14110245.33	185173.82	56.39	10613901.35	167148.05	48.77	226141.48	199922.18	20020731.57
HSS6X5X5/16	152.40	127.00	7.94	3774.19	31.60	12320450.20	161412.58	57.15	9281960.79	146008.74	49.53	195006.06	172064.17	17231981.02
HSS6X5X1/4	152.40	127.00	6.35	3077.41	25.78	10280916.21	135193.28	57.91	7783527.66	122411.37	50.29	161740.32	142895.20	14235114.76
HSS6X5X3/16	152.40	127.00	4.76	2341.93	19.78	8033266.51	105532.69	58.67	6076978.81	95700.45	51.05	124869.43	110284.94	10946886.49
HSS6X5X1/8	152.40	127.00	3.18	1587.09	13.42	5577501.10	73414.05	59.44	4245560.54	66695.35	51.56	85868.22	75872.11	7492165.66
HSS6X4X1/2	152.40	101.60	12.70	5083.86	42.21	14151868.47	185173.82	52.83	7408919.38	145681.00	38.10	239251.13	180257.70	16774126.45
HSS6X4X3/8	152.40	101.60	9.53	3987.09	33.26	11779349.34	154530.01	54.36	6201848.24	122411.37	39.37	195006.06	146500.35	13652390.76
HSS6X4X5/16	152.40	101.60	7.94	3393.54	28.42	10322539.35	135521.02	55.12	5494254.82	107826.88	40.13	168786.76	126999.75	11820972.49
HSS6X4X1/4	152.40	101.60	6.35	2774.19	23.24	8699236.80	114053.97	55.88	4620168.82	91112.08	40.89	139781.66	105696.56	9823061.64
HSS6X4X3/16	152.40	101.60	4.76	2116.12	17.87	6826195.38	89473.37	56.64	3646187.29	71775.34	41.40	108154.62	81935.32	7575411.95
HSS6X4X1/8	152.40	101.60	3.18	1438.71	12.15	4745038.25	62434.71	57.40	2559823.27	50472.16	42.16	74725.01	56699.24	5244515.96
HSS6X3X1/2	152.40	76.20	12.70	4483.86	37.13	11155002.21	146664.22	50.04	3617051.09	94881.10	28.45	198283.47	119297.83	9614945.93
HSS6X3X3/8	152.40	76.20	9.53	3535.48	29.45	9448453.36	124050.07	51.82	3113411.06	81771.45	29.72	162231.93	98814.00	8033266.51
HSS6X3X5/16	152.40	76.20	7.94	3019.35	25.24	8366251.65	109629.46	52.58	2776263.61	72922.43	30.23	141092.62	86359.83	7034311.09
HSS6X3X1/4	152.40	76.20	6.35	2477.41	20.70	7075934.24	92750.78	53.34	2372519.13	62270.84	30.99	117822.99	72266.95	5910486.24
HSS6X3X3/16	152.40	76.20	4.76	1890.32	15.96	5577501.10	73250.18	54.36	1893852.99	49652.80	31.75	91603.69	56535.37	4620168.82
HSS6X3X1/8	152.40	76.20	3.18	1290.32	10.88	3925062.34	51455.38	55.12	1344427.50	35232.19	32.26	63417.94	39328.95	3217468.92
HSS6X2X3/8	152.40	50.80	9.53	3083.86	25.65	7117557.38	93570.14	48.01	1152961.05	45392.17	19.30	129949.42	56699.24	3504668.60
HSS6X2X5/16	152.40	50.80	7.94	2645.16	22.07	6368340.81	83737.90	49.02	1048903.19	41295.40	19.94	113890.09	50308.29	3163358.83
HSS6X2X1/4	152.40	50.80	6.35	2174.19	18.17	5452631.68	71611.47	50.04	919871.45	36215.41	20.57	95700.45	42770.24	2726315.84
HSS6X2X3/16	152.40	50.80	4.76	1664.51	14.06	4370429.97	57190.85	51.05	749216.57	29496.72	21.23	75052.75	33921.22	2181052.67
HSS6X2X1/8	152.40	50.80	3.18	1141.93	9.62	3088437.18	40476.05	52.07	545263.17	21467.05	21.87	52274.73	23925.11	1548380.90
HSS5-1/2X5-1/2X3/8	139.70	139.70	9.53	4438.70	37.06	12362073.34	176980.29	52.83	12362073.34	176980.29	52.83	214670.54	214670.54	20395339.85
HSS5-1/2X5-1/2X5/16	139.70	139.70	7.94	3774.19	31.55	10780393.92	154530.01	53.59	10780393.92	154530.01	53.59	185173.82	185173.82	17564966.16
HSS5-1/2X5-1/2X1/4	139.70	139.70	6.35	3077.41	25.78	9032221.94	129457.81	54.10	9032221.94	129457.81	54.10	152727.44	152727.44	14484853.61
HSS5-1/2X5-1/2X3/16	139.70	139.70	4.76	2341.93	19.73	7075934.24	101108.18	54.86	7075934.24	101108.18	54.86	117822.99	117822.99	11113379.06
HSS5-1/2X5-1/2X1/8	139.70	139.70	3.18	1587.09	13.42	4911530.82	70464.38	55.63	4911530.82	70464.38	55.63	81115.97	81115.97	7617035.09
HSS5X5X1/2	127.00	127.00	12.70	5083.86	42.21	10822017.07	170425.47	46.23	10822017.07	170425.47	46.23	214670.54	214670.54	18563921.58
HSS5X5X3/8	127.00	127.00	9.53	3987.09	33.26	9032221.94	142239.72	47.50	9032221.94	142239.72	47.50	173702.88	173702.88	15025954.46
HSS5X5X5/16	127.00	127.00	7.94	3393.54	28.38	7908397.09	124869.43	48.26	7908397.09	124869.43	48.26	150105.51	150105.51	12986420.48
HSS5X5X1/4	127.00	127.00	6.35	2774.19	23.24	6659702.81	105041.08	49.02	6659702.81	105041.08	49.02	124705.56	124705.56	10738770.78
HSS5X5X3/16	127.00	127.00	4.76	2116.12	17.83	5244515.96	82426.93	49.78	5244515.96	82426.93	49.78	96519.81	96519.81	8283005.37
HSS5X5X1/8	127.00	127.00	3.18	1438.71	12.15	3662836.55	57682.47	50.55	3662836.55	57682.47	50.55	66695.35	66695.35	5702370.53
HSS5X4X1/2	127.00	101.60	12.70	4483.86	37.13	8824106.22	139126.17	44.45	6201848.24	121755.89	37.08	178619.00	153219.05	12611812.20
HSS5X4X3/8	127.00	101.60	9.53	3535.48	29.45	7450542.52	117495.25	45.97	5244515.96	103238.50	38.61	146828.09	125688.78	10364162.50

PERFILES TUBULARES RECTANGULARES - HSS (AMERICANOS)														
PERFIL	Propiedades Geometricas					Propiedades Elasticas						Modulo Plastico		Const. Tors.
	d (mm)	b (mm)	e (mm)	A (mm ²)	W (kg/ml)	Ix (mm ⁴)	Sx (mm ³)	rx (mm)	Iy (mm ⁴)	Sy (mm ³)	ry (mm)	Zx (mm ³)	Zy (mm ³)	J (mm ⁴)
HSS5X4X5/16	127.00	101.60	7.94	3019.35	25.24	6576456.52	103566.24	46.74	4620168.82	91275.95	39.12	127655.23	109301.72	9032221.94
HSS5X4X1/4	127.00	101.60	6.35	2477.41	20.70	5577501.10	87670.79	47.50	3937549.29	77510.81	39.88	106352.05	91275.95	7492165.66
HSS5X4X3/16	127.00	101.60	4.76	1890.32	15.96	4412053.11	69153.41	48.26	3113411.06	61287.62	40.64	82754.67	71119.86	5827239.96
HSS5X4X1/8	127.00	101.60	3.18	1290.32	10.88	3088437.18	48669.58	49.02	2193539.61	43261.85	41.15	57354.72	49325.06	4020795.57
HSS5X3X1/2	127.00	76.20	12.70	3883.86	32.06	6826195.38	107663.01	41.91	2988541.64	78330.17	27.69	144697.78	99961.09	7325673.09
HSS5X3X3/8	127.00	76.20	9.53	3083.86	25.65	5868863.10	92586.91	43.69	2601446.41	68170.19	28.96	120281.05	83574.03	6201848.24
HSS5X3X5/16	127.00	76.20	7.94	2645.16	22.07	5244515.96	82426.93	44.45	2330895.98	61123.75	29.72	105204.95	73414.05	5452631.68
HSS5X3X1/4	127.00	76.20	6.35	2174.19	18.17	4453676.25	70300.50	45.21	2002073.16	52602.48	30.23	88162.40	61779.23	4578545.68
HSS5X3X3/16	127.00	76.20	4.76	1664.51	14.06	3550454.06	55879.89	46.23	1602490.99	42114.75	30.99	68989.54	48505.71	3596239.52
HSS5X3X1/8	127.00	76.20	3.18	1141.93	9.62	2509875.50	39492.82	46.99	1144636.42	29988.33	31.75	48014.10	33921.22	2505713.18
HSS5X2-1/2X1/4	127.00	63.50	6.35	2025.80	16.90	3912575.40	61615.36	43.94	1302804.36	40967.66	25.37	79149.52	48341.84	3007175.21
HSS5X2-1/2X3/16	127.00	63.50	4.76	1554.84	13.10	3125898.01	49325.06	44.96	1053065.51	33265.74	25.91	62106.97	38181.86	2605608.72
HSS5X2-1/2X1/8	127.00	63.50	3.18	1064.51	8.98	2222675.81	35068.32	45.72	757541.19	23925.11	26.67	43425.72	26874.78	1831418.27
HSS5X2X3/8	127.00	50.80	9.53	2638.70	21.84	4328806.83	67842.44	40.39	949007.65	37362.51	19.00	93570.14	47194.74	2751289.72
HSS5X2X5/16	127.00	50.80	7.94	2270.96	18.89	3891763.83	61287.62	41.40	874007.99	34412.83	19.61	82754.67	42114.75	2493226.24
HSS5X2X1/4	127.00	50.80	6.35	1877.42	15.63	3363149.92	52930.22	42.42	765865.82	30152.20	20.24	69972.76	36051.54	2151916.47
HSS5X2X3/16	127.00	50.80	4.76	1445.16	12.15	2705504.27	42606.37	43.18	628509.45	24744.47	20.90	55224.41	28677.36	1727360.42
HSS5X2X1/8	127.00	50.80	3.18	993.55	8.35	1935476.13	30479.94	44.20	457854.57	18025.77	21.54	38837.34	20319.96	1227882.71
HSS4-1/2X4-1/2X1/2	114.30	114.30	12.70	4483.86	37.13	7533788.80	131588.12	40.89	7533788.80	131588.12	40.89	167148.05	167148.05	13028043.62
HSS4-1/2X4-1/2X3/8	114.30	114.30	9.53	3535.48	29.45	6368340.81	111268.16	42.42	6368340.81	111268.16	42.42	136995.86	136995.86	10697147.64
HSS4-1/2X4-1/2X5/16	114.30	114.30	7.94	3019.35	25.21	5619124.25	98322.38	43.18	5619124.25	98322.38	43.18	119133.96	119133.96	9281960.79
HSS4-1/2X4-1/2X1/4	114.30	114.30	6.35	2477.41	20.70	4745038.25	83246.29	43.94	4745038.25	83246.29	43.94	99305.61	99305.61	7700281.37
HSS4-1/2X4-1/2X3/16	114.30	114.30	4.76	1890.32	15.93	3754407.46	65712.13	44.45	3754407.46	65712.13	44.45	77183.07	77183.07	5993732.53
HSS4-1/2X4-1/2X1/8	114.30	114.30	3.18	1290.32	10.88	2643069.55	46211.52	45.21	2643069.55	46211.52	45.21	53585.70	53585.70	4129015.74
HSS4X4X1/2	101.60	101.60	12.70	3883.86	32.06	4953153.96	97830.77	35.81	4953153.96	97830.77	35.81	126180.39	126180.39	8740859.94
HSS4X4X3/8	101.60	101.60	9.53	3083.86	25.65	4287183.68	84065.64	37.34	4287183.68	84065.64	37.34	104713.34	104713.34	7284049.95
HSS4X4X5/16	101.60	101.60	7.94	2645.16	22.04	3804355.23	74888.88	37.85	3804355.23	74888.88	37.85	91603.69	91603.69	6368340.81
HSS4X4X1/4	101.60	101.60	6.35	2174.19	18.17	3246605.12	63909.55	38.61	3246605.12	63909.55	38.61	76855.33	76855.33	5327762.25
HSS4X4X3/16	101.60	101.60	4.76	1664.51	14.02	2584797.15	50799.90	39.37	2584797.15	50799.90	39.37	60140.52	60140.52	4162314.26
HSS4X4X1/8	101.60	101.60	3.18	1141.93	9.62	1831418.27	36051.54	40.13	1831418.27	36051.54	40.13	41950.88	41950.88	2876159.15
HSS4X3X3/8	101.60	76.20	9.53	2638.70	21.84	3300715.21	65056.64	35.31	2085319.44	54732.79	28.19	83901.77	68497.93	4412053.11
HSS4X3X5/16	101.60	76.20	7.94	2270.96	18.89	2971892.38	58501.82	36.07	1881366.04	49488.93	28.70	73905.66	60468.27	3916737.71
HSS4X3X1/4	101.60	76.20	6.35	1877.42	15.63	2559823.27	50308.29	36.83	1627464.87	42770.24	29.46	62434.71	51127.64	3313202.15
HSS4X3X3/16	101.60	76.20	4.76	1445.16	12.15	2052020.93	40476.05	37.85	1315291.30	34412.83	30.23	49161.19	40312.18	2605608.72
HSS4X3X1/8	101.60	76.20	3.18	993.55	8.35	1465134.62	28841.23	38.61	944845.34	24744.47	30.73	34576.71	28349.62	1823093.64
HSS4X2-1/2X3/8	101.60	63.50	9.53	2412.90	19.94	2817886.75	55388.28	34.29	1319453.62	41623.14	23.42	73414.05	52438.60	3150871.89
HSS4X2-1/2X5/16	101.60	63.50	7.94	2083.87	17.30	2551498.64	50308.29	35.05	1202908.82	38017.99	24.05	65056.64	46703.13	2817886.75
HSS4X2-1/2X1/4	101.60	63.50	6.35	1722.58	14.36	2214351.18	43589.59	35.81	1053065.51	33101.87	24.71	55388.28	39820.57	2405817.64
HSS4X2-1/2X3/16	101.60	63.50	4.76	1329.03	11.19	1789795.13	35232.19	36.58	857436.74	27038.66	25.37	43753.46	31627.03	1910502.24
HSS4X2-1/2X1/8	101.60	63.50	3.18	916.13	7.71	1286155.11	25238.08	37.34	620184.82	19500.61	26.16	30807.68	22286.41	1344427.50
HSS4X2X3/8	101.60	50.80	9.53	2187.09	18.03	2330895.98	45883.78	32.77	749216.57	29496.72	18.52	62926.33	37854.12	2010397.79
HSS4X2X5/16	101.60	50.80	7.94	1896.77	15.71	2135267.21	41950.88	33.53	695106.48	27366.40	19.15	56207.63	34085.09	1831418.27
HSS4X2X1/4	101.60	50.80	6.35	1574.19	13.09	1868879.10	36870.89	34.54	616022.51	24252.85	19.79	48177.97	29332.84	1590004.05
HSS4X2X3/16	101.60	50.80	4.76	1219.35	10.24	1523407.02	29988.33	35.31	507802.34	19992.22	20.42	38345.73	23433.50	1281992.79

PERFILES TUBULARES RECTANGULARES - HSS (AMERICANOS)														
PERFIL	Propiedades Geometricas					Propiedades Elasticas						Modulo Plastico		Const. Tors.
	d (mm)	b (mm)	e (mm)	A (mm ²)	W (kg/ml)	Ix (mm ⁴)	Sx (mm ³)	rx (mm)	Iy (mm ⁴)	Sy (mm ³)	ry (mm)	Zx (mm ³)	Zy (mm ³)	J (mm ⁴)
HSS4X2X1/8	101.60	50.80	3.18	838.71	7.08	1103013.28	21630.92	36.32	373775.82	14715.58	21.08	27202.53	16714.81	915709.14
HSS3-1/2X2-1/2X3/8	88.90	63.50	9.53	2187.09	18.03	1977099.27	44572.81	29.97	1152961.05	36215.41	22.96	58829.56	46211.52	2563985.58
HSS3-1/2X2-1/2X5/16	88.90	63.50	7.94	1896.77	15.72	1806444.39	40639.92	30.99	1057227.82	33265.74	23.62	52438.60	41295.40	2301759.78
HSS3-1/2X2-1/2X1/4	88.90	63.50	6.35	1574.19	13.09	1577517.10	35559.93	31.75	928196.08	29168.97	24.28	44900.56	35396.06	1977099.27
HSS3-1/2X2-1/2X3/16	88.90	63.50	4.76	1219.35	10.25	1286155.11	28841.23	32.51	757541.19	23925.11	24.97	35723.80	28185.75	1573354.79
HSS3-1/2X2-1/2X1/8	88.90	63.50	3.18	838.71	7.08	928196.08	20975.44	33.27	553587.80	17370.29	25.65	25236.08	19992.22	1111337.91
HSS3-1/2X3-1/2X3/8	88.90	88.90	9.53	2638.70	21.84	2701341.95	60796.01	32.00	2701341.95	60796.01	32.00	76855.33	76855.33	4661791.97
HSS3-1/2X3-1/2X5/16	88.90	88.90	7.94	2270.96	18.87	2430791.53	54732.79	32.77	2430791.53	54732.79	32.77	67842.44	67842.44	4116528.80
HSS3-1/2X3-1/2X1/4	88.90	88.90	6.35	1877.42	15.63	2097806.39	47194.74	33.53	2097806.39	47194.74	33.53	57354.72	57354.72	3475532.40
HSS3-1/2X3-1/2X3/16	88.90	88.90	4.76	1445.16	12.12	1685737.27	37854.12	34.29	1685737.27	37854.12	34.29	45228.30	45228.30	2730478.15
HSS3-1/2X3-1/2X1/8	88.90	88.90	3.18	993.55	8.35	1207071.13	27202.53	34.80	1207071.13	27202.53	34.80	31627.03	31627.03	1906339.93
HSS3-1/2X2X1/4	88.90	50.80	6.35	1425.80	11.82	1319453.62	29660.59	30.48	541100.85	21303.18	19.46	38673.47	25891.56	1315291.30
HSS3-1/2X2X3/16	88.90	50.80	4.76	1103.22	9.29	1086364.02	24416.73	31.24	449529.94	17698.03	20.12	30971.55	20811.57	1061390.14
HSS3-1/2X2X1/8	88.90	50.80	3.18	767.74	6.44	790839.71	17861.90	32.26	330903.98	13027.72	20.78	21958.67	14945.00	761703.51
HSS3-1/2X1-1/2X1/4	88.90	38.10	6.35	1270.97	10.55	1061390.14	23925.11	28.96	265555.65	13945.39	14.45	32446.39	17370.29	745054.25
HSS3-1/2X1-1/2X3/16	88.90	38.10	4.76	993.55	8.33	882410.62	19828.35	29.72	226429.90	11880.62	15.09	26219.30	14207.58	620184.82
HSS3-1/2X1-1/2X1/8	88.90	38.10	3.18	690.32	5.81	653483.34	14682.81	30.73	171071.12	8980.11	15.72	18845.12	10323.85	453692.25
HSS3X3X3/8	76.20	76.20	9.53	2187.09	18.03	1573354.79	41295.40	26.92	1573354.79	41295.40	26.92	53257.96	53257.96	2763776.67
HSS3X3X5/16	76.20	76.20	7.94	1896.77	15.70	1435998.42	37690.25	27.43	1435998.42	37690.25	27.43	47522.49	47522.49	2472414.67
HSS3X3X1/4	76.20	76.20	6.35	1574.19	13.09	1257018.91	32938.00	28.19	1257018.91	32938.00	28.19	40639.92	40639.92	2114455.64
HSS3X3X3/16	76.20	76.20	4.76	1219.35	10.22	1023929.31	26874.78	28.96	1023929.31	26874.78	28.96	32282.52	32282.52	1677412.65
HSS3X3X1/8	76.20	76.20	3.18	838.71	7.08	740891.94	19500.61	29.72	740891.94	19500.61	29.72	22941.89	22941.89	1182097.25
HSS3X2-1/2X5/16	76.20	63.50	7.94	1703.22	14.13	1215395.76	31790.90	26.67	907384.51	28513.49	23.06	41131.53	36051.54	1806444.39
HSS3X2-1/2X1/4	76.20	63.50	6.35	1425.80	11.82	1069714.76	28185.75	27.43	803326.65	25236.08	23.75	35396.06	31135.42	1556705.53
HSS3X2-1/2X3/16	76.20	63.50	4.76	1103.22	9.29	878248.31	23105.76	28.19	661807.97	20811.57	24.46	28349.62	24908.34	1248694.28
HSS3X2-1/2X1/8	76.20	63.50	3.18	767.74	6.44	640996.40	16878.68	28.96	482828.45	15256.36	25.15	20156.09	17861.90	886572.94
HSS3X2X5/16	76.20	50.80	7.94	1516.13	12.54	990630.79	26055.43	25.65	516126.97	20319.96	18.42	34576.71	25891.56	1194584.19
HSS3X2X1/4	76.20	50.80	6.35	1270.97	10.55	886572.94	23269.63	26.42	462016.88	18189.64	19.08	29988.33	22614.15	1048903.19
HSS3X2X3/16	76.20	50.80	4.76	993.55	8.33	736729.62	19336.74	27.18	387927.69	15272.74	19.76	24252.85	18353.51	853274.42
HSS3X2X1/8	76.20	50.80	3.18	690.32	5.81	541100.85	14207.58	27.94	288032.15	11339.85	20.42	17370.29	13158.81	611860.20
HSS3X1-1/2X1/4	76.20	38.10	6.35	1122.58	9.28	699268.80	18353.51	24.94	226013.66	11880.62	14.20	24744.47	14928.62	599373.25
HSS3X1-1/2X3/16	76.20	38.10	4.76	883.87	7.38	591048.62	15485.78	25.91	194380.08	10192.75	14.83	20319.96	12323.07	503640.02
HSS3X1-1/2X1/8	76.20	38.10	3175.00	616.77	5.18	441205.31	11569.27	26.67	147762.16	7767.47	15.49	14666.42	9012.89	368781.04
HSS3X1X3/16	76.20	25.40	4.76	767.74	6.42	445367.63	11683.98	24.05	72008.04	5653.54	9.65	16206.81	7079.21	218937.73
HSS3X1X1/8	76.20	25.40	3.18	541.93	4.54	340061.07	8930.95	25.07	57439.94	4522.83	10.29	11929.78	5325.80	169822.42
HSS2-1/2X2-1/2X5/16	63.50	63.50	7.94	1516.13	12.52	757541.19	23925.11	22.35	757541.19	23925.11	22.35	30807.68	30807.68	1331940.56
HSS2-1/2X2-1/2X1/4	63.50	63.50	6.35	1270.97	10.55	678457.22	21303.18	23.06	678457.22	21303.18	23.06	26710.91	26710.91	1161285.68
HSS2-1/2X2-1/2X3/16	63.50	63.50	4.76	993.55	8.31	561912.42	17698.03	23.80	561912.42	17698.03	23.80	21630.92	21630.92	936520.71
HSS2-1/2X2-1/2X1/8	63.50	63.50	3.18	690.32	5.81	415398.96	13093.26	24.51	415398.96	13093.26	24.51	15518.55	15518.55	670132.60
HSS2-1/2X2X1/4	63.50	50.80	6.35	1122.58	9.28	553587.80	17370.29	22.20	387095.23	15239.97	18.57	22450.28	19172.86	790839.71
HSS2-1/2X2X3/16	63.50	50.80	4.76	883.87	7.38	466179.20	14650.04	22.96	327157.90	12880.23	19.25	18353.51	15666.03	645158.71
HSS2-1/2X2X1/8	63.50	50.80	3.18	616.77	5.18	346720.78	10930.17	23.72	245160.31	9651.98	19.94	13257.13	11372.62	466179.20
HSS2-1/2X1-1/2X1/4	63.50	38.10	6.35	974.19	8.02	428718.37	13470.17	20.98	186887.91	9815.85	13.87	18189.64	12519.72	457854.57
HSS2-1/2X1-1/2X3/16	63.50	38.10	4.76	767.74	6.42	367116.12	11552.88	21.84	162330.26	8521.27	14.53	14994.16	10422.17	386678.99

PERFILES TUBULARES RECTANGULARES - HSS (AMERICANOS)														
PERFIL	Propiedades Geometricas					Propiedades Elasticas						Modulo Plastico		Const. Tors.
	d (mm)	b (mm)	e (mm)	A (mm ²)	W (kg/ml)	Ix (mm ⁴)	Sx (mm ³)	rx (mm)	Iy (mm ⁴)	Sy (mm ³)	ry (mm)	Zx (mm ³)	Zy (mm ³)	J (mm ⁴)
HSS2-1/2X1-1/2X1/8	63.50	38.10	3.18	541.93	4.54	278042.59	8767.08	22.66	124869.43	6538.44	15.16	10995.72	7685.53	285950.99
HSS2-1/2X1X3/16	63.50	25.40	4.76	658.06	5.47	268885.50	8472.11	20.22	59521.09	4670.31	9.50	11683.98	5899.34	171487.35
HSS2-1/2X1X1/8	63.50	25.40	3.18	467.10	3.91	209364.41	6603.99	21.18	47866.61	3769.02	10.13	8717.92	4490.06	134026.52
HSS2-1/4X2-1/4X1/4	57.15	57.15	6.35	1122.58	9.28	470341.51	16550.93	20.47	470341.51	16550.93	20.47	20975.44	20975.44	815813.59
HSS2-1/4X2-1/4X3/16	57.15	57.15	4.76	883.87	7.36	396668.55	13879.84	21.21	396668.55	13879.84	21.21	17042.55	17042.55	665970.28
HSS2-1/4X2-1/4X1/8	57.15	57.15	3.18	616.77	5.18	296356.78	10373.01	21.92	296356.78	10373.01	21.92	12372.23	12372.23	478666.14
HSS2-1/4X2X3/16	57.15	57.15	4.76	825.80	6.90	357542.79	12519.72	20.80	296773.01	11683.98	18.97	15600.48	14371.46	549425.48
HSS2-1/4X2X1/8	57.15	57.15	3.18	579.35	4.86	268885.50	9406.17	21.54	223932.51	8816.24	19.66	11356.24	10471.33	398333.47
HSS2X2X1/4	50.80	50.80	6.35	974.19	8.02	310924.87	12241.14	17.88	310924.87	12241.14	17.88	15797.13	15797.13	545263.17
HSS2X2X3/16	50.80	50.80	4.76	767.74	6.41	266804.34	10504.11	18.62	266804.34	10504.11	18.62	13060.49	13060.49	453692.25
HSS2X2X1/8	50.80	50.80	3.18	541.93	4.54	202288.47	7964.11	19.33	202288.47	7964.11	19.33	9570.05	9570.05	331320.21
HSS2X1-1/2X3/16	50.80	38.10	4.76	658.06	5.47	206034.56	8111.60	17.70	130280.44	6833.41	14.07	10471.33	8537.66	276377.67
HSS2X1-1/2X1/8	50.80	50.80	3.18	467.10	3.91	159416.64	6276.25	18.49	101560.47	5325.80	14.76	7783.86	6374.57	206450.79
HSS2X1X3/16	50.80	25.40	4.76	545.16	4.52	145681.00	5735.47	16.33	46617.92	3687.09	9.27	7865.79	4719.47	125285.66
HSS2X1X1/8	50.80	25.40	3.18	392.26	3.27	116544.80	4588.38	17.25	38376.54	3015.22	9.91	5997.67	3654.32	99063.08

PERFILES TUBULARES RECTANGULARES - HSS (AMERICANOS)														
PERFIL	Propiedades Geometricas					Propiedades Elasticas						Modulo Plastico		Const. Tors.
	d (in)	b (in)	e (in)	A (in ²)	W (lb/ft)	Ix (in ⁴)	Sx (in ³)	rx (in)	Iy (in ⁴)	Sy (in ³)	ry (in)	Zx (in ³)	Zy (in ³)	J (in ⁴)
HSS20X12X5/8	20.00	12.00	0.63	35.00	127.00	1880.00	188.00	7.33	851.00	142.00	4.93	230.00	162.00	1890.00
HSS20X12X1/2	20.00	12.00	0.50	28.30	103.00	1550.00	155.00	7.39	705.00	117.00	4.99	188.00	132.00	1540.00
HSS20X12X3/8	20.00	12.00	0.38	21.50	78.45	1200.00	120.00	7.45	547.00	91.10	5.04	144.00	102.00	1180.00
HSS20X12X5/16	20.00	12.00	0.31	18.10	65.82	1010.00	101.00	7.48	464.00	77.30	5.07	122.00	85.80	997.00
HSS20X8X5/8	20.00	8.00	0.63	30.30	110.00	1440.00	144.00	6.89	338.00	84.60	3.34	185.00	96.40	916.00
HSS20X8X1/2	20.00	8.00	0.50	24.60	89.55	1190.00	119.00	6.96	283.00	70.80	3.39	152.00	79.50	757.00
HSS20X8X3/8	20.00	8.00	0.38	18.70	68.29	926.00	92.60	7.03	222.00	55.60	3.44	117.00	61.50	586.00
HSS20X8X5/16	20.00	8.00	0.31	15.70	57.31	786.00	78.60	7.07	189.00	47.40	3.47	98.60	52.00	496.00
HSS20X4X1/2	20.00	4.00	0.50	20.90	75.94	838.00	83.80	6.33	58.70	29.30	1.68	115.00	34.00	195.00
HSS20X4X3/8	20.00	4.00	0.38	16.00	58.07	657.00	65.70	6.42	47.60	23.80	1.73	89.30	26.80	156.00
HSS20X4X5/16	20.00	4.00	0.31	13.40	48.87	560.00	56.00	6.46	41.20	20.60	1.75	75.60	22.90	134.00
HSS20X4X1/4	20.00	4.00	0.25	10.80	39.48	458.00	45.80	6.50	34.30	17.10	1.78	61.50	18.70	111.00
HSS18X6X5/8	18.00	6.00	0.63	25.70	93.10	923.00	103.00	6.00	158.00	52.70	2.48	135.00	61.00	462.00
HSS18X6X1/2	18.00	6.00	0.50	20.90	75.94	770.00	85.60	6.07	134.00	44.60	2.53	112.00	50.70	387.00
HSS18X6X3/8	18.00	6.00	0.38	16.00	58.07	602.00	66.90	6.15	106.00	35.50	2.58	86.40	39.50	302.00
HSS18X6X5/16	18.00	6.00	0.31	13.40	48.87	513.00	57.00	6.18	91.30	30.40	2.61	73.10	33.50	257.00
HSS18X6X1/4	18.00	6.00	0.25	10.80	39.48	419.00	46.50	6.22	75.10	25.00	2.63	59.40	27.30	210.00
HSS16X16X5/8	16.00	16.00	0.63	35.00	127.00	1370.00	171.00	6.25	1370.00	171.00	6.25	200.00	200.00	2170.00
HSS16X16X1/2	16.00	16.00	0.50	28.30	103.00	1130.00	141.00	6.31	1130.00	141.00	6.31	164.00	164.00	1770.00
HSS16X16X3/8	16.00	16.00	0.38	21.50	78.45	873.00	109.00	6.37	873.00	109.00	6.37	126.00	126.00	1350.00
HSS16X16X5/16	16.00	16.00	0.31	18.10	65.82	739.00	92.30	6.39	739.00	92.30	6.39	106.00	106.00	1140.00
HSS16X12X5/8	16.00	12.00	0.63	30.30	110.00	1090.00	136.00	6.00	700.00	117.00	4.80	165.00	135.00	1370.00
HSS16X12X1/2	16.00	12.00	0.50	24.60	89.55	904.00	113.00	6.06	581.00	96.80	4.86	135.00	111.00	1120.00
HSS16X12X3/8	16.00	12.00	0.38	18.70	68.29	702.00	87.70	6.12	452.00	75.30	4.91	104.00	85.50	862.00
HSS16X12X5/16	16.00	12.00	0.31	15.70	57.38	595.00	74.40	6.15	384.00	64.00	4.94	87.70	72.20	727.00
HSS16X8X5/8	16.00	8.00	0.63	25.70	93.10	815.00	102.00	5.64	274.00	68.60	3.27	129.00	79.20	681.00
HSS16X8X1/2	16.00	8.00	0.50	20.90	75.94	679.00	84.90	5.70	230.00	57.60	3.32	106.00	65.50	563.00
HSS16X8X3/8	16.00	8.00	0.38	16.00	58.07	531.00	66.30	5.77	181.00	45.30	3.37	82.10	50.80	436.00
HSS16X8X5/16	16.00	8.00	0.31	13.40	48.87	451.00	56.40	5.80	155.00	38.70	3.40	69.40	43.00	369.00
HSS16X8X1/4	16.00	8.00	0.25	10.80	39.48	368.00	46.10	5.83	127.00	31.70	3.42	56.40	35.00	300.00
HSS16X4X5/8	16.00	4.00	0.63	21.00	76.09	539.00	67.30	5.06	54.10	27.00	1.60	92.90	32.50	174.00
HSS16X4X1/2	16.00	4.00	0.50	17.20	62.33	455.00	56.90	5.15	47.00	23.50	1.65	77.30	27.40	150.00
HSS16X4X3/8	16.00	4.00	0.38	13.20	47.86	360.00	45.00	5.23	38.30	19.10	1.71	60.20	21.70	120.00
HSS16X4X5/16	16.00	4.00	0.31	11.10	40.35	308.00	38.50	5.27	33.20	16.60	1.73	51.10	18.50	103.00
HSS16X4X1/4	16.00	4.00	0.25	8.96	32.66	253.00	31.60	5.31	27.70	13.80	1.76	41.70	15.20	85.20
HSS16X4X3/16	14.00	4.00	0.19	6.76	24.66	193.00	24.20	5.35	21.50	10.80	1.78	31.70	11.70	65.50
HSS14X14X5/8	14.00	14.00	0.63	30.30	110.00	897.00	128.00	5.44	897.00	128.00	5.44	151.00	151.00	1430.00
HSS14X14X1/2	14.00	14.00	0.50	24.60	89.55	743.00	106.00	5.49	743.00	106.00	5.49	124.00	124.00	1170.00
HSS14X14X3/8	14.00	14.00	0.38	18.70	68.24	577.00	82.50	5.55	577.00	82.50	5.55	95.40	95.40	900.00
HSS14X14X5/16	14.00	14.00	0.31	15.70	57.31	490.00	69.90	5.58	490.00	69.90	5.58	80.50	80.50	759.00
HSS14X10X5/8	14.00	10.00	0.63	25.70	93.10	687.00	98.20	5.17	407.00	81.50	3.98	120.00	95.10	832.00

PERFILES TUBULARES RECTANGULARES - HSS (AMERICANOS)														
PERFIL	Propiedades Geometricas					Propiedades Elasticas						Modulo Plastico		Const. Tors.
	d (in)	b (in)	e (in)	A (in ²)	W (lb/ft)	Ix (in ⁴)	Sx (in ³)	rx (in)	Iy (in ⁴)	Sy (in ³)	ry (in)	Zx (in ³)	Zy (in ³)	J (in ⁴)
HSS14X10X1/2	14.00	10.00	0.50	20.90	75.94	573.00	81.80	5.23	341.00	68.10	4.04	98.80	78.50	685.00
HSS14X10X3/8	14.00	10.00	0.38	16.00	58.07	447.00	63.90	5.29	267.00	53.40	4.09	76.30	60.70	528.00
HSS14X10X5/16	14.00	10.00	0.31	13.40	48.87	380.00	54.30	5.32	227.00	45.50	4.12	64.60	51.40	446.00
HSS14X10X1/4	14.00	10.00	0.25	10.80	39.48	310.00	44.30	5.35	186.00	37.20	4.14	52.40	41.80	362.00
HSS14X6X5/8	14.00	10.00	0.63	21.00	76.09	478.00	68.30	4.77	124.00	41.20	2.43	88.70	48.40	334.00
HSS14X6X1/2	14.00	6.00	0.50	17.20	62.33	402.00	57.40	4.84	105.00	35.10	2.48	73.60	40.40	279.00
HSS14X6X3/8	14.00	6.00	0.38	13.20	47.86	317.00	45.30	4.91	84.10	28.00	2.53	57.30	31.60	219.00
HSS14X6X5/16	14.00	6.00	0.31	11.10	40.35	271.00	38.70	4.94	72.30	24.10	2.55	48.60	26.90	186.00
HSS14X6X1/4	14.00	6.00	0.25	8.96	32.66	222.00	31.70	4.98	59.60	19.90	2.58	39.60	22.00	152.00
HSS14X6X3/16	14.00	6.00	0.19	6.76	24.66	170.00	24.30	5.01	45.90	15.30	2.61	30.10	16.70	116.00
HSS14X4X5/8	14.00	4.00	0.63	18.70	67.59	373.00	53.30	4.47	47.20	23.60	1.59	73.10	28.50	148.00
HSS14X4X1/2	14.00	4.00	0.50	15.30	55.53	317.00	45.30	4.55	41.20	20.60	1.64	61.00	24.10	127.00
HSS14X4X3/8	14.00	4.00	0.38	11.80	42.75	252.00	36.00	4.63	33.60	16.80	1.69	47.80	19.10	102.00
HSS14X4X5/16	14.00	4.00	0.31	9.92	36.09	216.00	30.90	4.67	29.20	14.60	1.72	40.60	16.40	87.70
HSS14X4X1/4	14.00	4.00	0.25	8.03	29.25	178.00	25.40	4.71	24.40	12.20	1.74	33.20	13.50	72.40
HSS14X4X3/16	14.00	4.00	0.19	6.06	22.12	137.00	19.50	4.74	19.00	9.48	1.77	25.30	10.30	55.80
HSS12X12X5/8	12.00	12.00	0.63	25.70	93.14	548.00	91.40	4.62	548.00	91.40	4.62	109.00	109.00	885.00
HSS12X12X1/2	12.00	12.00	0.50	20.90	75.94	457.00	76.20	4.68	457.00	76.20	4.68	89.60	89.60	728.00
HSS12X12X3/8	12.00	12.00	0.38	16.00	58.03	357.00	59.50	4.73	357.00	59.50	4.73	69.20	69.20	561.00
HSS12X12X5/16	12.00	12.00	0.31	13.40	48.81	304.00	50.70	4.76	304.00	50.70	4.76	58.60	58.60	474.00
HSS12X12X1/4	12.00	12.00	0.25	10.80	39.40	248.00	41.40	4.79	248.00	41.40	4.79	47.60	47.60	384.00
HSS12X12X3/16	12.00	12.00	0.19	8.15	29.82	189.00	31.50	4.82	189.00	31.50	4.82	36.00	36.00	290.00
HSS12X10X1/2	12.00	10.00	0.50	19.00	69.14	395.00	65.90	4.56	298.00	59.70	3.96	78.80	69.60	545.00
HSS12X10X3/8	12.00	10.00	0.38	14.60	52.93	310.00	51.60	4.61	234.00	46.90	4.01	61.10	54.00	421.00
HSS12X10X5/16	12.00	10.00	0.31	12.20	44.62	264.00	44.00	4.64	200.00	40.00	4.04	51.70	45.70	356.00
HSS12X10X1/4	12.00	10.00	0.25	9.90	36.00	216.00	36.00	4.67	164.00	32.70	4.07	42.10	37.20	289.00
HSS12X8X5/8	12.00	8.00	0.63	21.00	76.13	397.00	66.10	4.34	210.00	52.50	3.16	82.10	61.90	454.00
HSS12X8X1/2	12.00	8.00	0.50	17.20	62.33	333.00	55.60	4.41	178.00	44.40	3.21	68.10	51.50	377.00
HSS12X8X3/8	12.00	8.00	0.38	13.20	47.82	262.00	43.70	4.47	140.00	35.10	3.27	53.00	40.10	293.00
HSS12X8X5/16	12.00	8.00	0.31	11.10	40.36	224.00	37.40	4.50	120.00	30.10	3.29	44.90	34.10	248.00
HSS12X8X1/4	12.00	8.00	0.25	8.96	32.60	184.00	30.60	4.53	98.80	24.70	3.32	36.60	27.80	202.00
HSS12X8X3/16	12.00	8.00	0.19	6.76	24.78	140.00	23.40	4.56	75.70	18.90	3.35	27.80	21.10	153.00
HSS12X6X5/8	12.00	6.00	0.63	18.70	67.62	321.00	53.40	4.14	107.00	35.50	2.39	68.80	42.10	271.00
HSS12X6X1/2	12.00	6.00	0.50	15.30	55.53	271.00	45.20	4.21	91.10	30.40	2.44	57.40	35.20	227.00
HSS12X6X3/8	12.00	6.00	0.38	11.80	42.72	215.00	35.90	4.28	72.90	24.30	2.49	44.80	27.70	178.00
HSS12X6X5/16	12.00	6.00	0.31	9.92	36.10	184.00	30.70	4.31	62.80	20.90	2.52	38.10	23.60	152.00
HSS12X6X1/4	12.00	6.00	0.25	8.03	29.19	151.00	25.20	4.34	51.90	17.30	2.54	31.10	19.30	124.00
HSS12X6X3/16	12.00	6.00	0.19	6.06	22.22	116.00	19.40	4.38	40.00	13.30	2.57	23.70	14.70	94.60
HSS12X4X5/8	12.00	4.00	0.63	16.40	59.11	245.00	40.80	3.87	40.40	20.20	1.57	55.50	24.50	122.00
HSS12X4X1/2	12.00	4.00	0.50	13.50	48.72	210.00	34.90	3.95	35.30	17.70	1.62	46.70	20.90	105.00
HSS12X4X3/8	12.00	4.00	0.38	10.40	37.61	168.00	28.00	4.02	28.90	14.50	1.67	36.70	16.60	84.10
HSS12X4X5/16	12.00	4.00	0.31	8.76	31.84	144.00	24.10	4.06	25.20	12.60	1.70	31.30	14.20	72.40
HSS12X4X1/4	12.00	4.00	0.25	7.10	25.79	119.00	19.90	4.10	21.00	10.50	1.72	25.60	11.70	59.80
HSS12X4X3/16	12.00	4.00	0.19	5.37	19.66	91.80	15.30	4.13	16.40	8.20	1.75	19.60	9.00	46.10

PERFILES TUBULARES RECTANGULARES - HSS (AMERICANOS)														
PERFIL	Propiedades Geometricas					Propiedades Elasticas						Modulo Plastico		Const. Tors.
	d (in)	b (in)	e (in)	A (in ²)	W (lb/ft)	Ix (in ⁴)	Sx (in ³)	rx (in)	Iy (in ⁴)	Sy (in ³)	ry (in)	Zx (in ³)	Zy (in ³)	J (in ⁴)
HSS12X3-1/2X3/8	12.00	3.50	0.38	10.00	36.34	156.00	26.00	3.94	21.30	12.20	1.46	34.70	14.00	64.70
HSS12X3-1/2X5/16	12.00	3.50	0.31	8.46	30.77	134.00	22.40	3.98	18.60	10.60	1.48	29.60	12.10	56.00
HSS12X3X5/16	12.00	3.00	0.31	8.17	29.71	124.00	20.70	3.90	13.10	8.73	1.27	27.90	10.00	41.30
HSS12X3X1/4	12.00	3.00	0.25	6.63	24.09	103.00	17.20	3.94	11.10	7.38	1.29	22.90	8.28	34.50
HSS12X3X3/16	12.00	3.00	0.19	5.02	18.38	79.60	13.30	3.98	8.72	5.81	1.32	17.50	6.40	26.80
HSS12X2X5/16	12.00	2.00	0.31	7.59	27.58	104.00	17.40	3.71	5.10	5.10	0.82	24.50	6.05	17.60
HSS12X2X1/4	12.00	2.00	0.25	6.17	22.39	86.90	14.50	3.75	4.41	4.41	0.85	20.10	5.08	15.10
HSS12X2X3/16	12.00	2.00	0.19	4.67	17.10	67.40	11.20	3.80	3.55	3.55	0.87	15.50	3.97	12.00
HSS10X10X5/8	10.00	10.00	0.63	21.00	76.13	304.00	60.80	3.80	304.00	60.80	3.80	73.20	73.20	498.00
HSS10X10X1/2	10.00	10.00	0.50	17.20	62.33	256.00	51.20	3.86	256.00	51.20	3.86	60.70	60.70	412.00
HSS10X10X3/8	10.00	10.00	0.38	13.20	47.82	202.00	40.40	3.92	202.00	40.40	3.92	47.20	47.20	320.00
HSS10X10X5/16	10.00	10.00	0.31	11.10	40.30	172.00	34.50	3.94	172.00	34.50	3.94	40.10	40.10	271.00
HSS10X10X1/4	10.00	10.00	0.25	8.96	32.60	141.00	28.30	3.97	141.00	28.30	3.97	32.70	32.70	220.00
HSS10X10X3/16	10.00	10.00	0.19	6.76	24.72	108.00	21.60	4.00	108.00	21.60	4.00	24.80	24.80	167.00
HSS10X8X5/8	10.00	8.00	0.63	18.70	67.62	253.00	50.50	3.68	178.00	44.50	3.09	62.20	53.30	346.00
HSS10X8X1/2	10.00	8.00	0.50	15.30	55.53	214.00	42.70	3.73	151.00	37.80	3.14	51.90	44.50	288.00
HSS10X8X3/8	10.00	8.00	0.38	11.80	42.72	169.00	33.90	3.79	120.00	30.00	3.19	40.50	34.80	224.00
HSS10X8X5/16	10.00	8.00	0.31	9.92	36.10	145.00	29.00	3.82	103.00	25.70	3.22	34.40	29.60	190.00
HSS10X8X1/4	10.00	8.00	0.25	8.03	29.19	119.00	23.80	3.85	84.70	21.20	3.25	28.10	24.20	155.00
HSS10X8X3/16	10.00	8.00	0.19	6.06	22.22	91.40	18.30	3.88	65.10	16.30	3.28	21.40	18.40	118.00
HSS10X6X5/8	10.00	6.00	0.63	16.40	59.11	201.00	40.20	3.50	89.40	29.80	2.34	51.30	35.80	209.00
HSS10X6X1/2	10.00	6.00	0.50	13.50	48.72	171.00	34.30	3.57	76.80	25.60	2.39	43.00	30.10	176.00
HSS10X6X3/8	10.00	6.00	0.38	10.40	37.61	137.00	27.40	3.63	61.80	20.60	2.44	33.80	23.70	139.00
HSS10X6X5/16	10.00	6.00	0.31	8.76	31.84	118.00	23.50	3.66	53.30	17.80	2.47	28.80	20.20	118.00
HSS10X6X1/4	10.00	6.00	0.25	7.10	25.79	96.90	19.40	3.69	44.10	14.70	2.49	23.60	16.60	96.70
HSS10X6X3/16	10.00	6.00	0.19	5.37	19.66	74.60	14.90	3.73	34.10	11.40	2.52	18.00	12.70	73.80
HSS10X5X3/8	10.00	5.00	0.38	9.67	35.06	120.00	24.10	3.53	40.60	16.20	2.05	30.40	18.70	100.00
HSS10X5X5/16	10.00	5.00	0.31	8.17	29.71	104.00	20.80	3.56	35.20	14.10	2.07	26.00	16.00	86.00
HSS10X5X1/4	10.00	5.00	0.25	6.63	24.09	85.80	17.20	3.60	29.30	11.70	2.10	21.30	13.20	70.70
HSS10X5X3/16	10.00	5.00	0.19	5.02	18.38	66.20	13.20	3.63	22.70	9.09	2.13	16.30	10.10	54.10
HSS10X4X5/8	10.00	4.00	0.63	14.00	50.60	149.00	29.90	3.26	33.50	16.80	1.54	40.30	20.60	95.70
HSS10X4X1/2	10.00	4.00	0.50	11.60	41.91	129.00	25.80	3.34	29.50	14.70	1.59	34.10	17.60	82.60
HSS10X4X3/8	10.00	4.00	0.38	8.97	32.51	104.00	20.80	3.41	24.30	12.10	1.64	27.00	14.00	66.50
HSS10X4X5/16	10.00	4.00	0.31	7.59	27.58	90.10	18.00	3.44	21.20	10.60	1.67	23.10	12.10	57.30
HSS10X4X1/4	10.00	4.00	0.25	6.17	22.39	74.70	14.90	3.48	17.70	8.87	1.70	19.00	10.00	47.40
HSS10X4X3/16	10.00	4.00	0.19	4.67	17.10	57.80	11.60	3.52	13.90	6.93	1.72	14.60	7.66	36.50
HSS10X4X1/8	10.00	4.00	0.13	3.16	11.55	39.80	7.97	3.55	9.65	4.83	1.75	10.00	5.26	25.10
HSS10X3-1/2X1/2	10.00	3.50	0.50	11.10	40.21	118.00	23.70	3.26	21.40	12.20	1.39	31.90	14.70	63.20
HSS10X3-1/2X3/8	10.00	3.50	0.38	8.62	31.23	96.10	19.20	3.34	17.80	10.20	1.44	25.30	11.80	51.50
HSS10X3-1/2X5/16	10.00	3.50	0.31	7.30	26.51	83.20	16.60	3.38	15.60	8.92	1.46	21.70	10.20	44.60
HSS10X3-1/2X1/4	10.00	3.50	0.25	5.93	21.54	69.10	13.80	3.41	13.10	7.51	1.49	17.90	8.45	37.00
HSS10X3-1/2X3/16	10.00	3.50	0.19	4.50	16.46	53.60	10.70	3.45	10.30	5.89	1.51	13.70	6.52	28.60
HSS10X3-1/2X1/8	10.00	3.50	0.13	3.04	11.13	37.00	7.40	3.49	7.22	4.12	1.54	9.37	4.48	19.80
HSS10X3X3/8	10.00	3.00	0.38	8.27	29.96	88.00	17.60	3.26	12.40	8.28	1.22	23.70	9.73	37.80

PERFILES TUBULARES RECTANGULARES - HSS (AMERICANOS)

PERFIL	Propiedades Geometricas					Propiedades Elasticas						Modulo Plastico		Const. Tors.
	d (in)	b (in)	e (in)	A (in ²)	W (lb/ft)	Ix (in ⁴)	Sx (in ³)	rx (in)	Iy (in ⁴)	Sy (in ³)	ry (in)	Zx (in ³)	Zy (in ³)	J (in ⁴)
HSS10X3X5/16	10.00	3.00	0.31	7.01	25.45	76.30	15.30	3.30	11.00	7.30	1.25	20.30	8.42	33.00
HSS10X3X1/4	10.00	3.00	0.25	5.70	20.69	63.60	12.70	3.34	9.28	6.19	1.28	16.70	6.99	27.60
HSS10X3X3/16	10.00	3.00	0.19	4.32	15.82	49.40	9.87	3.38	7.33	4.89	1.30	12.80	5.41	21.50
HSS10X3X1/8	10.00	3.00	0.13	2.93	10.70	34.20	6.83	3.42	5.16	3.44	1.33	8.80	3.74	14.90
HSS10X2X3/8	10.00	2.00	0.38	7.58	27.41	71.70	14.30	3.08	4.70	4.70	0.79	20.30	5.76	15.90
HSS10X2X5/16	10.00	2.00	0.31	6.43	23.32	62.60	12.50	3.12	4.24	4.24	0.81	17.50	5.06	14.20
HSS10X2X1/4	10.00	2.00	0.25	5.24	18.99	52.50	10.50	3.17	3.67	3.67	0.84	14.40	4.26	12.20
HSS10X2X3/16	10.00	2.00	0.19	3.98	14.54	41.00	8.19	3.21	2.97	2.97	0.86	11.10	3.34	9.74
HSS10X2X1/8	10.00	2.00	0.13	2.70	9.85	28.50	5.70	3.25	2.14	2.14	0.89	7.65	2.33	6.90
HSS9X9X5/8	9.00	9.00	0.63	18.70	67.62	216.00	47.90	3.40	216.00	47.90	3.40	58.10	58.10	356.00
HSS9X9X1/2	9.00	9.00	0.50	15.30	55.53	183.00	40.60	3.45	183.00	40.60	3.45	48.40	48.40	296.00
HSS9X9X3/8	9.00	9.00	0.38	11.80	42.72	145.00	32.20	3.51	145.00	32.20	3.51	37.80	37.80	231.00
HSS9X9X5/16	9.00	9.00	0.31	9.92	36.05	124.00	27.60	3.54	124.00	27.60	3.54	32.10	32.10	196.00
HSS9X9X1/4	9.00	9.00	0.25	8.03	29.19	102.00	22.70	3.56	102.00	22.70	3.56	26.20	26.20	159.00
HSS9X9X3/16	9.00	9.00	0.19	6.06	22.16	78.20	17.40	3.59	78.20	17.40	3.59	20.00	20.00	121.00
HSS9X9X1/8	9.00	9.00	0.13	4.09	14.95	53.50	11.90	3.62	53.50	11.90	3.62	13.60	13.60	82.00
HSS9X7X5/8	9.00	7.00	0.63	16.40	59.11	174.00	38.70	3.26	117.00	33.50	2.68	48.30	40.50	235.00
HSS9X7X1/2	9.00	7.00	0.50	13.50	48.72	149.00	33.00	3.32	100.00	28.70	2.73	40.50	34.00	197.00
HSS9X7X3/8	9.00	7.00	0.38	10.40	37.61	119.00	26.40	3.38	80.40	23.00	2.78	31.80	26.70	154.00
HSS9X7X5/16	9.00	7.00	0.31	8.76	31.84	102.00	22.60	3.41	69.20	19.80	2.81	27.10	22.80	131.00
HSS9X7X1/4	9.00	7.00	0.25	7.10	25.79	84.10	18.70	3.44	57.20	16.30	2.84	22.20	18.70	107.00
HSS9X7X3/16	9.00	7.00	0.19	5.37	19.66	64.70	14.40	3.47	44.10	12.60	2.87	16.90	14.30	81.70
HSS9X5X5/8	9.00	5.00	0.63	14.00	50.60	133.00	29.60	3.08	52.00	20.80	1.92	38.50	25.30	128.00
HSS9X5X1/2	9.00	5.00	0.50	11.60	41.91	115.00	25.50	3.14	45.20	18.10	1.97	32.50	21.50	109.00
HSS9X5X3/8	9.00	5.00	0.38	8.97	32.51	92.50	20.50	3.21	36.80	14.70	2.03	25.70	17.10	86.90
HSS9X5X5/16	9.00	5.00	0.31	7.59	27.58	79.80	17.70	3.24	32.00	12.80	2.05	22.00	14.60	74.40
HSS9X5X1/4	9.00	5.00	0.25	6.17	22.39	66.10	14.70	3.27	26.60	10.60	2.08	18.10	12.00	61.20
HSS9X5X3/16	9.00	5.00	0.19	4.67	17.10	51.10	11.40	3.31	20.70	8.28	2.10	13.80	9.25	46.90
HSS9X3X1/2	9.00	3.00	0.50	9.74	35.11	80.80	18.00	2.88	13.20	8.81	1.17	24.60	10.80	40.00
HSS9X3X3/8	9.00	3.00	0.38	7.58	27.41	66.30	14.70	2.96	11.20	7.45	1.21	19.70	8.80	33.10
HSS9X3X5/16	9.00	3.00	0.31	6.43	23.32	57.70	12.80	3.00	9.88	6.59	1.24	16.90	7.63	28.90
HSS9X3X1/4	9.00	3.00	0.25	5.24	18.99	48.20	10.70	3.04	8.38	5.59	1.27	14.00	6.35	24.20
HSS9X3X3/16	9.00	3.00	0.19	3.98	14.54	37.60	8.35	3.07	6.64	4.42	1.29	10.80	4.92	18.90
HSS8X8X5/8	8.00	8.00	0.63	16.40	59.11	146.00	36.50	2.99	146.00	36.50	2.99	44.70	44.70	244.00
HSS8X8X1/2	8.00	8.00	0.50	13.50	48.72	125.00	31.20	3.04	125.00	31.20	3.04	37.50	37.50	204.00
HSS8X8X3/8	8.00	8.00	0.38	10.40	37.61	100.00	24.90	3.10	100.00	24.90	3.10	29.40	29.40	160.00
HSS8X8X5/16	8.00	8.00	0.31	8.76	31.79	85.60	21.40	3.13	85.60	21.40	3.13	25.10	25.10	136.00
HSS8X8X1/4	8.00	8.00	0.25	7.10	25.79	70.70	17.70	3.15	70.70	17.70	3.15	20.50	20.50	111.00
HSS8X8X3/16	8.00	8.00	0.19	5.37	19.61	54.40	13.60	3.18	54.40	13.60	3.18	15.70	15.70	84.50
HSS8X8X1/8	8.00	8.00	0.13	3.62	13.25	37.40	9.34	3.21	37.40	9.34	3.21	10.70	10.70	57.30
HSS8X6X5/8	8.00	6.00	0.63	14.00	50.60	114.00	28.50	2.85	72.30	24.10	2.27	36.10	29.50	150.00
HSS8X6X1/2	8.00	6.00	0.50	11.60	41.91	98.20	24.60	2.91	62.50	20.80	2.32	30.50	24.90	127.00
HSS8X6X3/8	8.00	6.00	0.38	8.97	32.51	79.10	19.80	2.97	50.60	16.90	2.38	24.10	19.80	100.00
HSS8X6X5/16	8.00	6.00	0.31	7.59	27.58	68.30	17.10	3.00	43.80	14.60	2.40	20.60	16.90	85.80
HSS8X6X1/4	8.00	6.00	0.25	6.17	22.39	56.60	14.20	3.03	36.40	12.10	2.43	16.90	13.90	70.30

PERFILES TUBULARES RECTANGULARES - HSS (AMERICANOS)														
PERFIL	Propiedades Geometricas					Propiedades Elasticas						Modulo Plastico		Const. Tors.
	d (in)	b (in)	e (in)	A (in ²)	W (lb/ft)	Ix (in ⁴)	Sx (in ³)	rx (in)	Iy (in ⁴)	Sy (in ³)	ry (in)	Zx (in ³)	Zy (in ³)	J (in ⁴)
HSS8X6X3/16	8.00	6.00	0.19	4.67	17.10	43.70	10.90	3.06	28.20	9.39	2.46	13.00	10.70	53.70
HSS8X4X5/8	8.00	4.00	0.63	11.70	42.10	82.00	20.50	2.64	26.60	13.30	1.51	27.40	16.60	70.30
HSS8X4X1/2	8.00	4.00	0.50	9.74	35.11	71.80	17.90	2.71	23.60	11.80	1.56	23.50	14.30	61.10
HSS8X4X3/8	8.00	4.00	0.38	7.58	27.41	58.70	14.70	2.78	19.60	9.80	1.61	18.80	11.50	49.30
HSS8X4X5/16	8.00	4.00	0.31	6.43	23.32	51.00	12.80	2.82	17.20	8.58	1.63	16.10	9.91	42.60
HSS8X4X1/4	8.00	4.00	0.25	5.24	18.99	42.50	10.60	2.85	14.40	7.21	1.66	13.30	8.20	35.30
HSS8X4X3/16	8.00	4.00	0.19	3.98	14.54	33.10	8.27	2.88	11.30	5.65	1.69	10.20	6.33	27.20
HSS8X4X1/8	8.00	4.00	0.13	2.70	9.85	22.90	5.73	2.92	7.90	3.95	1.71	7.02	4.36	18.70
HSS8X3X1/2	8.00	3.00	0.50	8.81	31.71	58.60	14.60	2.58	11.70	7.81	1.15	20.00	9.64	34.30
HSS8X3X3/8	8.00	3.00	0.38	6.88	24.85	48.50	12.10	2.65	10.00	6.63	1.20	16.10	7.88	28.50
HSS8X3X5/16	8.00	3.00	0.31	5.85	21.19	42.40	10.60	2.69	8.81	5.87	1.23	13.90	6.84	24.90
HSS8X3X1/4	8.00	3.00	0.25	4.77	17.28	35.50	8.88	2.73	7.49	4.99	1.25	11.50	5.70	20.80
HSS8X3X3/16	8.00	3.00	0.19	3.63	13.26	27.80	6.94	2.77	5.94	3.96	1.28	8.87	4.43	16.20
HSS8X3X1/8	8.00	3.00	0.13	2.46	9.00	19.30	4.83	2.80	4.20	2.80	1.31	6.11	3.07	11.30
HSS8X2X3/8	8.00	2.00	0.38	6.18	22.30	38.20	9.56	2.49	3.73	3.73	0.78	13.40	4.61	12.10
HSS8X2X5/16	8.00	2.00	0.31	5.26	19.06	33.70	8.43	2.53	3.38	3.38	0.80	11.60	4.06	10.90
HSS8X2X1/4	8.00	2.00	0.25	4.30	15.58	28.50	7.12	2.57	2.94	2.94	0.83	9.68	3.43	9.36
HSS8X2X3/16	8.00	2.00	0.19	3.28	11.98	22.40	5.61	2.61	2.39	2.39	0.85	7.51	2.70	7.48
HSS8X2X1/8	8.00	2.00	0.13	2.23	8.15	15.70	3.93	2.65	1.72	1.72	0.88	5.19	1.90	5.30
HSS7X7X5/8	7.00	7.00	0.63	14.00	50.60	93.40	26.70	2.58	93.40	26.70	2.58	33.10	33.10	158.00
HSS7X7X1/2	7.00	7.00	0.50	11.60	41.91	80.50	23.00	2.63	80.50	23.00	2.63	27.90	27.90	133.00
HSS7X7X3/8	7.00	7.00	0.38	8.97	32.51	65.00	18.60	2.69	65.00	18.60	2.69	22.10	22.10	105.00
HSS7X7X5/16	7.00	7.00	0.31	7.59	27.54	56.10	16.00	2.72	56.10	16.00	2.72	18.90	18.90	89.70
HSS7X7X1/4	7.00	7.00	0.25	6.17	22.39	46.50	13.30	2.75	46.50	13.30	2.75	15.50	15.50	73.50
HSS7X7X3/16	7.00	7.00	0.19	4.67	17.06	36.00	10.30	2.77	36.00	10.30	2.77	11.90	11.90	56.10
HSS7X7X1/8	7.00	7.00	0.13	3.16	11.55	24.80	7.09	2.80	24.80	7.09	2.80	8.13	8.13	38.20
HSS7X5X1/2	7.00	5.00	0.50	9.74	35.11	60.60	17.30	2.50	35.60	14.20	1.91	21.90	17.30	75.80
HSS7X5X3/8	7.00	5.00	0.38	7.58	27.41	49.50	14.10	2.56	29.30	11.70	1.97	17.50	13.80	60.60
HSS7X5X5/16	7.00	5.00	0.31	6.43	23.32	43.00	12.30	2.59	25.50	10.20	1.99	15.00	11.90	52.10
HSS7X5X1/4	7.00	5.00	0.25	5.24	18.99	35.90	10.20	2.62	21.30	8.53	2.02	12.40	9.83	42.90
HSS7X5X3/16	7.00	5.00	0.19	3.98	14.54	27.90	7.96	2.65	16.60	6.65	2.05	9.52	7.57	32.90
HSS7X5X1/8	7.00	5.00	0.13	2.70	9.85	19.30	5.52	2.68	11.60	4.63	2.07	6.53	5.20	22.50
HSS7X4X1/2	7.00	4.00	0.50	8.81	31.71	50.70	14.50	2.40	20.70	10.40	1.53	18.80	12.60	50.50
HSS7X4X3/8	7.00	4.00	0.38	6.88	24.85	41.80	11.90	2.46	17.30	8.63	1.58	15.10	10.20	41.00
HSS7X4X5/16	7.00	4.00	0.31	5.85	21.19	36.50	10.40	2.50	15.20	7.58	1.61	13.10	8.83	35.40
HSS7X4X1/4	7.00	4.00	0.25	4.77	17.28	30.50	8.72	2.53	12.80	6.38	1.64	10.80	7.33	29.30
HSS7X4X3/16	7.00	4.00	0.19	3.63	13.26	23.80	6.81	2.56	10.00	5.02	1.66	8.33	5.67	22.70
HSS7X4X1/8	7.00	4.00	0.13	2.46	9.00	16.60	4.73	2.59	7.03	3.51	1.69	5.73	3.91	15.60
HSS7X3X1/2	7.00	3.00	0.50	7.88	28.30	40.70	11.60	2.27	10.20	6.80	1.14	15.80	8.46	28.60
HSS7X3X3/8	7.00	3.00	0.38	6.18	22.30	34.10	9.73	2.35	8.71	5.81	1.19	12.80	6.95	23.90
HSS7X3X5/16	7.00	3.00	0.31	5.26	19.06	29.90	8.54	2.38	7.74	5.16	1.21	11.10	6.05	20.90
HSS7X3X1/4	7.00	3.00	0.25	4.30	15.58	25.20	7.19	2.42	6.60	4.40	1.24	9.22	5.06	17.50
HSS7X3X3/16	7.00	3.00	0.19	3.28	11.98	19.80	5.65	2.45	5.24	3.50	1.26	7.14	3.94	13.70
HSS7X3X1/8	7.00	3.00	0.13	2.23	8.15	13.80	3.95	2.49	3.71	2.48	1.29	4.93	2.73	9.48

PERFILES TUBULARES RECTANGULARES - HSS (AMERICANOS)														
PERFIL	Propiedades Geometricas					Propiedades Elasticas						Modulo Plastico		Const. Tors.
	d (in)	b (in)	e (in)	A (in ²)	W (lb/ft)	Ix (in ⁴)	Sx (in ³)	rx (in)	Iy (in ⁴)	Sy (in ³)	ry (in)	Zx (in ³)	Zy (in ³)	J (in ⁴)
HSS7X2X1/4	7.00	2.00	0.25	3.84	13.88	19.80	5.67	2.27	2.58	2.58	0.82	7.64	3.02	7.95
HSS7X2X3/16	7.00	2.00	0.19	2.93	10.70	15.70	4.49	2.31	2.10	2.10	0.85	5.95	2.39	6.35
HSS7X2X1/8	7.00	2.00	0.13	2.00	7.30	11.10	3.16	2.35	1.52	1.52	0.87	4.13	1.68	4.51
HSS6X6X5/8	6.00	6.00	0.63	11.70	42.10	55.20	18.40	2.17	55.20	18.40	2.17	23.20	23.20	94.90
HSS6X6X1/2	6.00	6.00	0.50	9.74	35.11	48.30	16.10	2.23	48.30	16.10	2.23	19.80	19.80	81.10
HSS6X6X3/8	6.00	6.00	0.38	7.58	27.41	39.50	13.20	2.28	39.50	13.20	2.28	15.80	15.80	64.60
HSS6X6X5/16	6.00	6.00	0.31	6.43	23.29	34.30	11.40	2.31	34.30	11.40	2.31	13.60	13.60	55.40
HSS6X6X1/4	6.00	6.00	0.25	5.24	18.99	28.60	9.54	2.34	28.60	9.54	2.34	11.20	11.20	45.60
HSS6X6X3/16	6.00	6.00	0.19	3.98	14.51	22.30	7.42	2.37	22.30	7.42	2.37	8.63	8.63	35.00
HSS6X6X1/8	6.00	6.00	0.13	2.70	9.85	15.50	5.15	2.39	15.50	5.15	2.39	5.92	5.92	23.90
HSS6X5X1/2	6.00	5.00	0.50	8.81	31.71	41.10	13.70	2.16	30.80	12.30	1.87	17.20	15.20	59.80
HSS6X5X3/8	6.00	5.00	0.38	6.88	24.85	33.90	11.30	2.22	25.50	10.20	1.92	13.80	12.20	48.10
HSS6X5X5/16	6.00	5.00	0.31	5.85	21.19	29.60	9.85	2.25	22.30	8.91	1.95	11.90	10.50	41.40
HSS6X5X1/4	6.00	5.00	0.25	4.77	17.28	24.70	8.25	2.28	18.70	7.47	1.98	9.87	8.72	34.20
HSS6X5X3/16	6.00	5.00	0.19	3.63	13.26	19.30	6.44	2.31	14.60	5.84	2.01	7.62	6.73	26.30
HSS6X5X1/8	6.00	5.00	0.13	2.46	9.00	13.40	4.48	2.34	10.20	4.07	2.03	5.24	4.63	18.00
HSS6X4X1/2	6.00	4.00	0.50	7.88	28.30	34.00	11.30	2.08	17.80	8.89	1.50	14.60	11.00	40.30
HSS6X4X3/8	6.00	4.00	0.38	6.18	22.30	28.30	9.43	2.14	14.90	7.47	1.55	11.90	8.94	32.80
HSS6X4X5/16	6.00	4.00	0.31	5.26	19.06	24.80	8.27	2.17	13.20	6.58	1.58	10.30	7.75	28.40
HSS6X4X1/4	6.00	4.00	0.25	4.30	15.58	20.90	6.96	2.20	11.10	5.56	1.61	8.53	6.45	23.60
HSS6X4X3/16	6.00	4.00	0.19	3.28	11.98	16.40	5.46	2.23	8.76	4.38	1.63	6.60	5.00	18.20
HSS6X4X1/8	6.00	4.00	0.13	2.23	8.15	11.40	3.81	2.26	6.15	3.08	1.66	4.56	3.46	12.60
HSS6X3X1/2	6.00	3.00	0.50	6.95	24.90	26.80	8.95	1.97	8.69	5.79	1.12	12.10	7.28	23.10
HSS6X3X3/8	6.00	3.00	0.38	5.48	19.75	22.70	7.57	2.04	7.48	4.99	1.17	9.90	6.03	19.30
HSS6X3X5/16	6.00	3.00	0.31	4.68	16.93	20.10	6.69	2.07	6.67	4.45	1.19	8.61	5.27	16.90
HSS6X3X1/4	6.00	3.00	0.25	3.84	13.88	17.00	5.66	2.10	5.70	3.80	1.22	7.19	4.41	14.20
HSS6X3X3/16	6.00	3.00	0.19	2.93	10.70	13.40	4.47	2.14	4.55	3.03	1.25	5.59	3.45	11.10
HSS6X3X1/8	6.00	3.00	0.13	2.00	7.30	9.43	3.14	2.17	3.23	2.15	1.27	3.87	2.40	7.73
HSS6X2X3/8	6.00	2.00	0.38	4.78	17.20	17.10	5.71	1.89	2.77	2.77	0.76	7.93	3.46	8.42
HSS6X2X5/16	6.00	2.00	0.31	4.10	14.80	15.30	5.11	1.93	2.52	2.52	0.79	6.95	3.07	7.60
HSS6X2X1/4	6.00	2.00	0.25	3.37	12.18	13.10	4.37	1.97	2.21	2.21	0.81	5.84	2.61	6.55
HSS6X2X3/16	6.00	2.00	0.19	2.58	9.43	10.50	3.49	2.01	1.80	1.80	0.84	4.58	2.07	5.24
HSS6X2X1/8	6.00	2.00	0.13	1.77	6.45	7.42	2.47	2.05	1.31	1.31	0.86	3.19	1.46	3.72
HSS5-1/2X5-1/2X3/8	5.50	5.50	0.38	6.88	24.85	29.70	10.80	2.08	29.70	10.80	2.08	13.10	13.10	49.00
HSS5-1/2X5-1/2X5/16	5.50	5.50	0.31	5.85	21.16	25.90	9.43	2.11	25.90	9.43	2.11	11.30	11.30	42.20
HSS5-1/2X5-1/2X1/4	5.50	5.50	0.25	4.77	17.28	21.70	7.90	2.13	21.70	7.90	2.13	9.32	9.32	34.80
HSS5-1/2X5-1/2X3/16	5.50	5.50	0.19	3.63	13.23	17.00	6.17	2.16	17.00	6.17	2.16	7.19	7.19	26.70
HSS5-1/2X5-1/2X1/8	5.50	5.50	0.13	2.46	9.00	11.80	4.30	2.19	11.80	4.30	2.19	4.95	4.95	18.30
HSS5X5X1/2	5.00	5.00	0.50	7.88	28.30	26.00	10.40	1.82	26.00	10.40	1.82	13.10	13.10	44.60
HSS5X5X3/8	5.00	5.00	0.38	6.18	22.30	21.70	8.68	1.87	21.70	8.68	1.87	10.60	10.60	36.10
HSS5X5X5/16	5.00	5.00	0.31	5.26	19.03	19.00	7.62	1.90	19.00	7.62	1.90	9.16	9.16	31.20
HSS5X5X1/4	5.00	5.00	0.25	4.30	15.58	16.00	6.41	1.93	16.00	6.41	1.93	7.61	7.61	25.80
HSS5X5X3/16	5.00	5.00	0.19	3.28	11.96	12.60	5.03	1.96	12.60	5.03	1.96	5.89	5.89	19.90
HSS5X5X1/8	5.00	5.00	0.13	2.23	8.15	8.80	3.52	1.99	8.80	3.52	1.99	4.07	4.07	13.70

PERFILES TUBULARES RECTANGULARES - HSS (AMERICANOS)														
PERFIL	Propiedades Geometricas					Propiedades Elasticas						Modulo Plastico		Const. Tors.
	d (in)	b (in)	e (in)	A (in ²)	W (lb/ft)	Ix (in ⁴)	Sx (in ³)	rx (in)	Iy (in ⁴)	Sy (in ³)	ry (in)	Zx (in ³)	Zy (in ³)	J (in ⁴)
HSS5X4X1/2	5.00	4.00	0.50	6.95	24.90	21.20	8.49	1.75	14.90	7.43	1.46	10.90	9.35	30.30
HSS5X4X3/8	5.00	4.00	0.38	5.48	19.75	17.90	7.17	1.81	12.60	6.30	1.52	8.96	7.67	24.90
HSS5X4X5/16	5.00	4.00	0.31	4.68	16.93	15.80	6.32	1.84	11.10	5.57	1.54	7.79	6.67	21.70
HSS5X4X1/4	5.00	4.00	0.25	3.84	13.88	13.40	5.35	1.87	9.46	4.73	1.57	6.49	5.57	18.00
HSS5X4X3/16	5.00	4.00	0.19	2.93	10.70	10.60	4.22	1.90	7.48	3.74	1.60	5.05	4.34	14.00
HSS5X4X1/8	5.00	4.00	0.13	2.00	7.30	7.42	2.97	1.93	5.27	2.64	1.62	3.50	3.01	9.66
HSS5X3X1/2	5.00	3.00	0.50	6.02	21.50	16.40	6.57	1.65	7.18	4.78	1.09	8.83	6.10	17.60
HSS5X3X3/8	5.00	3.00	0.38	4.78	17.20	14.10	5.65	1.72	6.25	4.16	1.14	7.34	5.10	14.90
HSS5X3X5/16	5.00	3.00	0.31	4.10	14.80	12.60	5.03	1.75	5.60	3.73	1.17	6.42	4.48	13.10
HSS5X3X1/4	5.00	3.00	0.25	3.37	12.18	10.70	4.29	1.78	4.81	3.21	1.19	5.38	3.77	11.00
HSS5X3X3/16	5.00	3.00	0.19	2.58	9.43	8.53	3.41	1.82	3.85	2.57	1.22	4.21	2.96	8.64
HSS5X3X1/8	5.00	3.00	0.13	1.77	6.45	6.03	2.41	1.85	2.75	1.83	1.25	2.93	2.07	6.02
HSS5X2-1/2X1/4	5.00	2.50	0.25	3.14	11.33	9.40	3.76	1.73	3.13	2.50	1.00	4.83	2.95	7.93
HSS5X2-1/2X3/16	5.00	2.50	0.19	2.41	8.79	7.51	3.01	1.77	2.53	2.03	1.02	3.79	2.33	6.26
HSS5X2-1/2X1/8	5.00	2.50	0.13	1.65	6.02	5.34	2.14	1.80	1.82	1.46	1.05	2.65	1.64	4.40
HSS5X2X3/8	5.00	2.00	0.38	4.09	14.65	10.40	4.14	1.59	2.28	2.28	0.75	5.71	2.88	6.61
HSS5X2X5/16	5.00	2.00	0.31	3.52	12.67	9.35	3.74	1.63	2.10	2.10	0.77	5.05	2.57	5.99
HSS5X2X1/4	5.00	2.00	0.25	2.91	10.48	8.08	3.23	1.67	1.84	1.84	0.80	4.27	2.20	5.17
HSS5X2X3/16	5.00	2.00	0.19	2.24	8.15	6.50	2.60	1.70	1.51	1.51	0.82	3.37	1.75	4.15
HSS5X2X1/8	5.00	2.00	0.13	1.54	5.60	4.65	1.86	1.74	1.10	1.10	0.85	2.37	1.24	2.95
HSS4-1/2X4-1/2X1/2	4.50	4.50	0.50	6.95	24.90	18.10	8.03	1.61	18.10	8.03	1.61	10.20	10.20	31.30
HSS4-1/2X4-1/2X3/8	4.50	4.50	0.38	5.48	19.75	15.30	6.79	1.67	15.30	6.79	1.67	8.36	8.36	25.70
HSS4-1/2X4-1/2X5/16	4.50	4.50	0.31	4.68	16.91	13.50	6.00	1.70	13.50	6.00	1.70	7.27	7.27	22.30
HSS4-1/2X4-1/2X1/4	4.50	4.50	0.25	3.84	13.88	11.40	5.08	1.73	11.40	5.08	1.73	6.06	6.06	18.50
HSS4-1/2X4-1/2X3/16	4.50	4.50	0.19	2.93	10.68	9.02	4.01	1.75	9.02	4.01	1.75	4.71	4.71	14.40
HSS4-1/2X4-1/2X1/8	4.50	4.50	0.13	2.00	7.30	6.35	2.82	1.78	6.35	2.82	1.78	3.27	3.27	9.92
HSS4X4X1/2	4.00	4.00	0.50	6.02	21.50	11.90	5.97	1.41	11.90	5.97	1.41	7.70	7.70	21.00
HSS4X4X3/8	4.00	4.00	0.38	4.78	17.20	10.30	5.13	1.47	10.30	5.13	1.47	6.39	6.39	17.50
HSS4X4X5/16	4.00	4.00	0.31	4.10	14.78	9.14	4.57	1.49	9.14	4.57	1.49	5.59	5.59	15.30
HSS4X4X1/4	4.00	4.00	0.25	3.37	12.18	7.80	3.90	1.52	7.80	3.90	1.52	4.69	4.69	12.80
HSS4X4X3/16	4.00	4.00	0.19	2.58	9.40	6.21	3.10	1.55	6.21	3.10	1.55	3.67	3.67	10.00
HSS4X4X1/8	4.00	4.00	0.13	1.77	6.45	4.40	2.20	1.58	4.40	2.20	1.58	2.56	2.56	6.91
HSS4X3X3/8	4.00	3.00	0.38	4.09	14.65	7.93	3.97	1.39	5.01	3.34	1.11	5.12	4.18	10.60
HSS4X3X5/16	4.00	3.00	0.31	3.52	12.67	7.14	3.57	1.42	4.52	3.02	1.13	4.51	3.69	9.41
HSS4X3X1/4	4.00	3.00	0.25	2.91	10.48	6.15	3.07	1.45	3.91	2.61	1.16	3.81	3.12	7.96
HSS4X3X3/16	4.00	3.00	0.19	2.24	8.15	4.93	2.47	1.49	3.16	2.10	1.19	3.00	2.46	6.26
HSS4X3X1/8	4.00	3.00	0.13	1.54	5.60	3.52	1.76	1.52	2.27	1.51	1.21	2.11	1.73	4.38
HSS4X2-1/2X3/8	4.00	2.50	0.38	3.74	13.37	6.77	3.38	1.35	3.17	2.54	0.92	4.48	3.20	7.57
HSS4X2-1/2X5/16	4.00	2.50	0.31	3.23	11.60	6.13	3.07	1.38	2.89	2.32	0.95	3.97	2.85	6.77
HSS4X2-1/2X1/4	4.00	2.50	0.25	2.67	9.63	5.32	2.66	1.41	2.53	2.02	0.97	3.38	2.43	5.78
HSS4X2-1/2X3/16	4.00	2.50	0.19	2.06	7.51	4.30	2.15	1.44	2.06	1.65	1.00	2.67	1.93	4.59
HSS4X2-1/2X1/8	4.00	2.50	0.13	1.42	5.17	3.09	1.54	1.47	1.49	1.19	1.03	1.88	1.36	3.23
HSS4X2X3/8	4.00	2.00	0.38	3.39	12.09	5.60	2.80	1.29	1.80	1.80	0.73	3.84	2.31	4.83
HSS4X2X5/16	4.00	2.00	0.31	2.94	10.54	5.13	2.56	1.32	1.67	1.67	0.75	3.43	2.08	4.40

PERFILES TUBULARES RECTANGULARES - HSS (AMERICANOS)														
PERFIL	Propiedades Geometricas					Propiedades Elasticas						Modulo Plastico		Const. Tors.
	d (in)	b (in)	e (in)	A (in ²)	W (lb/ft)	Ix (in ⁴)	Sx (in ³)	rx (in)	Iy (in ⁴)	Sy (in ³)	ry (in)	Zx (in ³)	Zy (in ³)	J (in ⁴)
HSS4X2X1/4	4.00	2.00	0.25	2.44	8.78	4.49	2.25	1.36	1.48	1.48	0.78	2.94	1.79	3.82
HSS4X2X3/16	4.00	2.00	0.19	1.89	6.87	3.66	1.83	1.39	1.22	1.22	0.80	2.34	1.43	3.08
HSS4X2X1/8	4.00	2.00	0.13	1.30	4.75	2.65	1.32	1.43	0.90	0.90	0.83	1.66	1.02	2.20
HSS3-1/2X2-1/2X3/8	3.50	2.50	0.38	3.39	12.09	4.75	2.72	1.18	2.77	2.21	0.90	3.59	2.82	6.16
HSS3-1/2X2-1/2X5/16	3.50	2.50	0.31	2.94	10.54	4.34	2.48	1.22	2.54	2.03	0.93	3.20	2.52	5.53
HSS3-1/2X2-1/2X1/4	3.50	2.50	0.25	2.44	8.78	3.79	2.17	1.25	2.23	1.78	0.96	2.74	2.16	4.75
HSS3-1/2X2-1/2X3/16	3.50	2.50	0.19	1.89	6.87	3.09	1.76	1.28	1.82	1.46	0.98	2.18	1.72	3.78
HSS3-1/2X2-1/2X1/8	3.50	2.50	0.13	1.30	4.75	2.23	1.28	1.31	1.33	1.06	1.01	1.54	1.22	2.67
HSS3-1/2X3-1/2X3/8	3.50	3.50	0.38	4.09	14.65	6.49	3.71	1.26	6.49	3.71	1.26	4.69	4.69	11.20
HSS3-1/2X3-1/2X5/16	3.50	3.50	0.31	3.52	12.65	5.84	3.34	1.29	5.84	3.34	1.29	4.14	4.14	9.89
HSS3-1/2X3-1/2X1/4	3.50	3.50	0.25	2.91	10.48	5.04	2.88	1.32	5.04	2.88	1.32	3.50	3.50	8.35
HSS3-1/2X3-1/2X3/16	3.50	3.50	0.19	2.24	8.13	4.05	2.31	1.35	4.05	2.31	1.35	2.76	2.76	6.56
HSS3-1/2X3-1/2X1/8	3.50	3.50	0.13	1.54	5.60	2.90	1.66	1.37	2.90	1.66	1.37	1.93	1.93	4.58
HSS3-1/2X2X1/4	3.50	2.00	0.25	2.21	7.93	3.17	1.81	1.20	1.30	1.30	0.77	2.36	1.58	3.16
HSS3-1/2X2X3/16	3.50	2.00	0.19	1.71	6.23	2.61	1.49	1.23	1.08	1.08	0.79	1.89	1.27	2.55
HSS3-1/2X2X1/8	3.50	2.00	0.13	1.19	4.32	1.90	1.09	1.27	0.80	0.80	0.82	1.34	0.91	1.83
HSS3-1/2X1-1/2X1/4	3.50	1.50	0.25	1.97	7.08	2.55	1.46	1.14	0.64	0.85	0.57	1.98	1.06	1.79
HSS3-1/2X1-1/2X3/16	3.50	1.50	0.19	1.54	5.59	2.12	1.21	1.17	0.54	0.73	0.59	1.60	0.87	1.49
HSS3-1/2X1-1/2X1/8	3.50	1.50	0.13	1.07	3.90	1.57	0.90	1.21	0.41	0.55	0.62	1.15	0.63	1.09
HSS3X3X3/8	3.00	3.00	0.38	3.39	12.09	3.78	2.52	1.06	3.78	2.52	1.06	3.25	3.25	6.64
HSS3X3X5/16	3.00	3.00	0.31	2.94	10.53	3.45	2.30	1.08	3.45	2.30	1.08	2.90	2.90	5.94
HSS3X3X1/4	3.00	3.00	0.25	2.44	8.78	3.02	2.01	1.11	3.02	2.01	1.11	2.48	2.48	5.08
HSS3X3X3/16	3.00	3.00	0.19	1.89	6.85	2.46	1.64	1.14	2.46	1.64	1.14	1.97	1.97	4.03
HSS3X3X1/8	3.00	3.00	0.13	1.30	4.75	1.78	1.19	1.17	1.78	1.19	1.17	1.40	1.40	2.84
HSS3X2-1/2X5/16	3.00	2.50	0.31	2.64	9.47	2.92	1.94	1.05	2.18	1.74	0.91	2.51	2.20	4.34
HSS3X2-1/2X1/4	3.00	2.50	0.25	2.21	7.93	2.57	1.72	1.08	1.93	1.54	0.94	2.16	1.90	3.74
HSS3X2-1/2X3/16	3.00	2.50	0.19	1.71	6.23	2.11	1.41	1.11	1.59	1.27	0.96	1.73	1.52	3.00
HSS3X2-1/2X1/8	3.00	2.50	0.13	1.19	4.32	1.54	1.03	1.14	1.16	0.93	0.99	1.23	1.09	2.13
HSS3X2X5/16	3.00	2.00	0.31	2.35	8.41	2.38	1.59	1.01	1.24	1.24	0.73	2.11	1.58	2.87
HSS3X2X1/4	3.00	2.00	0.25	1.97	7.08	2.13	1.42	1.04	1.11	1.11	0.75	1.83	1.38	2.52
HSS3X2X3/16	3.00	2.00	0.19	1.54	5.59	1.77	1.18	1.07	0.93	0.93	0.78	1.48	1.12	2.05
HSS3X2X1/8	3.00	2.00	0.13	1.07	3.90	1.30	0.87	1.10	0.69	0.69	0.80	1.06	0.80	1.47
HSS3X1-1/2X1/4	3.00	1.50	0.25	1.74	6.23	1.68	1.12	0.98	0.54	0.73	0.56	1.51	0.91	1.44
HSS3X1-1/2X3/16	3.00	1.50	0.19	1.37	4.95	1.42	0.95	1.02	0.47	0.62	0.58	1.24	0.75	1.21
HSS3X1-1/2X1/8	3.00	1.50	125.00	0.96	3.47	1.06	0.71	1.05	0.36	0.47	0.61	0.90	0.55	0.89
HSS3X1X3/16	3.00	1.00	0.19	1.19	4.31	1.07	0.71	0.95	0.17	0.35	0.38	0.99	0.43	0.53
HSS3X1X1/8	3.00	1.00	0.13	0.84	3.04	0.82	0.55	0.99	0.14	0.28	0.41	0.73	0.33	0.41
HSS2-1/2X2-1/2X5/16	2.50	2.50	0.31	2.35	8.40	1.82	1.46	0.88	1.82	1.46	0.88	1.88	1.88	3.20
HSS2-1/2X2-1/2X1/4	2.50	2.50	0.25	1.97	7.08	1.63	1.30	0.91	1.63	1.30	0.91	1.63	1.63	2.79
HSS2-1/2X2-1/2X3/16	2.50	2.50	0.19	1.54	5.57	1.35	1.08	0.94	1.35	1.08	0.94	1.32	1.32	2.25
HSS2-1/2X2-1/2X1/8	2.50	2.50	0.13	1.07	3.90	1.00	0.80	0.97	1.00	0.80	0.97	0.95	0.95	1.61
HSS2-1/2X2X1/4	2.50	2.00	0.25	1.74	6.23	1.33	1.06	0.87	0.93	0.93	0.73	1.37	1.17	1.90
HSS2-1/2X2X3/16	2.50	2.00	0.19	1.37	4.95	1.12	0.89	0.90	0.79	0.79	0.76	1.12	0.96	1.55
HSS2-1/2X2X1/8	2.50	2.00	0.13	0.96	3.47	0.83	0.67	0.93	0.59	0.59	0.79	0.81	0.69	1.12
HSS2-1/2X1-1/2X1/4	2.50	1.50	0.25	1.51	5.38	1.03	0.82	0.83	0.45	0.60	0.55	1.11	0.76	1.10

PERFILES TUBULARES RECTANGULARES - HSS (AMERICANOS)														
PERFIL	Propiedades Geometricas					Propiedades Elasticas						Modulo Plastico		Const. Tors.
	d (in)	b (in)	e (in)	A (in ²)	W (lb/ft)	Ix (in ⁴)	Sx (in ³)	rx (in)	Iy (in ⁴)	Sy (in ³)	ry (in)	Zx (in ³)	Zy (in ³)	J (in ⁴)
HSS2-1/2X1-1/2X3/16	2.50	1.50	0.19	1.19	4.31	0.88	0.71	0.86	0.39	0.52	0.57	0.92	0.64	0.93
HSS2-1/2X1-1/2X1/8	2.50	1.50	0.13	0.84	3.04	0.67	0.54	0.89	0.30	0.40	0.60	0.67	0.47	0.69
HSS2-1/2X1X3/16	2.50	1.00	0.19	1.02	3.67	0.65	0.52	0.80	0.14	0.29	0.37	0.71	0.36	0.41
HSS2-1/2X1X1/8	2.50	1.00	0.13	0.72	2.62	0.50	0.40	0.83	0.12	0.23	0.40	0.53	0.27	0.32
HSS2-1/4X2-1/4X1/4	2.25	2.25	0.25	1.74	6.23	1.13	1.01	0.81	1.13	1.01	0.81	1.28	1.28	1.96
HSS2-1/4X2-1/4X3/16	2.25	2.25	0.19	1.37	4.94	0.95	0.85	0.84	0.95	0.85	0.84	1.04	1.04	1.60
HSS2-1/4X2-1/4X1/8	2.25	2.25	0.13	0.96	3.47	0.71	0.63	0.86	0.71	0.63	0.86	0.76	0.76	1.15
HSS2-1/4X2X3/16	2.25	2.25	0.19	1.28	4.63	0.86	0.76	0.82	0.71	0.71	0.75	0.95	0.88	1.32
HSS2-1/4X2X1/8	2.25	2.25	0.13	0.90	3.26	0.65	0.57	0.85	0.54	0.54	0.77	0.69	0.64	0.96
HSS2X2X1/4	2.00	2.00	0.25	1.51	5.38	0.75	0.75	0.70	0.75	0.75	0.70	0.96	0.96	1.31
HSS2X2X3/16	2.00	2.00	0.19	1.19	4.30	0.64	0.64	0.73	0.64	0.64	0.73	0.80	0.80	1.09
HSS2X2X1/8	2.00	2.00	0.13	0.84	3.04	0.49	0.49	0.76	0.49	0.49	0.76	0.58	0.58	0.80
HSS2X1-1/2X3/16	2.00	1.50	0.19	1.02	3.67	0.50	0.50	0.70	0.31	0.42	0.55	0.64	0.52	0.66
HSS2X1-1/2X1/8	2.00	2.00	0.13	0.72	2.62	0.38	0.38	0.73	0.24	0.33	0.58	0.48	0.39	0.50
HSS2X1X3/16	2.00	1.00	0.19	0.85	3.03	0.35	0.35	0.64	0.11	0.23	0.37	0.48	0.29	0.30
HSS2X1X1/8	2.00	1.00	0.13	0.61	2.19	0.28	0.28	0.68	0.09	0.18	0.39	0.37	0.22	0.24

PERFILES TUBULARES CIRCULARES - HSS / PIPE (AMERICANOS)										
PERFIL	Propiedades Geometricas					Propiedades Elasticas			Modulo Plastico	Const. Tors.
	Ø Exterior (mm)	Ø Interior (mm)	e (mm)	A (mm ²)	W (kg/ml)	Ix = Iy (mm ⁴)	Sx = Sy (mm ³)	rx = ry (mm)	Zx = Zy (mm ³)	J (mm ⁴)
HSS20X0.500	508.00	484.38	12.70	18387.06	155.09	566074738.82	2228640.70	175.51	2900510.33	1132149477.63
HSS20X0.375	508.00	490.27	9.53	13870.94	117.32	432880682.62	1704254.66	176.53	2212253.64	865761365.25
HSS18X0.500	457.20	433.58	12.70	16516.10	139.49	409987954.22	1786189.98	157.48	2343350.15	819975908.43
HSS18X0.375	457.20	439.47	9.53	12516.10	105.37	313838494.90	1373235.96	158.50	1786189.98	628509452.66
HSS16X0.625	406.40	376.89	15.88	18129.00	153.60	348801934.65	1720641.72	138.68	2261414.83	699268795.01
HSS16X0.500	406.40	382.78	12.70	14645.13	123.55	285118526.54	1404371.38	139.45	1835351.17	570237053.07
HSS16X0.438	406.40	385.72	11.11	12838.68	108.66	252236243.91	1242139.45	139.95	1622319.34	503640024.98
HSS16X0.375	406.40	388.67	9.53	11096.75	93.41	218937729.87	1076630.10	140.46	1401093.97	437042996.88
HSS16X0.312	406.40	391.62	7.94	9290.30	78.03	184390521.54	907843.35	140.97	1176591.20	368781043.08
HSS16X0.250	406.40	394.56	6.35	7419.34	62.77	149427081.79	734140.47	141.73	948811.01	298437932.16
HSS14X0.625	355.60	326.09	15.88	15806.42	133.27	229759746.93	1292939.35	120.65	1720641.72	457854568.16
HSS14X0.500	355.60	331.98	12.70	12774.17	107.61	188552835.80	1061881.75	121.67	1396177.85	377521590.02
HSS14X0.375	355.60	337.87	9.53	9677.40	81.45	145264767.53	816075.79	122.68	1066797.87	290529535.07
HSS14X0.312	355.60	340.82	7.94	8064.50	68.08	122788270.55	689895.39	123.19	896372.40	245160309.68
HSS14X0.250	355.60	343.76	6.35	6516.12	54.80	99479310.72	558798.88	123.70	724308.23	198958621.44
HSS12.750X0.500	323.85	300.23	12.70	11548.36	97.65	141102453.28	871791.80	110.49	1150371.89	282204996.56
HSS12.750X0.375	323.85	306.12	9.53	8774.18	73.98	109052633.51	671869.62	111.51	879985.34	217689035.59
HSS12.750X0.250	323.85	312.01	6.35	5909.67	49.82	74921656.61	462115.20	112.52	598127.84	149427081.79
HSS10.750X0.500	273.05	249.43	12.70	9677.40	81.70	82830053.69	606321.37	92.46	806243.55	165660107.39
HSS10.750X0.375	273.05	255.32	9.53	7354.82	62.02	64099639.54	470308.74	93.47	619431.02	128615510.51
HSS10.750X0.250	273.05	261.21	6.35	4967.73	41.85	44120531.11	324463.87	94.49	422786.25	88657293.65
HSS10X0.625	254.00	224.49	15.88	11096.75	93.41	79500202.29	627624.55	84.84	845572.50	159416636.00
HSS10X0.500	254.00	230.38	12.70	8967.72	75.73	66180796.67	519469.93	85.85	693172.81	131945361.92
HSS10X0.375	254.00	236.27	9.53	6838.70	57.54	51196465.35	404760.48	86.61	532579.58	102809162.12
HSS10X0.312	254.00	239.22	7.94	5729.02	48.19	43704299.69	342489.64	87.12	449005.55	86992367.95
HSS10X0.250	254.00	242.16	6.35	4612.89	38.86	35504540.60	280218.79	87.63	363792.82	71175573.78
HSS10X0.188	254.00	245.16	4.76	3464.51	29.41	26971796.38	213031.83	88.14	275302.68	54110085.33
HSS9.625X0.500	244.48	220.85	12.70	8645.14	72.74	58688631.01	478502.27	82.30	639095.50	116961030.59
HSS9.625X0.375	244.48	226.75	9.53	6580.63	55.30	45785456.82	373625.06	83.31	491611.92	91154682.21
HSS9.625X0.312	244.48	229.69	7.94	5503.21	46.32	38709522.58	316270.34	83.82	416231.43	77419045.16
HSS9.625X0.250	244.48	232.64	6.35	4432.25	37.36	31591965.20	258915.61	84.33	337573.52	63267176.69
HSS9.625X0.188	244.48	235.64	4.76	3335.48	28.28	24016553.26	196644.77	84.84	253999.49	47866613.94
HSS8.625X0.625	219.08	189.56	15.88	9483.85	79.71	49531539.65	453921.67	72.39	617792.31	99479310.72
HSS8.625X0.500	219.08	195.45	12.70	7677.40	64.76	41623142.56	378541.18	73.41	507998.98	82830053.69
HSS8.625X0.375	219.08	201.35	9.53	5851.60	49.32	32382804.91	294967.15	74.42	391650.83	64932102.39
HSS8.625X0.322	219.08	203.84	7.94	5064.51	42.62	28345360.08	258915.61	74.93	340850.93	56607473.88
HSS8.625X0.250	219.08	207.24	6.35	3961.28	33.38	22518120.12	204838.30	75.44	268747.85	44952993.96
HSS8.625X0.188	219.08	210.24	4.78	2980.64	25.29	17190357.88	156824.20	75.95	203199.59	34339092.61
HSS7.625X0.375	219.08	201.35	9.53	5148.38	43.34	22018642.41	227780.19	65.53	303160.68	44120531.11
HSS7.625X0.328	219.08	203.58	8.33	4522.57	38.16	19604500.15	201560.89	65.79	268747.85	39167377.15
HSS7.500X0.500	190.50	166.88	12.70	6645.15	55.80	26597188.10	278580.09	63.25	376902.47	53277622.48
HSS7.500X0.375	190.50	172.77	9.53	5058.05	42.60	20894817.57	219586.66	64.26	293328.45	41623142.56
HSS7.500X0.312	190.50	175.72	7.94	4251.60	35.75	17856328.16	186812.53	64.77	247444.67	35712656.32
HSS7.500X0.250	190.50	178.66	6.35	3432.25	28.90	14651346.18	153546.79	65.28	201560.89	29261069.22

PERFILES TUBULARES CIRCULARES - HSS / PIPE (AMERICANOS)										
PERFIL	Propiedades Geometricas					Propiedades Elasticas			Modulo Plastico	Const. Tors.
	Φ Exterior (mm)	Φ Interior (mm)	e (mm)	A (mm ²)	W (kg/ml)	Ix = Iy (mm ⁴)	Sx = Sy (mm ³)	rx = ry (mm)	Zx = Zy (mm ³)	J (mm ⁴)
HSS7.500X0.188	190.50	181.66	4.76	2580.64	21.91	11196625.35	117495.25	65.79	153055.18	22393250.70
HSS7X0.500	177.80	154.18	12.70	6161.28	51.81	21311048.99	239251.13	58.93	326102.57	42455605.41
HSS7X0.375	177.80	160.07	9.53	4703.22	39.61	16815749.59	190089.94	59.69	253999.49	33673122.33
HSS7X0.312	177.80	163.02	7.94	3954.83	33.27	14401607.33	161904.19	60.20	214670.54	28761591.51
HSS7X0.250	177.80	165.96	6.35	3193.54	26.90	11820972.49	132899.09	60.71	175341.58	23641944.97
HSS7X0.188	177.80	168.96	4.76	2406.45	20.42	9032221.94	101763.67	61.21	132899.09	18106067.01
HSS7X0.125	177.80	171.91	3.18	1619.35	13.70	6201848.24	69645.02	61.72	90128.85	12362073.34
HSS6.875X0.500	174.63	151.00	12.70	6038.70	50.82	20103977.86	231057.60	57.66	312992.92	40249578.86
HSS6.875X0.375	174.625	156.8958	9.525	4619.3456	38.8588945	15900040.46	181896.4104	58.674	244167.2536	31800080.92
HSS6.875X0.312	174.625	159.8422	7.9375	3883.8632	32.6439584	13610767.62	155840.9786	59.182	206477.0064	27221535.23
HSS6.875X0.250	174.625	162.7886	6.35	3135.4776	26.4041206	11155002.21	127982.9698	59.69	168786.7592	22351627.55
HSS6.875X0.188	174.625	165.7858	4.7625	2361.2856	20.04172	8574367.367	98158.51336	60.198	127982.9698	17107111.59
HSS6.625X0.500	168.275	144.653	12.7	5806.44	48.8227136	17856328.16	213031.832	55.372	290051.0328	35754279.46
HSS6.625X0.432	168.275	147.8534	11.1125	5070.9576	42.65114	15900040.46	188451.236	55.88	255638.1984	31800080.92
HSS6.625X0.375	168.275	150.5458	9.525	4438.7008	37.3643217	14151868.47	168786.7592	56.388	226141.4832	28303736.94
HSS6.625X0.312	168.275	153.4922	7.9375	3735.4764	31.4004738	12112334.48	144042.2926	56.896	191728.6488	24224668.97
HSS6.625X0.280	168.275	155.067	7.112	3354.832	28.3227537	10988509.64	130441.0294	57.15	172064.172	21935396.13
HSS6.625X0.250	168.275	156.4386	6.35	3019.3488	25.4077387	9947931.072	118314.6021	57.404	156004.8493	19937485.29
HSS6.625X0.188	168.275	159.4358	4.7625	2277.4148	19.2924408	7658658.231	90784.33456	57.912	118642.3434	15275693.32
HSS6.625X0.125	168.275	162.3822	3.175	1529.0292	12.9529648	5244515.963	62106.97256	58.42	80624.35488	10447408.78
HSS6X0.500	152.4	128.778	12.7	5219.3444	43.8408041	12986420.48	170425.4656	49.784	234335.0152	25972840.96
HSS6X0.375	152.4	134.6708	9.525	3999.992	33.6278895	10322539.35	135684.8899	50.8	183535.1168	20686701.85
HSS6X0.312	152.4	137.6172	7.9375	3367.7352	28.2917622	8865729.365	116512.025	51.308	155513.2374	17731458.73
HSS6X0.280	152.4	139.192	7.112	3025.8004	25.5328843	8033266.514	105696.5628	51.562	140437.1385	16108156.17
HSS6X0.250	152.4	140.5636	6.35	2722.5752	22.916784	7325673.091	96028.19504	51.816	126999.746	14651346.18
HSS6X0.188	152.4	143.5608	4.7625	2051.6088	17.4192428	5619124.246	73905.65864	52.324	96847.54824	11238248.49
HSS6X0.125	152.4	146.5072	3.175	1380.6424	11.7074875	3862627.63	50636.02776	52.832	65875.99728	7741904.516
HSS5.563X0.500	141.3002	117.6782	12.7	4806.442	40.3574529	10156046.78	143714.5513	45.974	198283.4744	20312093.57
HSS5.563X0.375	141.3002	123.571	9.525	3690.3152	31.0153761	8116512.799	115037.1893	46.99	155677.108	16233025.6
HSS5.563X0.258	141.3002	129.1082	6.5532	2587.0916	21.8198073	5910486.244	83901.76768	47.752	111432.0352	11862595.63
HSS5.563X0.188	141.3002	132.461	4.7625	1903.222	16.1095027	4453676.254	63090.1964	48.514	82754.6732	8907352.508
HSS5.563X0.134	141.3002	135.001	3.4036	1367.7392	11.5976623	3263254.377	46211.52048	48.768	60140.52488	6534833.382
HSS5.500X0.500	139.7	116.078	12.7	4748.3776	39.8552764	9781438.502	140109.3972	45.466	193367.3552	19562877
HSS5.500X0.375	139.7	121.9708	9.525	3645.154	30.6387438	7825150.801	112087.5178	46.482	151908.0833	15650301.6
HSS5.500X0.258	139.7	127.508	6.5532	2561.2852	21.5606843	5702370.531	81935.32	47.244	108810.105	11446364.2
HSS5X0.500	127	103.378	12.7	4270.9592	35.8697488	7159180.52	112743.0003	40.894	157315.8144	14318361.04
HSS5X0.375	127	109.2708	9.525	3290.316	27.649598	5785616.816	90948.2052	41.91	123886.2038	11529610.49
HSS5X0.312	127	112.2172	7.9375	2774.188	23.3178237	4994777.107	78494.03656	42.418	105860.4334	9989554.214
HSS5X0.258	127	114.808	6.5532	2316.1244	19.504152	4245560.541	66859.22112	42.926	89145.62816	8491121.082
HSS5X0.250	127	115.1636	6.35	2251.6084	18.9312563	4137340.37	65056.64408	42.926	86851.4392	8283005.369
HSS5X0.188	127	118.1608	4.7625	1703.2224	14.422126	3200819.663	50472.15712	43.434	66367.6092	6409963.954
HSS5X0.125	127	121.1072	3.175	1148.3848	9.71472363	2210188.87	34740.57568	43.942	45392.16728	4412053.111
HSS4.500X0.375	114.3	96.5708	9.525	2935.478	24.6604523	4108204.171	71939.21096	37.338	98813.99592	8199759.084
HSS4.500X0.337	114.3	98.3996	8.5598	2658.0592	22.3656811	3775219.03	66039.86792	37.592	90128.852	7533788.803

PERFILES TUBULARES CIRCULARES - HSS / PIPE (AMERICANOS)										
PERFIL	Propiedades Geometricas					Propiedades Elasticas			Modulo Plastico	Const. Tors.
	Ø Exterior (mm)	Ø Interior (mm)	e (mm)	A (mm ²)	W (kg/ml)	Ix = Iy (mm ⁴)	Sx = Sy (mm ³)	rx = ry (mm)	Zx = Zy (mm ³)	J (mm ⁴)
HSS4.500X0.237	114.3	103.124	6.0198	1909.6736	16.1068085	2826211.38	49488.93328	38.608	66039.86792	5660747.388
HSS4.500X0.188	114.3	105.4608	4.7625	1522.5776	12.9235676	2305922.098	40312.17744	38.862	53421.82864	4620168.824
HSS4.500X0.125	114.3	108.4072	3.175	1032.256	8.71834172	1598328.674	28021.87944	39.37	36543.15272	3196657.349
HSS4X0.313	101.6	86.8172	7.9375	2187.0924	18.3976898	2443278.468	48014.09752	33.528	65712.12664	4869907.68
HSS4X0.250	101.6	89.7636	6.35	1780.6416	14.9129086	2043696.3	40148.3068	33.782	54241.18184	4087392.599
HSS4X0.237	101.6	90.424	6.0198	1683.8676	14.2176684	1947963.072	38345.72976	34.036	51619.2516	3895926.144
HSS4X0.226	101.6	90.932	5.7404	1612.9	13.5974087	1873041.415	36870.894	34.036	49488.93328	3750245.145
HSS4X0.220	101.6	91.186	5.588	1574.1904	13.2574592	1835580.587	36215.41144	34.036	48505.70944	3675323.488
HSS4X0.188	101.6	92.7608	4.7625	1348.3844	11.4250092	1594166.36	31463.16288	34.29	41787.0132	3192495.034
HSS4X0.125	101.6	95.7072	3.175	916.1272	7.72195981	1111337.906	21958.66576	34.798	28677.362	2222675.813
HSS3.500X0.313	88.9	74.1172	7.9502	1890.3188	15.9027495	1585841.732	35723.79952	28.956	49161.192	3167521.149
HSS3.500X0.300	88.9	74.7268	7.62	1819.3512	15.3044262	1535893.96	34576.70504	28.956	47522.4856	3071787.921
HSS3.500X0.250	88.9	77.0636	6.35	1541.9324	12.9529648	1336102.876	29988.32712	29.464	40803.78936	2668043.438
HSS3.500X0.216	88.9	78.6892	5.4864	1341.9328	11.3084405	1182097.249	26710.91432	29.718	35887.67016	2368356.812
HSS3.500X0.203	88.9	79.2988	5.1562	1270.9652	10.6699111	1123824.849	25236.07856	29.718	33921.22248	2251812.012
HSS3.500X0.188	88.9	80.0608	0.47625	1174.1912	9.9264508	1048903.193	23597.37216	29.972	31627.03352	2097806.385
HSS3.500X0.125	88.9	83.0072	3.175	793.5468	6.7255779	736729.6233	16550.93464	30.48	21794.79512	1469296.932
HSS3X0.250	76.2	64.3636	6.35	1309.6748	10.960201	811651.2799	21303.1832	24.9428	29332.84456	1623302.56
HSS3X0.216	76.2	65.9892	5.4864	1141.9332	9.58669254	724242.6805	19008.99424	25.1968	25891.56112	1448485.361
HSS3X0.203	76.2	66.5988	5.1562	1077.4172	9.05178691	690944.1665	18025.7704	25.2984	24580.596	1377726.019
HSS3X0.188	76.2	67.3608	4.7625	993.5464	8.42789241	645158.7097	16878.67592	25.4	22778.01896	1290317.419
HSS3X0.152	76.2	69.0372	3.8608	819.3532	6.9012759	541100.8533	14174.81036	25.654	18845.1236	1078039.392
HSS3X0.134	76.2	69.9008	3.4036	722.5792	6.12247191	482828.4537	12683.58754	25.908	16878.67592	965656.9074
HSS3X0.125	76.2	70.3072	3.175	677.418	5.72919599	453692.2539	11962.55672	25.908	15813.51676	911546.8221
HSS2.875X0.250	73.025	61.1886	6.35	1245.1588	10.4620101	707593.4235	19336.73552	23.8252	26710.91432	1415186.847
HSS2.875X0.203	73.025	63.4238	5.1562	1025.8044	8.64725585	603535.5671	16550.93464	24.1808	22450.27768	1202908.82
HSS2.875X0.188	73.025	64.1858	4.7625	954.8368	8.05325281	561912.4246	15420.22722	24.3078	20811.57128	1123824.849
HSS2.875X0.125	73.025	67.1322	3.175	651.6116	5.48010051	398749.7057	10930.17169	24.7904	14486.16458	799164.3372
HSS2.500X0.250	63.5	51.6636	6.35	1070.9656	8.9674372	449529.9396	14125.64917	20.4724	19664.4768	894897.565
HSS2.500X0.188	63.5	54.6608	4.7625	819.3532	6.92933401	360040.1831	11339.84829	20.955	15453.00135	720080.3663
HSS2.500X0.125	63.5	57.6072	3.175	560.64404	4.73281408	257647.2524	8111.59668	21.4376	10815.46224	516126.9677
HSS2.375X0.250	60.325	48.4886	6.35	1012.9012	8.46924624	378770.5973	12552.49102	19.3548	17534.15848	757541.1946
HSS2.375X0.218	60.325	50.0126	5.5372	896.7724	7.49639489	342974.6947	11372.62242	19.5834	15731.58144	686781.8522
HSS2.375X0.188	60.325	51.4858	4.7625	774.192	6.55469442	305097.635	10110.81849	19.8374	13847.06908	611860.1956
HSS2.375X0.154	60.325	53.0606	3.9116	645.16	5.45274385	260977.1039	8652.369792	20.0914	11683.97663	520289.282
HSS2.375X0.125	60.325	54.4322	3.175	530.96668	4.4837186	219353.9613	7259.469352	20.32	9701.141888	437042.9969
HSS1.900X0.188	48.26	39.4208	4.7625	608.38588	5.13106394	147762.1561	6128.761936	15.5702	8521.27328	295524.3122
HSS1.900X0.145	48.26	41.402	3.683	483.22484	4.05686859	121955.8077	5063.602776	15.9004	6898.953944	243911.6154
HSS1.900X0.120	48.26	42.6212	3.048	402.57984	3.40523482	104474.0878	4326.184896	16.1036	5833.794784	208531.9442
HSS1.660X0.140	42.164	35.56	3.556	403.225	3.39248113	76586.58231	3637.928208	13.7922	4998.05452	153173.1646
Pipe1/2STD	21.336	15.7988	2.7686	148.3868	1.26759723	6659.70281	635.8180832	6.7056	909.482052	13319.40562
Pipe3/4STD	26.67	20.9296	2.8702	199.9996	1.68515867	14568.0999	1099.571994	8.5344	1543.661429	29136.19979
Pipe1STD	33.401	26.6446	3.3782	296.7736	2.50536865	34547.20832	2064.770064	10.7442	2900.510328	69094.41665
Pipe1-1/4STD	42.164	35.052	3.556	399.9992	3.38523026	76586.58231	3637.928208	13.7922	4998.05452	153173.1646

PERFILES TUBULARES CIRCULARES - HSS / PIPE (AMERICANOS)										
PERFIL	Propiedades Geometricas					Propiedades Elasticas			Modulo Plastico	Const. Tors.
	Φ Exterior (mm)	Φ Interior (mm)	e (mm)	A (mm ²)	W (kg/ml)	Ix = Iy (mm ⁴)	Sx = Sy (mm ³)	rx = ry (mm)	Zx = Zy (mm ³)	J (mm ⁴)
Pipe1-1/2STD	48.26	40.894	3.683	483.87	4.05631114	121955.8077	5063.602776	15.9004	6898.953944	243911.6154
Pipe2STD	60.325	52.5018	3.9116	645.16	5.45812455	260977.1039	8652.369792	20.0914	11683.97663	520289.282
Pipe2-1/2STD	73.025	62.7126	5.1562	1025.8044	8.649487	603535.5671	16550.93464	24.1808	22450.27768	1202908.82
Pipe3STD	88.9	77.9272	5.4864	1341.9328	11.3039847	1186259.563	26710.91432	29.718	35887.67016	2368356.812
Pipe3-1/2STD	101.6	90.1192	5.7404	1619.3516	13.6005727	1881366.044	37034.76464	34.036	49652.80392	3762732.087
Pipe4STD	114.3	102.2604	6.0198	1916.1252	16.1059413	2838698.323	49652.80392	38.354	66367.6092	5660747.388
Pipe5STD	141.3002	128.1938	6.5532	2599.9948	21.7728466	5952109.386	84229.50896	47.752	111923.6471	11904218.77
Pipe6STD	168.275	154.051	7.112	3367.7352	28.3345264	11030132.78	130932.6414	57.15	173702.8784	22018642.41
Pipe8STD	219.075	202.7174	8.1788	5064.506	42.6509186	28345360.08	258915.6112	74.93	340850.9312	56607473.88
Pipe10STD	273.05	254	9.271	7161.276	60.3972799	62850945.27	460476.4984	93.472	604682.6616	125701890.5
Pipe12STD	323.85	304.8	9.525	8774.176	73.9680267	109052633.5	671869.624	111.506	879985.3368	217689035.6
Pipe1/2XS	21.336	13.8684	3.7338	193.548	1.62550704	7908.397086	757.0823568	6.4262	1124.15259	15816.79417
Pipe3/4XS	26.67	18.8468	3.9116	264.5156	2.20711047	17897.9513	1340.461835	8.255	1950.060616	35795.9026
Pipe1XS	33.401	24.3078	4.5466	387.096	3.23610117	42039.37399	2523.607856	10.414	3621.541144	84078.74797
Pipe1-1/4XS	42.164	32.4612	4.8514	535.4828	4.47387258	96149.45931	4555.603792	13.4112	6440.116152	192298.9186
Pipe1-1/2XS	48.26	38.1	5.08	645.16	5.41338583	154838.0903	6423.729088	15.494	8996.498136	309676.1806
Pipe2XS	60.325	49.2506	5.5372	896.7724	7.50119303	344223.389	11405.39654	19.5834	15797.1297	686781.8522
Pipe2-1/2XS	73.025	59.0042	7.0104	1361.2876	11.4382009	761703.5088	20811.57128	23.622	29005.10328	1523407.018
Pipe3XS	88.9	73.66	7.62	1825.8028	15.3602959	1540056.275	34576.70504	28.956	47686.35624	3080112.549
Pipe3-1/2XS	101.6	85.4456	8.0772	2219.3504	18.6411358	2472414.668	48669.58008	33.274	66695.35048	4953153.965
Pipe4XS	114.3	97.1804	8.5598	2670.9624	22.3693629	3796030.601	66367.6092	37.592	90620.46392	7575411.946
Pipe5XS	141.3002	122.2502	9.525	3690.3152	31.0188499	8116512.799	115037.1893	46.99	155677.108	16233025.6
Pipe6XS	168.275	146.3294	10.9728	5083.8608	42.6509186	15941663.6	190089.9424	55.88	255638.1984	31883327.2
Pipe8XS	219.075	193.675	12.7	7677.404	64.7220234	41623142.56	378541.1784	73.406	507998.984	82830053.69
Pipe10XS	273.05	247.65	12.7	9677.4	81.7227392	82830053.69	606321.368	92.456	806243.5488	165660107.4
Pipe12XS	323.85	298.45	12.7	11548.364	97.6795514	141102453.3	871791.8048	110.49	1150371.893	282204906.6
Pipe2XXS	60.325	38.1762	11.0744	1619.3516	13.4812694	528613.9105	17534.15848	18.0594	26219.3024	1057227.821
Pipe2-1/2XXS	73.025	44.9834	14.0208	2458.0596	20.4306848	1157123.363	31790.90416	21.6916	47686.35624	2314246.726
Pipe3XXS	88.9	58.42	15.24	3329.0256	27.73801	2409979.954	54241.18184	26.924	80132.74296	4828284.537
Pipe4XXS	114.3	80.0608	17.1196	4929.0224	41.1596278	6118601.956	107007.5279	35.306	155677.108	12237203.91
Pipe5XXS	141.3002	103.2002	19.05	6903.212	57.5638272	13402651.9	190089.9424	44.196	273663.9688	26805303.81
Pipe6XXS	168.275	124.3838	21.9456	9483.852	79.3366738	26430695.53	314631.6288	52.832	449005.5536	52861391.05
Pipe8XXS	219.075	174.625	22.225	12903.2	108.118587	64099639.54	586656.8912	70.612	817714.4936	128199279.1

PERFILES TUBULARES CIRCULARES - HSS / PIPE (AMERICANOS)										
PERFIL	Propiedades Geometricas					Propiedades Elasticas			Modulo Plastico	Const. Tors.
	Ø Exterior (in)	Ø Interior (in)	e (in)	A (in ²)	W (lb/ft)	Ix = Iy (in ⁴)	Sx = Sy (in ³)	rx = ry (in)	Zx = Zy (in ³)	J (in ⁴)
HSS20X0.500	20.00	19.07	0.50	28.50	104.00	1360.00	136.00	6.91	177.00	2720.00
HSS20X0.375	20.00	19.30	0.38	21.50	78.67	1040.00	104.00	6.95	135.00	2080.00
HSS18X0.500	18.00	17.07	0.50	25.60	93.54	985.00	109.00	6.20	143.00	1970.00
HSS18X0.375	18.00	17.30	0.38	19.40	70.66	754.00	83.80	6.24	109.00	1510.00
HSS16X0.625	16.00	14.84	0.63	28.10	103.00	838.00	105.00	5.46	138.00	1680.00
HSS16X0.500	16.00	15.07	0.50	22.70	82.85	685.00	85.70	5.49	112.00	1370.00
HSS16X0.438	16.00	15.19	0.44	19.90	72.87	606.00	75.80	5.51	99.00	1210.00
HSS16X0.375	16.00	15.30	0.38	17.20	62.64	526.00	65.70	5.53	85.50	1050.00
HSS16X0.312	16.00	15.42	0.31	14.40	52.32	443.00	55.40	5.55	71.80	886.00
HSS16X0.250	16.00	15.53	0.25	11.50	42.09	359.00	44.80	5.58	57.90	717.00
HSS14X0.625	14.00	12.84	0.63	24.50	89.36	552.00	78.90	4.75	105.00	1100.00
HSS14X0.500	14.00	13.07	0.50	19.80	72.16	453.00	64.80	4.79	85.20	907.00
HSS14X0.375	14.00	13.30	0.38	15.00	54.62	349.00	49.80	4.83	65.10	698.00
HSS14X0.312	14.00	13.42	0.31	12.50	45.65	295.00	42.10	4.85	54.70	589.00
HSS14X0.250	14.00	13.53	0.25	10.10	36.75	239.00	34.10	4.87	44.20	478.00
HSS12.750X0.500	12.75	11.82	0.50	17.90	65.48	339.00	53.20	4.35	70.20	678.00
HSS12.750X0.375	12.75	12.05	0.38	13.60	49.61	262.00	41.00	4.39	53.70	523.00
HSS12.750X0.250	12.75	12.28	0.25	9.16	33.41	180.00	28.20	4.43	36.50	359.00
HSS10.750X0.500	10.75	9.82	0.50	15.00	54.79	199.00	37.00	3.64	49.20	398.00
HSS10.750X0.375	10.75	10.05	0.38	11.40	41.59	154.00	28.70	3.68	37.80	309.00
HSS10.750X0.250	10.75	10.28	0.25	7.70	28.06	106.00	19.80	3.72	25.80	213.00
HSS10X0.625	10.00	8.84	0.63	17.20	62.64	191.00	38.30	3.34	51.60	383.00
HSS10X0.500	10.00	9.07	0.50	13.90	50.78	159.00	31.70	3.38	42.30	317.00
HSS10X0.375	10.00	9.30	0.38	10.60	38.58	123.00	24.70	3.41	32.50	247.00
HSS10X0.312	10.00	9.42	0.31	8.88	32.31	105.00	20.90	3.43	27.40	209.00
HSS10X0.250	10.00	9.53	0.25	7.15	26.06	85.30	17.10	3.45	22.20	171.00
HSS10X0.188	10.00	9.65	0.19	5.37	19.72	64.80	13.00	3.47	16.80	130.00
HSS9.625X0.500	9.63	8.70	0.50	13.40	48.77	141.00	29.20	3.24	39.00	281.00
HSS9.625X0.375	9.63	8.93	0.38	10.20	37.08	110.00	22.80	3.28	30.00	219.00
HSS9.625X0.312	9.63	9.04	0.31	8.53	31.06	93.00	19.30	3.30	25.40	186.00
HSS9.625X0.250	9.63	9.16	0.25	6.87	25.06	75.90	15.80	3.32	20.60	152.00
HSS9.625X0.188	9.63	9.28	0.19	5.17	18.97	57.70	12.00	3.34	15.50	115.00
HSS8.625X0.625	8.63	7.46	0.63	14.70	53.45	119.00	27.70	2.85	37.70	239.00
HSS8.625X0.500	8.63	7.70	0.50	11.90	43.43	100.00	23.10	2.89	31.00	199.00
HSS8.625X0.375	8.63	7.93	0.38	9.07	33.07	77.80	18.00	2.93	23.90	156.00
HSS8.625X0.322	8.63	8.03	0.31	7.85	28.58	68.10	15.80	2.95	20.80	136.00
HSS8.625X0.250	8.63	8.16	0.25	6.14	22.38	54.10	12.50	2.97	16.40	108.00
HSS8.625X0.188	8.63	8.28	0.19	4.62	16.96	41.30	9.57	2.99	12.40	82.50
HSS7.625X0.375	8.63	7.93	0.38	7.98	29.06	52.90	13.90	2.58	18.50	106.00
HSS7.625X0.328	8.63	8.02	0.33	7.01	25.59	47.10	12.30	2.59	16.40	94.10
HSS7.500X0.500	7.50	6.57	0.50	10.30	37.42	63.90	17.00	2.49	23.00	128.00
HSS7.500X0.375	7.50	6.80	0.38	7.84	28.56	50.20	13.40	2.53	17.90	100.00
HSS7.500X0.312	7.50	6.92	0.31	6.59	23.97	42.90	11.40	2.55	15.10	85.80
HSS7.500X0.250	7.50	7.03	0.25	5.32	19.38	35.20	9.37	2.57	12.30	70.30

PERFILES TUBULARES CIRCULARES - HSS / PIPE (AMERICANOS)										
PERFIL	Propiedades Geometricas					Propiedades Elasticas			Modulo Plastico	Const. Tors.
	Ø Exterior (in)	Ø Interior (in)	e (in)	A (in ²)	W (lb/ft)	Ix = Iy (in ⁴)	Sx = Sy (in ³)	rx = ry (in)	Zx = Zy (in ³)	J (in ⁴)
HSS7.500X0.188	7.50	7.15	0.19	4.00	14.70	26.90	7.17	2.59	9.34	53.80
HSS7X0.500	7.00	6.07	0.50	9.55	34.74	51.20	14.60	2.32	19.90	102.00
HSS7X0.375	7.00	6.30	0.38	7.29	26.56	40.40	11.60	2.35	15.50	80.90
HSS7X0.312	7.00	6.42	0.31	6.13	22.31	34.60	9.88	2.37	13.10	69.10
HSS7X0.250	7.00	6.53	0.25	4.95	18.04	28.40	8.11	2.39	10.70	56.80
HSS7X0.188	7.00	6.65	0.19	3.73	13.69	21.70	6.21	2.41	8.11	43.50
HSS7X0.125	7.00	6.77	0.13	2.51	9.19	14.90	4.25	2.43	5.50	29.70
HSS6.875X0.500	6.88	5.95	0.50	9.36	34.07	48.30	14.10	2.27	19.10	96.70
HSS6.875X0.375	6.88	6.18	0.38	7.16	26.06	38.20	11.10	2.31	14.90	76.40
HSS6.875X0.312	6.88	6.29	0.31	6.02	21.89	32.70	9.51	2.33	12.60	65.40
HSS6.875X0.250	6.88	6.41	0.25	4.86	17.71	26.80	7.81	2.35	10.30	53.70
HSS6.875X0.188	6.88	6.53	0.19	3.66	13.44	20.60	5.99	2.37	7.81	41.10
HSS6.625X0.500	6.63	5.70	0.50	9.00	32.74	42.90	13.00	2.18	17.70	85.90
HSS6.625X0.432	6.63	5.82	0.44	7.86	28.60	38.20	11.50	2.20	15.60	76.40
HSS6.625X0.375	6.63	5.93	0.38	6.88	25.06	34.00	10.30	2.22	13.80	68.00
HSS6.625X0.312	6.63	6.04	0.31	5.79	21.06	29.10	8.79	2.24	11.70	58.20
HSS6.625X0.280	6.63	6.11	0.28	5.20	18.99	26.40	7.96	2.25	10.50	52.70
HSS6.625X0.250	6.63	6.16	0.25	4.68	17.04	23.90	7.22	2.26	9.52	47.90
HSS6.625X0.188	6.63	6.28	0.19	3.53	12.94	18.40	5.54	2.28	7.24	36.70
HSS6.625X0.125	6.63	6.39	0.13	2.37	8.69	12.60	3.79	2.30	4.92	25.10
HSS6X0.500	6.00	5.07	0.50	8.09	29.40	31.20	10.40	1.96	14.30	62.40
HSS6X0.375	6.00	5.30	0.38	6.20	22.55	24.80	8.28	2.00	11.20	49.70
HSS6X0.312	6.00	5.42	0.31	5.22	18.97	21.30	7.11	2.02	9.49	42.60
HSS6X0.280	6.00	5.48	0.28	4.69	17.12	19.30	6.45	2.03	8.57	38.70
HSS6X0.250	6.00	5.53	0.25	4.22	15.37	17.60	5.86	2.04	7.75	35.20
HSS6X0.188	6.00	5.65	0.19	3.18	11.68	13.50	4.51	2.06	5.91	27.00
HSS6X0.125	6.00	5.77	0.13	2.14	7.85	9.28	3.09	2.08	4.02	18.60
HSS5.563X0.500	5.56	4.63	0.50	7.45	27.06	24.40	8.77	1.81	12.10	48.80
HSS5.563X0.375	5.56	4.87	0.38	5.72	20.80	19.50	7.02	1.85	9.50	39.00
HSS5.563X0.258	5.56	5.08	0.26	4.01	14.63	14.20	5.12	1.88	6.80	28.50
HSS5.563X0.188	5.56	5.22	0.19	2.95	10.80	10.70	3.85	1.91	5.05	21.40
HSS5.563X0.134	5.56	5.32	0.13	2.12	7.78	7.84	2.82	1.92	3.67	15.70
HSS5.500X0.500	5.50	4.57	0.50	7.36	26.73	23.50	8.55	1.79	11.80	47.00
HSS5.500X0.375	5.50	4.80	0.38	5.65	20.55	18.80	6.84	1.83	9.27	37.60
HSS5.500X0.258	5.50	5.02	0.26	3.97	14.46	13.70	5.00	1.86	6.64	27.50
HSS5X0.500	5.00	4.07	0.50	6.62	24.05	17.20	6.88	1.61	9.60	34.40
HSS5X0.375	5.00	4.30	0.38	5.10	18.54	13.90	5.55	1.65	7.56	27.70
HSS5X0.312	5.00	4.42	0.31	4.30	15.64	12.00	4.79	1.67	6.46	24.00
HSS5X0.258	5.00	4.52	0.26	3.59	13.08	10.20	4.08	1.69	5.44	20.40
HSS5X0.250	5.00	4.53	0.25	3.49	12.69	9.94	3.97	1.69	5.30	19.90
HSS5X0.188	5.00	4.65	0.19	2.64	9.67	7.69	3.08	1.71	4.05	15.40
HSS5X0.125	5.00	4.77	0.13	1.78	6.51	5.31	2.12	1.73	2.77	10.60
HSS4.500X0.375	4.50	3.80	0.38	4.55	16.54	9.87	4.39	1.47	6.03	19.70
HSS4.500X0.337	4.50	3.87	0.34	4.12	15.00	9.07	4.03	1.48	5.50	18.10

PERFILES TUBULARES CIRCULARES - HSS / PIPE (AMERICANOS)										
PERFIL	Propiedades Geometricas					Propiedades Elasticas			Modulo Plastico	Const. Tors.
	Φ Exterior (in)	Φ Interior (in)	e (in)	A (in ²)	W (lb/ft)	Ix = Iy (in ⁴)	Sx = Sy (in ³)	rx = ry (in)	Zx = Zy (in ³)	J (in ⁴)
HSS4.500X0.237	4.50	4.06	0.24	2.96	10.80	6.79	3.02	1.52	4.03	13.60
HSS4.500X0.188	4.50	4.15	0.19	2.36	8.67	5.54	2.46	1.53	3.26	11.10
HSS4.500X0.125	4.50	4.27	0.13	1.60	5.85	3.84	1.71	1.55	2.23	7.68
HSS4X0.313	4.00	3.42	0.31	3.39	12.34	5.87	2.93	1.32	4.01	11.70
HSS4X0.250	4.00	3.53	0.25	2.76	10.00	4.91	2.45	1.33	3.31	9.82
HSS4X0.237	4.00	3.56	0.24	2.61	9.53	4.68	2.34	1.34	3.15	9.36
HSS4X0.226	4.00	3.58	0.23	2.50	9.12	4.50	2.25	1.34	3.02	9.01
HSS4X0.220	4.00	3.59	0.22	2.44	8.89	4.41	2.21	1.34	2.96	8.83
HSS4X0.188	4.00	3.65	0.19	2.09	7.66	3.83	1.92	1.35	2.55	7.67
HSS4X0.125	4.00	3.77	0.13	1.42	5.18	2.67	1.34	1.37	1.75	5.34
HSS3.500X0.313	3.50	2.92	0.31	2.93	10.66	3.81	2.18	1.14	3.00	7.61
HSS3.500X0.300	3.50	2.94	0.30	2.82	10.26	3.69	2.11	1.14	2.90	7.38
HSS3.500X0.250	3.50	3.03	0.25	2.39	8.69	3.21	1.83	1.16	2.49	6.41
HSS3.500X0.216	3.50	3.10	0.22	2.08	7.58	2.84	1.63	1.17	2.19	5.69
HSS3.500X0.203	3.50	3.12	0.20	1.97	7.15	2.70	1.54	1.17	2.07	5.41
HSS3.500X0.188	3.50	3.15	0.02	1.82	6.66	2.52	1.44	1.18	1.93	5.04
HSS3.500X0.125	3.50	3.27	0.13	1.23	4.51	1.77	1.01	1.20	1.33	3.53
HSS3X0.250	3.00	2.53	0.25	2.03	7.35	1.95	1.30	0.98	1.79	3.90
HSS3X0.216	3.00	2.60	0.22	1.77	6.43	1.74	1.16	0.99	1.58	3.48
HSS3X0.203	3.00	2.62	0.20	1.67	6.07	1.66	1.10	1.00	1.50	3.31
HSS3X0.188	3.00	2.65	0.19	1.54	5.65	1.55	1.03	1.00	1.39	3.10
HSS3X0.152	3.00	2.72	0.15	1.27	4.63	1.30	0.87	1.01	1.15	2.59
HSS3X0.134	3.00	2.75	0.13	1.12	4.11	1.16	0.77	1.02	1.03	2.32
HSS3X0.125	3.00	2.77	0.13	1.05	3.84	1.09	0.73	1.02	0.97	2.19
HSS2.875X0.250	2.88	2.41	0.25	1.93	7.02	1.70	1.18	0.94	1.63	3.40
HSS2.875X0.203	2.88	2.50	0.20	1.59	5.80	1.45	1.01	0.95	1.37	2.89
HSS2.875X0.188	2.88	2.53	0.19	1.48	5.40	1.35	0.94	0.96	1.27	2.70
HSS2.875X0.125	2.88	2.64	0.13	1.01	3.67	0.96	0.67	0.98	0.88	1.92
HSS2.500X0.250	2.50	2.03	0.25	1.66	6.01	1.08	0.86	0.81	1.20	2.15
HSS2.500X0.188	2.50	2.15	0.19	1.27	4.65	0.87	0.69	0.83	0.94	1.73
HSS2.500X0.125	2.50	2.27	0.13	0.87	3.17	0.62	0.50	0.84	0.66	1.24
HSS2.375X0.250	2.38	1.91	0.25	1.57	5.68	0.91	0.77	0.76	1.07	1.82
HSS2.375X0.218	2.38	1.97	0.22	1.39	5.03	0.82	0.69	0.77	0.96	1.65
HSS2.375X0.188	2.38	2.03	0.19	1.20	4.40	0.73	0.62	0.78	0.85	1.47
HSS2.375X0.154	2.38	2.09	0.15	1.00	3.66	0.63	0.53	0.79	0.71	1.25
HSS2.375X0.125	2.38	2.14	0.13	0.82	3.01	0.53	0.44	0.80	0.59	1.05
HSS1.900X0.188	1.90	1.55	0.19	0.94	3.44	0.36	0.37	0.61	0.52	0.71
HSS1.900X0.145	1.90	1.63	0.15	0.75	2.72	0.29	0.31	0.63	0.42	0.59
HSS1.900X0.120	1.90	1.68	0.12	0.62	2.28	0.25	0.26	0.63	0.36	0.50
HSS1.660X0.140	1.66	1.40	0.14	0.63	2.27	0.18	0.22	0.54	0.31	0.37
Pipe1/2STD	0.84	0.62	0.11	0.23	0.85	0.02	0.04	0.26	0.06	0.03
Pipe3/4STD	1.05	0.82	0.11	0.31	1.13	0.04	0.07	0.34	0.09	0.07
Pipe1STD	1.32	1.05	0.13	0.46	1.68	0.08	0.13	0.42	0.18	0.17
Pipe1-1/4STD	1.66	1.38	0.14	0.62	2.27	0.18	0.22	0.54	0.31	0.37

PERFILES TUBULARES CIRCULARES - HSS / PIPE (AMERICANOS)										
PERFIL	Propiedades Geometricas					Propiedades Elasticas			Modulo Plastico	Const. Tors.
	Φ Exterior (in)	Φ Interior (in)	e (in)	A (in ²)	W (lb/ft)	Ix = Iy (in ⁴)	Sx = Sy (in ³)	rx = ry (in)	Zx = Zy (in ³)	J (in ⁴)
Pipe1-1/2STD	1.90	1.61	0.15	0.75	2.72	0.29	0.31	0.63	0.42	0.59
Pipe2STD	2.38	2.07	0.15	1.00	3.66	0.63	0.53	0.79	0.71	1.25
Pipe2-1/2STD	2.88	2.47	0.20	1.59	5.80	1.45	1.01	0.95	1.37	2.89
Pipe3STD	3.50	3.07	0.22	2.08	7.58	2.85	1.63	1.17	2.19	5.69
Pipe3-1/2STD	4.00	3.55	0.23	2.51	9.12	4.52	2.26	1.34	3.03	9.04
Pipe4STD	4.50	4.03	0.24	2.97	10.80	6.82	3.03	1.51	4.05	13.60
Pipe5STD	5.56	5.05	0.26	4.03	14.60	14.30	5.14	1.88	6.83	28.60
Pipe6STD	6.63	6.07	0.28	5.22	19.00	26.50	7.99	2.25	10.60	52.90
Pipe8STD	8.63	7.98	0.32	7.85	28.60	68.10	15.80	2.95	20.80	136.00
Pipe10STD	10.75	10.00	0.37	11.10	40.50	151.00	28.10	3.68	36.90	302.00
Pipe12STD	12.75	12.00	0.38	13.60	49.60	262.00	41.00	4.39	53.70	523.00
Pipe1/2XS	0.84	0.55	0.15	0.30	1.09	0.02	0.05	0.25	0.07	0.04
Pipe3/4XS	1.05	0.74	0.15	0.41	1.48	0.04	0.08	0.33	0.12	0.09
Pipe1XS	1.32	0.96	0.18	0.60	2.17	0.10	0.15	0.41	0.22	0.20
Pipe1-1/4XS	1.66	1.28	0.19	0.83	3.00	0.23	0.28	0.53	0.39	0.46
Pipe1-1/2XS	1.90	1.50	0.20	1.00	3.63	0.37	0.39	0.61	0.55	0.74
Pipe2XS	2.38	1.94	0.22	1.39	5.03	0.83	0.70	0.77	0.96	1.65
Pipe2-1/2XS	2.88	2.32	0.28	2.11	7.67	1.83	1.27	0.93	1.77	3.66
Pipe3XS	3.50	2.90	0.30	2.83	10.30	3.70	2.11	1.14	2.91	7.40
Pipe3-1/2XS	4.00	3.36	0.32	3.44	12.50	5.94	2.97	1.31	4.07	11.90
Pipe4XS	4.50	3.83	0.34	4.14	15.00	9.12	4.05	1.48	5.53	18.20
Pipe5XS	5.56	4.81	0.38	5.72	20.80	19.50	7.02	1.85	9.50	39.00
Pipe6XS	6.63	5.76	0.43	7.88	28.60	38.30	11.60	2.20	15.60	76.60
Pipe8XS	8.63	7.63	0.50	11.90	43.40	100.00	23.10	2.89	31.00	199.00
Pipe10XS	10.75	9.75	0.50	15.00	54.80	199.00	37.00	3.64	49.20	398.00
Pipe12XS	12.75	11.75	0.50	17.90	65.50	339.00	53.20	4.35	70.20	678.00
Pipe2XXS	2.38	1.50	0.44	2.51	9.04	1.27	1.07	0.71	1.60	2.54
Pipe2-1/2XXS	2.88	1.77	0.55	3.81	13.70	2.78	1.94	0.85	2.91	5.56
Pipe3XXS	3.50	2.30	0.60	5.16	18.60	5.79	3.31	1.06	4.89	11.60
Pipe4XXS	4.50	3.15	0.67	7.64	27.60	14.70	6.53	1.39	9.50	29.40
Pipe5XXS	5.56	4.06	0.75	10.70	38.60	32.20	11.60	1.74	16.70	64.40
Pipe6XXS	6.63	4.90	0.86	14.70	53.20	63.50	19.20	2.08	27.40	127.00
Pipe8XXS	8.63	6.88	0.88	20.00	72.50	154.00	35.80	2.78	49.90	308.00