

Trabajo de grado en modalidad de aplicación

Diseño de una heurística para la coordinación entre minoristas, considerando múltiples-productos, descuentos y pagos flexibles.

María Laura Ballesteros Rumbo^{a,d}, María Camila Forero Pedraza^{a,d}, Laura Natalia Vásquez Sabogal^{a,d}

Carlos Eduardo Montoya Casas^{b,d}, Stevenson Bolívar Atuesta^{c,d}

^aEstudiante de Ingeniería Industrial

^bProfesor, Director del Trabajo de Grado, Departamento de Ingeniería Industrial

^cProfesor, Codirector del Trabajo de Grado, Departamento de Ingeniería Industrial

^dPontificia Universidad Javeriana, Bogotá, Colombia

Resumen

Although small and medium sized enterprises (SMEs) represent the 99,9% of the companies in Colombia (DINERO ECONOMÍA, 2015), they neither have the purchasing power to benefit from quantity discounts offered by the supplier, nor they are able to make immediatly payments. As a result, this paper aims to study the problem of how to define a inventory policy for multiple products by coordinating a warehouse to N retailers where they can form coalitions in order to minimize their individual cost as they both access to total discounts per volume and have flexible payment options.

To solve this problem, we propose a solution technique that helps to identify coalitions between retailers and corresponding inventory policies with the purpose to minimize the final costs. This project is based on the DMAIC methodology supported by the ISO 13053 (2011) standard, which suggest a five-step process: Define, Measure, Analyze, Improve and Control- It is expected that the technique brings with it the associations, the quantity of product to order for each retailer and the payment deadline. Finally, the results obtained through the technique are expected to be better than those achieved before the coalitions.

Keywords: Coordination, Quantity discounts, Fleixble payment, Coalitions, Retailers, Multiproduct

1. Justificación y Planteamiento del problema

En Colombia las pequeñas y medianas empresas (Pymes) generan alrededor del 67% de empleos en el país y el 28% del Producto Interno Bruto (PIB), según cifras del Departamento Administrativo Nacional de Estadística (DANE), además según la Asociación Nacional de Instituciones Financieras (Anif), este sector es el responsable de más del 96% del aparato productivo nacional (**Dinero, 2016**).

A pesar de la importancia de las Pymes estas desafían un gran número de problemas. Según la Cepal, en la región latinoamericana las Pymes enfrentan obstáculos importantes en cuanto a infraestructura, transporte, asimetría de información, cumplimiento de requisitos y acceso a financiamiento (**Dinero-Emprendimiento, 2016**), entre los más significativos se encuentra el deficiente proceso de planeación puesto que no cuentan con una metodología clara, además la falta de implementación de tecnología se evidencia en el uso limitado de las Tic's y procesos no automatizados (**Sanclemente Téllez, Dinero, 2016**). Como lo explica Rafael Uribe una de las principales fallas de las

Pymes es su visión a corto plazo la cual no les permite hacer un análisis profundo sobre la dinámica del mercado, creando una cultura organizacional acostumbrada a “apagar incendios” (**Pérez Uribe, 2005**).

Otro aspecto importante es la forma cómo se manejan tanto las relaciones internas, como las externas con las diferentes entidades de la cadena de suministro, dado que en general en este tipo de empresas se percibe descontento por parte de los proveedores, inversionistas, distribuidores y empleados (**Tellez, 2016**); consecuencia de que los niveles de comunicación y de trabajo en equipo son bastante bajos. Así mismo existe una falta de cooperación y coordinación con empresas que se encuentran al mismo nivel o que pertenecen al mismo sector productivo (**Pérez Uribe, 2005**).

Por esto, la tendencia es actuar de forma individual y aislada lo cual dificulta el desarrollo de sistemas de producción basados en la acción colectiva y la especialización de distintas empresas. Este aislamiento de la mayoría de las Pymes, fruto de los bajos índices de confianza, es una fuerte restricción para el desarrollo de cadenas productivas con capacidad para competir en los mercados globales (**Llisterri & Angelelli, 2002**).

Sumado a esto se encuentra la percepción predominante de que los costos de perder parte de la demanda ante un competidor que produce y oferta bienes similares superan los beneficios de la colaboración y cooperación entre los diversos minoristas de la región. Por tanto, es evidente que las empresas no impulsan esquemas de cooperación continuos entre ellas, sino que desarrollan sus actividades económicas en un ambiente de continua competencia dejando a un lado la posibilidad de construir capitales sociales y generar economías de escala (**Secretaría Distrital de Desarrollo Económico, 2014**).

En contraste con lo anterior, Michael Porter promueve la utilización de esquemas productivos y de trabajo integrado en los sectores económicos, como herramientas indispensables para alcanzar ventajas competitivas (**Montoya R., Montoya R., & Castellanos, 2010**). El propósito de la integración empresarial se basa en promover la creación de organizaciones productivas que adopten esquemas eficientes de relación entre empresas independientes, permitiendo a estas últimas lograr ventajas competitivas que no podrían alcanzar si operaran aisladamente, es decir, la colectividad permite a las empresas individuales operar a niveles de eficiencia que de otra forma no podrían alcanzar (**Garzón, 2005**).

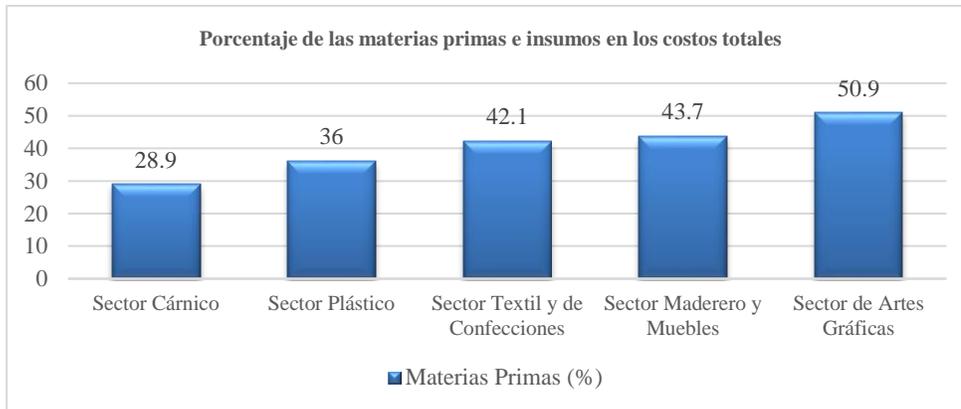
La asociatividad como herramienta de cooperación entre las empresas permite aumentar la productividad y competitividad en el actual mundo globalizado. Uno de los países pioneros en esta práctica fue Italia con el “Sistema Italia” desarrollado en 1950, época en la cual el país presentaba una situación similar a la de los países latinoamericanos actualmente (corrupción política, inestabilidad en sus gobiernos, criminalidad organizada, entre otras). Sin embargo, esto no impidió el crecimiento industrial del país gracias a su estrategia basada en la asociatividad de economías locales (**Acevedo Camacho & Buitrago Rodriguez, 2009**).

Otro ejemplo de cooperación entre empresas es el caso de España, donde se presentaron descensos en la productividad. Una de las soluciones planteadas fue la asociación entre las pequeñas y medianas empresas ya que estas representan el 99,5% del sistema productivo del país (**Trullén Thomas, 2008**).

En Colombia se calcula que únicamente el 18% de las Pymes han participado en algún esquema de tipo asociativo durante los dos últimos años (**Pérez Uribe, 2005**), como por ejemplo “Cooratiendas” que tuvo su origen en 1973, mediante la asociación de pequeños tenderos con el fin de crear una única bodega mayorista para ofrecer una amplia variedad de productos (**Sanclémente Téllez, Revue Interventions économiques, 2014**). Otro ejemplo es el de Disproclaz donde se unieron 150 zapateros para realizar compras conjuntas, lo que les permitió reducir sus costos

conjuntos y además tuvieron la oportunidad de acceder a ferias especializadas del sector (Acevedo Camacho & Buitrago Rodriguez, 2009).

Es importante mencionar, que los costos de materias primas e insumos representan un alto porcentaje de la totalidad de costos como se puede evidenciar en la siguiente gráfica.



Gráfica 1- Porcentaje de las materias primas e insumos en los costos totales

Fuente: Cuadernillos de Desarrollo Económico Secretaría Distrital de Desarrollo Económico

Estos altos costos no pueden ser pagados de forma inmediata en la mayoría de los casos. De ahí la necesidad de formar alianzas entre los diferentes minoristas, especialmente Pymes, que compartan materias primas e insumos con el fin de maximizar la accesibilidad a materiales de calidad permitiendo pagos flexibles para los minoristas y así minimizar los costos de adquisición de estos para fomentar la competitividad de estas pequeñas y medianas empresas tanto a nivel local como nacional.

Esta integración empresarial aumenta los beneficios de las empresas que se integran, debido a que genera ventajas por medio de la integración vertical y horizontal, ventajas en la eficiencia de estrategias coordinadas entre agentes e incrementa el poder de negociación de las empresas integradas (Garzón, 2005).

Por lo anterior y teniendo en cuenta que en la economía global no son las empresas individuales las que compiten, sino las redes o cadenas de empresas junto a las instituciones con las que interactúan (Llisterri & Angelelli, 2002), es pertinente dar solución al problema de adquirir materias primas a bajo costo a través del diseño de una metodología mediante la cual sea posible formar alianzas¹ entre minoristas coordinando el número de veces a ordenar de los productos que pertenezcan a esta, con el fin de minimizar el costo de ordenar al proveedor, dado que en una misma orden es posible incluir pedidos de diferentes productos. Es decir, todos los productos que hagan parte de una alianza ordenarán a la bodega el mismo número de veces al año. Esto con el objetivo de adquirir múltiples-productos de una única bodega (proveedor) accediendo a descuentos totales por volumen y ofreciendo a los minoristas plazos para realizar los pagos a cuotas, teniendo en cuenta que la demanda de los minoristas se comporta de forma determinística.

En ese orden de ideas y considerando lo anterior, este trabajo responderá a la siguiente pregunta de investigación. ¿Cómo diseñar una herramienta que realice alianzas entre varios minoristas coordinando su frecuencia de ordenar anual con múltiples productos y que minimice sus costos de adquisición?

2. Antecedentes

Es común que las entidades que forman parte de la cadena de suministro busquen establecer políticas de inventarios para disminuir sus costos. Inicialmente, se han planteado modelos que permitan a estas entidades definir de forma

¹ Alianza: Unión entre varios minoristas con múltiples productos donde se seleccionan algunos de estos, los cuales ordenaran con la misma frecuencia a una única bodega.

independiente sus políticas de inventarios con base en el comportamiento de su respectiva demanda y en los costos en los que estas incurren. Uno de estos modelos es el de la Cantidad Económica de Pedido (Economic Order Quantity-EOQ) que tiene como objetivo determinar la cantidad a ordenar para minimizar los costos de producción, los costos de ordenar y los costos de mantener inventario; con los supuestos de una demanda determinística, un solo producto y sin descuentos por volumen. El modelo fue originalmente desarrollado por Ford Whitman Harris (1913). (-Dord-ević, Antić, Čangalović, & Liseć, 2016).

Desde el desarrollo del EOQ diferentes extensiones han sido presentadas, tales como, EOQ multiproducto con elasticidad del precio (Park & Shin, 2012), EOQ multiproducto con restricciones en el espacio de almacenamiento (-Dord-ević, Antić, Čangalović, & Liseć, 2016), EOQ con pagos atrasados y faltantes (Sharma & Vandana, 2015), EOQ con coordinación entre minoristas, descuentos por cantidad y pagos atrasados (Krichen, Laabidi, & Abdelaziz, 2010).

Por otro lado, considerando el impacto en costos, niveles de servicio, etc en toda la cadena de suministros, se han desarrollado modelos que permiten establecer políticas de inventarios coordinadas entre las diferentes entidades que conforman la cadena. Uno de los pioneros en ese campo fue Leroy B. Schwarz quien planteó una solución para el problema de coordinación de inventarios de una bodega con N minoristas; su artículo propone una heurística que minimiza los costos, encontrando los tiempos de ciclos óptimos de pedido para cada minorista, asumiendo que la demanda debe ser conocida y constante, las características de los N minoristas deben ser iguales, y las entregas de la bodega a los minoristas son instantáneas (Schwarz, 1973).

Otra alternativa de coordinación para una bodega N minoristas es la heurística Abdul-Jalbar que consiste en encontrar un balance entre el reaprovisionamiento y los costos de mantener inventario en cada instalación (Abdul-Jalbar, Segerstedt, Sicilia, & Nilsson, 2010).

En este sentido, se han realizado diferentes extensiones de estos modelos de coordinación con el objetivo de ajustarse a la realidad, incluyendo políticas de descuento, pagos atrasados, coordinación entre minoristas, entre otros.

Un ejemplo de esto es la política de descuentos que ofrece disminución en el precio a los minoristas que coordinen su tiempo de orden con el ciclo de producción, beneficiando a la bodega porque se evita costos de almacenamiento mediante la realización de cross-docking, asumiendo que la producción es tercerizada y la demanda conocida y constante. Para ello se realizaron dos modelos, el primero analiza desde la perspectiva del minorista la conveniencia de ajustar la orden al ciclo de producción, y el segundo analiza si esta política permite maximizar las utilidades de la bodega (Klastorin, Moinszadeh, & Son, 2002). Es importante mencionar que las políticas de descuento más usadas son descuentos incrementales y totales, el primero de ellos se caracteriza porque la reducción de precios no se aplica por igual a todas las unidades adquiridas, sino que las unidades de diferentes tramos de cantidades tienen precios diferentes, mientras que los descuentos totales aplican el mismo descuento en todas las unidades compradas, este será de mayor o menor magnitud según el intervalo o tramo en que se encuentre la cantidad solicitada (Ángel A. & García Martín).

Adicionalmente Li y Liu (2006) comprobaron que con un mecanismo de toma de decisiones coordinado se obtienen mayores utilidades conjuntas que si se suman las utilidades en un mecanismo descoordinado; diseñando un método para obtener la cantidad óptima a ordenar para acceder a descuentos, con una demanda probabilística y un solo producto (Li & Liu, 2006).

Dentro de ese marco se ha considerado la coordinación de una bodega con un minorista para múltiples-productos. Tal es el caso del problema que considera la coordinación de pedidos para múltiples productos conocido como JRP (Joint Replenishment Problem). Algunos de los primeros trabajos que abordan este problema son los realizados por Starr y Miller en 1962, y Shu en 1971. En general el JRP busca determinar las cantidades a pedir de n productos a un mismo proveedor (Khouja & Goyal, 2007). En el contexto descrito previamente, es usual que se generen dos tipos de costos fijos: el costo de pedido común asociado con la orden de pedido indiferente al tipo de producto y el costo fijo de ordenar asociado a cada tipo de producto (Boctor, Laporte, & Renaud, 2004). Praharsi, Nataliani y Wee (2014)

trataron resolver el problema del JRP considerando la coordinación entre una bodega y N minoristas, con una heurística que busca un balance entre el costo de ordenar y el costo de mantener inventario en cada instalación (Praharsi, Nataliani, & Wee, 2014).

De forma similar Sunil Chopra y Peter Meindl (2013) sugieren que como solución al problema de múltiples productos establecer una política en donde se debe identificar el producto que se ordena con mayor frecuencia y con base a esto establecer una razón entre el producto más ordenado y la frecuencia de ordenar de cada producto, lo que se busca es que aunque no todos los productos se ordenan el mismo número de veces si se coordinen por lo menos una vez con el producto más ordenado, con el fin de disminuir los costos fijos por ordenar (Chopra & Meindl, 2013).

También Shi y Zhang (2010) consideran el escenario de adquirir conjuntamente y de determinar el precio de venta, donde los minoristas venden múltiples productos con una demanda desconocida y los proveedores ofrecen descuentos por cantidad, por medio del modelo MINLP (mixed integer nonlinear programming) se da solución al problema de determinar las cantidades óptimas a pedir y los precios de venta que maximicen la utilidad esperada del minorista que está sujeto a un presupuesto (Shi & Zhang, 2010).

Otra variante que se ha considerado en la definición de políticas de inventarios consiste en incluir pagos flexibles como un incentivo para incrementar el volumen de ventas del proveedor. Goyal (1985) fue el primero en introducir esta variación al EOQ (Goyal, 1985), de ahí en adelante otros autores como Huang (2007) proponen que el acceso a pagos flexibles no dependa de la cantidad a ordenar, con el fin de que todos los minoristas se beneficien de los plazos en los pagos (Huang, 2007).

En la búsqueda de disminuir costos, una estrategia viable es la propuesta por Krichen, Laabidi, & Abdelaziz (2010) que está orientada en la coordinación horizontal en la cual varios minoristas se asocian para poder acceder a descuentos totales, permitiendo dos formas de pagos: pago atrasado en cuotas o pago atrasado con fecha única; el objetivo del modelo es encontrar las alianzas más convenientes que disminuya el costo de adquirir los respectivos productos del minorista, así como definir la cantidad que debe ordenar y el número de órdenes por ciclo que se deben hacer. Como información de entrada para el modelo, la demanda y los ciclos de orden de cada minorista deben ser conocidos, además cada uno escoge sus aliados preferidos para disminuir el conjunto de posibles alianzas a explorar (Krichen, Laabidi, & Abdelaziz, 2010).

En este contexto, se han estudiado problemas de coordinación, múltiples productos, descuentos por volumen y pagos flexibles de forma independiente o combinaciones entre ellos; pero no se han contemplado todos los escenarios de manera conjunta, por ello este proyecto será una extensión al problema de coordinación de una bodega con N minoristas para múltiples productos con demanda constante y conocida, considerando además alianzas entre minoristas para acceder a descuentos por totales por volumen permitiendo flexibilidad en los pagos.

3. Objetivos

Diseñar una estrategia de solución para el problema de coordinación de una bodega con N minoristas considerando múltiples productos, demanda determinística, alianzas entre minoristas, descuentos por volumen y pagos flexibles.

Objetivos específicos

1. Determinar la función de costos considerando posibles alianzas entre minoristas, demanda determinística de múltiples-productos, descuentos por volumen y pagos flexibles.
2. Identificar y /o adaptar posibles metodologías para definir políticas de inventarios teniendo en cuenta los criterios de coordinación previamente establecidos.

3. Generar un conjunto de instancias aleatorias para evaluar el problema de coordinación de N minoristas con una bodega considerando alianza entre minoristas, demanda determinística de múltiples-productos, descuentos incrementales y pagos flexibles.
4. Medir el impacto de la heurística comparando la función de costos antes y después de las alianzas utilizando el conjunto de instancias aleatorias generadas.
5. Analizar el impacto de ciertos parámetros en la conveniencia de una alianza entre minoristas teniendo cuenta múltiples-productos.

4. Metodología

De acuerdo con la declaración de los estándares de calidad, la metodología de este proyecto estará soportada en la norma ISO 13053 del 2011 la cual hace referencia al ciclo de mejora continua DMAIC (Definir, Medir, Analizar, Mejorar y Controlar).

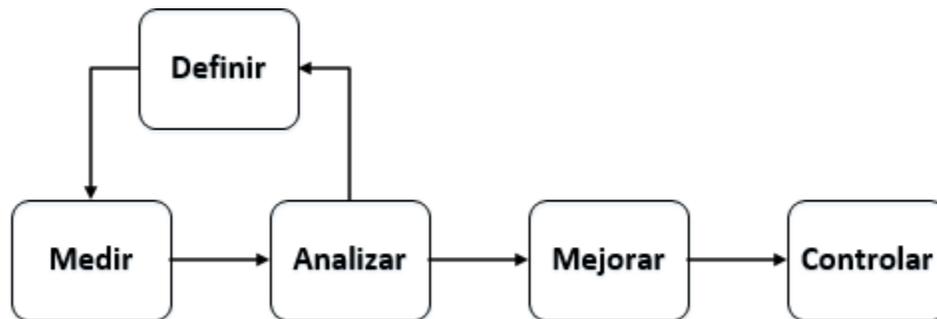


Figura 1-Ejemplo de la secuencia DMAIC
Fuente: ISO 13053-1:2011

La primera fase *Definir* donde se establece el problema a tratar a lo largo del proyecto está asociada la justificación anteriormente descrita donde se plantea la pregunta de investigación.

En las fases *Medir* y *Analizar* definidas por la norma como el plan para la recolección de datos y el estado actual del problema para establecer su causa principal. En este caso los datos a recolectar serán generados aleatoriamente y el estado actual del problema será la función de costos de los minoristas antes de las alianzas (Objetivo 4).

La fase *Mejorar* está directamente relacionado al desarrollo de la heurística, adaptando la función de costos teniendo en cuenta las alianzas (Objetivo 1), las políticas de inventarios (Objetivo 2), así como el impacto de ciertos parámetros en el porcentaje de mejora de la función objetivo (Objetivo 5).

Finalmente, en la fase *Controlar* se evaluará el desempeño de la heurística mediante diferentes instancias aleatorias (Objetivo 3) además se comparará el impacto de la función de costos antes y después de las alianzas (Objetivo 4), verificando que se cumplan los requerimientos esperados del diseño.

4.1. Función de costos considerando alianzas entre minoristas, demanda determinística de múltiples-productos, descuentos por volumen y pagos flexibles

El problema aquí considerado busca minimizar los costos de adquirir materias primas e insumos, formando alianzas entre minoristas con múltiples productos que coordinen su frecuencia de ordenar anual. Para esto se considera como punto de partida la función de costos propuesta en el artículo “Single supplier multiple cooperative retailers inventory model with quantity discount and permissible delay in payments” (Krichen, Laabidi, & Abdelaziz, 2010) donde se busca crear alianzas de N minoristas con un solo producto con el fin de acceder a descuentos totales por volumen de compra, ofreciendo además la posibilidad a los minoristas de pagos atrasados ya sea en una sola cuota o en varias cuotas, ya que aunque los minoristas pueden estar motivados por los descuentos en ocasiones pueden no contar con el

dinero inmediatamente, por esta razón el proveedor puede ofrecer un crédito estableciendo una tasa de interés (Salameh , Abboud, El-Kassar, & Ghattas , 2003). Todo esto asumiendo el escenario de demanda determinística.

Teniendo en cuenta lo anterior se realizó una extensión a la función de costos propuesta por Krichen, Laabidi, & Abdelaziz (2010) de forma que se tuviera en cuenta múltiples productos y solo se manejara el pago atrasado por cuotas, considerando que según los resultados del Informe de Tendencias de Medios de Pago realizado por TecnoCom en el año 2015 muestra que al realizar compras a crédito el 69,9% de los colombianos prefiere dividir la compra en varias cuotas (TecnoCom, 2015).

La función de costo total especificada para este trabajo se calcula para cada alianza realizada, en este contexto se busca lograr alianzas con el fin de disminuir los costos de ordenar de cada minorista, ya que al pertenecer a una alianza se divide este costo entre sus integrantes; adicionalmente pueden acceder a descuentos totales por volumen ya que el tamaño de lote de la alianza será mucho mayor que el tamaño de lote de un solo minorista.

A continuación se describe el modelo matemático clasificado en conjuntos (Tabla 1), parámetros (Tabla 2), variables de decisión (Tabla 3), funciones de costos (Tabla 4) , función objetivo (Tabla 5) y restricciones (Tabla 6).

Tabla 1-Conjuntos de la función de costos

<i>Conjuntos</i>	
<i>Expresión</i>	<i>Descripción</i>
$I:\{1,2,3,\dots,n\}$	Conjunto de minoristas
$J:\{1,2,3,\dots,m\}$	Conjunto de productos
$S:\{1,2,3,\dots,l\}$	Conjunto de alianzas

Tabla 2-Parámetros de la función de costos

<i>Parámetros</i>	
<i>Expresión</i>	<i>Descripción</i>
O	Costo de fijo ordenar definido por el proveedor.
e	Tasa de descuento definido por el proveedor.
α	Tasa de recargo por pagos atrasados definido por el proveedor.
$c_j \forall j \in J$	Costo por unidad inicial del producto j , definido por el proveedor.
$R_i \forall i \in I$	Número de productos que tiene el minorista i .
$Q_{uno_j} \forall j \in J$	Cantidad de producto j que se debe llevar para acceder a descuentos, definido por el proveedor.
$Q_{max_j} \forall j \in J$	Cantidad de producto j que se debe llevar para acceder al costo unitario mínimo, definido por el proveedor.
$c_{min_j} \forall j \in J$	Costo unitario mínimo del producto j definido por el proveedor.
$d_{i,j} \forall i \in I, \forall j \in J$	Demanda del minorista i con el producto j .
$p_{i,j} \forall i \in I, \forall j \in J$	Número de cuotas en que pagará el minorista i el producto j .
$k_{i,j} \forall i \in I$	Costo fijo asociado a ordenar el producto j definido por el minorista i .
$h_{i,j} \forall i \in I, \forall j \in J$	Costo de mantener una unidad en inventario durante un año del minorista i , en relación con el producto j .

Tabla 3-Variables de decisión función de costos

Variables de Decisión	
<i>Expresión</i>	<i>Descripción</i>
$M_s \forall s \in S$	Número de veces al año que la alianza s ordenará al proveedor.
$n_{i,j} \forall i \in I, \forall j \in J$	Número de veces al año que el minorista i , deberá ordenar el producto j .
$q_s \forall s \in S$	Tamaño de lote total a ordenar para los productos que pertenecen a la alianza s .
$q_{j,s} \forall s \in S, \forall j \in J$	Tamaño de lote total de los productos j que lleva la alianza s .
$q_{i,j,s} \forall i \in I, \forall j \in J, \forall s \in S$	Cantidad total de unidades que el minorista i ordena del producto j cuando se encuentra en la alianza s .
$X_{i,j,s}$	1, si el producto j del minorista i se encuentra en la alianza s . 0, en caso contrario.

Tabla 4-Funciones de costos

Funciones de costos	
<i>Expresión</i>	<i>Descripción</i>
$CC_{s,j} \forall j \in S, \forall s \in S$	Costo anual que se debe pagar por el producto j cuando se encuentra en la alianza s .
$CTC_s \forall s \in S$	Costo total anual de la alianza s .
$CMC_{i,j,s} \forall i \in S, \forall j \in S, \forall s \in S$	Costo anual que debe pagar el minorista i por el producto j en la alianza s .
$CM_i \forall i \in I$	Costo total anual del minorista i .

Tabla 5-Función objetivo

Función Objetivo	
<i>Expresión</i>	<i>Descripción</i>
$\text{Minimizar } Z = \text{Min} \sum_{i \in I} CM_i$	El objetivo es minimizar la suma de los costos totales que deben pagar los minoristas.

Tabla 6-Restricciones

Restricciones	
<i>Expresión</i>	<i>Descripción</i>
Binaria $X_{i,j,s}$	La variable será binaria.
Entera M_s	Número de veces al año que la alianza s ordenará al proveedor debe ser entera.
Entera $n_{i,j}$	Número de veces al año que el minorista i , deberá ordenar el producto j debe ser entero.
$\sum_{j \in J} \sum_{s \in S} X_{i,j,s} = R_i \quad \forall i \in I$	Se garantiza que todos los productos de cada minorista se asignen a una única alianza.

$F \geq M_s \geq 1$	La frecuencia de ordenar de las alianzas deben ser números enteros entre 1 y un valor máximo previamente definido.
$\sum_{i \in I} q_{i,j,s} \times X_{i,j,s} = q_{j,s} \quad \forall j \in J, \forall s \in S$	Garantiza que el total de las cantidades ordenadas por todos los minoristas del producto j que pertenecen a la alianza s deben ser iguales a la cantidad ordenada de la alianza s para el producto j .
$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} q_{j,s} \times X_{i,j,s} = q_s \quad \forall s \in S$	Garantiza que el total de las cantidades ordenadas de todos los productos que pertenecen a la alianza s deben ser iguales a la cantidad total ordenada por la alianza s .
$n_{i,j} \times X_{i,j,s} = M_s \quad \forall s \in S, \forall i \in I, \forall j \in J$	Garantiza que el minorista i con el producto j que pertenece a la alianza s tenga la misma frecuencia de ordenar de la alianza s .
$\sum_{s \in S} q_{i,j,s} \times n_{i,j} = d_{i,j} \quad \forall i \in I, \forall j \in J$	Garantiza que el total del tamaño de lote que ordena el minorista i del producto j en la alianza s debe ser igual a la demanda anual del producto j para el minorista i .

Es importante aclarar que la función objetivo mencionada en la tabla anterior dependerá de las funciones de costos descritas en la tabla 4. A continuación se explica como hallar cada una de estas funciones de costos.

Como punto de partida se deben encontrar los costos individuales de cada producto que forma parte de esa alianza ($CC_{s,j}$) por lo cual la función de costos para cada producto podrá variar dependiendo del tamaño de lote $q_{j,s}$ que se pida de un producto j entre los minoristas de una alianza s .

De igual forma el esquema de descuentos totales seleccionados para el desarrollo del presente trabajo, presenta tres escenarios tal como se propone en el artículo “Single supplier multiple cooperative retailers inventory model with quantity discount and permissible delay in payments” (Krichen, Laabidi, & Abdelaziz, 2010) donde de acuerdo al tamaño de lote especificado por el proveedor (Q_{uno_j} y Q_{max_j} se accede un descuento específico, teniendo en cuenta la extensión a múltiples productos propuesta.

$$\begin{cases} (c_j) & \text{Si } q_{j,s} < Q_{uno_j} \\ (c_j - e \times q_{j,s}) & \text{Si } Q_{uno_j} > q_{j,s} \leq Q_{max_j} \\ (c_{min_j}) & \text{Si } q_{j,s} > Q_{max_j} \end{cases} \quad (1)$$

Para hallar el tamaño de lote para acceder al costo mínimo unitario (Q_{max_j}) se tomó la ecuación propuesta en el artículo *JIT purchasing vs. EOQ with a Price discount: An analytical comparison of inventory costs* (Fazel, Fischer, & Gilbert, 1998).

$$Q_{max_j} = \frac{c_j - c_{min_j}}{e} \quad (2)$$

A continuación, se presentan los tres escenarios para calcular los costos individuales de un producto dentro de una alianza ($CC_{s,j}$), estos costos dependerán del tamaño de lote que la alianza lleve de un producto en específico ($q_{s,j}$) ya que a partir de esto será posible acceder a descuentos totales por volumen.

En el primer escenario (ecuación 3) la alianza no podrá acceder a descuentos con ese producto en específico ya que el tamaño de lote ($q_{s,j}$) es menor o igual al tamaño de lote establecido por el proveedor, pero se deben tener en cuenta los costos relacionados con volumen de compra anual ($c_j \times \sum_{i \in I} X_{i,j,s} \times d_{i,j}$) $\forall j \in J, \forall s \in S$ y los costos por pagos atrasados ($\alpha \times \sum_{i \in I} X_{i,j,s} \times (d_{i,j} \times p_{i,j})$) $\forall j \in J, \forall s \in S$.

Cuando $q_{j,s} \leq Q_{uno_j}$

$$CC_{s,j} = c_j \times \sum_{i \in I} X_{i,j,s} \times d_{i,j} + c_j \times \alpha \times \sum_{i \in I} X_{i,j,s} \times (d_{i,j} \times p_{i,j}) \quad \forall j \in J, \forall s \in S \quad (3)$$

En el segundo escenario que se presenta a continuación se tienen en cuenta los mismos costos mencionados en la ecuación 3 y además en este caso el tamaño de lote que ordena esa alianza para ese producto en específico ($q_{s,j}$) superara el tamaño de lote establecido por el proveedor para acceder a descuentos ($e \times q_{s,j}$).

Cuando $q_{j,s} > Q_{uno_j}$ y $q_{j,s} \leq Q_{max_j}$

$$CC_{s,j} = (c_j - e \times q_{s,j}) \times \sum_{i \in I} X_{i,j,s} \times d_{i,j} + (c_j - e \times q_{s,j}) \times \alpha \times \sum_{i \in I} X_{i,j,s} \times (d_{i,j} \times p_{i,j}) \quad \forall j \in J, \forall s \in S \quad (4)$$

Finalmente en el tercer escenario se tendrán en cuenta los mismos costos mencionados en la ecuación 4, pero con la diferencia que el tamaño de lote de la alianza para ese producto en específico ($q_{s,j}$) le permitira acceder a para acceder al costo minimo del producto.

Cuando $q_{j,s} > Q_{max_j}$

$$CC_{s,j} = (c_j - e \times q_{s,j}) \times \sum_{i \in I} X_{i,j,s} \times d_{i,j} + c_{min_j} \times \alpha \times \sum_{i \in I} X_{i,j,s} \times (d_{i,j} \times p_{i,j}) \quad \forall j \in J, \forall s \in S \quad (5)$$

Una vez se han calculado todos los costos individuales de un producto dentro de una alianza ($CC_{s,j}$) se debe calcular el costo total de la alianza (CTC_s) como se muestra en la ecuación 9 esta función de costos tendrá en cuenta la sumatoria de los costos individuales de cada producto ($CC_{s,j}$) que pertenece a la alianza y además se deberán incluir los costos fijos por ordenar anuales ($M_s \times O$).

$$CTC_s = M_s \times O + \sum_{j \in J} X_{i,j,s} \times CC_{s,j} \quad \forall i \in I \quad \forall s \in S \quad (6)$$

*El cálculo del número de veces al año que ordenar una alianza (M_s) se explica en el numeral 4.2

4.1.1. Función de costos para los minoristas después de realizada la alianza

Para hallar los costos que debe pagar cada minorista después de realizada una alianza primero se calculan los costos que le corresponde pagar a cada minorista al pertenecer a una alianza con un producto en específico ($CMC_{i,j,s}$), se asume que los costos totales de la alianza (CTC_s) serán distribuidos proporcionalmente de acuerdo con el tamaño de lote que ordena el minorista de un producto dentro de una alianza ($q_{i,j,s}$). Además, cada minorista debe asumir los costos fijos relacionados a ordenar cada producto ($k_{i,j}$), así como también los costos por mantener el inventario ($h_{i,j}$).

$$CMC_{i,j,s} = \frac{q_{i,j,s}}{q_s} \times CTC_s + n_{i,j} \times k_{i,j} + \frac{q_{i,j,s}}{2} \times h_{i,j} \quad \forall i \in S, \forall j \in S, \forall s \in S \quad (7)$$

Los costos totales que debe pagar un minorista al realizar las alianzas será la sumatoria de la ecuación explicada anteriormente

$$CM_i = \sum_{j \in J} \sum_{s \in S} CMC_{i,j,s} \quad \forall i \in I \quad (8)$$

La función objetivo para este trabajo de grado será minimizar la sumatoria de los costos totales de los minoristas esto con el fin de garantizar que todos los minoristas puedan verse beneficiados por las alianzas.

$$\text{Minimizar } Z = \sum_{i \in I} CM_i \quad (9)$$

4.2. Identificar y/o adaptar posibles metodologías para definir políticas de inventarios teniendo en cuenta los criterios de coordinación previamente establecidos.

Las políticas de inventarios cumplen un rol fundamental para programar adecuadamente la adquisición de materias primas y los niveles de producto terminado, con el fin de balancear los excesos y los faltantes. También provee a la empresa una planeación adecuada de los periodos de producción, evitando sobrecostos (Guerrero Guerra, Gómez Ruiz, Zapata Ruiz, & Valencia Cárdenas, 2016).

Para efectos de este trabajo parte del enfoque de solución propuesto se basó en la metodología propuesta por Sunil Chopra y Peter Meindl (2013) en su libro Supply Chain Management en la cual se coordina el número de veces a ordenar diferentes productos pertenecientes a un mismo minorista, y así obtener costos cercanos al óptimo (Chopra & Meindl, 2013).

La metodología se divide en cuatro pasos, primero identificar el producto que se ordena con mayor frecuencia i^* asumiendo que cada producto se ordena de forma independiente (10), segundo hallar la frecuencia de ordenar para los productos diferentes a i^* sin tener en cuenta el costo de ordenar (11), tercero ajustar la frecuencia de ordenar de los productos diferentes a i^* coordinándolos de acuerdo a la frecuencia del más ordenado (12), cuarto recalcular la frecuencia de ordenar de i^* ya que esta debe tener en cuenta las frecuencias calculadas en el paso anterior (13) y por último se debe evaluar nuevamente la frecuencia de ordenar de cada producto por minorista de acuerdo a la frecuencia de ordenar de i^* (14).

El objetivo de esta política es disminuir los costos fijos de ordenar ya que, aunque no todos los productos se ordenan el mismo número de veces si se coordinan por lo menos una vez con el producto más ordenado.

$$\bar{n}_{i,j} = \sqrt{\frac{h_{i,j} \times d_{i,j}}{2(O + k_{i,j})}} \quad (10)$$

El $\bar{n}_{i,j}$ con mayor frecuencia es igual \bar{n}_{i^*}

$$\bar{\bar{n}}_{i,j} = \sqrt{\frac{h_{i,j} \times d_{i,j}}{2k_{i,j}}} \quad (11)$$

$$m_{i,j} = \left\lceil \frac{\bar{n}_{i^*}}{\bar{\bar{n}}_{i,j}} \right\rceil \quad (12)$$

$$n = \sqrt{\frac{\sum_{j \in J} h_{i,j} \times d_{i,j} \times m_{i,j}}{2(O + \sum_{j \in J} k_{i,j} / m_{i,j})}} \quad (13)$$

$$n_{i,j} = \frac{n}{m_{i,j}} \quad (14)$$

Luego de aplicar la metodología anterior, para realizar las alianzas entre minoristas se tuvo en cuenta la política de Krichen, Laabidi y Adbelaziz (2010) la cual busca minimizar los costos de ordenar anuales, ajustando la frecuencia de ordenar de los productos en una alianza con aquel que tenga menor frecuencia $M_s = \min(n_{i,j}) \forall i \in S, \forall j \in S$, Si en la alianza se encuentra una frecuencia mayor a M_s ($n_{i,j} > M_s$) se ajusta la cantidad de ordenar del respectivo producto $q_{i,j,s} = \frac{d_{i,j,s}}{M_s} \forall i \in S, \forall j \in S$.

4.2.1. Herramienta de solución

La búsqueda tabú es un método propuesto por Glover (1986), para abordar problemas combinatorios de la investigación de operaciones. El principio básico de la búsqueda tabú (Tabu Search) es encontrar óptimos locales permitiendo movimientos de no mejora con el fin de no volver a evaluar soluciones previamente visitadas a partir del uso de memorias llamadas listas tabú, que registran los movimientos recientemente realizados (Gendreau & Potvin, 2011).

Como solución inicial se realizó un voraz basado en la metodología de Sunil Chopra y Peter Meindl (2013) explicada previamente. En esta solución se asume que cada alianza está conformada por los productos pertenecientes a un mismo minorista. La representación de la solución vigente es un vector de tipo colección de datos en donde cada posición representa una alianza, dentro de esta se encuentran los productos que pertenecen a la alianza. La sección del vector de cada producto contiene un módulo de clase que almacena la referencia, minorista al que pertenece, costo por pertenecer a la alianza, frecuencia y cantidad a ordenar. Así mismo, la función objetivo es una variable de tipo Double que almacena la suma de los costos totales de los minoristas.

A continuación, en la ilustración 1 se presenta el pseudocódigo de la metodología.

Solución inicial
Para $i=1$ hasta número de minoristas
Paso 1. Identificar el producto que se ordena con mayor frecuencia
Paso 2. Hallar la frecuencia de ordenar para los productos diferentes al más ordenado
Paso 3. Ajustar la frecuencia de ordenar de los productos diferentes al más ordenado
Paso 4. Recalcular la frecuencia de ordenar del producto más ordenado
Para $j=1$ hasta número de productos de minorista i
Si producto (j) $<$ producto más ordenado
Paso 5. Recalcular frecuencia del producto j (Paso 4/Paso 3)
Fin si
Paso 6. Calcular cantidad a ordenar por ciclo
Paso 7. Calcular costos alianzas y minoristas

Ilustración 1-Pseudocódigo Voraz

Una vez se obtiene la solución inicial, la cual se basa en una política de coordinación de los productos para cada minorista de manera independiente, se procede a explorar la posibilidad de generar alianzas entre minoristas y productos de tal forma que sea posible minimizar la suma de los costos totales de todos los minoristas. Para esto dentro, del marco de la Búsqueda Tabú, se emplearon dos operadores los cuales seleccionan aleatoriamente los cambios a realizar. El primer operador es el intercambio de dos productos que se encuentren en diferentes alianzas, cuya lista tabú está representada por una matriz [número de alianzas x número de minoristas x número de productos x número de alianzas x número de minoristas x número de productos]. El segundo operador es eliminar un producto de una

alianza y añadirlo en otra, la lista tabú está representada por una matriz [*número de alianzas x número de minoristas x número de productos x número de alianzas*]. Además, el tiempo en que un movimiento estará registrado en la lista tabú es el 25% de [*número de alianzas x número de minoristas x número de productos*]. A continuación, se presenta el pseudocódigo del algoritmo propuesto en la ilustración 2.

Tabú
Hacer
Paso 1. Hallar alianzas y productos a cambiar por medio de un aleatorio
Si alianza 1 <> alianza 2 y productos y minoristas no están en tabú
Paso 2. Ajustar las frecuencias y cantidades a ordenar de acuerdo con la menor frecuencia a ordenar
Paso 3. Calcular los nuevos costos
Paso 4. Evaluar conveniencia del cambio
Si Cambio es conveniente
Paso 5. Actualizar lista tabú
Paso 6. Realizar cambio
Sino
Paso 7. Devolver cambio
Fin si
Fin si
Paso 15. Actualizar tiempo en tabú
Fin si
Si No se encontró cambio conveniente
Parar=Parar+1
Fin si
Mientras parar < (Número de minoristas x número de alianzas x número máximo de productos)

Ilustración 2-Pseudocódigo Tabú

Luego de haber generado alianzas mediante la Búsqueda Tabú, se procede a realizar una etapa de re-optimización con el fin de mejorar aún más la función objetivo. Esta etapa de re-optimización consiste en dejar fijas las alianzas obtenidas con la Búsqueda Tabú, pero explorar variaciones en las frecuencias de ordenar (M_s) de cada alianza. Pare esto, se realiza una búsqueda aleatoria de la frecuencia (M_s) entre 1 y el máximo que las alianzas pueden tener, de acuerdo con los resultados obtenidos con la Búsqueda Tabú. Igualmente se evalúa la conveniencia del cambio por medio del cálculo de los costos y los cambios en la función objetivo.

Re-optimización frecuencia de ordenar (n)
Paso 1. Menor frecuencia de ordenar es 1
Paso 2. Hallar mayor frecuencia de ordenar entre los minoristas
Hacer
Paso 3. Escoger aleatoriamente una alianza a modificar
Paso 4. Generar un n aleatorio entre la menor y mayor frecuencia de ordenar
Paso 5. Cambiar frecuencia de ordenar de la alianza a modificar seleccionada y sus productos
Paso 6. Recalcular costos de la alianza
Paso 7. Evaluar conveniencia de la nueva n
Si nuevo n es conveniente
Paso 8. Aceptar modificación en la alianza seleccionada.
Sino
Paso 9. No aceptar modificación en la alianza seleccionada.
Fin si
Si No se encontró cambio conveniente
Parar=Parar+1 (Volver a paso 3)
Fin si
Mientras parar < W

Ilustración 3-Pseudocódigo re-optimización frecuencia de ordenar

La herramienta de solución anteriormente descrita se encuentra en el Anexo 1

4.3. Generar un conjunto de instancias aleatorias para evaluar el problema de coordinación de N minoristas con una bodega considerando alianza entre minoristas, demanda determinística de múltiples-productos, descuentos incrementales y pagos flexibles.

4.3.1. Generar escenarios aleatorios.

Para cada combinación de minoristas (3,5,10,15,20,25,30) y productos (5,10,15) se generaron cinco instancias para un total de 105 instancias, los parámetros de estas instancias se basaron en los artículos *A new heuristic to solve the one-warehouse N-retailer problem* (Abdul-Jalbar, Segerstedt, Sicilia, & Nilsson, 2010), *A metaheuristic approach to solving a multiproduct EOQ-based inventory problem with storage space constraints* (Dordevic, Antic, Cangalovic, & Liseć, 2017) y *Single supplier multiple cooperative retailers inventory model with quantity discount and permissible delay in payments* (Krichen, Laabidi, & Abdelaziz, 2010).

A continuación, se muestran las distribuciones y valores de los parámetros

- *Número de minoristas:* La heurística será evaluada para escenarios con 3 minoristas y escenarios múltiples de 5 hasta 30 minoristas.
- *Número de productos:* Fueron evaluados escenarios con 3 productos y escenarios múltiples de 5 hasta 15 productos.
- *Costo fijo de ordenar (O):* Fueron elegidos de una distribución uniforme variando entre [1,500].
- *Costo de mantener el inventario del minorista ($h_{i,j}$):* Fueron elegidos de una distribución uniforme variando entre [1,500].
- *Costo fijo asociado a cada producto ($k_{i,j}$):* Fueron elegidos de una distribución uniforme variando entre [1,500].

- *Demanda ($d_{i,j}$)*: Fue elegida de una distribución uniforme variando entre [1,1000].
- *Costo por unidad (c_j)*: Fue elegida de una distribución uniforme variando entre [10,100].
- *Tasa de descuento definido por el proveedor (e)*: Se estableció el valor de 0.1
- *Costo por unidad mínimo (c_{min_j})*: El costo mínimo por cada unidad será el 30% del costo por unidad (c_j).
- *Tasa de recargo por pagos atrasados (α)*: Se estableció el valor de 0.01.
- *Cantidad de producto que se debe llevar para acceder a descuentos (Q_{uno_j})*: Fue elegida una distribución uniforme variando de [1, Q_{max_j}].
- *Número de cuotas ($p_{i,j}$)*: Fue elegida una distribución uniforme variando de [1,3].

Para generar las instancias se desarrolló una herramienta en VBA Excel, a continuación, se presenta el diagrama de flujo del funcionamiento de la herramienta.

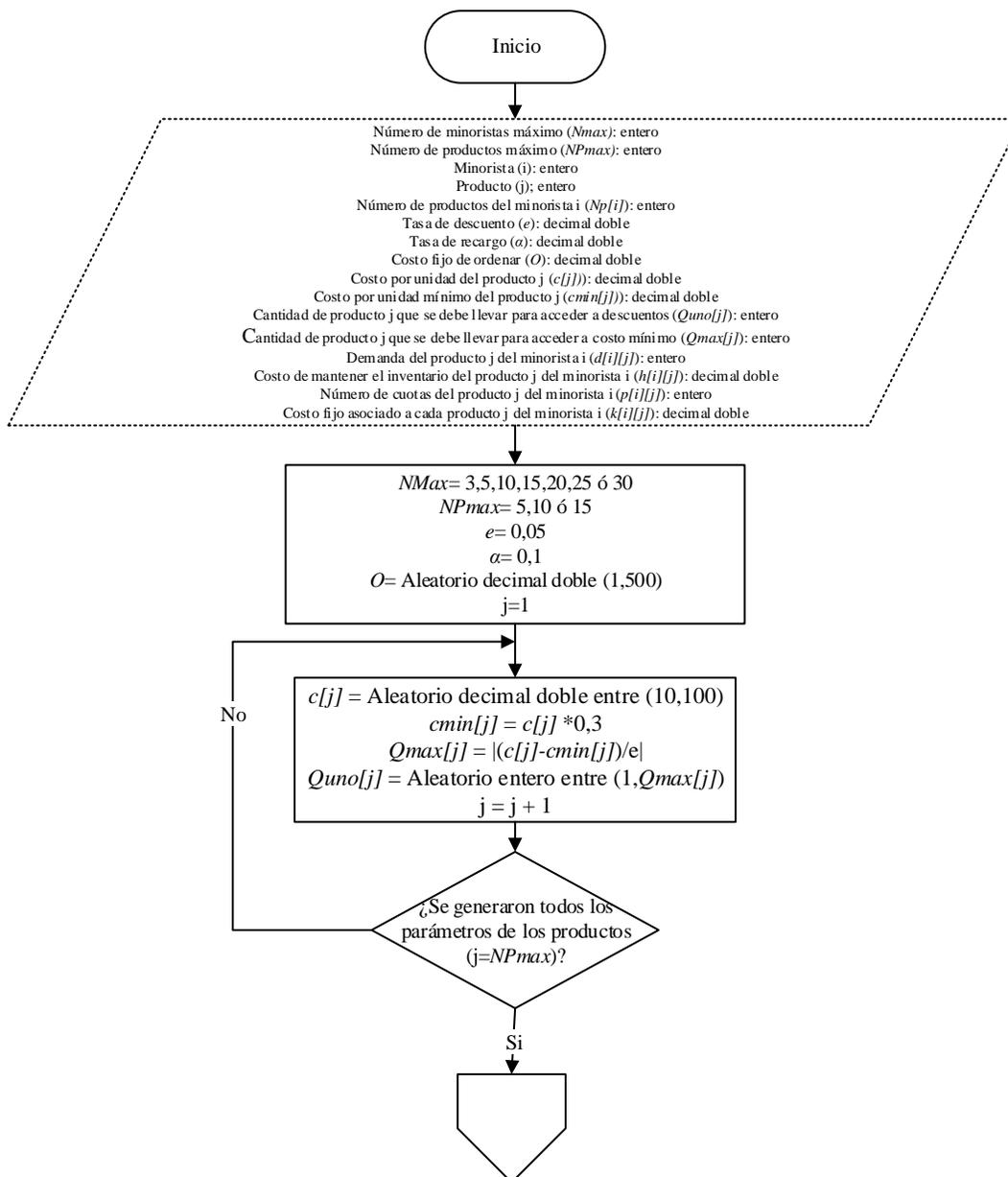


Figura 2-Diagrama de flujo generación de instancias

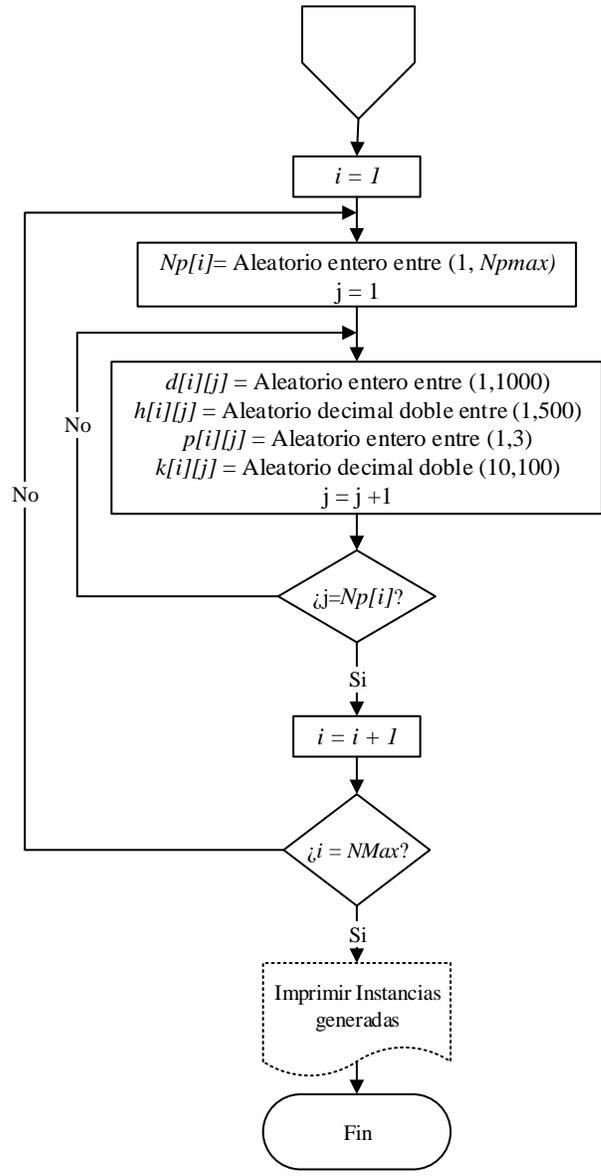


Figura 3- Continuación diagrama de flujo generación de instancias

4.4. Medir el impacto de la heurística comparando la función de costos antes y después de las alianzas utilizando el conjunto de instancias aleatorias generadas.

4.4.1. Función de costos antes de alianzas

Para efectos de este trabajo se entiende como alianza la coordinación de múltiples productos entre diferentes minoristas, se asume que cada minorista no ha coordinado sus productos razón por la cual se utiliza la política basada en Sunil Chopra y Peter Meindl (2013) con el fin de obtener un mejor escenario para comparar la herramienta desarrollada, es decir la función antes de alianzas es aquella en la que cada minorista coordina sus productos. Debido a que este proyecto realiza una extensión a descuentos y pagos flexibles la función de costos propuesta por Sunil Chopra y Peter Meindl (2013), fue ajustada para tener en cuenta esta extensión como se muestra en las siguientes ecuaciones.

El punto de partida para esta función de costos antes de alianzas son las ecuaciones (10), (11), (12), (13) y (14) mostradas previamente en el documento. Estas ecuaciones tienen como objetivo definir el número de veces que ordena al año un minorista cierto producto ($n_{i,j}$), así como el número de veces que un minorista ordenara al año (n_i) de acuerdo con la ecuación (13).

Cuando $q_{i,j} \leq Q_{uno_j}$

$$CM_i = (n_i \times O) + \sum_{j \in I} (n_{i,j} \times k_{i,j}) + \sum_{j \in I} \left(\frac{q_{i,j}}{2}\right) h_{i,j} + c_j \times \sum_{i \in I} d_{i,j} + c_j \times \alpha \times \sum_{i \in I} (d_{i,j} \times p_{i,j}) \quad \forall i \in I \quad (15)$$

Cuando $q_{i,j} > Q_{uno_j}$ y $q_{i,j} \leq Q_{max_j}$

$$CM_i = (n_i \times O) + \sum_{j \in I} (n_{i,j} \times k_{i,j}) + \sum_{j \in I} \left(\frac{q_{i,j}}{2}\right) h_{i,j} + (c_j - e \times q_{i,j}) \times \sum_{i \in I} d_{i,j} + (c_j - e \times q_{i,j}) \times \alpha \times \sum_{i \in I} (d_{i,j} \times p_{i,j}) \quad \forall i \in I \quad (16)$$

Cuando $q_{i,j} > Q_{max_j}$

$$CM_i = (n_i \times O) + \sum_{j \in I} (n_{i,j} \times k_{i,j}) + \sum_{j \in I} \left(\frac{q_{i,j}}{2}\right) h_{i,j} + (c_j - e \times q_{i,j}) \times \sum_{i \in I} d_{i,j} + c_{min_j} \times \alpha \times \sum_{i \in I} (d_{i,j} \times p_{i,j}) \quad \forall i \in I \quad (17)$$

4.4.2. Implementación de la herramienta propuesta para determinar las alianzas y los costos individuales en cada escenario.

Se implementó la herramienta para las diferentes combinaciones de número de minoristas (3-30) y productos (3-15). Los resultados se encontrarán en la sección 6.1.

4.5. Analizar el impacto de ciertos parámetros en la conveniencia de una alianza entre minoristas teniendo cuenta múltiples-productos.

Se evaluó la conveniencia de las alianzas por medio de cambios en los parámetros establecidos tales como los costos de ordenar (O) y de mantener ($h_{i,j}$) así como también en las tasas de descuento (e) y de recargo por pagos atrasados (α). Los resultados se encontrarán el numeral 6.2.

5. Componente de Diseño en ingeniería

5.1. Declaración de diseño

El presente trabajo diseña una herramienta que permite determinar alianzas entre minoristas para acceder a descuentos totales por volumen considerando una demanda determinística, múltiples productos y pagos flexibles. El diseño final consiste en una metaheurística Tabú adaptando la metodología del artículo *Single supplier multiple cooperative retailers inventory model with quantity discount and permissible delay in payments* (Krichen, Laabidi, & Abdelaziz, 2010).

5.2. Proceso de diseño

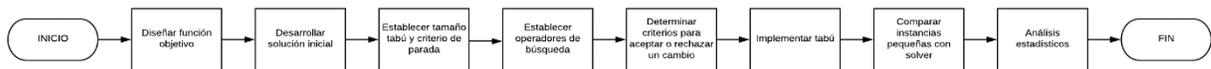


Figura 4- Proceso de diseño

De acuerdo con la figura 4 el punto de partida para este trabajo de grado fue diseñar la función de costos y establecer la función objetivo (metodología 4.1), luego se desarrolló la solución inicial donde cada minorista coordina sus propios productos, teniendo en cuenta las políticas de inventarios (metodología 4.2), esto con el fin de obtener costos cercanos al óptimo, finalizado el paso anterior se implementó la metaheurística tabú para generar alianzas entre minoristas. Además, una vez finalizado el criterio de parada del tabú se hicieron cambios en la frecuencia de ordenar de las alianzas para así mejorar aún más los costos obtenidos con la solución inicial. Una vez implementada la herramienta fueron comparados los resultados de instancias pequeñas (3 minoristas con 3 productos, 5 minoristas con 3 productos y 5 minoristas con 5 productos) con el Solver de Excel para evaluar el desempeño de la herramienta. Finalmente se realizaron análisis estadísticos para caracterizar el desempeño de la herramienta en diferentes escenarios.

5.3. Requerimientos de desempeño

De la herramienta propuesta se espera:

- Flexibilidad respecto a la utilización de diferentes parametrizaciones de costos y demandas considerando distintos números de minoristas y productos.
- Una representación adecuada de las políticas de inventarios obtenidas con base en la coordinación entre minoristas, de acuerdo con descuentos por cantidad, los productos a adquirir y el plazo de pago.
- Obtener soluciones en tiempos de ejecución adecuados para los escenarios evaluados en este trabajo es decir entre 5 y 30 minoristas con 5 a 15 productos.
- Obtener soluciones que permitan mejorar el desempeño en términos de costos con respecto al caso en el que no se consideran alianzas entre minoristas.
- Todas las soluciones generadas por el tabú deben ser factibles.

5.4. Pruebas de rendimiento

Es importante contar con metodologías eficientes para resolver problemas de optimización. En el caso de variables continuas, función objetivo y restricciones lineales, el modelo se reduce a un problema de programación lineal. Cuando la función es no lineal, como las aquí consideradas que contienen variables de decisión binarias, así como multiplicaciones y divisiones entre estas, el modelo se convierte en un problema de optimización global continua, cuya solución se dificulta porque contiene múltiples puntos óptimos. Para esto, la búsqueda del mínimo global se realiza por medio de técnicas determinísticas o técnicas estocásticas como la búsqueda lineal adaptativa, la búsqueda aleatoria dinámica o la búsqueda tabú.

Entre las técnicas estocásticas, se encuentran los algoritmos evolutivos como el empleado como método de solución por la herramienta solver de Excel; que constituyen un conjunto de técnicas fundamentadas en la supervivencia de los individuos más aptos en la población y tienen como ventajas su amplia aplicabilidad y calidad de solución con respecto a las técnicas tradicionales (Ortiz, Velásquez H, & Jaramillo, 2011).

Teniendo en cuenta lo anterior y con el fin de tener un referente de comparación con respecto al desempeño de la herramienta propuesta, se contrastaron los resultados de la herramienta para instancias pequeñas con los resultados para los mismos parámetros con el método evolutivo del Solver de Excel que permite encontrar soluciones numéricas para ecuaciones individuales, sistemas de ecuaciones o desigualdades (FrontlineSolvers, 2017).

Para el desarrollo de esta herramienta de comparación se mantienen los mismos conjuntos, parámetros, variables, función objetivo y restricciones declaradas en el numeral 4.1.

5.5. Restricciones de diseño

La factibilidad del diseño se logra a través de diferentes condiciones para realizar los intercambios, así como subrutinas que evalúan la factibilidad de estos. Además, la heurística propuesta está sujeta a que:

- La demanda de los productos requeridos por cada minorista es determinística esta no varía una vez ejecutada la herramienta.
- El número máximo de alianzas será equivalente al número de minoristas teniendo en cuenta que la solución inicial asume que una alianza es la coordinación de los productos de cada minorista por lo que el tabú no generará más alianzas si no que buscará disminuir el número de alianzas.
- La herramienta no está restringida a un número máximo de minoristas o de productos dentro de una alianza, es decir puede generarse una única alianza.
- Las funciones de costos antes y después de las alianzas fue diseñada para tener en cuenta un esquema de descuentos totales.
- La herramienta está diseñada para un único tipo de pago: cuotas.
- Un producto de un minorista no puede estar fraccionado en diferentes alianzas y todos los productos deben pertenecer a alguna alianza.

5.6. Cumplimiento del estándar

Para el diseño y evaluación de la herramienta se tomó como referencia la metodología presentada por la norma ISO 13053 del 2011 “Métodos cuantitativos para el mejoramiento de procesos-Seis Sigma”, donde se aplicará la metodología de mejora continua DMAIC que por sus siglas en inglés significa (Definir, Medir, Analizar, Mejorar y Controlar). El cumplimiento de dichas etapas se presenta en la metodología del presente trabajo.

6. Resultados

6.1. Implementación de la herramienta propuesta para determinar las alianzas y los costos individuales en cada escenario

A continuación, se muestra un ejemplo numérico para el escenario de tres minoristas y cinco productos con una tasa de recargo por pagos atrasados (α) de 0.01 y una tasa de descuento (e) de 0.15 los demás parámetros fueron generados aleatoriamente.

Tabla 7-Información Proveedor

Información Proveedor						
<i>Producto</i>	<i>Costo Unitario</i>	<i>Costo Unitario Mínimo</i>	<i>Costo de ordenar</i>	<i>Quno</i>	<i>Qmax</i>	<i>e</i>
A	39.45	47	106.9	47	185	0.15
B	53.05	15.91	106.9	199	248	0.15
C	17.69	5.30	106.9	20	83	0.15
D	33.61	10.08	106.9	70	157	0.15
E	91.57	27.47	106.9	341	428	0.15

Tabla 8-Información producto A

Información Producto A				
<i>Minorista</i>	<i>Demanda</i>	<i>Costo de ordenar el producto</i>	<i>Costo de mantener</i>	<i>Número de cuotas</i>
1	0	0	0	0
2	350	52	455	2
3	189	15	195	1

Tabla 9-Información producto B

Información Producto B				
<i>Minorista</i>	<i>Demanda</i>	<i>Costo de ordenar el producto</i>	<i>Costo de mantener</i>	<i>Número de cuotas</i>
1	399	57	13	1
2	42	88	181	3
3	805	55	404	1

Tabla 10-Información producto C

Información Producto C				
<i>Minorista</i>	<i>Demanda</i>	<i>Costo de ordenar el producto</i>	<i>Costo de mantener</i>	<i>Número de cuotas</i>
1	0	0	0	0
2	171	89	489	1
3	18	28	451	1

Tabla 11-Información producto D

Información Producto D				
<i>Minorista</i>	<i>Demanda</i>	<i>Costo de ordenar el producto</i>	<i>Costo de mantener</i>	<i>Número de cuotas</i>
1	673	100	236	1
2	965	92	31	3
3	737	33	139	2

Tabla 12-Información producto E

Información Producto E				
<i>Minorista</i>	<i>Demanda</i>	<i>Costo de ordenar el producto</i>	<i>Costo de mantener</i>	<i>Número de cuotas</i>
1	0	0	0	0
2	111	19	446	1
3	719	16	36	1

En la tabla 13 se encuentran los costos antes de realizar alianzas, para hallar estos costos se utilizaron las ecuaciones (15) (16) y (17). En la tabla 14 se representa la primera política de coordinación propuesta por Sunil Chopra y Peter Meindl (2013).

Tabla 13-Costos antes de realizar alianzas

Costos antes de alianzas	
Minorista	Costo
1	53.095
2	79.530
3	158.337
Costo Total	290.962

Tabla 14-Representación solución inicial

Solución Inicial					
Minorista	Productos				
1	1B	1D			
2	2A	2B	2C	2D	2E
3	3A	3B	3C	3D	3E

Los resultados de la función objetivo disminuyen en un 49.69% una vez realizadas las alianzas tabla 16, es importante recordar que lo resultados de esta función pueden variar debido a la aleatoriedad de los operadores de búsqueda.

Tabla 15-Costos de cada minorista después de realizar alianzas

Resultados después de alianzas	
Minorista	Costo
1	21.434
2	43.946
3	81.003
Costo Total	146.383

Tabla 16-Alianzas

Alianzas										
Alianza	Minoristas y productos dentro de la alianza									
1	2A	2C	2D	3D	1D	1B	2B	3C	3E	3A
2	3B	3E								

A continuación, se muestra el porcentaje de mejora en el costo total de cada minorista una vez implementada la herramienta.

Tabla 17-Comparación de los costos antes y después de realizar alianzas

Comparación de los costos antes y después de alianzas			
Minorista	Costos antes de alianzas	Costos después de alianzas	Porcentaje de mejora
1	53.095	21.434	59,63%
2	79.530	43.946	44,74%
3	158.337	81.003	48,84%
Suma Costos Totales	290.962	146.383	49,69%

Para determinar la calidad de los resultados de la herramienta este escenario se evaluó a través del Solver de Excel en donde de igual forma la solución inicial fue la planteada en las tablas 14, se estableció como función objetivo la sumatoria de los costos totales de los minoristas el problema fue modelado como se explicó en el numeral 5.4.

Los resultados del Solver se muestran a continuación.

Tabla 18-Costos después de alianzas utilizando solver

Resultados después de alianzas	
<i>Minorista</i>	<i>Costo</i>
1	17.744
2	47.798
3	73.424
Costo Total	138.967

Tabla 19-Alianzas utilizando solver

Alianzas						
<i>Alianza</i>	<i>Minoristas y productos dentro de la alianza</i>					
1	1B	1D	2B	2D	3D	3E
2	2C	2E				
3	2A	3A	3B	3C		

En la tabla 18 se presentan los resultados luego de realizar diferentes corridas en el solver, cabe resaltar que para esta herramienta se han disminuido el número de restricciones con el fin de encontrar la solución más cercana al óptimo.

En la tabla 20 se evalúa el porcentaje de mejora antes y después de las alianzas, la solución inicial coincide con la obtenida al implementar la herramienta propuesta, que se evidencian en la tabla 13.

Tabla 20-Comparación de los costos antes y después de las alianzas utilizando solver

Comparación antes y después de alianzas			
<i>Minorista</i>	<i>Costos antes de alianzas</i>	<i>Costos después de alianzas</i>	<i>Porcentaje de mejora</i>
1	53.095	17.744	66,58%
2	79.530	47.798	39,89%
3	158.337	73.424	53,62%
Suma Costos Totales	290.962	138.967	52,23%

En la tabla 21 se encuentran los resultados de la comparación de los porcentajes de mejora obtenidos con el solver y la herramienta propuesta, con el fin de evaluar su efectividad.

Tabla 21-Comparación entre el porcentaje de mejora de la función objetivo del solver y la herramienta propuesta

Comparación porcentaje de mejora solver y herramienta propuesta		
<i>Porcentaje de mejora solver</i>	<i>Porcentaje de mejora herramienta propuesta</i>	<i>Diferencia porcentaje de mejora</i>
52,23%	49,69%	2,54%

De acuerdo con los resultados obtenidos, es posible evidenciar que el solver alcanza una mejora significativa con respecto a la herramienta propuesta para la corrida tomada en cuenta con una diferencia del 2,54%, lo que permite afirmar que la herramienta propuesta es efectiva. Cabe resaltar que el resultado obtenido por el solver cumple con las condiciones esperadas para las instancias utilizadas, sin embargo, es posible que ante distintas instancias los resultados cambien debido a que el método de solución utilizado por solver es el evolutivo, que como otros algoritmos genéticos puede encontrar una buena solución bajo ciertas reglas heurísticas, pero no determinar si una solución dada es óptima (FrontlineSolvers, 2017).

De igual forma la herramienta se evaluó para cada escenario cinco veces con diferentes instancias aleatorias, algunos de los resultados fueron comparados con el Solver de Excel ya que este tiene un máximo de 32 variables por lo cual no fue posible utilizarla a medida que aumentaba el número de minoristas y productos.

Los resultados se muestran a continuación e igual que el ejemplo anterior las 100 instancias aleatorias se evaluaron con una tasa de recargo por pagos atrasados (α) de 0.01 y una tasa de descuento (e) de 0.15. De igual forma los resultados de una forma más detallada tanto del Solver y de la herramienta propuesta se encuentran en el Anexo 3 y 4 respectivamente.

Tabla 22-Comparación de la función objetivo antes y después de realizar alianzas con la herramienta propuesta y el solver

Comparación de los costos antes y después de alianzas								
<i>Escenario</i>	<i>No. Minoristas</i>	<i>No. Productos</i>	<i>Función objetivo antes de alianzas</i>	<i>Función objetivo después de alianzas</i>	<i>Porcentaje de Mejora</i>	<i>Función objetivo Solver</i>	<i>Porcentaje de mejora Solver</i>	<i>Diferencia porcentaje de mejora</i>
1	3	3	70.377	42.027	40,28%	40.200	42,87%	2,59%
2	3	3	256.557	138.904	45,86%	140.164	45,36%	-0,5%
3	3	3	178.566	93.011	50,34%	89.762	49,73%	-0,61%
4	3	3	188.647	171.124	9,29%	155.308	17,67%	8,38%
5	3	3	197.791	152.159	23,07%	151.883	23,21%	0,14%
6	3	5	290.962	146.383	49,69%	138.967	52,23%	2,54%
7	3	5	412.408	257.099	37,66%	242.430	41,12%	3,46%
8	3	5	427.634	355.638	16,84%	352.407	17,59%	0,75%
9	3	5	504.040	218.854	56,58%	224.712	55,41%	-1,17%
10	3	5	296.398	200.829	32,24%	208.342	29,70%	-2,54%
11	5	5	514.561	187.097	63,64%	252.880	50,85%	-12,79%
12	5	5	638.231	318.779	50,05%	287.684	54,92%	4,87%
13	5	5	629.620	439.696	30,16%	517.643	17,78%	-12,38%
14	5	5	352.415	154.945	56,03%	196.158	44,33%	-11,7%
15	5	5	1.043.706	436.306	58,20%	382.498	63,35%	5,15%

Teniendo en cuenta la tabla anterior se puede observar que, aunque de los 15 escenarios evaluados el Solver de Excel gana en 8 de ellos, especialmente cuando el número de minoristas y productos es pequeño. Por otro lado, se realizó un promedio del porcentaje de mejora de la función objetivo en los 15 escenarios la herramienta propuesta presento una mejora del 41,33% mientras que el Solver mejoro un 40,41% esto se debe a que la herramienta presenta diferencias porcentuales más significativas en los 7 escenarios restantes.

Tabla 23-Comparación de la función objetivo antes y después de realizar alianzas

Comparación antes y después de alianzas					
<i>Escenario</i>	<i>No. Minoristas</i>	<i>No. Productos</i>	<i>Función objetivo antes de alianzas</i>	<i>Función objetivo después de alianzas</i>	<i>Porcentaje de Mejora</i>
1	5	10	1.172.624	569.724	51,41%
2	5	10	1.173.278	575.321	50,96%
3	5	10	1.049.806	624.539	40,51%
4	5	10	1.421.869	713.560	49,82%
5	5	10	975.101	703.024	27,90%
6	5	15	1.284.186	711.150	44,62%
7	5	15	1.298.345	676.879	47,87%
8	5	15	1.549.381	781.148	49,58%
9	5	15	1.623.800	838.940	48,33%
10	5	15	1.550.482	916.779	40,87%
11	10	5	863.182	434.764	49,63%
12	10	5	1.176.456	465.445	60,44%
13	10	5	1.114.216	739.805	33,6%
14	10	5	804.890	400.162	50,29%

15	10	5	805.586	417.142	48,22%
16	10	10	1.708.193	732.807	57,10%
17	10	10	2.098.417	871.060	58,49%
18	10	10	2.266.278	1.327.745	41,41%
19	10	10	1.938.872	904.462	53,35%
20	10	10	2.067.064	766.582	62,91%
21	10	15	2.412.920	871.681	63,87%
22	10	15	2.014.142	975.680	51,56%
23	10	15	3.143.460	1.328.289	57,74%
24	10	15	2.906.672	1.702.004	41,44%
25	10	15	3.173.017	1.579.892	50,21%
26	15	5	1.826.642	572.395	68,66%
27	15	5	1.402.362	626.366	55,33%
28	15	5	1.690.540	631.341	62,65%
29	15	5	1.172.260	475.766	59,41%
30	15	5	1.842.445	657.112	64,33%
31	15	10	2.975.366	1.466.540	50,71%
32	15	10	2.718.811	1.268.222	53,34%
33	15	10	2.862.144	1.324.475	53,72%
34	15	10	2.648.705	1.076.984	59,34%
35	15	10	1.669.112	769.144	53,92%
36	15	15	4.155.260	1.840.930	55,70%
37	15	15	4.941.102	1.841.488	62,73%
38	15	15	4.664.511	2.039.515	56,28%
39	15	15	5.582.358	2.866.311	48,65%
40	15	15	3.507.864	1.586.864	54,76%
41	20	5	1.032.597	424.678	58,87%
42	20	5	2.077.178	679.488	67,29%
43	20	5	1.822.659	735.169	59,67%
44	20	5	1.480.655	655.282	55,74%
45	20	5	2.309.340	859.968	62,76%
46	20	10	5.014.162	2.290.441	54,32%
47	20	10	3.923.400	1.530.619	60,99%
48	20	10	3.703.072	1.700.216	54,09%
49	20	10	2.311.801	1.074.127	54,54%
50	20	10	2.665.971	1.273.615	52,23%
51	20	15	6.306.613	2.731.993	56,68%
52	20	15	4.189.227	2.008.053	52,07%
53	20	15	5.202.049	2.168.361	58,32%
54	20	15	6.907.809	2.696.979	60,96%
55	20	15	5.958.318	1.839.519	69,13%
56	25	5	2.187.611	806.458	63,14%
57	25	5	3.312.221	985.632	70,24%
58	25	5	2.868.200	1.290.548	55%
59	25	5	2.280.448	816.279	64,21%
60	25	5	1.893.623	728.204	61,54%
61	25	10	4.308.812	1.555.177	63,91%
62	25	10	5.923.638	2.515.689	57,53%
63	25	10	3.913.223	1.781.283	54,48%

64	25	10	4.159.865	1.724.764	58,54%
65	25	10	4.216.805	1.813.876	56,98%
66	25	15	6.207.107	2.623.129	57,74%
67	25	15	7.790.169	3.443.749	55,79%
68	25	15	7.617.960	2.414.285	68,31%
69	25	15	6.799.809	2.457.728	63,86%
70	25	15	5.607.005	2.436.866	56,54%
71	30	5	2.808.043	1.018.347	63,73%
72	30	5	2.811.998	1.051.262	62,62%
73	30	5	1.660.482	754.564	54,56%
74	30	5	2.201.292	877.825	60,12%
75	30	5	3.172.531	1.139.884	64,07%
76	30	10	4.126.564	1.741.144	57,81%
77	30	10	7.258.727	2.646.937	63,53%
78	30	10	4.889.329	2.398.545	50,94%
79	30	10	5.618.224	1.907.621	66,05%
80	30	10	5.415.388	2.033.693	62,45%
81	30	15	9.337.798	3.591.257	61,54%
82	30	15	7.795.246	3.465.992	55,54%
83	30	15	7.787.980	3.093.064	60,28%
84	30	15	5.581.861	2.600.571	55,79%
85	30	15	10.549.198	4.394.303	58,34%

Es posible analizar que en los escenarios evaluados en la tabla anterior presentan en general una mejora superior del 50%, ya que en promedio el porcentaje de mejora fue de 56,20% este porcentaje tiende a ser mucho mayor a partir de 15 minoristas. De igual forma se puede observar tanto en la tabla 22 como en la tabla 23 en sus primeros 25 escenarios, tienen en promedio un porcentaje de mejora del 41,33% y de 49,25% respectivamente por lo cual el número de minoristas si puede llegar a influir en la mejora de la función objetivo.

Finalmente, la herramienta propuesta se ejecutó en un equipo con las siguientes características como se muestra en la tabla 24, donde se obtuvieron los siguientes tiempos promedio para todos los minoristas evaluados con 15 productos.

Tabla 24- Características del equipo

<i>Características del equipo</i>			
<i>Marca/Referencia</i>	<i>Procesador</i>	<i>Memoria RAM</i>	<i>Sistema operativo</i>
Lenovo M73	Intel i7	8 Gb	Windows 10

Tabla 25- Tiempos promedios de ejecución

<i>Número de minoristas</i>	<i>Número de productos</i>	<i>Tiempo promedio (min)</i>
5	15	0,15
10	15	0,64
15	15	2,02
20	15	7,59
25	15	9,83
30	15	13,55

6.2. Analizar el impacto de ciertos parámetros en la conveniencia de una alianza entre minoristas teniendo cuenta múltiples-productos.

6.2.1. Análisis

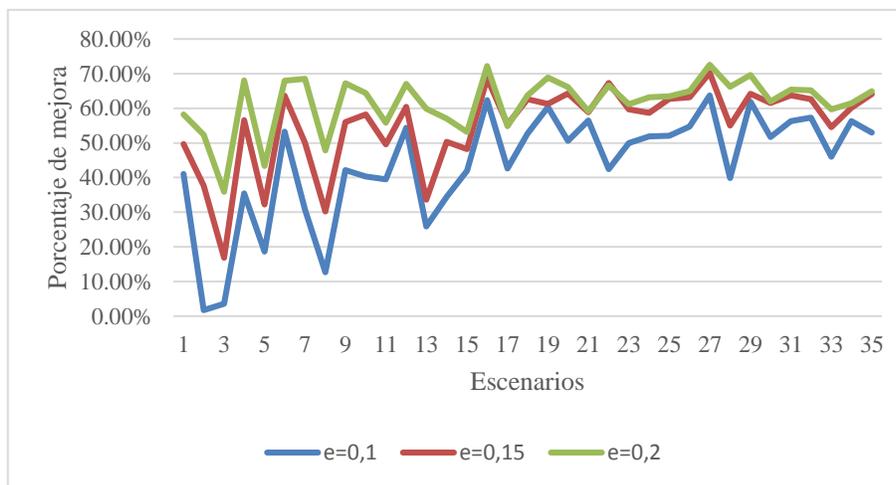
Para la estimación de la efectividad de la herramienta es importante realizar un análisis de sensibilidad puesto que como método estadístico permite determinar la incidencia de los cambios en los valores de variables independientes específicas en la variable dependiente frente a escenarios específicos (Shepesh, 2016).

6.2.1.1. Análisis tasa de descuento (e)

Con el fin de establecer si existe relación entre el porcentaje de mejora de la función objetivo y el valor que toma el parámetro tasa de descuento (e) se evaluaron tres escenarios en el primero de ellos la tasa de descuento toma un valor de 0,1 en el segundo la tasa de descuento será de 0,15 y en el tercero la tasa será de 0,2.

Se establecieron 3 grupos los cuales representan cada escenario y en cada uno de ellos fueron evaluados 3, 5, 10, 15, 20, 25 y 30 minoristas con 5 productos, en cada uno de estos grupos se modificó la tasa de descuento sin modificar los demás parámetros.

El comportamiento del porcentaje de mejora de la función objetivo en los diferentes escenarios se muestra a continuación.



Gráfica 2-Cambios en el porcentaje de mejora de la función objetivo al realizar cambios en la tasa de descuento

Como se puede observar en la gráfica 2 al evaluar los tres escenarios el tercero ($e = 0,2$) presenta en promedio un mejor desempeño frente a los otros dos escenarios así mismo al evaluar instancias pequeñas de 3 y 5 minoristas (escenarios 1-10), si existe una diferencia amplia entre el porcentaje de mejora de la función objetivo en especial entre el primer escenario ($e = 0,1$) y el tercer escenario, mientras que a partir de 10 minoristas (escenario 11-35) el primer escenario empieza a tener un mejor comportamiento en sus porcentajes de mejora.

Para comprobar si existen diferencias estadísticamente significativas en el porcentaje de mejora de la función objetivo de acuerdo con los diferentes escenarios, fueron realizadas pruebas estadísticas en el programa IBM SPSS Statistics Visor, primero se realizó una prueba de normalidad de Shapiro-Wilk debido a que esta prueba se realiza cuando se tiene una muestra menor a 50 en este caso el tamaño de cada grupo es de 35.

Tabla 26-Prueba de normalidad para los diferentes escenarios de tasa de descuento

Prueba de normalidad			
Shapiro-Wilk			
Tasa de descuento	Estadístico	gl	Sig.
0,1	0,879	35	0,001
0,15	0,854	35	0,000
0,2	0,890	35	0,002

En la tabla 26 se puede observar que para los tres escenarios el *p-valor* es menor a 0,05 teniendo en cuenta que se estableció un nivel de confianza del 95% es posible concluir que la variable porcentaje de mejora de la función objetivo sigue una distribución diferente a la normal.

En base a lo anterior se realizó la prueba no paramétrica de Kruskal-Wallis con el fin de establecer si el porcentaje de mejora de la función objetivo es igual en los tres escenarios para esto se establecieron las siguientes hipótesis.

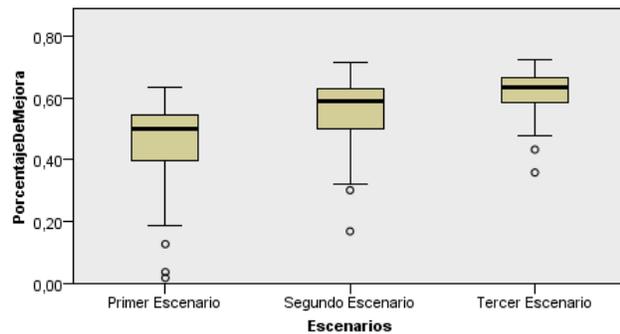
H_0 : No existen diferencias estadísticamente significativas entre las medias del porcentaje de mejora y los diferentes escenarios de tasa de descuento

H_1 : Existen diferencias estadísticamente significativas entre las medias del porcentaje de mejora y de por los menos una pareja de escenarios de tasa de descuento

Tabla 27-Prueba de Kruskal-Wallis para los diferentes escenarios de tasas de descuento

Prueba de Kruskal-Wallis	
No. total	105
Estadístico de contraste	34,436
Grados de libertad	2
Sig. asintótica (prueba bilateral)	0,000

Prueba de Kruskal-Wallis para muestras independientes



Gráfica 3-Diagrama de cajas para los diferentes escenarios de tasas de descuento

Como se observa en la tabla 27 el *p-valor* (0,000) es inferior a 0,05 por lo cual hay evidencia estadísticamente significativa para no aceptar la hipótesis nula es decir el porcentaje de mejora de la función objetivo puede variar según la tasa de descuento.

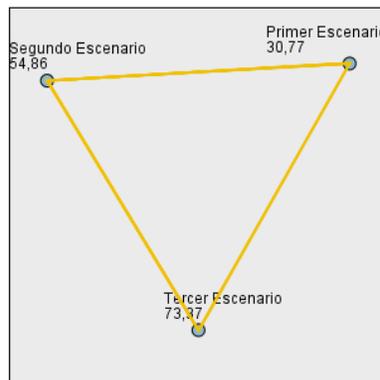
De igual forma en el diagrama de cajas se puede ver que para los tres escenarios se encontraron datos atípicos, estos datos coinciden cuando se evalúan tres y cinco minoristas para cada una de las cajas, además se observa que al aumentar la tasa de descuento los diagramas de cajas se desplazan hacia la parte superior lo que significa un incremento en el porcentaje de mejora de la función objetivo. Mediante este diagrama también es posible interpretar que la tasa de descuento si influye en el porcentaje de mejora debido a que las medianas de cada uno son coinciden a las medianas de los otros escenarios.

La razón por la cual la tasa de descuento (*e*) influye en el porcentaje de mejora de la función objetivo especialmente al evaluarse para escenarios pequeños es porque de acuerdo con la ecuación (2) Q_{max_j} depende de

forma inversa de la tasa de descuento (e) por lo cual entre más pequeño sea (e) mayor será Q_{max_j} , lo cual significa que en escenarios donde se tenga una tasa de descuento baja será mucho más difícil acceder a descuentos por volumen en especial en escenarios donde hayan pocos minoristas con pocos productos.

Para conocer en que grupos se establecen las diferencias se realizó una prueba U de Mann-Whitney, los resultados se muestran en la tabla 28 y la gráfica 4 la cual muestra mediante las líneas amarillas los contrastes que han resultado significativos y los valores que aparecen en cada nodo son el rango medio de cada escenario.

Comparaciones entre parejas de Escenarios



Gráfica 4-Comparación entre los diferentes escenarios de tasa de descuento

Tabla 28-Prueba de U de Mann-Whitney para los diferentes escenarios de tasa de descuento

Prueba de U de Mann-Whitney					
Muestra 1-Muestra 2	Estadístico de contraste	Error estándar	Desviación estadístico de contraste	Significancia	Significancia ajustada
Primer escenario-Tercer escenario	-42,600	7,280	-5,852	0,000	0,000
Primer escenario-Segundo escenario	-24,086	7,280	-3,308	0,001	0,003
Primer escenario-Segundo escenario	-18,514	7,280	-2,543	0,011	0,033

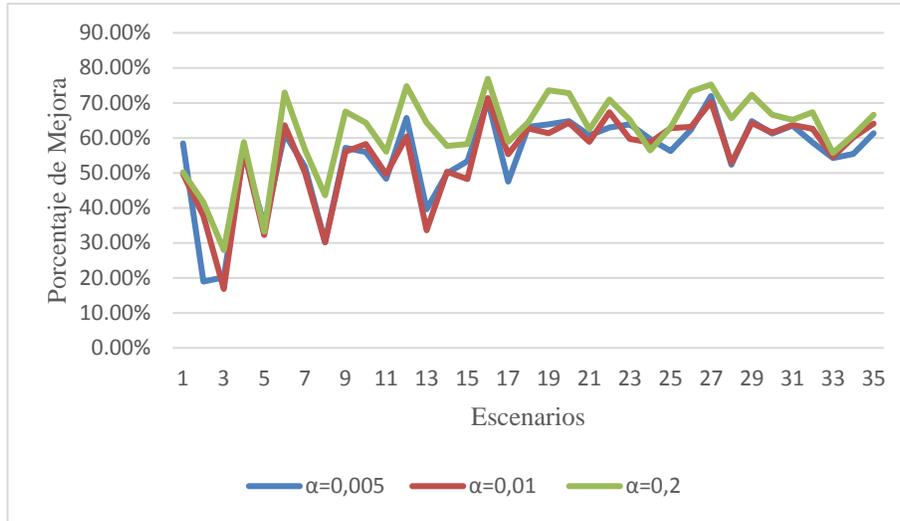
En la tabla anterior al realizar los diferentes contrastes es posible observar que si hay diferencia entre las medianas de los porcentajes de mejora entre los tres escenarios ya que la significancia ajustada para los tres contrastes es menor que 0,05. Estas diferencias son favorables para el escenario tres ($e = 0,2$) ya que como se observa en la gráfica 4 su rango medio es mayor comparado con los demás escenarios, esto también se comprobó mediante el diagrama de cajas.

6.2.1.2. Análisis tasa de recargo por pagos atrasados (α):

De igual forma que en el numeral anterior, se realizó un análisis de sensibilidad para la tasa de recargo por pagos atrasados (α) con el fin de establecer si el cambio en este parámetro influye de manera significativa en el porcentaje de mejora de la función objetivo. Se evaluaron tres escenarios en el primer escenario $\alpha = 0,005$ en el segundo escenario $\alpha = 0,01$ y en el tercero $\alpha = 0,2$.

Se establecieron 3 grupos los cuales representan cada escenario y en cada uno de ellos fueron evaluados 3, 5, 10,15,20, 25 y 30 minoristas con 5 productos, en cada uno de estos grupos se modificó la tasa de recargo por pagos atrasados sin modificar los demás parámetros.

En la siguiente gráfica se muestra el comportamiento del porcentaje de mejora en los tres diferentes escenarios



Gráfica 5-Cambios en el porcentaje de mejora de la función objetivo al realizar cambios en la tasa de recargo por pagos atrasados

Como se puede observar tanto el escenario uno ($\alpha = 0,005$) como en el escenario dos ($\alpha = 0,01$) los porcentajes de mejora tienen comportamientos muy similares ya que muchas veces las gráficas de cada uno de estos escenarios se cruzan, de igual forma la gráfica del porcentaje de mejora de la función objetivo del tercer escenario es mejor al compararse con las otras tasas de recargo por pago atrasados.

Se llevó a cabo un análisis estadístico con el fin de comprobar si existen diferencias estadísticamente significativas entre el porcentaje de mejora y los diferentes escenarios mencionados anteriormente, para conocer qué tipo de pruebas se debían utilizar se realizó una prueba de normalidad de Shapiro-Wilk sus resultados se muestran a continuación.

Tabla 29-Prueba de normalidad para los diferentes escenarios de tasa de recargo por pagos atrasados

Prueba de Normalidad			
<i>Shapiro-Wilk</i>			
<i>Tasa de recargo por pagos atrasados</i>	<i>Estadístico</i>	<i>gl</i>	<i>Sig.</i>
0,005	0,841	35	0,000
0,01	0,854	35	0,000
0,2	0,893	35	0,003

Se puede observar que los tres escenarios evaluados tienen una distribución diferente a la normal ya que su p-valor es menor a 0,05 por lo cual deberán realizarse pruebas no paramétricas.

Se llevó a cabo la prueba de Kruskal-Wallis con el fin de establecer si no existe diferencia estadísticamente significativa entre el porcentaje de mejora de la función objetivo al evaluarse en los tres escenarios para esto se establecieron las siguientes hipótesis.

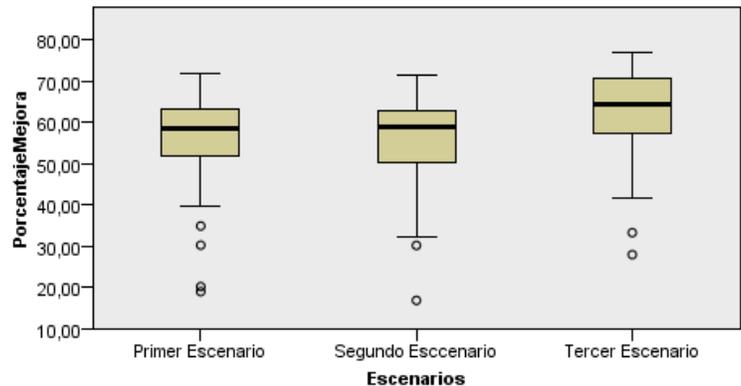
H_0 : No existen diferencias estadísticamente significativas entre las medias del porcentaje de mejora y los diferentes escenarios de tasa de recargo por pagos atrasados.

H_1 : Existen diferencias estadísticamente significativas entre las medias del porcentaje de mejora y de por los menos una pareja de escenarios de tasa de recargo por pagos atrasados.

Tabla 30-Prueba de Kruskal-Wallis para los diferentes escenarios de tasa de recargo por pagos atrasados

Prueba de Kruskal-Wallis	
No. total	105
Estadístico de contraste	10,786
Grados de libertad	2
Sig. asintótica (prueba bilateral)	0,005

Prueba de Kruskal-Wallis para muestras independientes



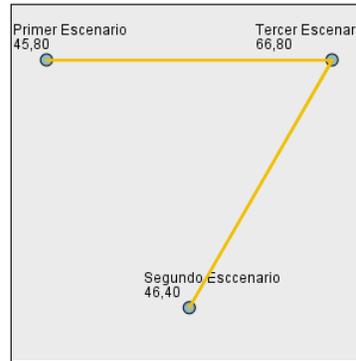
Gráfica 6-Diagrama de cajas para los diferentes escenarios de tasa de recargo por pagos atrasados

Se observa en la tabla 30 que la prueba bilateral (0,005) es inferior a 0,05 por lo cual hay evidencia estadísticamente significativa para no aceptar la hipótesis nula es decir el porcentaje de mejora de la función objetivo puede variar según la tasa recargo por pagos atrasados.

Al analizar el diagrama de cajas es posible observar que de igual forma que en el diagrama de cajas anterior, se presentan datos atípicos en los tres escenarios y nuevamente coinciden cuando se evalúan tres y cinco minoristas. Por otro lado, se puede observar en el primer ($\alpha = 0,005$) y segundo escenario ($\alpha = 0,01$) las medianas del diagrama de cajas son muy similares ya que sus valores son 58,39% y 58,87% respectivamente por lo cual no hay diferencia estadísticamente significativa en el porcentaje de mejora en la función objetivo al evaluar estos dos escenarios. Mientras que al comparar $\alpha = 0,2$ con los demás si se puede ver que hay un desplazamiento de su mediana (63,70%) hacia la parte superior lo que significa que este escenario puede ser la causa por la cual se esté rechazando la hipótesis nula.

Se realizó una prueba de U de Mann-Whitney para conocer en que parejas se están presentado diferencias. En la gráfica 7 los nodos que están unidos por líneas de color amarillo muestran los contrastes que han resultado significativos y los valores que aparecen en cada nodo son el rango medio de cada escenario.

Comparaciones entre parejas de Escenarios



Gráfica 7-Comparación entre los diferentes escenarios de tasa de recargo por pagos atrasados

Tabla 31-Prueba de U de Mann-Whitney para los diferentes escenarios de tasa de recargo por pagos atrasados

Prueba de U de Mann-Whitney					
<i>Muestra 1-Muestra 2</i>	<i>Estadístico de contraste</i>	<i>Error estándar</i>	<i>Desviación estadístico de contraste</i>	<i>Significancia</i>	<i>Significancia ajustada</i>
Primer escenario-Segundo escenario	-0,600	7,280	-0,082	0,934	1,000
Primer escenario-Tercer escenario	-21,000	7,280	-2,885	0,004	0,012
Segundo escenario-Tercer escenario	-20,400	7,280	-2,802	0,005	0,015

Mediante esta prueba fue posible comprobar que el escenario tres está causando diferencias significativas en el porcentaje de mejora ya que al compararse con el primer y segundo escenario la significancia ajustada fue de 0,012 y 0,015 respectivamente estos valores son menores a 0,05 mientras que como se había observado previamente en las gráficas anteriores el primer y segundo escenario no presentan diferencias significativas.

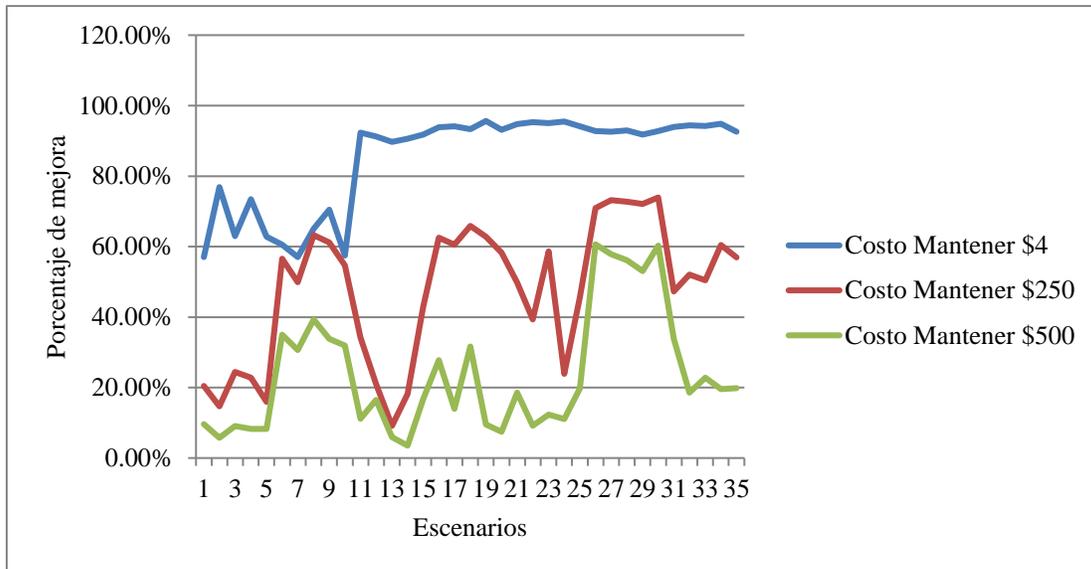
Teniendo en cuenta los resultados anteriores es posible concluir que el porcentaje de mejora de la función objetivo no presentará diferencias significativas al realizar cambios en la tasa de recargo por pagos tarde siempre y cuando estos cambios no superen una diferencia de 0,005.

6.2.1.3. Análisis costo de mantener ($h_{i,j}$)

De modo similar a los numerales anteriores, se evaluaron tres escenarios donde se varía el costo de mantener entre \$4, \$250 y \$500 para establecer si existe relación entre el porcentaje de mejora de la función objetivo y el valor que toma el parámetro.

Se establecieron 3 grupos los cuales representan cada escenario y en cada uno de ellos fueron evaluados 3, 5, 10,15,20, 25 y 30 minoristas con 5 productos, en cada uno de estos grupos se modificó el costo de mantener sin modificar los demás parámetros.

El comportamiento del porcentaje de mejora de la función objetivo en los diferentes escenarios se muestra a continuación.



Gráfica 8-Cambios en el porcentaje de mejora al realizar cambios en los costos de mantener

Al analizar la gráfica es posible determinar que el escenario 2 $h_{i,j} = \$250$ y el escenario 3 $h_{i,j} = \$500$ presentan tendencias similares, aunque el segundo escenario presenta porcentajes de mejora más altos en comparación con el tercer escenario. Con respecto al primer escenario, en la función objetivo se presentan leves variaciones entre el 57% y el 77% de mejora para instancias de 3 y 5 minoristas (escenarios 1-10), a partir de los 10 minoristas (11-35 minoristas) se evidencia una tendencia a una mejora estable entre el 90% y 97%, siendo este escenario el que tiene un mejor comportamiento en los porcentajes de mejora que representa los costos de minoristas.

Para comprobar existen diferencias estadísticamente significativas en el porcentaje de mejora de la función objetivo entre los tres escenarios, se realizó la prueba de normalidad de Shapiro-Wilk debido a que en este caso el tamaño de cada grupo es de 35.

Tabla 32-Prueba de normalidad para los diferentes escenarios de costos de mantener

Prueba de normalidad			
Shapiro-Wilk			
Costo de mantener (\$)	Estadístico	gl	Sig.
4	0,698	35	0,000
250	0,913	35	0,009
500	0,869	35	0,001

En la tabla 32 se puede observar que para los tres escenarios con un nivel de confianza del 95% el p -valor es menor a 0,05, por lo tanto, es posible afirmar que la variable porcentaje de mejora de la función objetivo no sigue una distribución normal.

De acuerdo con los resultados anteriores se realizó la prueba de Kruskal-Wallis con el fin de establecer si el porcentaje de mejora de la función objetivo es igual en los tres escenarios estableciendo las siguientes hipótesis.

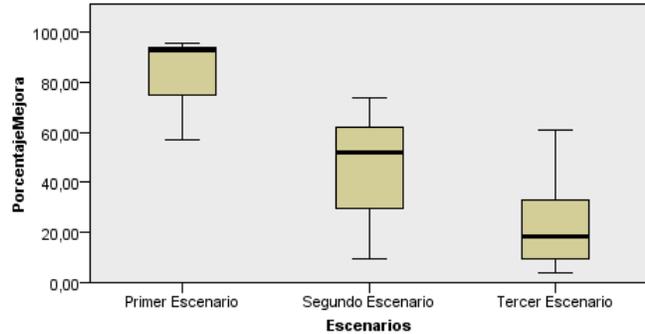
H_0 : No existen diferencias estadísticamente significativas entre las medias del porcentaje de mejora y los diferentes escenarios de costos de mantener.

H_1 : Existen diferencias estadísticamente significativas entre las medias del porcentaje de mejora y de por los menos una pareja de escenarios de costos de mantener.

Tabla 33-Prueba de Kruskal-Wallis para los diferentes escenarios de costos de mantener

Prueba de Kruskal-Wallis	
No. total	105
Estadístico de contraste	70,863
Grados de libertad	2
Sig. asintótica (prueba bilateral)	0,000

Prueba de Kruskal-Wallis para muestras independientes



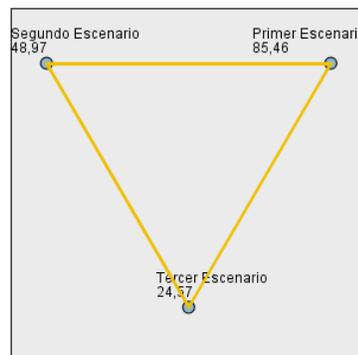
Gráfica 9-Diagrama de cajas para los diferentes escenarios de costos de mantener

Como se observa en la tabla 33 el p-valor es inferior a 0,05 lo que permite concluir que hay evidencia estadísticamente significativa para no aceptar la hipótesis nula, es decir el porcentaje de mejora de la función objetivo varía de acuerdo modificaciones en el costo de mantener.

Así mismo, en el diagrama de cajas se observa que a medida que el costo de mantener aumenta los diagramas de cajas se desplazan hacia la parte inferior lo que quiere decir que un incremento en el costo de mantener se refleja en una baja de los porcentajes de mejora de la función objetivo. Además, para los escenarios 1 y 2 se evidencia mayor dispersión de datos para instancias pequeñas (3 y 5 minoristas), lo que permite una mayor concentración de los datos para instancias grandes (10, 15, 20, 25 y 30 minoristas), específicamente en el primer escenario se observa que la mediana se encuentra sobre el último cuartil que comprende las instancias grandes. Mientras que para el escenario 3 el efecto es contrario, por lo tanto, la hipótesis seleccionada como válida se confirma.

Para conocer en que grupos se encuentran las diferencias se realizó una prueba U de Mann-Whitney, los resultados se evidencian en la tabla 34 y la gráfica 10 la cual muestra mediante las líneas amarillas los contrastes que han resultado significativos y los valores que aparecen en cada nodo son el rango medio de cada escenario.

Comparaciones entre parejas de Escenarios



Gráfica 10-Comparación entre los diferentes escenarios de costos de mantener

Tabla 34-Prueba de U de Mann-Whitney para los diferentes escenarios de costos de mantener

Prueba de U de Mann-Whitney					
Muestra 1-Muestra 2	Estadístico de contraste	Error estándar	Desviación estadístico de contraste	Significancia	Significancia ajustada
Tercer escenario-Segundo escenario	24,400	7,280	3,352	0,001	0,002
Tercer escenario-Primer escenario	60,886	7,280	8,363	0,000	0,000
Segundo escenario-Primer escenario	36,486	7,280	5,012	0,000	0,000

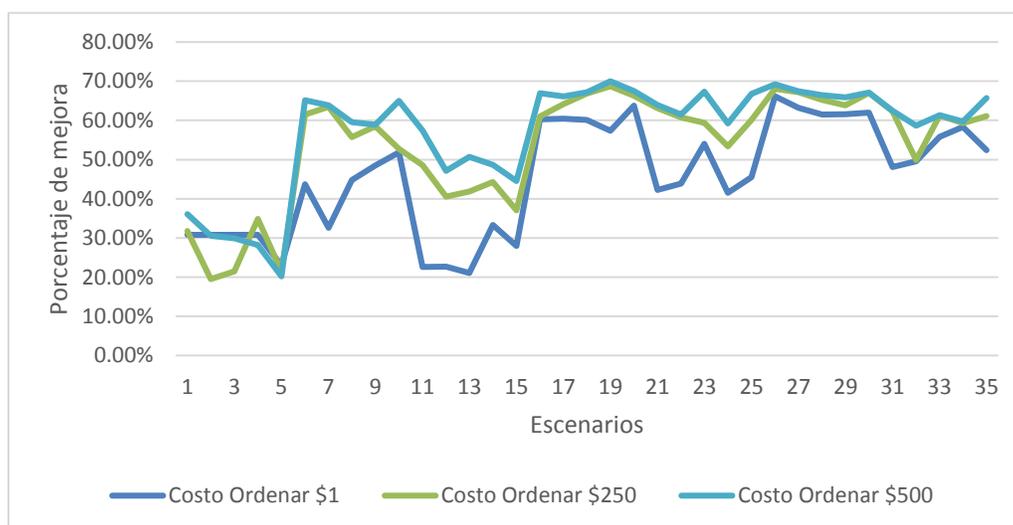
Al realizar las comparaciones se observa que existe diferencia entre las medianas de los porcentajes de mejora entre los tres escenarios ya que la significancia ajustada para los tres contrastes es menor que 0,05. Estas diferencias son propicias en el primer escenario ($h_{i,j} = \$4$) ya que como se observa en la gráfica 10 su rango medio es mayor comparado con los demás escenarios, lo que junto con el diagrama de cajas permite afirmar que a menor costo de ordenar y manteniendo fijos los otros parámetros el porcentaje de mejora de la función objetivo será mayor y tenderá a estabilizarse en el rango de 90% a 100%.

6.2.1.4. Análisis costo de ordenar (O)

Por último, se evaluaron tres escenarios variando los valores del costo de ordenar entre \$1, \$250 y \$500 para establecer si existe incidencia del valor que toma el costo de mantener en el porcentaje de mejora de la función objetivo.

Se establecieron 3 grupos los cuales representan cada escenario y en cada uno de ellos fueron evaluados 3, 5, 10,15,20, 25 y 30 minoristas con 5 productos, en cada uno de estos grupos se modificó el costo de ordenar sin modificar los demás parámetros.

El comportamiento del porcentaje de mejora de la función objetivo en los diferentes escenarios se muestra a continuación.



Gráfica 11-Cambios en el porcentaje de mejora al realizar cambios en los costos de ordenar

De acuerdo con la gráfica 11 es posible determinar que los tres escenarios presentan tendencia a estabilizarse a medida que aumenta el número de minoristas. Para instancias pequeñas de 3 a 5 minoristas (escenario 1-10), tienden a coincidir en los porcentajes de mejora y a medida que aumenta en número de minoristas varían de manera similar.

Adicionalmente, para comprobar que existen diferencias estadísticamente significativas en el porcentaje de mejora de la función objetivo entre los tres escenarios, se realizó la prueba de normalidad de Shapiro-Wilk cuyos resultados se evidencian en la tabla 33.

Tabla 35-Prueba de normalidad para los diferentes escenarios de costos de ordenar

Prueba de Normalidad			
Shapiro-Wilk			
Costo de ordenar (\$)	Estadístico	gl	Sig.
1	0,922	35	0,017
250	0,838	35	0,000
500	0,781	35	0,000

Teniendo en cuenta los resultados anteriores, es posible concluir que para los tres escenarios con un nivel de confianza del 95% el *p*-valor es menor a 0,05, por lo tanto, es posible afirmar que la variable porcentaje de mejora de la función objetivo no sigue una distribución normal.

De acuerdo con los resultados anteriores se realizó la prueba de Kruskal-Wallis con el fin de establecer si el porcentaje de mejora de la función objetivo es igual en los tres escenarios estableciendo las siguientes hipótesis.

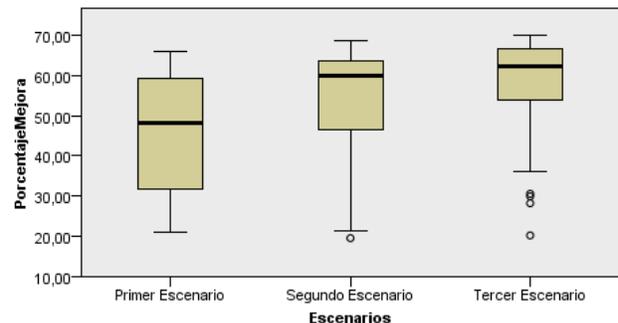
H₀: No existen diferencias estadísticamente significativas entre las medias del porcentaje de mejora y los diferentes escenarios de cotos de ordenar.

H₁: Existen diferencias estadísticamente significativas entre las medias del porcentaje de mejora y de por los menos una pareja de escenarios de cotos de ordenar.

Tabla 36-Prueba de Kruskal-Wallis para los diferentes escenarios de costos de mantener

Prueba de Kruskal-Wallis	
No. total	105
Estadístico de contraste	15,335
Grados de libertad	2
Sig. asintótica (prueba bilateral)	0,000

Prueba de Kruskal-Wallis para muestras independientes



Gráfica 12-Diagrama de cajas para los diferentes escenarios de costos de mantener

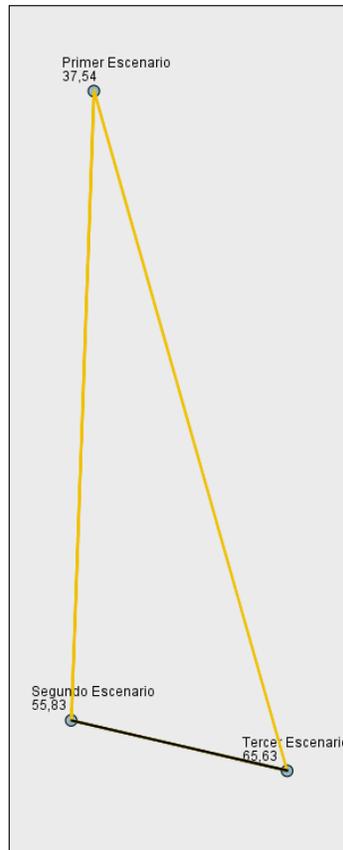
Como se observa en la tabla 36 el *p*-valor es inferior a 0,05 lo que permite concluir que hay evidencia estadísticamente significativa para afirmar que el porcentaje de mejora de la función objetivo varía de acuerdo modificaciones en el costo de ordenar.

Así mismo, es posible evidenciar en el diagrama de cajas que para el segundo y tercer escenario se presentan datos atípicos para las instancias pequeñas (3 y 5 minoristas), además las medianas de los tres escenarios se encuentran corridas hacia arriba y en este punto los bigotes son cortos, lo que quiere decir que se encuentra una mayor concentración y similitud de los datos para las instancias grandes (10, 15, 20, 25 y 30 minoristas), indicando una

tendencia a la estabilización hacia el 70% a medida que aumenta el número de minoristas. Por otra parte, el efecto al aumentar el costo de ordenar es contrario al presentado anteriormente con el costo de mantener, ya que a medida que aumenta el costo de ordenar mayor es el porcentaje de mejora que tendrá la función objetivo, debido a que es posible dividir este costo entre los minoristas que pertenecen a una misma alianza.

Para conocer en que grupos se encuentran las diferencias se realizó una prueba U de Mann-Whitney, los resultados se encuentran en la tabla 37 y la gráfica 13 la cual muestra mediante las líneas amarillas los contrastes que han resultado significativos y los valores que aparecen en cada nodo son el rango medio de cada escenario.

Comparaciones entre parejas de Escenarios



Gráfica 13-Comparacion entre los diferentes escenarios de costo de ordenar

Prueba de U de Mann-Whitney					
<i>Muestra 1-Muestra 2</i>	<i>Estadístico de contraste</i>	<i>Error estándar</i>	<i>Desviación estadístico de contraste</i>	<i>Significancia</i>	<i>Significancia ajustada</i>
Primer escenario-Segundo escenario	-18,286	7,280	-2,512	0,012	0,036
Primer escenario-Tercer escenario	-28,086	7,280	-3,858	0,000	0,000
Segundo escenario-Tercer escenario	-9,800	7,280	-1,346	0,178	0,535

Tabla 37-Prueba de U de Mann-Whitney para los diferentes escenarios de costos de ordenar

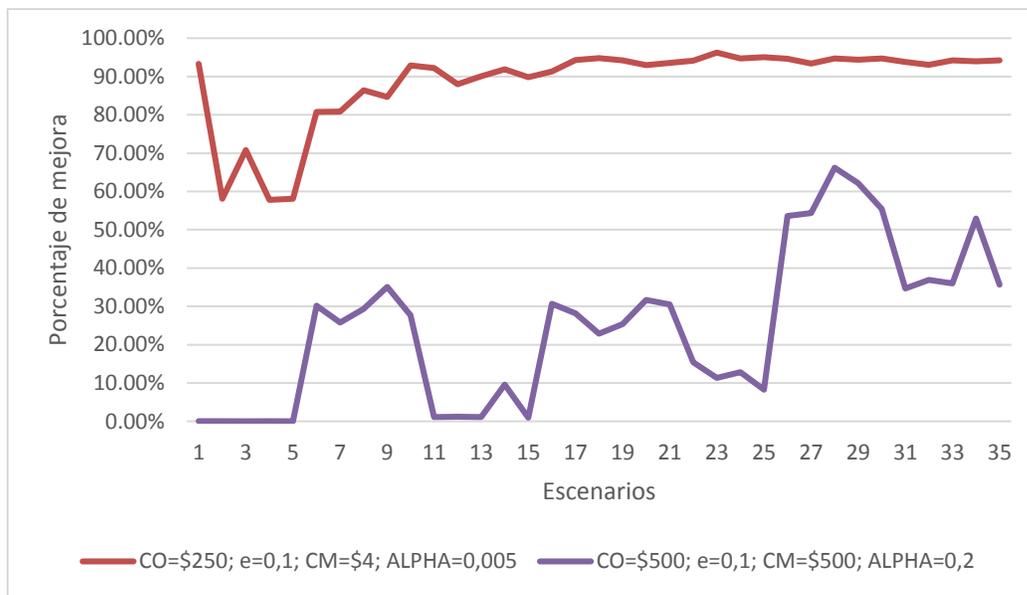
De acuerdo con los resultados obtenidos de la prueba U de Mann-Whitney es posible afirmar que hay diferencia entre las medianas de los porcentajes de mejora entre los escenarios 1-2 y 1-3 ya que la significancia ajustada de los contrastes realizados para estas muestras es menor a 0,05. No obstante, el par de escenarios 2 y 3 presentan rangos medios con valores cercanos, lo cual significa que para costos de ordenar de \$250 y \$500 los porcentajes de mejora serán similares, cercanos al 70% y sin diferencia significativa para los grupos de minoristas tenidos en cuenta, especialmente cuando las instancias son grandes (10, 15, 20, 25 y 30 minoristas).

6.2.1.5. Relación costos de mantener, costos de ordenar, tasa de descuento y tasa de recargo por pagos atrasados

Con el fin de determinar la incidencia de cambios conjuntos de los parámetros en el porcentaje de mejora, se evaluaron dos escenarios, el primero con costo de mantener \$4, costo de ordenar \$250, tasa de recargo por pagos atrasados 0,005 y tasa de descuento 0,1; y el segundo con costo de mantener \$500, costo de ordenar \$500, tasa de recargo por pagos atrasados 0,2 y tasa de descuento 0,1.

Se establecieron 2 grupos los cuales representan cada escenario y en cada uno de ellos fueron evaluados 3, 5, 10,15,20, 25 y 30 minoristas con 5 productos, en cada uno de estos grupos se modificaron los costos de mantener y ordenar y las tasas de recargo por pagos atrasados y descuentos, manteniendo constantes los demás parámetros.

El comportamiento del porcentaje de mejora de la función objetivo en los diferentes escenarios se muestra a continuación.



Gráfica 14- Cambios en el porcentaje de mejora al realizar cambios en los costos de ordenar, costos de mantener, tasa de recargo por pago atrasado y tasa de descuento

De acuerdo con los resultados de la gráfica 14, es posible interpretar que bajos costos de ordenar y mantener, así como tasas de recargo por pago atrasado bajas permiten un mayor porcentaje de mejora en comparación con costos de ordenar y mantener altos, y tasas de recargo por pago atrasado elevadas. Lo anterior porque al ofrecer bajos costos de ordenar y mantener, los minoristas tienden a pedir mayor cantidad de producto accediendo a mayores descuentos.

Por otro lado, la diferencia porcentual entre los escenarios tiende a reducirse a medida que aumenta el número de minoristas, por ejemplo, entre los escenarios 1 a 5 que comprende 3 minoristas para ambos casos, la diferencia porcentual es aproximadamente 60%; mientras que entre los escenarios 27-29 que comprende 25 minoristas la diferencia disminuye a un 30%. Lo anterior se da porque a mayor número de minoristas en una alianza, menor será el valor de costo de ordenar que corresponda por minorista.

7. Conclusiones y recomendaciones

El presente trabajo propone el diseño de una herramienta para la coordinación de N minoristas con una bodega considerando múltiples-productos, descuentos totales por volumen y pagos flexibles todo esto bajo un contexto de una demanda constante y conocida. Todo lo anterior debido a que en la literatura se han analizado los factores mencionados anteriormente de forma independiente o en algunos casos se ha realizado una combinación de ellos, pero nunca se habían estudiado de manera conjunta.

Teniendo en cuenta las metodologías de Sunil Chopra y Peter Meindl (2013), así como la de Krichen, Laabidi y Adbelaziz (2010) se desarrolló una metaheurística Tabú para determinar las alianzas entre minoristas que minimizan el costo total anual de los minoristas por ordenar múltiples productos teniendo en cuenta descuentos totales por volumen y pagos flexibles. Para medir el impacto de la herramienta, esta se evalúa a través de la comparación de la función de costos antes de realizar alianzas y la función de costos después de las alianzas en diferentes instancias aleatorias, así mismo se evaluó el impacto de los parámetros, costos de ordenar (O), costos de mantener ($h_{i,j}$), tasa de descuento (e) y tasa de recargo por pagos atrasados (α), en la generación de alianzas. Además, se evaluaron escenarios con instancias pequeñas a través de Solver de Excel para determinar la calidad de los resultados de la herramienta aquí propuesta.

De acuerdo con los resultados obtenidos, se puede afirmar que la herramienta propuesta es efectiva ya que la diferencia de porcentaje de mejora de la herramienta comparada con el solver en los escenarios evaluados es de 0,92%, es decir en promedio la herramienta arroja resultados un 0,92% mejor que las del Solver, sin embargo, es posible que ante distintas instancias los resultados cambien debido a que el método de solución utilizado por Solver es el evolutivo, que como otros algoritmos genéticos puede encontrar una buena solución bajo ciertas reglas heurísticas pero no determinar si una solución dada es óptima (FrontlineSolvers, 2017). Además se realizó un análisis de sensibilidad de la incidencia de los parámetros mencionados anteriormente, para esto se llevaron a cabo la prueba de normalidad de Shapiro-Wilk con la cual se concluyó que el porcentaje de mejora sigue una distribución diferente a la normal por lo cual se realizó la prueba no paramétrica de Kruskal-Wallis para determinar si existe o no diferencias estadísticamente significativas entre las medias del porcentaje de mejora y los diferentes escenarios, para establecer los grupos que generan las diferencias se realizó una prueba U de Mann-Whitney, de las pruebas se puede concluir que existe evidencia estadísticamente significativa para afirmar que el porcentaje de mejora de la función de costos varía si cambian los valores de los parámetros costos de ordenar (O), costos de mantener ($h_{i,j}$), tasa de descuento (e) y tasa de recargo por pagos atrasados (α). Finalmente, al analizar de la función de costos antes y después de alianzas se demostró que en promedio la herramienta propuesta mejora en más del 50% la función objetivo.

Para futuros trabajos sobre coordinación de N minoristas con una sola bodega, se recomienda extender la investigación a demandas estocásticas, descuentos incrementales, agregar restricciones de capacidad por alianza o medir el impacto de la variación de diferentes parámetros y sus combinaciones.

8. Glosario

Alianza: Unión entre varios minoristas con múltiples productos donde se tienen en cuenta algunos de estos, los cuales ordenaran con la misma frecuencia a una única bodega.

Asociatividad: Mecanismo de cooperación entre empresas pequeñas y medianas, en donde cada empresa participante, manteniendo su independencia jurídica y autonomía gerencial, decide voluntariamente participar en un esfuerzo conjunto con los otros participantes para la búsqueda de un objetivo común (Rosales, 1997).

Demanda determinística: Demanda futura que se supone perfectamente constante y conocida (Ángel A. & García Martín).

DMAIC: Ciclo de mejora continua que por sus siglas en inglés traduce Definir, Medir, Analizar, Mejorar y Controlar (Standardization, 2011).

EOQ: El *Economic Order Quantity* es un modelo que tiene como objetivo determinar la cantidad a ordenar para minimizar los costos de producción, los costos de ordenar y los costos de mantener inventario; con los supuestos de una demanda determinística, un solo producto y sin descuentos por volumen (-Dord-ovic', Antic', C' angalovic', & Lisec, 2016).

JRP: El *Joint Replenishment Problem* es un modelo que busca determinar la cantidad óptima para los n productos ordenados del mismo proveedor con el fin de satisfacer la demanda de T periodos diferentes (Khouja & Goyal, 2007).

9. Tabla de Anexos o Apéndices

No. Anexo	Nombre	Desarrollo	Tipo de Archivo	Enlace corto (https://goo.gl/)	Relevancia para el documento (1-5)
1	Herramienta propuesta	Propio	Excel	https://goo.gl/iVkoj5	5
2	Generación de instancias aleatorias	Propio	Excel	https://goo.gl/YKkjhf	4
3	Resultados Solver para instancias pequeñas	Propio	Excel	https://goo.gl/wwD9AU	5
4	Resultados instancias aleatorias	Propio	Excel	https://goo.gl/xPkv5m	5
5	Análisis estadísticos SPSS	Propio	IBM SPSS Statistics	https://goo.gl/QS8J4Z	3

Referencias

- Abdul-Jalbar, B., Segerstedt, A., Sicilia, J., & Nilsson, A. (2010). A new heuristic to solve the one-warehouse N-retailer problem. *Computers & Operations Research*, 265-272.
- Acevedo Camacho, M. L., & Buitrago Rodriguez, M. V. (2009). *Asociatividad empresarial, crecimiento productivo e innovación. El caso de las Pymes del sector textil y confecciones en Bogotá*. Bogotá D.C.
- Ángel A., J., & García Martín, R. (s.f.). *Ciencia y Técnica Administrativa*. Recuperado el 2016, de Gestión de stocks: modelos deterministas: http://www.cyta.com.ar/biblioteca/bddoc/bdlibros/sock_gestion/lotes.htm
- Boctor, F., Laporte, G., & Renaud, J. (2004). Models and algorithms for the dynamic-demand joint replenishment problem. *International Journal of Production Research*, 2667-2678.
- Chopra, S., & Meindl, P. (2013). Supply Chain Management. En S. Chopra, & P. Meindl, *Supply Chain Management* (pág. 515). Pearson .
- Dinero. (8 de Agosto de 2016). *Dinero*. Recuperado el Agosto de 2016, de <http://www.dinero.com/edicion-impresa/pymes/articulo/pymes-colombianas-y-su-situacion-economica-para-el-2016/226412>
- DINERO ECONOMÍA. (2015). ¿POR QUÉ FRACASAN LAS PYMES EN COLOMBIA? *DINERO*.
- Dinero-Emprendimiento. (29 de 01 de 2016). *Dinero*. Obtenido de Diversificar e innovar, objetivos primordiales de las mipymes: <http://www.dinero.com/emprendimiento/articulo/la-mipymes-deben-innovar-para-mantenerse-en-los-mercados-latinoamericanos/218595>
- Dordevic, L., Antic, S., Cangalovic, M., & Lisec, A. (2017). *A metaheuristic approach to solving a multiproduct EOQ-based inventory problem with storage space constraints*. Recuperado el 2017, de <https://link-springer-com.ezproxy.javeriana.edu.co/article/10.1007%2Fs11590-016-1009-5>
- Dord-ovic', L., Antic', S., Cangalovic', M., & Lisec, A. (2016). A metaheuristic approach to solving a multiproduct EOQ-based inventory problem with storage space constraints. *Optimization Letters*, 1-18.
- Fazel , F., Fischer , K., & Gilbert , E. (1998). *JIT purchasing vs. EOQ with a Price discount: An analytical comparison of inventory costs*. Recuperado el 2017, de https://ac-els-cdn-com.ezproxy.javeriana.edu.co/S0925527397001308/1-s2.0-S0925527397001308-main.pdf?_tid=31448d42-e992-11e7-b108-00000aab0f6b&acdnat=1514220156_c75a515c969d4a3addc53f053f1872f6
- FrontlineSolvers. (2017). *Excel Solver-Evolutionary Solving Method Stopping Conditions*. Obtenido de <https://www.solver.com/>
- Garzón, D. R. (2005). Programa sobre operaciones colectivas entre empresas. En: *Seminario Iberoamericano sobre Integración Empresarial y Cooperativa: cooperar y exportar para ganar*. Venezuela.
- Gendreau, M., & Potvin, J.-Y. (2011). *Handbook of metaheuristics* (Vol. 157). Recuperado el 2017
- Goyal, S. K. (1985). Economic Order Quantity Under Conditions of Permissible delay in Payments. *Journal of the Operational Research Society*, 335-338.

- Guerrero Guerra, L. M., Gómez Ruiz, J. D., Zapata Ruiz, D. L., & Valencia Cárdenas, M. (2016). *COMPARACIÓN DE TRES METAHEURÍSTICAS PARA LA OPTIMIZACIÓN DE INVENTARIOS CON ESTIMACIÓN DE DEMANDA*. Medellín. Recuperado el <http://eds.a.ebscohost.com.ezproxy.javeriana.edu.co:2048/eds/pdfviewer/pdfviewer?vid=1&sid=35517a85-d0dc-49bd-910c-260b37e4b12e%40sessionmgr4009> de 2017
- Holt, M. (2016). Analysis of variance (ANOVA). *Salem Press Encyclopedia of Science*.
- Huang, Y.-F. (2007). Economic order quantity under conditionally permissible delay in payments. *European Journal of Operational Research*, 911-924.
- Khouja, M., & Goyal, S. (2007). A review of the joint replenishment problem literature: 1989-2005. *European Journal of Operational Research*, 1-16.
- Klastorin, T., Moinzadeh, K., & Son, J. (2002). Coordinating orders in supply chains through price discounts. *IIE Transactions*, 679-689.
- Krichen, S., Laabidi, A., & Abdelaziz, F. B. (2010). Single supplier multiple cooperative retailers inventory model with quantity discount and permissible delay in payments. *Computers & Industrial Engineering*, 164-172.
- Li, J., & Liu, L. (2006). Supply chain coordination with quantity discount policy. *International Journal of Production Economics*, 89-98.
- Llisterri, J. J., & Angelelli, P. (Diciembre de 2002). *Guía operativa para programas de competitividad para la pequeña y mediana empresa*. Obtenido de Banco Interamericano de Desarrollo (BID): <http://idbdocs.iadb.org/wsdocs/getdocument.aspx?docnum=635770>
- Montoya R., A., Montoya R., I., & Castellanos, O. (2010). Situación de la competitividad de las Pyme en Colombia: elementos actuales y retos. *Agronomía Colombiana*, 107-117.
- Ortiz, D. M., Velásquez H, J. D., & Jaramillo, P. (2011). Estrategias evolutivas como una opción para la optimización de funciones no lineales con restricciones. *Revista Ingenierías Universidad de Medellín*, 117-126.
- Park, S., & Shin, H. (2012). On the Optimality of the Multi-Product EOQ Model with Pricing Consideration. *Management Science and Financial Engineering*, 21-26.
- Pérez Uribe, R. I. (2005). Componentes Empresariales en las Mypymes Colombianas. *REVISTA ESCUELA DE ADMINISTRACIÓN DE NEGOCIOS*, 92-117.
- Praharsi, Y., Nataliani, Y., & Wee, H.-M. (2014). An Innovative Heuristic in Multi-Item Replenishment Problem for One Warehouse and N Retailers. *Jurnal Teknik Industri*, 1-8.
- RAE. (s.f.). *Real Academia Española*. Recuperado el 2016, de <http://dle.rae.es/?id=1pvIeBW>
- Rosales, R. (1997). La Asociatividad como Estrategia de Fortalecimiento de las PYMEs. *Capítulos*, 97.
- Salameh, M., Abboud, N., El-Kassar, A., & Ghattas, R. (2003). *Continuous review inventory model with delay in payments*. Recuperado el 2017, de <https://ac-els-cdn-com.ezproxy.javeriana.edu.co/S0925527303000896/1-s2.0-S0925527303000896->

main.pdf?_tid=904c81ec-e8ec-11e7-bc0a-00000aab0f6c&acdnat=1514149019_0d61b7d5740cb1ad6104d29337ff3b7c

- Sanclémente Téllez, J. C. (01 de Septiembre de 2014). *Revue Interventions économiques*. Obtenido de Los pequeños distribuidores minoristas y su aporte en la realización de Negocios Inclusivos en Colombia: <http://interventionseconomiques.revues.org/2301>
- Sanclémente Téllez, J. C. (30 de 07 de 2016). *Dinero*. Obtenido de Los pecados capitales del mercadeo en las mipymes colombianas: Revista Escuela de Administración de Negocios,
- Schwarz, L. (1973). A SIMPLE CONTINUOUS REVIEW DETERMINISTIC ONE-WAREHOUSE N-RETAILER INVENTORY PROBLEM. *Management Science*.
- Secretaría Distrital de Desarrollo Económico. (2014). *"Guadalupe" a cadena productiva del beneficio y transformación de la carne*. Bogotá: Milenio Editores e Impresores E.U.
- Secretaría Distrital de Desarrollo Económico . (2015). *"Carvajal" La cadena productiva del plástico*. Bogotá: Milenio Editores e Impresores E.U.
- Secretaría Distrital de Desarrollo Económico. (2014). *"BOYACÁ REAL" LA CADENA PRODUCTIVA DE LA TRANSFORMACIÓN DE LA MADERA Y ELABORACIÓN DE MUEBLES*. Bogotá: Milenio Editores e Impresores E.U.
- Secretaría Distrital de Desarrollo Económico. (2014). *"Sabana Nieves" La cadena productiva de textiles y confección*. Bogotá: Milenio Editores e Impresores E.U.
- Secretaría Distrital de Desarrollo Económico. (2016). *"Ricaurte y la Estrada" La cadena productiva de la edición y las artes gráficas*. Bogotá: Milenio Editores e Impresores E.U.
- Sharma, B., & Vandana. (2015). An EOQ model for retailers partial permissible delay in payment linked to order quantity with shortages. *Mathematics and Computers in Simulation*, 99-112.
- Sheposh, R. (2016). Sensitivity analysis. *Salem Press Encyclopedia of Science*.
- Shi, J., & Zhang, G. (2010). Multi-product budget-constrained acquisition and pricing with uncertain demand and supplier quantity discounts. *Int. J. Production Economics*, 322-331.
- Standardization, I. O. (01 de 09 de 2011). Quantitative methods in process improvement - Six Sigma - . Genève, Switzerland.
- Tecnocom. (2015). *Informe Tecnocom sobre tendencias de medios de pago 2015*. Recuperado el Diciembre de 2017, de http://www.siliconweek.com/wp-content/uploads/2016/02/Tecnocom15_esp.pdf
- Tellez, J. C. (2016). Los pecados capitales del mercadeo en las mipymes colombianas. *Dinero* .
- Trullén Thomas, J. (2008). Distritos industriales marshallianos y sistemas locales de gran empresa en el diseño de una nueva estrategia territorial para el crecimiento de la productividad en la economía española. *Economía Industrial*, 95-112.
- Viswanathan, S., & Mathur, K. (1997). Integrating routing and inventory decisions in one-warehouse multiretailer multiproduct distribution systems. *Management Science*, 294-312.