

ESTRATEGIAS VARIACIONALES EN SITUACIONES PERIÓDICAS EN UN AULA DE
FORMACIÓN TÉCNICO LABORAL

CRISTIAN ALBERTO CUELLAR VILLANUEVA

DIRECTOR: MARTHA ALBA BONILLA ESTEVEZ



PONTIFICIA UNIVERSIDAD JAVERIANA

FACULTAD DE EDUCACIÓN

LINEA DE INVESTIGACIÓN: DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS

BOGOTÁ D.C. 2019

ESTRATEGIAS VARIACIONALES EN SITUACIONES PERIÓDICAS EN UN AULA DE
FORMACIÓN TÉCNICO LABORAL

CRISTIAN ALBERTO CUELLAR VILLANUEVA

Trabajo de Grado presentado como requisito

Para optar al título de: Magister en Educación

DIRECTORA: Martha Alba Bonilla Estevez



PONTIFICIA UNIVERSIDAD JAVERIANA

FACULTAD DE EDUCACIÓN

LINEA DE INVESTIGACIÓN: Didáctica de las matemáticas

BOGOTÁ D.C. 2019

RECTOR: JORGE HUMBERTO PELÁEZ PIEDRAHITA. S.J.
DECANO ACADÉMICO: FÉLIX ANTONIO GÓMEZ HERNÁNDEZ, Ph.D.
DIRECTOR DE POSTGRADOS: RICARDO MAURICIO DELGADO SALAZAR Ph.D.
DIRECTORA DE LA LÍNEA: JORGE CASTAÑO GARCIA
DIRECTORA DE TESIS: MARTHA ALBA BONILLA ESTEVEZ

NOTA DE ADVERTENCIA

“La universidad no se hace responsable por los conceptos emitidos por sus alumnos en sus trabajos de tesis. Sólo velará porque no se publique nada contrario al dogma y a la moral católica y porque las tesis no contengan ataques personales contra persona alguna, antes bien se vean en ellas el anhelo de buscar la verdad y la justicia.”

Artículo 23, resolución No 13 del 6 de Julio de 1946, por la cual se reglamenta lo concerniente a Tesis y Exámenes de Grado en la Pontificia Universidad Javeriana.

Agradecimientos

Agradezco a mis padres por todo su apoyo, a mi esposa por todo su amor y apoyo, a mi tutora Martha Bonilla por su paciencia y colaboración, así como a la Pontificia Universidad Javeriana por recibirme como un miembro más.

Tabla de Contenido

1. Antecedentes.....	20
1.1. Mirada Socioepistemológica del Pensamiento y Lenguaje Variacional.....	20
1.2. Caracterización Socioepistemológica de lo Periódico.....	28
1.3. Lo Periódico desde los Referentes Curriculares en Colombia.....	33
1.4. La Enseñanza de lo Periódico en el Aula de Clases.....	36
1.5. La Enseñanza de lo Periódico en la Formación para el Trabajo.....	38
2. Planteamiento del Problema.....	44
3. Justificación de la investigación.....	49
4. Objetivos.....	51
4.1. Objetivo General.....	51
4.2. Objetivos Específicos.....	51
5. Marco Teórico – Conceptual.....	52
5.1. Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa.....	52
5.2. El Pensamiento y Lenguaje Variacional.....	57
5.3. Lo Periódico y la Socioepistemología de lo Periódico.....	61
6. Marco Metodológico.....	67
6.1. Acerca de la Investigación Aplicada.....	67
6.2. Descripción Global del Proceso.....	67
6.2.1. Caracterización de la población.....	68
6.2.2. Instrumentos de recolección de la información.....	70
6.2.2.1. Prueba escrita.....	70
6.2.2.2. La entrevista.....	74

6.2.3. Descripción del procedimiento de recolección de la información.....	76
6.2.4. Categorías de análisis.....	78
6.2.5. Tipos de análisis.....	80
6.2.5.1. <i>Análisis cuantitativo</i>	80
6.2.5.2. <i>Análisis cualitativo</i>	81
7. Análisis de Resultados.....	82
7.1. Análisis Cuantitativo de las Respuestas de los Estudiantes por cada Situación Variacional.....	82
7.1.1. Análisis situación variacional 1.....	82
7.1.2. Análisis situación variacional 2.....	86
7.1.3. Análisis situación variacional 3.....	90
7.1.4. Análisis situación variacional 4.....	93
7.2. Análisis Descriptivo de las Estrategias Variacionales utilizadas por los Estudiantes.....	96
7.3. Análisis cualitativo de entrevistas aplicadas a estudiantes.....	118
7.3.1. Resultados respecto a las estrategias variacionales.....	118
7.3.1.1. <i>Reconoce a nivel local cambios de estado de las variables (previo – siguiente)</i>	118
7.3.1.2. <i>Reconoce a nivel global cambios de estado de las variables (aumento - disminución)</i>	120
7.3.1.3. <i>Identifica patrones en el comportamiento de un gráfico a nivel local o global</i>	121

7.3.1.4.	<i>Reconoce la existencia de frecuencia de valores de las variables.....</i>	123
7.3.1.5.	<i>Establece una relación funcional entre las variables.....</i>	125
7.3.1.6.	<i>Establece nuevos estados para un valor a mediano o largo plazo de manera local.....</i>	126
7.3.1.7.	<i>Establece nuevos estados del comportamiento de una gráfica a mediano o largo plazo de manera local.....</i>	126
7.3.1.8.	<i>Establece nuevos estados para un valor a corto plazo de manera global.....</i>	128
7.3.1.9.	<i>Establece nuevos estados de comportamiento de una gráfica a corto plazo de manera global.....</i>	128
7.3.2.	Resultados respecto a los procedimientos de predicción.....	129
7.3.2.1.	<i>Establece la expresión analítica que describe el comportamiento repetitivo.....</i>	129
7.3.2.2.	<i>Establece la existencia de patrones a partir de la relación funcional $f(x+p) = f(x)$.....</i>	129
7.3.2.3.	<i>Realiza operaciones aritméticas que le permitan identificar la existencia de patrones.....</i>	130
7.3.2.4.	<i>Realiza la construcción de tablas o lista de valores con el fin de establecer la existencia de patrones.....</i>	130
7.3.2.5.	<i>Identifica en el gráfico patrones de comportamiento repetitivo.....</i>	130

7.3.2.6. *Realiza procedimientos de reconstrucción gráfica de una función no periódica para ser periódica.....132*

8. Conclusiones.....134

9. Bibliografía.....139

Anexos

Lista de Tablas

- Tabla 1.** *Descripción principios fundamentales de la Sociopistemología.*
- Tabla 2.** *Descripción Elementos del Pensamiento y Lenguaje Variacional*
- Tabla 3.** *Descripción situación variacional N 1*
- Tabla 4.** *Descripción situación variacional N.º 2*
- Tabla 5.** *Descripción situación variacional N.º 3*
- Tabla 6.** *Descripción situación variacional N.º 4*
- Tabla 7.** *Ejemplos de preguntas y respuestas de la entrevista*
- Tabla 8.** *Descripción paso a paso del diseño metodológico*
- Tabla 9.** *Categorías y subcategorías correspondientes a las estrategias variacionales*
- Tabla 10.** *Categorías correspondientes a los procedimientos de predicción*
- Tabla 11.** *Resultados pregunta (a) de la situación variacional 1*
- Tabla 12.** *Resultados pregunta (b) de la situación variacional 1*
- Tabla 13.** *Resultados pregunta (c) de la situación variacional 1*
- Tabla 14.** *Resultados pregunta (d) de la situación variacional 1*
- Tabla 15.** *Resultados pregunta (e) de la situación variacional 1*
- Tabla 16.** *Resultados pregunta (a) de la situación variacional 2*
- Tabla 17.** *Resultados pregunta (b) de la situación variacional 2*
- Tabla 18.** *Resultados pregunta (c) de la situación variacional 2*
- Tabla 19.** *Resultados pregunta (d) de la situación variacional 2*
- Tabla 20.** *Resultados pregunta (e) de la situación variacional 2*
- Tabla 21.** *Resultados pregunta (f) de la situación variacional 2*
- Tabla 22.** *Resultados pregunta (a) de la situación variacional 3*
- Tabla 23.** *Resultados pregunta (b) de la situación variacional 3*
- Tabla 24.** *Resultados pregunta (c) de la situación variacional 3*
- Tabla 25.** *Resultados pregunta (d) de la situación variacional 3*
- Tabla 26.** *Resultados pregunta (e) de la situación variacional 3*
- Tabla 27.** *Resultados pregunta (f) de la situación variacional 3*
- Tabla 28.** *Resultados pregunta (a) de la situación variacional 4*
- Tabla 29.** *Resultados pregunta (b) de la situación variacional 4*
- Tabla 30.** *Resultados pregunta (c) de la situación variacional 4*

Tabla 31. *Resultados pregunta (d) de la situación variacional 4*

Tabla 32. *Listado de estrategias usadas por los estudiantes en la pregunta (a) de la situación variacional 1*

Tabla 33. *Listado de estrategias usadas por los estudiantes en la pregunta (b) de la situación variacional 1.*

Tabla 34. *Listado de estrategias usadas por los estudiantes en la pregunta (c) de la situación variacional 1.*

Tabla 35. *Listado de estrategias usadas por los estudiantes en la pregunta (d) de la situación variacional 1*

Tabla 36. *Listado de estrategias usadas por los estudiantes en la pregunta (e) de la situación variacional 1*

Tabla 37. *Listado de estrategias usadas por los estudiantes en la pregunta (a) de la situación variacional 2.*

Tabla 38. *Listado de estrategias usadas por los estudiantes en la pregunta (b) de la situación variacional 2.*

Tabla 39. *Listado de estrategias usadas por los estudiantes en la pregunta (c) de la situación variacional 2.*

Tabla 40. *Listado de estrategias usadas por los estudiantes en la pregunta (d) de la situación variacional 2.*

Tabla 41. *Listado de estrategias usadas por los estudiantes en la pregunta (e) de la situación variacional 2.*

Tabla 42. *Listado de estrategias usadas por los estudiantes en la pregunta (f) de la situación variacional 2.*

Tabla 43. *Listado de estrategias usadas por los estudiantes en la pregunta (b) de la situación variacional 3.*

Tabla 44. *Listado de estrategias usadas por los estudiantes en la pregunta (c) de la situación variacional 3.*

Tabla 45. *Listado de estrategias usadas por los estudiantes en la pregunta (d) de la situación variacional 3.*

Tabla 46. *Listado de estrategias usadas por los estudiantes en la pregunta (f) de la situación variacional 3.*

Tabla 47. *Listado de estrategias usadas por los estudiantes en la pregunta (c) de la situación variacional 4.*

Tabla 48. *Listado de estrategias usadas por los estudiantes en la pregunta (d) de la situación variacional 4.*

Tabla 49. *Consolidado aplicación estrategias variacionales.*

Lista de Figuras

- Figura 1.** Triangulo Didáctico de la Socioepistemología
- Figura 2.** Modelo de predicción en las funciones periódicas (Local – Global)
- Figura 3.** Ubicación IED Manuel del Socorro Rodríguez.
- Figura 4.** Planteamiento de la Situación Variacional N.º 1
- Figura 5.** Planteamiento de la Situación Variacional N.º 2
- Figura 6.** Planteamiento de la Situación Variacional N.º 3
- Figura 7.** Planteamiento de la Situación Variacional N.º 4
- Figura 8.** Respuesta Escrita por Estudiante
- Figura 9.** Aplicación Prueba Piloto a Egresado
- Figura 10.** Aplicación Prueba Piloto a Instructor
- Figura 11.** Aplicación Prueba Escrita a Población de Estudio
- Figura 12.** Justificación escrita E10 a la pregunta (a) de la Situación Variacional 1
- Figura 13.** Justificación escrita E1 a la pregunta (a) de la Situación Variacional 1
- Figura 14.** Justificación escrita E4 a la pregunta (a) de la Situación Variacional 1
- Figura 15.** Justificación escrita E5 a la pregunta (a) de la Situación Variacional 1
- Figura 16.** Justificación escrita E13 a la pregunta (a) de la Situación Variacional 1
- Figura 17.** Justificación escrita E21 a la pregunta (a) de la Situación Variacional 1
- Figura 18.** Justificación escrita E22 a la pregunta (a) de la Situación Variacional 1
- Figura 19.** Justificación escrita E11 a la pregunta (a) de la Situación Variacional 1
- Figura 20.** Justificación escrita E22 a la pregunta (a) de la Situación Variacional 1
- Figura 21.** Justificación escrita E18 a la pregunta (a) de la Situación Variacional 1
- Figura 22.** Justificación escrita E15 a la pregunta (b) de la Situación Variacional 1
- Figura 23.** Justificación escrita E10 a la pregunta (b) de la Situación Variacional 1
- Figura 24.** Justificación escrita E5 a la pregunta (b) de la Situación Variacional 1
- Figura 25.** Justificación escrita E11 a la pregunta (b) de la Situación Variacional 1
- Figura 26.** Justificación escrita E2 a la pregunta (b) de la Situación Variacional 1
- Figura 27.** Justificación escrita E16 a la pregunta (b) de la Situación Variacional 1
- Figura 28.** Justificación escrita E2 a la pregunta (c) de la Situación Variacional 1
- Figura 29.** Justificación escrita E9 a la pregunta (c) de la Situación Variacional 1
- Figura 30.** Justificación escrita E7 a la pregunta (d) de la Situación Variacional 1

- Figura 31, Justificación escrita E1 a la pregunta (e) de la Situación Variacional 1*
- Figura 32, Justificación escrita E7 a la pregunta (a) de la Situación Variacional 2*
- Figura 33, Justificación escrita E2 a la pregunta (a) de la Situación Variacional 2*
- Figura 34, Justificación escrita E5 a la pregunta (a) de la Situación Variacional 2*
- Figura 35, Justificación escrita E15 a la pregunta (a) de la Situación Variacional 2*
- Figura 36, Justificación escrita E16 a la pregunta (a) de la Situación Variacional 2*
- Figura 37, Justificación escrita E1 a la pregunta (b) de la Situación Variacional 2*
- Figura 38, Justificación escrita E7 a la pregunta (b) de la Situación Variacional 2*
- Figura 39, Justificación escrita E3 a la pregunta (c) de la Situación Variacional 2*
- Figura 40, Justificación escrita E10 a la pregunta (c) de la Situación Variacional 2*
- Figura 41, Justificación escrita E11 a la pregunta (d) de la Situación Variacional 2*
- Figura 42, Justificación escrita E1 a la pregunta (d) de la Situación Variacional 2*
- Figura 43, Justificación escrita E7 a la pregunta (d) de la Situación Variacional 2*
- Figura 44, Justificación escrita E20 a la pregunta (d) de la Situación Variacional 2*
- Figura 45, Justificación escrita E3 a la pregunta (e) de la Situación Variacional 2*
- Figura 46, Justificación escrita E5 a la pregunta (e) de la Situación Variacional 2*
- Figura 47, Justificación escrita E2 a la pregunta (f) de la Situación Variacional 2*
- Figura 48, Justificación escrita E3 a la pregunta (f) de la Situación Variacional 2*
- Figura 49, Justificación escrita E4 a la pregunta (f) de la Situación Variacional 2*
- Figura 50, Justificación escrita E3 a la pregunta (b) de la Situación Variacional 3*
- Figura 51, Justificación escrita E3 a la pregunta (c) de la Situación Variacional 3*
- Figura 52, Justificación escrita E3 a la pregunta (d) de la Situación Variacional 3*
- Figura 53, Justificación escrita E3 a la pregunta (f) de la Situación Variacional 3*
- Figura 54, Justificación escrita E4 a la pregunta (c) de la Situación Variacional 4*
- Figura 55, Justificación escrita E4 a la pregunta (d) de la Situación Variacional 4*

Resumen

Se realizó un estudio cuyo propósito fue identificar las estrategias variacionales que utilizan los estudiantes de grado once de la especialidad *Técnico en Mantenimiento de Automatismos Industriales* en la IED Manuel del Socorro, al momento de dar solución a situaciones variacionales periódicas, en las que se favorece la práctica de la predicción, en el contexto técnico-laboral relacionado con la especialidad. Para ello, se diseñó una prueba escrita compuesta por situaciones variacionales contextualizadas en un ambiente técnico laboral, con el fin de realizar un análisis y descripción detallada de las estrategias variacionales usadas por los estudiantes. La Socioepistemología de la Matemática Educativa y el Pensamiento y Lenguaje Variacional (PyLVar) fue la base teórica para tratar de identificar las estrategias variacionales que usaron los estudiantes al momento de enfrentarse a las situaciones de tipo variacional planteadas, que favorecen la construcción de varios significados de *periodicidad* en el estudiante. Lo que el estudio realizado permitió concluir que el establecimiento de una unidad de referencia, por parte del estudiante, para reconocer el cambio en las variables, favorece la estrategia de predicción, ya que si se reconoce dicha unidad, como una unidad de análisis asociada a la práctica de la predicción, entonces se logra que el estudiante otorgue una significación a *lo periódico*.

Palabras Clave: PyLVAR, Estrategias Variacionales, Periodicidad, Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa. .

Abstract

A study was carried out whose purpose was to identify the variational strategies used by the eleventh grade students of the Technical specialty in Maintenance of Industrial Automatism in the IED Manuel del Socorro, at the time of solving periodic variational situations, in which the practice of prediction, in the technical-labor context related to the specialty. To do this, a written test was designed, consisting of contextualized situations in a technical work environment, in order to perform a detailed analysis and description of the variational strategies used by the students. The Socioepistemology of Educational Mathematics and Thinking and Variational Language (PyLVar) was the theoretical basis to try to identify the variational strategies that students used when faced with situations of variational type, which favor the construction of several meanings of periodicity in the student. What the study carried out allowed to conclude that the establishment of a unit of reference, by the student, to recognize the change in the variables, favors the prediction strategy, since if this unit is recognized, as a unit of analysis associated to the practice of prediction, then the student is granted a significance to the periodical.

Key Words: PyLVAR, Variational Strategies, Periodicity, Socioepistemological Theory of Educational Mathematics.

Introducción

La escuela debe proveer los conocimientos y potenciar las habilidades necesarias a los niños y jóvenes del país, para que estos puedan desenvolverse de manera eficaz en los distintos escenarios en los que están inmersos. Por lo anterior, la investigación en matemática educativa debe contribuir a generar nuevo conocimiento pedagógico, que permita mejorar las prácticas de aula. Los conocimientos matemáticos escolares deben volverse funcionales para la vida, de modo que promuevan en el estudiante una mentalidad crítica, armoniosa y analítica. Así mismo, una relación con el entorno, basada en dicha mentalidad.

La Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa es un enfoque teórico que se preocupa por democratizar el conocimiento. Para ello, busca proporcionar elementos que contribuyan a la formación de ciudadanos que posean un *conocimiento matemático orgánico*. *Orgánico*, se refiere a un conocimiento que sea parte de los individuos, de manera que puedan manifestarlo en gran variedad de contextos y situaciones y, no sólo dentro de las cuatro paredes que delimitan el espacio de aula, sino en cualquier lugar en el que estos se desenvuelvan. (Cantoral, 2013)

El presente reporte de investigación da información, para una mejor comprensión de cómo los estudiantes usan estrategias variacionales, para la solución de situaciones variacionales, y de cómo estas favorecen la práctica social de la *predicción*, que lleva al estudiante a otorgar significado a lo *periódico*, aplicando los elementos de La Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa (TSME) y su línea de investigación del desarrollo del Pensamiento y Lenguaje Variacional (PyLVAR) como base conceptual.

En el primer y segundo capítulo de este reporte se presentan las ideas que configuran el problema de investigación cuyo punto de partida son los trabajos desarrollados por Gabriela Buendía, Ricardo Cantoral y otros autores, quienes abren las puertas a un nuevo enfoque de comprensión del conocimiento matemático, desde lo socioepistemológico. También se incluyen trabajos de investigadores que ayudan a visualizar cómo la Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa puede ser llevada al aula de clases.

En el tercer y cuarto capítulo, se presentan los objetivos de la investigación y las ideas que justifican la necesidad de desarrollar la misma, como contribuir aportando información que favorezca la creación de nuevas prácticas educativas, desde un enfoque Socioepistemológico, que aporten a la significación de lo periódico en los estudiantes y ayudar a reconocer como se da la construcción situada de lo periódico en los estudiantes, identificando las estrategias variacionales que son indispensables para llevar a cabo la práctica de predicción para poder significar lo periódico, no solo en el ámbito escolar, sino también en el ámbito educativo técnico laboral.

En el quinto capítulo, se desarrollan los elementos teóricos de la *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa*, del Pensamiento y Lenguaje Variacional y de la *Visión socioepistemológica de lo Periódico*, que son los pilares fundamentales de la investigación. Se describen los principios que caracterizan la construcción social del conocimiento matemático, así como los elementos que constituyen la base del PyLVar y la *visión socioepistemológica del significado de lo periódico*.

En los capítulos 6 y 7 se describen los elementos metodológicos que guían la investigación, así como los resultados obtenidos, a partir de la aplicación de los instrumentos que permitieron recolectar la información suficiente, para llegar a las conclusiones del proceso de investigación, descritas en el capítulo 8. En este último capítulo, se intentó profundizar en la relación de las

estrategias variacionales y en la *práctica de la predicción*, para comprender y determinar, cómo estas estrategias aportan a la construcción del *significado de periodicidad* en el estudiante, lo que constituye un aporte al desarrollo del conocimiento Matemático Educativo.

1. Antecedentes

En este capítulo se presentan algunas investigaciones que abordan el análisis y conceptualización de la *perspectiva socioepistemológica del pensamiento y lenguaje variacional*, la *visión socioepistemológica del significado de lo periódico* y los procesos de aprendizaje y enseñanza en la educación media y formación para el trabajo sobre lo periódico. Las investigaciones se organizan en cinco (5) apartados, donde se aborda: 1. Caracterización socioepistemológica del pensamiento y lenguaje variacional, 2. Caracterización socioepistemológica de lo periódico, 3. Lo periódico desde las disposiciones curriculares en Colombia (lineamientos y estándares- MEN) y desde los libros de texto, 4. La enseñanza de lo periódico en las aulas y, por último, 5. La enseñanza de lo periódico en ambientes de formación para el trabajo. Esta organización por grupos se establece para tener una visión amplia del entendimiento de la significación de la periodicidad, para este trabajo de maestría.

1.1. Caracterización Socioepistemológica del Pensamiento y Lenguaje Variacional

Para esta categoría se consultaron algunas investigaciones de autores como Ricardo Cantoral y Mario Caballero Pérez, en las que se realiza una caracterización del Pensamiento y Lenguaje Variacional, sus elementos, entre los cuales tenemos las Estrategias Variacionales y el cómo se da el desarrollo del pensamiento variacional en los estudiantes.

En el artículo, *Desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional, una mirada socioepistemológica (Cantoral, 2004)*, el autor realiza inicialmente un recorrido por los inicios del enfoque socioepistemológico del conocimiento matemático, el cual surge como una mirada

crítica a los enfoques tradicionalistas y clásicamente constructivistas. En palabras de (Cantoral, 2014) el enfoque socioepistemológico del conocimiento matemático:

Es una aproximación teórica de naturaleza sistémica que permite tratar con los fenómenos de producción y difusión del saber desde una perspectiva múltiple, pues articula en una misma unidad de análisis a las interacciones entre la epistemología del conocimiento, su dimensión sociocultural, los procesos cognitivos que le son asociados y los mecanismos de su institucionalización vía la enseñanza”. (p. 1)

Para el autor, el enfoque socioepistemológico no se ocupa de estudiar las relaciones lógicas asociadas a una hipótesis y tesis, sino de problematizar el saber, aceptando que, antes que hablar de una hipótesis, se debe hablar de un complejo de prácticas sociales que den sentido y significado al saber matemático escolar. Con la finalidad de definir qué es el pensamiento y lenguaje variacional, desde el enfoque socioepistemológico, se estudian los fenómenos de enseñanza, aprendizaje y comunicación de saberes matemáticos, propios de la variación y el cambio en el sistema educativo y en el medio social, poniendo atención en el estado de los procesos cognitivos, culturales, históricos e institucionales con que las personas asignan y comparten sentidos y significados con el conocimiento matemático en uso.

En el artículo *Una caracterización de los elementos del pensamiento y lenguaje variacional* (Caballero & Cantoral, 2013), los autores presentan los resultados de la caracterización realizada al Pensamiento y Lenguaje Variacional (PyLVAR), el cual es una línea de investigación que se desarrolla bajo el enfoque de la Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa, enfocándose en las características propias del pensamiento variacional y la forma en que este se desarrolla. Para ello, realizaron un análisis documental sobre distintos trabajos del PyLVAR desarrollados hasta la fecha de la publicación del artículo.

Los autores realizaron la caracterización del PyLVAR en tres fases: 1. Análisis de trabajos en Matemática Educativa que incorporan el PyLVAR a sus investigaciones, 2. Recopilación de caracterizaciones realizadas del PyLVAR en estudios anteriores y 3. Un modelo para sintetizar la caracterización del PyLVAR. En la primera fase, determinaron que los trabajos analizados evidencian que las actividades diseñadas bajo el PyLVAR hacen énfasis en el uso de estrategias variacionales, para la generación de pensamiento variacional, en los que el tipo de preguntas que se hacían en los diseños propiciaba siempre el estudio de la variación, dependiendo en gran medida del contexto en que se desarrollara la situación; aunque se abordara la variación de diferentes maneras, las estrategias variacionales fueron siempre el punto de partida. Por otra parte, se encontraron elementos de las estrategias variacionales y se identificó que el estudio de los procesos de cambio es más importante que los estados mismos, para concluir que, el desarrollo del pensamiento variacional se centra en los procesos de cambio.

En la segunda fase, se definieron los elementos característicos del PyLVAR: situación variacional, argumentos variacionales, códigos variacionales, estructura variacional específica, estrategia variacional y tarea variacional. Estrategias que Salinas (2003) citadas por estos autores se caracterizan como se describe a continuación:

Comparación: Asociada a la acción de establecer diferencias entre estados, lo que permite identificar si hubo un cambio y poder analizarlo con base en las características de esos cambios y su variación. Esta estrategia no se usa siempre de la misma manera, ya que su uso depende del contexto en que se encuentra, y también de las nociones y conceptos que la rodean, en ese sentido se puede hablar de un desarrollo de esta estrategia. Así, en un nivel elemental, es frecuente, y en ocasiones necesario, recurrir a un marco de referencia

en el cual apoyarse, mientras que un nivel avanzado no requiere necesariamente de algún marco de referencia, o bien, este se elige según las características de cada situación.

Seriación: Se relaciona con la comparación, ya que está asociada con la acción de analizar entre estados sucesivos y establecer relaciones entre ellos, pero se diferencia que en se analizan varios estados y no únicamente dos, con el objetivo de encontrar una relación o propiedad entre ellos, como puede ser hallar una relación funcional dada una tabla, encontrar un patrón en el comportamiento de una gráfica, o relaciones entre variables.

Predicción: Asociada a la acción de poder anticipar un comportamiento, estado o valor, luego de realizar un análisis de la variación en estados previos, de manera que se sintetiza y abstrae esta información en modelos predictivos. A diferencia de la Seriación, la Predicción no busca encontrar en si una relación, sino que se postula un nuevo estado usualmente a mediano o largo plazo, siendo este estado local, en el sentido de que corresponde a un momento o valor determinado. No obstante, hallar esa relación puede ser una forma de encontrar ese nuevo estado, por lo que la Seriación puede ser parte de la *Predicción*.

Estimación: Conociendo el comportamiento de un fenómeno en estados previos, se proponen nuevos estados a corto plazo de manera global, a diferencia de la *Predicción*, donde los estados propuestos son locales. Por ejemplo, se usa en el análisis del crecimiento de poblaciones para saber si crecerá o disminuirá, en tanto que la *Predicción* puede servir para decir hasta qué punto crecerá, o la población dentro de un tiempo específico. (p. 1202)

Y para la tercera fase, se estableció un modelo que permitiera interpretar la forma en que se desarrolla el pensamiento variacional, del cual se concluyó que, para generar el desarrollo del

pensamiento variacional es necesario el uso sistemático de los elementos constitutivos del PyLVAR.

El artículo concluye que la caracterización del PyLVAR permite dar un marco de referencia para identificar aquellas acciones que corresponden a un pensamiento variacional, analizando si se utilizan los elementos y brindando una manera de comprender cómo se genera y se dificulta el desarrollo del pensamiento variacional. El marco de referencia, además proporciona las herramientas necesarias para el análisis del pensamiento variacional.

En el artículo *Dificultades en el desarrollo del pensamiento variacional en profesores de bachillerato (Caballero & Cantoral, 2013)*, los autores exponen los resultados de su investigación que tenía como objetivo analizar las causas que originan dificultades en los profesores, para llevar a cabo actividades enmarcadas en el Pensamiento y Lenguaje Variacional (PyLVAR). La investigación considera el estudio de la variación como un elemento necesario en el aprendizaje del cálculo, en el que el docente juega un papel fundamental, por lo que este debe tener desarrollado el pensamiento variacional primero, para poder propiciarlo adecuadamente en sus estudiantes. Sin embargo, según los autores este no es el caso, ya que en varios trabajos enmarcados en el PyLVAR, sobre el desarrollo de este en los profesores, evidencian las dificultades que tienen para abordar situaciones de variación.

Para la investigación, los autores plantean como hipótesis, que las dificultades que presenta un profesor consisten en que ante una situación que involucra el estudio de la variación y el cambio, el profesor se centra en usar sólo el conocimiento matemático que domina y que, previamente, lo condujo a un resultado satisfactorio, de manera que su uso le garantice poder dar respuesta a las situaciones que involucren variación. La hipótesis se buscó corroborar diseñando un conjunto de

situaciones de variación, que permitieran identificar las estrategias de respuesta a las que recurren los profesores, para poder determinar aquellas que no corresponden al PyLVAR.

Los autores concluyeron que aquellos profesores que no usan estrategias correspondientes al PyLVAR y presentan dificultades en el desarrollo del pensamiento variacional, son los que basan su solución centrándose en el objeto y, plantean estrategias forzadas y que no son válidas en el contexto de la situación.

En el artículo *Estrategias variacionales en estudiantes de bachillerato en la Uapaz en situación experimental (Briceño & Zaldivar, 2015)*, los autores presentan su investigación basada en la experiencia docente sobre las estrategias variacionales que desarrollan los estudiantes al modelar una situación experimental denominada “área extrema”, tomando como referente teórico el Desarrollo del Pensamiento y Lenguaje Variacional (PyLV) y como hipótesis la necesidad de reflexionar sobre las repercusiones en la comprensión de la derivada en los estudiantes si se desarrollan acercamientos de la noción de derivada mediante situaciones experimentales, así como la importancia de analizar cuales estrategias debe usar el estudiante ante situaciones variacionales y de qué tipo son. Por tanto, el objetivo de la investigación se centra en el estudio del desarrollo de estrategias variacionales en estudiantes de bachillerato y analizar cómo influyen estas estrategias en los argumentos variacionales de los estudiantes de bachillerato que permitan un rediseño del discurso alrededor de la noción de derivada. Para ello, los autores contaron en la investigación con la participación de estudiantes de sexto semestre del bachillerato Físico – Matemático de la Universidad Autónoma de Zacatecas (UAZ) – México, a quienes se les presentó una situación variacional sobre área extrema, la cual tenía la intención que los estudiantes aplicaran algunos de sus conocimientos previos y conjeturaran respecto a rectángulos con perímetro fijo y

área variables. Para el desarrollo de la situación variacional se usaron como materiales de trabajo geoplanos que se diseñaron y construyeron para la situación, así como el software Geogebra.

Obteniendo como resultados, que los estudiantes identifican que las medidas de un rectángulo son variables, lo que permitió reconocer en ellos el conocimiento de la propiedad de densidad de los números reales ya que identificaron que las medidas de las dimensiones de un rectángulo no necesariamente deben ser valores enteros. También, que algunos estudiantes denotaron regularidad en la variación de la medida de las áreas de los rectángulos al variar las longitudes de los lados de los rectángulos, permitiendo encontrar regularidad entre los incrementos de las áreas de los rectángulos construidos. Y por último, que el empleo del software Geogebra permitió a los estudiantes agilizar la graficación de la situación, aun contando con poca información, lo que permitió que los estudiantes se centraran en el análisis de los comportamientos y cambios al variar las medidas de las dimensiones de los rectángulos.

Lo anterior, le permitió concluir a los autores que el uso del software Geogebra contribuyó de manera positiva en la comprensión por parte de los estudiantes de la situación variacional, pues estos, después de explorar en el geoplano, lograron construir en Geogebra los rectángulos con las dimensiones adecuadas, al mismo tiempo que descartaban otras, al momento de hacer variar las dimensiones de los rectángulos. También, que los estudiantes aplicaron estrategias variacionales de comparación y predicción para poder resolver la situación variacional, lo cual se evidenció al momento que los estudiantes hicieron variar las dimensiones de los rectángulos, llevándolos a analizar el cambio presentado a partir de la comparación de estados, lo que les permitió predecir el valor de áreas desconocidas. Y por último, que como experiencia didáctica fue un espacio de clase que permitió a los estudiantes la libertad de expresar su pensamiento, así como de poder

reflexionar, conjeturar, emplear la intuición, discutir, refutar y consensuar en equipo para establecer sus argumentos.

Por último, en la tesis doctoral *Causalidad y temporización entre jóvenes de bachillerato. La construcción de la noción de variación y el desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional* (Caballero, 2018), el autor, bajo la tutoría de Ricardo Cantoral Uriza, ubica su investigación en la enseñanza aprendizaje del cálculo, reconociendo que profesores y estudiantes universitarios y pre-universitarios tienen nociones de variación, si bien, en los argumentos de unos y otros no es construida dicha noción. La investigación se enfoca en lo socioepistemológico de la noción de variación, articulada con la casualidad y la temporización. El fin de la investigación es comprender cuál es la noción de variación construida por un grupo de estudiantes de bachillerato en México, para lo cual, identifican los mecanismos y elementos que intervienen en la construcción de la noción de variación, mediante actividades matemáticas de variación continua en escenarios predictivos. Formulan, como hipótesis, que la construcción de la noción de variación exige el desarrollo de nociones propias de la psicogenética, la causalidad y la temporización; donde la variación consiste en una cuantificación del cambio en las variables de un fenómeno y expresa la dinámica de las variables estudiadas, dando cuenta de su evolución en distintos estados del fenómeno. El autor y su tutor diseñaron situaciones de cambio con fines predictivos para analizar la respuesta de los estudiantes mexicanos, con el fin de corroborar su hipótesis. Identificaron la noción de variación que construyen, explicada a partir del sistema de referencia (el reconocimiento y organización del cambio) cuyos elementos son la relación de las variables (lo que se percibe cambia), el elemento de referencia (como se reconoce el cambio), la unidad de medida (como se mide la intensidad del cambio) y la temporización (como se reconoce la evolución del cambio). Concluyen, como se muestra en el artículo, que sin un sistema de referencia variacional, cuya

construcción es normada socialmente, la variación no es construida en situaciones de cambio con fines predictivos, ya que a través de él se reconoce y organiza el cambio dentro de un esquema lógico. Por tanto, sin un sistema de referencia variacional no hay variación y, es el interés de estudiar la variación lo que propicia su construcción. Por otra parte, sin el establecimiento de relaciones causales adecuadas y una temporización para explicar la evolución de las variables, la variación sucesiva no forma parte de los argumentos de los estudiantes, mientras el cambio no es cuantificado y la variación no se construye.

1.2. Caracterización Socioepistemológica de lo Periódico

Con el fin de tener claridad frente a la caracterización socioepistemológica de lo periódico se hace una revisión de los trabajos realizados por Gabriela Buendía Ábalos, quien como docente investigadora y egresada del doctorado en Ciencias – Especialidad en Matemática Educativa del Cinvestav – IPN (Instituto Politécnico Nacional - México) ha realizado y en conjunto han aportado a la formulación socioepistemológica del saber matemático, especialmente sobre el comportamiento de lo periódico. A continuación, se describen algunos de sus aportes, que serán utilizados en esta investigación porque proponen aproximaciones didácticas y curriculares para la enseñanza y el aprendizaje de lo periódico, que son alternativas a las prácticas pedagógicas que imperan actualmente.

En el artículo *Prediction and the periodic aspect as generators of knowledge in a social practice framework. A socioepistemological study (Buendía, 2005)*, la autora presenta los resultados del trabajo de aplicación de una situación sobre funciones periódicas, diseñada para la enseñanza de lo periódico de las funciones en el nivel universitario, partiendo que el conocimiento matemático escolar puede ser explicado, si las prácticas sociales son consideradas como

generadores de conocimiento. Se basa, además, en la suposición de que la noción científica de la función periódica está relacionada con la práctica social de la predicción. Por tal motivo, la investigación se enfocó en analizar las herramientas de predicción que los participantes generaron para definir lo periódico, identificando lo que consideran como “periódico”, cuando se enfrentan a tareas de interpretación de representaciones gráficas de ciertos comportamientos repetitivos. La autora concluye, por un lado, que los procedimientos de predicción (predicción analítica, predicción aritmética y predicción visual) usados por los estudiantes son dependientes del contexto sociocultural y de la elección del patrón que reconozcan, donde el estudiante ve sus predicciones confrontadas e influenciadas por las de otros, lo que hace que el grupo genere una jerarquía entre los procedimientos de predicción que se dan en el mismo. Lo anterior quiere decir, que los individuos y el grupo no consideran como igualmente validos o valiosos los distintos procedimientos de predicción que surgen en el grupo. Por otro lado, concluye Buendía, que existen funciones nacidas periódicas, por medio de una expresión analítica y otras que no lo son en su dominio, pero se pueden transformar en periódicas mediante el proceso de “extensión periódica”.

En el artículo, *Prácticas sociales y argumentos: el caso de lo periódico (Buendía, 2005)*, la autora plantea inicialmente que lo periódico es reducido a un equivalente con la definición de función periódica, donde el uso del significado de periódico en el sistema didáctico parece ser limitado a la aplicación de una fórmula para determinar si una función es o no periódica. Desde el marco de la perspectiva socioepistemológica formulada para el entendimiento de lo periódico, en el artículo, se explica que la predicción como práctica social resulta ser un argumento para construir lo periódico, ya que al predecir se reconstruyen significados asociados a la repetición de un movimiento. Donde se entiende que la práctica de predicción se compone de todo un espacio de trabajo predictivo, desarrollado y propuesto de manera institucional

En el artículo, *Una socioepistemología del aspecto periódico de las funciones (Buendía, 2006)*, la autora presenta resultados del proceso de investigación, basada en la socioepistemología, donde el objetivo consistía en proponer una epistemología de lo periódico, cuyos elementos se extrajeran de las prácticas que realiza el individuo al tratar con aspectos del comportamiento repetitivo de graficas de funciones que describen movimientos. Dicha propuesta se llamó socioepistemología de lo periódico, en la cual se entiende lo periódico como aquello que adquiere sentido cuando los seres humanos se enfrentan a la tarea de buscar la predicción de una posición lejana que se tendrá sobre la gráfica que describe un movimiento, dada cierta información actual, favoreciendo una distinción significativa de la repetición que presenta el movimiento (Lo periódico se significa a partir de la práctica de predicción que desarrollen los individuos). Para ello se diseñó y aplicó una situación fundamentada en la socioepistemología, con el propósito de dar cuenta de que la predicción es una práctica desarrollada de manera intencional en contextos interactivos, jugando el papel de argumento situacional que da cuenta de lo periódico. Donde los resultados de aplicación de la situación dan evidencia que, las características socioculturales de los individuos dan elementos para que las personas puedan describir lo periódico en la situación en estudio, que lo periódico se logra significar a partir del consenso de los argumentos generados por los individuos al momento de analizar la situación planteada, donde se usan herramientas de tipo analítico, visual o aritmético, y procedimientos como la búsqueda de una unidad de análisis (patrón, tabla, comportamiento repetitivo) que se emplea de acuerdo a el comportamiento que presenta la situación o la gráfica.

En el artículo, *Un instrumento para estudiar lo periódico en diversos contextos: La unidad de análisis (Buendía & Camacho, 2009)*, las autoras mencionan que una herramienta útil para la significación de lo periódico, en el marco de la práctica de predicción, es la llamada unidad de

análisis, entendida como aquella unidad que contiene suficiente información para poder predecir y que esta depende no solo del objeto matemático en cuestión, que en el caso de las funciones periódicas es el periodo, sino del contexto en el que se encuentre.

Las autoras plantean también, que la identificación y uso de la unidad de análisis es una acción natural para el individuo cuando afronta actividades intencionales de predicción. Por tanto, la unidad de análisis se configura en el lenguaje cultural, social y escolar del individuo, donde se construye y usa acorde a las características del contexto en el que se encuentre, teniendo una unidad de medida definida por el contexto en que se vive lo periódico, y, por supuesto, accionada por la predicción.

Para concluir que la construcción de lo periódico no descansa en la apropiación del objeto periódico, sino en la identificación y el uso de herramientas, como la unidad de análisis, que favorezcan un tránsito significativo de lo periódico entre contextos.

En el artículo, *Articulando el saber matemático a través de prácticas sociales. El caso de lo periódico (Buendía, 2010)*, la autora presenta resultados de su investigación sobre la concepción de lo periódico, apoyada en la tesis socioepistemológica de la construcción del saber matemático, con la finalidad de plantear una propuesta epistemológica de prácticas sociales sobre lo periódico, o sea una socioepistemología de lo periódico, alejada de los enfoques epistemológicos centrados en la construcción y desarrollo de los conceptos matemáticos, donde se asume que estos objetos presentan una existencia previa y, sus dificultades didácticas yacen en la distancia entre las imágenes formadas por los individuos y los objetos matemáticos en sí, logrando difícilmente relaciones funcionales entre conceptos y estructuras a lo largo del sistema educativo.

Visto lo anterior, la autora realiza una revisión teórica de lo periódico enmarcada en dos aspectos: Revisión de corte histórico y revisión de libros de texto y materiales educativos.

Identificando en el primer aspecto que aunque lo periódico se asocia con la propiedad de periodicidad de las funciones trigonométricas seno y coseno, durante la historia no siempre lo periódico ha estado asociado a dichas funciones, pues algunas discusiones de fenómenos físicos periódicos no necesariamente se sustentan en el uso de las funciones trigonométricas para su desarrollo. Respecto al segundo aspecto, se identificó que lo periódico en los niveles de educación inicial se limita al tratamiento de series periódicas, mientras en los grados superiores de escolaridad, lo periódico aparece asociado al estudio de las funciones trigonométricas, llevando al estudiante a asociar la propiedad de periodicidad a dichas funciones, ocasionando fenómenos didácticos. Por ejemplo, lo periódico y la propiedad de periodicidad quedan restringidas a ser una propiedad de cualquier fenómeno que sea modelable a través de la funciones seno o con forma senoidal, permitiéndose que lo periódico se desarrolle en el campo analítico comprobable sobre un objeto matemático, lo que es favorecido por los libros de texto.

Para el planteamiento de la propuesta, la autora diseña situaciones con base en el enfoque de la epistemología de prácticas, donde estas situaciones son entendidas como el conjunto de condiciones de un fenómeno o, las preguntas que favorecen la problematización y son el instrumento metodológico que permite acciones en el sistema didáctico, con la finalidad de lograr una reorganización de la matemática escolar.

La autora concluye la investigación señalando que lo periódico es un ejemplo de conocimiento que transita desde lo intuitivo hacia el sistema educativo, trayendo consigo caracterizaciones usualmente cotidianas, que constituyen un lenguaje significativo en el currículo escolar, siempre y cuando los marcos analíticos sobre los cuales generalmente se aborda lo periódico, se amplíen para favorecer que su referente principal sea el comportamiento repetitivo, más que la estructura repetitiva, del objeto matemático. Lo anterior es factible si las explicaciones de la construcción del

objeto matemático se dejan de centrar en la adquisición del objeto y se orientan más hacia su desarrollo intencional en las prácticas sociales, las cuales cumplen un papel constitutivo del saber, de acuerdo con la socioepistemología.

Por último, en el libro *La construcción social del conocimiento matemático escolar: Un estudio socioepistemológico de la periodicidad de las funciones* (Buendía, 2011), la autora resume su trabajo investigativo de la visión socioepistemológica de lo periódico, haciendo un recorrido sobre la concepción de las prácticas sociales como herramienta para la construcción del conocimiento matemático. Realiza una revisión de la propiedad periódica de las funciones en el sistema educativo, continúa con el planteamiento de situaciones didácticas sobre lo periódico, y finaliza con su propuesta de resignificar lo periódico en el marco de las prácticas sociales, fundamentada en la teoría socioepistemológica de la construcción del saber matemático. En dicha teoría se acepta la construcción del conocimiento matemático, a través del desarrollo de la práctica social, entendida como las acciones voluntarias que desarrolla el individuo para construir conocimiento. (Arrieta, Buendía, Ferrari, Martínez & Suárez, 2004)

1.3. Lo Periódico desde los Referentes Curriculares en Colombia

En los lineamientos curriculares de matemáticas (MEN, 1998) y estándares de competencias básicos de aprendizaje (MEN, 2006) expedidos por el Ministerio de Educación de Colombia, en los cuales se organiza el proceso curricular en procesos generales, conocimientos básicos y el contexto, se puede observar que el quehacer matemático se enmarca en que el estudiante se acerque al conocimiento matemático, no como algo ajeno a su diario vivir, sino a través del planteamiento y resolución de situaciones problemas procedentes de su contexto, del contexto matemático y del contexto de otras ciencias.

Por tanto, se plantea que la acción de enseñanza de las matemáticas debe enfocarse en el fortalecimiento de procesos del pensamiento y de aprendizaje en el estudiante, a partir del planteamiento de situaciones problematizadoras y contextualizadas que puedan proveer al estudiante de la posibilidad de acercamiento a la actividad matemática, con el fin de posibilitar una mejor comprensión de los conceptos y procedimientos a abordar. Al respecto, Maldonado & Miranda (2009) afirma que no es muy común el planteamiento de situaciones problematizadoras y contextualizadas en las unidades didácticas que se plantean en los libros de texto, sobre los cuales, generalmente, el docente de matemáticas basa su práctica pedagógica.

Ahora bien, en los lineamientos curriculares lo periódico no se describe directamente, en ellos se mencionan dos conceptos asociados a la periodicidad como son patrón y predicción. En el pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos, se incluyen los patrones como objeto de estudio desde los primeros grados de enseñanza, entendiéndose este como lo define Munera & otros (2006):

Un patrón es una propiedad, una regularidad, una cualidad invariante que expresa una relación estructural entre los elementos de una determinada configuración, disposición, composición, etc. Estos se presentan en diferentes contextos y dominios de las matemáticas, tales como, lo numérico, lo geométrico, lo aleatorio y lo variacional. Los patrones permiten la interpretación de regularidades presentes en diversas situaciones de la vida diaria por ejemplo en la música, en el movimiento, la economía, la geografía y la variación en general. El análisis cuidadoso de patrones y regularidades permite establecer generalizaciones. (p. 48)

Mientras que la predicción es una acción enmarcada en el estudio de funciones, que surge en pleno análisis, al momento de estudiar la relación de variación entre cantidades. También en los

procesos generales que se describen en los lineamientos curriculares, los conceptos de patrón y predicción se definen como actividades del proceso de razonamiento que se da en el estudiante al mencionar que, para razonar en matemáticas, este proceso tiene que ver con: "*Formular hipótesis, hacer conjeturas y predicciones, encontrar contraejemplos, usar hechos conocidos, propiedades y relaciones para explicar otros hechos, y encontrar patrones y expresarlos matemáticamente*" (MEN, 1998, p.77)

En los Estándares de Competencias en Matemáticas, no es explícita una definición de lo periódico, aunque conceptos como patrón y regularidad se definen asociados al pensamiento Variacional y Sistemas Algebraicos y Analíticos, planteando que: "*El desarrollo de este pensamiento se inicia con el estudio de regularidades y la detección de los criterios que rigen esas regularidades o las reglas de formación para identificar el patrón que se repite periódicamente*" (MEN, 2006, p. 66).

Sin embargo, dentro de los estándares definidos para los grados décimo y once se encuentra que el concepto de periodicidad se asocia al modelamiento de situaciones de variación periódica relacionadas con las funciones trigonométricas, tal como se menciona en el siguiente estándar: "*Modelo situaciones de variación periódica con funciones trigonométricas e interpreto y utilizo sus derivadas*" (MEN, 2006, p. 89), que hace parte del conjunto de estándares asociados al pensamiento variacional y algebraico.

Por último, en los Derechos Básicos del Aprendizaje para matemáticas, se mencionan los conceptos de patrón y regularidad asociados a lo numérico, en los primeros grados de educación, pero para los grados superiores (10° y 11°), pertenecientes al nivel de Educación Media, no se hace mención de dichos conceptos ni tampoco al concepto de periodicidad como una cualidad o

propiedad de objetos matemáticos como las funciones trigonométricas, donde lo periódico es una herramienta para la construcción y análisis de estas.

1.4. La Enseñanza de lo Periódico en el Aula de Clases

A continuación, se describen algunas investigaciones relacionadas con la enseñanza de lo periódico, que permiten tener una visión del tratamiento de la periodicidad en el aula de clases, con el fin de dar guía a la presente investigación sobre aportes de la comprensión de este concepto desde lo didáctico.

En el artículo *La periodicidad en el sistema didáctico: Una articulación a la luz de la socioepistemología* (Buendía, 2006), la autora aborda el fenómeno didáctico que muestra la poca coherencia que hay entre la existencia y aplicabilidad de una definición matemática de periodicidad, la cual desde el discurso matemático escolar ha sido reducida a comprobar y aplicar unas formulas, lo que pone en evidencia en el hecho que la periodicidad termina identificándose solo con las funciones trigonométricas, especialmente la función seno, asumiendo el estudiante que cualquier grafica con forma senoidal o cualquier forma de repetición puede ser calificada como periódica, lo que lleva a la problemática de la identificación de fenómenos que se asumen periódicos, por parte del estudiante, cuando no lo son. En base a lo anterior, la autora, desde el enfoque socioepistemológico de lo periódico, presenta resultados acerca de lo periódico, que han permitido fortalecer la socioepistemología de lo periódico para favorecer una articulación del saber matemático, cuya base son las prácticas sociales. Estos resultados los obtiene a partir de la aplicación de situaciones sobre lo periódico, donde se trabaja dos secuencias con relación al aspecto periódico de sucesiones y de números reales, planteadas intencionalmente con el fin de

motivar actividades de predicción, ya que desde la socioepistemología de lo periódico se ha señalado la relación entre lo periódico y la práctica de predecir.

De la información obtenida de las situaciones se logra concluir que el reconocimiento de la periodicidad en una función, no solo involucra el uso de una igualdad $f(x+p) = f(x)$, sino el reconocimiento de su comportamiento o más precisamente los elementos que conforman su comportamiento, tal como, la unidad de análisis que guarda una dialéctica global – local del comportamiento de la función para tratar lo periódico.

En el artículo *A través de lo periódico, el sol y las estrellas son mi reloj* (Arrieta, García & Bustos, 2005), escrito basado en la presentación de un poster elaborado por Jaime Arrieta, Carlos García & Hipólita Patricio Bustos, en el cual se tomó como base la práctica que presentan algunas comunidades campesinas del estado de Guerrero en México, para calcular la hora y el tiempo en general al usar el sol y las estrellas como reloj. Donde se rescata el hecho que existen prácticas sociales, donde la predicción es una práctica cotidiana que recurre a la experiencia pasada y al comportamiento periódico de los fenómenos. Para concluir que estas experiencias se pueden vincular al aula como estrategias didácticas, donde no solo se consideran actores de esta, la triada maestro-alumnos-contenidos, sino que también está incluido el contexto social.

Por último, en el artículo, *Resignificación de lo periódico en un ambiente tecnológico* (López, Cantú, Canul, Chi, Flores & Pastor, 2009). Los autores presentan los resultados que obtuvieron en su investigación al poner en práctica, en condiciones experimentales, una situación de enseñanza en un ambiente tecnológico, basada en la epistemología sugerida por Gabriela Buendía. Para ello, los autores ponen a prueba en su investigación la relación predicción – periodicidad, en la creencia que la incorporación de la tecnología, como medio para que los estudiantes construyan los argumentos que no se logran en un aula sin tecnología, ayuda a la construcción de la noción de

lo periódico en los estudiantes. Por tanto, el interés de la investigación es el uso de la tecnología en el aula de clase y el hecho que la predicción es un elemento fundamental para la construcción de lo periódico, basándose en la epistemología planteada por Gabriela Buendía, que se encuentra dentro de la aproximación socioepistemológica a la investigación en matemática educativa.

Para poner a prueba el efecto que tiene la tecnología en la construcción de argumentos, los autores diseñaron situaciones de enseñanza en las cuales se incorporaron elementos de tipo tecnológico (sensores de movimiento, transductores y calculadoras con capacidad grafica), buscando que los estudiantes puedan tender un puente solido entre un particular fenómeno y la gráfica que genera este fenómeno en una calculadora.

Por tanto, de acuerdo con los resultados, los autores concluyeron que la incorporación de elementos tecnológicos demuestra que es posible que los estudiantes tiendan un puente entre la situación de movimiento y su equivalente gráfico, generado por la simulación hecha en la calculadora. Se encontró suficiente evidencia para afirmar que los participantes identificaron una unidad de análisis que les permitió construir, de manera adecuada, el procedimiento esperado para poder predecir.

1.5. La Enseñanza de lo Periódico en la Formación para el Trabajo

Al realizar una revisión sobre investigaciones en educación desde el contexto de la formación para el trabajo y, en especial, sobre la enseñanza de las matemáticas, se encuentra que son muy pocas en Colombia, específicamente sobre la enseñanza y el aprendizaje de lo periódico. Las investigaciones son escasas, sin embargo, se encuentran algunos artículos y conferencias que permiten evidenciar la importancia de realizar investigaciones que den cuenta del cómo se puede desarrollar procesos de significación de lo periódico en un aula de educación no formal o de

formación técnica, como un elemento fundamental para el desarrollo de competencias laborales, que proporcionan las habilidades necesarias para que el estudiante, futuro trabajador, se pueda enfrentar al desafío y la responsabilidad de ser productivo (Peña, 2017).

En primer lugar, en el artículo *Los usos del conocimiento matemático fuera de la escuela* (Hernández & Buendía, 2013), los autores analizan el uso del saber matemático fuera de la escuela, dando cuenta de cómo un grupo de personas que trabajan en el Centro Interactivo de Ciencia y Tecnología de Zacatecas (Zigzag) construyen conocimiento matemático, especialmente el significado de periódico, al ponerlos a interactuar intencionalmente con un fenómeno de naturaleza periódica como es el movimiento de los satélites de Júpiter. A partir de ello dan explicación de cómo se usa lo periódico, a través de sus diferentes formas y funcionamientos, en un escenario de educación no formal basándose en la socioepistemología de la periodicidad, para el diseño de la actividad. En la investigación se obtienen resultados como: La forma de uso de lo periódico se manifiesta cuando el experto detecta visualmente un comportamiento regular en el objeto, por encima de la definición rigurosa de lo periódico; la forma de uso de lo periódico se manifiesta a través de la identificación de un patrón repetitivo; se identifica la unidad de análisis al momento de identificar el patrón y dónde está; se resignifica cuando el comportamiento repetitivo presenta alguna alteración y, por último, el individuo (experto) a partir del conocimiento previo que tiene sobre la situación, plantea estrategias para dar respuesta a lo que se solicite mientras se da el análisis de la situación.

En la conferencia *La formación laboral como una fuente de inspiración para la educación matemática escolar* (Acosta, 2016), el investigador a partir de la experiencia vivida mientras trabajaba con el SENA, planteó la siguiente pregunta: ¿cómo el campo de la formación y desempeño laboral (técnico-vocacional) puede jugar un papel fundamental en las matemáticas

escolares? Para ello planteo, que dicho campo de formación laboral provee una riqueza de situaciones, que pueden ser llevadas al aula de clases de educación formal. En la conferencia, presenta ejemplos concretos que ilustran la afirmación anterior, a partir de un estudio sobre competencias matemáticas en Colombia, para concluir, que hay poca información sobre cómo las situaciones del campo para la formación y desempeño laboral pueden llegar al aula de clases, para favorecer las matemáticas escolares. Lo anterior, tiene implicaciones para la educación media, ya que lo que viven los estudiantes en su realidad es distinto a lo que se plantea en el currículo escolar.

Lo anterior, se puede apoyar con el artículo, *Propuesta pedagógica: Matemáticas en contexto (Borja, 2017)*, donde el autor socializa la propuesta trabajada con aprendices SENA del Centro de Electricidad, Electrónica y Telecomunicaciones de la Regional del Distrito Capital, en la que se plantean estrategias didácticas basadas en la *Teoría de las situaciones didácticas* de Guy Brousseau, donde se busca que el aprendiz construya su conocimiento, a partir de su interés personal, al involucrarse en la solución de una situación problema, enmarcada en el contexto laboral, para así apropiarse de los conceptos matemáticos aplicados. Lo anterior tiene sustento en la idea de que las situaciones cercanas al aprendiz favorecen el fortalecimiento de habilidades para leer, interpretar, formular y solucionar situaciones en diferentes contextos. En el artículo, se plantea una situación didáctica basada en el modelo pedagógico en competencias que desarrolla el SENA, en donde se debe dar solución a un ejercicio teórico – práctico y poner a prueba los conocimientos adquiridos en el programa técnico en el que se encuentra el aprendiz, así como los saberes matemáticos que este tenga. De los resultados obtenidos en la investigación, el autor concluye que el ejercicio teórico – práctico que se desarrolla en la formación que imparte el SENA, ofrece uno de los mejores escenarios para aprender y enseñar matemáticas, dada la existencia de contextos reales que permiten ver cómo la teoría se desplaza a la práctica.

Se comprende, entonces, que surjan propuestas didácticas como la que se plantea en el artículo, *Competencias matemáticas en la producción bovina (Chavarro, 2017)*, donde el autor presenta la aplicación de una estrategia didáctica para el aprendizaje de los conceptos relacionados con los cuerpos geométricos, al desarrollar la actividad de caracterización de una unidad bovina por parte de aprendices SENA de la Tecnología en producción pecuaria del Centro de Formación Agroindustrial de la Regional Huila. La caracterización se hace mediante el desarrollo de una secuencia didáctica, durante siete semanas, en la cual se solicitó a los aprendices realizar un ejercicio de diagnóstico, para identificar cómo abordar la situación, conformación de equipos de trabajo y asignación de roles, trabajo de campo donde los aprendices realizaban mediciones, cálculos de las magnitudes solicitadas (volumen, área), y la realización de un reporte escrito del trabajo realizado.

De la experiencia obtenida, el autor pudo concluir que existió una mejora en los conocimientos matemáticos de los aprendices, puesto que fueron capaces de abstraer y representar los conceptos básicos matemáticos a partir de la geometría hallada. Se plantea que el éxito residió en el trabajo sobre una situación contextualizada, que les permitió a los aprendices ubicarse en un contexto social y real para ellos.

Y por último, en el artículo *El currículo en matemáticas como medio para la construcción de competencias laborales: El caso de los estudiantes de la Institución Educativa Distrital Pablo Neruda en Fontibón (Peña, 2017)*, el autor hace una revisión curricular del plan de estudios en matemáticas de la IED Pablo Neruda en los grados 10° y 11° para establecer su relación con la educación para el trabajo, bajo el supuesto de que es necesario plantear un currículo en matemáticas, cuyos saberes se enfoquen o introduzcan con un énfasis laboral que permita al estudiante desarrollar las habilidades necesarias para desempeñarse en un contexto laboral,

solicitado por egresados de la IED, según sus experiencias y vivencias en lo laboral. Para ello, el autor realizó una revisión del currículo actual en matemáticas de la institución Pablo Neruda y una recolección de datos acerca del currículo en matemáticas, que condensó en un análisis documental que incluye temas como, educación para el trabajo, currículo y marco legal. Para concluir que, la propuesta curricular en matemáticas de la IED es tradicional y que no tiene relación con la educación para el trabajo, por lo que propone que se deben implementar cambios al currículo, donde se implementen estrategias y saberes con énfasis laboral que promuevan la formación para el trabajo y, así, ayudar a mejorar las condiciones de los estudiantes para desempeñarse laboralmente o para facilitar el proceso de estar laboralmente activos.

Como conclusión, después de la revisión de las investigaciones realizadas en los cinco grupos, según la clasificación dada al inicio del capítulo puede decirse que:

1. Es necesario rediseñar el discurso de la matemática escolar, al buscar la problematización del saber, de tal manera que surja de las prácticas sociales que se den en el aula, donde la argumentación sea el pilar de la construcción del saber.
2. Se deben pensar nuevos espacios en el aula, donde el docente descentralice su práctica didáctica en el objeto matemático y se centre en la problematización del saber, especialmente el saber relacionado a la noción de variación, para así propiciar en el estudiante un desarrollo del pensamiento variacional.
3. Es necesario pensar, diseñar y desarrollar estrategias didácticas que promuevan la significación de lo periódico, a partir de una visión socioepistemológica, donde se promuevan y faciliten las prácticas de predicción que favorecen la significación de la periodicidad.

4. Desde los lineamientos y estándares curriculares planteados por el MEN, lo periódico se reconoce como una cualidad de las funciones Seno y Coseno, algo que desde la visión socioepistemológica es criticado, porque esta concibe lo periódico como un significado que surge desde las prácticas sociales asociadas al estudio de patrones y a la predicción como práctica social.
5. En las prácticas de aula lo periódico siempre se encuentra asociado al análisis de las funciones trigonométricas, dejando de lado posibilidades de analizar fenómenos que describen variación periódica y promueven la significación de lo periódico en el estudiante.
6. El contexto de formación técnica laboral provee una riqueza de situaciones que se pueden transferir al entorno matemático escolar, favoreciendo los procesos de aprendizaje y el desarrollo de significación de conceptos matemáticos en los estudiantes, permitiéndoles tener una visión más cercana a su realidad de las matemáticas.

2. Planteamiento del Problema

La problemática de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas ha sido objeto de estudio de una gran cantidad de investigaciones tanto a nivel nacional como internacional, lo que ha permitido construir un gran cuerpo de conocimientos sobre la inconveniencia de continuar con la perspectiva curricular tradicional, fundamentada en una visión formal del conocimiento matemático y prácticas directivas de enseñanza que ponen el énfasis en la transmisión de algoritmos y su aplicación en ejercicios. Alternativo a ello, se han propuesto, diseñado, experimentado y validado propuestas curriculares centradas en el aprendizaje, por ejemplo, la propuesta curricular basada en las situaciones problema (MEN, 1998, 2006) a fin de potenciar el aprendizaje significativo y autónomo.

Sin embargo, los métodos de enseñanza de las matemáticas en el aula de clases aún las presentan como una disciplina formal, un cuerpo estructurado de conocimientos conformado por objetos matemáticos, sus relaciones y criterios de validación en un marco axiomático - deductivo, cuya exposición en el aula está basada en la transmisión de conocimientos descontextualizados e improductivos, tanto desde lo cognitivo, como desde su utilidad en diferentes ámbitos de la vida, que parte del supuesto implícito que el estudiante se apropia de dichos conocimientos sólo con la presentación de la definición formal del objeto matemático. Esto tiene como consecuencia la desmotivación por el aprendizaje de las matemáticas, y en muchas ocasiones, implica bajos resultados en el rendimiento matemático del estudiante (Moreno & Waldegg, 1992; Alsina & Domingo, 2007; Beyer, 2013, Cantoral, Reyes & Montiel, 2014).

Lo anterior, lleva a considerar que la enseñanza de las matemáticas debe continuar repensándose, con la finalidad de que se generen nuevas prácticas de aula, en las que se busque que el aprendizaje no se centre únicamente en la adquisición de conceptos y procedimientos sino,

principalmente, en la apropiación de las prácticas matemáticas asociadas a él, de tal manera que el estudiante, al momento de solucionar un problema o situación matemática, logre dar una variedad de significados, tanto a los objetos matemáticos, como a sus usos en las prácticas sociales presentes en la actividad humana, tal y como lo plantea Berini & otros (2010):

La educación matemática, que no puede clasificarse como de ciencias o de letras, debe capacitar a toda la población para comprender el significado de lo que hacemos o escribimos cuando utilizamos números, y de la coherencia del resultado obtenido cuando lo referimos a una situación o a un problema concreto (lo que no hace la calculadora). (p. 17)

Lo que sostiene la presente investigación es que la dificultad de la enseñanza de las matemáticas se enmarca en el escaso significado que el estudiante asigna a *lo periódico*, como una propiedad que se despliega en la práctica de la predicción (Buendía, 2008), al momento de solucionar problemas relacionados con la variación periódica. Esta problemática se presenta en la propuesta curricular de la IED antes mencionada, concordante con las prácticas denominadas tradicionales, puesto que en dicha propuesta, la variación periódica se enseña asociada, generalmente, a las funciones trigonométricas seno y coseno, las cuales, en el trabajo de aula, se abordan centradas en el estudio y aplicación de fórmulas o análisis de curvas (presentación formal), que muchas veces dejan por fuera el análisis de fenómenos periódicos, perdiendo sentido la resolución de problemas relacionados con fenómenos de variación periódica (Buendía, 2005, 2006, 2010, 2011; Montiel, 2013).

Gabriela Buendía (2005) en el artículo, ya citado “*Prediction and the periodic aspect as generators of knowledge in a social practice framework. A socioepistemological study*”, plantea que muchos estudiantes presentan una dificultad al aplicar la propiedad de periodicidad, si esta se

presenta de forma analítica, más si esta se les presenta alguna, por medio de una gráfica de movimiento asociada a una situación de tipo periódica, pueden plantear algunos teoremas factuales que los ayudan a dar una interpretación de lo periódico. Sin embargo, en muchos casos asocian dicho comportamiento como una propiedad de la función seno, trasladando dicha interpretación a toda aquella gráfica que presenta una similitud a la gráfica de la función seno. Este hecho da como resultado que los estudiantes, ante una situación de variación periódica o un fenómeno periódico, no identifiquen la propiedad de periodicidad como independiente de la función seno $f(x) = \text{sen}(x)$. La autora presenta, como un ejemplo de este comportamiento, el error que los estudiantes presentan cuando afirman que la $f(x) = x + \text{sen}(x)$ es periódica porque contiene la expresión $\text{sen}(x)$ o también, cuando se les presenta una gráfica de una función no periódica con comportamiento similar a las funciones trigonométricas (seno o coseno), ya que asumen que todo aquello que no presente un comportamiento similar a la función seno no se debe considerar como un comportamiento periódico.

Autores como Buendía & Montiel (2009) plantean que la enseñanza de las funciones trigonométricas no debe abordarse desde la generalidad del objeto matemático, sino ligada al contexto sociocultural del cual emerge, esto es, como un conocimiento situado. Este planteamiento, aplicado a la enseñanza de lo periódico, expone que, aprenderlo, conlleva a entender que lo periódico surge de las prácticas sociales de reconocimiento de la propiedad de periodicidad de situaciones variacionales de la realidad, lo cual le puede permitir al estudiante resignificar o ampliar la base de significados de lo periódico y, pasar de un proceso de construcción de conocimiento matemático descontextualizado a otro, donde la argumentación constituye una herramienta para la reconstrucción continua del mismo, y así, favorecer el tránsito entre dominios del saber, para construir un conocimiento funcional y articulado (Buendía, 2005, 2011).

Por tanto, desde la experiencia personal del investigador y tomando en consideración los resultados de las pruebas saber 11 en del colegio MANUEL DEL SOCORRO RODRIGUEZ IED y los planes de estudio desarrollados en el área de matemáticas, especialmente en el nivel de media, se puede vislumbrar que las dificultades en el aprendizaje de la propiedad de la periodicidad de las situaciones de variación periódica, como se mencionó anteriormente, lleven al estudiante por un camino de conceptualización matemático descontextualizado, que genera en él desdén y desmotivación por el aprendizaje de esta disciplina, y que se traducen en bajos desempeños en el área y poca aprehensión del conocimiento matemático escolar.

Por consiguiente, teniendo en cuenta las consideraciones anteriores es necesario que se realice una experiencia donde la construcción de la propiedad de periodicidad de funciones se dé a partir de la participación en prácticas sociales inmersas en la actividad humana, especialmente la práctica de la predicción. Se establecen los siguientes interrogantes sobre lo periódico, su enseñanza y su aprendizaje:

¿Cuáles son las estrategias variacionales que utilizan los estudiantes para resolver situaciones de variación periódica en las que se favorece la práctica de la predicción?

¿Cómo el estudiante concibe y da significado a lo periódico?

¿Cuáles son los tipos de estrategias de predicción que usan los estudiantes al momento de enfrentarse a situaciones variacionales que favorecen la práctica de predicción?

Las que para el caso particular de la investigación cuyo grupo de estudio son los estudiantes de grado once de la IED Manuel del Socorro, que presenta un proceso de articulación con el SENA, en donde se presta una formación técnico laboral, mediante el Técnico en mantenimiento de automatismos industriales, nos llevaría a plantear como pregunta problematizadora:

¿Qué estrategias variacionales utilizan los estudiantes de media para el reconocimiento de lo periódico, que se encuentran en formación técnico laboral, al momento de resolver situaciones de tipo variacional que favorecen las prácticas de predicción?

3. Justificación de la investigación

Con este trabajo, se busca contribuir a la formación de los estudiantes, aportando información que favorezca a la creación de nuevas prácticas educativas, a través de un enfoque socioepistemológico que ayude a reorganizar la matemática escolar, para apostarle al reconocimiento de la naturaleza del conocimiento matemático, como una construcción social que surge de las practicas humanas, más que una construcción rígida y acabada y que se transmite de manera poco contextualizada en el aula. Esto implica experimentar y proponer nuevas formas de enseñanza de objetos matemáticos, que no estén centradas en el desarrollo de procedimientos y habilidades de cálculo alrededor de dicho objeto, sino en las prácticas sociales en las cuales emerge para posibilitar nuevos significados o significados más ricos y conectados.

De ahí que esta investigación busque aportar información sobre la construcción de la noción de lo periódico, que favorezca la creación de nuevas formas de enseñanza que promuevan en los estudiantes nuevas significaciones de lo periódico y la periodicidad, dando cuenta de las estrategias variacionales puestas en juego al momento de resolver situaciones de tipo variacional que favorezcan la práctica de predicción, para, de esta manera, describir cómo se da el reconocimiento de lo periódico en el estudiante. Lo anterior, estudiado desde la visión socioepistemológica, que posibilitará ver nuevos marcos de referencia para abordar el conocimiento matemático, donde las prácticas sociales, como una variable didáctica, favorecen el tránsito entre dominios del saber para construir conocimiento funcional y articulado. (Buendía & Cordero, 2005; Buendía, 2013; Buendía, 2005).

Dichos marcos de referencia constituyen un aporte a la creación de nuevas propuestas curriculares (en el ámbito escolar o técnico laboral), que brinden al docente herramientas para

facilitar el aprendizaje de conocimientos matemáticos, en especial el de comportamiento sobre lo periódico de una función y la periodicidad.

Por lo anterior, es relevante la utilidad que puede tener esta investigación para tratar de reconocer cómo se da la construcción situada de la periodicidad en los estudiantes, identificando las estrategias variacionales que son indispensables para llevar a cabo la práctica de la predicción con la cual podrán significar lo periódico. La investigación aporta, así, a determinar nuevas formas de abordar la enseñanza de lo periódico en el aula de clases y a identificar otras posibilidades de la práctica docente que no sólo sean de interés para la educación secundaria, sino también para la primaria y para el ámbito educativo de lo técnico laboral.

4. Objetivos

4.1. Objetivo General

Identificar las estrategias variacionales que utilizan los estudiantes de la especialidad Técnico en Mantenimiento de Automatismos Industriales en la IED Manuel del Socorro, para dar significado a lo periódico, al momento de dar solución a situaciones variacionales en las que se favorece la práctica de la predicción, en el contexto técnico laboral relacionado con la especialidad.

4.2. Objetivos específicos

- Diseñar y aplicar situaciones variacionales con fenómenos de variación periódica que se encuentren en el contexto técnico laboral del estudiante.
- Identificar los procedimientos de predicción que los estudiantes usan para dar significado a lo periódico, que surgen del uso de las estrategias variacionales.
- Identificar como se da la noción de lo periódico en los estudiantes, en formación técnico laboral, al momento de resolver situaciones variacionales.

5. Marco Teórico – Conceptual

5.1. Teoría socioepistemológica de la Matemática Educativa

Desde hace algunos años han surgido cambios teóricos en la investigación sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas influenciados por enfoques socioculturales tales como: Etnomatemática, Educación matemática crítica y Socioepistemología de la Matemática Educativa (Artigue, 2013), que plantean la construcción del saber matemático a partir de las prácticas sociales, culturales y políticas que realiza el ser humano en su actividad de construir conocimiento..

La Teoría de la Socioepistemología de la Matemática Educativa, nace en la escuela mexicana de Matemática Educativa adscrita al CINVESTAV en la Ciudad de México, a finales de los ochenta, extendiéndose por Latinoamérica con el objetivo de aportar a la exploración de formas de pensamiento matemático, fuera y dentro de la escuela (Cantoral, 2016; Cantoral, Montiel y Reyes-Gasperini, 2015), es por ello que algunos consideran esta teoría como una epistemología del sur, con la pretensión de dar identidad a investigaciones desde y para Latinoamérica tal como lo dice Silva–Crocci & Cordero, (2012) citado por Cantoral, Reyes & Montiel (2014).

Cantoral, Reyes & Montiel (2014) definen esta teoría como: *“La que se ocupa del estudio de fenómenos didácticos ligados al saber matemático asumiendo la legitimidad de toda forma de saber, sea este popular, técnico o culto, pues considera que ellas, en su conjunto, constituyen la sabiduría humana.”* (p. 91)

Así, el enfoque socioepistemológico se caracteriza por explicar la construcción social del conocimiento matemático y su difusión institucional, donde su principal preocupación es entender

cómo se da la construcción del saber matemático, sea este de cualquier tipo (técnico, popular o culto) y como se difunde.

Ahora bien, en la teoría socioepistemológica, como lo plantean Cantoral, Reyes & Montiel (2014), Cantoral (2016), y Cantoral, Montiel & Reyes-Gasparini (2015), se considera al saber cómo construcción social, que se construye, reconstruye, significa y resignifica, mediante procesos deliberativos, altamente sofisticados y de carácter social, que producen interacciones, explícitas o implícitas, entre mente, conocimiento y cultura. Esto quiere decir, que se establece una relación entre la naturaleza del conocimiento que el ser humano produce con las actividades humanas en las cuales, y por las cuales, dicho conocimiento es producido, es decir, que el saber se construye a través de la problematización de este, cuando entra en juego en el contexto social, cultural e histórico. De ahí que, desde la perspectiva de la teoría socioepistemológica, el conocimiento matemático, como parte de la cultura humana, tiene su origen y función social asociados a un conjunto de prácticas socialmente valoradas y normadas (Cantoral, 2016; Cantoral, Montiel & Reyes-Gasparini, 2015; Cantoral, Reyes & Montiel, 2014).

Esto es así, porque las matemáticas, como lo plantean Cantoral, Reyes & Montiel (2014), Cantoral (2016), y Cantoral, Montiel & Reyes-Gasparini (2015), se consideran parte esencial de la cultura, donde estas surgen del entorno vivo que se crea fuera del aula, pero se recrea dentro de ella. Estas, no se inventaron para ser enseñadas y, sin embargo, se enseñan y se las usa en distintos espacios, viviendo a través de las acciones de toda actividad humana, ya que están presentes en las prácticas cotidianas de todos los seres humanos cuando clasifican, predicen, narran, comparan, transforman, estiman, ajustan, distribuyen, representan, construyen, interpretan, justifican, localizan, diseñan, juegan, explican, cuentan o miden.

Por tanto, la enseñanza de las matemáticas se debe situar en escenarios sociales y culturales específicos, lo que exige enfoques de enseñanza alternativos que partan de la realidad de quien aprende y de los contextos de su enseñanza (Cantoral, 2016) y, por ello, el objetivo mayor que se plantea la Socioepistemología es la democratización del aprendizaje en matemáticas. Esto quiere decir, que los estudiantes disfruten y participen de la cultura matemática enraizada en sus propias vidas. (Cantoral, Reyes & Montiel, 2014).

En consecuencia, como lo plantean Cantoral, Reyes & Montiel (2014), se considera el aprendizaje como un proceso complejo de significación compartida que ocurre en contextos específicos y situado en el desarrollo de prácticas socialmente compartidas en el mundo de las experiencias del estudiante, dentro y fuera del aula y a lo largo de todas las actividades de su vida diaria. Donde se entiende al estudiante como un sujeto individual o colectivo, al docente como individuo o institución escolar personificada y al saber (popular, técnico o culto) como sabiduría.

Por consiguiente, lo didáctico en este enfoque socioepistemológico, no debe restringirse al ámbito escolar, sino que debe salir a contextos externos donde se generen situaciones de aprendizaje que incorporen dimensiones socioculturales, que permitan dar sentido a aquello que originó al conocimiento matemático, y que contribuyan a que sea resignificado por quienes lo utilicen. Por tanto, el docente no sólo debe discutir cómo enseñar, sino qué enseñar, a quién enseñar y cuándo enseñar, sino que debe tomar como saber teórico de referencia a la Matemática Educativa, no en el sentido de contenidos curriculares, sino en el sentido de las prácticas sociales, buscando ampliar las ideas de aula, saber y sociedad, y acepte que se requiere incorporar en la matemática educativa una cuarta dimensión: la dimensión “social y cultural” (Cantoral, Reyes & Montiel, 2014; Cantoral, Montiel & Reyes-Gasperini, 2015).

Por lo anterior, Cantoral (2013) citado por Cantoral, Reyes & Montiel (2014) propone el siguiente esquema didáctico tomando como referencia la Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa:

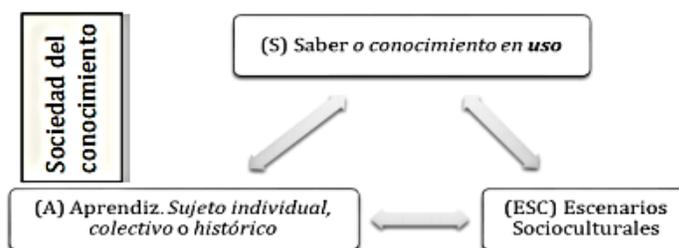


Figura 1. Triángulo Didáctico de la Socioepistemología. Tomado de Cantoral, Reyes & Montiel, 2014, p. 107.

Una propuesta de intervención didáctica alternativa para el campo de las matemáticas escolares basadas en la Socioepistemología considerando la triada: El aula extendida (escenarios socioculturales en los cuales el estudiante se desenvuelve), y el aprendizaje situacional, que se da a partir del desarrollo de actividades de aprendizaje planeadas por el docente, donde no solo se tenga en cuenta los contenidos a enseñar, sino el contexto social y cultural con lo que se propicie el estudiante pueda dar significado al objeto matemático formal (y a sus procesos asociados), a partir de su uso situado en una actividad práctica situada y contextualizada. (Cantoral, Reyes & Montiel, 2014).

Por lo expuesto hasta aquí, se puede comprender que la Teoría de la Socioepistemología de la Matemática Educativa esté conformada por cuatro dimensiones: Epistemológica, didáctica, cognitiva y socio-cultural (Cantoral, 2016) y descansa en cuatro principios fundamentales, descritos en la **Tabla 1**, que no presentan secuencialidad lineal, sino forman una red nodal como lo afirman sus representantes (Cantoral, 2011; Cantoral, Reyes & Montiel, 2014).

Tabla 1
Descripción principios fundamentales de la Sociepistemología.

<i>Principio</i>	<i>Descripción</i>
Principio de la racionalidad contextualizada	Este principio alude a que la relación del sujeto al saber es una función del contexto, enunciando que la racionalidad con la que se actúa depende del contexto en el que el individuo se encuentre en un momento y lugar determinado. (Espinoza, 2009 citado por Cantoral, Reyes & Montiel, 2014). Bajo este principio se entiende que la construcción del conocimiento es un producto sociocultural, es decir, “representativo de la sociedad en la que se gesta” (Cantoral, Reyes & Montiel, 2014).
Principio del relativismo epistemológico	Este principio enuncia que el saber es, de hecho, una multitud de saberes con verdades relativas. Por tanto, desde el ámbito educativo se debe propiciar situaciones de aprendizaje que privilegien la diversidad de las argumentaciones, considerando la matemática como la herramienta que ayuda a la toma de decisiones, donde la respuesta depende de la interpretación y argumentación del estudiante, donde esta última se considera válida si es coherente con su racionalidad. Entendiendo que la validez del saber es relativa al individuo y grupo (contextual), aceptando que aunque las argumentaciones sean erradas en ellas existe un pensamiento matemático que debe ser estudiado y considerado, para de allí, desarrollar el pensamiento matemático y construir conocimiento (Cantoral, Reyes & Montiel, 2014).
Principio de la resignificación progresiva o de la apropiación situada	Este principio basado en la epistemología genética que enuncia que la acción es la base del desarrollo del conocimiento, entendiéndose que de la acción del sujeto sobre el objeto se derivan los significados construidos. Los cuales, puestos en funcionamiento en situaciones nuevas y, bajo el mismo esquema constructivo, se resignifican, produciendo conocimientos. De modo que el significado dependerá en gran medida del escenario contextual donde se produce la acción. Esta dinámica de significación se denomina resignificación progresiva y está en la base misma del desarrollo del pensamiento (Cantoral, Reyes & Montiel, 2014).
Principio normativo de la práctica social	La Sociepistemología considera a las prácticas sociales como la base del conocimiento, en la medida en que son el sustento y la orientación para llevar a cabo una construcción social del conocimiento matemático. Concibiéndose como normativa de la actividad humana, más que como una actividad humana reflexiva o la reflexión sobre una práctica (la praxis). La práctica social no es lo que hace en sí el individuo o el grupo, sino aquello que les hace hacer lo que hacen, aún sin adquirir conciencia de sus acciones. La práctica social es un emergente social con nuevas funciones de tipo normativo, identitario, pragmático y discursivo-reflexivo (Cantoral, 2002; Cantoral, Farfán, Lezama & Martínez, 2006 citados por Cantoral, Reyes & Montiel, 2014; Cantoral, Montiel & Reyes-Gasparini, 2015; Cantoral, 2016). Las prácticas sociales son la base y orientación en los procesos de construcción del conocimiento, se constituyen, por así decirlo, como las generadoras del conocimiento. Es decir, la práctica social no es la matemática en sí, sino la normativa que la hace constituirse como saber institucional. Donde la norma es en sí misma un emergente social que regula el desarrollo colectivo. (Cantoral, Reyes & Montiel, 2014; Cantoral, Montiel & Reyes-Gasparini, 2015)

Fuente: Cantoral, Reyes & Montiel, 2014, 2015; Cantoral, 2002, 2016.

Por tanto, como lo mencionan Cantoral, Montiel & Reyes-Gasperini (2015), la Socioepistemología postula que para atender la complejidad de la naturaleza del saber matemático y su funcionamiento a nivel cognitivo, didáctico, epistemológico y social, se debe problematizar al saber situándolo en el entorno de la vida del aprendiz, lo que exige del rediseño del discurso Matemático Escolar con base en prácticas sociales.

5.2. El pensamiento y lenguaje variacional

Tanto los Lineamientos curriculares (MEN, 1998), como los Estándares Básicos de Competencia (MEN, 2006) incluyen el pensamiento variacional como uno de los componentes del pensamiento matemático escolar. En el primer documento, este tipo de pensamiento es ubicado en

(...)el dominio de un campo conceptual, que involucra conceptos y procedimientos interestructurados y vinculados que permitan analizar, organizar y modelar matemáticamente situaciones y problemas tanto de la actividad práctica del hombre, como de las ciencias y las propiamente matemáticas donde la variación se encuentre como sustrato de ellas”. (MEN, 1998, p.49). Mientras en el segundo se le asocia con “el reconocimiento, la percepción, la identificación y la caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos, así con su descripción, modelación y representación en distintos sistemas o registros semióticos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraicos (p. 66).

Esta forma de aproximación a la caracterización del pensamiento variacional pone de manifiesto la importancia de abordar la modelación de situaciones de variación y cambio como un camino conveniente para el desarrollo de los procesos de pensamiento matemáticos ligados al álgebra, las funciones y el cálculo. De manera general, en estos dos documentos se plantea que el

desarrollo de este pensamiento debe comenzar con el estudio de las regularidades para dar paso al estudio de los patrones, el análisis de fenómenos de variación y, por consiguiente, de diferentes tipos de variación a saber: directa e inversa- una variable de incrementa, la otra también en una razón constante- generalmente modelados por funciones lineales; variación acelerada-una variable se incrementa uniformemente y una segunda se incrementa en razón creciente- generalmente modelados por funciones cuadráticas; variación cíclica –una variable se incrementa uniformemente, la otra crece o decrece en cierto ciclo que se repite- generalmente modelados por funciones periódicas; entre otras.

Así, se propone que la aproximación al estudio de la variación en la educación media se direcciona por el siguiente estándar: “Modelo situaciones de variación periódica con funciones trigonométrica e interpreto y utilizo sus derivadas”, enunciado que coloca el énfasis en el proceso de modelación de situaciones en las que se presenta la variación periódica, con un marcado énfasis en los fenómenos modelados por las funciones seno y coseno, sugiriendo además que las tareas propuestas se centren en aspectos relevantes relacionados con examinar respuestas a las siguientes preguntas: ¿qué cambia? ¿cómo cambia?, ¿cuánto cambia?, muy relacionadas con el concepto de función y con las transformaciones y conversiones entre sus distintas representaciones, verbal, icónica, gráfica, simbólica.

De otro lado, autores como Vasco (2006) y Cantoral, Molina y Sánchez (2005) destacan en sus aproximaciones a la caracterización del pensamiento variacional, el tratamiento matemático de la variación y el cambio subrayando el componente dinámico, así Vasco lo describe como “*una manera de pensar dinámica, que intenta producir mentalmente sistemas que relacionen sus variables internas de tal manera que covaríen en forma semejante a los patrones de covariación de cantidades de la misma o distintas magnitudes en los subprocesos recortados de la realidad*”

(p.70) mientras que Cantoral, Molina, y Sánchez (2005) indican que este pensamiento “*trata sobre las relaciones entre la matemática de la variación y el cambio, por un lado, y de los procesos complejos del pensamiento por otro*” (p. 185). Ambos autores señalan el estudio de conceptos como variable, función, razón de cambio, derivada e integral, de los comportamientos como el crecimiento o decrecimiento, la caracterización de los intervalos en los cuales las funciones son positivas o negativas, entre otros, como algunos de sus componentes.

A pesar de las coincidencias también se encuentran algunas diferencias, entre estos autores. Señalamos, en concordancia con el interés de esta investigación, los planteamientos que desde la Socioepistemología hacen autores como Caballero y Cantoral (2013), quienes definen el Pensamiento y Lenguaje Variacional (PyLVAR) como una línea de investigación y “*una forma de pensamiento, que se caracteriza por proponer el estudio de situaciones y fenómenos en los que se ve involucrado el cambio, y donde la necesidad de predecir estados futuros motiva el estudio y análisis de la variación*” (p. 1197). Para caracterizar la forma en que se desarrolla este pensamiento especifican los siguientes elementos, los cuales van a ser utilizados en el diseño de actividades de clase y en el marco de las investigaciones que en este campo realizan. Los elementos considerados son: situación variacional, argumentos variacionales, códigos variacionales, Estructura Variacional Específica, Estrategias variacionales y Tareas variacionales. Las estrategias variacionales definidas son: comparación, seriación, predicción y estimación, mientras que las tareas variacionales están clasificadas como: tabulación como variación numérica, análisis de datos en tablas numéricas. Análisis gráfico con la variación como punto de referencia.

Los autores definen los elementos que conforman el PyLVAR, como se describen en la **Tabla 2.**

Tabla 2
Descripción Elementos del Pensamiento y Lenguaje Variacional

<i>Elemento del PyLVAR</i>	<i>Descripción</i>
Situación variacional (SV)	Conjunto de problemas cuyos tratamientos demandan la puesta en juego de estrategias variacionales y que requieren establecer puntos de análisis entre diversos estados del cambio. No basta saber que algo está cambiando, es necesario conocer el crecimiento relativo del fenómeno en cuestión, analizando cuánto y cómo cambia sus variables. Se considera que una situación no es variacional, si se puede resolver empleando proceso algorítmico que lleve a una respuesta sin la necesidad de analizar y cuantificar los cambios en las variables.
Argumentos variacionales (AV)	Son argumentos que recurren al análisis del cambio y de su cuantificación, y que son utilizados por las personas cuando hacen uso de “maniobras, ideas, técnicas, o explicaciones que de alguna manera reflejan y expresan el reconocimiento cuantitativo y cualitativo del cambio en el sistema u objeto que se está estudiando” Estos argumentos son los que permiten dar explicación a las SV expresando un entendimiento de los procesos de variación involucrados en dicha situación. (Cantoral, 2000, pp. 54).
Códigos Variacionales (CV)	Consisten en la expresión oral o escrita del cambio y la variación, y que son articulados para generar los AV. Estos códigos pueden consistir en frases, dibujos, tablas o ademanes, que dan cuenta del análisis variacional que se realiza.
Estructura Variacional Específica (EstV)	Son herramientas, procesos y procedimientos especializados del ámbito matemático o científico (González, 1999), que funcionan como punto de apoyo para abordar y explicar el estudio del cambio y la variación en las SV. El uso de estos conocimientos en la situación permite a la persona tener un referente sobre el cual llevar a cabo el estudio de la variación del fenómeno, de manera que el tipo de análisis dependerá de la estructura en la cual se apoye la persona.
Estrategia Variacional (EV)	Consiste en una forma particular de razonar y actuar ante una SV, y que permite la generación de los AV que dan explicación a la situación. Asimismo, para el uso de las EV se recurre al uso de EstV para poder estudiar la variación. Algunas EV reconocidas son la Predicción (acción de poder anticipar un comportamiento, estado o valor, a nivel local, luego de realizar un análisis de la variación en estados previos), la Comparación (acción de establecer diferencias entre estados, lo que permite identificar si hubo un cambio y poder analizarlo con base en las características de esos cambios y su variación.), la Seriación (acción de analizar entre estados sucesivos y establecer relaciones entre ellos) y la Estimación (acción de proponer nuevos estados a corto plazo de manera global), aunque no se descarta la existencia de otras estrategias.
Tareas Variacionales (TV)	Consisten en actividades, acciones y ejecuciones dentro de una SV, que comparten similitudes en cuanto a sus objetivos y los contextos en que se desarrollan. Se caracterizan por el empleo de una o más EV dentro de un mismo contexto de análisis, que puede ser numérico, gráfico o analítico, lo que permite organizar el estudio de la variación en las SV en acciones y objetivos más específicos dentro de estos

contextos. Algunas de las TV identificadas son las siguientes: Análisis de datos en tablas numéricas, construcción de gráficas con la variación como punto de referencia y Análisis gráfico con la variación como punto de referencia.

Fuente: Caballero y Cantoral, 2013

En síntesis, el pensamiento variacional como componente del pensamiento matemático escolar, cuyo desarrollo se asocia al reconocimiento, percepción, identificación y caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos, involucrando conceptos y procedimientos interestructurados y vinculados que permitan analizar, organizar y modelar matemáticamente situaciones y problemas, a partir de los siguientes elementos que caracterizan el pensamiento variacional: Situación Variacional, Argumentos Variacionales, Códigos Variacionales, Estructura Variacional Específica, Estrategias Variacionales y Tareas Variacionales.

5.3. Lo periódico y la Socioepistemología de lo periódico.

El estudio de lo periódico siempre ha sido piedra angular en el desarrollo de la ciencia, como en la cultura Babilónica y Egipcia, donde existe evidencia de predicciones en el estudio del comportamiento de las estrellas y del cálculo de periodicidad de las lluvias para poder cultivar, lo que permite constatar el uso de lo periódico. Sin embargo, no fue sino hasta el siglo XVIII, (Buendía, 2013), que el concepto de periodicidad toma relevancia gracias al interés de modelar fenómenos periódicos asociados al tiempo. Sin embargo, muchos de estos fenómenos al ser modelados mediante las funciones trigonométricas (seno y coseno), llevaron concebir la periodicidad como un elemento más de estas, donde se generaliza que, si toda situación puede ser modelada mediante la función Seno o Coseno, dicha situación adquiere la cualidad de ser periódica. (Buendía & Cordero, 2005; Buendía, 2006; & Buendía, 2013)

Como lo menciona Buendía (2013), trabajos como los de Euler, donde se formalizan las funciones trigonométricas numéricamente y no desde la perspectiva geométrica, descritos en su

texto *Introductio in analysis infinitorum*, permitieron iniciar la discusión sobre propiedades de las funciones trigonométricas, en especial sobre la periodicidad. Euler, tal como afirman los autores citados, presenta a las funciones trigonométricas como trascendentes, donde se discuten varias de sus propiedades, como las fórmulas de adición y periodicidad y, se presenta el desarrollo de sus series respectivas. Buendía (2013), menciona que en la obra *Des Quantités transcendente qui naciente du cercle*, Euler establece “a los senos y cosenos de los arcos de un círculo como cantidades trascendentes” (Buendía, 2004, p. 54), dando origen a las funciones trascendentes, donde la propiedad periódica es usada para determinar los valores seno y coseno para los ángulos 0π , $1/2\pi$, π , $3/2\pi$ y 2π , lo que geoméricamente le permitió caracterizar el comportamiento repetitivo de lo que él denomina curvas trascendentes. (Buendía & Cordero, 2005; & Buendía, 2013)

Ahora bien, los primeros estudios de tipo analítico sobre funciones trigonométricas, como lo menciona Buendía (2013), estaban relacionados a fenómenos físicos de movimiento, como el movimiento de un resorte, la cuerda vibrante de Brook Taylor que fue una de las investigaciones más notables, que dio pauta para la discusión de lo periódico gracias a que la primera solución de la ecuación de onda que describe que el movimiento de la cuerda es una función de tipo periódico, la solución de ecuaciones diferenciales tales como $y = -kx$ y los trabajos de Euler enfocados al análisis del movimiento. En particular, aquellos enfocados a movimientos repetitivos o que presentan cierta regularidad en su comportamiento, dotaron a la física del movimiento de un tratamiento cada vez más analítico y fueron el punto de partida para que la periodicidad fuera extensivamente discutida, particularmente la periodicidad de las funciones (Buendía & Cordero, 2005; & Buendía, 2013).

En síntesis, los autores mencionados señalan que lo periódico en sus inicios siempre estuvo relacionado con el desarrollo de la ciencia, gracias a que algunos trabajos científicos siempre han mostrado interés por el estudio de comportamientos repetitivos, como es el caso de la física del movimiento, donde la periodicidad toma relevancia al momento de describir fenómenos de movimientos repetitivos y al momento de llevar dichas situaciones a descripciones de forma analítica. Sin embargo, lo periódico se seguía asociando por parte de la comunidad científica como una propiedad de aquellas funciones que presentaban patrones repetitivos y que se podían describir mediante el uso de las funciones trigonométricas, lo que llevó a la generalización de que aquellos fenómenos descritos mediante el uso de funciones como el Seno o Coseno se consideran del tipo periódico, despreciando cualquier otra que pudiera serlo.

Desde un enfoque socioepistemológico, la periodicidad está directamente relacionada con la actividad que realiza el humano al hacer matemáticas. Por tanto, se entiende lo periódico como una construcción humana que surge en el momento en que uno o varios individuos se enfrenten a resolver situaciones que lleven a la construcción de conocimiento matemático, especialmente situaciones que presenten comportamientos repetitivos o regularidades.

En consecuencia, se podría decir que la significación de lo periódico está relacionada con la capacidad que tiene el individuo de interpretar situaciones como fenómenos periódicos, lo cual se relaciona con la práctica social de predicción, donde esta relación periodicidad - predicción fundamenta la socioepistemología de lo periódico según Buendía (2013). Esta dualidad permite comprender que la existencia de la periodicidad está ligada a la realización de prácticas de predicción por parte de los individuos. De modo que, afirma la autora, la naturaleza de la periodicidad tiene que ver con caracterizar cierto tipo de repetición presente en un fenómeno, lo cual solo se da por medio de la práctica de predicción.

Por otra parte, la predicción como práctica social, considerada como una actividad de carácter intencional y social, resulta ser un argumento para construir lo periódico, ya que al predecir, se reconstruyen los significados asociados a la repetición de un movimiento, tal como lo plantea Buendía (2005). Por tanto, realizar una práctica de predicción por parte de un individuo le permite identificar a este lo que es o no periódico, entendiéndose la predicción como una herramienta para significar lo periódico, (Buendía & Cordero, 2002): “la predicción es una práctica social que permite generar conocimiento alrededor de lo periódico”.

Ahora bien, como lo plantean Cantoral (2001) y Cantoral & Molina (2005), la búsqueda de la predicción plantea el problema de determinar aquellas magnitudes que describen con exactitud suficiente el aspecto del fenómeno en un estado dado, para luego poder establecer una buena descripción de las leyes que gobiernan los cambios de dichas magnitudes. Por lo tanto, la predicción como una actividad racional permite determinar el estado futuro de un sistema, de un objeto o de un fenómeno con base en el estudio sistemático de las causas que lo generan y los efectos que produce.

En consecuencia, como lo plantea Buendía (2013), al realizar la práctica de predicción existe una búsqueda de alguna unidad de análisis fundamental para comparar estados futuros con estados presentes. Es decir, para poder desarrollar la práctica de predicción es necesario identificar aquellos elementos iniciales o estado inicial del fenómeno (caracterización local), con el fin de poder realizar predicciones en un instante posterior o anterior (global), reconociendo el comportamiento que presenta el fenómeno (Figura 2). Esto enmarca la actividad de predicción, como un modelo de predicción de tipo global que favorece el reconocimiento de lo periódico por parte del estudiante.

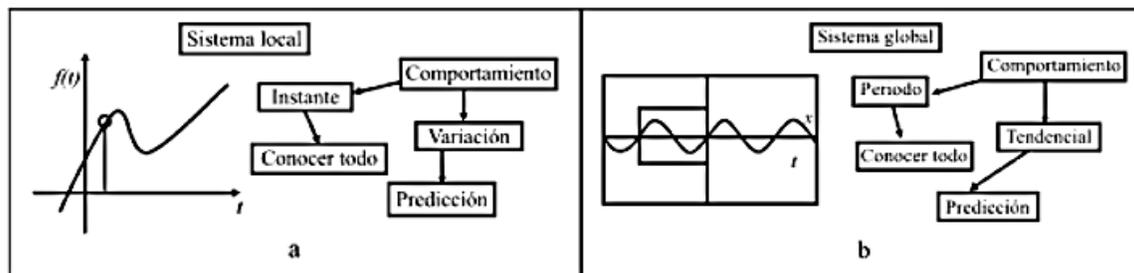


Figura 2. Modelo de predicción en las funciones periódicas (Local – Global). Tomado de Buendía 2013, p. 60.

Lo periódico adquiere sentido cuando los seres humanos se enfrentan a la tarea de hacer predicciones de una posición lejana que tendrá lugar sobre la gráfica del movimiento, dada una cierta información actual (local), lo cual favorece una distinción significativa de la repetición que presenta un movimiento. Es decir, a partir del reconocimiento del estado inicial (caracterización local) de la gráfica de movimiento que describa un fenómeno de periodicidad, el individuo podrá identificar su comportamiento (período), para así poder identificar una tendencia (global) y llevar a cabo la práctica de predicción (Buendía, 2013).

Por tanto, la periodicidad es una representación integral que está caracterizada por lo local y lo global en una relación dialéctica. Es decir, que se puede reconocer el comportamiento general de la situación a partir de la identificación de su estado inicial y a su vez se puede identificar el estado inicial de la situación por medio del reconocimiento de lo global, llevando al individuo a la significación de lo periódico (Buendía, 2013)

Por consiguiente, la autora plantea que si se desea establecer una situación didáctica que favorezca la construcción del significado de lo periódico en el estudiante, desde la teoría de la socioepistemología, se hace necesario la implementación de la práctica de predicción donde esta desempeñe el papel de argumento. Es decir, plantear una situación de periodicidad que favorezca la práctica de predicción como argumento, que favorezca la construcción del significado de lo periódico en el estudiante (Buendía, 2013).

Por tanto, al momento de pensarse una situación didáctica que favorezca la construcción de significados de lo periódico en el estudiante, a partir del desarrollo de la práctica de predicción, entran en juego los significados que tenga el estudiante del comportamiento de la gráfica o fenómeno de periodicidad (repetición del movimiento - lo periódico) y los procedimientos de predicción (dialéctica local - global) que el estudiante manifieste y, que dependen de manera directa tanto de su contexto sociocultural, como de su nivel de estudios o formación profesional. (Buendía, 2005; Buendía, 2013)

En síntesis, la socioepistemología de lo periódico que se fundamenta en la relación existente entre periodicidad y predicción, enuncia que lo periódico se puede significar a partir del desarrollo de la práctica social de predicción, donde esta es la herramienta o argumento para la construcción de la concepción de periodicidad y, se establece a partir de la relación dialéctica entre lo local y lo global. Por lo tanto, si se desea establecer una situación didáctica que favorezca la construcción del significado de lo periódico, esta se debe basar en la práctica de predicción donde entran en juego los significados y procedimientos que desarrolla el estudiante, que dependen de los significados que el individuo tenga frente a lo que es repetición y de su nivel de estudio.

6. Marco Metodológico

En este apartado se tratará el diseño metodológico elegido para la realización de la investigación, describiendo el método de investigación, el enfoque investigativo aplicado, la población objeto de investigación, las herramientas metodológicas usadas y, por último, el paso a paso de la investigación.

6.1. Acerca del tipo de investigación aplicada.

Esta investigación se ha estructurado en dos componentes. La primera, cuantitativa de tipo descriptivo y, la segunda, cualitativa de tipo descriptivo – interpretativo (Hernández, Fernández y Baptista, 2010) En el primer componente se describen las respuestas escritas dadas por los 22 estudiantes de grado once de la institución educativa I.E.D. Manuel del Socorro Rodríguez, a la prueba inicial que pretendía identificar las estrategias de solución que emplearon los estudiantes con el fin de dar solución a situaciones Variacionales, que favorecían la práctica de predicción y, el segundo componente cualitativo utiliza el método de estudio de caso (Sarke, 2007), para categorizar las respuestas de tres estudiantes a las entrevistas personales sobre sus respuestas a las preguntas de prueba inicial, con el fin de hacer una comparación intersujeto y de profundizar en las justificaciones y explicaciones dadas en el proceso de resolución de las tareas propuestas.

6.2. Descripción Global del Proceso

A continuación, se describe el proceso utilizado para obtener la información necesaria, para dar respuesta a la pregunta planteada en esta investigación.

6.2.1. Caracterización de la población.

La I.E.D. Manuel del Socorro Rodríguez, institución educativa de carácter oficial, se encuentra ubicada en la Transv. 23 # 44 A - 28 SUR del barrio Santa Lucía, en la localidad Rafael Uribe (localidad 18) de la ciudad de Bogotá. D.C. Oferta todos los niveles de educación (Preescolar, Básica primaria, básica secundaria y media) y atiende una población estudiantil de aproximadamente 2700 estudiantes, de familias pertenecientes al estrato medio bajo, entre sus dos (2) sedes (PEI, 2015).

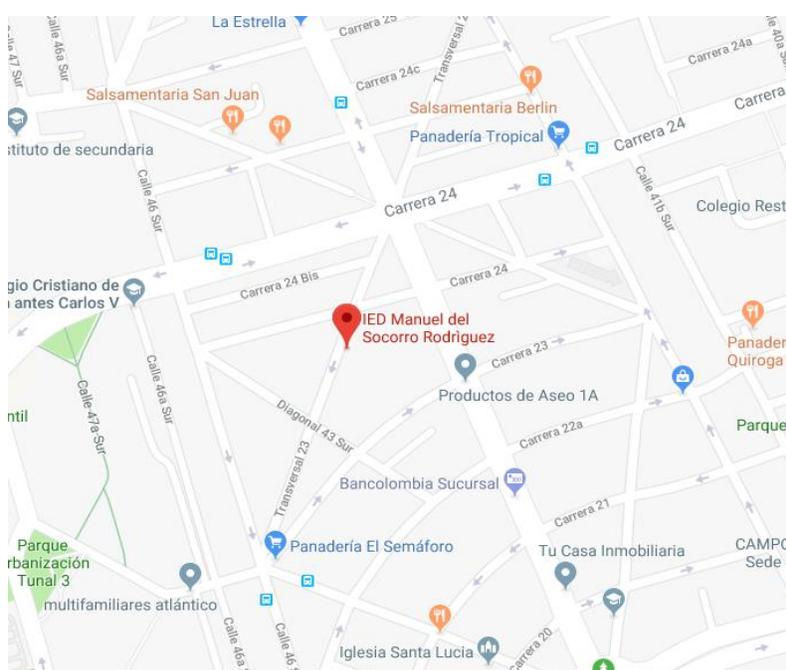


Figura 3. Ubicación IED Manuel del Socorro Rodríguez. Tomado de google maps.

En su Proyecto Educativo Institucional (2015) tiene como punto de partida el “Desarrollo del pensamiento para la ciencia, la tecnología, el arte, el deporte y la ética ciudadana” y se define como un espacio democrático y comunicativo para mejorar la calidad de vida. Esto se sustenta en un enfoque pedagógico basado en el paradigma cognitivista, evidenciado en su modelo pedagógico constructivista y las estrategias de enseñanza para la comprensión y aprendizaje, basado en problemas que guían la labor educativa del docente en el aula de clases.

Curricularmente la I.E.D. Manuel del Socorro está organizada por ciclos. El ciclo 5 corresponde a los grados 10° y 11° del nivel de educación media, teniendo como finalidad para este ciclo en su PEI (2015): *“Generar un pensamiento crítico en el estudiante que le permita enfrentar su mundo postsecundario, enfocado al desarrollo de competencias donde aborde problemas de su quehacer cotidiano, interrelacionando los saberes: científico, tecnológico, humanista, social y ético.”* (p. 16)

De ahí, que en el nivel de media la I.E.D. se haya articulado con el SENA, ofertando a sus estudiantes de media programas técnicos en las líneas de mecatrónica, recreación comunitaria y medios audiovisuales. Así mismo, la institución tiene acompañamiento por parte de la Universidad Distrital “Francisco José de Caldas”, en la línea de estudios que profundiza en temáticas de matemáticas, ingenierías y tecnologías de la información.

Para el presente proyecto de investigación se tomó como muestra a un grupo de 22 estudiantes de grado once, con edades entre los 15 y los 19 años, que asisten al programa Técnico en Mantenimiento de Automatismos Industriales, perteneciente a la línea de mecatrónica y que se desarrolla en el marco de la articulación de la I.E.D con el SENA.

En cuanto al rendimiento académico de los estudiantes, este se podría categorizar como medio bajo, que como se mencionó en el planteamiento del problema de esta investigación, de acuerdo con los resultados obtenidos en la aplicación de las pruebas Saber 11 2017-II, el 2% de los estudiantes evaluados se encuentra en nivel de desempeño insuficiente, el 39% en nivel de desempeño mínimo, el 57% en nivel de desempeño satisfactorio y el 2% en nivel de desempeño avanzado. Lo cual demuestra que el 41% de los estudiantes no alcanzan niveles satisfactorios de competencias en matemáticas.

6.2.2. Instrumentos de recolección de la información.

El proceso de recolección de información estuvo sujeto a la aplicación de producciones escritas (Prueba diseñada para esta investigación) y entrevistas semiestructuradas que se aplicaron a cada uno de los tres estudiantes seleccionados.

6.2.2.1. Prueba escrita.

Se toma como instrumento ya que permite abordar el objetivo de explorar los conocimientos sobre lo periódico y las estrategias variacionales que utilizan los estudiantes participantes.

La prueba escrita (**Anexo 1**) consta de cuatro (4) situaciones variacionales, con la intencionalidad de favorecer la práctica de predicción, con diferentes tareas variacionales ubicadas en un contexto técnico laboral abordando la temática de corriente alterna, en las cuales se les solicita a los estudiantes resolver y justificar sus respuestas, con el objetivo de explorar las estrategias variacionales que utilizan para resolver situaciones de variación periódica e indagar los conocimientos previos sobre periodicidad que tienen.

La primera situación variacional tiene como objetivo identificar las estrategias variacionales que usa cada estudiante para dar respuesta a una situación de covariación, tal como se describe en la **Tabla 3**, donde se espera obtener las estrategias de solución que el estudiante aplique, asociadas a las estrategias variacionales de: Comparación, Seriación y Estimación.

Tabla 3
Descripción situación variacional N° 1

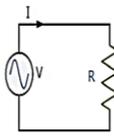
<i>Situación Variacional (SV)</i>	<i>Objetivo</i>	<i>Descripción</i>	<i>TV</i>	<i>EV</i>														
<p>1. En el circuito básico de corriente alterna, que se muestra en la Figura 1, con una resistencia (R), se cambia la intensidad de la corriente (I) en varias ocasiones, lo que genera cambios en los valores del voltaje (V), como se muestra en la Tabla 1:</p>  <p style="text-align: center;">Figura 1</p> <p>Tabla 1 Valores del voltaje dados por el circuito de la Figura 1 al momento de cambiar los valores de la corriente.</p> <table border="1" data-bbox="251 567 568 619"> <thead> <tr> <th>I (A)</th> <td>0,5</td> <td>0,7</td> <td>1,0</td> <td>1,7</td> <td>2,6</td> <td>3,3</td> </tr> </thead> <tbody> <tr> <th>V (v)</th> <td>0,25</td> <td>0,35</td> <td>0,65</td> <td>1,0</td> <td>1,5</td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p>Responde las siguientes preguntas teniendo en cuenta la situación anterior:</p> <ol style="list-style-type: none"> Completa la Tabla 1. Explica como calculaste los valores faltantes. ¿Qué sucede con el voltaje cuando la corriente cambia de 2,6 a 3,0 Amperios? ¿Qué valor toma el voltaje cuando la corriente es de 8,5 A y 9,0 A? ¿Cómo cambia el voltaje entre estos valores de corriente? Determina la resistencia para cada cambio de corriente del circuito, teniendo en cuenta la ley de Ohm ($R = \frac{V}{I}$). ¿Qué observas al momento de calcular la resistencia en cada cambio de corriente? Realiza la gráfica de la situación teniendo en cuenta la Tabla 1. ¿Qué tipo de gráfica obtiene? ¿Explica por qué la gráfica presenta ese comportamiento? 	I (A)	0,5	0,7	1,0	1,7	2,6	3,3	V (v)	0,25	0,35	0,65	1,0	1,5		<p>Identificar las estrategias variacionales que usa el estudiante para dar respuesta a una situación de covariación.</p>	<p>En esta situación el estudiante debe observar el comportamiento de las dos variables, a partir de los valores que se dan en la tabla, con la intención de dar respuesta a preguntas que requieran de información que se presente en ella. En un contexto que se toma de situaciones relacionadas con la electricidad, pues debe realizarse el análisis teniendo en cuenta que este parte de cambios de la corriente alterna que se presentan en el circuito.</p>	<p>Análisis de datos en tablas numéricas (ADT).</p>	<p>Comparación Seriación Estimación</p>
I (A)	0,5	0,7	1,0	1,7	2,6	3,3												
V (v)	0,25	0,35	0,65	1,0	1,5													

Figura 4. Planteamiento de la Situación Variacional N° 1

Fuente: Propia.

Nota: En la tabla se debe tener en cuenta que: TV (Tareas Variacionales) y EV (Estrategias Variacionales)

La segunda situación variacional tiene como objetivo identificar estrategias variacionales usadas por cada estudiante al momento de solucionar una situación variacional que involucre un comportamiento repetitivo y predictivo, que conlleve a la comprensión de la condición analítica de la periodicidad $f(t) = f(t+k)$, tal como se describe en la **Tabla 4**, donde se espera obtener las estrategias de solución que el estudiante aplique, asociadas a las estrategias variacionales de: Comparación, Seriación, Estimación y Predicción.

Tabla 4
Descripción situación variacional N° 2

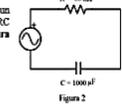
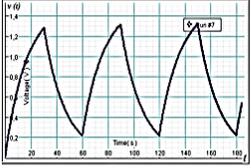
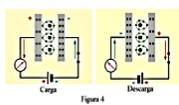
Situación Variacional (SV)	Objetivo	Descripción	TV	EV
<p>2. La gráfica en la Figura 3, presenta la señal de onda del voltaje de un condensador, obtenida en un osciloscopio conectado a un circuito RC con una fuente de corriente alterna (AC), como se muestra en la Figura 2, cuando este se carga y descarga.</p>   <p>Nota: Recuerda que cuando un condensador se conecta a una fuente de corriente alterna, por el circuito comienza a circular un flujo de electrones que se mueven alternativamente, generando un efecto ininterrumpido de carga -descarga de las placas del condensador, cada medio ciclo de la AC, correspondientemente, cambiando la polaridad de las placas, dando la cantidad de veces por segundo que se presenta este fenómeno dependerá de la frecuencia en Hertz (Hz) que posee la fuente de corriente alterna a la cual está conectado el condensador. Esta situación la podemos ver en la Figura 4.</p> <p>Teniendo en cuenta la situación descrita anteriormente, responde las siguientes preguntas:</p> <ol style="list-style-type: none"> ¿Qué sucede con el voltaje en los tiempos cuando cambia de 0 s a 120 s? Explica tu respuesta. ¿Cuántos ciclos de carga -descarga puedes observar en la gráfica? Explica tu respuesta. ¿Cada cuántos segundos se da un ciclo de carga -descarga? Explica tu respuesta. ¿Cuántos ciclos de carga -descarga se presentaron en los tiempos de 180 s a 360 s? Explica como los encuentras. Realiza la gráfica de la situación si el tiempo cambia entre los 240 s y 360 s. Explica como la realizaste. Si se sabe que en $t = 40$ s el voltaje es 0,7 V. Encuentra tres valores de tiempo diferentes en los cuales el voltaje tenga el mismo valor. Explica como los encuentras. 	<p>Identificar estrategias variacionales usadas por el estudiante al momento de solucionar una situación que involucre un comportamiento o repetitivo y predictivo que conlleve a la comprensión de la condición analítica de la periodicidad $f(t) = f(t+k)$.</p>	<p>Situación en la que el estudiante a partir de la información que ofrece la gráfica contextualizada respecto al tema de señales de onda de voltaje que se obtiene en un osciloscopio, en el momento de analizar un circuito RC, el estudiante debe responder preguntas que cuestionan el comportamiento periódico de la señal que se emite, llevándolo a identificar patrones y regularidades para así lograr llegar a estimar y/o predecir valores futuros llegando al nivel de comprender la condición analítica de la periodicidad.</p>	<p>Análisis gráfico con la variación como punto de referencia (AGV).</p>	<p>Comparación Seriación Predicción Estimación</p>

Figura 5. Planteamiento de la Situación Variacional N° 2

Fuente: Propia.

Nota: En la tabla se debe tener en cuenta que: TV (Tareas Variacionales) y EV (Estrategias Variacionales)

La tercera situación variacional tiene como objetivo identificar las estrategias variacionales usadas por cada estudiante al momento de realizar una análisis local-global del comportamiento de una gráfica, tal como se describe en la **Tabla 5**, donde se espera obtener las estrategias de solución que el estudiante aplique asociadas a las estrategias variacionales de: Comparación, Seriación, Estimación y Predicción.

Tabla 5
Descripción situación variacional N° 3

<i>Situación Variacional (SV)</i>	<i>Objetivo</i>	<i>Descripción</i>	<i>TV</i>	<i>EV</i>
<p>3. Las gráficas que aparecen a continuación, representan distintas señales de onda que se obtienen en un osciloscopio al momento de analizar el comportamiento del voltaje en función del tiempo de un condensador en un circuito RC con fuente de corriente alterna (AC).</p> <p>Teniendo en cuenta las gráficas responde las siguientes preguntas:</p> <ol style="list-style-type: none"> Indica para cada gráfica que tipo de señal de onda se obtuvo en el osciloscopio. Para cada gráfica determina el tiempo de carga y descarga del condensador. Explique cómo los calculó. En las gráficas a y c, identifica el pico máximo de voltaje. ¿Cada cuánto se presenta este valor? Explique su respuesta. En las gráficas a y d, determina el valor mínimo que presenta el voltaje en cada ciclo de carga – descarga del condensador. Explique cómo obtuvo los valores. Para cada gráfica construya una extensión de esta si tomamos tiempos hasta los 60 s. Explique cómo lo hizo. Teniendo en cuenta el comportamiento de las gráficas, calcule los valores del voltaje en cada una, cuando tenemos los siguientes tiempos: 45, 70 y 100 segundos. Explique cómo obtuvo los valores. 	<p>Identificar las estrategias variacionales usadas por el estudiante al momento de realizar un análisis local-global del comportamiento de una gráfica.</p>	<p>Situación en la que el estudiante a partir del análisis de distintas señales de onda que posiblemente se obtienen en un osciloscopio debe responder a preguntas que den cuenta sobre su capacidad de identificar patrones en las gráficas, pudiendo así visualizar cada una desde su comportamiento local, para lograr una comprensión global de ellas y predecir posibles comportamientos futuros.</p>	<p>Análisis gráfico con la variación como punto de referencia (AGV).</p>	<p>Comparación Seriación Predicción Estimación</p>

Figura 6. Planteamiento de la Situación Variacional N° 3

Fuente: Propia.

Nota: En la tabla se debe tener en cuenta que: TV (Tareas Variacionales) y EV (Estrategias Variacionales)

Y, por último, la cuarta situación variacional tiene como objetivo identificar el comportamiento global de la gráfica logrando predecir comportamientos futuros para la situación planteada, tal como se describe en la **Tabla 6**, donde se espera obtener las estrategias de solución que cada estudiante aplique asociadas a las estrategias variacionales de: Comparación, Seriación, Estimación y Predicción.

Tabla 6

Descripción situación variacional N° 4

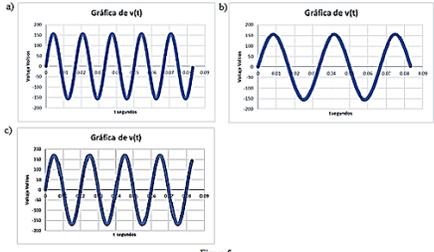
Situación Variacional (SV)	Objetivo	Descripción	TV	EV
<p>4. Las siguientes gráficas que aparecen en la Figura 5, representan la señal de onda senoidal que se observa en un osciloscopio, al analizar el voltaje en función del tiempo, en un condensador conectado a un circuito con fuente de corriente alterna (AC), cuando el condensador se carga y descarga. En cada caso, se realiza un cambio en la intensidad de corriente que circula en el circuito, generando cuatro tipos de ondas diferentes.</p>  <p>Figura 5</p> <p>Teniendo en cuenta las tres gráficas de la Figura 5, por favor responda:</p> <ol style="list-style-type: none"> Para cada gráfica indique el valor pico del voltaje, periodo de la onda, los ciclos que se presentan en menos de 0,1 s y la frecuencia de la onda. Explique cómo obtuvo la información. Mencione al menos dos diferencias y semejanzas que observe entre las cuatro gráficas. Construya una gráfica semejante a las cuatro que observa en la Figura 5. ¿Qué tuvo en cuenta para su construcción? Tome como referencia la gráfica del literal (c) y elabore la gráfica si esta se prolonga en tiempos entre los 0,1 s a 0,2 s. Mencione qué tuvo en cuenta para su construcción. 	<p>Identificar el comportamiento o global de la gráfica logrando predecir comportamientos futuros de ella.</p>	<p>Se plantean cuatro gráficas de señal de onda senoidal que se obtienen al momento de analizar el voltaje de un condensador en un circuito con fuente de corriente alterna, con la finalidad que el estudiante realice un análisis de cada una de ellas respondiendo varias preguntas que lo lleven a un entendimiento global de cada gráfica y así pueda realizar prácticas de predicción sobre ellas.</p>	<p>Análisis gráfico con la variación como punto de referencia (AGV).</p>	<p>Comparación Seriación Predicción Estimación</p>

Figura 7. Planteamiento de la Situación Variacional N° 4

Fuente: Propia.

Nota: En la tabla se debe tener en cuenta que: TV (Tareas Variacionales) y EV (Estrategias Variacionales)

6.2.2.2. La entrevista.

Según Sampieri (2014), una entrevista de tipo cualitativa es un momento íntimo, flexible y abierto, donde, a través de preguntas y respuestas, se logra una comunicación y la construcción de significados respecto a un tema. La entrevista se usa como herramienta para recolectar datos cualitativos y cuando el problema no se puede observar o es difícil hacerlo por su complejidad.

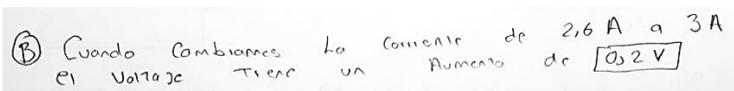
La entrevista se clasifica en estructurada (el instrumento indica qué preguntar y en qué orden), semiestructurada (el instrumento indica algunas preguntas, pero existe libertad en incluir o excluir algunas, así como el orden que estas se harían) y no estructurada (el entrevistador tiene toda la flexibilidad en su aplicación, no existen preguntas guía y orden de las mismas, aunque se define un tema en general que guía la conversación) (Sampieri, 2014)

Para el caso de la presente investigación, se toma como instrumento las entrevistas semiestructuradas, ya que estas, aunque tienen preguntas que guían la conversación, no tienen un orden establecido de aplicación de estas, además que se pueden excluir o incluir nuevas preguntas, permitiendo que el entrevistado se sienta cómodo, permitiendo acceder a perspectivas, opiniones y significados que el entrevistado tenga.

Después de aplicar la prueba escrita y seleccionar los tres estudiantes, se diseñó para cada uno de ellos una entrevista individual que se realizó presencialmente, con la finalidad de que el investigador pudiera comprender y explicarse algunas de las respuestas dadas a cada pregunta. Cada interrogante se diseñó tomando como guía las respuestas a cada tarea, de cada situación variacional, con el fin de obtener más evidencias sobre el proceso de resolución, el uso de las estrategias variacionales y las ideas sobre lo periódico que pueden expresar y utilizar. A continuación, se procedió a analizarlas y a clasificarlas según las categorías utilizadas.

En la **Tabla 7**, se presenta un ejemplo de las preguntas utilizadas por el investigador y las respuestas dadas por los estudiantes.

Tabla 7
Ejemplos de preguntas y respuestas de la entrevista

<i>Investigador</i>	<i>Estudiante</i>
¿Qué sucede con el voltaje cuando la corriente cambia 2,6 a 3,0 Amperios?	 <p><i>Figura 8. Respuesta Escrita por Estudiante</i></p>
<p>P: -Bien, ahora aquí tenemos una pregunta que nos habla de que la corriente cambia de 2.6 a 3 amperios, ¿qué sucede con el voltaje, si la corriente cambia?</p> <p>Si, en esa pregunta tu respondiste que “cuando cambiamos la corriente de 2.6 a 3 el voltaje tiene un aumento de 0,2” ¿cómo obtuviste esa respuesta?</p>	<p>E: -Eh... primero que todo saqué con la resistencia que me dieron acá, es que no me acuerdo como, eh... lo tomé como 2,6 entonces fue la resistencia.</p> <p>Eh... primero la corriente, para que me dé el voltaje. Con este voltaje que me dieron luego lo que hice fue tomar el siguiente, luego 3 entonces, resistencia este es corriente N°1 luego N°2 luego voltaje, lo que hice fue restarlos son los bloques y aquí me dio 2,8 y aquí 2,6 lo que hice fue restarlos para que me diera el 0,2.</p>

Fuente: Propia

6.2.3. Descripción del procedimiento de recolección de la información.

Para realizar el proceso de recolección de la información, este paso a paso se inició con la aplicación de una prueba piloto a un estudiante egresado de la IED Manuel del Socorro Rodríguez, que cursó estudios técnicos en la institución y que, al momento de la aplicación del pilotaje, se encontraba cursando estudios de ciclo tecnológico en el área de la automatización de sistemas (**Figura 9**), también a un docente de aula especializado en el área de matemáticas y, finalmente, a un instructor del SENA con especialidad técnica en el área de la mecatrónica (**Figura 10**). La aplicación del pilotaje dio como resultado que se modifican o se descartan situaciones variacionales planteadas inicialmente, así como las preguntas de cada una de las situaciones como se puede observar en los **Anexos 1 y 2**, del presente trabajo.

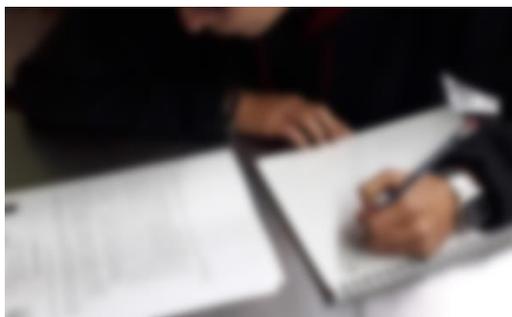


Figura 9. Aplicación Prueba Piloto a Egresado

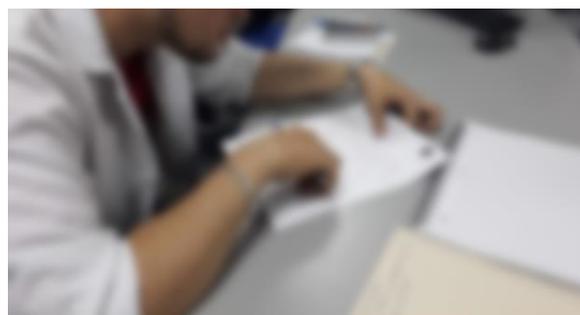


Figura 10. Aplicación Prueba Piloto a Instructor

Realizadas las correcciones a la prueba piloto y construida la prueba escrita, se procede a la aplicación de esta en una sesión de clase de formación técnica en las instalaciones de la IED Manuel del Socorro Rodríguez, con una duración de 60 minutos, a un grupo de 22 estudiantes (**Figura 11**). Se le entregó a cada estudiante un cuestionario y se les solicitó dar respuesta a todas las preguntas planteadas en las situaciones variacionales.



Figura 11. Aplicación Prueba Escrita a Población de Estudio

Realizada la aplicación de la prueba escrita, se procede a tabular la información dada por los estudiantes, en sus respuestas a las preguntas planteadas en cada situación variacional (**Anexo 3**), con el fin de poder realizar una descripción del grupo y así, poder seleccionar los tres (3) estudiantes a los cuales se les realiza la entrevista.

Las entrevistas fueron realizadas personalmente y grabadas en audio y video con una duración de máximo 25 minutos, y, posteriormente, fueron transcritas (**Anexo 5**). Los estudiantes seleccionados como casos para la investigación fueron elegidos de acuerdo a los siguientes criterios:

Estudiante de nivel bajo (Estudiante que demuestra poco conocimiento al momento de abordar las situaciones variacionales planteadas, lo que se evidencia en el alto número de preguntas sin responder): E4.

Estudiante de nivel medio (Estudiante que demuestra conocimientos al momento de abordar las situaciones variacionales planteadas, sin embargo presenta algunas dificultades, lo que se evidencia en el número de preguntas sin responder): E2:

Estudiante de nivel alto (Estudiante que demuestra un amplio conocimiento al momento de abordar las situaciones variacionales planteadas, lo que se evidencia en el alto número de preguntas con respuesta): E3.

Y, por último, se realiza el análisis e interpretación de la información obtenida en la aplicación de la prueba escrita y las entrevistas. La **Tabla 8** Sintetiza el proceso de recolección de la información descrito anteriormente.

Tabla 8
Descripción paso a paso del diseño metodológico

Etapas	Tarea	Descripción
Diseño y aplicación prueba piloto	Pilotaje	Diseño y aplicación prueba piloto a estudiante egresado de la línea de mecatrónica, docente especialista en el área de matemáticas e instructor SENA con especialidad en mecatrónica.
Ajustes prueba piloto	Modificación Prueba	Se realizan los ajustes a la prueba piloto modificando o retirando las situaciones variacionales, así como sus preguntas.
Aplicación Prueba Escrita	Implementación	Se implementa en un grupo de 22 estudiantes de grado once pertenecientes a la línea de mecatrónica de la I.E.D. Manuel del Socorro Rodríguez.
Tabulación de la Información	Tabulación	Se organiza la información dada por los estudiantes en sus respuestas en una matriz de respuestas de la prueba escrita.
Entrevistas	Implementación	Aplicación de entrevistas semiestructuradas a tres (3) estudiantes elegidos aleatoriamente de los veintidós (22) a los cuales se les aplicó la prueba escrita.
Análisis e Interpretación de la Información	Análisis	Se realiza el análisis de la información obtenida de la aplicación de los instrumentos.

Fuente: Propia

6.2.4. Categorías de análisis.

Dado que el objetivo de esta investigación es identificar las estrategias variacionales que utilizan los estudiantes de la especialidad Técnico en Mantenimiento de Automatismos Industriales en la

IED Manuel del Socorro, para dar significado a lo periódico, al momento de dar solución a situaciones variacionales en las que se favorece la práctica de la predicción, en el contexto técnico laboral relacionado con la especialidad, se asumen *a priori* dos grupos de categorías. El primer grupo, corresponde a las estrategias variacionales usadas por los estudiantes para dar solución a las situaciones de variación y, el segundo, a los procedimientos de predicción que usa el estudiante para caracterizar lo periódico. Cada tipo de categorías se describe en las **Tablas 9 y 10**.

Tabla 9

Categorías y subcategorías correspondientes a las estrategias variacionales

<i>Categoría</i>	<i>Código</i>	<i>Descripción</i>	<i>Subcategoría</i>
Estrategia Variacional de Comparación	EVC	Estrategia asociada a la acción de establecer diferencias entre estados, lo que permite identificar si hubo cambios.	Reconoce a nivel local cambios de estado de las variables (previo –siguiente)
			Reconoce a nivel global cambios de estado de las variables (aumento - disminución)
			Identifica patrones en el comportamiento, a nivel local y global, de una variable a partir del análisis de su representación gráfica.
Estrategia Variacional de Seriación	EVS	Estrategia asociada a la acción de analizar estados sucesivos y establecer relaciones entre ellos.	Establece una unidad de referencia para identificar cambio en los estados de las variables
			Establece una relación en las variables reconociendo covariación entre ellas
			Establece nuevos estados para valores de las variables a mediano o largo plazo de manera local
Estrategia Variacional de Estimación	EVE	Estrategia asociada a la acción de proponer nuevos estados a corto plazo de manera global.	Establece nuevos estados del comportamiento de una gráfica a mediano o largo plazo de manera local
			Establece nuevos estados para valores de las variables a corto plazo de manera global
Estrategia Variacional de Predicción	EVP	Estrategia asociada a la acción de poder anticipar un comportamiento o valor luego de realizar un análisis de la variación de estados previos.	Establece nuevos estados de comportamiento de una gráfica a corto plazo de manera global

Fuente: Propia.

Nota: Los términos unidad de medida de variación y unidad de referencia de variación, fueron tomados y adaptados de: Cantoral, R. & Caballero-Pérez, M. (2018). Causalidad y temporización entre jóvenes de bachillerato. La construcción de la noción de variación y el desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional.

Tabla 10

Categorías correspondientes a los procedimientos de predicción

<i>Categoría</i>	<i>Código</i>	<i>Descripción</i>	<i>Subcategoría</i>
Procedimiento Analítico	PA	Están basados en buscar la expresión analítica que mejor describe la gráfica en cuestión	Establece la expresión analítica que describe el comportamiento repetitivo
			Establece la existencia de patrones a partir de la relación funcional $f(x+p) = f(x)$
Procedimiento Aritmético	Pa	Basado en la construcción de tablas de valores para identificar patrones de comportamiento.	Realiza operaciones aritméticas que le permitan identificar la existencia de patrones
			Realiza la construcción de tablas o lista de valores con el fin de establecer la existencia de patrones
Procedimiento Visual	PV	Basado en dibujos de gráficos que utilizan el comportamiento del gráfico para realizar cualquier tipo de procedimiento en ellos.	Identifica en el gráfico la unidad de análisis que le permita describir el comportamiento repetitivo de la gráfica
			Realiza procedimientos de reconstrucción gráfica de una función no periódica para convertirla en periódica

Fuente: Buendía, G. & Cordero, F. (2005). Prediction and the periodic aspect as generators of knowledge in a social practice framework. A socioepistemological study. En: Educational Studies in Mathematics. Kluwer publishers. Volumen 58. Número 3. 299-333.

Nota: La información fue adaptada a partir de los resultados arrojados por la investigación mencionada en la fuente de la tabla.

6.2.5. Tipos de análisis

6.2.5.1. Análisis cuantitativo.

Ese tipo de análisis se realiza sobre las respuestas que dan los estudiantes a la prueba escrita.

Se procede a clasificar cada respuesta dada por los estudiantes teniendo en cuenta el tipo de respuesta dado (Ej. RC – Respuesta Correcta, RI – Respuesta Incorrecta), luego se hace una tabla de frecuencias y una matriz de respuestas, para describir el comportamiento general del grupo en lo que respecta a las respuestas dadas a las preguntas planteadas en las situaciones variacionales

(**Anexo N° 3**). El mismo proceso se hace con la información que dan los estudiantes en las justificaciones de las respuestas que dan a las preguntas planteadas, con el propósito de determinar el tipo de estrategias usadas para dar respuesta y, asociarlas con las estrategias variacionales. Los resultados se analizan utilizando la frecuencia de cada respuesta y a través de tablas de frecuencia.

6.2.5.2. *Análisis cualitativo.*

Los datos, provenientes de las entrevistas y las respuestas de la prueba escrita, son analizados en varios momentos. En un primer momento, se clasifican las respuestas de acuerdo a las categorías definidas *a priori*, tomando como referente las estrategias variacionales planteadas en el PyLVAR y los procedimientos de predicción que puede usar el estudiante según Buendía & Cordero (2005). Puede ser que de la información recogida surjan nuevas categorías. Estas serán incorporadas para su análisis. En un segundo momento, se utiliza una tabla de Excel, en la que se codifica cada estudiante con una letra y un número, por ejemplo, E1 para indicar el estudiante “1”. Esto se hace con el fin de clasificar sus respuestas de acuerdo con las categorías de análisis propuestas para la investigación (**Anexos 3 y 4**). En un tercer y último momento, se comparan las respuestas de los tres estudiantes a quienes se les aplicó la entrevista, para interpretarlas a la luz de las categorías definidas o las que hayan surgido de la información obtenida.

7. Análisis de Resultados

Para dar respuesta a los objetivos de la investigación, este capítulo se divide en dos partes. La primera parte corresponde al análisis de resultados de tipo cuantitativo, de corte descriptivo, en el cual se busca identificar las estrategias variacionales que usan los estudiantes, para dar solución a situaciones variacionales, planteadas en un contexto técnico. Esta primera parte es el punto de partida para caracterizar el nivel de desarrollo que el PyLVAR y la significación de lo periódico puedan tener en el contexto estudiado en esta investigación. En la segunda parte, se hace un segundo análisis, a profundidad, de tipo cualitativo y de estudios de caso, de las producciones de los estudiantes, las cuales se obtienen de la información obtenida en las entrevistas no estructuradas que se realizaron después de la aplicación de las situaciones variacionales. En este segundo análisis se busca información que permita entender, con mayor claridad, las descripciones que se obtienen en las producciones escritas que dan los estudiantes, cuando intentan explicar las soluciones planteadas a las situaciones variacionales propuestas.

7.1. Análisis Cuantitativo de las Respuestas de los Estudiantes por cada Situación Variacional

Para el análisis cuantitativo se tuvieron en cuenta las respuestas dadas a la prueba diagnóstica por los 22 estudiantes en formación técnica. Se obtuvo la información que se presenta en las siguientes tablas, que dan cuenta de las respuestas dadas a cada pregunta planteada, en las cuatro situaciones variacionales presentadas en la prueba diagnóstica.

7.1.1. Análisis situación variacional 1.

Para el análisis de esta situación, se presentan las siguientes tablas con la información tabulada de las respuestas dadas por los estudiantes al momento de trabajar la situación variacional planteada.

Tabla 11*Resultados pregunta (a) de la situación variacional 1*

<i>Situación</i>	<i>Pregunta</i>	<i>Respuesta</i>	<i>Cantidad de estudiantes</i>	<i>Porcentaje de estudiantes (%)</i>
1	a)	TCC (Tabla Completa y Correcta)	16	72,7%
		TCI (Tabla completa e Incorrecta)	5	22,7%
		TIVC (Tabla Incompleta con Valores Correctos)	0	0%
		TIVI (Tabla Incompleta con Valores Incorrectos)	0	0%
		NR (No Responde)	1	4,5%

Fuente: Propia

En esta pregunta se obtuvo un porcentaje de respuesta del 95,4% de los estudiantes, distribuido de la siguiente manera: el 72,7% respondió con una tabla completa y correcta, mientras que el 22,7% completó la tabla, pero cometió errores en su diligenciamiento, no obstante, evidenciando una interpretación y un manejo contextualizados de los datos de la tabla en la situación variacional planteada. Lo que desde el PyLVAR, evidencia que realizaron correctamente el ejercicio, al lograr proporcionar los distintos valores a las variables, posiblemente, observando y analizando sus efectos.

Tabla 12*Resultados pregunta (b) de la situación variacional 1*

<i>Situación</i>	<i>Pregunta</i>	<i>Respuesta</i>	<i>Cantidad de estudiantes</i>	<i>Porcentaje de estudiantes (%)</i>
1	b)	RC (Respuesta Correcta)	7	31,8%
		RI (Respuesta Incorrecta)	8	36,4%
		NR (No Responde)	7	31,8%

Fuente: Propia

Para esta pregunta, se observa que solo el 68,2% de los estudiantes dio respuesta y tan solo un 31,8% respondió correctamente, pero dando evidencia de que logran reconocer la existencia de una relación de cambio entre las magnitudes planteadas en la tabla propuesta en la situación

variacional; mientras que el 36,4% de estudiantes que respondió incorrectamente, no logró establecer dicha relación, puesto que, posiblemente, son capaces de establecer cambios en las variables, pero no de observar la incidencia del cambio de una variable sobre la otra.

Tabla 13

Resultados pregunta (c) de la situación variacional 1

<i>Situación</i>	<i>Pregunta</i>	<i>Respuesta</i>	<i>Cantidad de estudiantes</i>	<i>Porcentaje de estudiantes (%)</i>
1	c)	RC (Respuesta Correcta)	8	36,4%
		RI (Respuesta Incorrecta)	5	22,7%
		NR (No Responde)	9	40,9%

Fuente: Propia

Para esta pregunta solo el 59,1% de los estudiantes dio respuesta a la pregunta planteada, y el 36,4% respondió correctamente, lo que evidencia que estos estudiantes pueden establecer una relación de cambio entre las variables, reconociendo el efecto que genera la una sobre la otra y, a su vez, reconocer la evolución de cambio entre las variables; lo anterior les permite proporcionar estimaciones futuras de valores de alguna de las variables. El 22,7% de los estudiantes respondió incorrectamente; esto evidencia una posible dificultad al momento de observar posibles efectos de una variable sobre la otra, por lo que no pueden establecer una relación de cambio entre las variables. Esta dificultad influye en su reconocimiento de la evolución de las variables, impidiendo que puedan realizar estimaciones futuras de valores de las variables.

Tabla 14

Resultados pregunta (d) de la situación variacional 1

<i>Situación</i>	<i>Pregunta</i>	<i>Respuesta</i>	<i>Cantidad de estudiantes</i>	<i>Porcentaje de estudiantes (%)</i>
1	d)	RC (Respuesta Correcta)	6	27,3%
		RI (Respuesta Incorrecta)	3	13,6%
		NR (No Responde)	13	59,1%

Fuente: Propia

Para esta pregunta, el 40,9% de los estudiantes dio respuesta a la pregunta planteada y el 27,3% de ellos dio la respuesta correcta, lo que evidencia el conocimiento y el manejo de la ley de Ohm, por parte de los estudiantes. A su vez, en los argumentos dados en la prueba, se observa que reconocen el efecto del valor que toma la resistencia en los valores que toman las variables, por lo que se puede establecer el reconocimiento de un elemento de referencia que les permite identificar una relación de cambio en y entre las variables. Por su parte, el 13,6% de los estudiantes respondió incorrectamente; ante esto se evidencia dificultad para calcular la resistencia de un circuito, lo que indica posibles vacíos conceptuales sobre la temática en la que se plantea la situación variacional y no le permite al estudiante poder establecer un elemento de referencia, para reconocer cambio en las variables.

Tabla 15

Resultados pregunta (e) de la situación variacional 1

<i>Situación</i>	<i>Pregunta</i>	<i>Respuesta</i>	<i>Cantidad de estudiantes</i>	<i>Porcentaje de estudiantes (%)</i>
1	e)	GC (Gráfica Correcta)	2	9,1%
		GI (Gráfica Incorrecta)	8	36,4%
		NR (No Responde)	12	54,5%

Fuente: Propia

En los resultados de esta pregunta se obtuvo que el 45,5% de los estudiantes respondió la pregunta y el 9,1% de ellos realizó la gráfica correctamente, lo que evidencia que los estudiantes logran construir la gráfica, a partir del reconocimiento de la relación que existe entre las variables; esto les permite realizar un cambio de la representación de la información que se les presenta en la tabla. El 36,4% realizó la gráfica incorrectamente, lo que evidencia que los estudiantes no logran establecer relación entre las variables. Finalmente, el 54,5% no la realizó.

En general, frente a la situación variacional 1, se evidencia que los estudiantes interpretan la información de las variables que se encuentran representadas en una tabla, reconocen la relación

de cambio y el efecto que se establece entre las variables, reconocen la evolución de cambio que se da en y entre las variables, lo que les permite realizar estimaciones de valores de las variables en estados futuros y, establecer un elemento de referencia que les permite reconocer el cambio que existe en y entre las variables que, para este caso, es *la resistencia del circuito*. Además, son capaces de construir gráficos como otra forma de representación de la información que se da en una tabla de valores.

7.1.2. Análisis situación variacional 2.

Para el análisis de esta situación, se presentan las siguientes tablas con la información tabulada de las respuestas dadas por los estudiantes, al momento de trabajar la situación variacional planteada.

Tabla 16
Resultados pregunta (a) de la situación variacional 2

<i>Situación</i>	<i>Pregunta</i>	<i>Respuesta</i>	<i>Cantidad de estudiantes</i>	<i>Porcentaje de estudiantes (%)</i>
2	a)	Aumento y disminución del voltaje	5	22,7%
		El voltaje presenta carga y descarga	3	13,6%
		Cambia el voltaje	4	18,2%
		Alteraciones en el voltaje	1	4,5%
		Desde que comienza ya no toco 0	1	4,5%
		Flujo de corriente de onda positiva y negativa	1	4,5%
		Alternación que genera un efecto interrumpido de carga	1	4,5%
		Repetición de la misma frecuencia	1	4,5%
		Gráfica	2	9,1%
		NR (No Responde)	3	13,6%

Fuente: Propia

Como resultado de la tabulación, se obtuvo que el 86,4% de los estudiantes dio respuesta a la pregunta planteada. Hubo diferentes respuestas a la pregunta, lo que da cuenta de que,

posiblemente, los estudiantes logran identificar cambios en las variables planteadas en la gráfica, pero sin establecer una relación de covariación entre ellas. Lo anterior se puede concluir, gracias a las repuestas dadas por los estudiantes, donde el 68,2% identifica cambio en la variable voltaje cuando usan palabras como, aumento, disminución, carga, descarga, cambio y alteraciones. Sólo un 9% de los estudiantes que respondieron evidencian reconocimiento de regularidades en el comportamiento de la gráfica, comportamientos que demuestran la existencia de patrones en la gráfica; se puede constatar este reconocimiento porque en sus respuestas utilizan palabras como “repetición” y “frecuencia”. Visto todo esto, se puede afirmar que los estudiantes poseen una noción de periodicidad.

Tabla 17
Resultados pregunta (b) de la situación variacional 2

<i>Situación</i>	<i>Pregunta</i>	<i>Respuesta</i>	<i>Cantidad de estudiantes</i>	<i>Porcentaje de estudiantes (%)</i>
2	b)	RC (Respuesta Correcta)	10	45,5%
		RI (Respuesta Incorrecta)	7	31,8%
		NR (No Responde)	5	22,7%

Fuente: Propia

En este caso, sólo se obtuvo respuesta del 77,3% de los estudiantes, donde el 45,5% de ellos respondió correctamente la pregunta, mostrando así, reconocimiento de patrones en el comportamiento repetitivo de la gráfica propuesta. Mientras que el 31,8% de los estudiantes respondió incorrectamente y el 22,7% no respondió la pregunta.

Tabla 18
Resultados pregunta (c) de la situación variacional 2

<i>Situación</i>	<i>Pregunta</i>	<i>Respuesta</i>	<i>Cantidad de estudiantes</i>	<i>Porcentaje de estudiantes (%)</i>
2	c)	RC (Respuesta Correcta)	8	36,4%
		RI (Respuesta Incorrecta)	9	40,9%
		NR (No Responde)	5	22,7%

Fuente: Propia

La pregunta (c) de la situación variacional 2, fue respondida sólo por el 77,3% de los estudiantes y, sólo el 36,4% respondió correctamente, mostrando que son capaces de reconocer valores constantes, asociados a comportamientos repetitivos en la gráfica propuesta. Se evidencia, con esto, el uso de dos unidades de referencia: la del tiempo de carga y la del tiempo de descarga, que ayudan a identificar el cambio a quienes las poseen. El 40,9% de los estudiantes dio respuestas incorrectas y el 22,7% no respondió la pregunta.

Tabla 19

Resultados pregunta (d) de la situación variacional 2

<i>Situación</i>	<i>Pregunta</i>	<i>Respuesta</i>	<i>Cantidad de estudiantes</i>	<i>Porcentaje de estudiantes (%)</i>
2	d)	RC (Respuesta Correcta)	9	40,9%
		RI (Respuesta Incorrecta)	7	31,8%
		NR (No Responde)	6	27,3%

Fuente: Propia

El 72,7% de los estudiantes respondió en este caso la pregunta formulada. El 40,9% la respondió correctamente. Quienes la respondieron adecuadamente realizaron predicciones, a partir del reconocimiento de patrones en el comportamiento de la gráfica propuesta. Se evidencia con esto, la posesión de una unidad de análisis por parte de los estudiantes: el tiempo de duración de un ciclo. El 31,8% de los estudiantes no respondió correctamente y el 27,3% no respondió la pregunta.

Tabla 20

Resultados pregunta (e) de la situación variacional 2

<i>Situación</i>	<i>Pregunta</i>	<i>Respuesta</i>	<i>Cantidad de estudiantes</i>	<i>Porcentaje de estudiantes (%)</i>
2	e)	GC (Gráfica Correcta)	7	31,8%
		GI (Gráfica Incorrecta)	7	31,8%
		NR (No Responde)	8	36,4%

Fuente: Propia

En este caso, se obtuvo respuesta por parte del del 63,6% de los estudiantes y respuesta acertada por parte del 31,8%, quienes realizaron la gráfica solicitada correctamente, , aplicando la estrategia de la predicción, para poder determinar el comportamiento de la gráfica propuesta en periodos de tiempo a futuro. A partir del reconocimiento de regularidades en la misma, se establece una unidad de análisis que permite predecir el comportamiento futuro. El 31,8% de los estudiantes realizó la gráfica incorrecta y el 36,4% no realizó la gráfica.

Tabla 21
Resultados pregunta (f) de la situación variacional 2

<i>Situación</i>	<i>Pregunta</i>	<i>Respuesta</i>	<i>Cantidad de estudiantes</i>	<i>Porcentaje de estudiantes (%)</i>
2	f)	RC (Respuesta Correcta)	6	27,3%
		RI (Respuesta Incorrecta)	0	0,0%
		NR (No Responde)	16	72,7%

Fuente: Propia

Respondió sólo el 27,3% de los estudiantes. Este grupo de estudiantes aplica la estrategia de estimación, para determinar valores en distintos estados, a partir del análisis del comportamiento repetitivo de la gráfica propuesta. Debieron establecer una unidad de análisis que les permitiera estimar valores en distintos momentos de tiempo. Mientras que el 72,7% no respondió la pregunta. En términos generales, frente a la situación variacional 2, se puede afirmar que los estudiantes encuestados logran identificar patrones en el comportamiento de la gráfica propuesta en la situación, reconocer valores constantes asociados a comportamientos repetitivos, realizar estimaciones de valores a partir de información previa y, predecir comportamientos futuros con la información obtenida de la gráfica, a partir del establecimiento de una unidad de análisis que, para el caso de esta situación variacional, es *el periodo de tiempo de un ciclo de carga- descarga*.

7.1.3. Análisis situación variacional 3.

Para el análisis de esta situación se presentan las siguientes tablas, con la información tabulada de las respuestas dadas por los estudiantes, al momento de trabajar la situación variacional planteada.

Tabla 22
Resultados pregunta (a) de la situación variacional 3

<i>Situación</i>	<i>Pregunta</i>	<i>Respuesta</i>	<i>Cantidad de estudiantes</i>	<i>Porcentaje de estudiantes (%)</i>
3	a)	RC (Respuesta Correcta)	4	18,2%
		RI (Respuesta Incorrecta)	4	18,2%
		NR (No Responde)	14	63,6%

Fuente: Propia

A esta pregunta solo respondió el 36,4% de los estudiantes, de los cuales el 18,2% respondieron correctamente, demostrando tener los conocimientos básicos de contexto, para la identificación de las distintas señales de onda que se puedan generar en un osciloscopio. Mientras que el 18,2% respondió incorrectamente y el 63,6% no respondió, argumentando algunos, que no tenían los conceptos para responder la pregunta.

Tabla 23
Resultados pregunta (b) de la situación variacional 3

<i>Situación</i>	<i>Pregunta</i>	<i>Respuesta</i>	<i>Cantidad de estudiantes</i>	<i>Porcentaje de estudiantes (%)</i>
3	b)	RC (Respuesta Correcta)	2	9,1%
		RI (Respuesta Incorrecta)	4	18,2%
		NR (No Responde)	16	72,7%

Fuente: Propia

Esta pregunta la respondió el 27,3% de los estudiantes, pero sólo el 9,1% de ellos dio la respuesta correcta, evidenciando que son capaces de identificar correctamente los tiempos de carga-descarga en las gráficas y mostrando capacidad para determinar localmente comportamientos característicos de las gráficas. No obstante, el 18,2% respondieron

incorrectamente y el 72,7% no respondió. Algunos argumentaron no saber cómo responder la pregunta o no tener la respuesta.

Tabla 24
Resultados pregunta (c) de la situación variacional 3

<i>Situación</i>	<i>Pregunta</i>	<i>Respuesta</i>	<i>Cantidad de estudiantes</i>	<i>Porcentaje de estudiantes (%)</i>
3	c)	RC (Respuesta Correcta)	6	27,3%
		RI (Respuesta Incorrecta)	1	4,5%
		NR (No Responde)	15	68,2%

Fuente: Propia

Frente a esta pregunta la respondieron el 31,8% de los estudiantes, donde el 27,3% dieron la respuesta correcta, evidenciando capacidad en el reconocimiento de patrones en el comportamiento de gráficos, estableciendo una unidad de análisis, que para este caso es el tiempo que tarda en lograr carga máxima el condensador. Mientras el 4,5% de los estudiantes respondieron y el 68,2% restante no respondieron sin dar argumento alguno de ello.

Tabla 25
Resultados pregunta (d) de la situación variacional 3

<i>Situación</i>	<i>Pregunta</i>	<i>Respuesta</i>	<i>Cantidad de estudiantes</i>	<i>Porcentaje de estudiantes (%)</i>
3	d)	RC (Respuesta Correcta)	2	9,1%
		RI (Respuesta Incorrecta)	3	13,6%
		NR (No Responde)	17	77,3%

Fuente: Propia

Respondió el 22,7% de los estudiantes, de los cuales sólo el 9,1% dio la respuesta correcta. Para responder esta pregunta los participantes realizaron una estrategia de comparación entre los valores dados en la gráfica, para determinar cuál es el mínimo de carga que presenta el condensador.. Mientras que el 13,6% de los estudiantes dio la respuesta incorrecta, el 77,3% no respondió a la pregunta, sin dar argumento alguno, por no haberla respondido.

Tabla 26
Resultados pregunta (e) de la situación variacional 3

<i>Situación</i>	<i>Pregunta</i>	<i>Respuesta</i>	<i>Cantidad de estudiantes</i>	<i>Porcentaje de estudiantes (%)</i>
3	e)	GC (Gráfica Correcta)	2	9,1%
		GI (Gráfica Incorrecta)	1	4,5%
		NR (No Responde)	19	86,4%

Fuente: Propia

Esta pregunta la respondieron el 13,6% de los estudiantes, dando respuesta correcta sólo el 9,1% de los encuestados. Estos demostraron capacidad para realizar predicciones de comportamientos futuros de un gráfico, aplicando la estrategia de predicción, a partir del establecimiento de una unidad de análisis, que para este caso es el *periodo de cada gráfica*. El 4,5% dio respuestas incorrectas y el 86,4% restante no respondió, ni ofreció argumentos ante la ausencia de respuesta.

Tabla 27

Resultados pregunta (f) de la situación variacional 3

<i>Situación</i>	<i>Pregunta</i>	<i>Respuesta</i>	<i>Cantidad de estudiantes</i>	<i>Porcentaje de estudiantes (%)</i>
3	f)	RC (Respuesta Correcta)	1	4,5%
		RI (Respuesta Incorrecta)	2	9,1%
		NR (No Responde)	19	86,4%

Fuente: Propia

Respondió tan sólo el 13,6% de los estudiantes, de los cuales el un pequeño 4,5% respondió correctamente y consiguió estimar valores futuros, aplicando la estrategia de predicción, a partir del análisis del comportamiento de la gráfica, donde establecen una unidad de análisis que usan como herramienta para la predicción de valores en estados futuros. El 9,1% respondió incorrectamente y el 86,4% restante no respondió, ni argumentó su silencio.

En términos generales, respecto a la situación variacional 3, se puede afirmar que los estudiantes evidencian manejo de conocimientos básicos del contexto técnico laboral en el cual están inmersos, identifican patrones o regularidades a partir del análisis local del comportamiento

de un gráfico, al establecer una unidad de análisis, para realizar estimaciones de valores y comportamientos futuros, consiguiendo una comprensión global del gráfico analizado.

7.1.4. Análisis situación variacional 4.

Para el análisis de esta situación, se presentan las siguientes tablas con la información tabulada de las respuestas dadas por los estudiantes al momento de trabajar la situación variacional planteada.

Tabla 28
Resultados pregunta (a) de la situación variacional 4

<i>Situación</i>	<i>Pregunta</i>	<i>Respuesta</i>	<i>Cantidad de estudiantes</i>	<i>Porcentaje de estudiantes (%)</i>
4	a)	RC (Respuesta Correcta)	3	13,6%
		RI (Respuesta Incorrecta)	3	13,6%
		NR (No Responde)	16	72,7%

Fuente: Propia

Se obtuvo respuesta del 27,2% de los estudiantes, de los cuales el 13,6% respondió correctamente, lo que evidencia que tienen los conocimientos básicos del contexto técnico en el que se encuentran, con los cuales pueden abordar la situación variacional. El 13,6% no respondió correctamente y el 72,7% restante no respondió la pregunta.

Tabla 29
Resultados pregunta (b) de la situación variacional 4

<i>Situación</i>	<i>Pregunta</i>	<i>Respuesta</i>	<i>Cantidad de estudiantes</i>	<i>Porcentaje de estudiantes (%)</i>
4	b)	Duración del periodo y voltaje	1	4,5%
		Cambia el tiempo y el ciclo	2	9,1%
		Cambio de anchura y pico del voltaje	1	4,5%
		Largo y altura de la onda	1	4,5%
		NR (No Responde)	17	77,3%

Fuente: Propia

Esta pregunta, solo el 22,6% de los estudiantes respondieron la pregunta, puesto que reconocen elementos como el periodo, el tiempo, el ciclo, el pico de voltaje, el largo y el alto de la onda, para

poder comparar las gráficas propuestas y así, establecer diferencias y semejanzas. El 77,3% de los estudiantes restantes no respondió la pregunta.

Tabla 30

Resultados pregunta (c) de la situación variacional 4

<i>Situación</i>	<i>Pregunta</i>	<i>Respuesta</i>	<i>Cantidad de estudiantes</i>	<i>Porcentaje de estudiantes (%)</i>
4	c)	GS (Gráfica Semejante)	3	13,6%
		GNS (Gráfica No Semejante)	0	0,0%
		NR (No Responde)	19	86,4%

Fuente: Propia

Solo el 13,6% de los estudiantes respondieron correctamente la pregunta, al aplicar las estrategias de estimación y comparación y realizar el análisis del comportamiento de la gráfica inicial, en lo local, para establecer los elementos que les permiten estimar un nuevo gráfico, con un comportamiento semejante a la gráfica inicial. El 86,4% de los estudiantes restantes no dieron respuesta a la pregunta.

Tabla 31

Resultados pregunta (d) de la situación variacional 4

<i>Situación</i>	<i>Pregunta</i>	<i>Respuesta</i>	<i>Cantidad de estudiantes</i>	<i>Porcentaje de estudiantes (%)</i>
4	d)	GC (Gráfica Correcta)	1	4,5%
		GI (Gráfica Incorrecta)	1	4,5%
		NR (No Responde)	20	90,9%

Fuente: Propia

Para esta pregunta, sólo el 9% de los estudiantes dieron una respuesta, el 4,5% realizaron la gráfica correctamente al aplicar la estrategia de predicción evidenciada al construir una extensión de la gráfica inicial. Este último grupo de estudiantes establece una unidad de análisis que es *el tiempo de duración de un ciclo*. Solo el 4,5% de los estudiantes realizaron una gráfica incorrecta y el 90,9% de los estudiantes restantes no respondió la pregunta.

En general, frente a la situación variacional 4, se observa que los estudiantes interpretan información de una gráfica con la cual pueden realizar construcciones de gráficas con comportamientos similares a ella, o pueden construir una extensión de la gráfica. Lo anterior evidencia que los estudiantes pueden predecir comportamientos futuros con información que interpretan a nivel local.

A modo de conclusión, con la información arrojada por el grupo de estudiantes encuestados que realizaron la prueba escrita, se puede afirmar que los estudiantes, al enfrentarse a una situación variacional:: a) interpretan información que se da en una tabla de valores, para cambiar de representación la información proporcionada en la tabla; b) establecen una relación de covariación entre las variables que se presentan en la situación variacional, a partir del reconocimiento de una unidad de referencia que les permite reconocer el cambio en y entre las variables y así, reconocer cómo se da la evolución del cambio de una variable, para determinar valores desconocidos; c) identifican patrones o regularidades, a partir del análisis del comportamiento de un gráfico a nivel local, para realizar estimaciones de valores y predecir comportamientos futuros con información previa, donde el establecimiento de una unidad de análisis es importante, ya que es la herramienta para la predicción; d) realizan construcciones similares a gráficos iniciales, a partir de la información que puedan obtener de estos, partiendo del establecimiento de una unidad de análisis, que para el caso de las situaciones variacionales planteadas en la prueba escrita, es *la duración de un ciclo de carga - descarga*; y e) usan los conocimientos adquiridos en la formación técnica, para poder dar respuesta a las situaciones variacionales contextualizadas en la temática de corriente alterna.

7.2. Análisis Descriptivo de las Estrategias Variacionales utilizadas por los Estudiantes

Para este análisis, se trabaja con la siguiente tabla de estrategias usadas por los estudiantes para dar respuesta a cada una de las preguntas planteadas en cada situación variacional propuesta en la prueba diagnóstica aplicada.

Tabla 32

Listado de estrategias usadas por los estudiantes en la pregunta (a) de la situación variacional 1.

Situación Variacional	Pregunta	Estrategia usada	Estrategia Variacional	Cantidad de estudiantes	Porcentaje de Estudiantes (%)
1	a)	Aplicación ley de Ohm	No Aplica	4	18,2%
		Multiplicar la corriente por 2	No Aplica	2	9,1%
		Dividir el voltaje entre 2	No Aplica	2	9,1%
		Dividir la corriente a la mitad	No Aplica	4	18,2%
		Comparación aditiva	Comparación	1	4,5%
		Sumar los valores de las variables	No Aplica	1	4,5%
		Multiplicar la corriente por 0,5	No Aplica	4	18,2%
		Dividir el voltaje en 0,5	No Aplica	2	9,1%
		Multiplicar el voltaje por 2	No Aplica	1	4,5%

Fuente: Propia

Como se puede observar en la Tabla 22, un 18,2% de los estudiantes aplicó como estrategia de cálculo de valores la Ley de Ohm. Véase la siguiente justificación:

a) utilizando la ley de Ohm = $I = \frac{V}{R}$ $R = \frac{V}{I}$
 $U = I \times R$

Figura 12. Justificación escrita E10 a la pregunta (a) de la Situación Variacional 1

Un 9,1% de los estudiantes usó como estrategia de solución a la pregunta, multiplicar el valor de la corriente por 2, tal como se puede apreciar en la siguiente justificación:

a. Los valores se calcularon teniendo en cuenta I y V. Para hallar I el valor se multiplica por dos y para hallar V se divide entre 2

Figura 13, Justificación escrita E1 a la pregunta (a) de la Situación Variacional 1

Un 9,1% de los estudiantes usó como estrategia de solución el dividir el valor del voltaje entre 2, como se puede apreciar en la siguiente justificación:

A. Cuando me faltaba el voltaje dividía por 2

Figura 14, Justificación escrita E4 a la pregunta (a) de la Situación Variacional 1

Un 18,2% de los estudiantes usó como estrategia, dividir el valor de la corriente “a la mitad”, como se puede apreciar en la siguiente justificación:

1. Para completar los valores faltantes divide la corriente a la mitad y saque el voltaje.

Figura 15, Justificación escrita E5 a la pregunta (a) de la Situación Variacional 1

Un 4,5% de los estudiantes usó como estrategia, comparar los valores de la tabla de forma aditiva, como se puede apreciar en la siguiente justificación:

R= a) solo hice una cuenta de que en la tabla se subia de 0,5 a 0,7 se cubieron 0,2 y hasta de 0,3 o hasta de 0,10.

Figura 16, Justificación escrita E13 a la pregunta (a) de la Situación Variacional 1

Un 4,5% de los estudiantes usó como estrategia, sumar los valores de las variables de la tabla, como se puede apreciar en la siguiente justificación:

a. Completa la Tabla 1. Explica como calculaste los valores faltantes. Suma (I) con (V)

Figura 17, Justificación escrita E21 a la pregunta (a) de la Situación Variacional 1

Un 18,2% de los estudiantes usó como estrategia, multiplicar la corriente por 0,5, como se puede apreciar en las siguientes justificaciones:

Figura 18. Justificación escrita E22 a la pregunta (a) de la Situación Variacional 1

Figura 19. Justificación escrita E11 a la pregunta (a) de la Situación Variacional 1

Un 9,1% de los estudiantes usó como estrategia, dividir el voltaje en 0,5, como se puede apreciar en la siguiente justificación:

Figura 20. Justificación escrita E22 a la pregunta (a) de la Situación Variacional 1

Por último, un 4,5% de los estudiantes usó como estrategia, multiplicar el voltaje por 2, como se puede apreciar en la siguiente justificación:

Figura 21. Justificación escrita E18 a la pregunta (a) de la Situación Variacional 1

En resumen, para la pregunta a) de la situación variacional 1, las estrategias con mayor porcentaje de aplicación (18,2 % de estudiantes) fueron la aplicación de la ley de Ohm, dividir la corriente a la mitad y multiplicar la corriente a la mitad, de las cuales, ninguna tiene relación con estrategias variacionales, considerándose estas, estrategias de tipo aritmético, ya que no se observa en alguna el uso de una unidad de referencia, que les permita a los estudiantes reconocer cambio en las variables. En contraste, sólo el 4,5% de estudiantes aplica la estrategia variacional de comparación al realizar una comparación aditiva de los datos en la tabla, cuando usan una unidad de referencia que es *la diferencia existente entre los valores comparados*, estrategia que les permite reconocer el cambio en la variable que analizan.

Para el análisis descriptivo de la pregunta b) de la situación variacional 1 se presenta la siguiente tabla de estrategias usadas por los estudiantes.

Tabla 33

Listado de estrategias usadas por los estudiantes en la pregunta (b) de la situación variacional 1.

Situación Variacional	Pregunta	Estrategia usada	Estrategia Variacional	Cantidad de estudiantes	Porcentaje de Estudiantes (%)
1	b)	Establecer cambio en la corriente	Comparación	2	9,1%
		Establecer cambio en el voltaje	Comparación	4	18,2%
		Comparación aditiva	Comparación	4	18,2%
		Establecer relación de cambio entre voltaje y corriente	Seriación	2	9,1%
		Establecer relación de proporcionalidad entre voltaje y corriente	Seriación	1	4,5%

Fuente: Propia

Frente a la pregunta b) se observa que el 9,1% de estudiantes usó la estrategia de establecer cambio en la variable corriente, tal como se observa en la siguiente justificación:

Figura 22, Justificación escrita E15 a la pregunta (b) de la Situación Variacional 1

Un 18,2% de estudiantes usó como estrategia, establecer cambio en la variable voltaje, como se observa en la siguiente justificación:

Figura 23, Justificación escrita E10 a la pregunta (b) de la Situación Variacional 1

Un 18,2% de estudiantes usó como estrategia la comparación aditiva, como se observa en las siguientes justificaciones:

Figura 24, Justificación escrita E5 a la pregunta (b) de la Situación Variacional 1

el voltaje cambia por 1,3 a 1,5 aumento 0,2

Figura 25, Justificación escrita E11 a la pregunta (b) de la Situación Variacional 1

Un 9,1% de estudiantes usó como estrategia, establecer relación de cambio entre voltaje y corriente, como se observa en la siguiente justificación:

Cuando cambiamos el voltaje tiene un aumento de 0,2 V

Figura 26, Justificación escrita E2 a la pregunta (b) de la Situación Variacional 1

Por último, un 4,5% de estudiantes usó como estrategia, establecer relación de proporcionalidad entre voltaje y corriente, como se presenta en la siguiente justificación:

B) El valor de la tensión o del voltaje es directamente proporcional a la intensidad de la corriente, esto quiere decir que si el voltaje aumenta de 2,6 a 3,0 Amperios la corriente que circula por el circuito aumentará.

Figura 27, Justificación escrita E16 a la pregunta (b) de la Situación Variacional 1

En resumen, en la pregunta b) de la situación variacional 1, se identifica que la estrategia variacional presente en la mayoría de los casos es la comparación, explícita en el uso de estrategias como la de establecer el cambio en la variable voltaje y la de la comparación aditiva, ya que en estas se establece diferencia entre estados, lo que permite identificar si hay o no hay un cambio. No obstante, también se observa el uso de la estrategia variacional de seriación, explícita en el uso de estrategias, tales como establecer la relación de cambio entre las variables y establecer la relación de proporcionalidad entre las variables, ya que en ellas se analizan varios estados, con el

objetivo de encontrar una relación o una propiedad entre las variables involucradas en la situación variacional. Se parte, en este caso, de una unidad de referencia que es *la diferencia de los estados*.

Para el análisis descriptivo de la pregunta c) de la situación variacional 1 se presenta la siguiente tabla de estrategias usadas por los estudiantes.

Tabla 34

Listado de estrategias usadas por los estudiantes en la pregunta (c) de la situación variacional 1.

<i>Situación Variacional</i>	<i>Pregunta</i>	<i>Estrategia usada</i>	<i>Estrategia Variacional</i>	<i>Cantidad de estudiantes</i>	<i>Porcentaje de Estudiantes (%)</i>
1	c)	Establecer cambio aditivo del voltaje	Comparación	8	36,4%
		Establecer cambio en el voltaje como la mitad de la corriente	Comparación	1	4,5%

Fuente: Propia

Frente a los resultados obtenidos en la pregunta c) de la situación variacional 1, se puede establecer que el 36,4% de estudiantes usó la estrategia de establecer el cambio aditivo del voltaje, como se evidencia en la siguiente justificación:

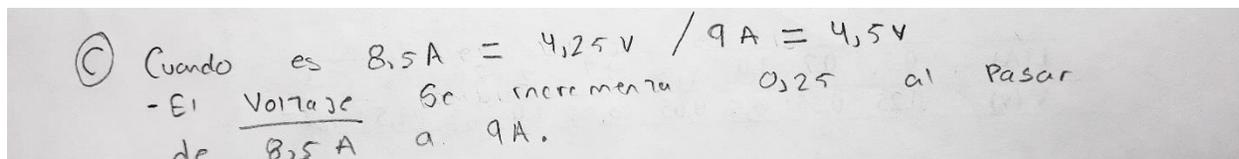


Figura 28, Justificación escrita E2 a la pregunta (c) de la Situación Variacional 1

Mientras un 4,5% de los estudiantes usó como estrategia, establecer el cambio en el voltaje como la mitad de la corriente, como se muestra en la siguiente justificación:

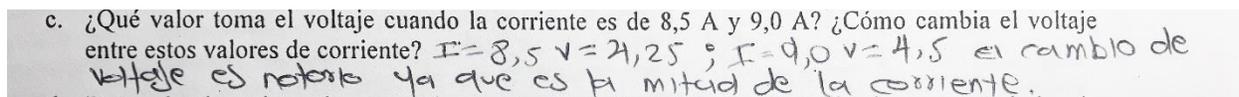


Figura 29, Justificación escrita E9 a la pregunta (c) de la Situación Variacional 1

En resumen, para la pregunta c) se observa que las estrategias usadas por los estudiantes se relacionan con la estrategia variacional de comparación, ya que por medio de estas, los estudiantes

dan evidencian su capacidad para identificar cambios, pues pueden establecer *diferencias entre estados*.

Tabla 35

Listado de estrategias usadas por los estudiantes en la pregunta (d) de la situación variacional 1.

Situación Variacional	Pregunta	Estrategia usada	Estrategia Variacional	Cantidad de estudiantes	Porcentaje de Estudiantes (%)
1	d)	Aplicación ley de Ohm	No Aplica	5	22,7%

Fuente: Propia

Frente a la pregunta d) solo se observa como estrategia la aplicación de la ley de Ohm, para el calculo de la resistencia, lo cual evidencia que no hay uso de estrategias de tipo variacional sino, mas bien, el uso de una formula conocida por ellos y, aplicada para realizar los calculos pedidos en cada ejercicio, tal como se muestra en la siguiente justificación:

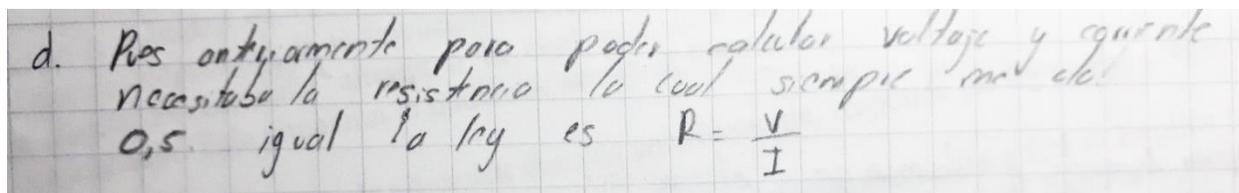


Figura 30, Justificación escrita E7 a la pregunta (d) de la Situación Variacional 1

Tabla 36

Listado de estrategias usadas por los estudiantes en la pregunta (e) de la situación variacional 1.

Situación Variacional	Pregunta	Estrategia usada	Estrategia Variacional	Cantidad de estudiantes	Porcentaje de Estudiantes (%)
1	e)	Comparación de los valores de las variables de la tabla	Comparación	4	22,7%

Fuente: Propia

Frente a la pregunta e) solo se observa como estrategia aplicada la comparación de los valores de las variables, evidenciando el uso de la estrategia variacional de comparación, tal como se muestra en la siguiente justificación:

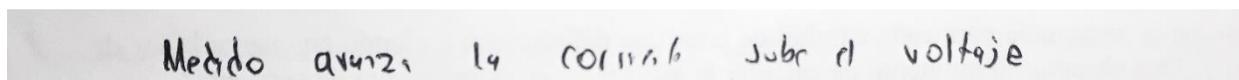


Figura 31, Justificación escrita E1 a la pregunta (e) de la Situación Variacional 1

En conclusión, al analizar las respuestas de los estudiantes, se evidencia que las estrategias variacionales usadas para dar respuesta a las preguntas planteadas en la situación variacional 1, fueron las de comparación, tales como: Comparación aditiva, establecer cambio en el voltaje, establecer cambio en la corriente, establecer cambio aditivo del voltaje, establecer cambio en el voltaje, como la mitad de la corriente y, la comparación de los valores de las variables de la tabla. También estrategias de seriación, tales como: Establecer la relación de cambio entre voltaje y corriente y, establecer relación de proporcionalidad entre voltaje y corriente.

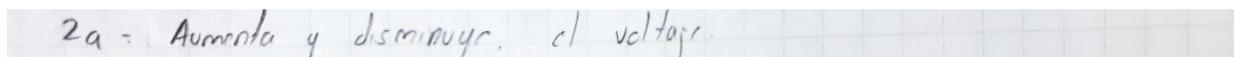
Tabla 37

Listado de estrategias usadas por los estudiantes en la pregunta (a) de la situación variacional 2.

<i>Situación Variacional</i>	<i>Pregunta</i>	<i>Estrategia usada</i>	<i>Estrategia Variacional</i>	<i>Cantidad de estudiantes</i>	<i>Porcentaje de Estudiantes (%)</i>
2	a)	Identificar aumento y disminución del voltaje	Comparación	4	18,1%
		Identificar ciclos de carga y descarga respecto al voltaje	Comparación	4	18,1%
		Identificar alteraciones del voltaje	Comparación	1	4,5%
		Identificar frecuencias en el voltaje	Seriación	4	18,1%
		Identificar relaciones de cambio entre voltaje y corriente	Seriación	2	9,1%

Fuente: Propia

Respecto a la pregunta a) de la situación variacional 2, se observa que un 22,7% de los estudiantes usó la estrategia de identificar aumento y disminución en el voltaje, la cual es una estrategia variacional de tipo comparación, como se puede observar en la siguiente justificación:



2a = Aumento y disminución del voltaje.

Figura 32, Justificación escrita E7 a la pregunta (a) de la Situación Variacional 2

Un 18,1% de los estudiantes usó la estrategia de identificar ciclos de carga y descarga respecto al voltaje, la cual es una estrategia variacional de tipo comparación, como se puede observar en la siguiente justificación:

A) Cuando el tiempo del voltaje cambia de 0s a 120s lo se activa los ciclos logrando hacer $[2]$ ciclos de carga y descarga.

Figura 33, Justificación escrita E2 a la pregunta (a) de la Situación Variacional 2

Un 4,5% de los estudiantes usó la estrategia de identificar alteraciones del voltaje, la cual es una estrategia variacional de tipo comparación, como se puede observar en la siguiente justificación:

a. El voltaje tiene 2 alteraciones de 1,3 V.

Figura 34, Justificación escrita E5 a la pregunta (a) de la Situación Variacional 2

Un 18,1% de los estudiantes usó la estrategia de identificar frecuencias en el voltaje, la cual es una estrategia variacional de tipo seriación, como se puede observar en la siguiente justificación:

a) Afta: el voltaje muestra un aumento cada 30s y luego disminuye a 0 cada 60s

Figura 35, Justificación escrita E15 a la pregunta (a) de la Situación Variacional 2

Y un 9,1% de los estudiantes usó la estrategia de identificar relaciones de cambio entre las variables voltaje y corriente, la cual es una estrategia variacional de tipo seriación, como se puede observar en la siguiente justificación:

A) Cuando el voltaje cambia de 0seg a 120seg la intensidad de la corriente va aumentando y disminuyendo, lo cual conlleva a que cuando llegue a los 120seg esta este es posición de reposo.

Figura 36, Justificación escrita E16 a la pregunta (a) de la Situación Variacional 2

En resumen, en la pregunta a) de la situación variacional 2, se identifica que la estrategia variacional presente en la mayoría de los casos es la de *comparación*, explícita en el uso de estrategias como la de identificar aumentos y disminución del voltaje, ciclos de carga y descarga

respecto al voltaje y alteraciones del voltaje, ya que en ellas se establece diferencia entre estados, lo que permite identificar si hubo un cambio. No obstante, también se observa el uso de la estrategia variacional de seriación, explícita en el uso de estrategias como identificar patrones en el voltaje y relaciones de cambio entre voltaje y corriente, ya que en ellas se analizan varios estados, con el objetivo de encontrar una relación o propiedad entre las variables involucradas en la situación variacional, usando una unidad de análisis que varía según lo solicitado.

Tabla 38

Listado de estrategias usadas por los estudiantes en la pregunta (b) de la situación variacional 2.

Situación Variacional	Pregunta	Estrategia usada	Estrategia Variacional	Cantidad de estudiantes	Porcentaje de Estudiantes (%)
2	b)	Identificar momentos de carga y descarga del voltaje	Seriación	7	31,8%

Fuente: Propia

Respecto a la pregunta b) de la situación variacional 2, se observa que la única estrategia usada por los estudiantes que respondieron la pregunta (31,8% de estudiantes del grupo) es la de identificar momentos de carga y descarga del voltaje, la cual es una estrategia variacional de tipo comparación, como se puede observar en las siguientes justificaciones:

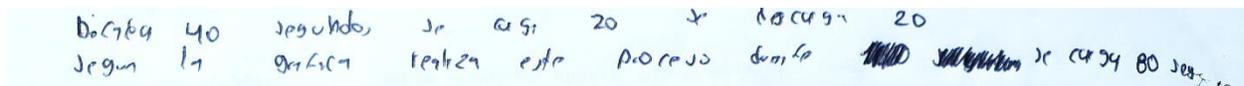


Figura 37, Justificación escrita E1 a la pregunta (b) de la Situación Variacional 2

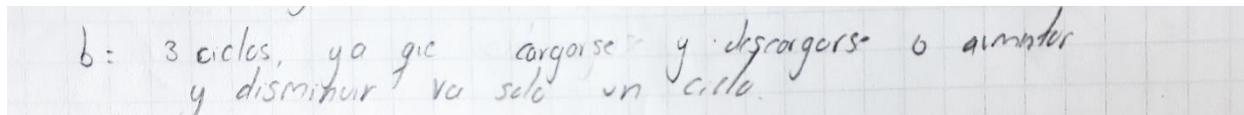


Figura 38, Justificación escrita E7 a la pregunta (b) de la Situación Variacional 2

Tabla 39

Listado de estrategias usadas por los estudiantes en la pregunta (c) de la situación variacional 2.

Situación Variacional	Pregunta	Estrategia usada	Estrategia Variacional	Cantidad de estudiantes	Porcentaje de Estudiantes (%)
2	c)	Identificando los ciclos que presenta el aumento y	Seriación	4	18,1%

	disminución del voltaje	Identificando los tiempos de carga y descarga del voltaje	Comparación	8	36,4%
--	-------------------------	---	-------------	---	-------

Fuente: Propia

Respecto a la pregunta c) de la situación variacional 2, se observa que un 18,1% de los estudiantes que respondió la pregunta usó la estrategia de identificar los ciclos que se presentan al haber aumento y disminución del voltaje, la cual es una estrategia variacional de tipo seriación, como se puede observar en la siguiente justificación:

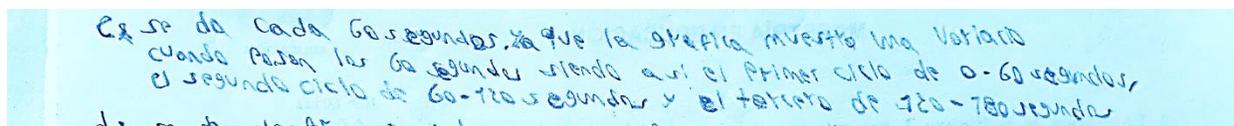


Figura 39, Justificación escrita E3 a la pregunta (c) de la Situación Variacional 2

Un 36,4% de los estudiantes usó la estrategia de identificar los tiempos de carga y descarga del voltaje, la cual es una estrategia variacional de tipo comparación, como se puede observar en la siguiente justificación:

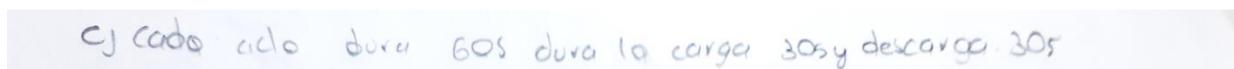


Figura 40, Justificación escrita E10 a la pregunta (c) de la Situación Variacional 2

En resumen, en la pregunta c) de la situación variacional 2, se identifica que la estrategia variacional más frecuente es la de comparación, aplicada por un 36,4% de estudiantes que respondió la pregunta. Sin embargo, algunos de los estudiantes que respondieron la pregunta usaron la estrategia variacional de seriación, cuando identificaron los tiempos de carga y descarga del voltaje.

Tabla 40

Listado de estrategias usadas por los estudiantes en la pregunta (d) de la situación variacional 2.

Situación Variacional	Pregunta	Estrategia usada	Estrategia Variacional	Cantidad de estudiantes	Porcentaje de Estudiantes (%)
2	d)	Cálculo aritmético de los ciclos	No Aplica	8	36,4%

Contar los momentos de carga y descarga	Seriación	2	9,1%
Identificación de un patrón de tiempo constante en los ciclos para realizar conteo de estos	Seriación	4	18,2%
Extensión de la gráfica	Predicción	2	9,1%

Fuente: Propia

Respecto a la pregunta d) de la situación variacional 2, de la **Tabla 40** se puede observar que un 36,4% de los estudiantes que respondió la pregunta usó estrategias de cálculo aritmético para encontrar la solución, sin relación con estrategias variacionales, como se puede observar en la siguiente justificación:

Figura 41, Justificación escrita E11 a la pregunta (d) de la Situación Variacional 2

Un 9,1% de los estudiantes que respondió la pregunta usó la estrategia de contar los momentos de carga y descarga, la cual se puede asociar a las estrategias variacionales de seriación. Como se puede observar en la siguiente justificación:

Figura 42, Justificación escrita E1 a la pregunta (d) de la Situación Variacional 2

Un 18,2% de los estudiantes que respondió la pregunta usó la estrategia de identificar un patrón de tiempo constante en los ciclos, para realizar conteo de estos, estrategia que se puede asociar a las estrategias variacionales de seriación, como se puede observar en la siguiente justificación:

Figura 43, Justificación escrita E7 a la pregunta (d) de la Situación Variacional 2

Y un 9,1% de los estudiantes que respondió la pregunta usó la estrategia de extender la gráfica para poder visualizar los próximos ciclos, de acuerdo a la información dada, la cual se puede asociar a las estrategias variacionales de predicción, como se puede observar en la siguiente justificación:

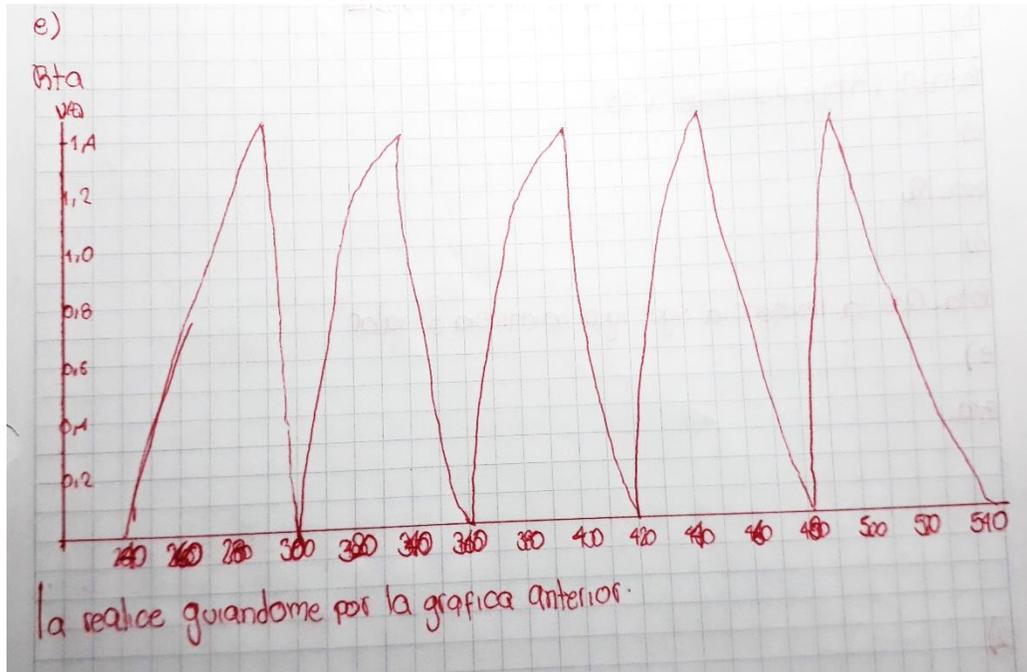


Figura 44. Justificación escrita E20 a la pregunta (d) de la Situación Variacional 2

En resumen, en la pregunta d) de la situación variacional 2, se identifica que la estrategia variacional usada con más frecuencia es la de seriación, ya que establecen una unidad de referencia, que para este caso fue *el tiempo de carga o descarga*, lo que les permite identificar el cambio. Sin embargo, algunos de los estudiantes que respondieron la pregunta, usaron la estrategia variacional de predicción, al momento de construir una extensión de la gráfica con el fin de poder dar respuesta a la pregunta planteada, estableciendo una unidad de análisis que para este caso es *el tiempo de duración de un ciclo de carga-descarga*.

Tabla 41

Listado de estrategias usadas por los estudiantes en la pregunta (e) de la situación variacional 2.

Situación Variacional	Pregunta	Estrategia usada	Estrategia Variacional	Cantidad de estudiantes	Porcentaje de Estudiantes (%)
2	e)	Identificación de un patrón de tiempo para continuar la secuencia	Predicción	6	27,3%

Fuente: Propia

Respecto a la pregunta e) de la situación variacional 2, de la **Tabla 41** se puede observar que la única estrategia variacional usada por los estudiantes (27,3%) que respondió la pregunta fue la de predicción, ya que usaron como estrategia el identificar un patrón de tiempo constante con el cual seguir la secuencia, hasta construir una proyección de la gráfica del voltaje en tiempos futuros, lo cual evidencia el establecimiento de una unidad de referencia, que a su vez fue tratada como unidad de análisis para poder realizar la práctica de predicción. A continuación se muestran algunas justificaciones que evidencian lo dicho:

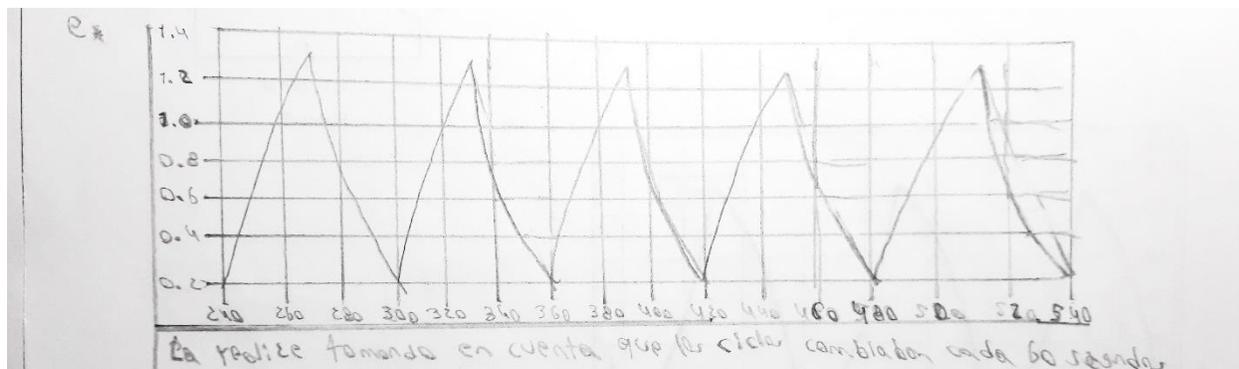


Figura 45, Justificación escrita E3 a la pregunta (e) de la Situación Variacional 2

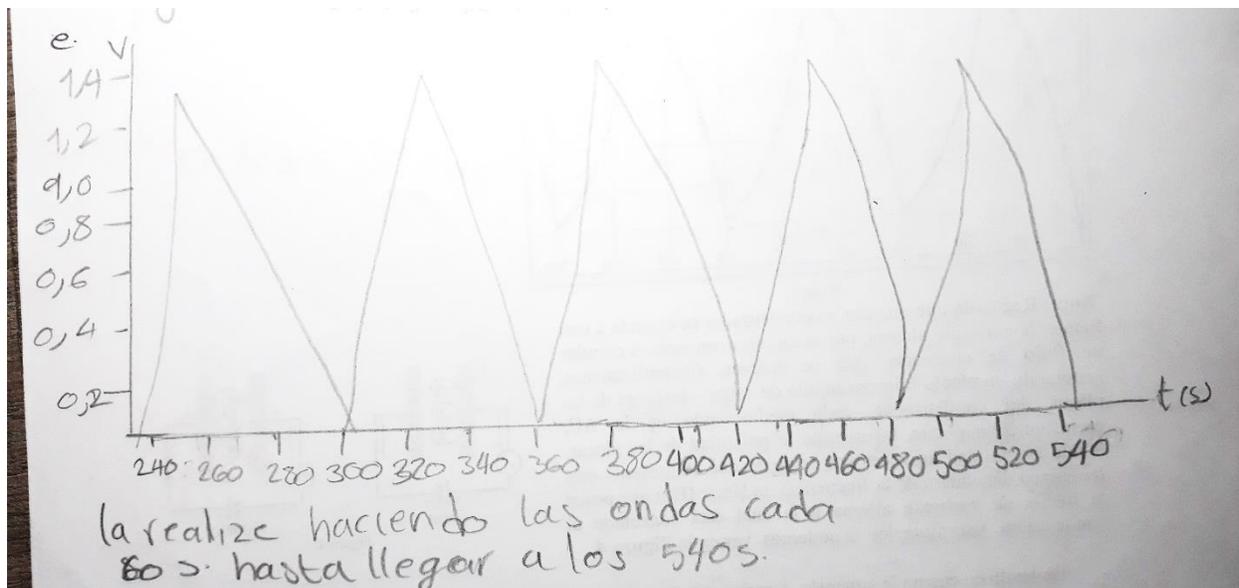


Figura 46, Justificación escrita E5 a la pregunta (e) de la Situación Variacional 2

Tabla 42

Listado de estrategias usadas por los estudiantes en la pregunta (f) de la situación variacional 2.

Situación Variacional	Pregunta	Estrategia usada	Estrategia Variacional	Cantidad de estudiantes	Porcentaje de Estudiantes (%)
2	f)	Calcular valores de la gráfica a partir del reconocimiento de un patrón en ella	Estimación	2	9,1%
		Lectura de la gráfica para el reconocimiento de un patrón	Comparación	2	9,1%
		Construcción de la gráfica con valores predictivos	Predicción	1	4,5%

Fuente: Propia

Respecto a la pregunta f) de la situación variacional 2, de la **Tabla 42** se puede observar que un 9,1% de los estudiantes que respondió, usó como estrategia, calcular valores de la gráfica a partir del reconocimiento de un patrón en ella, estableciendo una unidad de análisis que les permita realizar las estimaciones. Esta estrategia se relaciona con la estrategia variacional de estimación. En la **Figura 47** se puede ver una justificación que evidencia lo dicho.

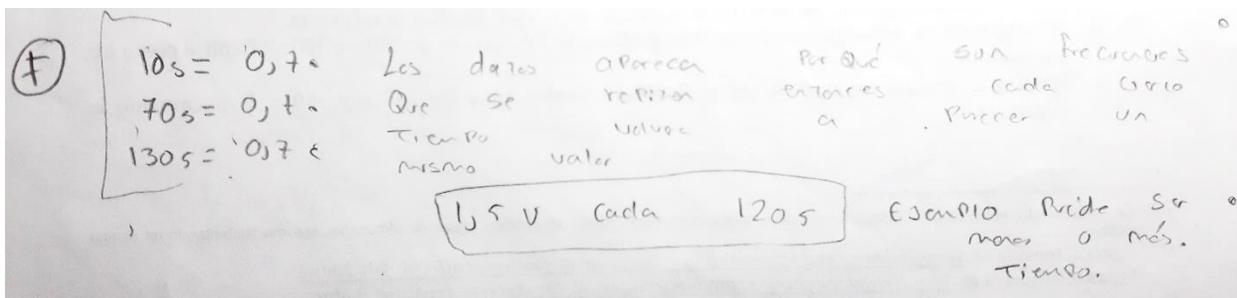


Figura 47, Justificación escrita E2 a la pregunta (f) de la Situación Variacional 2

Un 9,1% de los estudiantes que respondieron usó como estrategia, realizar una lectura de la gráfica, para el reconocer patrones que le permitieran obtener los valores, evidenciando el establecimiento de una unidad de análisis. Esta estrategia se relaciona con la estrategia variacional de comparación. En la **Figura 48** se puede ver la justificación que evidencia lo dicho.

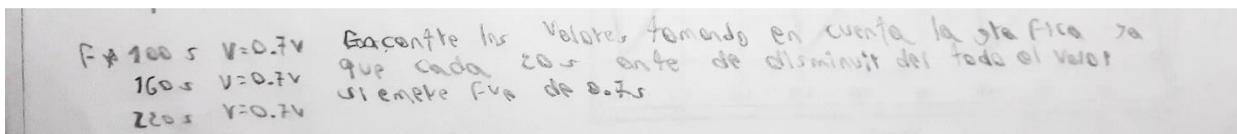


Figura 48, Justificación escrita E3 a la pregunta (f) de la Situación Variacional 2

Un 4,5% de los estudiantes que respondió, usó como estrategia la construcción de la gráfica con valores predictivos, generando una extensión de la gráfica inicial. Para ello establecen una unidad de análisis que les permita realizar el ejercicio de predicción. Esta estrategia se relaciona con la estrategia variacional de predicción. En la **Figura 49** se puede ver la justificación que evidencia lo dicho.

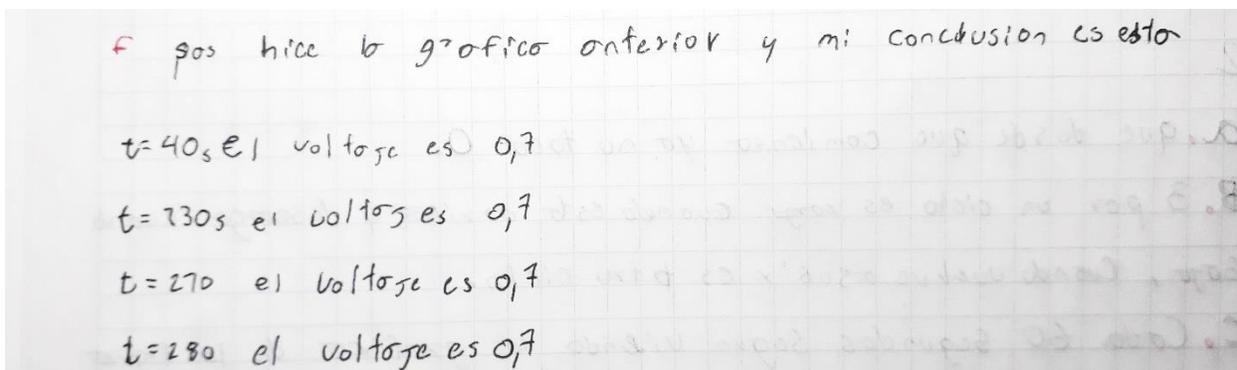


Figura 49, Justificación escrita E4 a la pregunta (f) de la Situación Variacional 2

En resumen, en la pregunta f) de la situación variacional 2, se identifica que las estrategias variacionales usadas con mas frecuencia son las de Estimación y Comparación. No obstante, algunos de los estudiantes que respondieron la pregunta usaron la estrategia variacional de Predicción cuando construyeron una extensión de la gráfica, a partir de la información interpretada de la grafica inicial, usando una unidad de analisis que, regularmente, es *el tiempo de duración de un ciclo de carga – descarga*.

En conclusión, se evidencia en las respuestas de los estudiantes, que las estrategias variacionales más usadas para dar respuesta a las preguntas planteadas en la situación variacional 2, fueron las de comparación, tales como: Identificar aumentos y disminuciones, ciclos y reconocimientos de patrones, a partir de la lectura de la gráfica planteada. La de seriación, al identificar frecuencias, relaciones de cambio entre variables, momentos a aumentos y disminución de una variable y conteo de estos mismos. Y la de predicción. al construir extensiones de la gráfica inicial a partir de la generación de valores futuros (predecidos). En el uso de esta estrategia se establece una unidad de analisis que regularmente corresponde al *tiempo de un ciclo de carga - descarga*. Por otra parte, la estrategia variacional de estimación se uso, con menor frecuencia, al calcular valores de la gráfica, a partir del reconocimiento de un patrón en ella.

Tabla 43

Listado de estrategias usadas por los estudiantes en la pregunta (b) de la situación variacional 3.

<i>Situación Variacional</i>	<i>Pregunta</i>	<i>Estrategia usada</i>	<i>Estrategia Variacional</i>	<i>Cantidad de estudiantes</i>	<i>Porcentaje de Estudiantes (%)</i>
3	b)	Lectura de la gráfica para establecer cambios en la variable	Comparación	2	9,1%

Fuente: Propia

Respecto a la pregunta b) de la situación variacional 3, de la **Tabla 43** se puede observar que la única estrategia usada por los estudiantes (9,1%) que respondieron la pregunta, fue leer la

gráfica, para obtener información que les permitiera identificar cambios en la variable presentada en la misma. Esta estrategia se relaciona con la estrategia variacional de Comparación. En la **Figura 50** se puede observar la justificación dada por un estudiante que permite corroborar lo dicho.

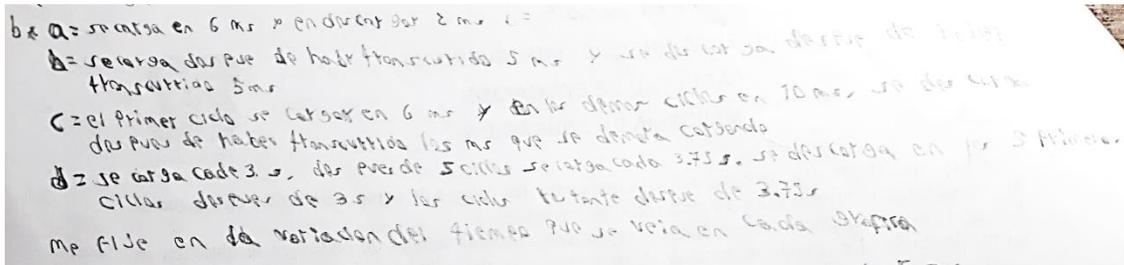


Figura 50, Justificación escrita E3 a la pregunta (b) de la Situación Variacional 3

Tabla 44

Listado de estrategias usadas por los estudiantes en la pregunta (c) de la situación variacional 3.

Situación Variacional	Pregunta	Estrategia usada	Estrategia Variacional	Cantidad de estudiantes	Porcentaje de Estudiantes (%)
3	c)	Lectura de la gráfica	Comparación	3	13,6%

Fuente: Propia

Respecto a la pregunta c) de la situación variacional 3, de la **Tabla 44** se puede observar que la única estrategia usada por los estudiantes (13,6%) que respondieron la pregunta, fue leer la gráfica, para obtener información que les permitiera dar respuesta a la pregunta planteada. Esta estrategia se relaciona con la estrategia variacional de Comparación. En la **Figura 51** se puede observar la justificación dada por un estudiante que permite corroborar lo dicho.

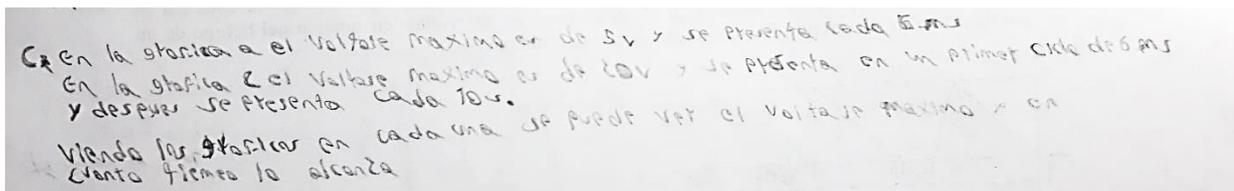


Figura 51, Justificación escrita E3 a la pregunta (c) de la Situación Variacional 3

Tabla 45

Listado de estrategias usadas por los estudiantes en la pregunta (d) de la situación variacional 3.

Situación Variacional	Pregunta	Estrategia usada	Estrategia Variacional	Cantidad de estudiantes	Porcentaje de Estudiantes (%)
3	d)	Lectura de la gráfica	Comparación	3	13,6%

Fuente: Propia

Respecto a la pregunta d) de la situación variacional 3, de la **Tabla 45** se puede observar que la única estrategia usada por los estudiantes (13,6%) que respondieron la pregunta, fue leer la gráfica, para obtener información que les permitiera dar respuesta a la pregunta planteada. Esta estrategia se relaciona con la estrategia variacional de Comparación. En la **Figura 52** se puede observar la justificación dada por un estudiante, que permite corroborar lo dicho.

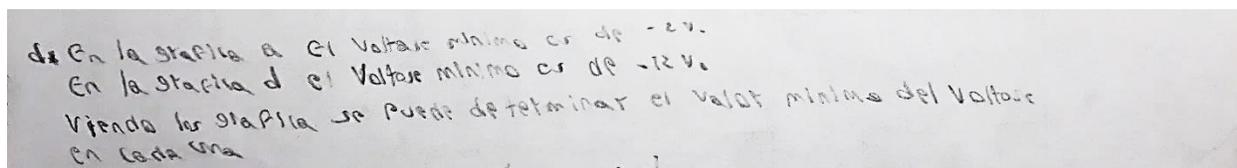


Figura 52, Justificación escrita E3 a la pregunta (d) de la Situación Variacional 3

Tabla 46

Listado de estrategias usadas por los estudiantes en la pregunta (f) de la situación variacional 3.

Situación Variacional	Pregunta	Estrategia usada	Estrategia Variacional	Cantidad de estudiantes	Porcentaje de Estudiantes (%)
3	f)	Identificación de un patrón en el comportamiento de la gráfica estableciendo la existencia de frecuencia	Seriación	2	9,1%

Fuente: Propia

Respecto a la pregunta f) de la situación variacional 3, de la **Tabla 46**, se puede observar que la única estrategia usada por los estudiantes (9,1%) que respondieron la pregunta, fue identificar un patrón en el comportamiento de la gráfica, estableciendo la existencia de frecuencia. Este patrón corresponde a una unidad de referencia que les permite analizar la evolución del cambio de la

variable. Esta estrategia se relaciona con la estrategia variacional de Seriación. En la **Figura 53** se puede observar la justificación dada por un estudiante, que permite corroborar lo dicho.

$f = 45 \text{ ms} = 42 \text{ v} - 70 \text{ ms} = 0 \text{ v} - 700 \text{ ms} = 0 \text{ v}$
 $g = 45 \text{ ms} = -70 \text{ v} - 70 \text{ ms} = -70 \text{ v} - 700 \text{ ms} = -70 \text{ v}$
 $c = 48 \text{ ms} = 79.5 \text{ v} - 70 \text{ ms} = 70 \text{ v} - 700 \text{ ms} = 70 \text{ v}$
 $d = 42 \text{ ms} = -70 \text{ v} - 70 \text{ ms} = -70 \text{ v} - 700 \text{ ms} = -9.5 \text{ v}$

Porque la variación de voltaje va aumentando desde 0 hasta 5 ms
 Tomando en cuenta que cada 5 ms aumenta o disminuye
 Teniendo en cuenta la fluctuación que se da en la tabla
 Teniendo en cuenta la fluctuación que se da en la tabla

Figura 53, Justificación escrita E3 a la pregunta (f) de la Situación Variacional 3

En conclusión, se evidencia en las respuestas de los estudiantes, que las estrategias variacionales más usadas para dar respuesta a las preguntas planteadas en la situación variacional 3, fueron las de comparación, tales como: Lectura del gráfico, para obtener información que permitiera establecer alguna relación en o entre las variables implicadas y, la de seriación, cuando identificaron el patrón en el comportamiento de la gráfica, estableciendo la existencia de frecuencia, al establecer una unidad de referencia que les permitiera analizar el cambio que presentaba la variable.

Tabla 47

Listado de estrategias usadas por los estudiantes en la pregunta (c) de la situación variacional 4.

Situación Variacional	Pregunta	Estrategia usada	Estrategia Variacional	Cantidad de estudiantes	Porcentaje de Estudiantes (%)
4	c)	Tomar el valor pico como referente para la construcción de la gráfica	Seriación	2	9,1%

Fuente: Propia

Respecto a la pregunta c) de la situación variacional 4, de la **Tabla 47** se puede observar que la única estrategia usada por los estudiantes (9,1%) que respondieron la pregunta, fue tomar el valor pico como unidad de referencia, para la construcción de la nueva gráfica, que es extensión de la inicial. Esta estrategia se relaciona con la estrategia variacional de Seriación, ya que tuvieron que establecer diferencias entre estados para identificar si hubo algún cambio. Lo anterior fue posible, a partir de la identificación de una unidad de referencia que permite evidenciar el cambio.

En la **Figura 54** se puede observar la justificación dada por un estudiante que permite corroborar lo dicho.

Figura 54, Justificación escrita E4 a la pregunta (c) de la Situación Variacional 4

Tabla 48

Listado de estrategias usadas por los estudiantes en la pregunta (d) de la situación variacional 4.

<i>Situación Variacional</i>	<i>Pregunta</i>	<i>Estrategia usada</i>	<i>Estrategia Variacional</i>	<i>Cantidad de estudiantes</i>	<i>Porcentaje de Estudiantes (%)</i>
4	d)	Tomar en cuenta el comportamiento presentado por la gráfica inicial	Predicción	2	9,1%

Fuente: Propia

Respecto a la pregunta d) de la situación variacional 4, de la **Tabla 48** se puede observar que la única estrategia usada por los estudiantes (9,1%) que respondieron a la pregunta, fue tomar en cuenta el comportamiento presentado por la gráfica inicial. Esta estrategia se relaciona con la estrategia variacional de predicción, ya que se anticipa un comportamiento, después de realizar una análisis de variación de estados previos, para ello establecen una unidad de análisis que les permite evidenciar un patrón, que para este caso, es *el tiempo de duración de un ciclo*, con el que pueden predecir el comportamiento futuro de la gráfica. En la **Figura 55** se puede observar la justificación dada por un estudiante, que permite corroborar lo dicho.

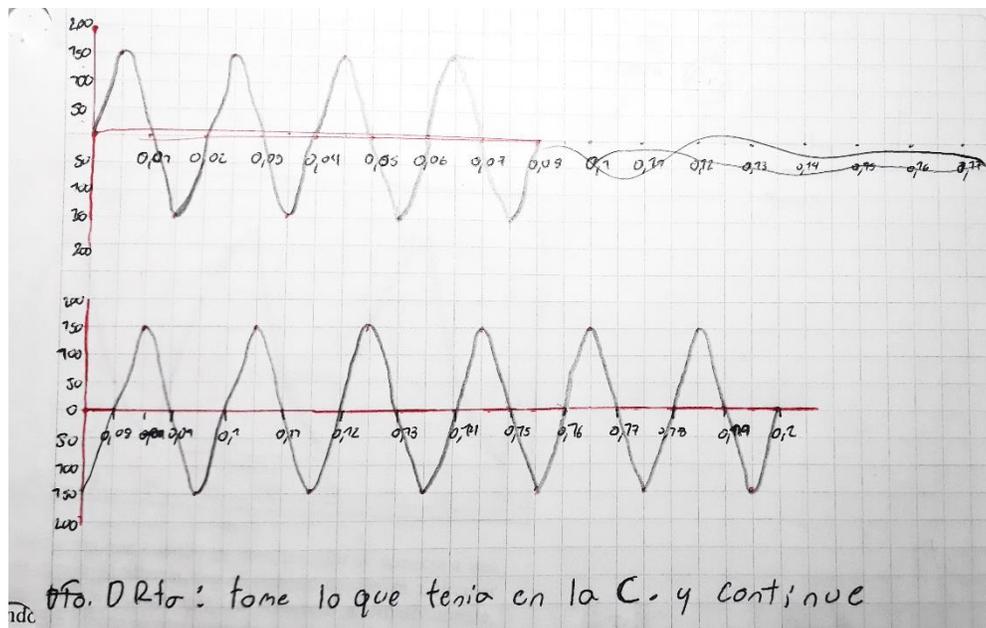


Figura 55, Justificación escrita E4 a la pregunta (d) de la Situación Variacional 4

En conclusión, se evidencia en las respuestas de los estudiantes, que la estrategia variacional más usadas para dar respuesta a las preguntas planteadas en la situación variacional 4, fue de Seriación, específicamente, consistió en tomar el valor pico como referente para la construcción de la nueva gráfica, que es extensión de la inicial, al establecer una unidad de referencia. También usaron estrategias de predicción, específicamente, tomar en cuenta el comportamiento presentado por la gráfica inicial, al establecer una unidad de análisis: *la duración de un ciclo*.

Como conclusión general, respecto al uso de estrategias variacionales, por parte de los estudiantes, para dar solución a las situaciones variacionales planteadas, se observa que los estudiantes usaron, nombradas de mayor a menor frecuencia de uso, estrategias del tipo Comparación, Seriación, Predicción y Estimación, tal como se puede observar en la **Tabla 49**. Se evidencia que, aunque las situaciones variacionales fueron construidas intencionalmente para favorecer las estrategias de estimación y predicción, los estudiantes usan con más frecuencia las estrategias de Comparación y Seriación, para analizar situaciones variacionales que favorecen las prácticas de predicción.

Tabla 49
Consolidado aplicación estrategias variacionales.

<i>Estrategia Variacional</i>	<i>Frecuencia de Uso</i>	<i>Porcentaje Frecuencia de Uso (%)</i>
Comparación	15	57,7 %
Seriación	10	38,5 %
Estimación	1	3,8 %
Predicción	5	19,2 %

Fuente: Propia

7.3. Análisis cualitativo de entrevistas aplicadas a estudiantes.

7.3.1. Resultados respecto a las estrategias variacionales.

Retomando las categorías y subcategorías definidas para el análisis cualitativo sobre la aplicación de las estrategias variacionales (**Tabla 9**) se realiza un análisis intersujeto tomando las respuestas dadas en las entrevistas por parte de los estudiantes entrevistados.

7.3.1.1. Reconoce a nivel local cambios de estado de las variables (previo –siguiente).

Tabla 50
Evidencia subcategoría 1 de estrategias variacionales

<i>Estudiante Nivel Bajo (E4)</i>	<i>Estudiante Nivel Medio (E2)</i>	<i>Estudiante Nivel Alto (E3)</i>
<p>P: - Listo, bien perfecto,</p> <p>Ante esa situación luego nos pedía que si yo tenía voltajes como 8.5 y 9 amperios si, como cambiaba el voltaje entre estos valores de corriente si, o sea que valores perdón.</p> <p>La pregunta nos decía ¿qué valor toma el voltaje cuando tiene valores de corriente 8.5 y 9 amperios? Y luego nos preguntaban ¿Cómo cambia el voltaje en estos dos valores? Tú me diste unos valores acá 4.5 y 4.5, sí.</p> <p>E: - 4.25</p> <p>P: - Perdón exacto 4.25 y 4.5, pero no me explicaste como, o sea, como cambiaba el voltaje.</p>	<p>P: -Bien, ahora aquí tenemos una pregunta que nos habla de que la corriente cambia de 2.6 a 3 amperios, ¿qué sucede con el voltaje, si la corriente cambia?</p> <p>Si, en esa pregunta tu respondiste que “cuando cambiamos la corriente de 2.6 a 3 el voltaje tiene un aumento de 0,2” ¿cómo obtuviste esa respuesta?</p> <p>E: -Eh... Eh... primero la corriente, para que me dé el voltaje. Con este voltaje que me dieron luego lo que hice fue tomar el siguiente, luego 3 entonces, resistencia este es corriente N°1 luego N°2 luego voltaje, lo que hice fue restarlos son los bloques y aquí me dio 2,8 y aquí 2,6 lo que hice fue restarlos para que me diera el 0,2.</p> <p>P: -Ok</p> <p>E: -Porque esa es la diferencia.</p>	<p>P: - Ok perfecto listo, ante esta situación luego nos plantean otra pregunta donde nos dicen que si la corriente es de 8.5 amperios, ¿cierto? y luego toma el valor de 9 amperios ¿Cómo cambia el voltaje entre estos valores de corriente? Ante esta pregunta tu respondiste, listo, perdón, esta es la c, tu respondiste “el voltaje entre los dos valores aumenta 0.25” listo, explícame esa respuesta.</p> <p>E: - Pues yo saque el voltaje de cada uno tomando en cuenta la resistencia que me habían dado o que tenía anteriormente, entonces saqué el voltaje de cada uno y después de que me da resultado el voltaje lo resté, poniendo un ejemplo digamos 2 menos 1 que me hubiera dado uno y ese fue el valor del voltaje que puse.</p>

E: - Pues la verdad lo único que cambiaba era que se aumentaba.

P: - Que se aumentaba y ¿cómo puedes evidenciar ese aumento?

E: - El aumento como lo ¿evidencio? Pues como acá (el estudiante señala sus respuestas) se nota que aumentan los amperios, estaba viendo que era proporcionalmente ellos dos, entonces si se aumentaba en un lado, se aumentaba en el otro la cuestión, es que no se aumentara el mismo valor, se aumentaba la mitad.

P: - Ok listo, o sea lo que acabas de mencionar que tú siempre vez que en cada momento nos va dando ¿qué?

E: - Un aumento

P: - Un aumento

E: - Y el voltaje es la mitad de ese aumento.

P: - O sea, ¿el voltaje es la mitad de lo que va aumentando aquí?

E: - Si señor

P: - Ok perfecto, bueno listo.

P: - Tu respondiste que "al calcular la resistencia en cada cambio de corriente no hay ninguna variación pues ya que como ya se dijo cambia la corriente".
¿A qué se debe eso?

E: - Porque o sea...

Valga la redundancia cambia la corriente, o sea nos están diciendo que el primer montaje tenemos una resistencia de 10 Ohmios y del segundo una de 20 Ohmios si no que dicen que genera corriente o sea el mismo voltaje lo que genera corriente si cambio de 8,5 a 9 o que de 6 a 7, así.

Eso es lo que di a entender, no di con la resistencia.

P: - Ok, ¿Cuál es la evidencia que tu observas para decir que si hay un cambio de corriente?

E: - Me los dan, ¿no?

P: - Ok, ¿En la tabla?

E: - Pero es que, o sea, es que lo que me da es la... Uno dice un ejemplo de... yo tomo este ejemplo de 8,5 a 9, o sea entonces el cambio de corriente es hacer el ese, me lo dan acá (señala tabla de valores) y si hay cambio de corriente pues porque a lo que lo medí me dio diferente valor.

Aquí me daba un ejemplo no, me daría 7 aquí me da 7,1 entonces si hay cambio de corriente.

Nota: En cada una de las conversaciones la letra P respresenta al entrevistador, mientras la letra E representa al estudiante entrevistado.

Los tres estudiantes respondieron correctamente a las preguntas sobre las que se indagó en la entrevista, en la prueba escrita. Los tres sujetos dan cuenta de la existencia del cambio entre estados diferentes, pues son capaces de compararlos y de aplicar estrategias de tipo aritmético, tales como la resta de los valores de los estados, o establecer una razón de proporción entre los valores de las

variables, para poder determinar un valor que les permita identificar el cambio que se presenta en los valores de los estados. Se constata con esto, que establecen una unidad de referencia: *el valor de la resistencia del circuito o la razón de proporción*, que uno de ellos pudo identificar, al relacionar las variables, lo que le permitió reconocer el cambio en ellas.

7.3.1.2. *Reconoce a nivel global cambios de estado de las variables (aumento - disminución).*

Tabla 51
Evidencia subcategoría 2 de estrategias variacionales

<i>Estudiante Nivel Bajo (E4)</i>	<i>Estudiante Nivel Medio (E2)</i>	<i>Estudiante Nivel Alto (E3)</i>
<i>P: - Ok listo, o sea lo que acabas de mencionar que tú siempre vez que en cada momento nos va dando ¿qué?</i>	<i>P: -Tu respondiste que "al calcular la resistencia en cada cambio de corriente no hay ninguna variación, pues ya que como ya se dijo, cambia la corriente".</i>	
<i>E: - Un aumento</i>	<i>¿A qué se debe eso?</i>	
<i>P: - Un aumento</i>	<i>E: -Porque o sea...</i>	
<i>E: - Y el voltaje es la mitad de ese aumento.</i>	<i>Valga la redundancia cambia la corriente, o sea nos están diciendo que el primer montaje tenemos una resistencia de 10 Ohmios y del segundo una de 20 Ohmios si no que dicen que genera corriente o sea el mismo voltaje lo que genera corriente si cambio de 8,5 a 9 o que de 6 a 7, así.</i>	
<i>P: -O sea, ¿el voltaje es la mitad de lo que va aumentando aquí?</i>	<i>Eso es lo que di a entender, no di con la resistencia.</i>	
<i>E: - Si señor</i>	<i>P: - Ok, ¿Cuál es la evidencia que tu observas para decir que si hay un cambio de corriente?</i>	
<i>P: - Ok perfecto, bueno listo.</i>	<i>E: - Me los dan, ¿no?</i>	
	<i>P: - Ok, ¿En la tabla?</i>	
	<i>E: - Pero es que, o sea, es que lo que me da es la... Uno dice un ejemplo de... yo tomo este ejemplo de 8,5 a 9, o sea entonces el cambio de corriente es hacer el ese, me lo dan acá (señala tabla de valores) y si hay cambio de corriente pues porque a lo que lo medí me dio diferente valor.</i>	

*Aquí me daba un ejemplo no, me daría
7 aquí me da 7,1 entonces si hay
cambio de corriente.*

Nota: En cada una de las conversaciones la letra P respresnta al entrevistador, mientras la letra E representa al estudiante entrevistado.

Se observa un reconocimiento del análisis comparativo a nivel local–global, por parte de dos de los estudiantes: a partir de un análisis local de comparación de distintos estados consecutivos, logran identificar la existencia de cambios a nivel global en la situación. Lo anterior se pone en evidencia en las siguientes respuestas, dadas por los estudiantes referenciados en la **Tabla 51**.

*7.3.1.3. Identifica patrones de comportamiento a nivel local o global de una variable,
a partir del análisis de su representación gráfica..*

Tabla 52
Evidencia subcategoría 3 de estrategias variacionales

<i>Estudiante Nivel Bajo (E4)</i>	<i>Estudiante Nivel Medio (E2)</i>	<i>Estudiante Nivel Alto (E3)</i>
<i>P: - Ok perfecto, luego nos preguntaban ¿cada cuantos segundos se da ese ciclo? Tu respondiste “60” cuéntame.</i>	<i>P: - Ok perfecto, listo. Vámonos a una pregunta que me causó curiosidad aquí, y es importante esta pregunta de acá.</i>	<i>P: - O sea que en si ¿cuántos ciclos habría acá?</i>
<i>E: - Eh... porque acá viendo la gráfica veía que cuando iba a iniciar el segundo ciclo por decirlo así, ya estaban en 60 segundos entonces cuando veía que iba para allá del segundo ciclo al tercer ciclo aumente estos dos y daban 60.</i>	<i>Listo, bien aquí en esta pregunta tenemos un contexto una gráfica si eh... quise plantear unas situaciones por ejemplo aquí se te planteó y se te preguntaba, ¿Qué sucede con el voltaje en los tiempos cuando cambia de 0 segundos a 120 segundos?</i>	<i>E: - Eh... 3</i>
<i>P: - Ok, o sea cada ciclo daban 60.</i>	<i>Listo tu planteaste que” se presentaban dos cifras si, y cuando el tiempo del voltaje cambia de 0 a 120 segundos se activan los ciclos logrando hacer dos ciclos de cargue y descargue” eso fue lo que respondiste bien, explícame esa respuesta.</i>	<i>P: - Tres ciclos, Ok perfecto listo. Dice cada ¿cuántos segundos se da un ciclo de carga y descarga?</i>
<i>E: - Si señor</i>		<i>E: - El ciclo de carga y descarga se da cada 60 segundos, si lo contamos por aparte cada ciclo de carga deberían ser 30 segundos y cada ciclo de descarga entre otros 30 segundos.</i>
<i>P: - Ok, listo, luego nos piden que representáramos la gráfica en tiempos de 180 a 360 segundos. ¿Sí?, aquí nos dicen, ah perdón, luego nos piden que contáramos cuantos ciclos de carga y descarga se presentan en los tiempos de 180 a 360 segundos tú me respondiste que “3 porque</i>	<i>E: - Básicamente lo que hice, tomar el tiempo que se demora la descarga un ejemplo aquí (el estudiante señala y compara la gráfica) de 0 a 120 serian 60 segundos eh... en ese tiempo había un cargue y un descargue, que pasa de 0 a 120 si me dicen que en 60 hay un cargue y un descargue pues</i>	<i>P: - Perfecto muy bien, o sea que, si nosotros hiciéramos una extensión de, aquí se te pide una extensión de 240 y 540 segundos tu construiste esta grafica ¿sí?</i>
		<i>E: - Sí.</i>
		<i>P: - Listo cuéntame como la construiste y que tuviste en cuenta para poder construirla.</i>

cada ciclo dura 60” entonces hiciste una operación cuéntame.

E: - Eh... pues hice 60 más 60 más 60 da 180 y sabiendo que 360 es dos veces 180 me dijiste que de 180 a 360 cuanto era, eh... entonces puedo hacer lo mismo poniendo acá 180 y acá 360 (el estudiante señala los extremos de la gráfica) y dan los tres ciclos.

lógicamente en todo tiene que haber dos cargas y dos descargas así fue como saque la respuesta.

P: - Ah... ok perfecto o sea tu observaste aquí, ¿Qué observaste aquí?

E: - Eh... cada cuánto se repetía el cargue y el descargue.

P: - Listo. Aquí nos plantean cuántos ciclos de carga y descarga puede observar en la gráfica.

Entonces tú dices que “en la gráfica se observan tres ciclos de carga y descarga” si, listo eso es fácil de identificar, ¿Cómo lo identificaste?

E: - Como dijo ya usted, es bastante fácil: carga, carga, carga tres ciclos descargue, descargue, descargue tres ciclos (el estudiante compara la gráfica).

E: - Eh... tuve en cuenta el valor de al momento de subir el voltaje eh... al momento que disminuye y tomando en cuenta que la tabla era periódica y siempre se repetía el mismo ciclo.

Nota: En cada una de las conversaciones la letra P respresenta al entrevistador, mientras la letra E representa al estudiante entrevistado.

Se observa que los tres sujetos consiguen identificar patrones en la gráfica, a partir de la observación de su comportamiento, fijando su atención en los cambios que se dan en ella, pues los sujetos son capaces de dar razón de situaciones locales de aumento y disminución en la gráfica. Estableciendo, para ellos, una unidad de referencia asociada al *tiempo de duración de un ciclo de carga – descarga* del condensador. a identificación de *la constante tiempo de duración de un ciclo*, fue fundamental para que los estudiantes pudieran identificar los momentos de cambio y repetición de los movimientos de la gráfica, tomando dicha constante como referencia, para la descripción del comportamiento futuro de la gráfica, dando a entender que el reconocimiento de patrones no sólo se da desde lo local, sino también a nivel global.

7.3.1.4. Establece una unidad de referencia para identificar cambio en los estados de las variables.

Tabla 53
Evidencia subcategoría 4 de estrategias variacionales

<i>Estudiante Nivel Bajo (E4)</i>	<i>Estudiante Nivel Medio (E2)</i>	<i>Estudiante Nivel Alto (E3)</i>
<p>P: - Ok, listo, luego nos piden que representáramos la gráfica en tiempos de 180 a 360 segundos.</p> <p>¿Sí?, aquí nos dicen, ah perdón, luego nos piden que contáramos cuantos ciclos de carga y descarga se presentan en los tiempos de 180 a 360 segundos tú me respondiste que “3 porque cada ciclo dura 60” entonces hiciste una operación cuéntame.</p> <p>E: - Eh... pues hice 60 más 60 más 60 da 180 y sabiendo que 360 es dos veces 180 me dijiste que de 180 a 360 cuanto era, eh... entonces puedo hacer lo mismo poniendo acá 180 y acá 360 (el estudiante señala los extremos de la gráfica) y dan los tres ciclos.</p>	<p>Bien ahora eh... una pregunta que teníamos también ahí planteada es si: En el momento con que el voltaje... perdón.</p> <p>Que tenemos aquí planteada es si a los 40 segundos el voltaje era de 0.7 voltios se te pedía que calcularas otros tres tiempos más en los cuales el voltaje era el mismo tu planteaste estos tres valores si, estos tres tiempos donde el voltaje es el mismo 0.7, ¿sí?, tu aquí planteas “los datos que aparecen porque son frecuentes, que se repiten entonces cada cierto tiempo vuelve aparecer un mismo valor.</p> <p>E: - Vuelve a aparecer un mismo valor.</p> <p>P: - Ok perfecto aclárame esto.</p> <p>E: - Eh... como la gráfica eh... siempre llega a un ejemplo a un mismo tope, no hay uno que llegue más o algo así, ¿sí?, entonces si me dicen que busque uno que se repita que tenga 0,7, 0,7, 0,7 entonces (yo busco acá 0,7 más o menos me daría por acá digamos así, acá 40 segundos me dio entonces como es periódico se repite y se repite, entonces yo podía tomar con mi respuesta tomar el de acá, el de acá... o igual acá (señala diferentes segmentos de la gráfica) por lo que se repetía.</p> <p>P: - Listo.</p> <p>E: - Por lo que se repetía.</p> <p>P: - Por lo que se repetía, entonces puedes identificar ese valor.</p> <p>E: - Sí.</p> <p>P: - En varios tiempos.</p>	<p>P: - Ok perfecto bien, luego nos plantean una situación donde nos dan, nos piden que si eh... a los 40 segundos el voltaje es 0.7 en esta grafica que tenemos acá digamos en que otros si tiempos también el voltaje es 0.7, tú me planteas que “en 100 ,160 y 220” cuéntame cómo calculaste esos valores.</p> <p>E: - Pues tomando en cuenta que la gráfica es periódica entonces la onda siempre va a subir igual. Entonces el ciclo de aumento siempre se va a repetir igual, entonces si cogemos eh... que cada 40 segundos está en 0.7 entonces al sumarle los 60 que sería donde se da un ciclo y se cierra, que hay ciclos donde se repite entonces tomando en cuenta eso se suman los 60 segundos al 40 anteriormente dado y ahí nos da el resultado donde se da la repetición de los 0.7 segundos en este caso ahí sería 100 segundos y luego a ese se le suman los 60 y serían 160 y así sucesivamente hasta que me dio los tres.</p>

E: - Si por que se, da la misma si se toma ejemplo 10 segundos a 170 segundos, igual va a llegar hasta 0,7 voltios.

P: - Ok, y ese mismo proceso lo podemos determinar acá en la extensión de la gráfica hacia 540 segundos por ejemplo aquí dime un valor un tiempo, en el cual tenemos esos 0,7 voltios.

E: - Eh... de que parte llevo el ejemplo, siempre y cuando (no hay claridad en el audio) que cambia la duración, un ejemplo que ya no dura como dije yo 30 segundos sino ya 40, eso ya la cambiaria, o sea opino yo, si no dicen que no cambia de tiempo ni prolongación lo puedo seguir observando.

Nota: En cada una de las conversaciones la letra P respresenta al entrevistador, mientras la letra E representa al estudiante entrevistado.

Se observa en las respuestas dadas por los tres sujetos entrevistados que, aunque no se alejan de un análisis visual de la gráfica, sobre la cual se les solicita que den cuenta de una unidad de referencia, que les permita identificar el cambio en las variables, los tres sujetos logran reconocer un patrón de tiempo, asociado *al tiempo de ocurrencia de un ciclo de carga – descarga*, que es constante en distintos momentos del comportamiento de la gráfica. Esto les permite identificar la ocurrencia de un valor en específico, esto es, la existencia del patrón de tiempo constante, que según los argumentos de los estudiantes, es necesario identificar, para poder determinar fácilmente la ocurrencia del valor para momentos futuros. El reconocimiento de dicha unidad de referencia, que los entrevistados reconocen como un patrón, los lleva a un acercamiento a la definición de función periódica: $f(x+k) = f(x)$, dado que reconocer la existencia del patrón de tiempo constante, implícitamente, los lleva a pensar en la existencia del periodo. Esto último, les permite determinar

momentos de tiempo futuros, para los cuales se dará el mismo valor. Cabe resaltar que los estudiantes E2 y E3 usan el término “*periódico*” para poder responder al interrogante planteado.

7.3.1.5. Establece una relación en las variables reconociendo covariación entre ellas.

Tabla 53

Evidencia subcategoría 5 de estrategias variacionales

<i>Estudiante Nivel Bajo (E4)</i>	<i>Estudiante Nivel Medio (E2)</i>	<i>Estudiante Nivel Alto (E3)</i>
<i>P: - Ok perfecto, o sea que tu calculaste el valor de la resistencia teniendo en cuenta que esto era el doble de esta magnitud, o sea que en este caso que el valor del amperio era el doble del voltaje lo mismo que acá, lo mismo que acá (señala la tabla de valores) ahí fue donde tu determinaste la resistencia.</i>	<i>P: - Ok, perfecto entonces tu observas que a medida que cambia el voltaje va cambiando la corriente.</i>	<i>P: - Ok perfecto, luego yo observo. Se te hace una pregunta que es calcular la resistencia, ¿sí? y te planteaba que observas al momento de calcular la resistencia en cada cambio de corriente eh... tu respondiste que “la resistencia es de 20 Ohmios y nunca cambia”.</i>
<i>Ok listo perfecto, o sea que tu estableces una relación de la resistencia y el cambio de corriente y el cambio de voltaje.</i>	<i>E: - Sí.</i>	<i>E: - Eh... de 2 Ohmios</i>
<i>E: - Si señor.</i>	<i>P: - ¿Si y que pasa con la resistencia?</i>	<i>P: - Perdón de 2 Ohmios y nunca cambia, listo cuéntame, explícame esta respuesta.</i>
<i>P: - ¿Cómo estableces esa relación?</i>	<i>E: - No cambia la resistencia.</i>	<i>E: - Pues según lo, la ley de Ohmios que dice que resistencia es igual a intensidad por voltaje entonces yo tomé los dos primeros valores que son 0.5 y 0.25 eh... tomando en cuenta esos dos voltajes que pues al multiplicarlos.</i>
<i>E: - La verdad pues, ¿cómo la establezco?</i>	<i>P: - ¿La resistencia no cambia?</i>	<i>P: - Bueno listo al multiplicarlos tu calculaste 2 Ohmios.</i>
<i>P: - Sí.</i>	<i>E: - No.</i>	<i>E: - Me dio dos Ohmios.</i>
<i>E: - Pues ya creo que. Se me fueron las palabras.</i>	<i>P: - Listo y ese cambio, ese cambio que la resistencia no cambia ¿influye en el cambio de las variables?</i>	<i>P: - Listo.</i>
<i>P: - Ok listo, o sea lo que acabas de mencionar que tú siempre vez que en cada momento nos va dando ¿qué?</i>	<i>E: - Eh... yo diría que sí y no, porque o sea depende de que quiera, por ejemplo, si quisiera aumentar más el voltaje disminuye la resistencia, igual la corriente, todo depende de lo que quiera.</i>	<i>E: - Sí.</i>
<i>E: - Un aumento</i>		<i>P: - Bien listo, pero entonces la pregunta que yo te hago es bien, eh... nuevamente te planteo ¿qué observas al momento de calcular la resistencia en cada cambio de corriente?</i>
<i>P: - Un aumento</i>		<i>E: - Que la resistencia no variaba.</i>
<i>E: - Y el voltaje es la mitad de ese aumento.</i>		<i>P: - No variaba.</i>
<i>P: - O sea, ¿el voltaje es la mitad de lo que va aumentando aquí?</i>		

E: - Si señor

P: - Ok perfecto, bueno listo.

E: - Siempre mantenía con el mismo valor.

P: - Ok, se mantenía constante. Si observabas que la resistencia se mantenía constante, ese hecho de que la resistencia se mantenía constante afectaba o influía ¿dentro de la tabla? O ¿dentro de las variables?

E: - Si influía porque si la resistencia hubiera cambiado los valores entre intensidad y voltaje hubieran sido diferentes.

P: - O sea hubieran cambiado también.

E: - Sí.

P: - O sea que en ese caso ella influiría en los valores.

E: - En los valores eh... del método que se usa para averiguar los valores y el resultado que queda de cada uno.

Nota: En cada una de las conversaciones la letra P respresenta al entrevistador, mientras la letra E representa al estudiante entrevistado.

Se observa que los estudiantes consiguen identificar relación de cambio entre las variables, ligada a la existencia de una constante, referenciada en esta investigación, como *la resistencia de un circuito*, que le permite a los estudiantes identificar que si existe el cambio de dicha constante, entonces se asume un efecto de cambio de una variable en la otra, con lo que se establece la *covariación entre las variables*..

7.3.1.6. Establece nuevos estados para valores de las variables a mediano o largo plazo de manera local.

Tomando como referencia la **Tabla 52**, se observa que los estudiantes, especialmente los estudiantes **E2** y **E3**, logran establecer nuevos estados a partir del reconocimiento de patrones a

nivel local, guiados por una unidad de referencia asociada al *tiempo de duración de un ciclo de carga – descarga*, con lo cual, logran inferir momentos futuros para el valor estudiado.

7.3.1.7. *Establece nuevos estados del comportamiento de una gráfica a mediano o largo plazo de manera local.*

Tabla 54
Evidencia subcategoría 7 de estrategias variacionales

<i>Estudiante Nivel Bajo (E4)</i>	<i>Estudiante Nivel Medio (E2)</i>	<i>Estudiante Nivel Alto (E3)</i>
<p><i>P: - El ciclo perfecto listo. Luego nos dice por ejemplo acá (señala la gráfica) que en la C, construya una gráfica semejante a ellas, listo si yo te pidiera, tu hiciste esta grafica ¿cierto? ¿Qué tuviste en cuenta para hacer la construcción de esa gráfica?</i></p> <p><i>E: - primero el tiempo, el tiempo que dura cada ciclo y segundo el pico de voltaje o sea el ciclo de carga y descarga.</i></p> <p><i>P: - Pero ¿qué tuviste en cuenta del tiempo?</i></p> <p><i>E: - Los segundos o más o menos en cada cuenta se desarrollaba el ciclo.</i></p> <p><i>P: - Para qué.</i></p> <p><i>E: - Para así hacer también, pues viendo bien también, todas son periódicas si, entonces una semejanza pues que la mía también iba a ser periódica en tal que si yo cojo esto o pues el primer ciclo ya sé que el segundo ciclo va a ser igual en eso me retome yo.</i></p>	<p><i>P: - Listo perfecto, eh... cuando se te pide que construyas una gráfica semejante a las que observas en la figura 5, por ejemplo, ¿qué tendrías en cuenta para poder construir las?</i></p> <p><i>E: - Eh... hasta donde se prolonga tanto en positivo como negativo, y cada cuánto se repite el ciclo, en este caso sería 0,03 y 0,02 eso sucesivamente para poder prolongar.</i></p> <p><i>P: - Perfecto y si nosotros eh... como en este caso la gráfica literal C, si se pidiera que se prolongara la gráfica, ¿qué elementos debes tener en cuenta para poder hacer prolongación?</i></p> <p><i>E: - Eh... yo diría que lo mismo o sea el rango hasta donde va tanto en positivo como en negativo, repito lo mismo y cuánto dura cada ciclo, así para poderlo repetirlo, cada cuánto es el cargue y descargue eso.</i></p> <p><i>P: - Ok listo, o sea en este caso cuando hablas de cargue y descargue estas tomando en cuenta que, ese ciclo como lo identificarías porque ese ciclo se está repitiendo varias veces.</i></p> <p><i>E: - Como lo identifico la elevación o sea un ejemplo cargue y descargue y vuelve a subir.</i></p>	<p><i>P: - La gráfica listo bien, si acá nos plantean que por ejemplo determinada, para cada gráfica construyéramos una extensión de esta, si tomamos tiempos hasta los 60 segundos, por ejemplo, que tendrías en cuenta para poder hacer la extensión de la gráfica.</i></p> <p><i>E: - Eh... tomaría en cuenta la misma grafica que me da y cada cuanto se carga y se descarga tomando en cuenta eso eh... ubicaría los otros ciclos que se me dan en los próximos 60 segundos.</i></p> <p><i>P: - Ok, por ejemplo, cuántos ciclos te darían de esta, en los próximos 60 segundos.</i></p> <p><i>E: - Eh... ¿se darían?</i></p> <p><i>P: - Si quieres haz la gráfica.</i></p> <p><i>E: - Pues como lo forma ahí después subirían 10 segundos y bajarían 2 y en la tabla hay termina en 20 segundos. Pero entonces para yo continuar los ciclos me tocaría empezarlo desde acá que sería los 18 segundos, entonces yo tomo en cuenta eso y entonces sigo acá en este lapso de tiempo de que es de acá (el estudiante señala la gráfica) 18 hasta aquí me daría, se aumentaría hasta, el ciclo se da hasta los 28 después, entonces daría un ciclo lo vuelvo hacer, el otro ciclo iría 38, lo volvería</i></p>

*hacer el ciclo me daría 48 lo
vuelvo hacer, el ciclo me daría 58
y entonces me daría cuatro ciclos.*

Nota: En cada una de las conversaciones la letra P respresnta al entrevistador, mientras la letra E representa al estudiante entrevistado.

Se observa que los tres sujetos establecen como unidades de referencia el tiempo de duración de un ciclo de carga – descarga y los valores máximo y mínimo del voltaje, para poder establecer nuevos estados respecto al comportamiento de la gráfica. Las unidades de referencia, las reconocen como patrones de repetición constante en el comportamiento de la gráfica y en valores de ella. Esto les permite construir comportamientos e identificar valores de la gráfica en cualquier estado, lo que los hace capaces, de manera inductiva, de realizar un análisis global de la gráfica y así, predecir comportamientos y estimar los valores futuros de las variables.

7.3.1.8. Establece nuevos estados para valores de las variables a corto plazo de manera global.

Teniendo en cuenta la información de las **Tablas 52 y 54**, se observa que los estudiantes logran realizar un ejercicio local – global donde, de manera inductiva, consiguen determinar los estados futuros y los presentes, para los valores de un gráfico. Mas no es evidente en la información que dan los estudiantes en las entrevistas, que logren realizar una práctica de predicción global – local, ya que se observa, como se ya se dijo, que al realizar el análisis de un gráfico, lo primero que hacen es un análisis local para, a continuación, poder visualizar globalmente la información que proporciona el grafico.

7.3.1.9. Establece nuevos estados de comportamiento de una gráfica a corto plazo de manera global.

Al igual que en el numeral anterior, se puede llegar a la misma conclusión respecto a la posibilidad que tiene el estudiante, para dar información local de lo que sucede con la gráfica,

desde una visión global de la misma. Es decir, a los estudiantes se les facilita realizar una práctica de predicción de comportamientos futuros de la gráfica, desde un análisis local del comportamiento de la misma; sin embargo, a los estudiantes, muy posiblemente, no se les facilita predecir estados locales del comportamiento de la misma, desde una visión global. Por lo tanto, es posible que los estudiantes puedan realizar una práctica inductiva de predicción, más no una deductiva de predicción.

7.3.2. Resultados respecto a los procedimientos de predicción.

Retomando las categorías y subcategorías definidas para el análisis cualitativo, sobre los procedimientos de predicción usados por los estudiantes (**Tabla 10**), se realiza un análisis intersujeto, tomando las respuestas dadas en las entrevistas por parte de los estudiantes entrevistados.

7.3.2.1. Establece la expresión analítica que describe el comportamiento repetitivo.

Respecto al procedimiento de describir comportamientos repetitivos de una situación variacional, estableciendo una expresión analítica, la información arrojada en las entrevistas y en las pruebas escritas, denota ausencia de tal procedimiento, dando a entender que los estudiantes no logran, de manera inmediata, establecer expresión analítica, para poder describir el comportamiento repetitivo de datos o de una gráfica.

7.3.2.2. Establece la existencia de patrones a partir de la relación funcional $f(x+p) = f(x)$.

Respecto al procedimiento analítico de determinar la existencia de patrones, mediante un acercamiento a la relación funcional: $f(x+p) = f(x)$; se observa que de los tres estudiantes entrevistados, el único que logra desarrollar este procedimiento es el estudiante E3, quien establece

para el caso la constante “p”, como el patrón de tiempo de duración de un ciclo determinado en el análisis de la gráfica. Esto se puede evidenciar en la siguiente respuesta, dada por el estudiante:

E: - Pues tomando en cuenta que la gráfica es periódica entonces la onda siempre va a subir igual. Entonces el ciclo de aumento siempre se va a repetir igual, entonces si cogemos eh... que cada 40 segundos está en 0.7 entonces al sumarle los 60 que sería donde se da un ciclo y se cierra, que hay ciclos donde se repite entonces tomando en cuenta eso se suman los 60 segundos al 40 anteriormente dado y ahí nos da el resultado donde se da la repetición de los 0.7 segundos en este caso ahí sería 100 segundos y luego a ese se le suman los 60 y serían 160 y así sucesivamente hasta que me dio los tres.

7.3.2.3. Realiza operaciones aritméticas que le permitan identificar la existencia de patrones.

En las respuestas dadas por los estudiantes en las entrevistas, no se observa el uso de procedimientos aritméticos que permitan identificar patrones en el comportamiento de un gráfico o de un conjunto de valores. Sin embargo, si se toma como referencia la información de la **Tabla 51 y 52**, donde se observa el uso de procedimientos aritméticos (resta) para identificar cambios en los valores de las variables y el uso de la aplicación de la relación funcional $f(x+p) = f(x)$ por parte del estudiante E3, para hallar momentos futuros para un valor frecuente; se puede inferir que el uso de estas estrategias podrían llevar al estudiante a identificar patrones en el comportamiento de un gráfico o en un conjunto de valores.

7.3.2.4. Realiza la construcción de tablas o lista de valores con el fin de establecer la existencia de patrones.

Respecto a este procedimiento tanto en la prueba escrita, como en las entrevistas no se observa la construcción de tablas o de listados de valores, para poder establecer la existencia de patrones en una situación variacional.

7.3.2.5. Identifica en el gráfico patrones de comportamiento repetitivo.

Este es un procedimiento visual constante durante la aplicación de la prueba escrita. Su existencia y constancia se corroboran con las respuestas dadas por los estudiantes en las

entrevistas, como las que podemos observar en la **Tabla 55**, donde los estudiantes demuestran la importancia que le dan al uso de la gráfica, puesto que con ella pueden realizar sus análisis o construcciones semejantes, que les permiten entender mejor la situación en que se encuentran.

Tabla 55
Evidencia subcategoría 5 de procedimientos de predicción

<i>Estudiante Nivel Bajo (E4)</i>	<i>Estudiante Nivel Medio (E2)</i>	<i>Estudiante Nivel Alto (E3)</i>
<p><i>E: - Eh... primero cogí el voltaje por decirlo así y lo puse en la fila y el amperio o corriente lo puse en la otra, así (el estudiante construye una gráfica) por ejemplo.... Lo mismo acá (el estudiante ubica valores en la gráfica) me daba 0.3 en 35 y 0.7 y los unía entonces daba por ejemplo por acá (el estudiante ubica los valores en la gráfica) y así comenzaba, comencé desde cero y fue la gráfica fue aumentando.</i></p> <p><i>E: - Eh... porque acá el (el estudiante señala la gráfica) si sumaba uno por aquí...</i></p> <p><i>E: - No eh... esto todo es un ciclo lo que sería la mitad de descarga, lo que sería y un ciclo se compone de carga y descarga, y pues acá (el estudiante señala la gráfica) está la carga y descarga.</i></p> <p><i>E: - Eh... pues hice 60 más 60 más 60 da 180 y sabiendo que 360 es dos veces 180 me dijiste que de 180 a 360 cuanto era, eh... entonces puedo hacer lo mismo poniendo acá 180 y acá 360 (el estudiante señala los extremos de la gráfica) y dan los tres ciclos.</i></p> <p><i>E: - Eh... mi gráfica fue que en cada ciclo le aumentaba 60, y pues llegando a 1.3 en eso comencé en 240, 300 y así sucesivamente hasta llegar a 540.</i></p> <p><i>E: - Periódico es que sea semejante lo anterior, por decirlo así, que esto sea semejante a esto</i></p>	<p><i>E: - Eh... lo medí ejemplo este es el (señala la gráfica que realizo) si el voltaje....</i></p> <p><i>E: - Básicamente lo que hice, tomar el tiempo que se demora la descarga un ejemplo aquí (el estudiante señala y compara la gráfica) de 0 a 120 serían 60 segundos eh...</i></p> <p><i>E: - Como dijo ya usted, es bastante fácil: carga, carga, carga tres ciclos descargue, descargue, descargue tres ciclos (el estudiante compara la gráfica)....</i></p> <p><i>E: - Bueno no como 1.3, digamos listo, entonces que fue lo que hice ahí mirar el rango, segundo mirar el tiempo que tomaba en cargar 30 segundos, tercero miré el rango que el tiempo que tarda en descargarse -30 segundos....</i></p> <p><i>E: - Eh... como la gráfica eh... siempre llega a un ejemplo a un mismo tope, no hay uno que llegue más o algo así, ¿sí?, entonces si me dicen que busque uno que se repita que tenga 0,7, 0,7, 0,7 entonces (yo busco acá 0,7 más o menos me daría por acá digamos así, acá 40 segundos me dio entonces como es periódico se repite y se repite, entonces yo podía tomar con mi respuesta tomar el de acá, el de acá... o igual acá (señala diferentes segmentos de la gráfica) por lo que se repetía.</i></p> <p><i>E: - Eh... toca, pues aquí (el estudiante señala la gráfica) toca deducirlo porque la gráfica no está bien explícita y sería un ejemplo 160....</i></p> <p><i>E: - (no hay claridad en el sonido) eh... diferencias, que esta (el estudiante</i></p>	<p><i>E: - Eh... pues tomando en cuenta, yo digamos tomaría una gráfica así normal (el estudiante construye una gráfica) y en cada lado pondría un valor, entonces yo iría acomodando según el valor que me dé o podría ir acomodando digamos en el caso de que digamos acá va corriente y acá (el estudiante señala la gráfica que construyó) va voltaje podría ir acomodando los puntos no más.</i></p> <p><i>E: - Pues la respuesta la di teniendo en cuenta la gráfica, tomando en cuenta que cada el voltaje acá (el estudiante señala la gráfica) como lo ve aumenta eh...</i></p> <p><i>E: - Pues tomando en cuenta que la gráfica es periódica entonces la onda siempre va a subir igual....</i></p> <p><i>E: - Eh... tomaría en cuenta la misma gráfica que me da y cada cuánto se carga y se descarga tomando en cuenta eso eh... ubicaría los otros ciclos que se me dan en los próximos 60 segundos.</i></p> <p><i>E: - Eh... tendría en cuenta el tipo de voltaje entonces ahí podría a ver una gráfica semejante pues una acá (el estudiante señala la gráfica), eh...</i></p>

y que esto sea semejante a esto, lo cual esto no es semejante, esto no es semejante (el estudiante realiza comparaciones entre la gráfica 1 y 2).

Nota: En cada una de las conversaciones la letra P respresenta al entrevistador, mientras la letra E representa al estudiante entrevistado.

7.3.2.6. Realiza procedimientos de reconstrucción gráfica de una función no periódica para convertirla en periódica.

Tabla 56
Evidencia subcategoría 6 de procedimientos de predicción

<i>Estudiante Nivel Bajo (E4)</i>	<i>Estudiante Nivel Medio (E2)</i>	<i>Estudiante Nivel Alto (E3)</i>
<i>P: - Tu tomas el termino periódico, cuéntame ¿por qué mencionas que estas graficas son periódicas?</i>	<i>P: - Ok perfecto, por ejemplo, si yo te pidiera que hicieras esta gráfica en forma que fuera periódica, ¿cómo la harías? Constrúyela.</i>	<i>P: - Si yo te pidiera ajústame esta gráfica para que fuera periódica como seria la nueva gráfica.</i>
<i>E: - Porque viendo yo que cada ciclo, es igual al anterior entonces puede decir que si yo puedo poner esta misma grafica acá me seguiría dando la misma onda o pues sería igual, el ciclo de carga y descarga en el mismo tiempo.</i>	<i>E: - Como lo haría, tengo que tener los valores de acá.</i>	<i>E: - Eh... seria aumentando siempre el mismo valor y disminuyendo siempre lo mismo.</i>
<i>P: - Ok perfecto, si yo te planteara estas graficas que están acá ejemplo esta, esta... Mencióname cuales de estas graficas serian periódica y cual no.</i>	<i>P: - ¿Cómo harías esta gráfica para que realmente fuera periódica? Si quieres haz la gráfica.</i>	<i>P: - Graficala por favor.</i>
<i>E: - Eh... la única grafica periódica que yo veo acá es esta (el estudiante señala una gráfica).</i>	<i>E: - ¿Esta grafica para que fuera periódica?</i>	<i>E: - Seria algo así, y yo diría que eso hay ya sería periódica porque aumenta igual y disminuye igual.</i>
	<i>P: - Si</i>	<i>P: - Ok, aumenta igual y disminuye igual, pero si yo te planteo esta gráfica así, que tú me estas planteando. ¿Es periódica? Según lo que tú me estas planteando.</i>
	<i>E: - No sé el tiempo que dura, se tomaría el tiempo que por ejemplo 5 segundos.</i>	<i>E: - No sería periódica.</i>
	<i>P: Ok.</i>	<i>P: - Pero si estaba aumentando el mismo valor.</i>
	<i>E: - Digamos que es igual si, 5 segundos, y para que sea periódica la volvería repetir.</i>	<i>E: - Pues en este caso sigue aumentando lo mismo, pero no sería periódica tomando en cuenta un tiempo un valor diferente que no es el mismo entonces, siempre se dan periodos en tiempos diferentes lo cual da que no sea periódica.</i>
	<i>P: - harías una gráfica así, luego otra igual cada cinco segundos con las mismas características.</i>	
	<i>E: - Con las mismas características y el mismo rango.</i>	

Nota: En cada una de las conversaciones la letra P respresenta al entrevistador, mientras la letra E representa al estudiante entrevistado.

Teniendo en cuenta la información de la Tabla 56 se puede observar que los estudiantes pueden realizar modificaciones a gráficas de tipo no periódico, para transformarlas en funciones que cumplan con la propiedad de la periodicidad. Para ello, observan el comportamiento previo de la gráfica, identificando un patrón con el fin de poder establecer un comportamiento repetitivo (periodo), que les permita construir estados futuros y realizar una extensión periódica de la gráfica.

8. Conclusiones

La presente investigación tiene como objetivo: *“Identificar las estrategias variacionales que utilizan los estudiantes de la especialidad Técnico en Mantenimiento de Automatismos Industriales en la IED Manuel del Socorro, al momento de dar solución a situaciones variacionales periódicas en la que se favorece la práctica de la predicción, en el contexto técnico laboral relacionado con la especialidad”*. A partir de los análisis realizados para las situaciones variacionales propuestas, en el presente capítulo se establecen las conclusiones que surgen del proceso de desarrollo de la investigación:

1. *La estrategia variacional de comparación es la más frecuente al momento de analizar una situación variacional.*

Al momento de abordar una situación variacional el estudiante recurre inicialmente a la estrategia variacional de comparación. Esto se evidencia, en el hecho que el primer ejercicio que realiza es la observación de la información, sea cual sea su representación, tabular o gráfica, para establecer información previa y posterior, que al compararla le permite reconocer algún cambio, patrón o comportamiento específico que le ayude a interpretar lo que sucede en la situación. El uso de esta estrategia, en algunos casos, se lleva a cabo a partir de estrategias aritméticas que le permiten al estudiante identificar algún elemento de referencia, con el que reconoce algún comportamiento variacional en las variables a tratar. El estudiante no desarrolla el ejercicio de aplicación de la estrategia de comparación en un solo momento, sino que debe (y lo hace) en diferentes momentos y estados, para poder realizarlo en rigor y correctamente. Este ejercicio de análisis comparativo en distintos momentos y estados es lo que permite al estudiante, establecer la unidad de referencia que le servirá para reconocer la variación en la o las variables de intervienen

en la situación variacional. Esto indica que la aplicación de esta estrategia se mueve entre lo local y lo global.

2. Los estudiantes establecen una unidad de referencia para el reconocimiento del cambio en las variables.

Al enfrentarse a una situación variacional para estudiar la variación que presentan las variables, los estudiantes establecen una unidad de referencia que les permite reconocer el cambio en o entre las variables y la evolución de dicho cambio. Dicha unidad de referencia es importante, ya que a partir de ella los estudiantes reconocen cómo se da el cambio en la variable y establecen relaciones de cambio entre variables. Determinar esta unidad de referencia está asociado a la estrategia variacional de Comparación, dado que, a partir de la aplicación de dicha estrategia y de un análisis comparativo de distintos estados, el estudiante logra establecer alguna regularidad que le permite reconocer el tipo de cambio que presenta la variable, cambio asociado a la existencia de una unidad de análisis. Generalmente, la unidad de referencia es un valor constante, asociado al tiempo de duración de un ciclo o a un valor constante como la resistencia de un circuito. También se puede concluir que la unidad de análisis se establece dependiendo del tipo de situación variacional que se aborde.

3. Los estudiantes establecen covariación entre variables a partir del establecimiento de una unidad de referencia.

Como se concluyó anteriormente, la unidad de referencia permite a los estudiantes reconocer el cambio existente en las variables, lo que es aplicable al momento de analizar la relación de variación entre variables. En dicha práctica, los estudiantes buscan, inicialmente, un elemento de referencia que les permita comprender cómo se están relacionando las variables y cómo dicho elemento afecta la relación que existe entre ellas. En el caso de los sujetos estudiados en esta

investigación, al tratar de establecer la existencia de relación de variación entre la intensidad de la corriente y el voltaje, el elemento de referencia para los estudiantes era la resistencia del circuito, de la cual ellos comprendían que si esta presentaba algún cambio, este influiría en las variables relacionadas con la resistencia.

4. *Los estudiantes logran realizar predicciones de comportamiento de una gráfica o valores de una variable a partir del establecimiento de la unidad de referencia.*

Se estableció que los estudiantes consiguen realizar ejercicios de predicción, tras el establecimiento de la unidad de referencia. Esto se da porque dicha acción permite al estudiante observar cómo se da el cambio de la variable o de las variables. Esto le otorga al estudiante una visión que va desde local, hacia lo global de la o las variables que intervienen en la situación variacional. Es decir, la unidad de referencia le sirve al estudiante para identificar cómo se da el cambio en la variable, para poder estimar valores o comportamientos futuros.

5. *El establecimiento de una unidad de referencia acerca al estudiante al establecimiento de la relación $f(x+p)=f(x)$.*

En algunos casos, los estudiantes asocian la unidad de referencia a valores constantes que presentan un comportamiento repetitivo en la gráfica o en la variable. Con esto, se establece la existencia de un patrón que les permite realizar prácticas de predicción. Dicho patrón lo asocian con el término “periodo”.

6. *El estudiante no establece inmediatamente una expresión analítica que le permita ejercer la práctica de predicción.*

Como se planteó en las conclusiones anteriores, cuando el estudiante intenta reconocer la variación de una variable, este recurre a una unidad de referencia. Dicha unidad de referencia, en algunos casos, facilita la práctica de predicción en el estudiante, acercándolo a la relación funcional

$f(x+p)=f(x)$, pero dicha situación no implica que los estudiantes logren establecer una expresión analítica que les permita realizar predicciones. Esto, posiblemente, se debe a que el estudiante, cuando va a abordar la situación variacional, su análisis no va más allá de lo que puede interpretar en el contexto de la situación. No logra llevar la información interpretada a un contexto matemático, que tampoco le fue solicitado explícitamente.

7. La unidad de referencia se puede establecer como unidad de análisis para el estudio de lo periódico en una situación variacional.

El hecho de que los estudiantes puedan reconocer la unidad de referencia, como un elemento para establecer el cambio en una variable y , que dicha unidad favorezca la práctica de predicción, favorece en el estudiante la significación de lo periódico y más cuando la unidad de referencia es identificada como un patrón constante.

8. El contexto en el cual se plantearon las situaciones variacionales no asegura la transferencia a la matematización analítica.

Para terminar, se puede concluir que, aunque la situación variacional se encuentra contextualizada, fuera del campo de las matemáticas, este hecho no asegura por sí mismo la transferencia a la matematización analítica, ya que como se observó para el caso de la presente investigación, aunque el ambiente técnico en el que están inmersos los estudiantes es rico en situaciones de tipo variacional, los usos del saber matemático que ya han abordado en otra asignaturas, sólo se quedan en tecnicismos probablemente porque no han tenido experiencias anteriores con procesos de modelación o de solución de problemas, sino que han estado expuestos a prácticas procedimentales poco significativas para ellos. Por ello, una recomendación de esta investigación es proponer a los estudiantes su participación en prácticas de resolución de problemas o modelación de situaciones de tipo variacional, cercanas al contexto técnico en el cual

está inmerso el estudiantes, que sean matematizadas hasta lograr encontrar los modelos matemáticos explicitando la intervención de las matemáticas que ellos han estudiado en cursos anteriores, para propiciar de esta manera que se puede dar transferencia de conocimientos de un contexto a otro, y poder ampliar la base de significados de los conocimientos matemáticos puestos en uso, lo que posiblemente puede permitir que los conocimientos matemáticos escolares sean funcionales para la actividad humana, es decir, para la vida.

9. Bibliografía

- Argüelles, A. (1996). Competencia laboral y educación basada en normas de competencia. Editorial Limusa. Recuperado de: https://books.google.es/books?hl=es&lr=&id=ryXukO2OlssC&oi=fnd&pg=PP1&dq=educaci%C3%B3n+laboral+&ots=DrKNad9xaB&sig=AK7BPVRodWreXmIK1cbAwR_yVgE#v=onepage&q=educaci%C3%B3n%20laboral&f=false.
- Arrieta, J., Buendía, G., Ferrari, M., Martínez, G., & Suárez, L. (2004). Las prácticas sociales como generadoras del conocimiento matemático. En Díaz, Leonora (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (pp. 418-422). México, DF: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C. Disponible en: <http://funes.uniandes.edu.co/6327/>.
- Arrieta, J., García, C., & Bustos, H. P. (2005). A través de lo periódico, el sol y las estrellas son mi reloj. Recuperado de: <http://funes.uniandes.edu.co/6081/>
- Alsina, À., & Domingo, M. (2007). Cómo aumentar la motivación para aprender matemáticas. Disponible en: <https://revistasuma.es/IMG/pdf/56/023-031.pdf>.
- Amezola, J. J. H., García, I. S. P., & Castellanos, A. R. C. (2008). Desarrollo curricular por competencias profesionales integrales. *Revista Educar*, 13. Recuperado de: http://moodlecontent.unid.edu.mx/dts_cursos_md/ME/CU/CUS07/ActIni/CUS07Desarrollo_curricular.pdf.
- Arrieche, M. J. (2008). ¿Qué se investiga en educación matemática? perspectivas de un investigador en desarrollo. En Lestón, Patricia (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (pp. 695-705). México, DF: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C.. Disponible en: <http://funes.uniandes.edu.co/5025/>.

Alsina, A. (2009). El aprendizaje realista: una contribución de la investigación en Educación Matemática a la formación del profesorado. En González, María José; González, María Teresa; Murillo, Jesús (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII* (pp. 119-128). Santander: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM. Disponible en: <http://funes.uniandes.edu.co/1638/>.

Alsina, A. (2009). El Aprendizaje Realista: Una Contribución de la Investigación en Educación Matemática a la Formación del Profesorado. *Investigación en Educación Matemática XIII*, 119-127. Recuperado de <http://www.seiem.es/publicaciones/archivospublicaciones/actas/Actas13SEIEM/SEIEMXIII-AngelAlsina.pdf>.

Arenas, F., Becerra, M., Morales, F., Urrutia, L., & Gómez, P. (2014). Razones trigonométricas. Recuperado de: http://funes.uniandes.edu.co/1895/1/Capitulo7_G6_Razonestrigonometricas_.pdf.

Acosta, E. (2016). La formación laboral como una fuente de inspiración para la educación matemática escolar. Conferencia presentada en Ciclo de conferencias en Educación Matemática de Gemad (11 de junio de 2016). Bogotá. Recuperado de: <http://funes.uniandes.edu.co/8422/>.

Buendía, G. & Cordero, F. (2005). Prediction and the periodic aspect as generators of knowledge in a social practice framework. A socioepistemological study. En *Educational Studies in Mathematics*. Kluwer publishers. Volumen 58. Número 3. 299-333. Disponible en: <https://link.springer.com/article/10.1007/s10649-005-2295-5>.

Buendía, G. (2005). Prácticas sociales y argumentos: el caso de lo periódico. En Lezama, Javier; Sánchez, Mario; Molina, Juan Gabriel (Eds.), *Acta Latinoamericana de Matemática*

Educativa (pp. 451-456). México DF, México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C. Recuperado de: <http://funes.uniandes.edu.co/5966/>.

Buendía, G. (2006). La periodicidad en el sistema didáctico: una articulación a la luz de la socioepistemología. En Martínez, Gustavo (Ed.), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa (pp. 812-817). México DF, México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C. disponible en: <http://funes.uniandes.edu.co/5725/>.

Buendía, G. (2006). Una socioepistemología del aspecto periódico de las funciones. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 9 (2) 227-251. Recuperado de: http://www.scielo.org.mx/scielo.php?pid=S1665-24362006000200004&script=sci_arttext&tlng=en

Buendía, G. (2008), Lo periódico en la relación de una función y sus derivadas. Recuperado de: <http://funes.uniandes.edu.co/5031/1/Buend%C3%ADaLoperi%C3%B3dicoALME2008.pdf>

Buendía, G., & Vázquez, R. I. (2009). Un instrumento para estudiar lo periódico en diversos contextos: la unidad de análisis. En Lestón, Patricia (Ed.), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa (pp. 747-754). México DF, México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C.

Buendía, G., & Montiel, G. (2009). Acercamiento Socioepistemológico a la Historia de las Funciones Trigonómicas. Acta Latinoamericana de matemática educativa. Vol 22. Recuperado de: https://www.researchgate.net/publication/263077032_Acercamiento_socioepistemologico_a_la_historia_de_las_funciones_trigonometricas.

- Berini, M., Bosch, D., Casadevall, M., Guevara, I., & Sabaté, D. (2010). Las matemáticas no me han servido para nada... Pero dicen que las matemáticas son imprescindibles.... SUMA, 64, pp. 15-24. Disponible en: <http://funes.uniandes.edu.co/6949/>.
- Buendía, G. (2010) Articulando el saber matemático a través de prácticas sociales. El caso de lo periódico. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa*. Número especial. 13 (4): 129-158. Recuperado de: <http://www.redalyc.org/pdf/335/33529137002.pdf>.
- Buendía, G. (2011). La construcción social del conocimiento matemático escolar. Un estudio socioepistemológico sobre la periodicidad de las funciones. México: Ediciones Díaz de Santos.
- Buendía, G. (2013). La construcción social del conocimiento matemático escolar: un estudio socioepistemológico sobre la periodicidad de las funciones. Ediciones Díaz de Santos.
- Beyer, W. (2013). Cursillo: lo que debemos y lo que no debemos hacer en la enseñanza de las matemáticas. Comunicación presentada en Encuentro Internacional de Matemáticas - EIMAT (Agosto 20 a 24 de 2013). Universidad del Atlántico. Disponible en: <http://funes.uniandes.edu.co/10314/>.
- Bonilla, F. J. (2014). El cuento y la creatividad como preparación a la resolución de problemas matemáticos. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 3(1), 117-143. Recuperado de: http://funes.uniandes.edu.co/6466/1/Edma0-6_v3n1_117-143.pdf.
- Briceño, E. R. G y Zaldivar, D. (2015). Estrategias variacionales en estudiantes de bachillerato de la uapuz en situación experimental. *El cálculo y su enseñanza*, 6(6), 145-166. Recuperado de: https://www.researchgate.net/publication/299785384_ESTRATEGIAS_VARIACIONALES_EN_ESTUDIANTES_DE_BACHILLERATO_DE_LA_UAPUAZ_EN_SITUACION_EXPERIMENTAL

- Balda, P. (2016). Constructos teóricos y metodológicos del enfoque socioepistemológico de la matemática educativa. Avances de una investigación. Comunicación presentada en Encuentro Distrital de Educación Matemática (8-10 de Septiembre). Bogotá DC.
- Cantoral, R. (2004). Desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional, una mirada socioepistemológica. En Díaz, Leonora (Ed.), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa (pp. 1-9). México, DF: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C. Recuperado de: <http://funes.uniandes.edu.co/6235/>
- Cantoral, R., Molina, J. y Sánchez, M. (2005). Socioepistemología de la Predicción. En J. Lezama, M. Sánchez y J.G. Molina (Eds.), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 18, 463-468. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Cantú, C. A., Canul, E., Chí, A., Flores, F., López, I., & Pastor, G. (2009). Resignificación de lo periódico en un ambiente tecnológico. Recuperado de: <http://funes.uniandes.edu.co/5242/>
- Cantoral, R. (2010). Tendencias de la investigación en matemática educativa: del estudio centrado en el objeto a las prácticas. En Lestón, Patricia (Ed.), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa (pp. 1043-1052). México, DF: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C. Recuperado de: <http://funes.uniandes.edu.co/4778/>.
- Castro, W. F. y Godino, J. D. (2011). Métodos mixtos de investigación en las contribuciones a los simposios de la SEIEM (1997-2010). En, M. Marín et al (Eds), Investigación en Educación Matemática XV (pp. 99). Ciudad Real: SEIEM.
- Caballero, M. y Cantoral, R. (2013). Una caracterización de los elementos el pensamiento y lenguaje variacional. En R. Flores (Ed), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 26, pp.1197-1205. México: Comité latinoamericano de matemática educativa. Recuperado de: <http://funes.uniandes.edu.co/4217/>

- Caballero-Pérez, M. & Cantoral, R. (2013). Dificultades en el desarrollo del pensamiento variacional en profesores de bachillerato. Recuperado de: https://www.researchgate.net/publication/271966728_Dificultades_en_el_desarrollo_del_pensamiento_variacional_en_profesores_de_bachillerato/stats
- Cantoral, R. (2013). Socioepistemología de la variación y el cambio. C. Cuevas, & F. Pluvillage, La enseñanza del cálculo diferencial e integral, 195-216. Recuperado de: https://www.researchgate.net/profile/Ricardo_Cantoral/publication/275950244_Socioepistemologia_de_la_variacion_y_el_cambio/links/554a2ecb0cf21ed21358d22e.pdf
- Cantoral, R., Reyes-Gasperini, D. y Montiel, G. (2014). Socioepistemología, Matemáticas y Realidad. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 7(3), 91-116.
- Cantoral, R., Reyes-Gasperini, D., & Montiel, G. (2014). Socioepistemología, Matemáticas y Realidad. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 7(3), 91-116. Disponible en: <http://www.redalyc.org/pdf/2740/274032530006.pdf>.
- Componente Horizonte Institucional IED Manuel del Socorro (2015). Tomado de: https://issuu.com/paolapajaritocadena/docs/componente_horizonte_institucional_.
- Cantoral, R., Montiel, G., & Reyes-Gasperini, D. (2015). Socioepistemological program of Mathematics Education research: the Latin America's case/El programa socioepistemológico de investigación en Matemática Educativa: el caso de Latinoamérica. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 18(1), 5-18.
- Cantoral, R. (2016). Educación alternativa: matemáticas y práctica social. *Perfiles educativos*, 38(SPE), 7-18.
- Cantoral, R. & Caballero-Pérez, M. (2018). Causalidad y temporización entre jóvenes de bachillerato. La construcción de la noción de variación y el desarrollo del pensamiento y

- lenguaje variacional. Recuperado de:
https://www.researchgate.net/publication/331563013_Causalidad_y_temporizacion_entre_jovenes_de_bachillerato_La_construccion_de_la_nocion_de_variacion_y_el_desarrollo_del_pensamiento_y_lenguaje_variacional
- DE MATEMATICAS, M. L. C. A. (1998). Serie Lineamientos Curriculares. Bogotá Julio de. Recuperado de: https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf
- Díaz-Ríos, C., & Celis-Giraldo, J. (2010). Efectos no deseados de la formación para el trabajo en la educación media colombiana. *Educación y Educadores*, 13(2). Recuperado de <http://educacionyeducadores.unisabana.edu.co/index.php/eye/article/view/1695/2193>.
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. Dordrecht, Holland: PREFACE.
- Gómez, V. M (2009) La transición del nivel medio (Secundaria Superior) al trabajo y la formación postsecundaria en Colombia. Recuperado de:
https://s3.amazonaws.com/academia.edu.documents/33024700/Transicion_Ed_Media._Trabajo__Ed_Sup.V._M._GOMEZ_.pdf?AWSAccessKeyId=AKIAIWOWYYGZ2Y53UL3A&Expires=1503121774&Signature=8ACceAGaZ06nonLFZIH4%2FZ2NZ2s%3D&response-content-disposition=inline%3B%20filename%3DLa_transicion_del_nivel_medio_secundari.pdf.
- Gómez, V., & Celis, J. (2009). “Crédito educativo, acciones afirmativas y equidad social en educación superior en Colombia”. *Revista Estudios Sociales*, No. 33,106-117. Colombia: Universidad de los Andes.
- Gil, A. L. P. (2016). *El Inem y la media diversificada: Un acercamiento a los procesos de modernización de la educación en Pereira 1969-1994* (Doctoral dissertation, Universidad

- Tecnológica de Pereira. Facultad de Ciencias de La Educación. Maestría en Historia).
Recuperado de:
<http://repositorio.utp.edu.co/dspace/bitstream/handle/11059/6364/3709P438.pdf?sequence=1>.
- Guelmes, E. L., & Nieto, L. E. (2015). Algunas reflexiones sobre el enfoque mixto de la investigación pedagógica en el contexto cubano. *Revista Universidad y Sociedad*, 7(1), 23-29. Tomado de: http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2218-36202015000100004.
- Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, P. (2006). *Metodología de la investigación* (Vol. 3). México: McGraw-Hill. Tomado de:
http://www.unipamplona.edu.co/unipamplona/portalIG/home_158/recursos/e-books/16062015/metodologia.pdf.
- Hernández, P; Buendía, G. (2013). Los usos del conocimiento matemático fuera de la escuela. En Morales, Yuri; Ramírez, Alexa (Eds.), *Memorias I CEMACYC* (pp. 1-13). Santo Domingo, República Dominicana: CEMACYC. Recuperado de:
<http://funes.uniandes.edu.co/4185/1/Hern%C3%A1ndezLosusosCemacyc2013.pdf>
- Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, P. (2014). *Metodología de la investigación*. Sexta Edición. Editorial Mc Graw Hill. México. 2014• Hernández, R. *Metodología de la Investigación*. 6a Edición, Mc Graw Hill, México.
- Jackeline, E. (2013). Nociones de la teoría matemática realista. Ejemplo de ecuaciones diferenciales//Notions of realistic mathematics theory. Example of differential equations. *Redhecs*, 2(1), 90-104. Recuperado de:
<http://publicaciones.urbe.edu/index.php/REDHECS/article/viewArticle/2660>.

- Katz, V. (1987). The Calculus of the Trigonometric Functions. *Historia Mathematica*. 14, 311-324. Recuperado de: http://ac.els-cdn.com/0315086087900644/1-s2.0-0315086087900644-main.pdf?_tid=e007d0fc-4292-11e7-b112-00000aab0f6b&acdnat=1495858605_d27057c2e1f01d3aaeacb8d1c1486f33.
- Lascano, M., & Ramírez, R. (1997). Una estrategia didáctica para la enseñanza de la función coseno. *Revista EMA*, 2(3), 237-246. Recuperado de: http://funes.uniandes.edu.co/1053/1/29_Lascano1997Una_RevEMA.pdf.
- Lim, K., Kim, O., Cordero, F., Buendía, G., Kasmer, L., (2007) The use of prediction in mathematics classroom. En T. Lamberg & L. R. Wiest (Eds.). *Proceedings of the 29th annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (pp 1239-1248) Stateline (Lake Tahoe), NV: University of Nevada, Reno. Disponible en: file:///C:/Users/Compumax/Desktop/THE_USE_OF_PREDICTION_IN_MATHEMATIC_S_CLASSROOMS.pdf.
- León, C. E.; Sáchica, J. C.; Biosca, C.; Gama, M.; Maldonado, D.; Ocampo, M. (2012). El diseño del laboratorio de física como herramienta para la resignificación de conceptos matemáticos. En Obando, Gilberto (Ed.), *Memorias del 13er Encuentro Colombiano de Matemática Educativa* (pp. 1272-1277). Medellín: Sello Editorial Universidad de Medellín. Disponible en: <http://funes.uniandes.edu.co/2557/>.
- Lenis, S., & Alexander, O. (2016). Una propuesta de aula para la enseñanza de las funciones periódicas seno y coseno desde un enfoque variacional (Doctoral dissertation). Recuperado de: <http://bibliotecadigital.univalle.edu.co/handle/10893/10234>.

- Ladino, O. (2017). Examinando la factura del agua: estrategia didáctica integradora para potenciar el pensamiento crítico matemático. Conferencia presentada en Foro EMAD 2017: Educación Matemática en la educación media (6 de octubre de 2017). Bogotá. Disponible en: <http://funes.uniandes.edu.co/9313/>.
- Moreno, L., Waldegg, G. (1992). Constructivismo y educación matemática. *Educación Matemática*, 04(02), pp. 7-15 Disponible en: <http://funes.uniandes.edu.co/9535/>.
- Novick, M., Bartolomé, M., Buceta, M., Miravalles, M., & González, C. S. (1998). Nuevos puestos de trabajo y competencias laborales. *technical office*, (6). Recuperado de: http://www.oitcinterfor.org/sites/default/files/file_publicacion/novick.pdf.
- Montiel, G. (2005). Estudio Socioepistemológico de la función trigonométrica .Tesis de Doctorado. Centro de investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del IPN. Recuperado de: http://tesis.ipn.mx/bitstream/handle/123456789/1773/382_2005_CICATA-LEGARIA_DOCTORADO_montiel_espinosa_gisela.pdf?sequence=1.
- Montiel, G. (2006). Construcción Social de la Función Trigonométrica. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*. Vol 19. Recuperado de: <http://funes.uniandes.edu.co/5794/1/MontielConstruccionAlme2006.pdf>.
- Montiel, G. (2007). Proporcionalidad y Anticipación, un Nuevo Enfoque para la Didáctica de la Trigonometría. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*. Vol 20. Recuperado de: <http://funes.uniandes.edu.co/5387/1/MontielProporcionalidadALME2007.pdf> .
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). Estándares básicos de competencias. Bogotá: Magisterio. Recuperado de: https://www.mineduacion.gov.co/cvn/1665/articles-116042_archivo_pdf2.pdf.

- Maldonado, E.; Miranda, J. L. (2009). Análisis didáctico y cognitivo de los elementos de trigonometría. En Lestón, Patricia (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (pp. 169-178). México DF, México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C. Recuperado de: <http://funes.uniandes.edu.co/4817/1/MaldonadoAn%C3%A1lisisAlme2009.pdf>.
- Montiel, G. (2011). *Construcción de conocimiento trigonométrico. Un estudio socioepistemológico*. México: Ediciones Díaz de Santos.
- Montiel G. (2013). *Desarrollo del Pensamiento Trigonométrico*. Secretaria de Educación Pública. Recuperado de: http://www.cobaqroo.edu.mx/Docentes/Didac/desarrollo_del_pensamiento_trigonometrico.pdf
- Maure, L. M., & Marimón, O. G. (2015). Un aprendizaje basado en proyecto en matemática con alumnos de undécimo grado. *Números*, 90. Recuperado de: https://www.researchgate.net/profile/Luisa_Maure/publication/316702071_Un_aprendizaje_basado_en_proyecto_en_matematica_con_alumnos_de_undecimo_grado/links/590e1522aca2722d185ebd31/Un-aprendizaje-basado-en-proyecto-en-matematica-con-alumnos-de-undecimo-grado.pdf.
- Montaña, D. F. B. (2017). Propuesta pedagógica: matemáticas en contexto. *Rutas de formación: Prácticas y Experiencias*, (3), 60-67. Disponible en: <http://revistas.sena.edu.co/index.php/rform/article/view/636>.
- Múnera, J. J.; Marín, A.; Cárdenas, M.; Carvajal, B. A.; Bastidas, M. A. (2006). Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos. En Posada, María Eugenia (Ed.), *Interpretación e implementación de los estándares básicos de matemáticas* (pp. 47-68).

- Medellín, Colombia: Secretaría de Educación para la Cultura de Antioquia. Disponible en: <http://funes.uniandes.edu.co/6482/>.
- Murcia, C. J. C. (2017). Competencias matemáticas en la producción bovina. Rutas de formación: Prácticas y Experiencias, (4), 89-95. Disponible en: <http://revistas.sena.edu.co/index.php/rform/article/view/1078/1253>.
- Peña, J. A. (2017). El currículo en matemáticas como medio para la construcción de competencias laborales: El caso de los estudiantes de la Institución Educativa Distrital Pablo Neruda en Fontibón. Disponible en: <http://repository.usta.edu.co/handle/11634/9268>.
- Ramírez, J. G. (2016). Modelación matemática a través del descubrimiento de la naturaleza. Conferencia presentada en Encuentro de experiencias significativas (26 agosto de 2016). El Carmen de Viboral. Disponible en: <http://funes.uniandes.edu.co/10294/1/Ram%C3%ADrez2016Modelaci%C3%B3n.pdf>.
- Stake, R. (2007). Investigación con estudio de casos (4ª Ed.). Madrid: Morata. SENA: El modelo pedagógico de la formación profesional integral en el enfoque para el desarrollo de competencias y el aprendizaje por proyectos (2012). Recuperado de: http://www.ispaeducacion.edu.co/induccin/Integralidad/Contexto_FPI.pdf.
- Soria, B., del Pilar, M., & Montiel Espinosa, G. (2016). La modelación en el desarrollo del pensamiento funcional-trigonométrico en estudiantes mexicanas de nivel medio superior. Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa, 19(3), 255-286. Recuperado de: http://www.scielo.org.mx/scielo.php?pid=S1665-24362016000300255&script=sci_arttext&tlng=pt.
- SENA: Articulación con la media. (2018, Marzo 24). Recuperado de: <http://www.sena.edu.co/es-co/formacion/Paginas/articulacionMedia.aspx>.

- Trigo Santos, L. M. (1997). La transferencia del conocimiento y la formulación o rediseño de problemas en el aprendizaje de las matemáticas. *Revista mexicana de investigación educativa*, 2(3). Recuperado de: <http://www.redalyc.org/html/140/14000302/>.
- Vasco, C. (2006). El pensamiento variacional, la modelación y las nuevas tecnologías. En C. Ruiz et al. (Eds.), *Memorias del XVI Encuentro de Geometría y sus aplicaciones - IV Encuentro de Aritmética* (Bogotá, junio 23-24-25 de 2005, vol. 1, pp. 101-112). Bogotá, Colombia: Universidad Pedagógica Nacional.
- Vásquez Mosquera, J. (2016). El modelo pedagógico de la formación profesional integral. Recuperado de: <http://repositorio.ucm.edu.co:8080/jspui/bitstream/handle/10839/1571/Juliana%20Vasquez%20Mosquera.pdf?sequence=1&isAllowed=y>.
- Weber, K. (2005). Student's understanding of trigonometric functions. *Mathematics Education Research Journal* 7(3), 91-112. Recuperado de: https://www.researchgate.net/profile/Keith_Weber2/publication/226189524_Students%27_understanding_of_trigonometric_functions/links/557d9bd708aeea18b777c031/Students-understanding-of-trigonometric-functions.pdf.
- Weber, K. (2008). Teaching trigonometric functions: Lessons learned from research. *Mathematics Teacher* 102(2), 144-150. Recuperado de: <https://pdfs.semanticscholar.org/11a0/70bdd2ee0752756fa737955442087f7cafa0.pdf>.
- Zolkower, B., Bressan, A., & Gallego, F. (2006). La corriente realista de didáctica de la matemática. *Experiencias de un grupo de docentes y capacitadores*. *Yupana*, 3, 11-30. Recuperado

de http://bibliotecavirtual.unl.edu.ar:8180/publicaciones/bitstream/1/2670/1/YUPANA_3_2006_pag_11_33.pdf.

ANEXOS

Anexo 1. PRUEBA ESCRITA

PRUEBA DIAGNÓSTICA

TEMA: ANALISIS DE SITUACIONES QUE INVOLUCRAN CIRCUITOS CON FUENTES DE CORRIENTE ALTERNA.

1. En el circuito básico de corriente alterna, que se muestra en la **Figura 1**, con una resistencia (R), se cambia la intensidad de la corriente (I) en varias ocasiones, lo que genera cambios en los valores del voltaje (V), como se muestra en la **Tabla 1**:

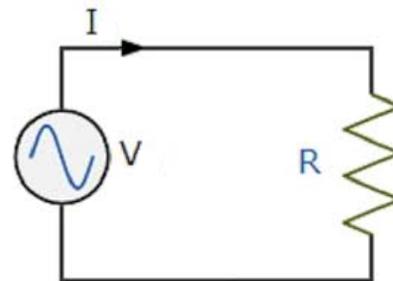


Figura 1

Tabla 1

Valores del voltaje dados por el circuito de la Figura 1 al momento de cambiar los valores de la corriente.

I (A)	0,5	0,7	1,0		1,7	2,6	3,3
V (v)	0,25	0,35		0,65		1,0	1,5

Responde las siguientes preguntas teniendo en cuenta la situación anterior:

- Completa la Tabla 1. Explica como calculaste los valores faltantes.
 - ¿Qué sucede con el voltaje cuando la corriente cambia de 2,6 a 3,0 Amperios?
 - ¿Qué valor toma el voltaje cuando la corriente es de 8,5 A y 9,0 A? ¿Cómo cambia el voltaje entre estos valores de corriente?
 - Determina la resistencia para cada cambio de corriente del circuito, teniendo en cuenta la ley de Ohm ($R = \frac{V}{I}$). ¿Qué observas al momento de calcular la resistencia en cada cambio de corriente?
 - Realiza la gráfica de la situación teniendo en cuenta la Tabla 1. ¿Qué tipo de gráfica obtiene? ¿Explica por qué la gráfica presenta ese comportamiento?
2. La gráfica en la **Figura 3**, presenta la señal de onda del voltaje de un condensador⁴, obtenida en un osciloscopio conectado a un circuito RC con una fuente de corriente alterna (AC), como se muestra en la **Figura 2**, cuando este se carga y descarga.

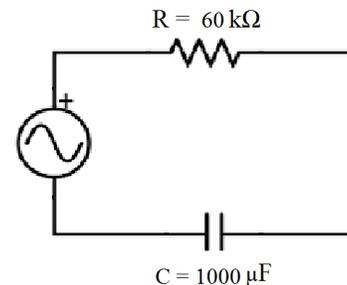


Figura 2

³ Figura 1, es adaptada de: <http://tutorialesdeelectronica basica.blogspot.com/2016/06/componentes-pasivos-en-circuitos-de.html>

⁴ Un condensador eléctrico es un dispositivo pasivo, utilizado en electricidad y electrónica, capaz de almacenar energía sustentando un campo eléctrico.

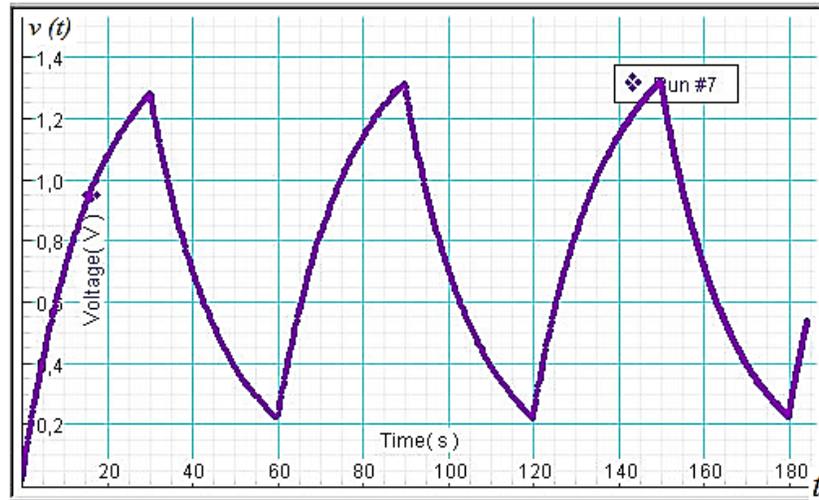


Figura 3

Nota: Recuerda que cuando un condensador se conecta a una fuente de corriente alterna, por el circuito comienza a circular un flujo de electrones que se mueven alternativamente, generando un efecto ininterrumpido de carga - descarga de las placas del condensador, cada medio ciclo de la AC, correspondientemente, cambiando la polaridad de las placas, donde la cantidad de veces por segundo que se presente este fenómeno dependerá de la frecuencia en Hertz (Hz) que posea la fuente de corriente alterna a la cual está conectado el condensador. Esta situación la podemos ver en la **Figura 4**.

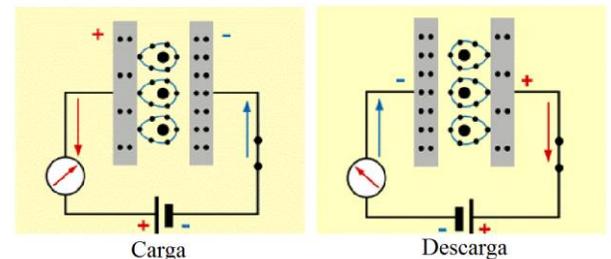


Figura 4

Teniendo en cuenta la situación descrita anteriormente, responde las siguientes preguntas:

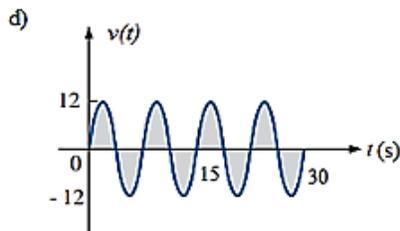
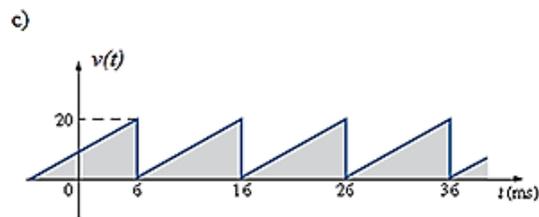
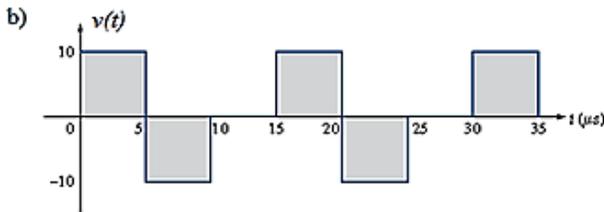
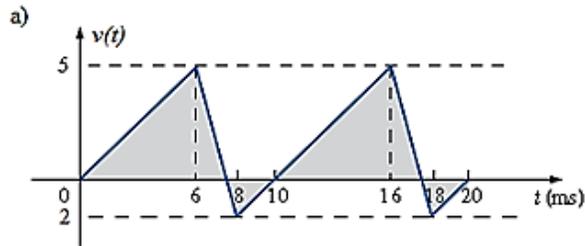
- ¿Qué sucede con el voltaje en los tiempos cuando cambia de 0 s a 120 s? Explica tu respuesta.
 - ¿Cuántos ciclos de carga - descarga puedes observar en la gráfica? Explica tu respuesta.
 - ¿Cada cuantos segundos se da un ciclo de carga - descarga? Explica tu respuesta.
 - ¿Cuántos ciclos de carga - descarga se presentaran en los tiempos de 180 s a 360 s? Explica como los encuentra.
 - Realiza la gráfica de la situación si el tiempo cambia entre los 240 s y 540 s. Explica como la realizaste.
 - Si se sabe que en $t = 40$ s el voltaje es 0,7 v. Encuentra tres valores de tiempo diferentes en los cuales el voltaje tenga el mismo valor. Explica como los encuentra.
3. Las gráficas que aparecen a continuación⁷, representan distintas señales de onda que se obtienen en un osciloscopio al momento de analizar el comportamiento del voltaje en

⁵ Figura 3, tomada de: http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/electromagnet/condensador/rc/rc_lab_2.html

⁶ Figura 4, adaptada de: http://www.asifunciona.com/electrotecnia/af_capacitor/af_capacitor_3.htm

⁷ Graficas tomadas de: Boylestad, R. L. (2004). *Introducción al análisis de circuitos*. Pearson Educación.

función del tiempo de un condensador en un circuito RC con fuente de corriente alterna (AC).



Teniendo en cuenta las gráficas responde las siguientes preguntas:

- Indica para cada gráfica que tipo de señal de onda se obtuvo en el osciloscopio.
- Para cada gráfica determina el tiempo de carga y descarga del condensador. Explique cómo los calculó.
- En las gráficas a y c, identifica el pico máximo de voltaje. ¿Cada cuánto se presenta este valor? Explique su respuesta.
- En las gráficas a y d, determina el valor mínimo que presenta el voltaje en cada ciclo de carga – descarga del condensador. Explica cómo obtuvo los valores.
- Para cada gráfica construya una extensión de esta si tomamos tiempos hasta los 60 s. Explique cómo lo hizo.

- f. Teniendo en cuenta el comportamiento de las gráficas, calcule los valores del voltaje en cada una, cuando tenemos los siguientes tiempos: 45, 70 y 100 segundos. Explique como obtiene los valores.
4. Las siguientes gráficas que aparecen en la **Figura 5**, representan la señal de onda senoidal que se observa en un osciloscopio, al analizar el voltaje en función del tiempo, en un condensador conectado a un circuito con fuente de corriente alterna (AC), cuando el condensador se carga y descarga. En cada caso, se realiza un cambio en la intensidad de corriente que circula en el circuito, generando cuatro tipos de ondas diferentes.

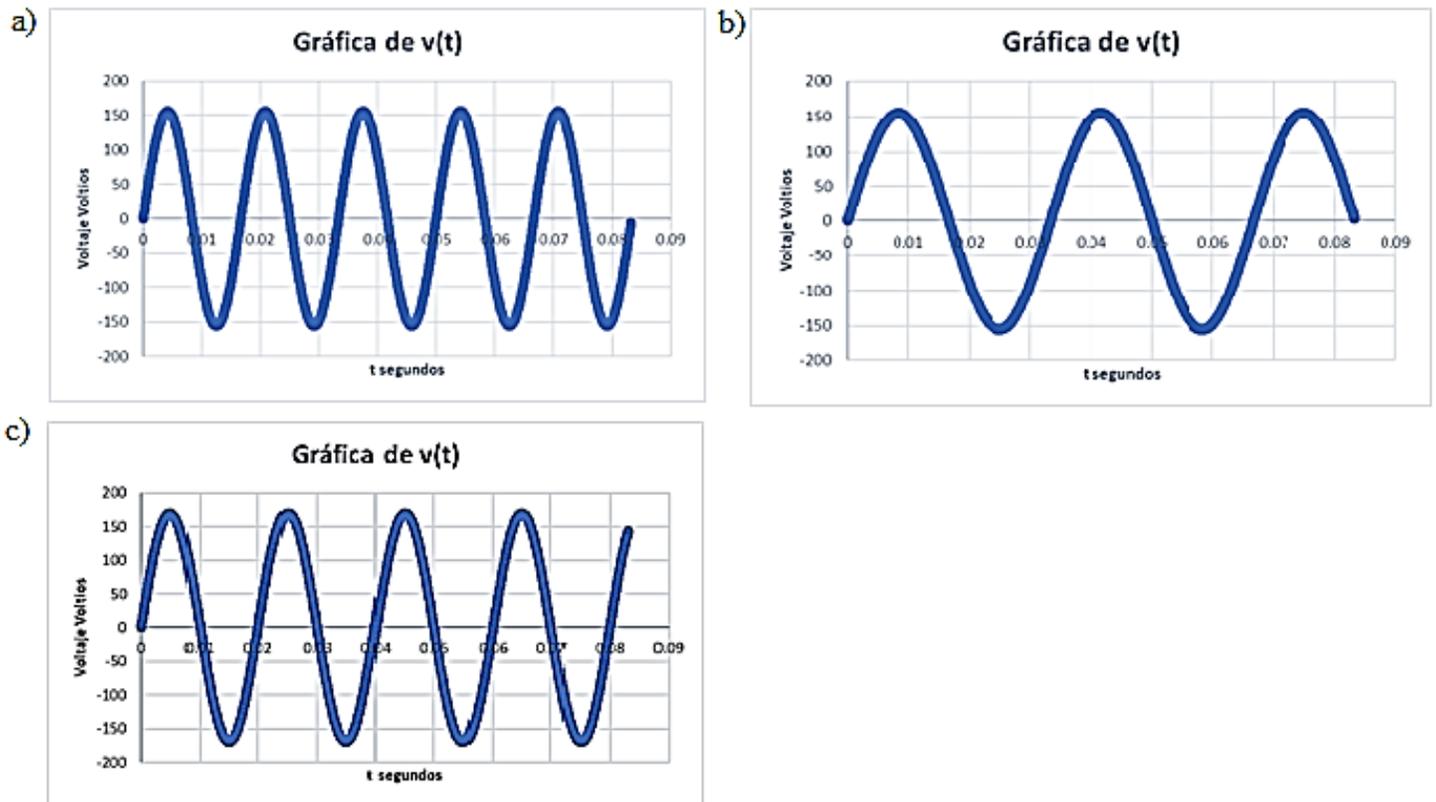


Figura 5

Teniendo en cuenta las tres gráficas de la **Figura 5**, por favor responda:

- Para cada gráfica indique el valor pico del voltaje, periodo de la onda, los ciclos que se presentan en menos de 0,1 s y la frecuencia de la onda. Explique cómo obtuvo la información.
- Mencione al menos dos diferencias y semejanzas que observa entre las cuatro gráficas.
- Construya una gráfica semejante a las cuatro que observa en la **Figura 5**. ¿Qué tuvo en cuenta para su construcción?
- Tome como referencia la gráfica del literal (c) y elabore la gráfica si esta se prolonga en tiempos entre los 0.1 s a 0.2 s. Mencione que tuvo en cuenta para su construcción.

GRACIAS POR TU TRABAJO

Anexo 2. PRUEBA PILOTO

GUIA DE TRABAJO

TEMA: CORRIENTE ALTERNA Y FUNCIONES PERIÓDICAS

PROPÓSITO: Identificar las estrategias y tareas variacionales que usa el estudiante al momento de resolver problemas que implican variación en un contexto técnico laboral enfocado al aprendizaje de procesos de mantenimiento de automatismos industriales.

1. En un circuito básico de corriente alterna como el que muestra en la **Figura 1**, donde se tiene una resistencia, se hacen variar los valores correspondientes a la intensidad de las corrientes (I) y los valores correspondientes al voltaje (V) del circuito, obteniendo la siguiente información:

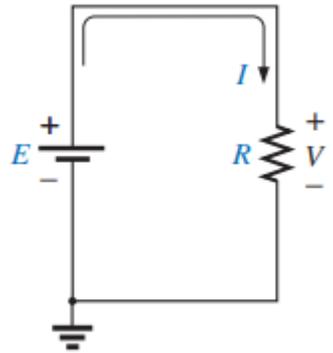


Figura 1

I (Amp)	5		15		25		35		45
V (Volt)	0,25	0,5			1,25				2

- f. Determina la resistencia del circuito en ohms. Explica como la calculaste.
- g. Realiza la gráfica de la situación.
- h. ¿Qué interpretación grafica podemos darle al valor de la resistencia calculada en el primer punto?
- i. Explica cómo se da la relación de variación entre la corriente y el voltaje.
- j. ¿Qué valores toma la corriente si el voltaje toma valores como: 23, 34, 66? Explica como los calculaste.
- k. Completa la tabla si cambiamos la corriente a valores 50 a 100 Amp.

I (Amp)	50	55	60	65	70	75	80	85	90
V (Volt)									

- l. Al calcular los valores del voltaje al momento de cambiar la corriente a valores entre los 50 a 100 Amp, ¿la resistencia presenta algún cambio?
- m. Si graficamos la nueva tabla, ¿presentará alguna diferencia frente a la gráfica inicial?

2. La gráfica que se presenta en la **Figura 3**, presenta la señal del voltaje en un condensador⁸ en el transcurso del tiempo, cuando este se carga y descarga al momento de estar en un circuito con dos resistencias y dos interruptores como se muestra en la **Figura 2** obtenida en un osciloscopio.

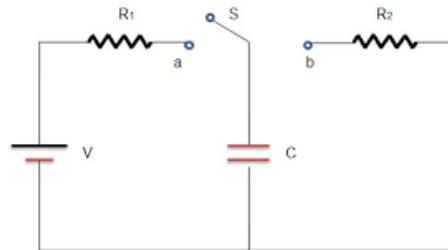


Figura 2

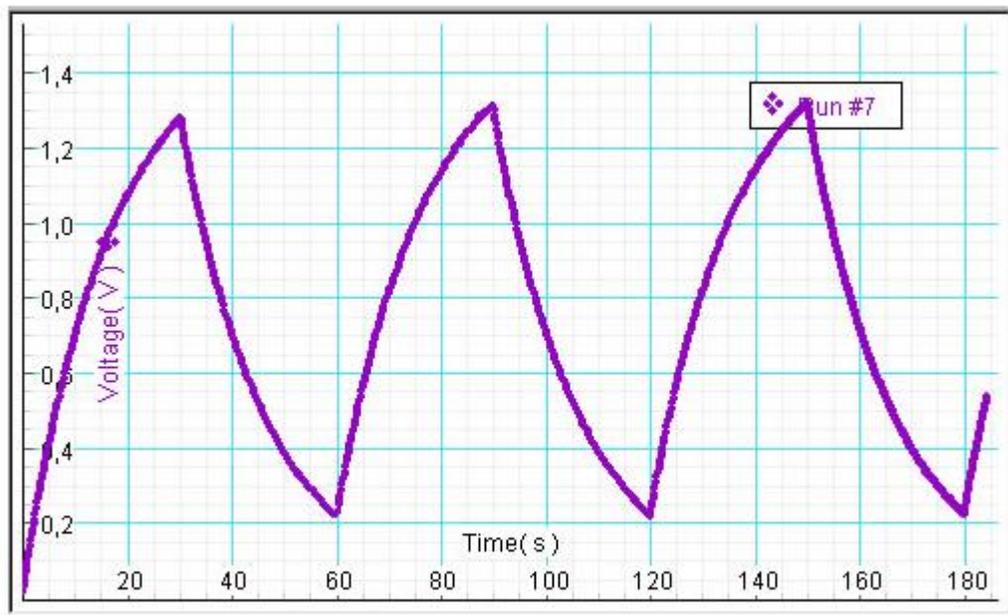


Figura 3

- g. Completa la siguiente tabla con la información que suministra la gráfica.

t (seg)	0	10	20	30	40	50	60	70	80
I (Amp)									

- h. ¿Qué está sucediendo con la corriente en los tiempos 0 a 30 seg? Explica tu respuesta.
 i. ¿Cuánto tiempo tarda en cargar y descargar el condensador? Explica tu respuesta.
 j. ¿Cuántos ciclos de carga y descarga puedes observar en la gráfica? Explica tu respuesta.

⁸ Un condensador eléctrico es un dispositivo pasivo, utilizado en electricidad y electrónica, capaz de almacenar energía sustentando un campo eléctrico.

⁹ Figura 3, tomada de: http://www.sc.edu/sbweb/fisica/_elecmagnet/condensador/rc/rc_lab_2.html

- k. ¿Cuántos ciclos de carga y descarga se presentaran en los tiempos de 180 a 360 segundos? Explica tu respuesta.
 - l. ¿Qué valores toma el voltaje cuando han transcurrido los tiempos 27, 30, 50, 100, 125, 170, 240, 300 y 500 segundos? Explica como los calculaste.
 - m. Realiza la gráfica de la situación si el tiempo cambia entre los 240 y 540 segundos. Explica como la realizaste.
3. Las siguientes graficas representan la señal de onda en un condensador cuando varía el voltaje en el transcurrir del tiempo, cuando el condensador se carga y se descarga.

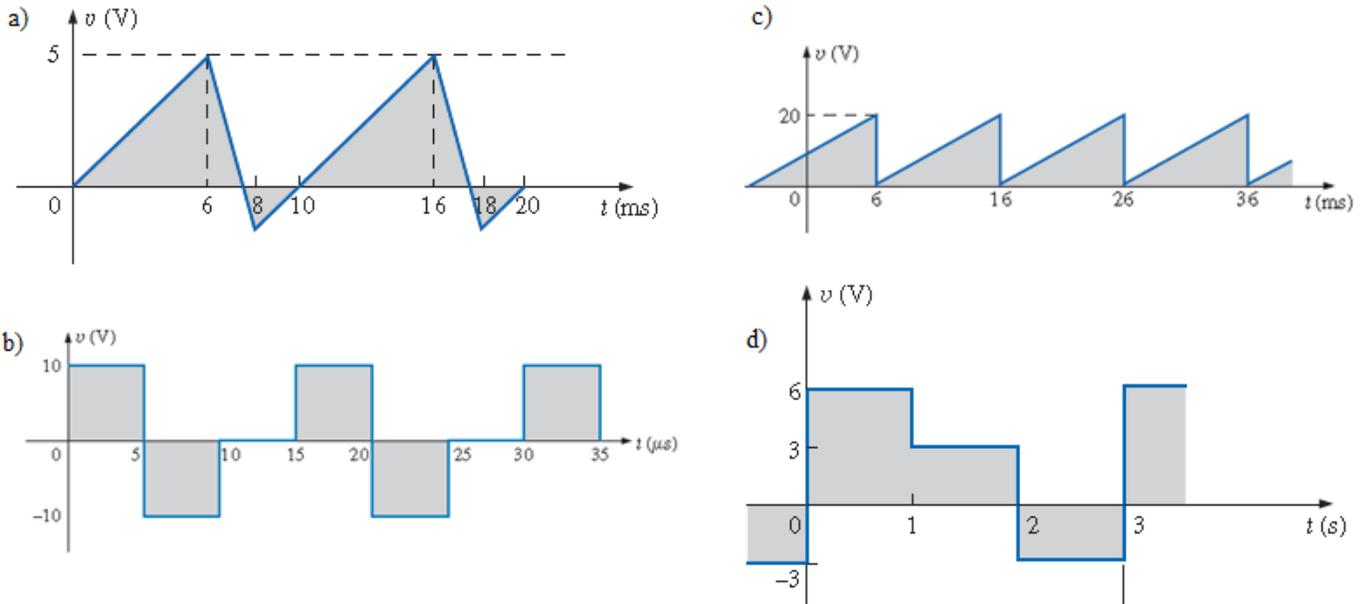


Figura 4

- g. En cada grafica describe que sucede con el voltaje a medida que transcurre el tiempo. Explica tus respuestas.
- h. Para cada grafica determina el tiempo de carga y descarga del condensador. Explica como los calculaste.
- i. Determina cuantos ciclos de carga – descarga se presenta en cada gráfica y cada cuanto se presentan. Explica como los encuentras.
- j. ¿Qué periodo de tiempo se enciende y apaga el condensador en cada caso? Explica tu respuesta.
- k. ¿Cuál es el pico que presenta el voltaje en cada grafica? ¿Cada cuánto se presenta este valor? Explica tus respuestas.

¹⁰ Graficas de la Figura 4, tomadas de Introducción al análisis de circuitos. Robert L. Boylestad. DÉCIMA EDICIÓN, 2004, D. R. © 2004 por Pearson Educación de México, S.A. de C.V. Internet: <https://tesisconsultor.files.wordpress.com/2017/08/introduccion-al-analisis-de-circuitos-robert-l-boylestad.pdf> Fecha: Feb 18 de 2019.

- l. ¿Cuál es el valor mínimo que presenta el voltaje en cada ciclo de carga – descarga del condensador? Explica como lo obtuviste.
 - m. Teniendo en cuenta el comportamiento de las gráficas, calcula los valores del voltaje en cada una, cuando tenemos los siguientes tiempos: 25, 100 y 190. Explica como obtienes los valores.
 - n. Para cada grafica construye una extensión de esta si tomamos tiempos de 50 a 70. Explica como lo haces.
4. Las siguientes graficas que aparecen en la Figura 4, representan la señal de onda senoidal de un condensador conectado a un circuito AC, donde se observa la variación del voltaje en el transcurrir del tiempo, cuando el condensador se carga y se descarga. En cada caso se realiza un cambio en la intensidad de corriente que circula en el circuito, generando cuatro tipos de ondas diferentes.

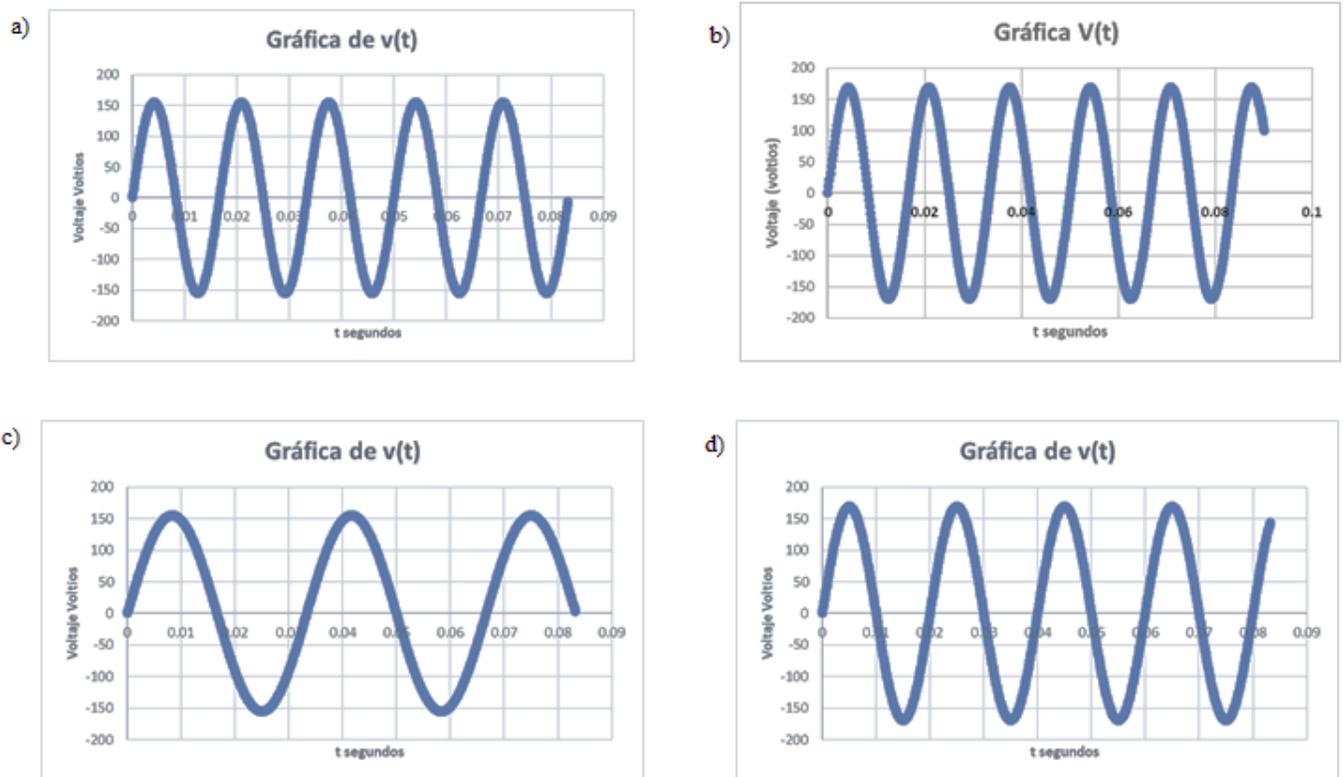


Figura 5

- e. Explique las diferencias y semejanzas que observa entre las cuatro gráficas. Por lo menos indique dos semejanzas y dos diferencias.
- f. Para cada una de las gráficas encuentre el valor del voltaje, cuando han transcurrido 0.01 segundos. Explique para cada caso el procedimiento que utilizó para encontrarlos.
- g. Para cada una de las gráficas encuentre dos valores de t para los cuales el voltaje es el

- mismo. Explique para cada caso el procedimiento que utilizó para encontrarlos.
- h. Encuentre en cada una de las gráficas el valor del voltaje, cuando $t = 0.02$ segundos. Explique para cada caso el procedimiento que utilizó para encontrarlos.
 - i. En cada caso indica el valor pico, periodo, ciclo y frecuencia de la señal. Explica como obtienes los valores.
 - j. En cada caso construye la gráfica si tenemos tiempos entre los 0.1 seg a 0.2 seg.

GRACIAS POR TU TRABAJO

Anexo 3. MATRIZ TABULACIÓN RESPUESTAS PRUEBA ESCRITA

ESTUDIANTE	SITUACIÓN				1				2				3				4						
	PREGUNTA	a	b	c	d	e	a	b	c	d	e	f	a	b	c	d	e	f	a	b	c	d	
E1	RESPUESTA	TCC	RC	NR	RC	GI	Sube y baja	RI	RI	RI	GC	NR	NR	NR	NR	NR	NR	NR	RI	No es clara la			
	JUSTIFICACIÓN	Los valores		Cuando el	Según la ley	Medida avanza la		Cada 40	20 de carga	180 de carga	Durante 270										Tuve en	Tuve en	
E2	RESPUESTA	TCC	RC	RC	RC	GI	Cuando el	RC	RI	RC	GC	RC	NR	RI	RC	RC	NR	RI	RI	1. La	NR	NR	
	JUSTIFICACIÓN	Lev de Ohm	Cuando	El voltaje se	Al calcular la	La gráfica representa la		En la grafica	La grafica no	La respuesta	el ciclo de	Los datos aparecen			lectura de	La grafica							
E3	RESPUESTA	TCC	RC	RC	RI	NR	el voltaje a	RI	RC	RC	GI	RC	NR	RC	RC	RC	GC	RI	NR	NR	NR	NR	
	JUSTIFICACIÓN		El voltaje	El voltaje	La resistencia		4 ciclos de	se da cada 60	se encuentran	la realice	encontre los valores	No tengo el me fije en la	viendo las	Viendo la		porque la variacion de							
E4	RESPUESTA	TCC	NR	RC	NR	GC	Que describe	RC	RC	RC	GI	RC	NR	NR	NR	NR	NR	NR	RC	Comienza			
	JUSTIFICACIÓN	cuando me se aumenta		no poseo	Tiene el comportamie		3 por un ciclo	Cada 60	porque son	cada ciclo	porque hice la grafica								El valor nico	GS	GS	GC	
E5	RESPUESTA	TCC	RC	NR	RI	GC	El voltaje	RC	RC	RC	GC	RC	RI	RI	RC	RI	GC	NR	NR	NR	NR	NR	

E17	JUSTIFICACIÓN	En el linear de El valor de la	TCC RI RC NR NR NR NR NR NR NR NR NR NR NR NR NR NR NR NR
	RESPUESTA		
E18	JUSTIFICACIÓN	los valores el voltaje	TCC RI NR NR GI NR NR NR NR NR NR NR NR NR NR NR NR NR NR
	RESPUESTA		
E19	JUSTIFICACIÓN	Dividiendo el pues aumenta	TCC NR NR NR GI NR NR NR NR NR NR NR NR NR NR NR NR NR NR
	RESPUESTA		
E20	JUSTIFICACIÓN	los calcule el voltaje	TCC RI NR RI NR NR RI RI RI GC NR RC NR NR NR NR NR NR NR NR
	RESPUESTA		
E21	JUSTIFICACIÓN	Suma (1) con cambia a 0,2 Cambia en No tengo No se 6 por que construcción 6 porque Teniendo en	TCC RC RI NR NR Oueda 0,2 RI RI RI GI NR RI RI RI RI GI NR NR NR Que todas NR NR NR
	RESPUESTA		

E22	RESPUESTA	TCC	RI	RC	NR	NR	Se renite la	RI	RI	RI	NR	Una es mas	NR	NR							
	JUSTIFICACIÓN	A los de	Aumenta el	casí no																	

Anexo 4. TABLAS DE FRECUENCIAS DE LAS RESPUESTAS DE LOS ESTUDIANTES A LA PRUEBA ESCRITA

SITUACIÓN VARIACIONAL 1

PREGUNTA	LITERALES	RESPUESTA	CANTIDAD ESTUDIANTES	CANTIDAD ESTUDIANTES (%)
<i>1</i>	a)	TCC (Tabla Completa y Correcta)	16	72,7%
		TCI (Tabla completa e Incorrecta)	5	22,7%
		TIVC (Tabla Incompleta con Valores Correctos)	0	0,0%
		TIVI (Tabla Incompleta con Valores Incorrectos)	0	0,0%
		NR (No Responde)	1	4,5%
	b)	RC (Respuesta Correcta)	7	31,8%
		RI (Respuesta Incorrecta)	8	36,4%
		NR (No Responde)	7	31,8%
	c)	RC (Respuesta Correcta)	8	36,4%
		RI (Respuesta Incorrecta)	5	22,7%
		NR (No Responde)	9	40,9%
	d)	RC (Respuesta Correcta)	6	27,3%
		RI (Respuesta Incorrecta)	3	13,6%
		NR (No Responde)	13	59,1%
	e)	GC (Gráfica Correcta)	2	9,1%
GI (Gráfica Incorrecta)		8	36,4%	
NR (No Responde)		12	54,5%	

SITUACIÓN VARIACIONAL 2

PREGUNTA	LITERALES	RESPUESTA	CANTIDAD ESTUDIANTES	CANTIDAD ESTUDIANTES (%)	
<i>2</i>	a)	Aumento y disminución del voltaje	5	22,7%	
		El voltaje presenta carga y descarga	3	13,6%	
		Cambia el voltaje	4	18,2%	
		Alteraciones en el voltaje	1	4,5%	
		Desde que comienza ya no toco 0	1	4,5%	
		Flujo de corriente de onda positiva y negativa	1	4,5%	
		Alternación que genera un efecto interrumpido de carga	1	4,5%	
		Repetición de la misma frecuencia	1	4,5%	
		Gráfica	2	9,1%	
		NR (No Responde)	3	13,6%	
		RC (Respuesta Correcta)	10	45,5%	
		b)	RI (Respuesta Incorrecta)	7	31,8%
			NR (No Responde)	5	22,7%
		c)	RC (Respuesta Correcta)	8	36,4%
			RI (Respuesta Incorrecta)	9	40,9%

		NR (No Responde)	5	22,7%
		RC (Respuesta Correcta)	9	40,9%
d)		RI (Respuesta Incorrecta)	7	31,8%
		NR (No Responde)	6	27,3%
		GC (Gráfica Correcta)	7	31,8%
e)		GI (Gráfica Incorrecta)	7	31,8%
		NR (No Responde)	8	36,4%
		RC (Respuesta Correcta)	6	27,3%
f)		RI (Respuesta Incorrecta)	0	0,0%
		NR (No Responde)	16	72,7%

SITUACIÓN VARIACIONAL 3

PREGUNTA	LITERALES	RESPUESTA	CANTIDAD ESTUDIANTES	CANTIDAD ESTUDIANTES (%)
3	a)	RC (Respuesta Correcta)	4	18,2%
		RI (Respuesta Incorrecta)	4	18,2%
		NR (No Responde)	14	63,6%
	b)	RC (Respuesta Correcta)	2	9,1%
		RI (Respuesta Incorrecta)	4	18,2%
		NR (No Responde)	16	72,7%
	c)	RC (Respuesta Correcta)	6	27,3%
		RI (Respuesta Incorrecta)	1	4,5%
		NR (No Responde)	15	68,2%
	d)	RC (Respuesta Correcta)	2	9,1%
		RI (Respuesta Incorrecta)	3	13,6%
		NR (No Responde)	17	77,3%
	e)	GC (Gráfica Correcta)	2	9,1%
		GI (Gráfica Incorrecta)	1	4,5%
		NR (No Responde)	19	86,4%
	f)	RC (Respuesta Correcta)	1	4,5%
		RI (Respuesta Incorrecta)	2	9,1%
		NR (No Responde)	19	86,4%

SITUACIÓN VARIACIONAL 4

PREGUNTA	LITERALES	RESPUESTA	CANTIDAD ESTUDIANTES	CANTIDAD ESTUDIANTES (%)
4	a)	RC (Respuesta Correcta)	3	13,6%
		RI (Respuesta Incorrecta)	3	13,6%
		NR (No Responde)	16	72,7%
	b)	Duración del periodo y voltaje	1	4,5%
		Cambia el tiempo y el ciclo	2	9,1%
		Cambio de anchura y pico del voltaje	1	4,5%

	largo y altura de la onda	1	4,5%
	NR (No Responde)	17	77,3%
	GS (Gráfica Semejante)	3	13,6%
c)	GNS (Gráfica No Semejante)	0	0,0%
	NR (No Responde)	19	86,4%
	GC (Gráfica Correcta)	1	4,5%
d)	GI (Gráfica Incorrecta)	1	4,5%
	NR (No Responde)	20	90,9%

Anexo 5. TRANSCRIPCIÓN ENTREVISTAS A ESTUDIANTES.

TRANSCRIPCIÓN ENTREVISTA ESTUDIANTE 2

Duración: 27:36 minutos

Fecha de realización: Miércoles 27 de marzo de 2019

Lugar: Instalaciones IED Manuel del Socorro

P: -Buenas tardes.

E: -Buenas tardes.

P: -Eh... en este momento la idea es hacer esta entrevista con el fin de hacer unas preguntas que ante una prueba, que se desarrolló en un contexto sobre corriente alterna.

Eh... la idea es tomar unas preguntas que usted resolvió y de pronto me aclare las justificaciones que usted dio dentro de sus respuestas.

¿Si?

E: -Listo.

P: -Bien perfecto.

Bueno en este preciso momento tengo la pregunta 1, en esa pregunta teníamos que resolver una tabla.

¿Sí?, completar una tabla.

E: -Sí.

P: -Esa es la primer...

La primera acción que debíamos desarrollar. Mi pregunta es ¿Cómo desarrolla o como completo esta tabla?

E: -Eh... Por la ley de Ohm.

P: -Ok.

E: - La ley de Ohm.

P: -Explícame.

E: -Eh... es que la ley de Ohm dice que, resistencia, está corriente y esta voltaje, después... Si no me dan la corriente, no hay voltaje pues...

Dicen que toca hallar la resistencia de esta, ejemplo con la primera resistencia, que es igual a corriente por voltaje igual a resistencia, especialmente los remplace 0,5 y 0,25 y pues al igual me dio la resistencia.

Eh... como dicen que la resistencia es igual para cada uno que varía, es decir que lo que varía es la corriente, pues es la misma resistencia para todos pues, a medida de esta es lo mismo para allá y para acá, que era una corriente entonces usted.

Resistencia dividida en voltaje es igual a corriente y así sucesiva con todas.

P: -Ok, o sea cada respuesta que tuviste la verificaste.

E: -Si señor.

P: - Listo, Perfecto.

O sea que la estrategia que utilizaste es la ley de Ohm.

E: -Si señor.

P: -Bien, ahora aquí tenemos una pregunta que nos habla de que la corriente cambia de 2.6 a 3 amperios, ¿qué sucede con el voltaje, si la corriente cambia?

Si, en esa pregunta tu respondiste que “cuando cambiamos la corriente de 2.6 a 3 el voltaje tiene un aumento de 0,2” ¿cómo obtuviste esa respuesta?

E: -Eh... primero que todo saqué con la resistencia que me dieron acá, es que no me acuerdo como, eh... lo tomé como 2,6 entonces fue la resistencia.

Eh... primero la corriente, para que me dé el voltaje. Con este voltaje que me dieron luego lo que hice fue tomar el siguiente, luego 3 entonces, resistencia este es corriente N°1 luego N°2 luego voltaje, lo que hice fue restarlos son los bloques y aquí me dio 2,8 y aquí 2,6 lo que hice fue restarlos para que me diera el 0,2.

P: -Ok

E: -Porque esa es la diferencia.

P: -Listo perfecto y en la última.

En la siguiente pregunta dice bueno, que valor toma el puntaje cuando la corriente pasa o la corriente es de 8,5 a 9,0 nos preguntan: ¿cuándo cambia el voltaje entre estos valores, cómo cambia el puntaje entre estos valores de corriente? Sí, respondiste que “el voltaje se incrementa 0,25 al pasar de 8,5 a 9” ¿Cómo lo resolviste?

E: -El mismo método.

P: -El mismo método.

E: -Sí, primero el de 8,5 lo reemplace acá luego el de 9 lo reemplace acá.

P: - Um...

E: - Exactamente igual.

P: -Perfecto listo.

E: - Usando la misma resistencia.

P: - Listo perfecto.

Aquí nos plantean que debemos calcular la resistencia, ¿sí?, y al final te preguntan ¿Qué observas al momento de calcular resistencia en cada cambio de corriente?

E: - U... o sea.

P: -Tu respondiste que “al calcular la resistencia en cada cambio de corriente no hay ninguna variación pues ya que como ya se dijo cambia la corriente”.

¿A qué se debe eso?

E: -Porque o sea...

Valga la redundancia cambia la corriente, o sea nos están diciendo que el primer montaje tenemos una resistencia de 10 Ohmios y del segundo una de 20 Ohmios si no que dicen que genera corriente o sea el mismo voltaje lo que genera corriente si cambio de 8,5 a 9 o que de 6 a 7, así.

Eso es lo que di a entender, no di con la resistencia

P: - Ok, ¿Cuál es la evidencia que tu observas para decir que si hay un cambio de corriente?

E: - Me los dan, ¿no?

P: - Ok, ¿En la tabla?

E: - Pero es que, o sea, es que lo que me da es la... Uno dice un ejemplo de... yo tomo este ejemplo de 8,5 a 9, o sea entonces el cambio de corriente es hacer el ese, me lo dan acá (señala tabla de valores) y si hay cambio de corriente pues porque a lo que lo medí me dio diferente valor.

Aquí me daba un ejemplo no, me daría 7 aquí me da 7,1 entonces si hay cambio de corriente.

P: - Ok, perfecto entonces tu observas que a medida que cambia el voltaje va cambiando la corriente.

E: - Sí.

P: - ¿Si y que pasa con la resistencia?

E: - Que ahí no cambia.

P: - No cambia la resistencia.

E: - varía la corriente y el voltaje, pero no la resistencia.

P: - ¿La resistencia no cambia?

E: - No.

P: - Listo y ese cambio, ese cambio que la resistencia no cambia ¿influye en el cambio de las variables?

E: - Eh... yo diría que sí y no, porque o sea depende de que quiera, por ejemplo, si quisiera aumentar más el voltaje disminuye la resistencia, igual la corriente, todo depende de lo que quiera.

P: - Ah... ok perfecto listo, cuando te pedimos la gráfica que la elaboraras obtuviste esta gráfica, explícamela.

E: - Eh... lo medí ejemplo este es el (señala la gráfica que realizo) si el voltaje, no la medida es la medida he... por ende 0,5 la mitad de... O sea, básicamente lo que hice poner un rango de valores, del 1 hasta el valor más grande que da 3,3 y los fui barriendo ejemplo, por alto voltaje y lo escribí revisando por ejemplo 0,5 voltaje 0,25.

P: - Listo.

E: - Eh... ahí también me di de cuenta que siempre ahí, o sea el voltaje es la mitad de la corriente.

P: - Ah eso te sirvió para evidenciar que el voltaje siempre era la mitad de la corriente.

E: - La mayoría de veces sí.

P: - Ok perfecto, cuando se te planteó esta pregunta se esperaba que tu hubieras hecho un proceso de esta manera, listo tu hubieras planteado los ejes, tenemos acá un eje aquí tenemos el otro eje si, aquí hubieras planteado por ejemplo la variable independiente y la variable dependiente sí.

En este caso la independiente esto podríamos asumirla que es la intensidad, la dependiente podríamos asumirla que es el voltaje o viceversa, ¿sí?

E: - Sí.

P: - Asumiendo que por ejemplo aquí es voltaje y aquí es intensidad, se esperaba una gráfica por ejemplo de esta manera, que, si con ubicar los puntajes entonces por ejemplo aquí tenemos 1, aquí tenemos el 2 cierto.

Aquí hubieras ubicado 0.25, ¿sí?, aquí hubieras ubicado más o menos 0.35, aquí hubieras ubicado en este eje por ejemplo el 1, aquí hubieras ubicado 0.5, ¿sí?, y hubieras hecho un apareamiento de valores de tal manera que si por ejemplo acá tenemos 0.7 ejemplo, aquí hubieras tenido por ejemplo esto y al final hubieras obtenido una línea recta.

Mi pregunta es ¿a qué se debe que no hayas elaborado la gráfica así sino así?

E: - No se tal vez a la manera (no hay claridad en el audio) no entendí el apareamiento.

P: - ¿No ha entendido el apareamiento?

E: -Si, si no lo relacione.

P: - Y, ¿a qué se debe que no haya entendido esa relación?, entre las variables ese apareamiento entre las variables.

E: - Pues o sea, en el momento lo entendí como que grafiqué los valores, lo que se está dando no que ejemplo grafiqué los teniendo en cuenta la corriente, eso ya hubiera sido diferente porque ya hubiera podido entender ya asociarlos.

P: - Ok perfecto, listo. Vámonos a una pregunta que me causó curiosidad aquí, y es importante esta pregunta de acá. Listo, bien aquí en esta pregunta tenemos un contexto una gráfica si eh... quise plantear unas situaciones por ejemplo aquí se te planteó y se te preguntaba, ¿Qué sucede con el voltaje en los tiempos cuando cambia de 0 segundos a 120 segundos?

Listo tu planteaste que” se presentaban dos cifras si, y cuando el tiempo del voltaje cambia de 0 a 120 segundos se activan los ciclos logrando hacer dos ciclos de cargue y descargue” eso fue lo que respondiste bien, explícame esa respuesta.

E: - Básicamente lo que hice, tomar el tiempo que se demora la descarga un ejemplo aquí (el estudiante señala y compara la gráfica) de 0 a 120 serian 60 segundos eh... en ese tiempo había un cargue y un descargue, que pasa de 0 a 120 si me dicen que en 60 hay un cargue y un descargue pues lógicamente en todo tiene que haber dos cargas y dos descargas así fue como saque la respuesta.

P: - Ah... ok perfecto o sea tu observaste aquí, ¿Qué observaste aquí?

E: - Eh... cada cuánto se repetía el cargue y el descargue.

P: - Listo. Aquí nos plantean cuántos ciclos de carga y descarga puede observar en la gráfica.

Entonces tú dices que “en la gráfica se observan tres ciclos de carga y descarga” si, listo eso es fácil de identificar, ¿Cómo lo identificaste?

E: - Como dijo ya usted, es bastante fácil: carga, carga, carga tres ciclos descargue, descargue, descargue tres ciclos (el estudiante compara la gráfica).

P: - Listo y ¿qué entiendes por ciclo ahí?

E: - Eh... un ciclo es como una duración ¿no?

P: - La duración.

E: - Un ciclo es una duración.

P: - Un ciclo es una duración.

E: - Para mí sí.

P: - Ok, para ti es una duración, listo perfecto ¿el tiempo de duración, o... la duración del voltaje o sea?

E: - Se relaciona porque o sea, depende de cómo uno lo mire, no es lo mismo que usted me pregunte ¿Cuánto tiempo se demora cada carga y descarga? O por el contrario en cierto tiempo cuántas cargas y descargas hay, depende de cómo formule la pregunta.

P: - Ok perfecto, listo.

Dice aquí cada, cuántos segundos se da un ciclo de carga y descarga, tu respuesta fue 30 segundos si, y nos dices “y nos dices que se genera un cambio de carga y descarga la gráfica no lo demuestra ya que justo en los 30 segundos genera una disminución lo que para nosotros sería un descargue”

¿Por qué dices “la gráfica no lo demuestra”?

E: - De verdad, si no se.

P: - Bueno como obtuviste esa respuesta ahí.

E: - Dice que eh... espere vuelvo leo la pregunta, ¿cada cuántos segundos, se da un ciclo de carga y descarga?

De aquí a aquí aproximadamente se da como 90 si, pues esto sería el ciclo de, paro, 30 segundos, paro, justo después de los 30 segundos ¡bum! Empezó a descargarse entonces lo que tomé fue 30 segundos carga, 30 segundos descarga.

P: - Perfecto, listo.

Y en la gráfica dice bueno cuántos ciclos. ¿Cómo calculaste esto de que los ciclos de carga y descarga que se presenta en los tiempos de 180 a 360? Aquí nos planteas que la respuesta “es deducir (no hay claridad en el audio) ante la gráfica nos representa tres ciclos 180 segundos lo cual nos dice que en el doble de tiempo cuántos ciclos cerrados tiene el doble”.

O sea, explícame eso.

E: - Tenemos eh... bueno dije yo 3 ciclos en 180 segundos, lo que dije fue, si me dicen que en 360 cuantos, pues van a ser el doble van a ser 6 ciclos o sea solo como multiplicar por 2 y ya.

P: - Ok, o sea que 360 es el doble de 180 así de sencillo.

E: - Al contrario.

P: - Si, o sea 360 es el doble de 180. Ok a partir de eso.

E: - Tuve la respuesta

P: - Ok perfecto, listo.

Perfecto al final se te pidió que construyeras esta gráfica, que completaras la gráfica.

E: - Sí.

P: - Hasta cuánto hasta 540 segundos, entre 240 y 540 segundos bien, ¿Cómo construiste esta gráfica?

E: - Eh... lo que hice fue mirar, eh... hasta que rango cargaba, eh... aquí sería 1.5 voltios según esto, digamos.

P: - Sí.

E: - Bueno no como 1.3, digamos listo, entonces que fue lo que hice ahí mirar el rango, segundo mirar el tiempo que tomaba en cargar 30 segundos, tercero miré el rango que el tiempo que tarda en descargarse -30 segundos.

A bueno entonces solo empecé a hacer la gráfica está el rango máximo 30 segundos igual hasta al rango y así sucesivamente.

P: - Ok, así fuiste construyendo la gráfica.

E: - Así fui construyendo la gráfica.

P: - Ok perfecto, en total cuántos ciclos obtienes.

E: - Eh... 1, 2, 3, 4, 5.

P: - ¿Cinco ciclos?

E: - Cinco ciclos y medio.

P: - Listo perfecto.

Bien ahora eh... una pregunta que teníamos también ahí planteada es si: ¿en el momento con que el voltaje... perdón. Que tenemos aquí planteada es si a los 40 segundos el voltaje era de 0.7 voltios se te pedía que calcularas otros tres tiempos más en los cuales el voltaje era el mismo tu planteaste estos tres valores si, estos tres tiempos donde el voltaje es el mismo 0.7, ¿sí?, tu aquí planteas “los datos que aparecen porque son frecuentes, que se repiten entonces cada cierto tiempo vuelve aparecer un mismo valor.

E: - Vuelve a aparecer un mismo valor.

P: - Ok perfecto aclárame esto.

E: - Eh... como la gráfica eh... siempre llega a un ejemplo a un mismo tope, no hay uno que llegue más o algo así, ¿sí?, entonces si me dicen que busque uno que se repita que tenga 0,7, 0,7, 0,7 entonces (yo busco acá 0,7 más o menos me daría por acá digamos así, acá 40 segundos me dio entonces como es periódico se repite y se repite, entonces

yo podía tomar con mi respuesta tomar el de acá, el de acá... o igual acá (señala diferentes segmentos de la gráfica) por lo que se repetía.

P: - Listo.

E: - Por lo que se repetía.

P: - Por lo que se repetía, entonces puedes identificar ese valor.

E: - Sí.

P: - En varios tiempos.

E: - Si por que se, da la misma si se toma ejemplo 10 segundos a 170 segundos, igual va a llegar hasta 0,7 voltios.

P: - Ok, y ese mismo proceso lo podemos determinar acá en la extensión de la gráfica hacia 540 segundos por ejemplo aquí dime un valor un tiempo, en el cual tenemos esos 0,7 voltios.

E: - Eh... de que parte llevo el ejemplo, siempre y cuando (no hay claridad en el audio) que cambia la duración, un ejemplo que ya no dura como dije yo 30 segundos sino ya 40, eso ya la cambiaría, o sea opino yo, si no dicen que no cambia de tiempo ni prolongación lo puedo seguir observando.

P: - Perfecto muy bien, listo.

Vámonos a esta pregunta, listo, a esta pregunta como tal para identificar.

Listo, entonces bien, en esta pregunta estamos viendo, listo, nos plantearon las gráficas de corriente. ¿Sí?, bueno perfecto tu respondiste bueno, no respondiste que tipo de graficas eran y nos vamos a omitir esa parte.

Bien, pero entonces acá nos están pidiendo que en cada una de ellas calcule el tiempo de carga y descarga, ¿sí?, bien listo eso ¿cómo lo calculamos rápidamente?

E: - Eh... propiamente el de carga hasta el punto máximo que llega (no hay claridad en el sonido) pero me dice que el tiempo entonces lo que hay de aquí, a aquí, en tiempo como indica la gráfica 6 segundos en carga y se demoraría 8 segundos en descarga.

P: - Ok, o sea en hacer esto se estaría gastando 8 segundos en total.

E: - Eh... no 2 segundos.

P: - O sea, que ¿el ciclo de carga y descarga de cuánto tiempo sería?

E: - De 8 segundos en total.

P: - En total a perfecto está bien cada ciclo se está presentando un ciclo de carga y descarga de 8 segundos.

E: - Cada 8 segundos.

P: - Si o sea, si aquí por ejemplo ¿cuánto tiempo hay?

E: - No, me acabo de dar cuenta que varían, por ejemplo, aquí está como 8, pero aquí hasta que vuelva a cargar va a hasta 16 entonces sería van 8 en solo carga, 8 segundos y mientras que descarga va hasta 18, ahora aumentó 10 segundos.

P: - Ok y eso no sucedería a este lado.

E: - Eh... miro una ocurrencia y es que hacia allá aumenta cada 2 segundos, entonces acá (el estudiante señala la gráfica) es menor, entonces acá opino yo que no sería de 8 sino de 6 segundos, siguiente sería de 4 segundos, eh... parto de lo que me mostraron así.

P: - Ok perfecto, listo bien tomamos ese ejemplo solamente, listo aquí nos plantean que en la gráfica hay de determinar el valor mínimo que presenta cada voltaje.

¿O sea eso es fácil de identificar cierto?

E: - Si aquí son -2 voltios.

P: - Aquí son 2 voltios, aquí ¿cuánto sería el valor mínimo?

E: - Eh... 10.

P: - (-10)

E: - (-10)

P: - Aquí cuanto sería el valor mínimo.

E: - 0

P: - Ok y ¿aquí?

E: - Partiendo de esto serían -12.

P: - (-12), Ok listo perfecto, bien pero entonces al final se te pido que hicieras una ex..., construyas una gráfica, una extensión de la gráfica si tomamos los tiempos hasta 60 segundos. De cada gráfica tú no la hiciste.

E: - Eh... yo creo que fue el tiempo.

P: - Listo, y si yo te pidiera que hicieras una extensión de esta gráfica hasta los 60 segundos ¿qué tendrías en cuenta para poder hacerla?

E: - Eh... el tiempo, o sea.

P: - ¿Cual tiempo?

E: - E tiempo de duración de carga, descarga.

P: - Ahhh ok.

E: - Descarga o sea porque me doy de cuenta que cada vez aumenta 2 dos segundos, entonces para hacerlo tengo en cuenta que cada vez que vaya a hacer un cargue y descargue tengo que aumentar 2 segundos. Y así sucesivamente.

P: - Ok lo mismo sucedería acá, ¿aquí tendríamos que ir aumentando?

E: - Eh... no porque este si ya tiene un solo tiempo, solo toma un tiempo de carga. O sea no se mueve la descarga, no toma tiempo es igual seria prolongado.

P: - Perfecto listo, muy bien.

Y por último teníamos esta situación si, donde se te planteaban tres gráficas de corriente alterna si, normal eh... y en cada una se te pedía el valor pico, el voltaje, el periodo y la onda y los ciclos por ejemplo aquí (señala la gráfica) cual sería el pico, el valor pico el voltaje el periodo de la onda y los ciclos.

E: - Eh... toca, pues aquí (el señala la gráfica) toca deducirlo porque la gráfica no está bien explicita y sería un ejemplo 160.

P: - Ok ese sería el valor pico, listo ¿cuál sería el periodo y la onda?

E: - Este es el valor pico, el periodo eh... ¿el periodo y la onda?

P: - El periodo de la onda.

E: - A ya, el periodo tengo entendido que es, ¿esto es un periodo, no?

P: - ¿Eso es un periodo para ti?

E: - Tengo entendido hasta ahí entonces.

P: - Listo.

E: - Un periodo, Estamos en este no, eh... es que 0,02.

P: - Ok perfecto o sea acá estamos teniendo en cuenta que.

E: - La duración.

P: - ¿La duración de qué?

E: - En segundos de, o sea, del periodo.

P: - O sea, estamos tomando la duración, o sea, el tiempo, o sea que estás diciendo que el periodo es 0,02, el tiempo de duración, ¿eso para ti es el periodo?

E: Eh... lo tengo un poco en duda, pero sí.

P: Listo perfecto.

Bien aquí se te pidieron por favor que mencionaras dos diferencias y semejanzas de lo observadas en las gráficas, no la respondiste bien explícame esas dos diferencias por ejemplo muéstrame, una diferencia por ejemplo de las gráficas.

E: - (no hay claridad en el sonido) eh... diferencias, que esta (el estudiante señala la gráfica) toma un mayor tiempo el ciclo, toma un mayor tiempo porque este, un ciclo se completa en 0,2 en cambio este se completa en 0,3 digámoslo así es que no está bien mezclado.

P: - Listo bien que semejanzas encuentras entre las gráficas.

E: - Eh... semejanzas, el valor máximo, el voltaje tiene un mismo voltaje o sea se puede entender como un mismo voltaje.

P: - Listo perfecto, eh... cuando se te pide que construyas una gráfica semejante a las que observas en la figura 5, por ejemplo, ¿qué tendrías en cuenta para poder construirlas?

E: - Eh... hasta donde se prolonga tanto en positivo como negativo, y cada cuánto se repite el ciclo, en este caso seria 0,03 y 0,02 eso sucesivamente para poder prolongar.

P: - Perfecto y si nosotros eh... como en este caso la gráfica literal C, si se pidiera que se prolongara la gráfica, ¿qué elementos debes tener en cuenta para poder hacer prolongación?

E: - Eh... yo diría que lo mismo o sea el rango hasta donde va tanto en positivo como en negativo, repito lo mismo y cuánto dura cada ciclo, así para poderlo repetir, cada cuánto es el cargue y descargue eso.

P: - Ok listo, o sea en este caso cuando hablas de cargue y descargue estas tomando en cuenta que, ese ciclo como lo identificarías porque ese ciclo se está repitiendo varias veces.

E: - Como lo identifico la elevación o sea un ejemplo cargue y descargue y vuelve a subir.

P: -Ok perfecto, al final podemos decir ¿que estas graficas serian de tipo periódico o no periódico?

E: - Eh... por lo que tengo entendido como periodo yo diría que si pues porque es común la prolongación.

P: - O sea, para tener en cuenta el periodo ¿debemos tener en cuenta la prolongación?

E: - Eh...

P: - En pocas palabras para identificar si es periódica o no periódica ¿qué debo tener en cuenta?

E: - Las veces o sea, yo diría solo con un ejemplo cuando se repiten hasta donde sube hasta donde baja hasta donde va.

P: - Ok, si yo te presentara una gráfica, ejemplo de este tipo, tenemos una situación de esta manera que baja, pero aquí empieza, baja pero aquí empieza, baja aquí empieza tu ¿identificarías que esta es una gráfica tipo periódico?

E: - Eh... no por que varía.

P: - ¿Que está variando ahí?

E: - Eh... el rango tal vez la duración si vez este no es igual a este.

P: - Ok.

E: - Entonces yo diría que no porque se repite este es periódico porque se repite en cambio este no en esta oportunidad sube hasta acá (el estudiante señala la gráfica que se construyó).

P: - Sí.

E: - Aparte aquí tuvo menos tiempo que el que tomo acá.

P: - Ok perfecto, por ejemplo, si yo te pidiera que hicieras esta gráfica en forma que fuera periódica, ¿cómo la harías? Constrúyela.

E: - Como lo haría, tengo que tener los valores de acá.

P: - ¿Cómo harías esta gráfica para que realmente fuera periódica? Si quieres haz la gráfica.

E: - ¿Esta grafica para que fuera periódica?

P: - Si

E: - No sé el tiempo que dura, se tomaría el tiempo que por ejemplo 5 segundos.

P: Ok.

E: - Digamos que es igual si, 5 segundos, y para que sea periódica la volvería repetir.

P: - harías una gráfica así, luego otra igual cada cinco segundos con las mismas características.

E: - Con las mismas características y el mismo rango.

P: Ok perfecto, listo Nicolás, muchas gracias, muy amable con esta información.

E: - Vale.

P: - Gracias.

TRANSCRIPCIÓN ENTREVISTA ESTUDIANTE 4

Duración: 15:47 minutos

Fecha de realización: Miércoles 27 de marzo de 2019

Lugar: Instalaciones IED Manuel del Socorro

P: - Santiago

E: - Muy buenas tardes.

P: - Listo Santiago la idea de esta entrevista es hacerte unas preguntas frente a lo que tu respondiste en esta prueba, una prueba donde eh... trabajamos algunas preguntas en contextualizadas sobre corriente alterna y pues eh... tú me

puedas colaborar dándome más claridad sobre qué fue lo que respondiste está bien. Entonces en la primer pregunta que tenemos nos piden que completemos una tabla si, tú la completaste, mi pregunta es ¿Cómo la hiciste?

E: - Eh... basado en lo que yo hice cogí los dos o bueno estos cuatros y pues por sentido común vi que 0.5 es el doble que 0.25 o en contra 0.25 es la mitad de 0.5, hay comencé hice estos dos y cuando vi que me dio bien eh... hay si resolví toda la tabla.

P: - Ok, o sea, que si aquí hubiera aparecido por ejemplo 3,5, ¿qué valor tendría el voltaje?

E: - Eh... lo que sería eh... 3,5 lo dividiría por 2 eso me daría 17.5.

P: - Ok listo perfecto, tú lo que hiciste fue dividir o multiplicar por 2.

E: - Si exacto.

P: - Listo, bien perfecto,

Ante esa situación luego nos pedida que si yo tenía voltajes como 8.5 y 9 amperios si, como cambiaba el voltaje entre estos valores de corriente si, o sea que valores perdón.

La pregunta nos decía ¿qué valor toma el voltaje cuando tiene valores de corriente 8.5 y 9 amperios? Y luego nos preguntaban ¿Cómo cambia el voltaje en estos dos valores?

Tú me diste unos valores acá 4.5 y 4.5, sí.

E: - 4.25

P: - Perdón exacto 4.25 y 4.5, pero no me explicaste como, o sea, como cambiaba el voltaje.

E: - Pues la verdad lo único que cambiaba era que se aumentaba.

P: - Que se aumentaba y ¿cómo puedes evidenciar ese aumento?

E: - El aumento como lo ¿evidencio? Pues como acá (el estudiante señala sus respuestas) se nota que aumentan los amperios, estaba viendo que era proporcionalmente ellos dos, entonces si se aumentaba en un lado, se aumentaba en el otro la cuestión, es que no se amentara el mismo valor, se aumentaba la mitad.

P: - Ok, entonces si nosotros cogemos, yo veo aquí la intensidad de la corriente los voltios, yo veo que aumentan estos también aumentan.

E: - Si señor.

P: - y que relación habría entre el aumento de los dos.

E: - Que el de arriba o por decirle así amperios eh... era el doble de el de los voltios.

P: - O sea era el doble del de los voltios, ¿sí?

E: - Si señor.

P: - Si y ese doble o sea y tu observas como ¿Qué observas ahí? O sea, ¿ese doble que significaría?

E: - La verdad pues el, lo que valdría la resistencia.

P: - Lo que valdría la resistencia y por qué dices eso porque relacionas ese 2 con la resistencia.

E: - Porque pues ahora sí, o sea si fuera si no hubiera resistencia seria la misma intensidad de voltaje y los voltios.

P: - Ok.

E: - Entonces ya indicándome con la resistencia hay ya supe cuánto era el valor de la resistencia.

P: - Ok perfecto, o sea que tu calculaste el valor de la resistencia teniendo en cuenta que esto era el doble de esta magnitud, o sea que en este caso que el valor del amperio era el doble del voltaje lo mismo que acá, lo mismo que acá (señala la tabla de valores) ahí fue donde tu determinaste la resistencia.

Ok listo perfecto, o sea que tu estableces una relación de la resistencia y el cambio de corriente y el cambio de voltaje.

E: - Si señor.

P: - ¿Cómo estableces esa relación?

E: - La verdad pues, ¿cómo la establezco?

P: - Sí.

E: - Pues ya creo que. Se me fueron las palabras.

P: - Ok listo, o sea lo que acabas de mencionar que tú siempre vez que en cada momento nos va dando ¿qué?

E: - Un aumento

P: - Un aumento

E: - Y el voltaje es la mitad de ese aumento.

P: - O sea, ¿el voltaje es la mitad de lo que va aumentando aquí?

E: - Si señor

P: - Ok perfecto, bueno listo.

Sigamos mirado. Luego se te pidió que hicieras una gráfica teniendo en cuenta la tabla.

E: - Esa si la hice.

P: - Esa la hiciste por acá (señala una página del taller) cierto, ¿Dónde la hiciste?

E: - Por acá.

P: - Acá listo bien, ¿cómo la construiste?, cuéntame.

E: - Eh... primero cogí el voltaje por decirlo así y lo puse en la fila y el amperio o corriente lo puse en la otra, así (el estudiante construye una gráfica) por ejemplo queda 0, digamos que acá esto es corriente y esto es voltio daba en corriente 0.5 y en 0.25 en voltios lo que yo hacía era unirlos en donde daban.

Lo mismo acá (el estudiante ubica valores en la gráfica) me daba 0.3 en 35 y 0.7 y los unía entonces daba por ejemplo por acá (el estudiante ubica los valores en la gráfica) y así comenzaba, comencé desde cero y fue la gráfica fue aumentando.

P: - Ok perfecto, listo muy bien o sea tu observas que a medida que aumenta esta iba aumentando esta (señala extremos de la gráfica).

E: - Si señor.

P: - Y la gráfica, y porque nos da una línea recta a ¿qué se debe que nos diera una línea recta?

E: - Eh... porque acá el (el estudiante señala la gráfica) si sumaba uno por aquí sería la mitad entonces si hubieran sido los dos iguales, de pronto hubiera sido una línea recta o hubiera sumado más los ángulos por decirlo así.

P: - Bueno listo perfecto muy bien, sigamos acá.

La siguiente pregunta nos planteaban una situación donde teníamos un osciloscopio, una señal de onda de un osciloscopio si, de corriente alterna nos preguntaban por ejemplo ¿cuántos ciclos de carga y descarga puedes observar en la gráfica? sí, tú me respondiste: “tres porque un ciclo en esa carga cuando está arriba y descarga cuando baja cuando vuelve a subir y es otro ciclo” aclárame eso por favor.

E: - Eh... pues la verdad es que (no hay claridad en el audio) porque un ciclo pues yo pensaba que un ciclo es cuando llega al tope o sea el ciclo de carga y cuando llega el de descarga es cuando comienza a bajar o comienza a parecer así, valga la redundancia a descargarse.

P: - Ok o sea que esto es un ciclo y ¿esto es otro ciclo? (señala la gráfica)

E: - No eh... esto todo es un ciclo lo que sería la mitad de descarga, lo que sería y un ciclo se compone de carga y descarga, y pues acá (el estudiante señala la gráfica) está la carga y descarga.

P: - Ok perfecto, o sea que en total ¿cuantos ciclos habría ahí?

E: - Habría 1

P: - ¿Un ciclo en toda la gráfica?

E: - En toda la gráfica si están los tres porque esta 1 que llega hasta acá (el estudiante señala la gráfica), vuela a iniciar el 2 y vuelve a inicia que es el tercero.

P: - Ok perfecto, luego nos preguntaban ¿cada cuantos segundos se da ese ciclo? Tu respondiste “60” cuéntame.

E: - Eh... porque acá viendo la gráfica veía que cuando iba a iniciar el segundo ciclo por decirlo así, ya estaban en 60 segundos entonces cuando veía que iba para allá del segundo ciclo al tercer ciclo aumente estos dos y daban 60.

P: - Ok, o sea cada ciclo daban 60.

E: - Si señor

P: - Ok, listo, luego nos piden que representáramos la gráfica en tiempos de 180 a 360 segundos. ¿Sí?, aquí nos dicen, ah perdón, luego nos piden que contáramos cuantos ciclos de carga y descarga se presentan en los tiempos de 180 a 360 segundos tú me respondiste que “3 porque cada ciclo dura 60” entonces hiciste una operación cuéntame.

E: - Eh... pues hice 60 más 60 más 60 da 180 y sabiendo que 360 es dos veces 180 me dijiste que de 180 a 360 cuanto era, eh... entonces puedo hacer lo mismo poniendo acá 180 y acá 360 (el estudiante señala los extremos de la gráfica) y dan los tres ciclos.

P: - Muy bien perfecto, al final nos decían realicemos una gráfica entre 240 y 540 segundos listo tu construiste una gráfica cuéntame como la construiste.

E: - Eh... mi grafica fue que en cada ciclo le aumentaba 60, y pues llegando a 1.3 en eso comencé en 240, 300 y así sucesivamente hasta llegar a 540.

P: - Y ¿cuántos ciclos obtuviste?

E: - Eh... obtuve 1, 2, 3, 4, 5 ciclos.

P: - Obtuviste 5 ciclos.

E: - Si señor.

P: - De ¿cuánto tiempo cada ciclo?

E: - De 60 segundos.

P: - De 60 segundos.

Ok listo, bien luego nos plantearon esta situación donde teníamos 4 graficas distintas de corriente alterna de señal de onda de corriente alterna, listo por ejemplo nos preguntaban, nos hacían una pregunta que para cada grafica determine el tiempo de carga y descarga del condensador, tú me respondiste, por ejemplo.

E: - La verdad no respondí nada.

P: - Bueno en este caso no respondiste nada, pero cuéntame por ejemplo en esta (señala la gráfica N°1) ¿cuánto tiempo de carga y descarga tendríamos?

E: - Eh... pues llegando que es el tope un ciclo es otro tope, descarga eran 8 segundos.

P: - ¿8 segundos?

E: - Dura 8 segundos un ciclo.

P: - O sea que, ¿el ciclo dura 8 segundos?, o sea, la siguiente tendría que durar otros ¿8 segundos también?

E: Depende eh... estamos comenzando, como se ve en el inicio también se ve desde 0 pero al acabar termina en -2, entonces tenemos que retomar desde -2 a 0 para tener esos mismos 6 segundos entonces aquí o sea sería los mismos 6 pero aumentándole este 2.

P: - Ok, o sea que en definitiva ¿cuánto se estaría tardando el ciclo?

E: - El ciclo gracias a que baja siempre se sumarian 2 segundos.

P: - 2 segundos. Ok, o sea que iría aumentando 2 segundos cada nada el ciclo.

E: - Si señor.

P: - Cada vez el ciclo.

E: - Cada ciclo va aumentando 2 segundos.

P: - 2 segundos, ok perfecto listo.

Si yo te pidiera que por ejemplo me digieras acá el tiempo de carga y descarga de esta grafica por ejemplo la C, ¿cuánto tiempo se cargaría?

E: - Seria de 10 segundos.

P: - 10 segundos, ok perfecto, ¿a qué se debe los 10 segundos?

E: - Pues esta la verdad la primera no la tome, entonces viendo que acá comenzó en 6 segundos y acá (el estudiante compara partes de la gráfica) termina en o sea... (No hay claridad en el audio).

P: - Okey perfecto y esto nos daría 10 cierto, listo bien luego nos pide que en las gráficas A y D eh... perdón luego nos pidieron al final que para cada grafica construye una extensión de estas y tomemos tiempo hasta los 60 segundos, e indicaremos como lo hacíamos

E: - Eh... bueno tomando los 60 segundos daríamos por decirlo así en grafica seria 10 segundos (no hay claridad en el sonido).

P: - ¿De cuál grafica?

E: - O sea es para, cada grafica construya una extensión ah... ya entonces.

P: - Que te diste cuenta.

E: - Que tome mal la pregunta.

P: - Por qué a que, a que, se debe eso.

E: - Eh... a mala interpretación de lectura.

P: - ¿Por qué la interpretaste mal?

E: - Eh... es que la verdad pues los nervios.

P: - Tranquilo.

E: - Pero la verdad es que no, no...

P: - A qué se debe que ibas pensando en 10 segundos.

E: - Pues pensaba que, iba decir que construya yo mi propia gráfica.

P: - Ok listo, muy bien sigamos, ahora cuéntame bien listo.

Pasemos a esta pregunta bueno, en esta pregunta tú, teníamos tres graficas de una señal de onda de corriente alterna sí.

E: - Si señor.

P: - En la primera nos dice, en una pregunta nos dice que mencionemos alguna, al menos dos diferencias o semejanzas que se observe en las gráficas por ejemplo tu planteaste que “una semejanza que comienza en 0, una diferencia que cambia la anchura otra semejanza del pico de voltaje 150” explícame eso.

E: - Eh... listo, las semejanzas van en que yo viendo a todas comienzan en cero, por decirlo así, ya la otra semejanza fue la que vi que el tope de todas de todas llega a 150, esa sería otra semejanza. Ya las diferencias serian la anchura por decirlo así en esto, si vez esto es muy diferente a esto y es por el tiempo ya que esto se desarrolla en 0.01 y está ya va en 0.02.

P: - Ok perfecto, o sea van cambiando en el tiempo si, que se van desarrollando que.

E: - El ciclo.

P: - El ciclo perfecto listo. Luego nos dice por ejemplo acá (señala la gráfica) que en la C, construya una gráfica semejante a ellas, listo si yo te pidiera, tu hiciste esta grafica ¿cierto? ¿Qué tuviste en cuenta para hacer la construcción de esa gráfica?

E: - primero el tiempo, el tiempo que dura cada ciclo y segundo el pico de voltaje o sea el ciclo de carga y descarga.

P: - Pero ¿qué tuviste en cuenta del tiempo?

E: - Los segundos o más o menos en cada cuento se desarrollaba el ciclo.

P: - ¿Para qué?.

E: - Para así hacer también, pues viendo bien también, todas son periódicas si, entonces una semejanza pues que la mía también iba a ser periódica en tal que si yo cojo esto o pues el primer ciclo ya sé que el segundo ciclo va a ser igual en eso me retome yo.

P: - Tu tomas el termino periódico, cuéntame ¿por qué mencionas que estas graficas son periódicas?

E: - Porque viendo yo que cada ciclo, es igual al anterior entonces puede decir que si yo puedo poner esta misma grafica acá me seguiría dando la misma onda o pues sería igual, el ciclo de carga y descarga en el mismo tiempo.

P: - Ok perfecto, si yo te planteara estas graficas que están acá ejemplo esta, esta...

Mencióname cuales de estas graficas serian periódica y cual no.

E: - Eh... la única grafica periódica que yo veo acá es esta (el estudiante señala una gráfica).

P: - Listo cuéntame porque es el 3 periódica a que se debe que es periódica.

E: - En el ciclo por decirlo así que es este, está el mismo periodo de recarga y descarga puede ser en el mismo tiempo.

P: - Si ok y cuéntame a que se debe que esta no sea periódica.

E: - Porque viendo bien en esta sube, sube por decirlo así a 1 pero baja la mitad, sube otra vez el uno y baja la mitad y no...

P: - Y esta gráfica, pero esta grafica sube, a esta grafica tiene la misma altura o la misma magnitud de amplitud.

E: - Pero no están en el mismo tiempo.

P: - O sea no están en el mismo tiempo.

E: - No cumplen el mismo tiempo.

P: - Ok listo en definitiva ¿qué es periódico para ti?

E: - Periódico es que sea semejante lo anterior, por decirlo así, que esto sea semejante a esto y que esto sea semejante a esto, lo cual esto no es semejante, esto no es semejante (el estudiante realiza comparaciones entre la gráfica 1 y 2).

P: - Semejantes o iguales

E: - Iguales.

TRANSCRIPCIÓN ENTREVISTA ESTUDIANTE 3

Duración: 15:47 minutos

Fecha de realización: Miércoles 27 de marzo de 2019

Lugar: Instalaciones IED Manuel del Socorro

P: - Te voy a hacer una entrevista con la intención de verificar o de hacerte unas preguntas más que todo, frente a lo tú que respondiste a una prueba que estaba contextualizada sobre corriente alterna si, la idea es te voy a hacer unas preguntas sobre lo que respondiste eh... para que tú me aclares la información que diste dentro de la prueba bien.

Bueno en este caso la primera pregunta nos planteaba que sucedía eh...

Nos pedían completar una tabla, listo, ¿qué estrategia aplicaste acá para poder completar esta tabla?

E: - Eh... use la ley de Ohm.

P: - Ok explícame por favor.

E: - Eh... pues, la ley de Ohm dice que por ejemplo eh... si no me equivoco es resistencia es igual a la intensidad por el voltaje, el voltaje que sería igual a la resistencia sobre la intensidad y la intensidad que sería igual a la resistencia sobre el voltaje.

P: - Ok.

E: - Entonces yo tome en cuenta que lo único que no cambiaba, era sino me equivoco, si me acuerdo era la resistencia, entonces tomando en cuenta para sacar la resistencia entonces primero tome los dos valores de la intensidad, lo que es la intensidad y el voltaje y entonces saque una resistencia de esos dos, pues tomando en cuenta un ejemplo digamos que pues podía tomar la está que sea 1 y la otra también era 1, entonces me daría 1, entonces la resistencia me hubiera dado 1, entonces basándome en esa resistencia empecé a sacar el resto.

P: - Ok perfecto listo, ante esta situación luego nos plantean otra pregunta donde nos dicen que si la corriente es de 8.5 amperios, ¿cierto? y luego toma el valor de 9 amperios ¿Cómo cambia el voltaje entre estos valores de corriente? Ante esta pregunta tu respondiste, listo, perdón, esta es la c, tu respondiste “el voltaje entre los dos valores aumenta 0.25” listo, explícame esa respuesta.

E: - Pues yo saque el voltaje de cada uno tomando en cuenta la resistencia que me habían dado o que tenía anteriormente, entonces saque el voltaje de cada uno y después de que me da resultado el voltaje lo reste, poniendo un ejemplo digamos 2 menos 1 que me hubiera dado uno y ese fue el valor del voltaje que puse.

P: - Ok perfecto, luego yo observo. Se te hace una pregunta que es calcular la resistencia, ¿sí? y te planteaba que observas al momento de calcular la resistencia en cada cambio de corriente eh... tu respondiste que “la resistencia es de 20 Ohmios y nunca cambia”.

E: - Eh... de 2 Ohmios

P: - Perdón de 2 Ohmios y nunca cambia, listo cuéntame, explícame esta respuesta.

E: - Pues según lo, la ley de Ohmios que dice que resistencia es igual a intensidad por voltaje entonces yo tome los dos primeros valores que son 0.5 y 0.25 eh... tomando en cuenta esos dos voltajes que pues al multiplicarlos.

P: - Bueno listo al multiplicarlos tu calculaste 2 Ohmios.

E: - Me dio dos Ohmios.

P: - Listo.

E: - Sí.

P: - Bien listo, pero entonces la pregunta que yo te hago es bien, eh... nuevamente te planteo ¿qué observas al momento de calcular la resistencia en cada cambio de corriente?

E: - Que la resistencia no variaba.

P: - No variaba.

E: - Siempre mantenía con el mismo valor.

P: - Ok, se mantenía constante. Si observabas que la resistencia se mantenía constante, ese hecho de que la resistencia se mantenía constante afectaba o influía ¿dentro de la tabla? O ¿dentro de las variables?

E: - Si influía porque si la resistencia hubiera cambiado los valores entre intensidad y voltaje hubieran sido diferentes.

P: - O sea hubieran cambiado también.

E: - Sí.

P: - o sea que en ese caso ella influiría en los valores.

E: - En los valores eh... del método que se usa para averiguar los valores y el resultado queda de cada uno.

P: - Ok perfecto listo. Al final se te pidió que hicieras una tabla tu no eh, perdón construyeras una gráfica con la tabla tu no la hiciste, mi pregunta es ¿a qué se debió eso?

E: - No... no supe cómo hacerla.

P: - No supiste como hacerla ¿no? Y... ¿a qué se debe que no supieras hacerla?

E: - Pues que nunca había tomado en cuenta la necesidad de hacer una gráfica para explicar cómo se van obteniendo los valores.

P: - Ok perfecto. Listo y si yo te pidiera que hicieras la gráfica en este momento como sería la gráfica.

E: - Eh... pues tomando en cuenta, yo digamos tomaría una gráfica así normal (el estudiante construye una gráfica) y en cada lado pondría un valor, entonces yo iría acomodando según el valor que me dé o podría ir acomodando digamos en el caso de que digamos acá va corriente y acá (el estudiante señala la gráfica que construyó) va voltaje podría ir acomodando los puntos no más.

P: - Los puntos no más.

E: - Sí.

P: - Ok para poner (no hay claridad en el sonido)

E: - Sí.

P: -Listo bien, perfecto. Pasemos a la siguiente pregunta que nos plantean una situación de un, de una señal de onda que se (no hay claridad en el audio) sí.

E: - Sí.

P: - En esto por parte de un condensador si, al momento de pues de verificarla en un osciloscopio listo, mi pregunta es aquí nos están planteando ¿cuántos ciclos de carga y descarga puedes observar en la gráfica? Tu respondiste: “4 ciclos de carga y tres de descarga ya que las líneas cuando suben van en un, cuando sube es un aumento en el voltaje y cuando la línea cae es una disminución en el voltaje”, bueno cuéntame explícame esa respuesta.

E: - Pues la respuesta la di teniendo en cuenta la gráfica, tomando en cuenta que cada el voltaje acá (el estudiante señala la gráfica) como lo ve aumenta eh... hasta el punto y luego disminuye entonces conté cada línea donde aumentaba, que al final me da 4 tomando en cuenta la última que pues no está completa pero se da cuenta que va subiendo, y para disminución en la gráfica se notan tres líneas que son, que representan cada descarga del voltaje.

P: - Ok para ti ¿qué sería un ciclo en esta grafica?

E: - Eh... el ciclo a mí se me representaría todo completo, el ciclo que sería la carga y la descarga al momento de cargar y descargar cuando se termine ese punto hay a mí se me terminaría ese el ciclo.

P: - O sea que en si ¿cuántos ciclos habría acá?

E: - Eh... 3

P: - Tres ciclos, Ok perfecto listo. Dice cada ¿cuántos segundos se da un ciclo de carga y descarga?

E: - El ciclo de carga y descarga se da cada 60 segundos, si lo contamos por aparte cada ciclo de carga deberían ser 30 segundos y cada ciclo de descarga entre otros 30 segundos.

P: - Perfecto muy bien, o sea que, si nosotros hiciéramos una extensión de, aquí se te pide una extensión de 240 y 540 segundos tu construiste esta grafica ¿sí?

E: - Sí.

P: - Listo cuéntame como la construiste y que tuviste en cuenta para poder construirla.

E: - Eh... tuve en cuenta el valor de al momento de subir el voltaje eh... al momento que disminuye y tomando en cuenta que la tabla era periódica y siempre se repetía el mismo ciclo.

P: - O sea la tabla era periódica, a que se debe que la gráfica fuera periódica.

E: - Que siempre se repite el mismo, el mismo paso siempre es el mismo ciclo siempre aumenta igual y siempre disminuye igual.

P: - y como deben repetirse esos ciclos.

E: - Um... los ciclos deben repetirse iguales lo que es el aumento en 30 segundos y la disminución en los mismos 30 segundos.

P: - Ok perfecto entonces por eso tu defines que esta grafica es periódica.

E: - Sí.

P: - Ok perfecto bien, luego nos plantean una situación donde nos dan, nos piden que si eh... a los 40 segundos el voltaje es 0.7 en esta grafica que tenemos acá digamos en que otros si tiempos también el voltaje es 0.7, tú me planteas que "en 100 ,160 y 220" cuéntame cómo calculaste esos valores.

E: - Pues tomando en cuenta que la gráfica es periódica entonces la onda siempre va a subir igual. Entonces el ciclo de aumento siempre se va a repetir igual, entonces si cogemos eh... que cada 40 segundos está en 0.7 entonces al sumarle los 60 que sería donde se da un ciclo y se cierra, que hay ciclos donde se repite entonces tomando en cuenta eso se suman los 60 segundos al 40 anteriormente dado y ahí nos da el resultado donde se da la repetición de los 0.7 segundos en este caso ahí sería 100 segundos y luego a ese se le suman los 60 y serían 160 y así sucesivamente hasta que me dio los tres.

P: - Ok perfecto listo, luego tenemos estas graficas que nos presentan acá si, y nos plantean estas preguntas rápidamente nos dicen acá (señala la gráfica) por ejemplo en cada gráfica, bueno nos plantean que tipo de señal nos dan en cada grafica tú no tienes el concepto nos planteaste eso, listo pero la siguiente pregunta dice ¿para cada grafica determine el tiempo de carga y descarga del condensador? Si, ejemplo eh... se carga después de haber transcurrido 5 milisegundos y se descarga después de haber transcurrido 5 milisegundos, Por ejemplo, en la B que sería este sí, explícame como lo obtuviste.

E: - Ese lo obtuve tomando en cuenta la, el tiempo en que se demoraba en estar en la carga entonces después este cargaba y se tomaban 5 segundos y luego descargaba hay mismo y tomando en cuenta eso yo por eso puse 5 los segundos en el que ya estaba cargado, el tiempo en que se demoraba después de que ya estaba cargado que era 5 milisegundos y luego hay si disminuía.

P: - Perfecto listo si yo te pidiera en este momento que me plantearas el tiempo de carga y descarga de esta grafica ¿cómo cual sería?

E: - Yo diría que pues en el caso, como empieza sería 6 segundos tomando en cuenta que acá sube y dice 6 segundos tal y como dice la tabla, y bajaría en 2 segundos porque acá el estudiante señala la gráfica) dice que baja en 8 y lo que hay entre 6 y 8 son dos 2 segundos, entonces se descarga en 2 segundos.

P: - Pero aquí yo veo que empieza en 8 la carga y termina en 16, se ha gastado.

E: - Se ha gastado 8 segundos más.

P: - Ok y luego acá (señala la gráfica) otra vez se descarga en 18.

E: - Y entonces se vuelve a descargar en 2 segundos

P: - En 2 dos segundos, o sea que aquí como sería.

E: - Aquí yo diría que sería igual.

P: - O sea aquí cuanto tiempo de carga tendríamos.

E: - Aquí tendríamos un tiempo de carga de 8 segundos también.

P: - Ok, y ¿de descarga?

E: - De descarga los mismos 2 segundos.

P: - Eso implicaría ¿que esta grafica sería periódica?

E: - Eh... no

P: - No ¿por qué?

E: - Porque al principio como se muestra el primer ciclo eh... hay un tiempo de carga de 6 segundos y ya al segundo ciclo hay un tiempo de carga de 8 segundos, entonces el ciclo no se está repitiendo entonces la tabla no es periódica.

P: - Ok perfecto ¿la gráfica?

E: - Si la gráfica.

P: - La grafica listo bien, si acá nos plantean que por ejemplo determinada, para cada grafica construyéramos una extensión de esta, si tomamos tiempos hasta los 60 segundos, por ejemplo, que tendrías en cuenta para poder hacer la extensión de la gráfica.

E: - Eh... tomaría en cuenta la misma grafica que meda y cada cuanto se carga y se descarga tomando en cuenta eso eh... ubicaría los otros ciclos que se me dan en los próximos 60 segundos.

P: - Ok, por ejemplo, cuantos ciclos te darían de esta, en los próximos 60 segundos.

E: - Eh... ¿se darían?

P: - Si quieres haz la gráfica.

E: - Pues como lo forma hay después subirían 10 segundos y bajarían 2 y en la tabla hay termina en 20 segundos. Pero entonces para yo continuar los ciclos me tocaría empezarlo desde acá que sería los 18 segundos, entonces yo tomo en cuenta eso y entonces sigo acá en este lapso de tiempo de que es de acá (el estudiante señala la gráfica) 18 hasta aquí me daría, se aumentaría hasta, el ciclo se da hasta los 28 después, entonces daría un ciclo lo vuelvo hacer, el otro ciclo iría 38, lo volvería hacer el ciclo me daría 48 lo vuelvo hacer, el ciclo me daría 58 y entonces me daría cuatro ciclos.

P: - Cuatro ciclos más.

E: - Si

P: - Y esos ciclos cada ¿cuánto tiempo se estarían dando?

E: - Se estaría dando cada 10 segundos.

P: - Perfecto listo muy bien. Al final nos planteaban esta grafica de acá si, estas tres gráficas y por ejemplo entre las 3 graficas nos pedían por ejemplo digamos, que mencionáramos dos diferencias y semejanzas. ¿Qué semejanzas y diferencias verías?

E: - Eh... ¿semejanzas? Una semejanza sería el pico del voltaje que siempre aumenta igual y disminuye igual y una diferencia sería el tiempo que se toma, que el tiempo son en unas son mayores y en otras son menores.

P: - Ok, listo perfecto y si nosotros construyéramos una gráfica semejante por ejemplo en tu caso no vi, no veo que la hayas hecho. Si yo te pidiera que la construyeras en ese momento que tendrías en cuenta para construirla.

E: - Eh... tendría en cuenta el tipo de voltaje entonces ahí podría a ver una gráfica semejante pues una acá (el estudiante señala la gráfica), eh... sería tomando en cuenta normalmente cuando disminuye, entonces digamos aumenta y disminuye, aumenta y disminuye y así sucesivamente pienso que esa sería una gráfica semejante.

P: - Listo y que más tendrías en cuenta para poder hacer una gráfica semejante.

E: - Eh... como van las ondas en este caso cada que sube una onda se muestra otra onda que va bajando, y así sucesivamente.

P: - Listo perfecto, al final nos pide o nos pedían (no hay claridad en el sonido) que la gráfica literal c extendiéramos la gráfica hasta los dos segundos, tu no la hiciste.

E: - No.

P: - Pero si yo te pido que la hagas en este momento como la construirías.

E: - Eh pues la construiría tomando en cuenta el pico del voltaje y la duración que hay entre cada que se presenta una onda, que pues...

P: - Explícame eso ¿porque tendrías en cuenta esas dos magnitudes?

E: - Tendría en cuenta el pico del voltaje porque siempre se repite así aumente y disminuya y el tiempo porque en la gráfica se muestra que el tiempo siempre es el mismo cada que se presenta una nueva onda.

P: - ¿Una nueva onda o un nuevo ciclo?

E: - Un nuevo ciclo.

P: - Ok es el mismo tiempo para cada ciclo.

E: - Sí.

P: - O sea que si la construyeras ¿cómo sería?, constrúyela por favor.

E: - Eh... sería, cogemos la línea intentamos hacer que la gráfica sea siempre el mismo pico de voltaje así sea arriba o abajo.

P: - En este caso ¿cuánto sería el mismo pico?

E: - Eh... digamos (acá) 100 y (acá) el mínimo sería -100 entonces esto seguiría subiendo igual y ya, y así sucesivamente.

P: - Y cuantos tendrían que hacer ese ciclo, cuanto tiempo debería tardar el tiempo de esa grafica para que fuera similar a esta.

E: - Eh... tendría que demorar cada ciclo eh... sería de 0.02 segundos cada ciclo.

P: - 0.01 segundos cada ciclo.

E: - 0.02 segundos cada ciclo.

P: - Ok listo bien, veo que has mencionado el termino periódico varias veces pregunto para ti ¿qué sería periódico?

E: - Una gráfica periódica sería la gráfica donde el valor o como se, muestra la gráfica siempre se repite digamos la gráfica aumenta hasta cierto valor y sigue y la gráfica siempre llega a su mismo valor, la gráfica para mí en mi caso sería periódica porque se sigue repitiendo el mismo proceso.

P: - Si yo te planteo esta gráfica, y si te planteo esta gráfica. ¿Ambas serían periódicas?

E: - No.

P: - ¿Cuál sería periódica?

E: - La segunda sería periódica dado ya que el ciclo se repite, siempre es el mismo ciclo, siempre sube y disminuye igual y así va sucesivamente todo.

P: - y la otra porque no es periódica.

E: - La otra no sería periódica, porque la otra aumenta y solo disminuye a la mitad y vuelve aumentar dando un porque siempre que aumenta, aumenta más.

P: - Si yo te pidiera ajústame esta grafica para que fuera periódica como sería la nueva gráfica.

E: - Eh... sería aumentando siempre el mismo valor y disminuyendo siempre lo mismo.

P: - Grafícala por favor.

E: - Sería algo así, y yo diría que eso hay ya sería periódica porque aumenta igual y disminuye igual.

P: - Ok, aumenta igual y disminuye igual, pero si yo te planteo esta grafica así, que tú me estas planteando. ¿Es periódica? Según lo que tú me estas planteando.

E: - No sería periódica.

P: - Pero si estaba aumentando el mismo valor.

E: - Pues en este caso sigue aumentando lo mismo, pero no sería periódica tomando en cuenta un tiempo un valor diferente que no es el mismo entonces, siempre se dan periodos en tiempos diferentes lo cual da que no sea periódica.

P: - Ok perfecto Erick muchas gracias muy amable por sus respuestas.