"La universidad no se hace responsable por los conceptos emitidos por sus alumnos en sus Trabajos de Grado, solo velará porque no se publique nada contrario al dogma y moral católicos y porque el trabajo no contenga ataques y polémicas puramente personales, antes bien, se vea en ellos el anhelo de buscar la verdad y la justicia"

Reglamento de la Pontificia Universidad Javeriana Artículo 23 de la resolución No. 13 de 1964.

CONTENIDO

GLOSARIO

- Proceso Estocástico: es una sucesión de variables aleatorias ordenadas (Y_t), donde t puede tomar cualquier valor entre $-\infty$ y ∞.

- Programación Lineal: es un procedimiento matemático diseñado principalmente para mejorar la eficiencia del cálculo de problemas de programación matemática seleccionados, descomponiéndolos en subproblemas de menor tamaño.

- Modelos Arima: son modelos que rigen el comportamiento de una serie de tiempo para poder pronosticar a futuro.

- Opción financiera: es un contrato que da derecho a comprar o vender un activo a un precio determinado, en una determina fecha.

INTRODUCCIÓN

Existen herramientas con las cuales el ingeniero industrial puede modelar el comportamiento de diferentes variables, que se ven involucradas al momento de realizar la compra de un producto, con el fin de tener un acercamiento más real de los elementos que intervienen en una compra.

Mi intención en este trabajo es mostrar la forma como un profesional puede llegar a modelar la realidad de una compra, utilizando diferentes herramientas teóricas tales como opciones financieras, programación dinámica, modelos Arima entre otros temas.

Se resalta la gran ayuda que brinda la herramienta computacional ya que con ésta se logró manejar pronósticos en el programa E.views y modelar en el programa Mathemática, el modelo como tal para el cálculo de los niveles de abastecimiento.

Este documento está basado en la formulación y desarrollo de un modelo matemático que calcula niveles óptimos de abastecimiento como también el costo mínimo de manejo de inventario.

El trabajo se desarrolló básicamente en tres grandes etapas que fueron:

1. Planteamiento y desarrollo del modelo para el cálculo de niveles de abastecimiento y costo mínimo de manejo de inventario, variando la ecuación de inventarios de Bellman.
2. Modelación de las variables que intervienen en el modelo planteado.
3. Simulación empleando el modelo encontrado, que sirvió como base para comprobar el comportamiento del modelo, ante perturbaciones de las variables.

Espero que este trabajo sirva como un medio para la toma de decisiones de compra y como punto de partida a muchas otras investigaciones que se lleven a cabo al respecto.

1. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

Con este trabajo pretendo formular un modelo matemático que responda a la siguiente pregunta:

¿Cómo determinar niveles óptimos de abastecimiento, vía minimización de costos, seleccionando la alternativa de compra más favorable, teniendo en cuenta que dicha compra se realiza bajo un esquema de opciones financieras, que la demanda es estocástica y que el precio del artículo cambia a lo largo del tiempo?

1.1 ANTECEDENTES.

1.1.1 Tesis: Empleo de Algoritmos Genéticos para la Solución de Problemas de Inventarios Estocásticos[1].

1.1.1.1 Introducción.

El control o la administración del inventario es un problema al que cotidianamente se enfrenta cada empresa. Existen dos tipos de inventario:

- Inventario determinístico: es aquel en el cual se conoce con certeza la demanda en cualquier período.
- Inventario estocástico: es aquel en el cual la demanda y/o el tiempo de entrega no son conocidos con certeza, es decir son aleatorios.

Para toda empresa es importante conocer la cantidad de inventario que debe tener para que no se presenten pérdidas por faltante ni un costo excesivo por mantener inventario. Para ello dos preguntas se deben responder: ¿Cuánto pedir? y ¿Cuándo pedir?.

---

[1] Tesis Licenciatura. Ingeniería Industrial. Departamento de Ingeniería Industrial y Textil, Escuela de Ingeniería, Universidad de las Américas-Puebla (México) Mayo del 2 000. http://mail.udlap.mx/~tesis/lii/peregrina_p_pm/indice.html

Cuando se trata de inventarios determinísticos esto es fácil de determinar, pero cuando se trata de inventarios estocásticos es más complicado.

A pesar de que siempre ha existido el problema de los inventarios, fue hasta este siglo cuando se comenzaron a usar técnicas analíticas para resolver este problema. El primer modelo matemático surgió en 1915.

Después de la Segunda Guerra Mundial nació la Investigación de Operaciones, la cual se enfocó a dar solución al problema de inventarios estocásticos mediante modelos matemáticos; desde entonces varios han surgido. El problema de éstos es que tienen muchos supuestos o limitantes y la obtención de los parámetros es compleja, en ocasiones incluso no se pueden encontrar analíticamente. Además, en algunos casos no se cuenta con una fórmula general, sino se debe desarrollar una para cada distribución de probabilidad de la demanda.

Debido a lo anterior, el Doctor Leovigildo López García optó por resolver este problema con un heurístico utilizando la simulación. Así en el año 1993 con su tesis magistral "Use of Tabu Search to Find Optimal Solutions to Stochastic Inventory Models" nació el sistema SISI / TS, el cual resuelve este problema vía Búsqueda Tabú.

En 1999 la entonces estudiante Liliana de Santiago Luna presentó su tesis "Empleo de Algoritmos Genéticos para la Solución de Problemas de Inventarios Estocásticos", agregando así al sistema la solución vía Algoritmos Genéticos por lo que SISI /TS pasó a ser SISI / TS / AG.

La Metodología de Superficies de Respuesta forma parte de los Diseños Experimentales, los cuales tienen el propósito de determinar las condiciones óptimas de operación. Es por ello que se aplica esta metodología con la finalidad de encontrar una manera más sencilla de determinar las condiciones bajo las cuales debe operar un sistema de inventario estocástico.

Una vez se incluye en el simulador la unidad programada con la Metodología de Superficies de Respuesta se compara la solución dada por este heurístico con las obtenidas por el sistema SISI / TS/ AG (Búsqueda Tabú y Algoritmos Genéticos).

SISI / TS / AG / SR considera cinco modelos de inventario con sus casos venta pendiente y pérdida de venta, trece distribuciones de probabilidad para la demanda, trece distribuciones de probabilidad para el tiempo de entrega y trece distribuciones de probabilidad para el tiempo transcurrido entre demandas.

1.1.1.2 Capítulo 1: Inventarios[2]

Definición.

Por inventario se entiende un conjunto de recursos útiles que se encuentran ociosos en algún momento.

¿Por qué mantener inventario?.

Entre las razones por las que se mantiene inventario se encuentran:

- Los inventarios minimizan el tiempo entre la oferta y la demanda.
- La posibilidad de almacenar inventarios contribuye con frecuencia a bajar los costos de producción, pues es más económico producir algunos artículos en grandes lotes aun cuando no haya pedidos inmediatos para ellos.
- Los inventarios proporcionan una forma disfrazada de almacenar trabajo.
- El inventario es la forma de proporcionar al consumidor un servicio oportuno del artículo que necesita.

Objetivo de los modelos de inventario.

La teoría de inventarios surge con la finalidad de determinar las reglas que la gerencia pueda aplicar para reducir al mínimo los costos relacionados con el mantenimiento de existencias y cumplir con la demanda del consumidor. Así los modelos de inventario responden a las siguientes preguntas:

- ¿Cuándo se debe pedir un producto?
- ¿Cuánto se debe pedir del producto?

---

[2] Tesis Licenciatura. Ingeniería Industrial. Departamento de Ingeniería Industrial y Textil, Escuela de Ingeniería, Universidad de las Américas-Puebla (México) Mayo del 2 000. http://mail.udlap.mx/~tesis/lii/peregrina_p_pm/indice.html

Costos de los modelos de inventario.

Los costos en los que incurren los modelos de inventario se presentan a continuación:

- Costo unitario de compra (C).- Es el costo variable relacionado con la compra de una unidad. Comúnmente éste comprende el costo variable de la mano de obra, el costo variable indirecto y el costo de materia prima relacionado con la compra o producción de una unidad. Si los artículos son proporcionados por una fuente externa se debe incluir en el costo unitario de compra el costo de embarque.
- Costo de almacenamiento (Ca).- Es el costo de tener una unidad de inventario durante un lapso de tiempo. Comprende el costo de almacenamiento, de seguro, de impuesto sobre existencias, de la posibilidad de degradación, robo u obsolescencia. El costo más importante, comprendido dentro del costo de almacenamiento, es el costo de oportunidad en el que se incurre por sujetar capital al inventario.
- Costo de agotamiento o escasez (Cs).- Se dice que hay escasez, agotamiento o faltante cuando un cliente pide un producto y su demanda no se cumple a tiempo. Si el cliente acepta una entrega en una fecha posterior se tiene el caso de venta pendiente, si no acepta una entrega atrasada se tiene el caso pérdida de venta.

Hipótesis para los modelos de inventario.

Para que sean válidos los modelos de inventario se deben satisfacer las siguientes hipótesis:

- Pedido repetitivo. La decisión de pedir se repite en forma regular. Es decir, se coloca un pedido, y a medida que se consume el inventario se colocará otro y así sucesivamente.
- Periodo continuo. Un pedido se puede hacer en cualquier ocasión. Los modelos de inventario que permiten esto se llaman modelos de revisión continua. Si la

cantidad de inventario disponible se revisa en forma periódica y sólo se tienen pedidos en forma periódica, tenemos un modelo de revisión periódica.

Modelos de inventario estocástico.

Un inventario estocástico es aquel en el cual la demanda y/o el tiempo de entrega es aleatorio con una distribución conocida.

Modelo <Q, r>.

Este modelo tiene una política de revisión continua de inventario en la que se pide una cantidad *Q* cuando el inventario alcanza el punto de reorden *r*.

Una condición que se debe satisfacer es el hecho de que el tiempo de entrega sea diferente a cero.

Los siguientes supuestos se tienen en cuenta:

- El costo *C* unitario del artículo es una constante independiente de Q.
- El costo de ordenar *Co* es por pedido.
- Nunca hay más de una orden unitaria saliendo.
- El costo de operar el sistema de procesar información es independiente de *Q* y de r.
- El punto de reorden *r* es positivo.

Modelo <R, r>

La política <R, r> consiste en hacer un pedido cuando el nivel del inventario sea igual o menor a r, siendo la cantidad a pedir aquella que permita llevar el nivel del inventario a *R*.

Modelo <R, T>

Este es un modelo de revisión periódica. *T* denota el tiempo que transcurre entre pedido y pedido. En cada revisión se ordena una cantidad de tal manera que el nivel del inventario llegue a R. Se hacen los siguientes supuestos:

- El costo *Cr* de hacer una revisión es independiente de las variables *R* y T.
- El costo *C* del artículo es una constante independiente de la cantidad a ordenar.
- Se incurre en ventas pendientes sólo en cantidades muy pequeñas.
- El costo de escasez *Cs* es independiente de la longitud del tiempo que exista desde la carencia hasta que ésta se satisface.
- Cuando el tiempo de entrega es una variable aleatoria se asume que las órdenes se reciben en el mismo orden en que se colocaron. Además, los tiempos para las diferentes órdenes pueden ser tratados como variables aleatorias independientes.

Modelo < nQ, r, T >

Este modelo es de revisión periódica. En él la cantidad a ordenar es un entero múltiplo de Q. Por ejemplo, la cantidad a ordenar es nQ donde *n* = 1, 2, 3….

El valor de *n* se elige de tal forma que sea el entero más grande permitiendo que una vez que ha sido colocada una orden el nivel del inventario sea adecuado, es decir, que se encuentre dentro del intervalo (r, r + Q).

Se tienen los siguientes supuestos:

- La demanda en periodos diferentes es una variable aleatoria independiente.
- Se demanda una unidad a la vez.
- El costo *C* unitario es una constante independiente de la cantidad a ordenar.

Modelo < R, r, T >

Es un modelo de revisión periódica que sigue una política de tipo R, r, es decir, se hace un pedido cuando el nivel del inventario es igual o menor a r, siendo la cantidad a pedir aquella que lleve el nivel del inventario a R.

Se deben tomar en cuenta los siguientes supuestos:

- Los procesos estocásticos que generan la demanda no cambian con el tiempo.
- Las demandas en diferentes períodos son independientes.
- Los tiempos de entrega son constantes.

1.1.1.3 Capítulo 3: Descripción general del simulador[3]

En el año de 1993 el Doctor Leovigildo López, crea un simulador de sistemas de inventarios estocásticos que recibe el nombre de SISI, cuando le incluyó la técnica de Búsqueda Tabú surgió SISI / TS. Seis años más tarde la entonces estudiante Liliana de Santiago Luna, incluye a este simulador la técnica de Algoritmos Genéticos con lo que da lugar a SISI / TS / AG. Ahora la Metodología de Superficies de Respuesta se adiciona al simulador, con la finalidad de presentar al usuario otra opción en la búsqueda de buenas soluciones para el problema de los inventarios estocásticos. Debido a esto se cambia el nombre de SISI / TS / AG por el de SISI / TS / AG / SR.

SISI / TS / AG / SR esta programado en el lenguaje de programación Turbo Pascal versión 7, el simulador permite que el usuario busque buenas soluciones empleando: Búsqueda Tabú, Algoritmos Genéticos y Superficies de Respuesta.

Esta simulación toma en cuenta la distribución de probabilidad de la demanda, la distribución de probabilidad para el tiempo de entrega del pedido y la distribución de probabilidad para el tiempo transcurrido entre una demanda y otra.

Menú principal

El simulador cuenta con un menú principal cuyo objetivo es que el usuario elija una de las ocho opciones que se presentan:

- Información sobre el Simulador: describe brevemente lo que es el simulador, así como los modelos de inventarios que comprende.
- Introducir Datos: pregunta con cuál de los cinco modelos de inventario estocástico se desea trabajar para encontrar una buena solución.

---

[3] Tesis Licenciatura. Ingeniería Industrial. Departamento de Ingeniería Industrial y Textil, Escuela de Ingeniería, Universidad de las Américas-Puebla (México) Mayo del 2 000. http://mail.udlap.mx/~tesis/lii/peregrina_p_pm/indice.html

- Cambiar Datos: compara los resultados obtenidos de un modelo en específico al tener diferentes distribuciones de probabilidad, parámetro de la distribución, número de simulaciones, costos, etc.
- Simular: ejecuta el número de simulaciones designado por el usuario para el modelo y los datos que se introdujeron.
- Minimizar empleando Búsqueda Tabú: emplea la técnica de Búsqueda Tabú para localizar un mínimo costo total. Antes de comenzar a minimizar el simulador pregunta al usuario si tiene alguna solución aproximada o una solución inicial.
- Minimizar empleando Algoritmos Genéticos: emplea la técnica de Algoritmos Genéticos para localizar un mínimo costo total. Antes de comenzar a minimizar el simulador pregunta al usuario si tiene alguna solución aproximada o una solución inicial.
- Minimizar empleando Superficies de Respuesta: la Metodología de Superficies de Respuesta es un conjunto de técnicas matemáticas y estadísticas utilizadas para modelar y analizar problemas en los que una variable de interés es influenciada por otras. El objetivo es optimizar la variable de interés.
- Salir: opción que permite salir del sistema.

2.1.1 Opciones financieras, nueva opción en Colombia[4]

La ingeniería financiera evoluciona en forma constante ideando mecanismos para manejar eficientemente los flujos de efectivo principalmente de las grandes corporaciones y los inversionistas institucionales.
En años recientes se ha retomado en los mercados de valores mas desarrollados una idea muy antigua como es la de negociar contratos de compra y venta de activos a un plazo cierto en el futuro, con el objetivo de disminuir el riesgo por fluctuaciones inesperadas en el precio del bien transado, obteniendo resultados muy positivos.

[4] Ensayo publicado en Economía # 19, Universidad de San Buenaventura, 1995
www.students.washington.edu

En Colombia se han venido realizando operaciones a partir de la resolución 51, de diciembre de 1992 cuando se autorizó a los entidades financieras a operar dentro del mercado forward peso dólar.
En septiembre de 1994, con la resolución 21 se dio vía libre al manejo de todos los derivativos tanto en el mercado nacional como en el mercado internacional.

2.1.1.1 Qué es una opción?[5]

Aunque solo recientemente podemos hablar de un mercado organizado de opciones, ya en la Antigua Grecia encontramos opciones de compra sobre las cosechas de aceitunas. En el siglo XVII aparece en Holanda un cierto mercado organizado en el que se negociaba la posibilidad de comprar o vender bulbos de tulipanes en una fecha futura. Por cierto, parece ser, que dicho mercado ante las fuertes oscilaciones de los precios, propició la quiebra de un buen número de especuladores y el incumplimiento de los que habían efectuado las ventas de las opciones. Existen más ejemplos en la historia en diversos lugares, tiempos y productos, hasta llegar al veintiséis de abril de 1973, fecha en que empieza a operar el CBOE (Chicago Board Options Exchange), donde se empiezan a negociar las primeras opciones sobre acciones en un mercado organizado. Desde esa fecha hasta nuestros días, se han creado numerosos mercados de opciones en las principales plazas financieras del planeta, negociándose en los mismos, una amplia gama de activos, con un elevado número de contratos, con cifras astronómicas.
Pero, ¿qué es una opción?. Una opción es un contrato que da derecho a comprar o vender un activo a un precio determinado, en una determina fecha. Por la posibilidad de ejercer dicho derecho el comprador de la opción, viene obligado a pagar al vendedor de dicha opción un precio o prima. Es importante subrayar que el poseedor de la opción tiene el derecho pero no el deber, de ejercer dicha opción.

[5] Ensayo publicado en Economía # 19, Universidad de San Buenaventura, 1995
www.students.washington.edu

2.1.1.2 Definiciones y conceptos[6]

Es importante familiarizarse con la terminología de las opciones, así como con sus términos anglosajones, a los que hay que acostumbrarse dado que es la nomenclatura normalmente utilizada en el mundo de estos productos:

a. Tipo de opción:

- Opción de compra: "CALL". Si se compra esta opción, se tiene el derecho a comprar un determinado activo, a un precio especificado, en una determinada fecha.

Como se ha dicho, a cambio, se tiene que desembolsar previamente una prima.

- Opción de venta: "PUT". A cambio de un precio determinado (prima), se obtiene el derecho de vender un activo, como en el caso anterior, a un precio determinado, en una determinada fecha.

b. Activo subyacente:

Es el bien sobre el que se efectúa el contrato de opción. Pudiendo ser materias primas (petróleo, oro, café, etc.) o bien instrumentos financieros (acciones, tipos de interés, divisas, etc.).

c. Fecha de ejercicio:

Es la fecha en que vence el contrato, distinguiéndose dos tipos de opciones en función de su vencimiento:

- Opciones Americanas: Son las que se pueden ejercer en cualquier momento hasta la fecha de su vencimiento.
- Opciones Europeas: Solo se pueden ejercer en la fecha de su vencimiento. Esta distinción, no corresponde a ninguna división geográfica pudiéndose negociar cualquiera de las dos en cualquier mercado.

[6] Ensayo publicado en Economía # 19, Universidad de San Buenaventura, 1995
www.students.washington.edu

d. Precio de ejercicio:

Es el precio al que se podrá ejercer el contrato de opción, es decir el precio al que podremos comprar o vender, el activo subyacente. Según la relación entre la cotización del activo y su precio de ejercicio podemos hablar de opciones:

- OUT THE MONEY. Cuando el precio de ejercicio esta por encima de la cotización del activo subyacente, en el caso de un CALL, o por debajo en el caso de un PUT.
- AT THE MONEY. Cuando el Precio de Ejercicio y la cotización del Activo son iguales.
- IN THE MONEY. Cuando la cotización del activo subyacente es superior al de ejercicio, en el caso de un CALL, o inferior a éste en el caso de un PUT.

e. Prima:

Es el precio de la opción. Dicho precio debería compensar al emisor de la misma, por el riesgo que asume.

f. Cantidad del activo negociado:

Corresponde a los unidades del activo subyacente que se pueden comprar o vender por contrato, el cual, dependerá de cada activo subyacente.

g. Serie de opciones:

Corresponde a todos los precios de ejercicio para cada vencimiento dado y modalidad de opción, CALL o PUT.

2.1.1.3 Posiciones básicas en opciones[7]

Para poder efectuar un contrato de compra de opciones se necesita la parte compradora y la parte vendedora de opciones. Cada una de las partes, tiene una serie de derechos y obligaciones, los cuales, quedan detallados en la tabla siguiente.

[7] Ensayo publicado en Economía # 19, Universidad de San Buenaventura, 1995
www.students.washington.edu

	COMPRADOR POSICION LONG	**VENDEDOR POSICION SHORT**
OPCION DE COMPRA "CALL"	- Derecho a comprar el Activo Subyacente al Precio de Ejercicio. - Pérdida Máxima = Prima pagada. - Ganancia Máxima = Ilimitada	- Obligación a vender el Activo Subyacente al Precio de Ejercicio. - Pérdida Máxima = Prácticamente ilimitada. - Ganancia Máxima = Prima cobrada.
OPCION DE VENTA "PUT"	- Derecho a vender el Activo Subyacente al Precio de Ejercicio. - Pérdida Máxima = Prima pagada. - Ganancia Máxima = Ilimitada	- Obligación de comprar el Activo Subyacente al Precio de Ejercicio. - Perdida Máxima = Prácticamente ilimitada. - Ganancia Máxima = Prima Cobrada.

El comprador de una opción, tanto sea de venta como de compra, abre una posición en el mercado llamada LONG (Larga). Por otro lado el vendedor de una opción tanto sea de venta como de compra abre una posición en el mercado llamada SHORT (Corta).

Esta posición se mantendrá así hasta su vencimiento en la que la opción será ejercida o no, o bien hasta que se cubra con una operación de signo contrario. Por ejemplo, si se abre una posición SHORT CALL (vendemos una opción de compra) y en un momento determinado se decide cerrar la posición, se debe efectuar un LONG CALL (comprar una opción de compra) sobre el mismo activo, con igual precio de ejercicio y vencimiento. De ésta manera se cancela la posición en el mercado. Más del 95% de los contratos finalizan por cobertura antes del vencimiento.

Por otra parte, si la opción se puede ejercer en cualquier momento desde la fecha de su adquisición hasta la fecha de ejercicio, se dice que la opción es *americana*

Por el contrario, si la opción sólo se ejerce en una determinada fecha, se habla de una opción *europea*. Esta clasificación entre opciones americanas y europeas tienen un origen histórico. En los Estados Unidos las opciones sobre acciones tradicionalmente se han podido ejercer en cualquier día desde la fecha de adquisición hasta su vencimiento. En cambio, cuando surge el primer mercado organizado en Europa, la European Option Exchange (EOE) de Amsterdam, en 1977, sus promotores deciden que los contratos negociados en dicho mercado tendrían una única y exclusiva fecha de ejercicio.

2.1.1.4 Factores que inciden en el precio de una opción[8]

Aunque el precio de una opción, viene determinado por la ley de la oferta y la demanda que se produce dentro del mercado de contratación, las principales variables que inciden en la formación del mismo son los siguientes:

- Precio del Subyacente:

Cuanto más suba el precio del subyacente, el vendedor de un CALL, solicitará una mayor prima por vender dicha opción de compra, dado que la posibilidad de que se pueda ejercer la opción de compra es mayor. Por el contrario cuanto más baje la posibilidad de poder ejercer, la opción de compra es menor, por lo que la prima a pagar por la compra del CALL bajará. En caso de que se quiera adquirir un PUT, el criterio sería igual pero totalmente inverso.

- Volatilidad:

La volatilidad es un concepto fundamental en el mercado de opciones. Se debe tener en cuenta, que de no existir volatilidad, con productos cuyos precios prácticamente fueran fijos, no tendría razón de existir los mercados de futuros y opciones. La volatilidad se podría definir como una medida de dispersión del activo subyacente. A mayor volatilidad mayor probabilidad que se ejerza la opción, por

---

[8] Ensayo publicado en Economía # 19, Universidad de San Buenaventura, 1995 www.students.washington.edu

tanto este factor influye en un mayor precio en la opción, tanto de compra (CALL), como de venta (PUT).

- Vencimiento:

Un plazo corto en el vencimiento de la opción, incidirá en una menor probabilidad de poder ejercer la opción, mientras que un plazo largo para poder ejecutarla, aumentará dicha probabilidad. Lo cual es válido, naturalmente, tanto para un CALL, como para un PUT. Así pues, el precio de una opción será mas caro, cuanto más largo sea su plazo de ejercicio y viceversa.

- Precio de Ejercicio:

Cuanto mayor sea el precio de ejercicio de la opción que se desea adquirir, en comparación con el precio actual del subyacente, menor será la prima que se deba pagar por la compra de la opción, dado que la probabilidad de que se pueda ejercer la opción será más baja. Por el contrario, la compra de un PUT, resultará mas cara cuanto mayor sea el precio de ejercicio en relación a la cotización actual del subyacente, pues existe una mayor probabilidad de ejercer la opción de venta (PUT).

- Tipo de interés:

La variable tipo de interés influye en el precio de la opción en la medida que afecta a la disponibilidad de tesorería para los que intervienen en la operación. Así, el vendedor de una opción CALL, dispondrá del efectivo una vez se ejecuta la misma, por lo que en el caso de subir el tipo de interés, necesitará una mayor compensación por la imposibilidad de la no inversión inmediata, por lo que el precio de la prima subirá. Por el contrario un ofertante de un PUT, puede disponer de efectivo hasta que le ejerzan la opción, momento en que cambiaría tesorería por el activo, por lo que si suben los tipos de interés puede beneficiarse de ello, pudiendo ofrecer la opción a un precio más bajo.

- Dividendos:

Afecta al valor de las opciones en función del efecto que producen sobre las cotizaciones de las acciones. El pago de dividendo supone un descenso en la cotización de las acciones por tanto el comprador de una opción de compra sobre una acción que pague dividendo dentro del plazo de ejecución, tendrá menos probabilidades de poder ejercerla por lo que el precio de la opción bajará. En caso de la compra de un PUT, el caso seria totalmente inverso. El valor de una opción de venta será más alto cuanto más altos son los dividendos futuros esperados.

Un buen gerente debe poner a prueba su creatividad para inventar nuevas formas de gestionar carteras de opciones. Las opciones ofrecen posibilidades ilimitadas de combinaciones para lograr coberturas deseadas o especulaciones con resultados asombrosos si se acierta en las expectativas, además de la flexibilidad necesaria para corregir posiciones.

2. JUSTIFICACIÓN DEL PROYECTO

Según Richard Vaugh "Una compra es la obtención de bienes y servicios a cambio de dinero. El éxito con que se lleve a cabo esta función es uno de los principales determinantes de los beneficios de una empresa. Muy pocas compañías pueden permitirse el lujo de afrontar durante mucho tiempo una mala política de compras o una mala gestión de compras.

Los ingenieros industriales están afectados por la función de compras de una empresa fundamentalmente desde el punto de vista del funcionamiento eficaz de la compañía. La calidad de los productos comprados debe ser suficiente para evitar problemas inesperados en la producción; el cumplimiento de las especificaciones generalmente contribuye a que este objetivo sea alcanzado.

Las compras son un trabajo especializado. El jefe de compras y los compradores justifican su existencia si saben dónde comprar lo que se necesita, qué calidad puede conseguirse y las diferentes políticas de ventas de los proveedores. La gente del departamento de compras debe estar también al tanto de las tendencias generales de la economía para aconsejar compras que más tarde eviten rupturas de stock"[9].

El aporte más importante que considero brinda este documento, es la forma en que modelé la realidad de la compra, planteando y desarrollando un modelo que calcula los niveles óptimos de abastecimiento y el costo de manejo de inventario.

Consideraré el problema de abastecimiento de un ítem cualquiera para satisfacer la demanda que es estocástica, dado que es así en la realidad, y resulta interesante ya que muchas veces se asume que la demanda es constante y que el precio no varia a lo largo del tiempo. Teniendo en cuenta que hay varios costos asociados con el manejo del inventario y que existen unas opciones financieras que se pueden emplear para realizar la compra. Proporcionando de esta forma una herramienta de planeación que sirva como base para la toma de decisiones de compra. En este

---

[9] Richard C. Vaugh, Introducción a la Ingeniería Industrial, 1993

punto, otro gran aporte que se tiene, es que el modelo podría ser utilizado como herramienta de planeación por parte de las Pymes, especialmente en aquellas donde no se cuenta con un software que maneje las compras.

Cabe resaltar que un acotamiento y variación fuerte de la ecuación de inventarios de Bellman, es un caso de análisis interesante, dada la eliminación del factor económico de descuento (w). Esto es lo que mayor justificación brinda al planteamiento de una nueva metodología.

3. MARCO TEÓRICO

Es importante tener en cuenta los temas mencionados en los antecedentes como son la tesis *EMPLEO DE ALGORÍTMOS GENÉTICOS PARA LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE INVENTARIOS ESTOCÁSTICOS*, en la cual se menciona el tema de modelos de inventarios estocásticos y el ensayo *OPCIONES FINANCIERAS, UNA OPCION EN COLOMBIA*, en el que se hace una amplia explicación de los temas relacionados con opciones financieras.

Adicionalmente es necesario, para desarrollar el tema, tener en cuenta la siguiente teoría: Modelo de Black and Scholes, Programación dinámica y Modelos Arima.

3.1 MODELO DE BLACK AND SCHOLES

Uno de los temas más estudiados por la teoría financiera moderna son los modelos de valoración de opciones. A partir del trabajo germinal de Black - Scholes (1973) se han investigado diferentes modelos de evaluación que se intentan aplicar a opciones sobre activos subyacentes específicos (acciones, divisas, futuros, materias primas, etc). Además se puede decir que esta área de investigación es prioritaria en muchos centros de investigación financiera[10].

El modelo de Black and Scholes parte de las condiciones de certeza absoluta, donde el valor de la opción es la diferencia entre el precio actual de la acción y el valor actualizado del precio de ejercicio.

Para calcular el valor de una opción, Black & Scholes se basan en esta diferencia, pero introducen el factor incertidumbre (se acercan más a la realidad) a través de probabilidades estimadas.

Para que el modelo sea válido deben cumplirse una serie de condiciones[11]:

---

[10] ABELLO Javier. Introducción a las opciones financieras, Ed. Eada, 2000.
[11] LAMOTHE Prosper. Opciones financieras un enfoque fundamental, Ed. Mc Graw Hill,1993

1. No hay límite de endeudamiento. Las cantidades prestadas se remuneran a un interés conocido y constante durante toda la operación.
2. Se está en un mercado de negociación continua, donde no hay restricciones en la venta de acciones y opciones.
3. Se trabaja con un CALL o un PUT de tipo europeo sobre acciones que no abonan dividendo.

La fórmula Black & Scholes para la valoración de una opción de compra es:

$$C = S \cdot N(d_1) - E \cdot e^{-rt} \cdot N(d_2)$$

La fórmula Black & Scholes para la valoración de una opción de venta es:

$$P = E \cdot e^{-rt} \cdot N(d_2) - S \cdot N(d_1)$$

Donde

$$d_1 = \frac{LN\left(\frac{S}{E}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right) \cdot t}{\sigma \cdot \sqrt{t}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma \cdot \sqrt{t}$$

S = precio del activo subyacente en el momento de la valoración.

E = precio de ejercicio.

r = tasa de interés en tiempo continuo: r = LN(1+i).

t = plazo de ejercicio en años.

σ = volatilidad del precio del subyacente, en términos anuales.

e = base de logaritmos neperianos.

N(i) = valor de la distribución normal para i.

3.2 PROGRAMACIÓN DINÁMICA

La programación dinámica es un procedimiento matemático diseñado principalmente para mejorar la eficiencia del cálculo de problemas de programación matemática seleccionados, descomponiéndolos en subproblemas de menor tamaño.
A continuación se presentan las características básicas que distinguen a los problemas de programación dinámica[12]:

- El problema se puede dividir en etapas que requieren una política de decisión en cada una de ellas.
- Cada etapa tiene un número cierto de estados relacionados con su inicio.
- El efecto de cada política de decisión en cada etapa es transformar el estado actual en un estado asociado con el inicio de la siguiente etapa.
- El procedimiento de solución está diseñado para encontrar una política óptima para el problema completo, es decir, una metodología para la política de decisión óptima en cada etapa para cada uno de los estados posibles.
- Dado el estado actual, una política para las etapas restantes es independiente de la política adoptada en etapas anteriores. Por lo tanto, la decisión inmediata óptima depende sólo del estado actual y no de cómo se llegó ahí. Este es el principio de optimalidad. En general, en los problemas de optimización dinámica, el conocimiento del estado actual del sistema expresa toda la información sobre su comportamiento anterior, y esta información es necesaria para determinar la política de ahí en adelante.
- El procedimiento de solución se inicia al encontrar la política óptima para la última etapa.
- Se dispone de una relación recursiva que identifica la política óptima para la etapa n, dada la política óptima para la etapa n+1.

[12] TAHA Hamdy Investigación de operaciones, Editorial Alfaomega,1995

La notación que se utiliza al momento de resolver un problema de programación dinámica es la siguiente[13]:

N = número de etapas.

n = etiqueta para la etapa actual (n = 1,2,...,N).

S_n = estado actual para la etapa n.

X_n = variable de decisión para la etapa n.

X_n^* = valor óptimo de X_n (dado S_n).

$F_n(S_{n,} X_n)$ = contribución a la función objetivo de las etapas n, n+1, . . ., N, si el sistema se encuentra en el estado Sn en la etapa n, la decisión inmediata es Xn y en adelante se toman las decisiones óptimas.

La relación recursiva siempre tendrá la forma:

$$F_n^*(S_n) = \underset{\text{Xn}}{\text{máx}}\{(F_n(S_n, X_n))\} \quad \text{o} \quad F_n^*(S_n) = \underset{\text{Xn}}{min}\{(F_n(S_n, X_n))\}$$

- Cuando se usa esta relación recursiva, el procedimiento de solución comienza al final y se mueve hacia atrás etapa por etapa - encontrando cada vez la política óptima para esa etapa - hasta que encuentra la política óptima desde la etapa inicial.

[13] BELLMAN, Richard. Dynamic Programming. Ed. Princeton Press.

3.3 MODELOS ARIMA[14]

Tanto en economía de la empresa como en el campo macroeconómico, se plantea el problema de la toma de decisiones, es decir, la elección de una opción entre diversas alternativas. Cada opción dará lugar a un resultado distinto que puede ser medido en términos de utilidad, costo, beneficio, o cualquier otra magnitud, dependiendo del problema que se esté considerando.

Cuando se toman decisiones, el decisor se encuentra generalmente en ambiente de incertidumbre respecto a los sucesos que pueden suceder en el futuro. El problema con el que se enfrenta el decisor es elegir entre decisiones alternativas, teniendo en cuenta la utilidad de sus decisiones ante cada uno de los sucesos posibles. Estos sucesos son hechos situados generalmente en el futuro, o que el decisor desconoce. En cualquier caso, el decisor podrá lograr unos mejores resultados si en alguna medida logra reducir la incertidumbre sobre los sucesos situados en el futuro. Al reducir la incertidumbre sobre el futuro, van dirigidas precisamente las técnicas de previsión.

Con las técnicas de previsión se trata, pues, de hacer pronósticos lo más acertadamente posible sobre sucesos que todavía no han tenido lugar. Las previsiones que realiza el económetra o el estadístico están basadas en un análisis explícito de la información proporcionada por los sucesos ocurridos en un pasado más o menos inmediato.

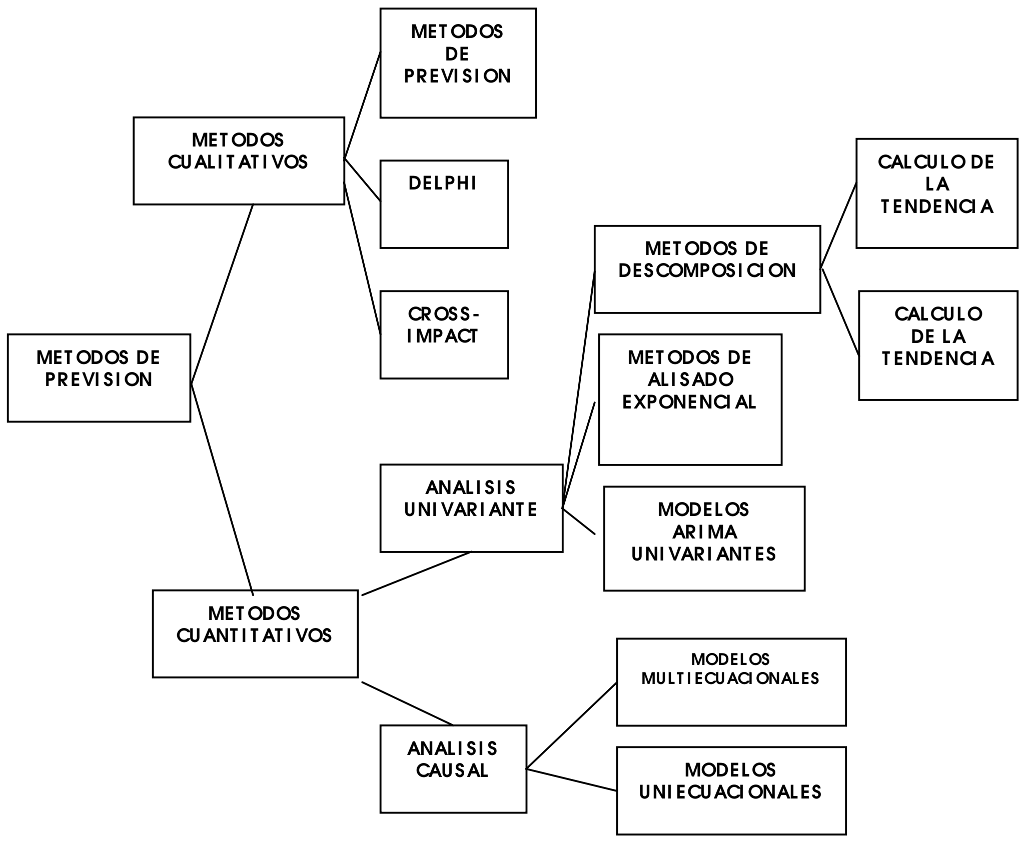
3.3.1. Clasificación de los modelos de previsión[15]

Desde un punto de vista metodológico, los métodos de previsión se pueden agrupar, en dos grandes bloques: métodos cualitativos o tecnológicos y métodos cuantitativos, como se muestran a continuación:

---

[14] Prof. Rafael de Arce y Prof. Ramón Mahía, Paper: Modelos Arima, Dpto. Economía Aplicada,U.D.I. Econometría e Informática, Mayo 2001.

[15] Uriel Ezequiel, Análisis de Series Temporales y Modelos Arima, Editorial Paraninfo, Tercera Edición, 1995.



Básicamente los métodos cualitativos se utilizan en aquellos casos en los que el pasado no proporciona información directa sobre el fenómeno considerado, como ocurre en el caso de la aparición de nuevos productos en el mercado. Así, si se pretende efectuar la previsión de ventas de televisores tridimensionales (con gafas), no se puede recurrir a la información sobre el volumen de ventas en el pasado, ya que este producto no existe todavía en el mercado. También los métodos cualitativos pueden ser aplicados a investigaciones de tipo político o sociológico.

En las previsiones de carácter cuantitativo, se parte del supuesto de que se tiene registrada información sobre el pasado acerca del fenómeno que se quiera estudiar. Generalmente la información sobre el pasado aparece en forma de series temporales. De forma descriptiva, puede decirse que una serie temporal consiste en un conjunto de observaciones acerca de una variable n, observada a intervalos regulares de tiempo.

En los métodos cuantitativos la misión del estadístico consiste en extraer toda la información posible contenida en los datos, y basándose en el patrón de conducta seguida en el pasado, realizar conjeturas sobre el futuro.

En general las series económicas son series que contienen componentes deterministas y componentes aleatorios. Por ejemplo, si designamos por D_t al componente determinista y por N_t al componente aleatorio una serie temporal Y_t podría expresarse de la siguiente forma:

$$Y_t = D_t + N_t$$

Una vez planteado el problema, con los métodos de previsión cuantitativos se pretende conocer los componentes subyacentes de una serie y su forma de integración, con objeto de realizar las previsiones a futuro.

En el análisis univariante, a diferencia del análisis causal, se trata de hacer previsiones de valores futuros de una variable, utilizando como información únicamente la contenida en los valores pasados de la serie temporal que mide la evolución de la variable objeto de estudio.

En los modelos arima univariantes se considera que la serie temporal objeto de estudio ha sido generada por un proceso estocástico. Las técnicas de elaboración de los modelos arima van dirigidas precisamente a identificar el modelo generador de las observaciones, para después, en un proceso iterativo, estimar y verificar el modelo, que una vez aceptado se utiliza para predecir valores futuros de la serie temporal.

3.3.2. Definición y conceptos básicos de los modelos arima[16]

3.3.2.1. Proceso estocástico y estacionariedad.

Un proceso estocástico es una sucesión de variables aleatorias ordenadas (Y_t), donde t puede tomar cualquier valor entre - ∞ y ∞.

Por ejemplo, la siguiente sucesión de variables aleatorias puede ser considerada como proceso estocástico:

$$Y_{-3}, Y_{-2}, Y_{-1}........Y_3, Y_2, Y_1$$

El subíndice t no tiene, en principio, ninguna interpretación "a priori", aunque si se habla de proceso estocástico en el contexto del análisis de series temporales este subíndice representará el paso del tiempo.

Cada una de las variables Y_t que configuran un proceso estocástico tendrán su propia función de distribución con sus correspondientes momentos. Así mismo, cada par de esas variables tendrán su correspondiente función de distribución conjunta y sus funciones de distribución marginales. Esto mismo ocurrirá, ya no para cada par de variables, sino para conjuntos más amplios de las mismas.

De esta forma, para caracterizar un proceso estocástico se debe especificar las funciones de distribución conjunta de cualquier conjunto de variables:

$$(Y_{t1}, Y_{t2}, Y_{t3}, Y_{t4}, Y_{t5})$$

Cualquiera que fuera el valor de t y de m; por ejemplo:

Y_1, Y_2, Y_3 (para t_1 = 1 y m = 3)

Y_3, Y_4, Y_5, Y_6 (para t_1 = 3 y m = 6)

Habitualmente, conocer esas funciones de distribución resulta complejo de forma que, para caracterizar un proceso estocástico, basta con especificar la media y la varianza para cada Y_t y la covarianza para variables referidas a distintos valores de t:

[16] Prof. Rafael de Arce y Prof. Ramón Mahía, Paper: Modelos Arima, Dpto. Economía Aplicada,U.D.I. Econometría e Informática, Mayo 2001

$$E[Y_t] = \mu_t$$

$$\sigma_t^2 = Var(Y_t) = E[Y_t - \mu_t]$$

$$Y_t = Cov(Y_y, Y_s) = E[(Y_t - \mu_t), (Y_s - \mu_s)]$$

Las distribuciones de probabilidad podrían no estar completamente caracterizadas en algunas de las variables. Los momentos podrían no coincidir, incluso no existir para algunas de las variables aleatorias, lo mismo puede ocurrir con las distribuciones conjuntas o marginales. Sin embargo, de todos los tipos de procesos estocásticos posibles, interesan especialmente dos de ellos a los que la estadística ha dado nombres precisos:

- Ruido blanco: es una sucesión de variables aleatorias (proceso estocástico) con esperanza (media) cero, varianza constante e independientes para distintos valores de t (covarianza nula).

  Es también conocido como el error de pronóstico de un período adelante. Es la diferencia entre el valor actual de la variable dependiente y un pronóstico hecho con base en las variables independientes y los errores de pronóstico pasados.
- Proceso estocástico estacionario: se dice que un proceso estocástico es estacionario si las funciones de distribución conjuntas son invariantes con respecto a un desplazamiento en el tiempo (variación de t). Es decir, considerando que t, t + 1, t + 2, ... , t + k reflejan períodos sucesivos:

$$F(Y_t, Y_{t+1}, \ldots\ldots, Y_{t+k}) = F(Y_{+mt}, Y_{t+1+m}, \ldots\ldots, Y_{t+k+m})$$

Para cualquier t, k y m; por ejemplo:

$F(Y_1, Y_2, \ldots\ldots, Y_6) = F(Y_{10}, Y_{11}, \ldots\ldots, Y_{15})$ Donde t = 1, k = 5, m = 9

$F(Y_3, Y_4, Y_5) = F(Y_7, Y_8, Y_9)$ Donde t = 3, k = 2, m = 4

3.3.2.2 Modelos autorregresivos.

Se define un modelo como autorregresivo si la variable de un período t, es explicada por las observaciones de ella misma correspondientes a períodos anteriores añadiéndose un término de error. En el caso de procesos estacionarios con distribución normal, la teoría estadística de los procesos estocásticos dice que, bajo determinadas condiciones previas, toda Y_t puede expresarse como una combinación lineal de sus valores pasados (parte sistemática) más un término de error (innovación).

Los modelos autorregresivos se abrevian con la palabra AR tras la que se indica el orden del modelo: AR(1), AR(2),....etc. El orden del modelo expresa el número de observaciones retrasadas de la serie temporal analizada que intervienen en la ecuación. Así, por ejemplo, un modelo AR(1) tiene la siguiente expresión:

$$Y_t = \phi_0 + \phi_1 \cdot Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

Donde:

Y_t = serie de tiempo para el período t

ϕ_t = coeficiente autorregresivo para el período t

ε_t = ruido blanco

El término de error de los modelos de este tipo se denomina generalmente ruido blanco cuando cumple las tres hipótesis básicas tradicionales mencionadas anteriormente:

- Media nula.
- Varianza constante.
- Covarianza nula entre errores correspondientes a observaciones diferentes.

La expresión genérica de un modelo autorregresivo, ya no de un AR(1) sino de un AR(p) sería la siguiente:

$$Y_t = \phi_1 \cdot Y_{t-1} + \phi_2 \cdot Y_{t-2} ....\phi_p \cdot Y_{t-p} + \varepsilon_t$$

Otra forma de escribir la anterior expresión se puede lograr utilizando el operador polinomial de retardos.

El operador de retardos L aplicado a una variable Y_t, significa que se retarda en un período el subíndice a que va referida la variable, es decir:

$$L \cdot Y_t = Y_{t-1}$$

El significado de $L^2 \cdot Y_t$ es inmediato, ya que:

$$L^2 \cdot Y_t = [L \cdot Y_t] = [Y_{t-1}] = Y_{t-2}$$

En general:

$$L^k \cdot Y_t = Y_{t-k}$$

Aplicando esta ecuación a la fórmula de Y_t quedaría:

$$\phi_p \cdot (L) = 1 - \phi_1 \cdot L - \phi_2 \cdot L^2 ....\phi_p \cdot L^p$$

Normalmente, se suele trabajar con modelos autorregresivos de órdenes bajos: AR(1) o AR(2), o bien con órdenes coincidentes con la periodicidad de los datos de la serie analizada (si es trimestral AR(4), si es mensual AR(12)....).

3.3.2.3. Modelo de medias móviles

Un modelo de medias móviles es aquel que explica el valor de una determinada variable, en un período t, en función de un término independiente y una sucesión de errores correspondientes a períodos precedentes, ponderados convenientemente. Estos modelos se denotan normalmente con las siglas MA, seguidos, como en el caso de los modelos autorregresivos, del orden entre paréntesis. Así, un modelo con q términos de error MA(q) respondería a la siguiente expresión:

$$Y_t = \varepsilon_t + \theta_1 \cdot \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \cdot \varepsilon_{t-2} + ... + \theta_q \cdot \varepsilon_{t-q}$$

Donde:

Y_t = serie de tiempo para el período t

θ_t = coeficiente de ponderación para el período t

ε_t = ruido blanco

Que de nuevo puede abreviarse utilizando el polinomio de retardos (como en el caso de los modelos AR):

$$Y_t = 1 - \theta_1 \cdot (L) - \theta_2 \cdot (L^2)_t - ...... - \theta_q \cdot (L^q)$$

Al igual que en el caso de los modelos autorregresivos, el orden de los modelos de medias móviles suele ser bajo MA(1), MA(2) o corresponder con la periodicidad de los datos analizados MA(4), para series trimestrales, o MA(12) para series mensuales.

3.3.2.4. Modelo mixto autorregresivo - media móvil (ARMA).

Un modelo ARMA (p,q) viene definido de la siguiente forma:

$$Y_t - \phi_1 \cdot Y_{t-1} - \phi_2 \cdot Y_{t-2} - .... - \phi_p \cdot Y_{t-p} = \varepsilon_t - \theta_1 \cdot \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \cdot \varepsilon_{t-2} - .... - \theta_q \cdot \varepsilon_{t-q}$$

Utilizando los operadores polinomiales de retardo, el modelo queda expresado en forma compacta del siguiente modo:

$$\phi\ (L) \cdot Y_t \ = \theta_1 (L) \cdot \varepsilon_t$$

A un proceso integrado Y_t se le denomina proceso ARIMA (p,d,q) si tomando diferencias de orden d se obtiene un proceso estacionario del tipo ARMA (p,q). La I central del término ARIMA indica integrado.

Luego la ecuación que representa un modelo arima es:

$$(1 - \phi_t L) \cdot \Delta Y_t = (1 - \theta_t L) \cdot \varepsilon_t$$

Donde Δ es el operador de diferencias.

La elaboración de un modelo ARIMA consiste en la búsqueda de un proceso ARIMA (p,d,q) que verosílmente haya podido generar la serie temporal objeto de estudio.

La elaboración de un modelo ARIMA requiere la utilización de un ordenador que sirva de herramienta de análisis, en este caso de la serie objeto de estudio.

Para identificar que tipo de proceso es el que modela el comportamiento de los datos históricos, es necesario observar el comportamiento de los datos y tomar una decisión teniendo en cuenta la siguiente tabla:

Identificación de Procesos Arima[17]

Proceso		**ACF (Función de autocorrelación)**	**PACF (Función de autocorrelación parcial)**
Proceso de ruido blanco	ARIMA (0,0,0)	No hay picos significativos	No hay picos significativos
Proceso Integrado	ARIMA (0,1,0) $d = 1$	Baja atenuación	1 pico de acuerdo a la diferenciación
Procesos autorregresivos	ARIMA (1,0,0) $\phi_1 > 0$	Decaimiento exponencial, picos positivos	1 pico positivo en el retraso 1
	ARIMA (1,0,0) $\phi_1 < 0$	Decaimiento oscilatorio, comienza con un pico negativo	1 pico negativo en el retraso 1
	ARIMA (2,0,0) $\phi_1,\phi_1 > 0$	Decaimiento exponencial, picos positivos	2 picos positivos en los retrasos 1 y 2
	ARIMA (2,0,0) $\phi_1 < 0$, $\phi_2 > 0$	Decaimiento exponencial oscilatorio	1 pico negativo en el retraso 1, 1 pico positivo en el retraso 2
Procesos de medias móviles	ARIMA (0,0,1) $\theta_1 > 0$	1 pico negativo en el retraso 1	Decaimiento exponencial de picos negativos
	ARIMA (0,0,1) $\theta_1 < 0$	1 pico positivo en el retraso 1	Decaimiento oscilatorio de picos positivos y negativos
	ARIMA (0,0,2) $\theta_1,\theta_2 > 0$	2 picos negativos en los retrasos 1 y 2	Decaimiento exponencial de picos negativos
	ARIMA (0,0,2) $\theta_1,\theta_2 < 0$	2 picos positivos en los retrasos 1 y 2	Decaimiento oscilatorio de picos positivos y negativos
Procesos Mixtos	ARIMA (1,0,1) $\phi_1 > 0$, $\theta_1 > 0$	Decaimiento exponencial de picos positivos	Decaimiento exponencial de picos positivos
	ARIMA (1,0,1) $\phi_1 > 0$, $\theta_1 < 0$	Decaimiento exponencial de picos positivos	Decaimiento oscilatorio de picos positivos y negativos
	ARIMA (1,0,1) $\phi_1 < 0$, $\theta_1 < 0$	Decaimiento oscilatorio	Decaimiento exponencial de picos negativos
	ARIMA (1,0,1) $\phi_1 < 0$, $\theta_1 < 0$	Decaimiento oscilatorio de picos negativos y positivos	Decaimiento oscilatorio de picos negativos y positivos

[17] Yaffee Robert, Introduction to Time Series Analysis and Forecasting, Academic Press Inc, Año 2000, pág 148.

4. OBJETIVOS

4.1. OBJETIVO GENERAL

Formular y desarrollar un Modelo Matemático de naturaleza Estocástica que permita encontrar niveles óptimos de abastecimiento para un horizonte de tiempo específico.

4.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

• Hallar expresiones matemáticas para las cantidades a comprar en el modelo planteado, con el fin de determinar los niveles óptimos de abastecimiento para un año.

• Realizar una simulación Estocástica en la cual empleando el modelo encontrado se determinen:

- El valor de la opción financiera de compra.
- La cantidad a comprar mes a mes durante un año.
- La demanda que se presenta mes a mes a lo largo del año.
- El costo mínimo de manejo de inventario durante un año.

• Establecer un grado de estabilidad del modelo ante perturbaciones de algunas de las variables.

5. DESARROLLO DEL MODELO PARA LA OBTENCIÓN DE LOS NIVELES ÓPTIMOS DE ABASTECIMIENTO.

El modelo matemático para calcular el costo total esperado es:

$$f_1(x) = \int_0^{\infty} (\gamma - x)\mu(S)dS + \omega \int_{\gamma}^{\infty} g_1(\xi - \gamma)\varphi_1(\xi)d\xi + \omega \int_0^{\gamma} g_2(\gamma - \xi)\varphi_1(\xi)d\xi$$

Donde:

$f_1(x)$ = costo total esperado para el período 1, con un inventario inicial de X unidades.

γ = cantidad a ordenar.

$\mu(S)dS$ = probabilidad de que el precio de compra esté entre S y dS .

ω = tasa de descuento, $0 < \omega < 1$.

$g_1(x)$ = función costo por faltantes por unidad de demanda no satisfecha.

$g_2(x)$ = función costo de mantener por unidad que queda al final del período.

$\varphi(\xi)d\xi$ = probabilidad de que la demanda esté entre ξ y $d\xi$.

Como se quiere mirar que ocurre período por período, yendo de un período n (final), mirando hacia atrás, hasta un período m (inicial), es necesario tener en cuenta la programación dinámica, buscando los γ que minimizan el costo esperado. La ecuación quedaría formulada de la siguiente manera:

$$
\begin{aligned}
f_n(x_n) = min[[\int_0^{\infty}(\gamma - x_n)\mu(S)dS + \omega\int_{\gamma}^{\infty} g_1(\xi-\gamma)\varphi_n(\xi)d\xi + \omega\int_0^{\gamma} g_2(\gamma-\xi)\varphi_n(\xi)d\xi] + \\
[\int_0^{\infty}(\gamma - x_{n-1})\mu(S)dS + \omega\int_{\gamma}^{\infty} g_1(\xi-\gamma)\varphi_{n-1}(\xi)d\xi + \omega\int_0^{\gamma} g_2(\gamma-\xi)\varphi_{n-1}(\xi)d\xi] + \\
[\int_0^{\infty}(\gamma - x_{n-2})\mu(S)dS + \omega\int_{\gamma}^{\infty} g_1(\xi-\gamma)\varphi_{n-2}(\xi)d\xi + \omega\int_0^{\gamma} g_2(\gamma-\xi)\varphi_{n-2}(\xi)d\xi] + \\
. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \\
. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \\
+[\int_0^{\infty}(\gamma - x_m)\mu(S)dS + \omega\int_{\gamma}^{\infty} g_1(\xi-\gamma)\varphi_m(\xi)d\xi]]
\end{aligned}
$$

Donde:

$f_n(x_n)$ = costo total esperado para el período n, con un inventario inicial de x_n unidades.

x_t = unidades al inicio del período t, donde t toma los valores: n, n-1, n-2.. , m

γ = cantidad a ordenar.

$\mu(S)dS$ = probabilidad de que el precio de compra esté entre S y dS

ω = tasa de descuento, $0 < \omega < 1$

g_1 = función costo por faltantes por unidad de demanda no satisfecha.

g_2 = función costo de mantener por unidad que queda al final del período.

$\varphi(\xi)d\xi$ = probabilidad de que la demanda esté entre ξ y $d\xi$.

Nota: Es importante resaltar que $x_m = 0$ ya que al inicio, es decir en el período m, se tienen 0 unidades en inventario.

Para el desarrollo de la función $f_n(x_n)$, fue necesario emplear el programa Mathemática 4.0, con el fin de escribir en dicho lenguaje el modelo planteado (ver anexo 1).

Del anterior modelo se extracta lo siguiente:

Sea $F_n(x)$, como antes se enunció, la función costo total del inventario dada una cantidad inicial X y teniendo el período o etapa n-ésima.

Se considera la demanda instantánea.

Sea P_c el precio de compra del bien, $P_c = P_c(t)$

Sea P_m el costo de mantener, $P_m = P_m(t)$

Sea P_p el costo de perder por no tener inventario, $P_p = P_p(t)$

La u es el valor medio de la demanda del bien.

$\sigma = \sigma(t)$, es el valor de la volatilidad de la demanda del bien.

El Lead Time de entrega se considera constante del tamaño del período $n_t - n_{t-1} = 1$

La g(D), es la función de distribución de probabilidad de la demanda.

Entonces se tiene que:

$$f_n(y) = min\left[P_c \cdot y + P_m \cdot \int_0^y (\gamma - D) \cdot g(D)dD + P_p \cdot \int_y^\infty (D - y) \cdot g(D)dD \right.$$

$$\left. + f_{n+1}(0) \cdot \int_y^\infty g(D)dD + \int_0^y f_{n+1}(y - D) \cdot g(D)dD \right]$$

Obsérvese que el valor de w es igual a 1 en este modelo. Esta consideración puede llevar a serias inestabilidades del modelo, por ello es recomendable tomar w< 1.

En este trabajo se pretende demostrar y responder la pregunta de investigación que si w es igual a 1, entonces con un ajuste en la condición de frontera y en el modelo en uno de los límites, ayude a estabilizar y dar resultados deseables.

El cambio lleva a:

$$f_n(y) = min\left[P_c \cdot y + P_m \cdot \int_0^y (\gamma - D) \cdot g(D)dD + P_p \cdot \int_y^\infty (D - y) \cdot g(D)dD \right.$$

$$\left. + f_{n+1}(0) \cdot \int_y^\infty g(D)dD + \int_y^\infty f_{n+1}(D - y) \cdot g(D)dD \right]$$

Sujeto a:

$$f_T(y) = P_c \cdot y + P_m \cdot \int_0^y (\gamma - D) \cdot g(D)dD + P_p \cdot \int_y^\infty (D - y) \cdot g(D)dD$$

Obsérvese que esta condición de frontera junto con el límite vuelve más conservativo el modelo y será muy robusto en pocos períodos de optimización.

6. MODELACION DEL COMPORTAMIENTO DE ALGUNAS DE LAS VARIABLES NECESARIAS PARA LA SIMULACION.

Teniendo en cuenta que en este parte del trabajo se pretende mostrar la metodología llevada a cabo para modelar las variables, *mostrando la forma en que se puede modelar la realidad*, a continuación se muestra dicho proceso.

6.1 MODELAJE DE LA TASA DE CAMBIO

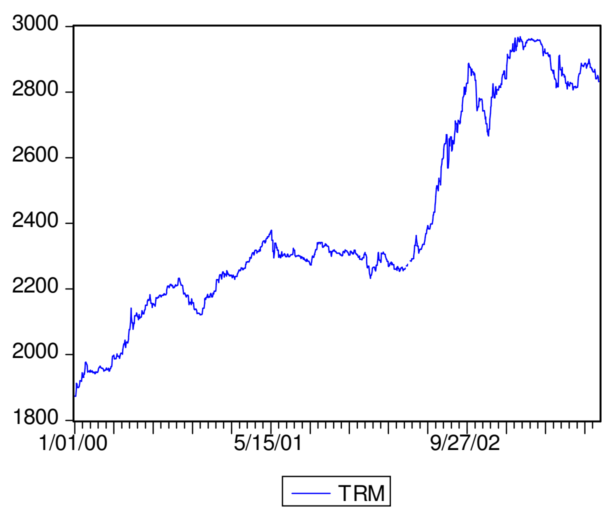
La modelación de la tasa de cambio se llevó a cabo con el fin de tomarla como base para la modelación del precio del bien a comprar.

Para llevar a cabo el modelaje de la TRM (Tasa Representativa de Cambio) fue necesario tomar una serie de tiempo, es decir los datos históricos de la TRM, y para tal efecto se tomó el período 1/1/2003 al 31/8/2003[18].

Una vez se obtuvo la serie, se empleó la teoría de los modelos ARIMA y el programa Econometric View 3.0 para modelar la tasa de cambio.

Lo primero que se hizo fue observar la gráfica de los datos históricos. La gráfica que se obtuvo se muestra a continuación.

Gráfica del comportamiento de la TRM



[18] www.banrep.gov.co

Observando la trayectoria de la recta se concluye que no tiene un comportamiento estacionario. Adicionalmente teniendo en cuenta el diagrama que muestra la correlación de los residuos, se obtiene que tanto la parte autorregresiva como la del promedio móvil, se salen del límite (ver anexo 2), por tal razón se sabe que es necesario derivar, luego en primera instancia se tiene un modelo ARIMA (0,1,0).

Teniendo en cuenta la tabla para identificar el proceso ARIMA (donde d=1), se plantearon los posibles combinaciones así:

MODELO	RAZON
ARIMA (1,d,0) ARIMA (2,d,0)	Decaimiento exponencial, con picos positivos (en la parte de autocorrelación). 1 pico positivo en el retraso 1 (en la parte de autocorrelación parcial).
ARIMA (0,d,1)	1 pico positivo en el retraso 1 (en la parte de autocorrelación). Decaimiento oscilatorio de picos positivos y negativos (en la parte de autocorrelación parcial).
ARIMA (0,d,2)	2 picos positivos en los retrasos 1 y 2 (en la parte de autocorrelación). Decaimiento oscilatorio de picos positivos y negativos (en la parte de autocorrelación parcial).
ARIMA (1,d,1)	Decaimiento exponencial de picos positivos (en la parte de autocorrelación). Decaimiento oscilatorio de picos positivos y negativos (en la parte de autocorrelación parcial).
ARIMA (1,d,2)	Resulta al combinar las características del ARIMA (0,d,2) y el ARIMA (1,d,1)

Al encontrar nuevamente el diagrama de correlaciones, se obtuvo la tabla correspondiente (ver anexo 3), la cual dejo ver que tanto la parte autorregresiva como la del promedio móvil, ya se encontraban dentro del límite.

Posteriormente se tomaron cada uno de los posibles modelos: ARIMA (1,1,0), ARIMA (2,d,0), ARIMA (0,1,1), ARIMA (0,1,2), ARIMA (1,1,1) y ARIMA (1,1,2) y se encontró la tabla de análisis, para de esta forma determinar cual es el modelo que mejor describe el comportamiento de los datos.

Es importante resaltar que en este paso solo fue posible encontrar las tablas de análisis para los ARIMA (1,1,0) y ARIMA (2,1,0), (ver anexos 4 y 5), ya que al intentar generar las tablas para los otros modelos el programa no las mostraba. Lo que dejó ver a primera vista, que el modelo no tenía parte de promedio móvil, es decir, de la forma ARIMA (0,1,q) o ARIMA (1,1,q), donde q en este caso tomó los valores de 0, 1 y 2.

Analizando las tablas obtenidas para los modelos ARIMA (1,1,0) y ARIMA (2,1,0) (ver anexos 4 y 5), se definieron las hipótesis de la siguiente forma:

h_o: el coeficiente para la parte autorregresiva es cero.

h_i: el coeficiente para la parte autorregresiva no es cero.

El criterio de aceptación o rechazo de la hipótesis nula (h_o) es: se acepta la hipótesis si la probabilidad es mayor a 0.05 y se rechaza en caso contrario.

Luego al mirar las probabilidades de los coeficientes para la parte autorregresiva, se obtuvo que la probabilidad para el ARIMA (1,1,0) es 0 y para el ARIMA (2,1,0) es 0.1132, lo cual indica que para el primer caso la hipótesis nula se rechaza y para el segundo se acepta quedando finalmente como modelo escogido el ARIMA (1,1,0).

La ecuación que modela el comportamiento de la TRM es de la forma:

$$(1-\phi_t L)\cdot \Delta Y_t = \varepsilon_t$$

Donde:

ΔY_t: diferencia de la variable que se quiere pronosticar hasta el período t.

ε_t : ruido.

L : operador de retardos.

ϕ_t : coeficiente de correlación.

Quedando,

$$(1-\phi_t L)\cdot \Delta TRM_t = \varepsilon_t$$

$$\Delta TRM_t - \phi \cdot L\Delta TRM_t = \varepsilon_t$$

Despejando TRM_t, se obtiene:

$$TRM_t = (1+\phi)\cdot TRM_{t-1} - \phi \cdot TRM_{t-2} + \varepsilon_t$$

Como ε_t toma diferentes valores para cada mes, es necesario modelar el comportamiento de ε_t. La ecuación que modela dicha variable es:

$$\varepsilon_t = \mu + \left(\left(\sum_{i=1}^{6} R_i\right) - 6\right)\cdot \sigma_t$$

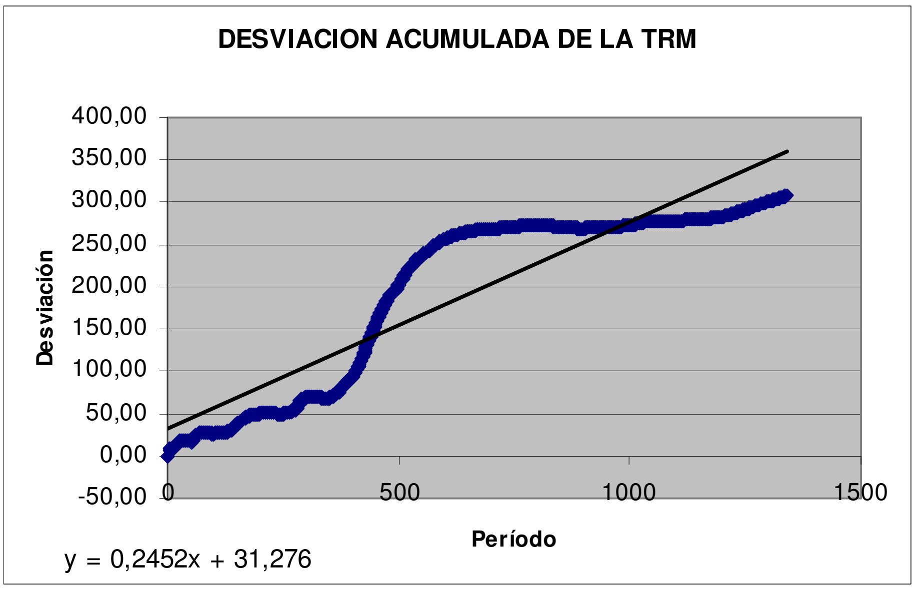
Donde:

μ: media (es cero como se señalo en el marco teórico).

σ_t: desviación estándar acumulada para el período t.

R_j: cualquier número aleatorio entre 0 y 1 distribuido normalmente.

Para encontrar la ecuación que rige el comportamiento de la desviación acumulada de la TRM, es necesario graficar su comportamiento. La gráfica que se obtuvo se muestra a continuación.



Teniendo en cuenta la gráfica y la regresión lineal de la misma, se concluye que la desviación acumulada de la TRM es de la forma:

$$\sigma_t = 0.2452t + 31,276$$

Donde t es el tiempo.

Luego la ecuación que rige el comportamiento de ε_t es:

$$\varepsilon_t = \mu + \left(\left(\sum_{i=1}^{6} R_i \right) - 6 \right) \cdot (0.2452t + 31,276)$$

Para generar los números aleatorios R_i se utilizó el programa Excel empleando la función aleatorio. Igualmente se empleó este programa para calcular la desviación acumulada de la TRM.

Teniendo en cuenta que ϕ = 0,19 (ver anexo 4), la ecuación para calcular la TRM quedó finalmente así:

$$TRM_t = 1{,}19 \cdot TRM_{t-1} - 0{,}19 \cdot TRM_{t-2} + \mu + \left(\left(\sum_{i=1}^{6} R_i \right) - 6 \right) \cdot (0.2452t + 31,276)$$

Como se mencionó al inicio de este numeral, la anterior metodología se toma como base para modelar el precio del bien, ya que es una forma en la que se puede comportar el precio y así es como se asumió en este trabajo.

Reemplazando la TRM por P, de la ecuación anterior se obtiene que:

$$P_t = 1{,}19 \cdot P_{t-1} - 0{,}19 \cdot P_{t-2} + \mu + \left(\left(\sum_{i=1}^{6} R_i \right) - 6 \right) \cdot (0.2452t + 31{,}276)$$

Donde P_t es el precio del bien para el período t.

6.2 MODELAJE DE LOS COSTOS DE: VENTA PERDIDA Y MANTENIMIENTO

Para modelar los costos de mantener y de venta perdida se asumió que dichos costos pueden ser un porcentaje del precio del bien.

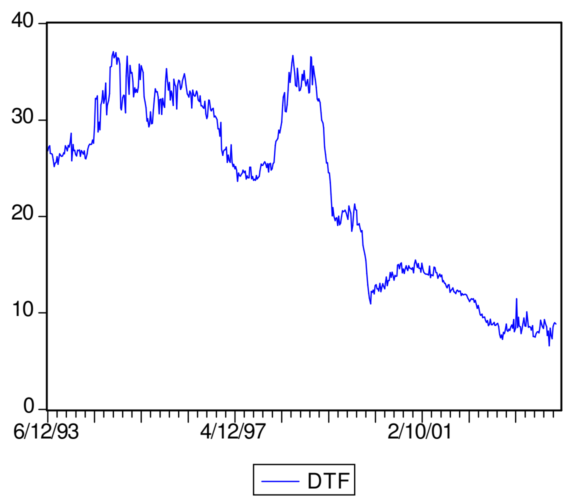
Para verlo más claramente podemos decir que el costo de mantener y perder pueden ser por ejemplo, 0.5 veces y 3 veces respectivamente el precio del bien, lo cual indica que si el precio es $ 3000, el costo de mantener y perder son $ 1500 y $ 9000. Esta metodología se emplea posteriormente para el análisis del comportamiento del modelo.

6.3 MODELAJE DE LA TASA DE DESCUENTO.

La modelación de la DTF se llevó a cabo con el fin de tomarla como base para la modelación de la tasa de interés.

Para llevar a cabo el modelaje de la DTF fue necesario utilizar la serie de tiempo de la DTF. Dicha serie se tomó de la tasa de interés de los Certificados de Depósito a Término para 360 días, en un período comprendido entre el 6/5/1993 al 12/14/2003[19] dados de forma semanal.

La gráfica que se obtuvo de la serie se muestra a continuación.



Gráfica del comportamiento de la DTF

De la anterior gráfica y adicionalmente teniendo en cuenta el diagrama que muestra la correlación de los residuos, se obtiene que tanto la parte autorregresiva como la del promedio móvil, se salen del límite (ver anexo 6) y se puede concluir que la serie no es estacionaria, por tal razón se tiene en un comienzo que el modelo ARIMA es de la forma (0,1,0) con la cual se logra estacionalizar la serie.

Los modelos que más se ajustan al comportamiento de los datos, mirando la tabla de correlaciones (ver anexo 6) y teniendo en cuenta el cuadro para el análisis de la parte autorregresiva y de promedio móvil presentado en el marco teórico, son el ARIMA (0,1,1) y el ARIMA (1,1,0).

Adicionalmente con los cuadros de análisis para los dos modelos (ver anexos 7 y 8), se observa un mejor resultado para el ARIMA (0,1,1) ya que las probabilidades se acercan más a cero, criterio que permite una mayor confiabilidad en el modelo.
De tal forma que tomando el ARIMA (0,1,1) se obtiene la siguiente ecuación que rige el comportamiento de los datos:

$$(1-\phi_t L)\cdot \Delta Y_t = (1-\theta_t L)\cdot \varepsilon_t$$

Despejando Y_t,

$$Y_t = \varepsilon_t - \theta_t \cdot \varepsilon_{t-1} + Y_{t-1}$$

Reemplazando Y_t por DTF la expresión queda,

$$DTF_t = \varepsilon_t - \theta_t \cdot \varepsilon_{t-1} + DTF_{t-1}$$

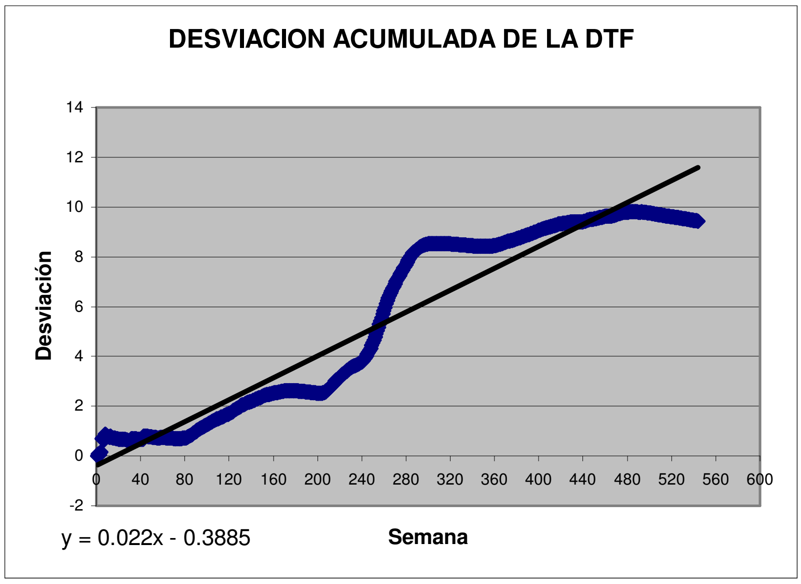
Al igual que para el precio, ε_t toma diferentes valores para cada mes, por lo tanto es necesario modelar el comportamiento de ε_t. La ecuación que modela dicha variable es:

$$\varepsilon_t = \mu + \left(\left(\sum_{i=1}^{6} R_i\right) - 6\right)\cdot \sigma_t$$

Donde:
μ: media (es cero como se señaló en el marco teórico).
σ_t: desviación estándar acumulada para el período t.
R_j: cualquier número aleatorio entre 0 y 1 distribuido normalmente.

Para encontrar la ecuación que rige el comportamiento de la desviación acumulada de la DTF, es necesario graficar su comportamiento. La gráfica que se obtuvo se muestra a continuación.

---
[19] www.banrep.gov.co



Teniendo en cuenta la gráfica y la regresión lineal de la misma, se concluye que la desviación acumulada de la DTF es de la forma:

$$\sigma_t = 0.022t - 0{,}3885$$

Donde t es el tiempo.

Luego la ecuación que rige el comportamiento de ε_t es:

$$\varepsilon_t = \mu + \left(\left(\sum_{i=1}^{6} R_i\right) - 6\right) \cdot \left(0.022t - 0{,}3885\right)$$

Para generar los números aleatorios R_i se utilizó el programa Excel empleando la función Aleatorio. Igualmente se utilizó este programa para calcular la desviación acumulada de la DTF.

Teniendo en cuenta que θ = -0,19 (ver anexo 9), la ecuación para calcular la DTF quedó finalmente así:

$$DTF_t = \mu + \left(\left(\sum_{i=1}^{6} R_i\right) - 6\right) \cdot (0.022t - 0{,}3885) - \left(\theta \cdot \left(\mu + \left(\left(\sum_{i=1}^{6} R_i\right) - 6\right) \cdot (0.022 \cdot (t-1) - 0{,}3885)\right)\right) + DTF_{t-1}$$

La anterior metodología se toma como base para modelar la tasa de interés, ya que es una forma en la que se puede comportar la tasa y así es como se asumió en este trabajo.

Reemplazando la DTF por r, se obtiene la siguiente expresión:

$$r_t = \mu + \left(\left(\sum_{i=1}^{6} R_i \right) - 6 \right) \cdot (0.022t - 0,3885) - \left(\theta \cdot \left(\mu + \left(\left(\sum_{i=1}^{6} R_i \right) - 6 \right) \cdot (0.022 \cdot (t-1) - 0,3885) \right) \right) + r_{t-1}$$

Donde r_t es la tasa de interés para el período t.

6.4 MODELAJE DE LA VOLATILIDAD DEL PRECIO DE COMPRA Y DE LA TASA DE INTERES.

Como se presentó en el numeral 6.1 la volatilidad del precio de compra es modelado por la expresión:

$$\sigma_t = 0.2452t + 31{,}276$$

Igualmente en el numeral 6.3 se encontró la expresión que modela el comportamiento de la volatilidad de la tasa de interés, que es:

$$\sigma_t = 0.022t - 0{,}3885$$

Es importante resaltar que estas desviaciones, dependen del tiempo.

6.5 MODELAJE DE LA DEMANDA

En el modelo planteado en el numeral 5, la demanda se asumió como una función que obedece a una distribución normal.

La ecuación que rige el comportamiento de la demanda en el modelo planteado es:

$$f(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi \sigma^2}} \cdot e^{-(\xi - \mu)^2 / 2 \cdot \sigma^2}$$

Donde:

σ^2: varianza

μ: media

ξ: demanda

Como se muestra en el capítulo de la simulación la media de la demanda se tomó como 100 y las desviaciones de la demanda se tomaron entre 10 y 100.

7. REALIZACIÓN DE LA SIMULACIÓN

7.1 PARAMETRIZACIÓN

Teniendo el modelo y las variables que intervienen ya modeladas, se llevó a cabo la corrida del mismo, con el fin de establecer principalmente como se comportan las variables que intervienen, cual es el costo mínimo de manejo de inventario y cual es por supuesto la cantidad a comprar mes a mes durante un año.

Para llevar a cabo la simulación se tomaron en cuenta las siguientes suposiciones:

Media de la demanda del bien igual a 100.

Desviación de la demanda entre 10 y 100.

El costo de mantener y de perder se tomaron como un porcentaje del precio del bien.

Inicialmente se miró el comportamiento del modelo tomando dos períodos hacia atrás.

El tiempo de corrida del modelo, es decir el tiempo que tarda en mostrar la respuesta, es de veinte segundos, teniendo en cuenta que se está corriendo en un Pentium 4 de 256 de RAM.

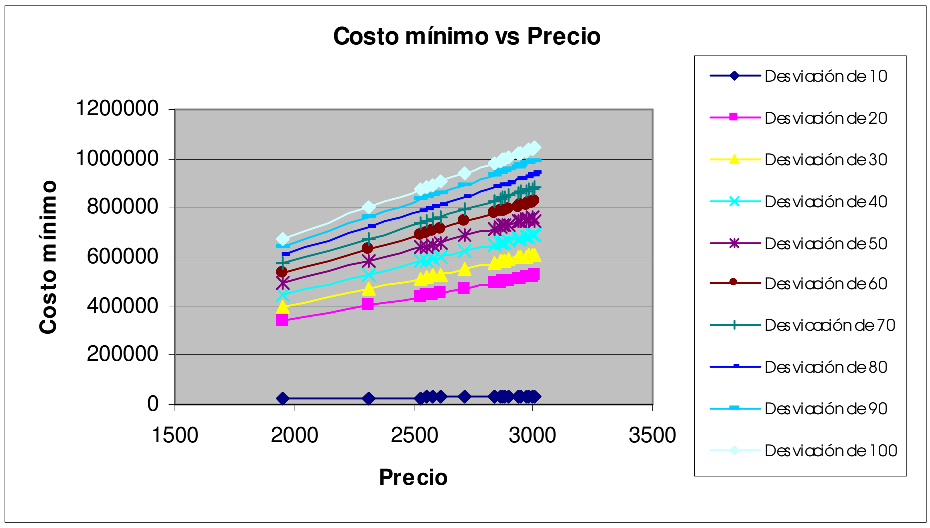
7.1.1 Comportamiento del costo de manejo de inventario con relación al precio del bien.

Se comenzó por mirar el comportamiento del costo de manejo de inventario con relación al precio del bien, variando la desviación de la demanda de 10 en 10 desde 10 hasta 100.

Para encontrar los precios a tener en cuenta se utilizó la expresión encontrada para pronosticar el precio, es decir:

$$P_t = 1{,}19 \cdot P_{t-1} - 0{,}19 \cdot P_{t-2} + \mu + \left(\left(\sum_{i=1}^{6} R_i \right) - 6 \right) \cdot (0.2452t + 31{,}276)$$

A continuación se muestra la gráfica obtenida.



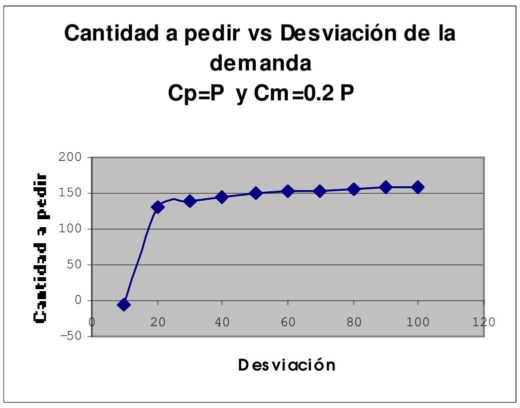
La relación entre el costo del manejo de inventario y el precio del bien a comprar es directamente proporcional. Adicionalmente se obtiene que a medida que la desviación de la demanda aumenta el costo del manejo del inventario también aumenta.

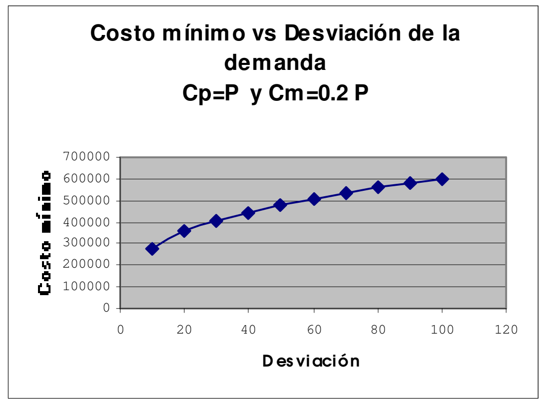
7.1.2 Comportamiento del modelo para dos períodos, variando el costo de mantener.

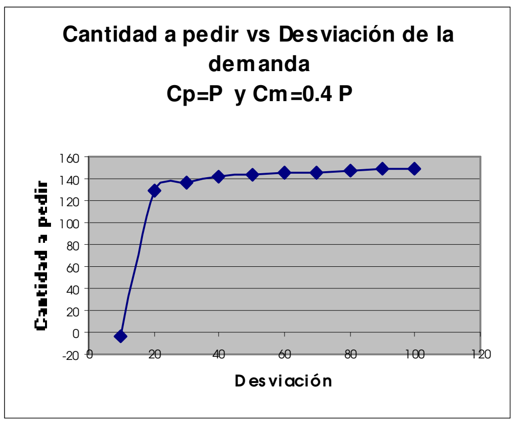
Otra importante comparación que se llevó a cabo fue la de ver el comportamiento de la cantidad a pedir y el costo mínimo del manejo de inventario, frente a la desviación de la demanda, para lo cual se fue variando el costo de mantener, dejando el costo de perder constante.

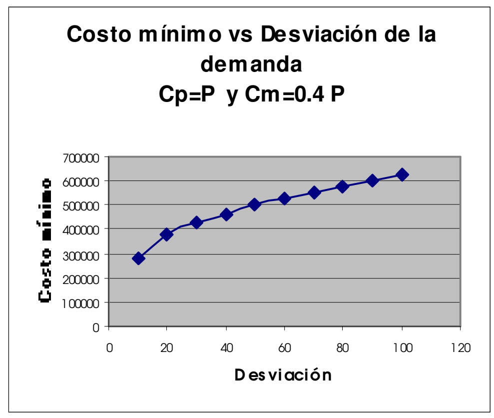
Al igual que en la anterior comparación se tomaron desviaciones de la demanda desde 10 hasta 100 y una media de la demanda de 100.

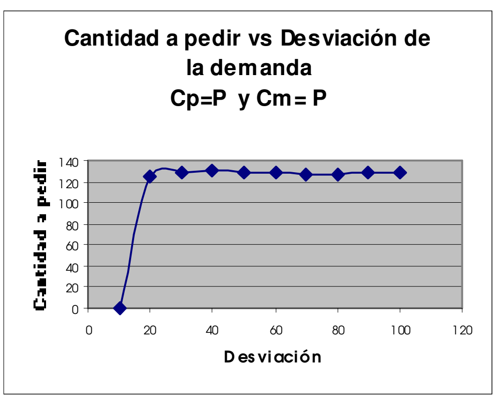
Los gráficos obtenidos fueron:

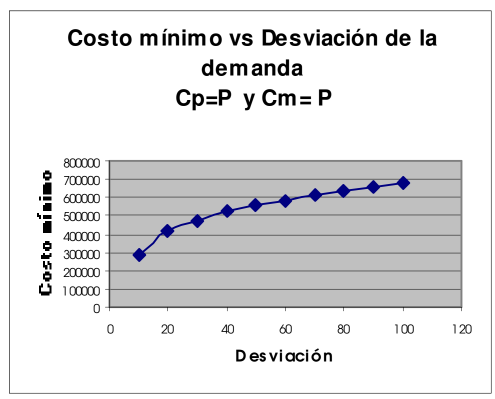

Cantidad a pedir vs Desviación de la demanda
Cp=P y Cm=0.2 P
Cantidad a pedir
Desviación

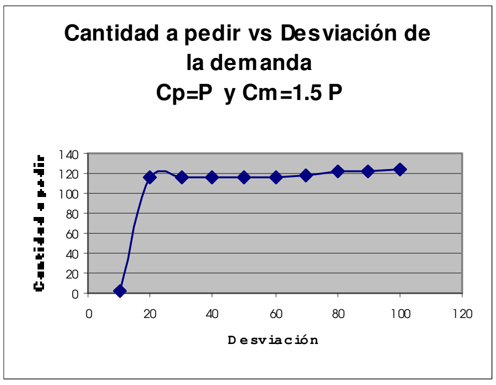

Costo mínimo vs Desviación de la demanda
Cp=P y Cm=0.2 P
Costo mínimo
Desviación

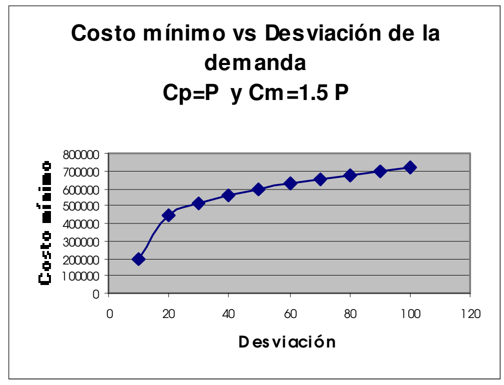

Cantidad a pedir vs Desviación de la demanda
Cp=P y Cm=0.4 P
Cantidad a pedir
Desviación


Costo mínimo vs Desviación de la demanda
Cp=P y Cm=0.4 P
Costo mínimo
Desviación


Cantidad a pedir vs Desviación de la demanda
Cp=P y Cm= P
Cantidad a pedir
Desviación


Costo mínimo vs Desviación de la demanda
Cp=P y Cm= P
Costo mínimo
Desviación



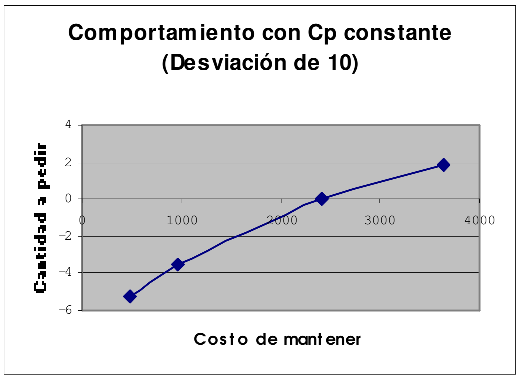


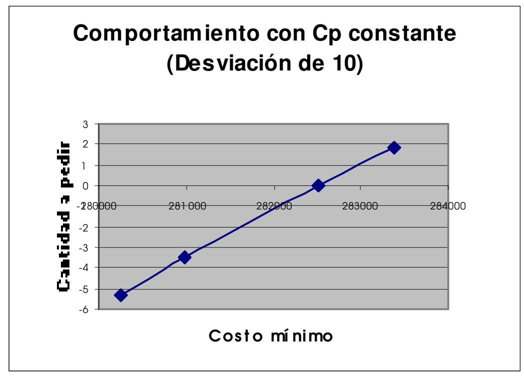
A medida que el costo de mantener y la desviación de la demanda aumentan, la cantidad a pedir del bien a comprar y el costo del manejo de inventario, tienden a aumentar. Sin embargo es importante mencionar la variación que presenta la cantidad a pedir pasando de una desviación de la demanda de 10, en donde el modelo muestra una cantidad a pedir negativa, a una desviación de 20 donde el comportamiento del resultado de la cantidad a pedir es positiva y tiene una tendencia que ya fue mencionada anteriormente.

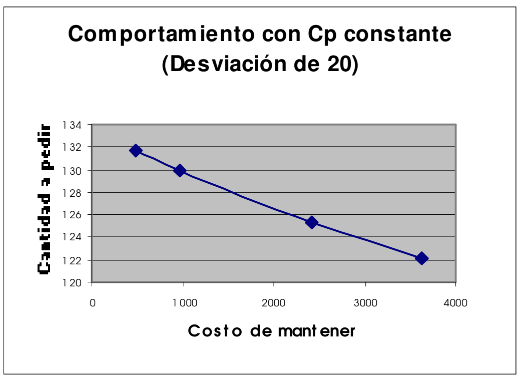
7.1.3 Comportamiento del modelo para dos períodos, en cada una de las desviaciones tomadas, variando el costo de mantener.

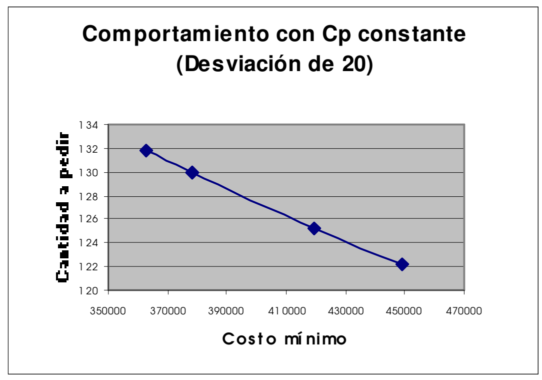
Otros resultados se obtuvieron al ver el comportamiento de la cantidad a pedir en cada una de las desviaciones de la demanda, al variar el costo de mantener.

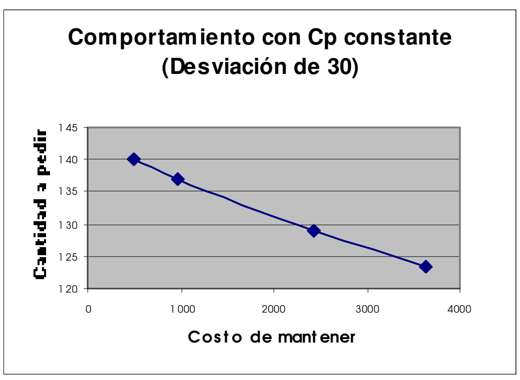
Los gráficos obtenidos se muestran a continuación:

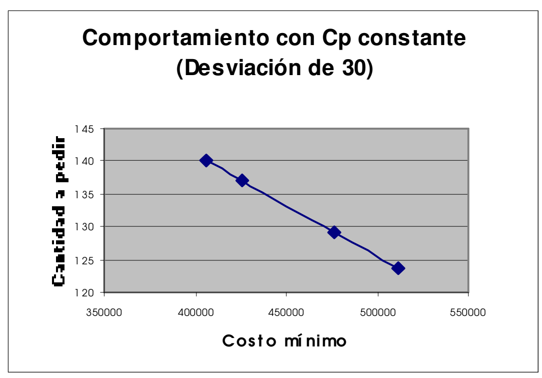

Comportamiento con Cp constante
(Desviación de 10)
Cantidad a pedir
4
2
0
-2
-4
-6
0
1000
2000
3000
4000
Costo de mantener

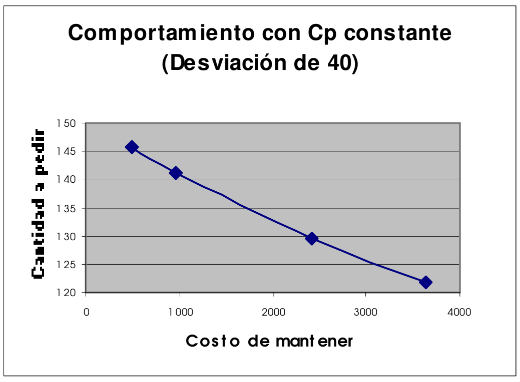

Comportamiento con Cp constante
(Desviación de 10)
Cantidad a pedir
3
2
1
0
-1
-2
-3
-4
-5
-6
280000
281000
282000
283000
284000
Costo mínimo

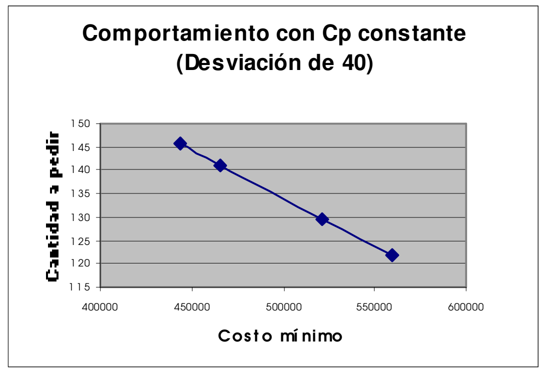

Comportamiento con Cp constante
(Desviación de 20)
Cantidad a pedir
134
132
130
128
126
124
122
120
0
1000
2000
3000
4000
Costo de mantener

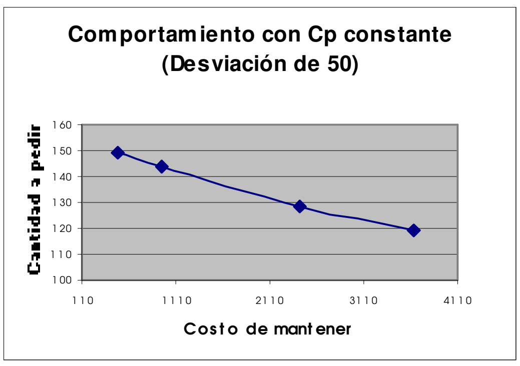

Comportamiento con Cp constante
(Desviación de 20)
Cantidad a pedir
134
132
130
128
126
124
122
120
350000
370000
390000
410000
430000
450000
470000
Costo mínimo

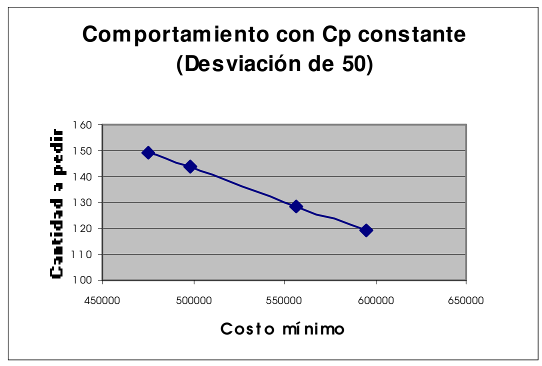

Comportamiento con Cp constante
(Desviación de 30)
Cantidad a pedir
145
140
135
130
125
120
0
1000
2000
3000
4000
Costo de mantener

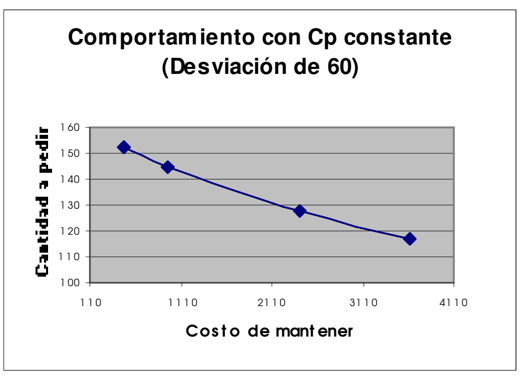

Comportamiento con Cp constante
(Desviación de 30)
Cantidad a pedir
145
140
135
130
125
120
350000
400000
450000
500000
550000
Costo mínimo

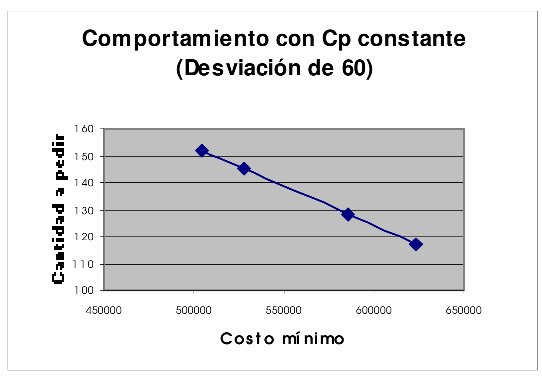

Comportamiento con Cp constante
(Desviación de 40)
Cantidad a pedir
150
145
140
135
130
125
120
0
1000
2000
3000
4000
Costo de mantener

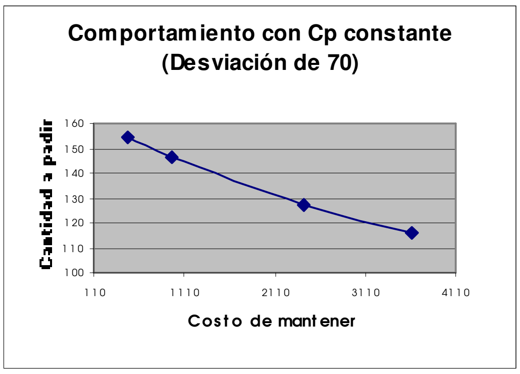

Comportamiento con Cp constante
(Desviación de 40)
Cantidad a pedir
150
145
140
135
130
125
120
115
400000
450000
500000
550000
600000
Costo mínimo

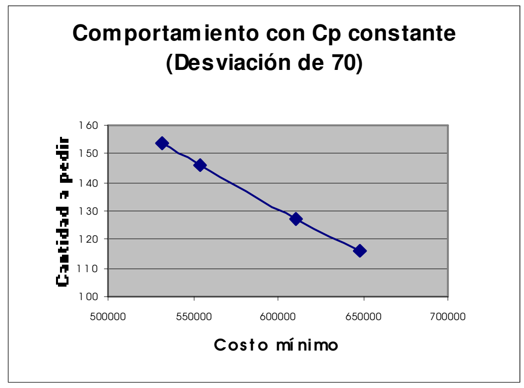

Comportamiento con Cp constante
(Desviación de 50)
Cantidad a pedir
160
150
140
130
120
110
100
110
1110
2110
3110
4110
Costo de mantener

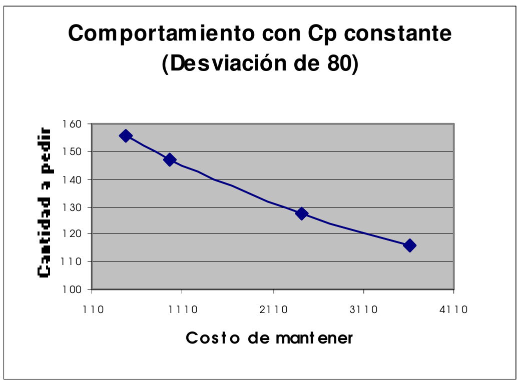

Comportamiento con Cp constante
(Desviación de 50)
Cantidad a pedir
160
150
140
130
120
110
100
450000
500000
550000
600000
650000
Costo mínimo

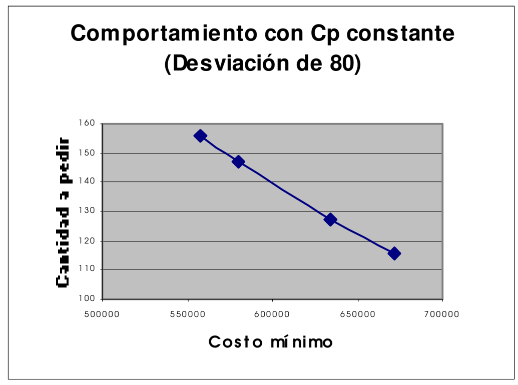

Comportamiento con Cp constante
(Desviación de 60)
Cantidad a pedir
160
150
140
130
120
110
100
110
1110
2110
3110
4110
Costo de mantener

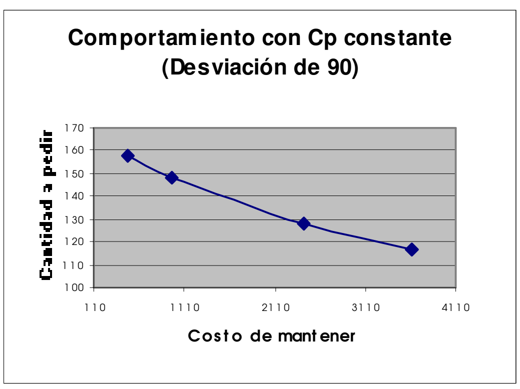

Comportamiento con Cp constante
(Desviación de 60)
Cantidad a pedir
160
150
140
130
120
110
100
450000
500000
550000
600000
650000
Costo mínimo

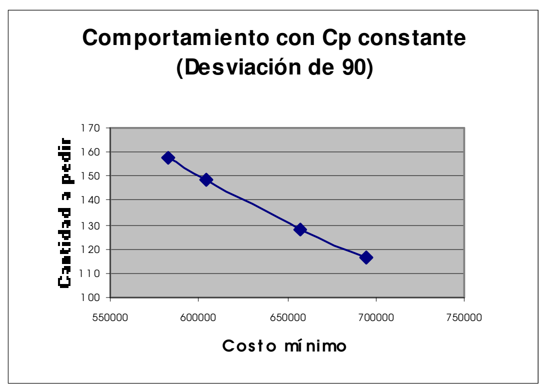

Comportamiento con Cp constante
(Desviación de 70)
Cantidad a pedir
Costo de mantener
100
110
120
130
140
150
160
110
1110
2110
3110
4110

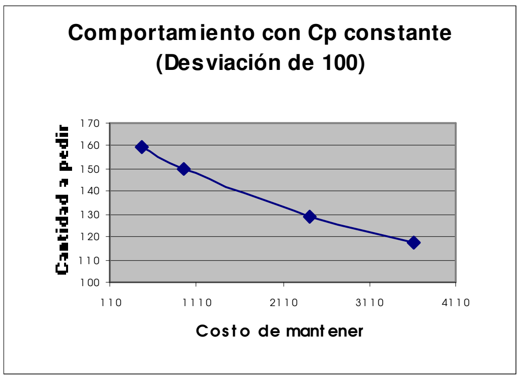

Comportamiento con Cp constante
(Desviación de 70)
Cantidad a pedir
Costo mínimo
100
110
120
130
140
150
160
500000
550000
600000
650000
700000

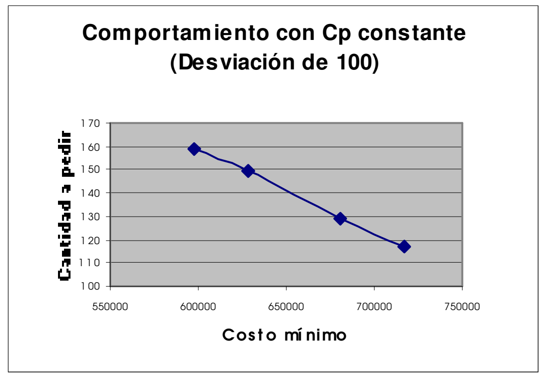

Comportamiento con Cp constante
(Desviación de 80)
Cantidad a pedir
Costo de mantener
100
110
120
130
140
150
160
110
1110
2110
3110
4110


Comportamiento con Cp constante
(Desviación de 80)
Cantidad a pedir
Costo mínimo
100
110
120
130
140
150
160
500000
550000
600000
650000
700000


Comportamiento con Cp constante
(Desviación de 90)
Cantidad a pedir
Costo de mantener
100
110
120
130
140
150
160
170
110
1110
2110
3110
4110


Comportamiento con Cp constante
(Desviación de 90)
Cantidad a pedir
Costo mínimo
100
110
120
130
140
150
160
170
550000
600000
650000
700000
750000





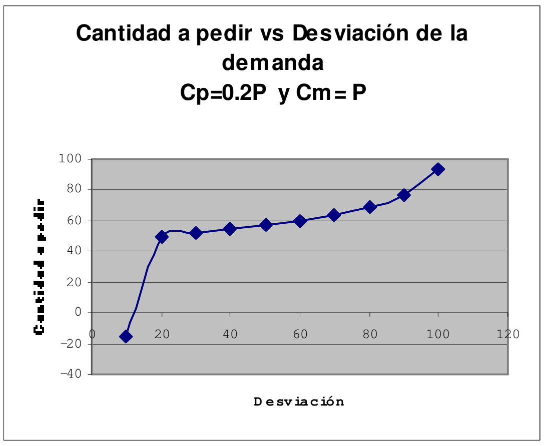
Al tomar una desviación de la demanda de 10, el modelo muestra que la cantidad a pedir tiene un aumento, yendo de una cantidad negativa a positiva, a medida que el costo de mantener y el costo de manejo de inventario aumentan, manteniendo el costo de perder constante.

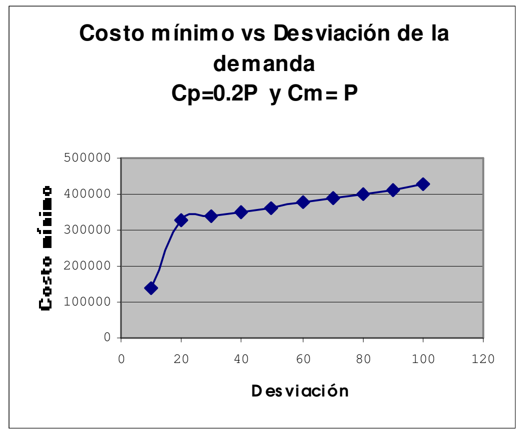
Resultado contrario muestra el modelo con las desviaciones de la demanda de 20 en adelante, ya que manteniendo el costo de perder constante y a medida que el costo de mantener y el del manejo del inventario, aumentan, la cantidad a pedir tiende a disminuir.

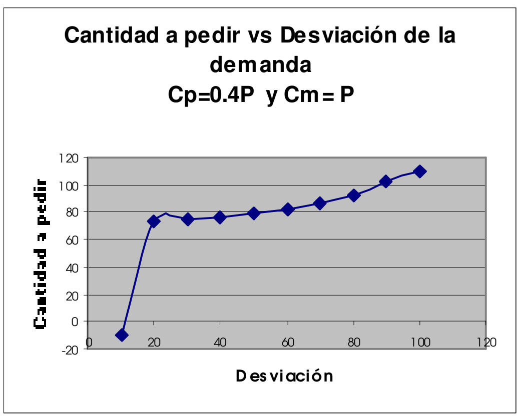
7.1.4 Comportamiento del modelo para dos períodos, variando el costo de perder.

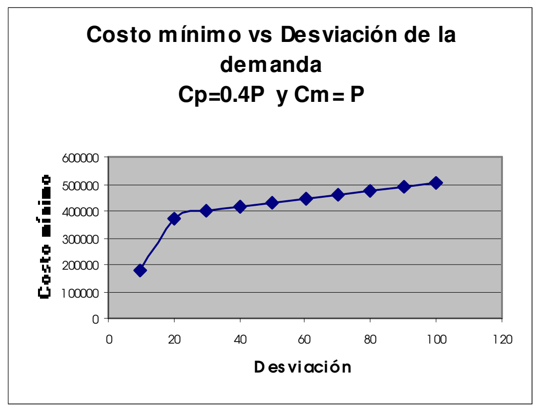
Otra comparación que se tuvo en cuenta fue la de ver el comportamiento de la cantidad a pedir y el costo mínimo del manejo de inventario, frente a la desviación de la demanda, para lo cual se fue variando el costo de perder, dejando el costo de mantener constante.

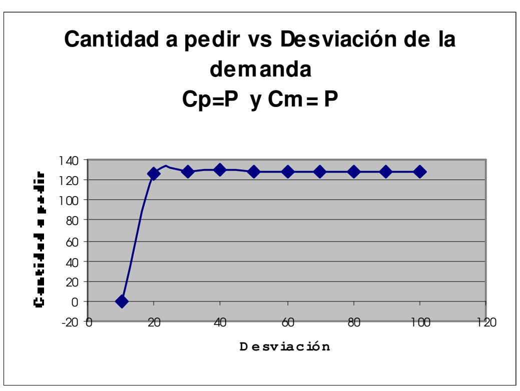
Las gráficas obtenidas fueron:

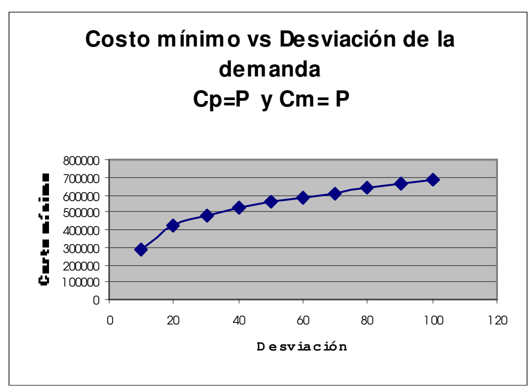

Cantidad a pedir vs Desviación de la demanda
Cp=0.2P y Cm= P
Cantidad a pedir
Desviación

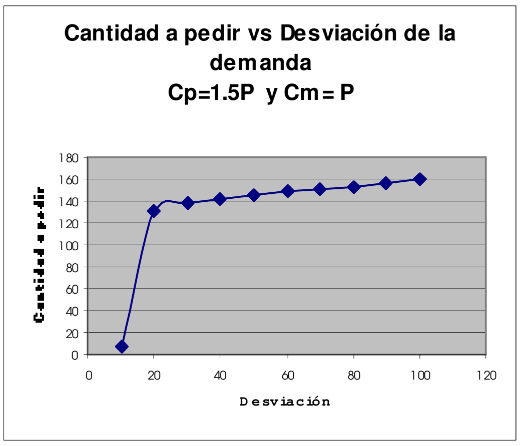

Costo mínimo vs Desviación de la demanda
Cp=0.2P y Cm= P
Costo mínimo
Desviación

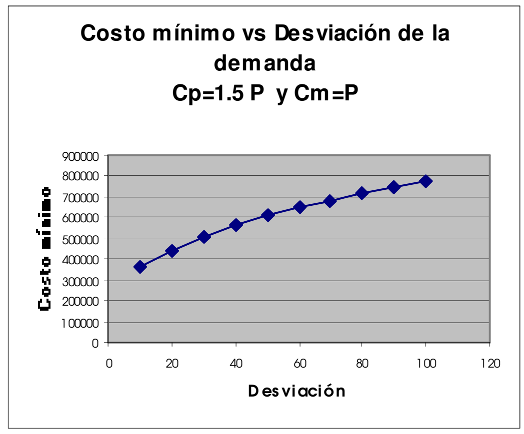

Cantidad a pedir vs Desviación de la demanda
Cp=0.4P y Cm= P
Cantidad a pedir
Desviación


Costo mínimo vs Desviación de la demanda
Cp=0.4P y Cm= P
Costo mínimo
Desviación


Cantidad a pedir vs Desviación de la demanda
Cp=P y Cm= P
Cantidad a pedir
Desviación


Costo mínimo vs Desviación de la demanda
Cp=P y Cm= P
Desviación





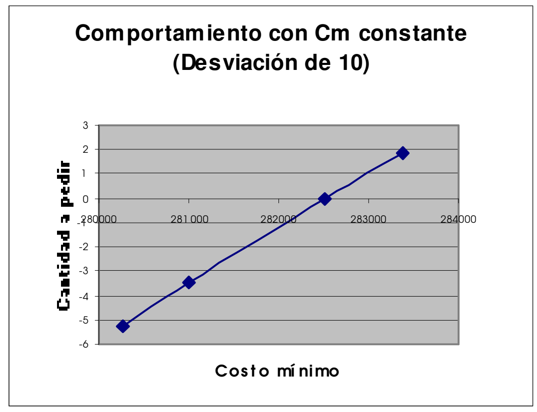
A medida que el costo de perder y la desviación de la demanda aumentan, la cantidad a pedir del bien a comprar y el costo del manejo de inventario, tienden a aumentar. Sin embargo, la cantidad a pedir presenta una variación con una desviación de la demanda de 10, en donde el modelo muestra una cantidad a pedir negativa, mientras que con una desviación de 20, el comportamiento del resultado de la cantidad a pedir es positiva, con una tendencia que ya fue mencionada anteriormente.

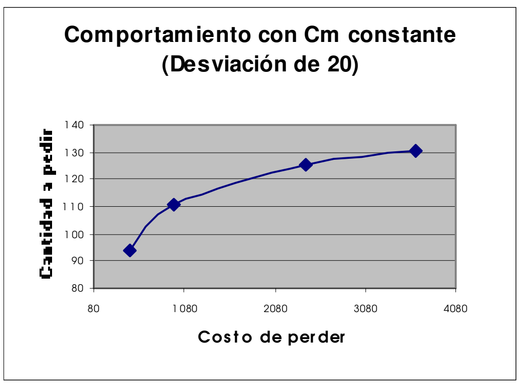
7.1.5 Comportamiento del modelo para dos períodos, en cada una de las desviaciones tomadas, variando el costo de perder.

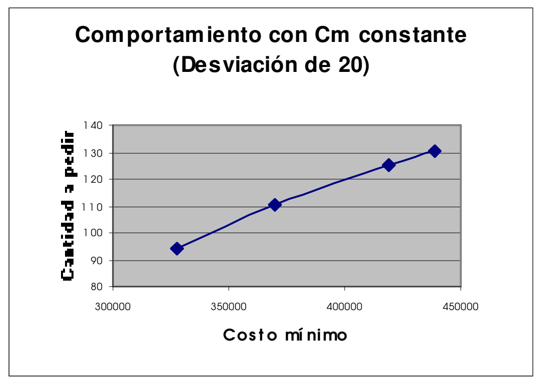
Otros resultados se obtuvieron al ver el comportamiento de la cantidad a pedir, en cada una de las desviaciones de la demanda, al variar el costo de perder.

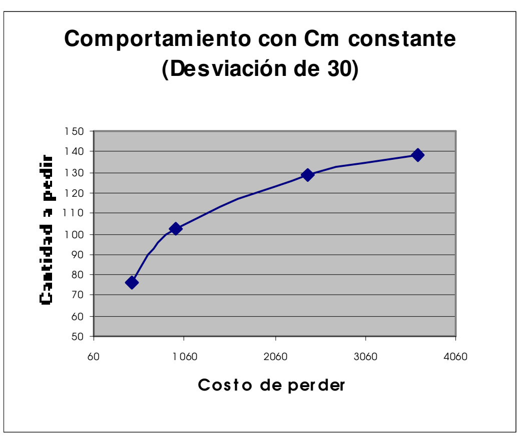
Las gráficas obtenidas se muestran a continuación:

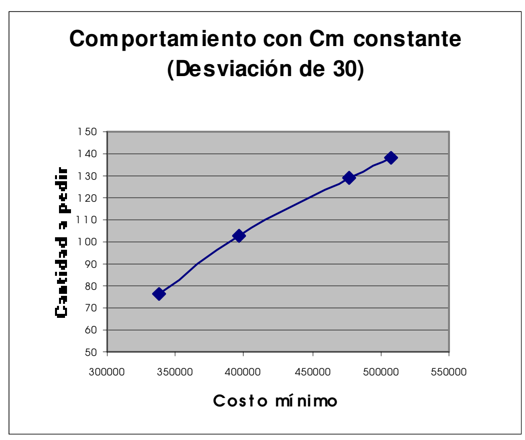

Comportamiento con Cm constante
(Desviación de 10)
Cantidad a pedir
Costo de perder

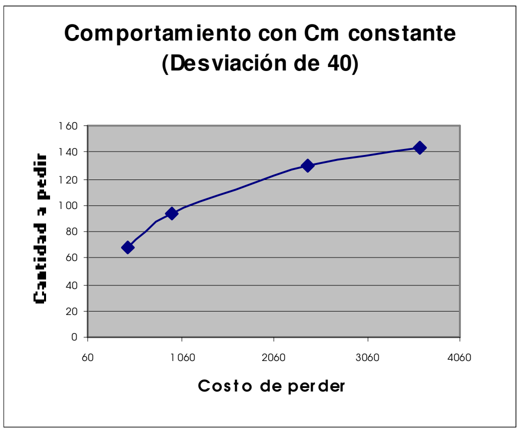

Comportamiento con Cm constante
(Desviación de 10)
Cantidad a pedir
Costo mínimo

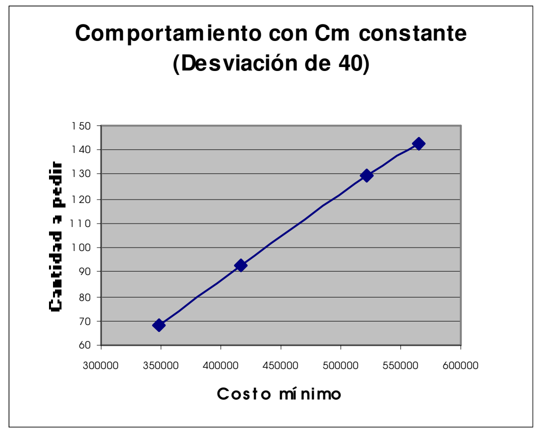

Comportamiento con Cm constante
(Desviación de 20)
Cantidad a pedir
Costo de perder

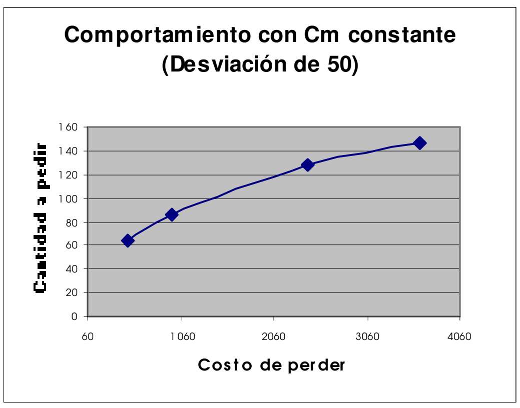

Comportamiento con Cm constante
(Desviación de 20)
Cantidad a pedir
Costo mínimo


Comportamiento con Cm constante
(Desviación de 30)
Cantidad a pedir
Costo de perder

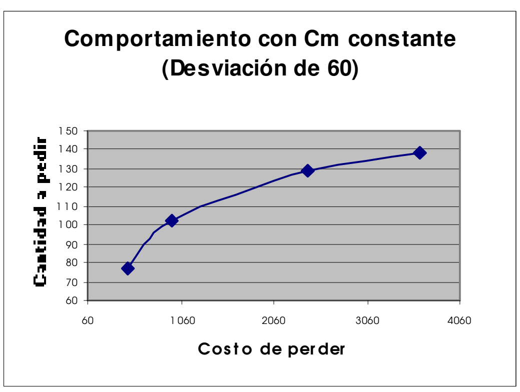

Comportamiento con Cm constante
(Desviación de 30)
Cantidad a pedir
Costo mínimo


Comportamiento con Cm constante
(Desviación de 40)
Cantidad a pedir
Costo de perder
60
1060
2060
3060
4060

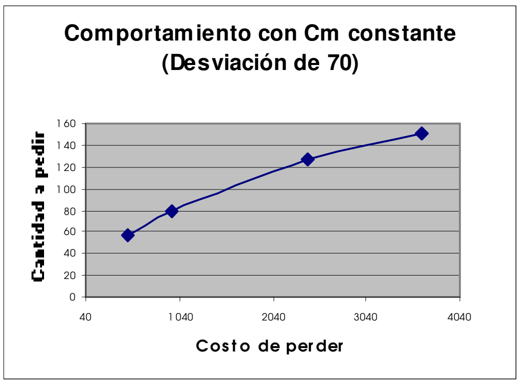

Comportamiento con Cm constante
(Desviación de 40)
Cantidad a pedir
Costo mínimo
300000
350000
400000
450000
500000
550000
600000

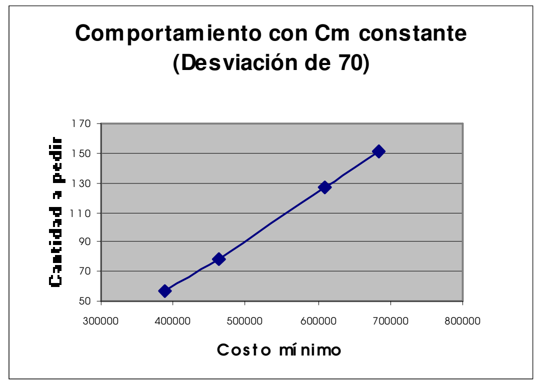

Comportamiento con Cm constante
(Desviación de 50)
Cantidad a pedir
Costo de perder
60
1060
2060
3060
4060

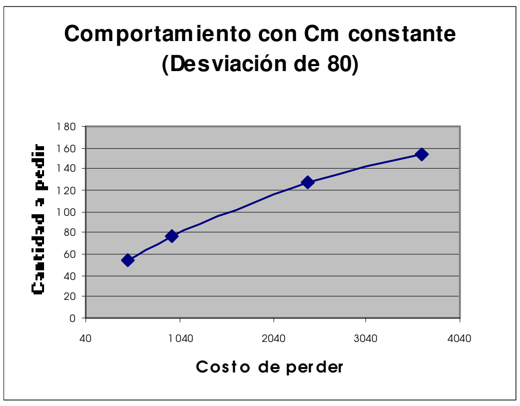

Comportamiento con Cm constante
(Desviación de 50)
Cantidad a pedir
Costo mínimo
300000
400000
500000
600000
700000


Comportamiento con Cm constante
(Desviación de 60)
Cantidad a pedir
Costo de perder
60
1060
2060
3060
4060

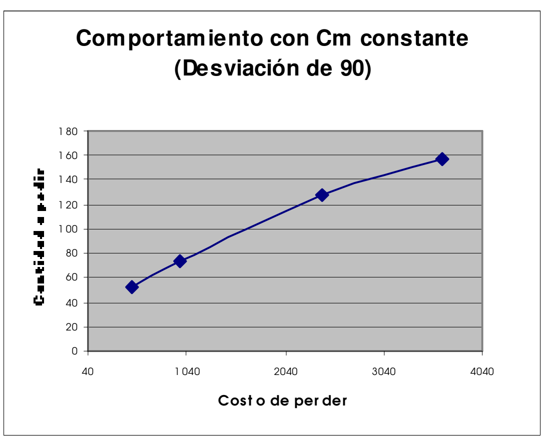

Comportamiento con Cm constante
(Desviación de 60)
Cantidad a pedir
Costo mínimo
300000
350000
400000
450000
500000
550000

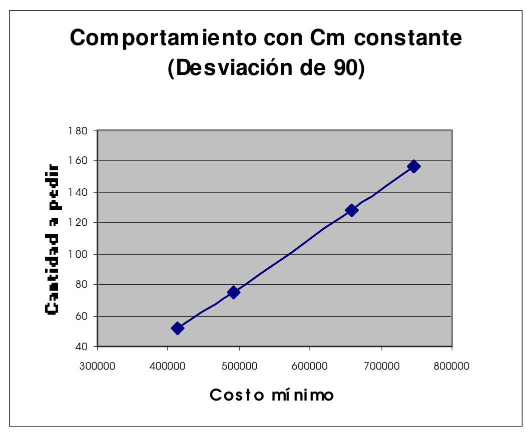

Comportamiento con Cm constante
(Desviación de 70)
Cantidad a pedir
Costo de perder


Comportamiento con Cm constante
(Desviación de 70)
Cantidad a pedir
Costo mínimo


Comportamiento con Cm constante
(Desviación de 80)
Cantidad a pedir
Costo de perder


Comportamiento con Cm constante
(Desviación de 80)
Cantidad a pedir
Costo mínimo


Comportamiento con Cm constante
(Desviación de 90)
Cantidad a pedir
Costo de perder


Comportamiento con Cm constante
(Desviación de 90)
Cantidad a pedir
Costo mínimo

El modelo muestra que la cantidad a pedir tiene un aumento, a medida que el costo de perder y el costo de manejo de inventario aumentan, manteniendo el costo de mantener constante. Sin embargo se debe resaltar que con una desviación de 10 la cantidad a pedir va en aumento, con un comportamiento que va de cantidades negativas a positivas.

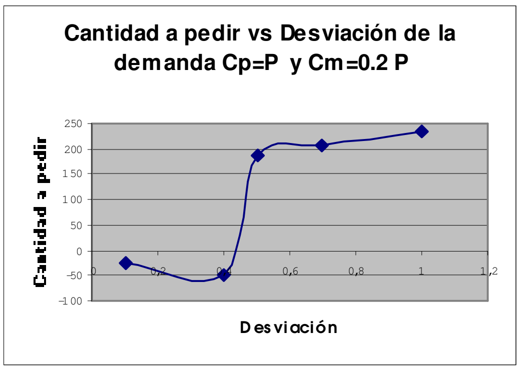
Posteriormente se miró el comportamiento del modelo tomando tres períodos hacia atrás.

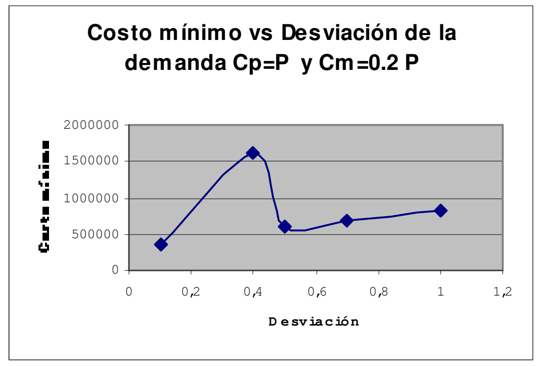
Es importante resaltar que tomando tres períodos el computador ahora tarda veintiséis minutos en mostrar la respuesta, tiempo que es bastante considerable con relación al tiempo de dos periodos que solamente tarda veinte segundos.

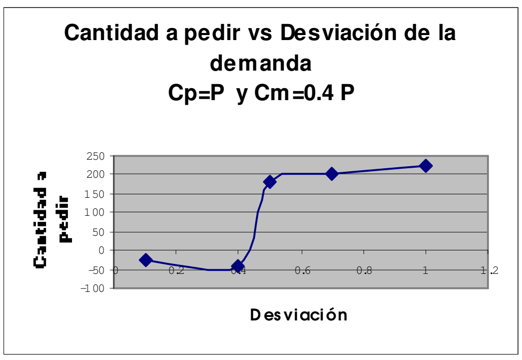
7.1.6 Comportamiento del modelo para tres períodos, variando el costo de mantener.

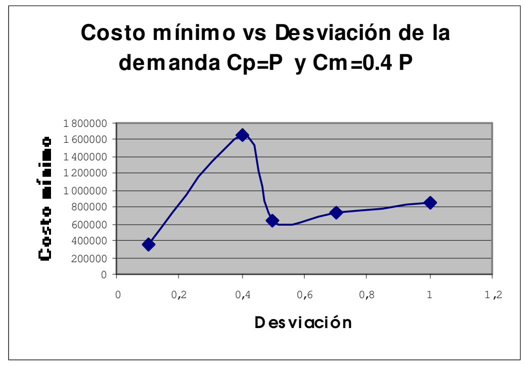
Se miró inicialmente el comportamiento de la cantidad a pedir y el costo mínimo del manejo de inventario, frente a la desviación de la demanda, para lo cual se fue variando el costo de mantener, dejando el costo de perder constante.

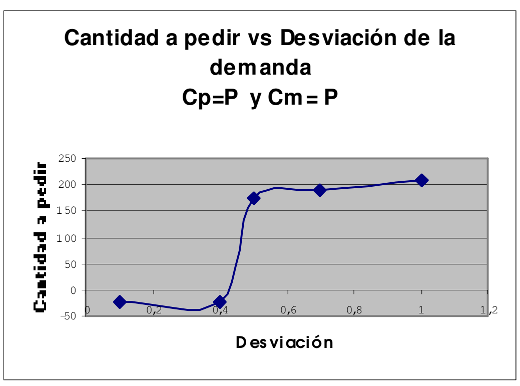
Las gráficas obtenidas fueron:

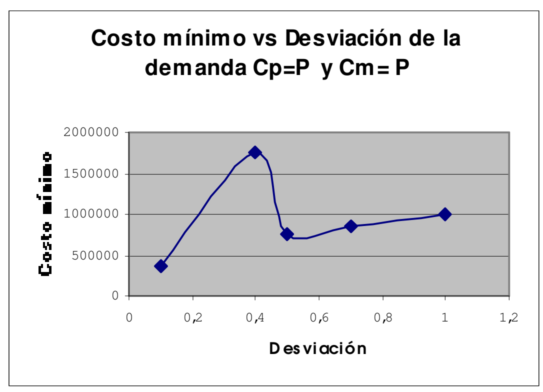

Cantidad a pedir vs Desviación de la demanda Cp=P y Cm=0.2 P
Cantidad a pedir
Desviación

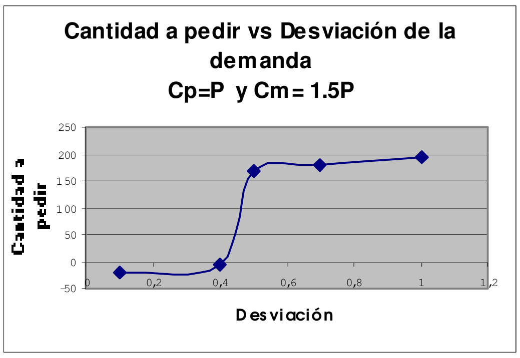

Costo mínimo vs Desviación de la demanda Cp=P y Cm=0.2 P
Desviación

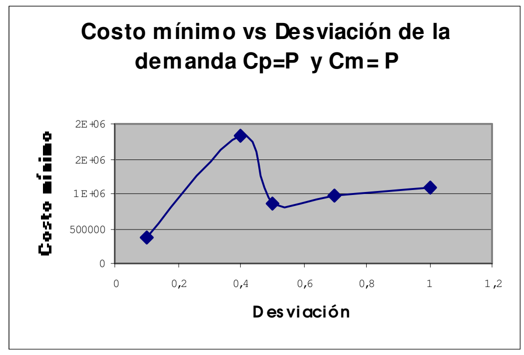

Cantidad a pedir vs Desviación de la demanda
Cp=P y Cm=0.4 P
Cantidad a pedir
Desviación


Costo mínimo vs Desviación de la demanda Cp=P y Cm=0.4 P
Costo mínimo
Desviación


Cantidad a pedir vs Desviación de la demanda
Cp=P y Cm= P
Cantidad a pedir
Desviación


Costo mínimo vs Desviación de la demanda Cp=P y Cm= P
Costo mínimo
Desviación



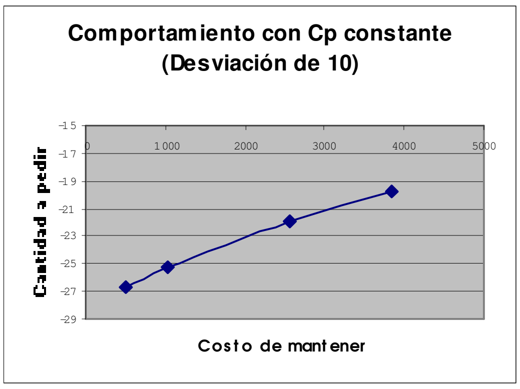


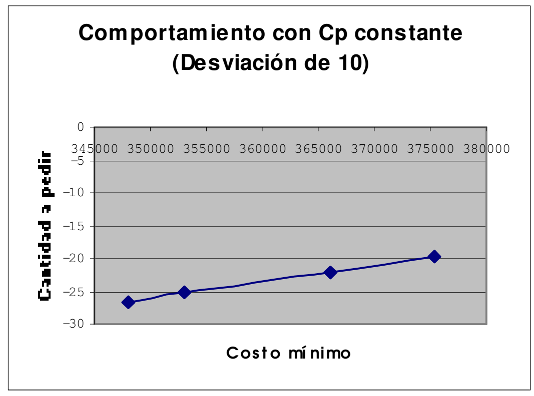
La cantidad a pedir se comporta inicialmente de forma negativa con unas desviaciones de la demanda entre 10 y 40, tomando valores positivos a partir de la desviación de 50. Lo anterior se da teniendo en cuenta que el costo de mantener se aumenta mientras que el de perder inventario permanece constante.

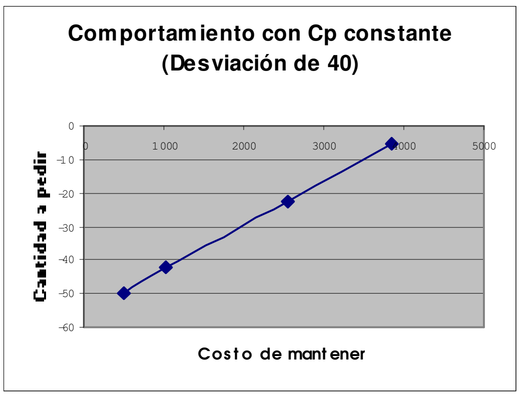
El costo mínimo tiende a crecer con unas desviaciones de la demanda entre 10 y 40. Tiene una caída cuando la desviación está entre 40 y 50, pero a partir de 50 el costo mínimo comienza nuevamente a tener un crecimiento. Lo anterior se da, teniendo en cuenta que el costo de mantener se aumenta mientras que el de perder permanece constante.

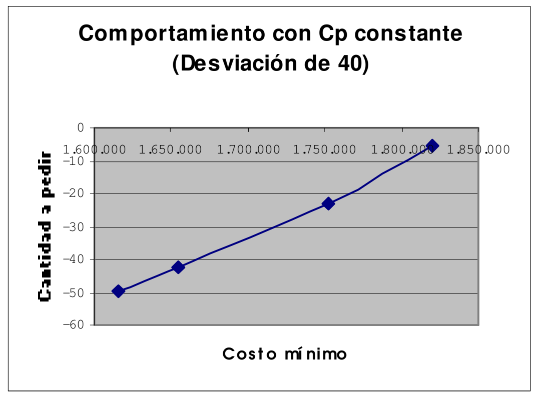
7.1.7 Comportamiento del modelo para tres períodos, en cada una de las desviaciones tomadas, variando el costo de mantener.

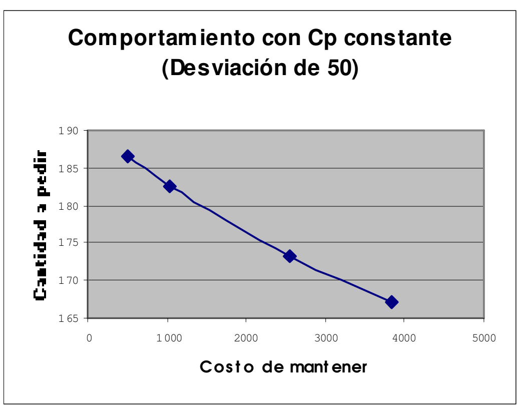
El comportamiento de la cantidad a pedir, en cada una de las desviaciones de la demanda, al variar el costo de mantener y el de manejo de inventario, se observa en los siguientes gráficos:

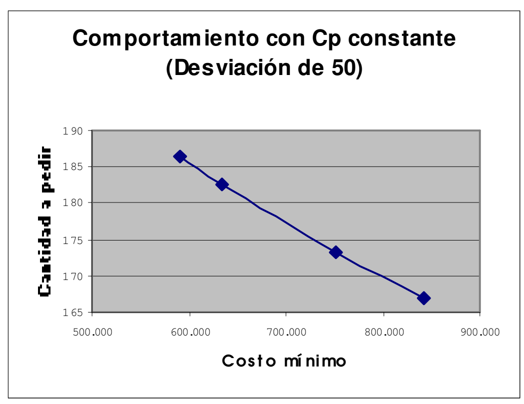

Comportamiento con Cp constante
(Desviación de 10)
Cantidad a pedir
Costo de mantener
0
1000
2000
3000
4000
5000

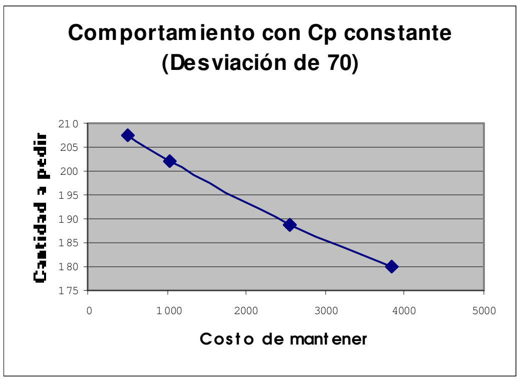

Comportamiento con Cp constante
(Desviación de 10)
Cantidad a pedir
Costo mínimo
345000
350000
355000
360000
365000
370000
375000
380000
0
-5
-10
-15
-20
-25
-30

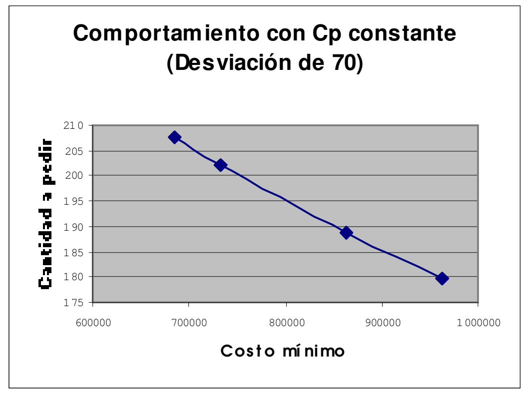

Comportamiento con Cp constante
(Desviación de 40)
Cantidad a pedir
Costo de mantener
0
-10
-20
-30
-40
-50
-60
1000
2000
3000
5000

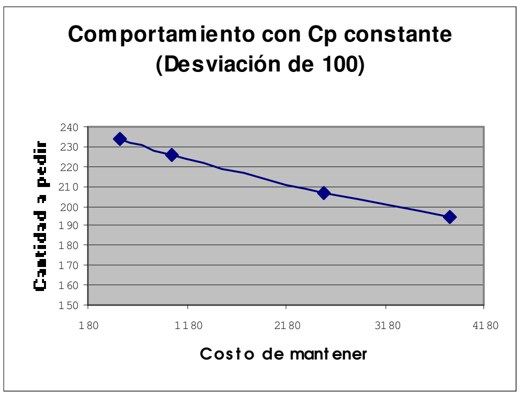

Comportamiento con Cp constante
(Desviación de 40)
Cantidad a pedir
Costo mínimo
1.650.000
1.700.000
1.750.000
1.850.000
0
-10
-20
-30
-40
-50
-60

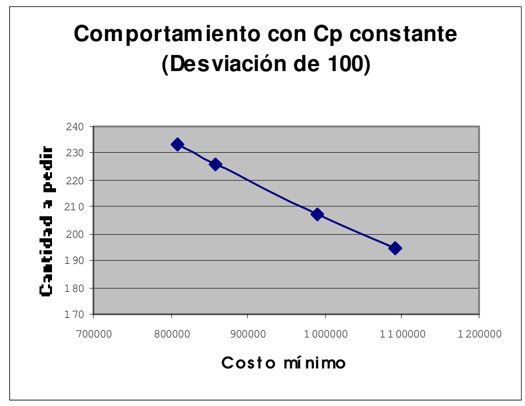

Comportamiento con Cp constante
(Desviación de 50)
Cantidad a pedir
Costo de mantener
0
1000
2000
3000
4000
5000


Comportamiento con Cp constante
(Desviación de 50)
Cantidad a pedir
Costo mínimo
500.000
600.000
700.000
800.000
900.000









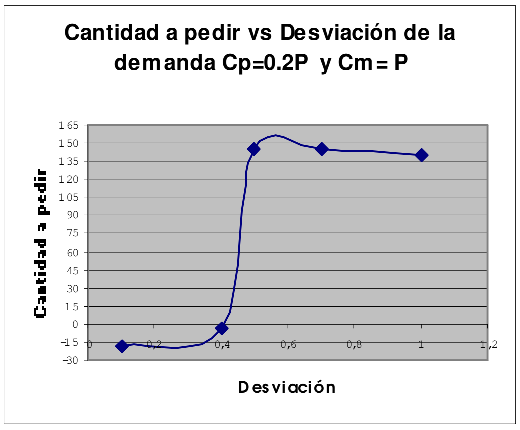
La cantidad a pedir toma valores negativos con desviaciones de la demanda entre 10 y 40, a medida que el costo de mantener y el de manejo de inventario aumentan y el costo de perder se mantiene constante.

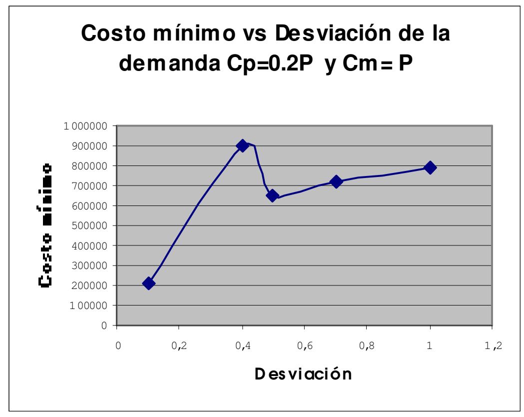
Mientras que la cantidad a pedir tiende a disminuir con desviaciones de la demanda superiores a 50, manteniendo el costo de perder constante y a medida que el costo de mantener y el de manejo de inventario aumentan.

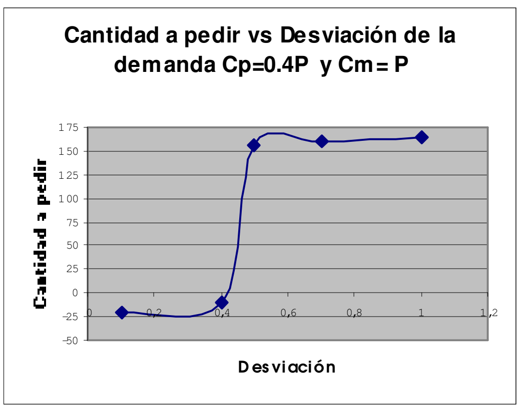
7.1.8 Comportamiento del modelo para tres períodos, variando el costo de perder.

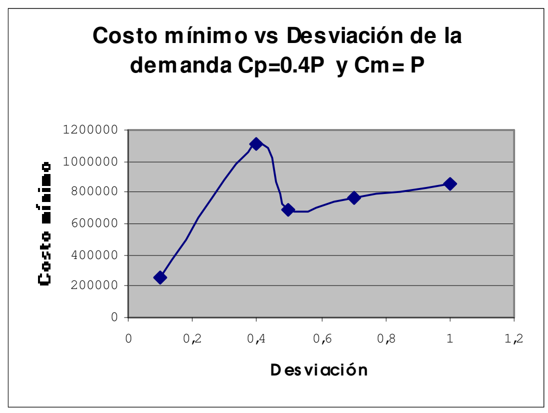
Nuevamente se tuvo en cuenta el comportamiento de la cantidad a pedir y el costo mínimo del manejo de inventario, frente a la desviación de la demanda, para lo cual se fue variando el costo de perder, dejando el costo de mantener constante.

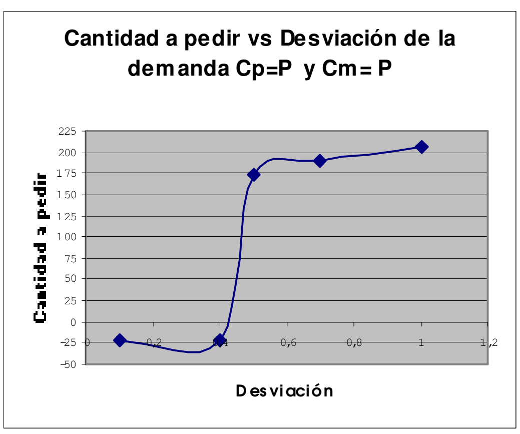
Los gráficos obtenidos fueron:

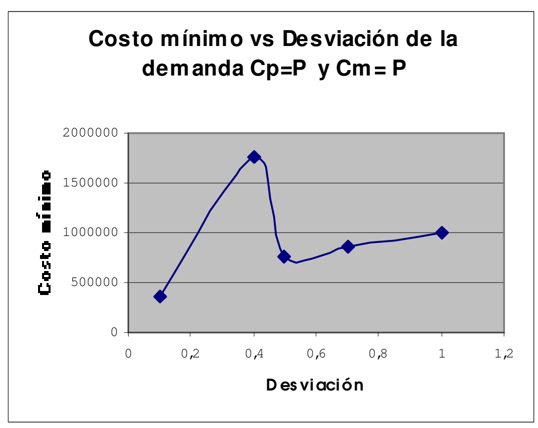


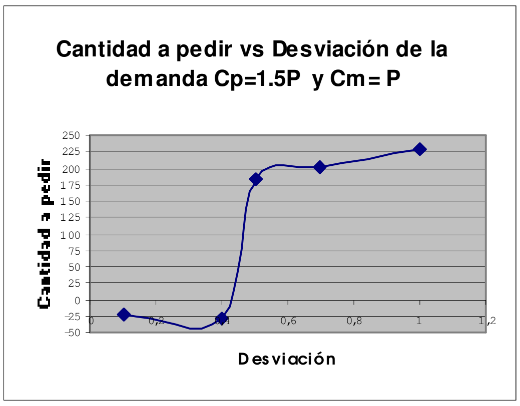


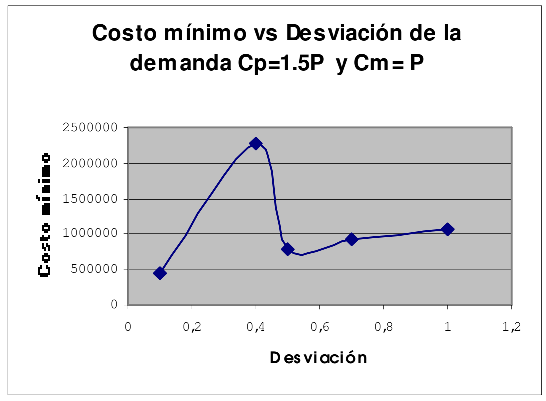










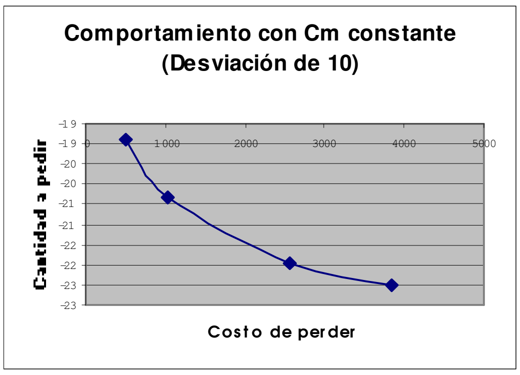


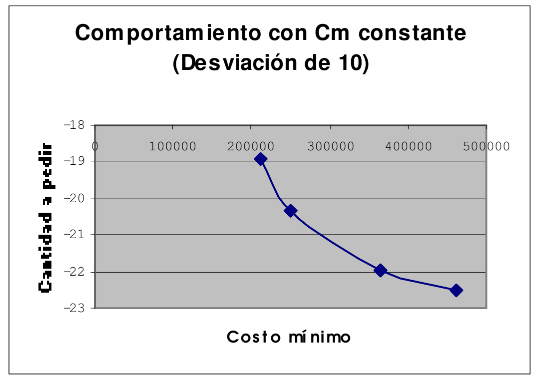
La cantidad a pedir se comporta inicialmente de forma negativa con unas desviaciones de la demanda entre 10 y 40, tomando valores positivos a partir de desviación de 50. Lo anterior se da teniendo en cuenta que el costo de perder se aumenta mientras que el de mantener permanece constante.

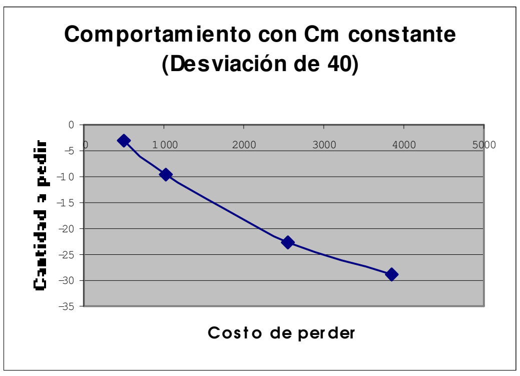
El costo mínimo tiende a crecer con unas desviaciones de la demanda entre 10 y 40. Tiene una caída cuando la desviación es de 50, pero a partir de este valor el costo mínimo comienza nuevamente a tener un crecimiento. Lo anterior se da, al igual que en el numeral anterior, teniendo en cuenta que el costo de perder se aumenta mientras que el de mantener permanece constante.

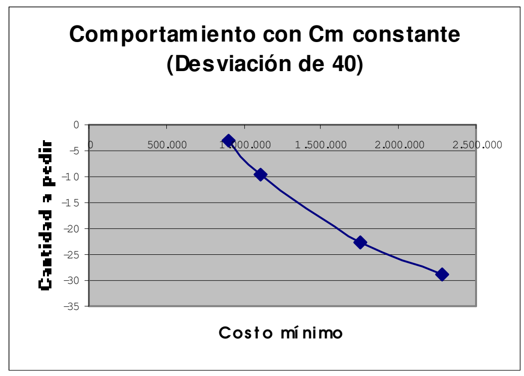
7.1.9 Comportamiento del modelo para tres períodos, en cada una de las desviaciones tomadas, variando el costo de perder.

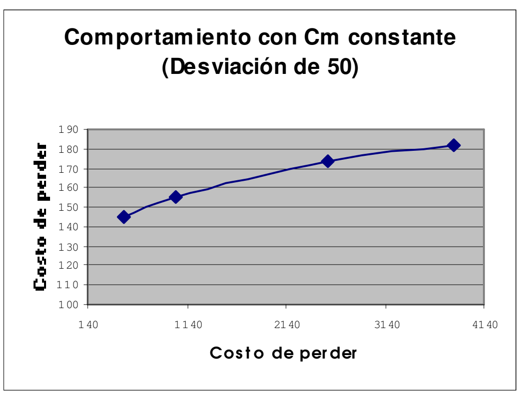
El comportamiento, en cada una de las desviaciones de la demanda, de la cantidad a pedir, al variar el costo de perder y el de manejo de inventario, se muestra a continuación:

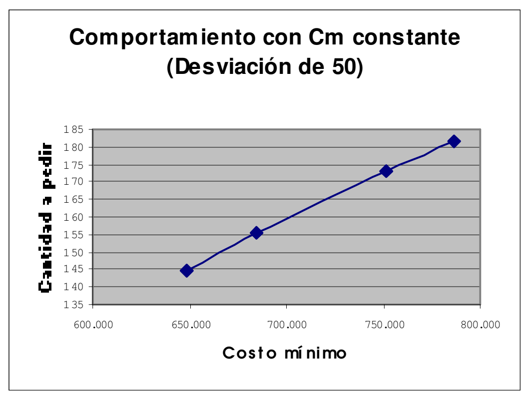

Comportamiento con Cm constante
(Desviación de 10)
Cantidad a pedir
Costo de perder

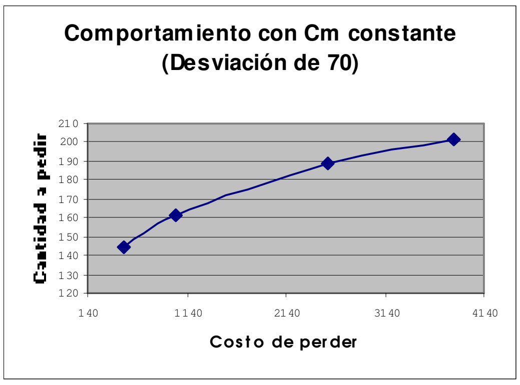

Comportamiento con Cm constante
(Desviación de 10)
Cantidad a pedir
Costo mínimo

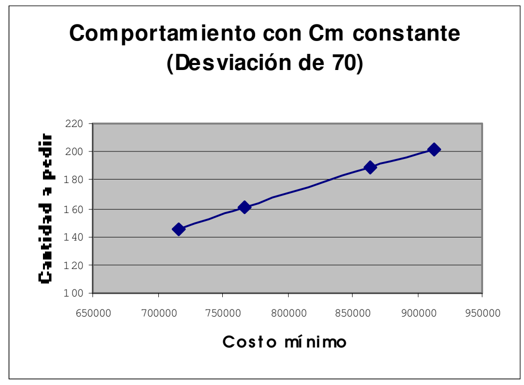

Comportamiento con Cm constante
(Desviación de 40)
Cantidad a pedir
Costo de perder

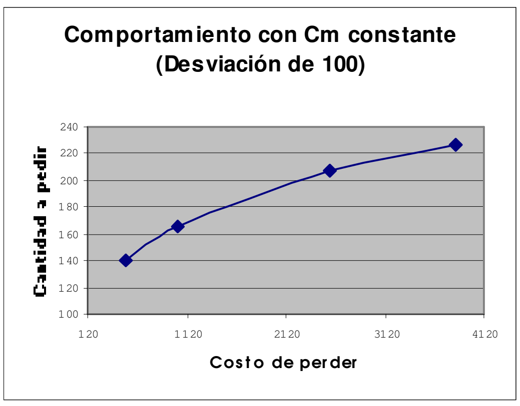

Comportamiento con Cm constante
(Desviación de 40)
Cantidad a pedir
Costo mínimo

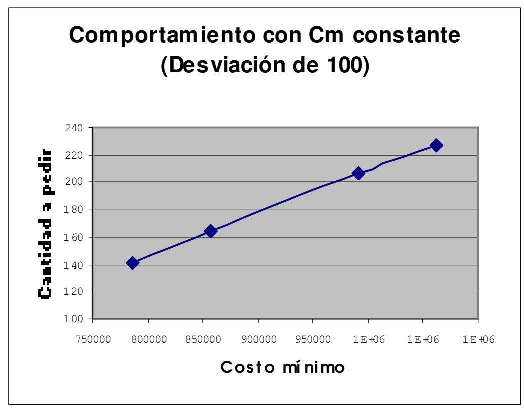

Comportamiento con Cm constante
(Desviación de 50)
Costo de perder
Costo de perder


Comportamiento con Cm constante
(Desviación de 50)
Cantidad a pedir
Costo mínimo









La cantidad a pedir aumenta negativamente, con unas desviaciones de la demanda entre 10 y 40, a medida que el costo de perder y el de manejo de inventario aumentan, con el costo de mantener constante.

A partir de una desviación de la demanda de 50, la cantidad a pedir comienza a aumentar a medida que el costo de perder y de manejo de inventario aumentan, con el costo de mantener constante.

7.2 RESULTADOS.

Teniendo en cuenta las gráficas obtenidas anteriormente, a continuación se muestra una tabla que resume los puntos más relevantes de dichos resultados.

Cuadro resumen de los resultados de la aplicación del Modelo

	Variaciones			
Períodos hacia atrás.	Cm ↑ Cp = Dd ↑	Cm ↑ Cp = Cmin ↑	Cp ↑ Cm = Dd ↑	Cp ↑ Cm = Cmin ↑
Dos	Y ↑ [1] Cmin ↑	Y ↑ [2] Y ↓ [2]	Y ↑ [3] Cmin ↑	Y ↑ [4]
Tres	Y ↑ [5] Y ↓ [5] Cmin ↑[6] Cmin ↓[6]	Y ↑ [7] Y ↓ [8]	Y ↑ [5] Y ↓ [5] Cmin ↑[6] Cmin ↓[6]	Y ↑ [9]

Convenciones:

↑ : Crecimiento

↓ : Decrecimiento

= : Constante

Cm: Costo de mantener, Cp: Costo de perder, Dd: Desviación de la demanda,

Y: Cantidad a comprar, Cmin: Costo del manejo de inventario

[1] Con una desviación de la demanda superior a 20 la cantidad a pedir es positiva y con una desviación de la demanda menor a 10 la cantidad a pedir es negativa.

[2] Con una desviación de la demanda de 10, el modelo muestra que la cantidad a pedir tiene un aumento, yendo de una cantidad negativa a positiva y con una desviación de 20 en adelante, la cantidad a pedir tiende a disminuir.

[3] La cantidad a pedir presenta una variación con una desviación de la demanda de 10, en donde el modelo muestra una cantidad a pedir negativa, mientras que con una desviación de 20, el comportamiento del resultado de la cantidad a pedir es positiva.

[4] Con una desviación de 10 la cantidad a pedir va en aumento, tomando un comportamiento que va de cantidades negativas a positivas.

[5] La cantidad a pedir se comporta inicialmente de forma negativa con unas desviaciones de la demanda entre 10 y 40, tomando valores positivos a partir de la desviación de 50.

[6] El costo mínimo tiende a crecer con unas desviaciones de la demanda entre 10 y 40. Tiene una caída cuando la desviación está entre 40 y 50, pero a partir de 50 el costo mínimo comienza nuevamente a tener un crecimiento.

[7] La cantidad a pedir toma valores negativos con desviaciones de la demanda entre 10 y 40.

[8] La cantidad a pedir tiende a disminuir con desviaciones de la demanda superiores a 50.

[9] La cantidad a pedir aumenta negativamente, con unas desviaciones de la demanda entre 10 y 40. A partir de una desviación de la demanda de 50, la cantidad a pedir comienza a aumentar positivamente.

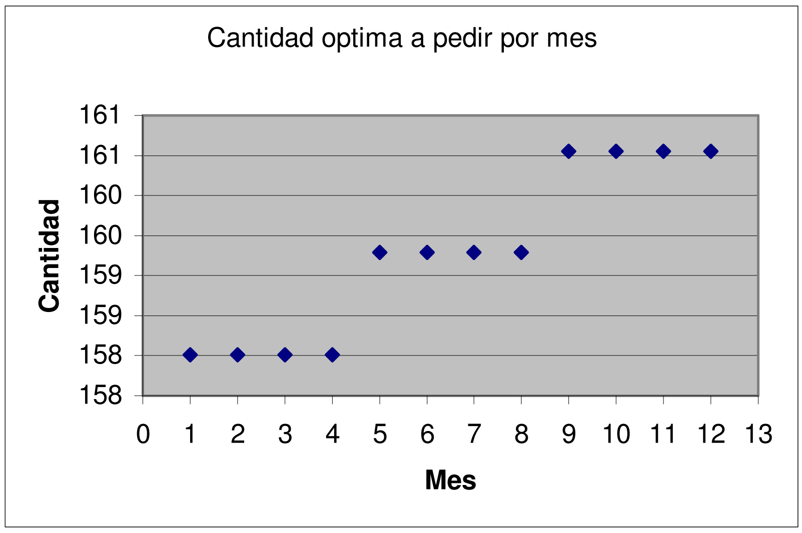
7.3 CALCULO DE LAS CANTIDADES OPTIMAS A PEDIR Y DEL COSTO DE MANEJO DE INVENTARIO PARA UN AÑO.

De los resultados obtenidos se concluye que el modelo presenta menos variaciones (valores negativos y positivos) de la cantidad a pedir y del costo mínimo de manejo de inventario si se toman dos períodos hacia atrás. Razón por la cual se decidió trabajar con dicho modelo ya que resulta más confiable en el cálculo de las cantidades mencionadas anteriormente.

Al correr el modelo con dos períodos, tomando una desviación promedio por cada dos meses, y con una media de la demanda de cien, a continuación se muestran los valores de cantidad a pedir durante un año.

Mes	Cantidad a pedir (Y)
1	158
2	158
3	158
4	158
5	159
6	159
7	159
8	159
9	161
10	161
11	161
12	161

La gráfica que indica los cantidades a pedir mes a mes durante un año es:



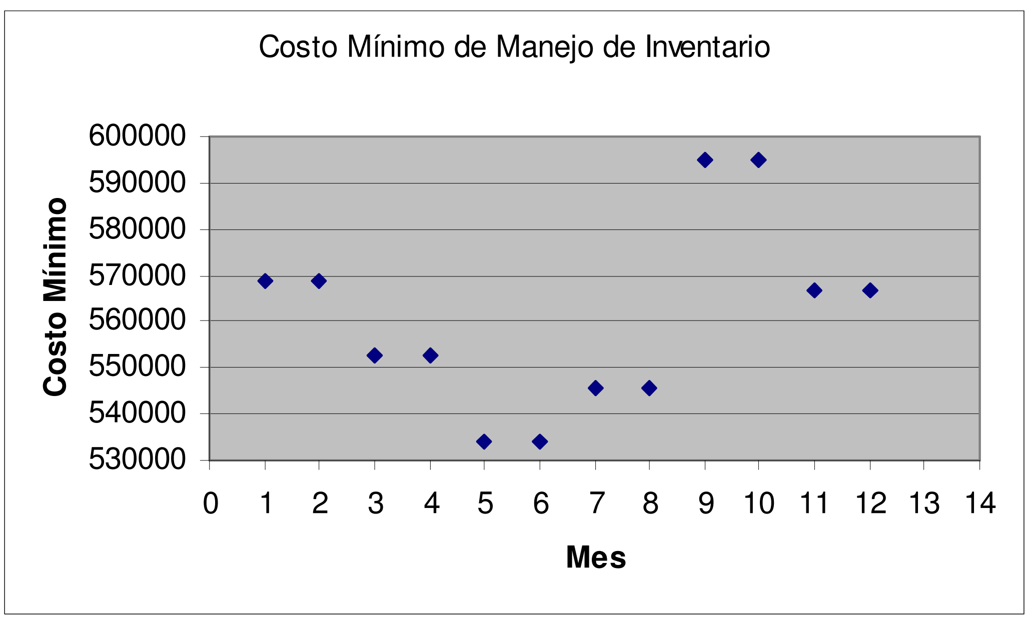
Lo anterior deja ver que la cantidad a pedir permanece constante para los meses de Enero a Abril, posteriormente aumenta en una unidad para los meses de Mayo a Agosto y finalmente vuelve a aumentar en una unidad para los últimos meses de Septiembre a Diciembre.

La cantidad a pedir aumenta durante el año, pero dicho aumento no es tan significativo, ya que solo aumenta en tres unidades a lo largo del año, por lo que se puede concluir que durante dicho período la cantidad a pedir no varia considerablemente.

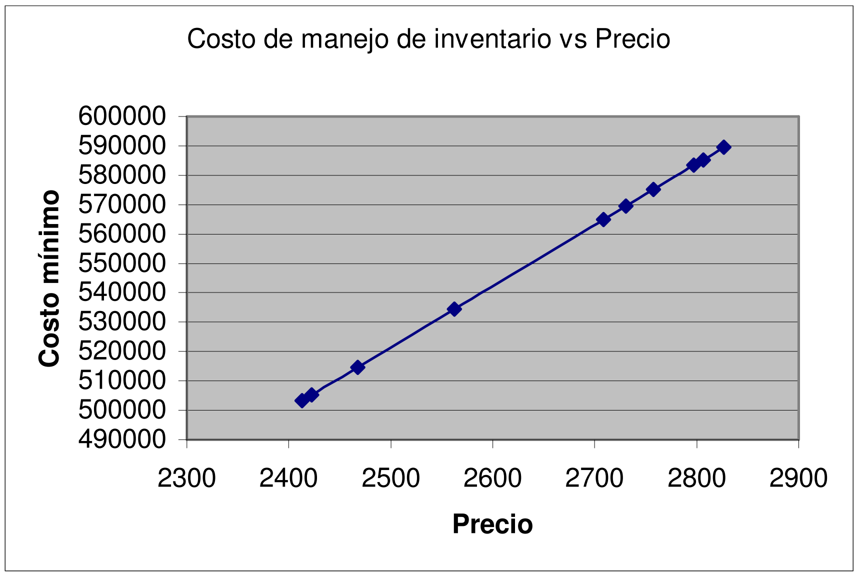
Igualmente los costos mínimos de manejo de inventario mes a mes que se obtuvieron con el modelo fueron:

Mes	Costo min ($)
1	568958
2	568958
3	552526
4	552526
5	533896
6	533896
7	545751
8	545751
9	595092
10	595092
11	566523
12	566523

La gráfica que muestra el comportamiento del costo mínimo del manejo de inventario a lo largo del año es:



Es importante también tener en cuenta el comportamiento del costo del manejo de inventario frente a los precios del bien a comprar. Dicho comportamiento se muestra a continuación:



Analizando los dos gráficos inmediatamente anteriores, podemos concluir que durante los seis primeros meses el costo del inventario tendió a disminuir, lo cual indica que el precio del bien durante este mismo período así lo tuvo que hacer, ya que la relación entre el precio del bien y el costo del manejo del inventario son directamente proporcionales. Sin embargo en Julio y Agosto la cantidad a pedir tendió a subir lo cual indica que el precio durante estos meses así lo hizo.

Durante los meses de Septiembre y Octubre el costo del manejo del inventario volvió a subir y posteriormente en los meses de Noviembre y Diciembre el costo volvió a bajar.

Vemos como el comportamiento del precio del bien afecta directamente el costo del manejo del inventario.

7.4 COMPORTAMIENTO DE LA OPCION DE COMPRA A LO LARGO DE UN AÑO.

Para la valoración de la opción de compra es necesario tener en cuenta la fórmula para dicho fin que dice:

$$C = S \cdot N(d_1) - E \cdot e^{-rt} \cdot N(d_2)$$

Donde

$$d_1 = \frac{LN\left(\frac{S}{E}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right) \cdot t}{\sigma \cdot \sqrt{t}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma \cdot \sqrt{t}$$

S = precio del activo subyacente en el momento de la valoración.

E = precio de ejercicio.

r = tasa de interés en tiempo continuo: r = LN(1+i).

t = plazo de ejercicio en años.

σ = volatilidad del precio del subyacente, en términos anuales.

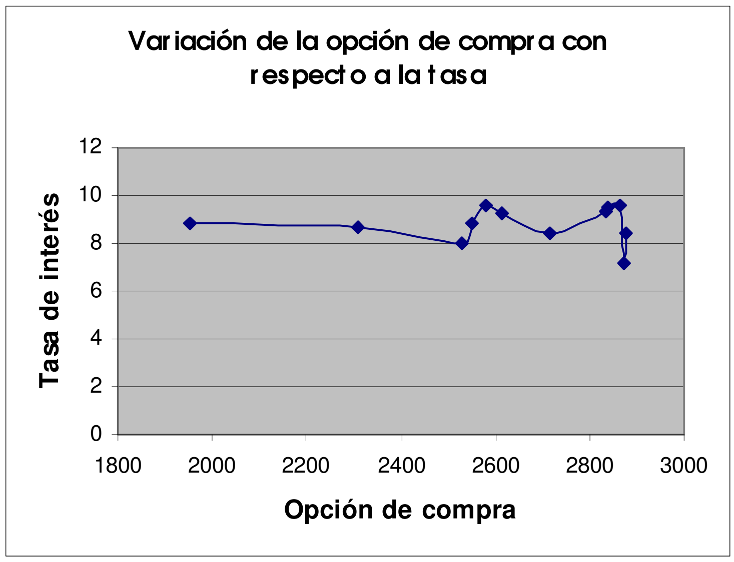
e = base de logaritmos neperianos.

N(i) = valor de la distribución normal para i.

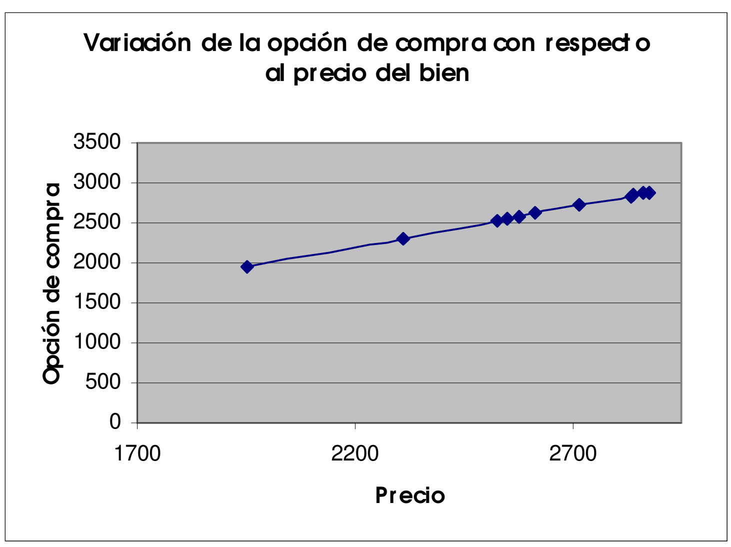
Para encontrar el valor de C fue necesario tabular los datos requeridos de la siguiente manera:

Mes	r (tasa)	s(precio)	E(strike)	d1	N(d1)	d2	N(d2)	C
1	0,0881	1954	977	15,79	1	-15,74	0	1954
2	0,0869	2310	1155	22,48	1	-22,44	0	2310
3	0,0803	2529	1264	27,74	1	-27,71	0	2529
4	0,0883	2550	1275	32,27	1	-32,24	0	2550
5	0,0956	2578	1289	36,35	1	-36,32	0	2578
6	0,0921	2614	1307	40,12	1	-40,09	0	2614
7	0,0843	2716	1358	43,66	1	-43,63	0	2716
8	0,0937	2835	1418	47,02	1	-46,99	0	2835
9	0,0948	2839	1420	50,24	1	-50,21	0	2839
10	0,0955	2863	1431	53,34	1	-53,31	0	2863
11	0,0719	2875	1437	56,35	1	-56,33	0	2875
12	0,0842	2877	1438	59,28	1	-59,25	0	2877

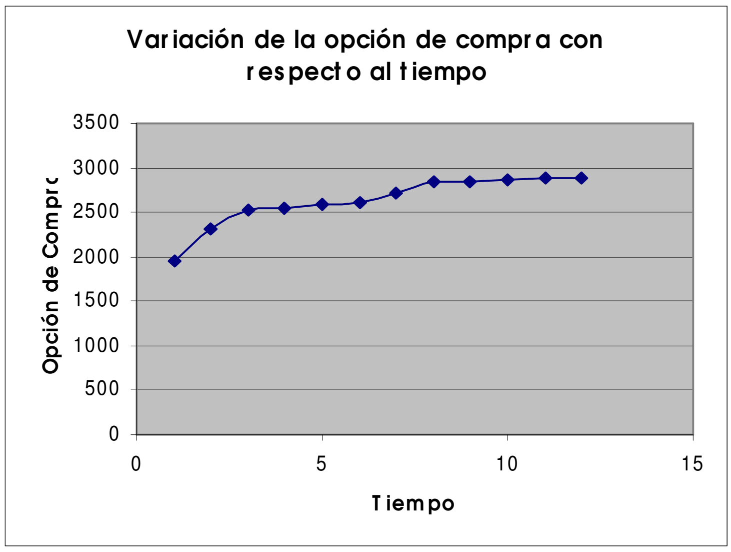
Para analizar el comportamiento de la opción de compra a lo largo del año se tuvieron en cuenta los siguientes gráficos:



De la gráfica anterior se puede concluir que la opción de compra va aumentando a medida que la tasa de interés, que afecta dicho comportamiento, oscila entre 7,18% y 9,56% durante el año.



Lo anterior permite conduir que el precio del bien y la opción de compra son directamente proporcionales. Lo cual indica que a medida que el precio del bien aumenta de igual forma aumenta la opción de compra.



La anterior gráfica deja ver que el derecho a la opción de compra sale más económica ejercerla en los primeros meses del año, debido a que con el pasar del tiempo la opción se va poniendo más costosa haciendo que se tenga que gastar más dinero en la compra al final del año.

8. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

8.1 CONCLUSIONES

- Se logra obtener un modelo estocástico robusto, a partir de una modificación de la ecuación de Bellman, que encuentra los niveles óptimos de abastecimiento en forma convergente y estable.

Teniendo en cuenta que el modelo presenta más estabilidad en sus resultados para dos períodos, se logra determinar que:

- La opción de compra es más aconsejable realizarla al inicio del año ya que la opción tiene una tendencia creciente, lo cual indica que al final del año se tendrá que desembolsar mayor cantidad de dinero si se decide ejercer el derecho de la compra.
- A medida que el precio del bien aumenta de igual forma aumenta la opción de compra.
- Se encontraron las cantidades a comprar durante un año. Dichas cantidades no varían de forma considerable a lo largo de los meses, ya que en el mes de Enero se requiere una compra de 158 unidades y en Diciembre de 161 unidades.
- La variable que más afecta el comportamiento de la cantidad a pedir es la desviación de la demanda, ya que a medida que la desviación se hace mayor, de igual manera aumenta la cantidad a pedir.
- Los precios de compra y los costos de mantener y de perder, afectan directamente el costo del manejo del inventario, ya que a medida que los precios y los costos aumentan, de igual manera lo hará el costo de manejo de inventario.
- A medida que la desviación de la demanda aumenta el costo del manejo del inventario también aumenta.

- El modelo presenta mayor inestabilidad para tres períodos, debido principalmente a que las cantidades a comprar arrojadas por el modelo, son negativas al tomarse desviaciones de la demanda inferiores a 50.

8.2 RECOMENDACIONES

- Es importante resaltar el soporte computacional que brinda el programa E.views, ya que permite pronosticar series de datos históricos llegando al planteamiento del modelo que rige su comportamiento. En este caso el programa fue de gran ayuda ya que con este se logró modelar el comportamiento de la TRM y la DTF.

- Mathemática es un programa computacional que permite escribir expresiones matemáticas, en este caso el modelo planteado. La velocidad con que el programa arroja una respuesta depende de que tan robusto es el modelo y por supuesto de las características del computador en el que se trabaja. En este caso la respuesta tarda veinte segundos para dos períodos (con un computador Pentium 4 de 256Kb), tiempo que es bastante tolerable debido a que el tiempo es uno de los factores más restrictivos en el momento de la planeación.

BIBLIOGRAFIA

- YAFFEE Robert, Introduction to Time Series Analysis and Forecasting, Academic Press Inc, Año 2000, pág 148.
- URIEL Ezequiel, Análisis de Series Temporales y Modelos Arima, Editorial Paraninfo, Tercera Edición, 1995, Capítulos 1,2,3 y 4.
- BELLMAN Richard, Dynamic Programming, Ed. Princeton Press.
- WOLFRAM Stephen, The Mathematica, Cuarta edición,1999.
- KNOD Edward. M., Operations Management: Meeting Customers' Demands, Ed. McGraw Hill.,2001.
- BALLOU Ronald H, Business Logistics Management, Ed. Prentice Hall, 1999.
- LAMOTHE Prosper, Opciones financieras un enfoque fundamental, Ed. Mc Graw Hill,1993.
- ABELLO Javier, Introducción a las opciones financieras, Ed. Eada, 2000.
- VAUGHN Richard, Introducción a la ingeniería industrial, Ed. Reverte, 1993.
- HILLER Frederick S, Introducción a la investigación de operaciones, Editorial Mc Graw Hill, 1997.
- TAHA Hamdy, Investigación de operaciones, Editorial Alfaomega,1995.
- FERGUSSON Brad R, Paper: Implementing Supply Chain, 2000.
- METZ Peter, Paper: Desmystifying supply chain management, 1998.
- Curso de informática e Internet El Tiempo, Planeta de Agostini 2001.
- www.students.washington.edu
- http://mail.udlap.mx/~tesis/lii/peregrina_p_pm/indice.html
  http://random.mat.sbg.ac.at/links/
- www.banrep.gov.co

ANEXOS

Anexo 1. Código del modelo en lenguaje del programa Mathemática.

```
h[y_, n_]:=
 h[y, n] =    pr * y + cm * NIntegrate[(y - d) * Exp[-0.5(d - mu)^2/sig^2]/(sig * Sqrt[2Pi]), {d, 0,  y}] +
              cp * NIntegrate[(d - y) * Exp[-0.5(d - mu)^2/sig^2]/(sig * Sqrt[2Pi]), {d, y, 10 * sig}] +
              NIntegrate[ h[d - y, n + 1] * Exp[-0.5(d - mu)^2/sig^2]/(sig * Sqrt[2Pi]), {d, y, 10 * sig}] +
              h[0, n + 1] * NIntegrate[Exp[-0.5(d - mu)^2/sig^2]/(sig * Sqrt[2Pi]), {d, y, 10 * sig}]

h[y_, maxp]:=  pr * y + cm * NIntegrate[(y - d) * Exp[-0.5(d - mu)^2/sig^2]/(sig * Sqrt[2Pi]), {d, 0, y}] +
               cp *  NIntegrate[(d - y) * Exp[-0.5(d - mu)^2/sig^2]/(sig * Sqrt[2Pi]), {d, y,  10 * sig}]

Clear[h]

mu = 100

sig = 50

pr = 2550

n = 1

maxp = 2

cm = 1275

cp = 7651

FindMinimum[h[y, 1], {y, n, mu}]

{644435, {y → 179}}
```

Donde:

y: cantidad a comprar

d: demanda

mu: media de la demanda.

sig: desviación de la demanda.

pr: precio del bien a comprar.

n: etapa de optimización dinámica.

maxp: el número de períodos que se toman hacia atrás.

cm: costo de mantener en inventario.

cp: costo de perder por incumplir un pedido.

h(y_,n_): es la función general del modelo en la que se reemplazan todas las variables.

h(y_,maxp): es la función límite que controla cuantos períodos hacia atrás se están tomando.

Clear(h): borra los valores que se encuentran almacenados en h, para hacer una nueva corrida.

FindMinimum: instrucción que permite calcular la cantidad optima a pedir y el costo total de manejo de inventario.

Anexo 2. Tabla de correlaciones de los datos de la TRM sin derivar.

Sample: 1/01/2000 8/31/2003
Included observations: 1330

Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	0.997	0.997	1326.0	0.000
		2	0.995	-0.009	2645.8	0.000
		3	0.992	0.047	3960.2	0.000
		4	0.990	-0.026	5268.9	0.000
		5	0.987	0.059	6572.6	0.000
		6	0.985	0.030	7871.8	0.000
		7	0.983	-0.028	9166.1	0.000
		8	0.981	-0.029	10455.	0.000
		9	0.978	0.022	11739.	0.000
		10	0.976	-0.037	13018.	0.000
		11	0.974	-0.008	14290.	0.000
		12	0.971	0.034	15558.	0.000
		13	0.969	-0.014	16821.	0.000
		14	0.966	-0.025	18078.	0.000
		15	0.964	0.003	19330.	0.000
		16	0.962	-0.001	20577.	0.000
		17	0.959	0.000	21818.	0.000
		18	0.957	-0.017	23053.	0.000
		19	0.954	0.004	24283.	0.000
		20	0.952	0.006	25507.	0.000
		21	0.949	-0.008	26726.	0.000
		22	0.947	-0.012	27940.	0.000
		23	0.944	0.001	29148.	0.000
		24	0.941	-0.018	30350.	0.000
		25	0.939	0.003	31546.	0.000
		26	0.936	-0.015	32737.	0.000
		27	0.934	0.009	33922.	0.000
		28	0.931	0.008	35101.	0.000
		29	0.928	-0.004	36275.	0.000
		30	0.926	-0.006	37443.	0.000
		31	0.923	-0.006	38605.	0.000
		32	0.921	-0.012	39762.	0.000
		33	0.918	0.009	40913.	0.000
		34	0.915	-0.023	42058.	0.000
		35	0.912	-0.005	43197.	0.000
		36	0.910	-0.006	44330.	0.000

Anexo 3. Tabla de correlaciones de los datos de la TRM derivados.

Sample: 1/01/2000 8/31/2003
Included observations: 1326

Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	0.193	0.193	49.668	0.000
		2	-0.044	-0.084	52.193	0.000
		3	-0.003	0.023	52.207	0.000
		4	-0.085	-0.097	61.923	0.000
		5	0.026	0.068	62.829	0.000
		6	0.041	0.009	65.030	0.000
		7	-0.025	-0.028	65.877	0.000
		8	0.007	0.013	65.940	0.000
		9	0.031	0.031	67.225	0.000
		10	-0.013	-0.021	67.438	0.000
		11	0.027	0.032	68.410	0.000
		12	0.018	0.006	68.860	0.000
		13	0.064	0.075	74.371	0.000
		14	0.090	0.057	85.217	0.000
		15	0.029	0.013	86.339	0.000
		16	0.030	0.034	87.529	0.000
		17	-0.027	-0.035	88.530	0.000
		18	-0.021	0.005	89.126	0.000
		19	0.021	0.015	89.720	0.000
		20	0.002	-0.005	89.724	0.000
		21	-0.011	-0.013	89.897	0.000
		22	-0.010	-0.013	90.032	0.000
		23	0.057	0.069	94.436	0.000
		24	0.051	0.020	97.999	0.000
		25	0.016	-0.001	98.329	0.000
		26	0.025	0.024	99.176	0.000
		27	0.013	0.004	99.399	0.000
		28	0.035	0.032	101.04	0.000
		29	0.064	0.044	106.64	0.000
		30	0.042	0.029	109.01	0.000
		31	0.007	0.006	109.08	0.000
		32	-0.036	-0.041	110.88	0.000
		33	0.003	0.030	110.89	0.000
		34	0.005	-0.008	110.92	0.000
		35	0.024	0.023	111.68	0.000
		36	0.033	0.013	113.13	0.000

Anexo 4. Cuadro de análisis para TRM ARIMA (1,1,0)

Dependent Variable: D(TRM)
Method: Least Squares
Date: 09/30/03 Time: 01:35
Sample(adjusted): 1/03/2000 8/30/2003
Included observations: 1322
Excluded observations: 14 after adjusting endpoints
Convergence achieved after 3 iterations

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.710338	0.286650	2.478070	0.0133
AR(1)	0.193371	0.027006	7.160268	0.0000

R-squared	0.037388	Mean dependent var	0.709614
Adjusted R-squared	0.036659	S.D. dependent var	8.565464
S.E. of regression	8.406997	Akaike info criterion	7.097517
Sum squared resid	93294.43	Schwarz criterion	7.105364
Log likelihood	-4689.459	F-statistic	51.26943
Durbin-Watson stat	1.970219	Prob(F-statistic)	0.000000

Inverted AR Roots	.19

Anexo 5. Cuadro de análisis para TRM ARIMA (2,1,0)

Dependent Variable: D(TRM)
Method: Least Squares
Date: 09/30/03 Time: 02:23
Sample(adjusted): 1/04/2000 8/30/2003
Included observations: 1319
Excluded observations: 16 after adjusting endpoints
Convergence achieved after 2 iterations

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.709501	0.226097	3.138040	0.0017
AR(2)	-0.043679	0.027558	-1.584956	0.1132

R-squared	0.001904	Mean dependent var	0.709083
Adjusted R-squared	0.001146	S.D. dependent var	8.574963
S.E. of regression	8.570048	Akaike info criterion	7.135939
Sum squared resid	96728.02	Schwarz criterion	7.143800
Log likelihood	-4704.152	F-statistic	2.512087
Durbin-Watson stat	1.597289	Prob(F-statistic)	0.113216

Anexo 6. Tabla de correlaciones de los datos de la DTF sin derivar.

Sample: 6/05/1993 12/20/2003
Included observations: 544

<table>
<tr><th>Autocorrelation</th><th>Partial Correlation</th><th></th><th>AC</th><th>PAC</th><th>Q-Stat</th><th>Prob</th></tr>
<tr><td>.|||||||||||</td><td>.|||||||||||</td><td>1</td><td>0.993</td><td>0.993</td><td>539.58</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>.|||||||||||</td><td>.|| |</td><td>2</td><td>0.988</td><td>0.113</td><td>1074.5</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>.|||||||||||</td><td>.|. |</td><td>3</td><td>0.983</td><td>0.056</td><td>1605.4</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>.|||||||||||</td><td>.|. |</td><td>4</td><td>0.978</td><td>-0.008</td><td>2132.0</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>.|||||||||||</td><td>.|. |</td><td>5</td><td>0.973</td><td>-0.054</td><td>2653.6</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>.|||||||||||</td><td>.|. |</td><td>6</td><td>0.967</td><td>-0.054</td><td>3169.7</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>.|||||||||||</td><td>.|. |</td><td>7</td><td>0.961</td><td>0.011</td><td>3680.7</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>.|||||||||||</td><td>.|. |</td><td>8</td><td>0.956</td><td>0.002</td><td>4186.8</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>.|||||||||||</td><td>.|. |</td><td>9</td><td>0.950</td><td>0.021</td><td>4688.0</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>.|||||||||||</td><td>||. |</td><td>10</td><td>0.944</td><td>-0.076</td><td>5183.4</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>.|||||||||||</td><td>.|. |</td><td>11</td><td>0.938</td><td>0.009</td><td>5673.2</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>.|||||||||||</td><td>.|. |</td><td>12</td><td>0.932</td><td>0.015</td><td>6158.0</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>.|||||||||||</td><td>.|. |</td><td>13</td><td>0.926</td><td>0.019</td><td>6637.8</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>.|||||||||||</td><td>.|. |</td><td>14</td><td>0.920</td><td>-0.032</td><td>7112.2</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>.|||||||||||</td><td>.|. |</td><td>15</td><td>0.913</td><td>-0.051</td><td>7580.5</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>.|||||||||||</td><td>.|. |</td><td>16</td><td>0.906</td><td>-0.033</td><td>8042.7</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>.|||||||||||</td><td>.|. |</td><td>17</td><td>0.899</td><td>-0.033</td><td>8498.6</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>.|||||||||||</td><td>.|. |</td><td>18</td><td>0.892</td><td>-0.054</td><td>8947.6</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>.|||||||||||</td><td>.|. |</td><td>19</td><td>0.884</td><td>0.000</td><td>9389.7</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>.|||||||||||</td><td>.|. |</td><td>20</td><td>0.876</td><td>-0.003</td><td>9825.1</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>.|||||||||||</td><td>.|. |</td><td>21</td><td>0.868</td><td>-0.039</td><td>10253.</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>.|||||||||||</td><td>.|. |</td><td>22</td><td>0.861</td><td>0.045</td><td>10675.</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>.|||||||||||</td><td>.|. |</td><td>23</td><td>0.854</td><td>0.047</td><td>11091.</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>.|||||||||||</td><td>.|. |</td><td>24</td><td>0.847</td><td>-0.009</td><td>11500.</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>.|||||||| |</td><td>.|. |</td><td>25</td><td>0.840</td><td>0.004</td><td>11904.</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>.|||||||| |</td><td>.|. |</td><td>26</td><td>0.832</td><td>-0.017</td><td>12301.</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>.||||||||| |</td><td>.|. |</td><td>27</td><td>0.825</td><td>-0.010</td><td>12692.</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>.||||||||| |</td><td>.|. |</td><td>28</td><td>0.819</td><td>0.045</td><td>13078.</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>.||||||||| |</td><td>.|. |</td><td>29</td><td>0.811</td><td>-0.042</td><td>13458.</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>.||||||||| |</td><td>.|. |</td><td>30</td><td>0.804</td><td>-0.028</td><td>13831.</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>.||||||||| |</td><td>.|. |</td><td>31</td><td>0.796</td><td>-0.001</td><td>14198.</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>.||||||||| |</td><td>.|. |</td><td>32</td><td>0.789</td><td>0.037</td><td>14560.</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>.||||||||| |</td><td>.|. |</td><td>33</td><td>0.782</td><td>-0.032</td><td>14915.</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>.||||||||| |</td><td>||. |</td><td>34</td><td>0.774</td><td>-0.059</td><td>15264.</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>.||||||||| |</td><td>.|. |</td><td>35</td><td>0.766</td><td>0.020</td><td>15606.</td><td>0.000</td></tr>
<tr><td>.||||||||| |</td><td>.|. |</td><td>36</td><td>0.759</td><td>0.011</td><td>15942.</td><td>0.000</td></tr>
</table>

Anexo 7. Tabla de correlaciones de los datos de la DTF derivados.

Date: 12/09/03 Time: 22:41
Sample: 6/05/1993 12/20/2003
Included observations: 543

Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
||. |	||. |	1	-0.169	-0.169	15.576	0.000
||. |	||. |	2	-0.070	-0.101	18.250	0.000
.|. |	.|. |	3	0.024	-0.007	18.561	0.000
.|. |	.|. |	4	0.034	0.031	19.198	0.001
.|. |	.| |	5	0.062	0.079	21.291	0.001
.|. |	.|. |	6	-0.015	0.017	21.419	0.002
.|. |	.|. |	7	-0.051	-0.042	22.856	0.002
.|. |	.|. |	8	0.017	-0.005	23.015	0.003
.|| |	.|| |	9	0.099	0.093	28.492	0.001
.|. |	.|. |	10	-0.023	0.012	28.775	0.001
.|. |	.|. |	11	-0.016	0.001	28.924	0.002
.|. |	.|. |	12	-0.014	-0.017	29.031	0.004
.|. |	.|. |	13	0.025	0.008	29.368	0.006
.|| |	.|. |	14	0.068	0.061	31.938	0.004
.|. |	.|. |	15	0.015	0.048	32.058	0.006
.|. |	.|| |	16	0.040	0.075	32.935	0.008
.|. |	.|. |	17	0.037	0.061	33.707	0.009
.|. |	.|. |	18	-0.021	-0.015	33.962	0.013
.|. |	.|. |	19	-0.009	-0.024	34.012	0.018
.|. |	.|. |	20	0.051	0.039	35.484	0.018
||. |	||. |	21	-0.081	-0.072	39.170	0.009
||. |	||. |	22	-0.065	-0.100	41.557	0.007
.|. |	.|. |	23	0.038	-0.014	42.378	0.008
.|. |	.|. |	24	-0.018	-0.030	42.556	0.011
.|. |	.|. |	25	0.032	0.020	43.147	0.013
.|. |	.|. |	26	0.012	0.033	43.233	0.018
||. |	.|. |	27	-0.080	-0.056	46.948	0.010
.|| |	.|. |	28	0.081	0.051	50.752	0.005
.|. |	.|. |	29	0.032	0.030	51.339	0.006
.|. |	.|. |	30	0.000	0.028	51.339	0.009
.|. |	.|. |	31	-0.034	-0.021	51.989	0.010
.|. |	.|. |	32	0.018	0.005	52.180	0.014
.|| |	.|| |	33	0.085	0.075	56.406	0.007
.|. |	.|. |	34	-0.035	-0.020	57.123	0.008
.|. |	.|. |	35	-0.044	-0.025	58.260	0.008
||. |	||. |	36	-0.061	-0.059	60.447	0.007

Anexo 8. Cuadro de análisis para DTF ARIMA (1,1,0)

Dependent Variable: D(DTF)
Method: Least Squares
Date: 12/09/03 Time: 23:06
Sample(adjusted): 6/19/1993 11/01/2003
Included observations: 542 after adjusting endpoints
Convergence achieved after 3 iterations

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.033649	0.033320	-1.009872	0.3130
AR(1)	-0.168901	0.042407	-3.982854	0.0001

R-squared	0.028538	Mean dependent var	-0.033782
Adjusted R-squared	0.026739	S.D. dependent var	0.919112
S.E. of regression	0.906741	Akaike info criterion	2.645763
Sum squared resid	443.9766	Schwarz criterion	2.661613
Log likelihood	-715.0018	F-statistic	15.86313
Durbin-Watson stat	2.034572	Prob(F-statistic)	0.000077
Inverted AR Roots	-.17		

Anexo 9. Cuadro de análisis para DTF ARIMA (0,1,1)

Dependent Variable: D(DTF)
Method: Least Squares
Date: 12/09/03 Time: 23:08
Sample(adjusted): 6/12/1993 11/01/2003
Included observations: 543 after adjusting endpoints
Convergence achieved after 5 iterations
Backcast: 6/05/1993

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.033186	0.031061	-1.068421	0.2858
MA(1)	-0.199332	0.042131	-4.731271	0.0000

R-squared	0.034019	Mean dependent var	-0.033020
Adjusted R-squared	0.032233	S.D. dependent var	0.918435
S.E. of regression	0.903512	Akaike info criterion	2.638622
Sum squared resid	441.6369	Schwarz criterion	2.654449
Log likelihood	-714.3859	F-statistic	19.05222
Durbin-Watson stat	1.976830	Prob(F-statistic)	0.000015
Inverted MA Roots	.20		